

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Estrategias de enseñanza para la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato

Trabajo de titulación previo a
la obtención del título de
Licenciado en Pedagogía de
las Matemáticas y la Física

Autor:

Jonnathan Fernando Montalván Lazo

Director:

Tatiana Gabriela Quezada Matute

ORCID:  0000-0003-2730-9342

Cuenca, Ecuador

2024-09-16

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar estrategias didácticas para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato. Para ello, se utilizó un enfoque socioconstructivista a través de una metodología mixta, donde se desarrolló una revisión sistemática y posterior a ello, se realizó una encuesta a docentes de Matemáticas de Educación General básica y Superior, tanto de instituciones privadas como fiscales y fiscomisionales. Como resultado de ello, se destaca la necesidad de utilizar estrategias innovadoras para la enseñanza de estas leyes, como el aprendizaje basado en problemas, la gamificación y el trabajo de campo, al igual que tecnológicas como el uso de simuladores y plataformas para crear juegos educativos, como también el apoyo de material visual y audio visual. La investigación, concluye que las utilizaciones de diversas estrategias didácticas deben ser pertinentes a cada realidad de social y cultural de varias instituciones educativas, es por ello que se desarrolló una guía didáctica para la enseñanza, de modo que el docente pueda utilizar este recurso de acuerdo al contexto educativo en el que labora.

Palabras clave del autor: enseñanza, aprendizaje basado en problemas, gamificación, trabajo de campo, estrategias innovadoras



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

The present didactic proposal was designed with the objective of developing teaching strategies for the instruction of the Law of Sines and Cosines in high school. For this purpose, a socioconstructivist approach was used through a mixed methodology, which involved an extensive systematic review followed by a survey conducted among Mathematics teachers in both Basic General Education and Higher Education, from private, public, and mission schools. The results highlight the need to employ innovative strategies for teaching these laws, such as problem-based learning, gamification, and fieldwork, as well as technological approaches like the use of simulators and platforms to create educational games and visual and audiovisual materials. The research concludes that the use of various didactic strategies should be pertinent to the social and cultural realities of different educational institutions. Therefore, a didactic guide was developed for teaching, so that teachers can use this resource according to the educational context in which they work.

Author Keywords: teaching, problem-based learning, gamification, fieldwork, innovative strategies



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de contenido

Dedicatoria	9
Agradecimiento.....	10
Introducción	11
Capítulo I: Marco teórico	13
1.1. Problemática en la enseñanza para la Ley del Seno y Coseno en el Bachillerato	13
1.2. Revisión sistemática.....	14
1.3. Modelos pedagógicos.....	19
1.3.1. Socioconstructivismo	21
1.4. Estrategias pedagógicas	21
1.4.1. Aprendizaje basado en problemas.....	22
1.4.2. Trabajo de campo.....	23
1.4.3. Gamificación.....	24
1.5. Recursos	24
1.5.1. Recursos concretos.....	24
1.5.2. Recursos tecnológicos.....	27
1.6. Ley de Senos	31
1.7. Ley de Cosenos.....	32
Capítulo II: Metodología y resultados	33
2.1. Metodología	33
2.1.1. Revisión sistemática.....	33
2.1.1. Encuesta	33
2.2. Resultados	34
2.2.1. Revisión sistemática.....	34
2.2.1. Encuesta	38
Cápítulo III: Propuesta.....	47
3.1. Estructura de la propuesta	47
3.2. Estructura por ciclos del aprendizaje.....	47
3.3. Propuesta	52

Conclusiones	165
Recomendaciones	167
Referencias	168
Anexo A	173
Anexo B	176

Índice de figuras

Figura 1: Porcentajes del estándar E.M.5.3.	13
Figura 2: Porcentaje de respuestas de la pregunta 1 de la encuesta	36
Figura 3: Porcentaje de respuestas de la pregunta 2 de la encuesta.....	37
Figura 4: Porcentaje de respuestas de la pregunta 3 de la encuesta.....	37
Figura 5: Porcentaje de respuestas de la pregunta 4 de la encuesta.....	38
Figura 6: Porcentaje de respuestas de la pregunta 5 de la encuesta.....	39
Figura 7: Porcentaje de respuestas de la pregunta 6 de la encuesta.....	39
Figura 8: Porcentaje de respuestas de la pregunta 7 de la encuesta.....	40
Figura 9: Porcentaje de respuestas de la pregunta 8 de la encuesta.....	41
Figura 10: Porcentaje de respuestas de la pregunta 9 de la encuesta.....	42
Figura 11: Porcentaje de respuestas de la pregunta 10 de la encuesta.....	43
Figura 12: Porcentaje de respuestas de la pregunta 11 de la encuesta.....	44
Figura 13: Respuestas de la pregunta 12 de la encuesta.....	45
Figura 14: Ciclos del aprendizaje que se utilizarán en la propuesta.....	48

Índice de tablas

Tabla 1: Revisión sistemática	35
Tabla 2: Estrategias metodológicas que se utilizará en la propuesta.	48
Tabla 3: Estructura de la propuesta didáctica.	49

Índice de anexos

Anexo A: Matriz de la prueba de diagnóstico para la justificación	61
Anexo B: Estructura de la encuesta	64

Dedicatoria

Este trabajo está dedicado, con profunda gratitud y aprecio, a todas las personas que hicieron posible la realización de este sueño.

Crecí viendo a mi madre, padre y mejor amiga, superar cada obstáculo que la vida le ponía. Pasó por momentos muy difíciles que a veces se iba a dormir sintiéndose exhausta, con lágrimas y el estómago vacío, sin embargo, cada mañana se levantaba llena de ánimo y energía para dar su mejor esfuerzo y amor incondicional, al igual que su apoyo constante en cada etapa de mi vida. ¡Gracias por enseñarme el valor del esfuerzo y la dedicación! Este sueño lo vivimos juntos, es por ti mami Ceci.

Finalmente, dedico este trabajo a mi yo de diecisiete años que, con temores e incertidumbres, emprendió un viaje hacia lo desconocido, pero no lejos de la sabiduría, es por eso que, hoy con el corazón lleno nostalgia, experiencias, logros y equivocaciones, realiza un sueño que inició en un aula de clases, y que ahora regresa a un aula de clases, para guiar a las futuras generaciones. ¡Lo logramos, Fer!

Agradecimiento

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han contribuido de alguna manera a la realización de este trabajo de titulación.

En primer lugar, agradezco profundamente a mi mamá Cecilia, a mis hermanos, Ismael y Daniel y a todos mis familiares, cuya paciencia, amor y apoyo incondicional han sido la base sobre la cual he construido este logro. Gracias por creer en mí y por brindarme las herramientas necesarias para seguir adelante, incluso en los momentos más difíciles.

A mi tutora de tesis, la Mcs. Tatiana Quezada, por su invaluable orientación, sus consejos certeros y su constante disposición para guiarme en este proceso. Su conocimiento y experiencia han sido fundamentales para la culminación exitosa de este trabajo.

A mis amigos David y María Fernanda, por su compañerismo y aliento en los momentos difíciles, y por compartir conmigo tantas alegrías y experiencias a lo largo de estos años. Su amistad ha sido un pilar fundamental en este viaje.

A mis profesores y profesoras, quienes con su dedicación y esfuerzo han dejado una marca persistente en mi formación académica. Gracias por compartir su sabiduría y por fomentar en mí el amor por el aprendizaje y la investigación.

¡Gracias a todos por ser parte de este viaje y por contribuir al cumplimiento de este importante logro en mi vida!

Fernando

Introducción

El presente trabajo de integración curricular tiene como objetivo desarrollar estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato. Para ello, se adoptó un enfoque socioconstructivista y se utilizó una metodología mixta que incluyó una rigurosa revisión sistemática y, posteriormente, una encuesta dirigida a docentes de Matemáticas de la Educación General Básica y Superior de diversas instituciones, tanto privadas como fiscales y fiscomisionales.

El análisis de los resultados subraya la importancia de implementar estrategias innovadoras en la enseñanza de estas leyes matemáticas. Entre las estrategias recomendadas se encuentran el aprendizaje basado en problemas, que fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas reales; la gamificación, que convierte el aprendizaje en una experiencia más atractiva y motivadora; y el trabajo de campo, que permite a los estudiantes aplicar conceptos teóricos en contextos prácticos. Además, se destaca el uso de tecnologías educativas, como simuladores que facilitan la visualización de conceptos complejos y plataformas que permiten crear juegos educativos y materiales visuales y audiovisuales interactivos.

En el capítulo I, denominado marco teórico, se desarrolló el soporte conceptual mediante la recopilación de información, revisión bibliográfica y revisión sistemática en buscadores académicos, revistas indexadas, libros, entre otras fuentes. Se pone especial énfasis en las estrategias didácticas, sus conceptos y procesos, con el objetivo de establecer las bases para la fundamentación teórica del tema en cuestión.

En el Capítulo II, titulado metodología y resultados, la investigación se apoya en una metodología mixta. Se utilizó dos técnicas de investigación: una revisión sistemática y una encuesta dirigida a docentes. Estas herramientas se emplean para diagnosticar las dificultades de aprendizaje que enfrentan los estudiantes en relación con la Ley de Senos y Cosenos. Posteriormente, se realizó la tabulación e interpretación de los datos obtenidos, lo que permitió identificar ideas sobre estrategias, técnicas, recursos y temas fundamentales que se incorporarán en la guía didáctica.

En el Capítulo III, denominado propuesta, se elaboró una guía didáctica con la ayuda de diferentes ciclos de aprendizaje. Esta guía, dirigida a los docentes, incluye cinco clases que abordan diversas estrategias didácticas para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos, basándose en la información recopilada mediante las técnicas de investigación del capítulo anterior.

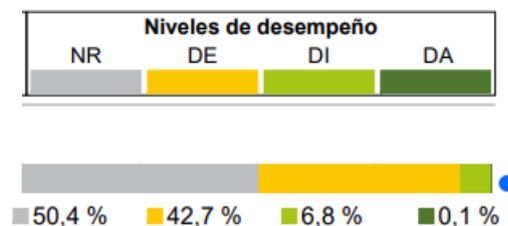
La investigación concluye que la adopción de diversas estrategias didácticas debe ser adecuada a las particularidades sociales y culturales de cada institución educativa. Es fundamental que los docentes adapten estas estrategias a su entorno específico para maximizar su efectividad. Por este motivo, se elaboró una guía didáctica para la enseñanza, diseñada para ser un recurso flexible que los profesores puedan utilizar y ajustar según el contexto educativo en el que se desenvuelven. Esta guía busca proporcionar a los docentes herramientas prácticas y adaptables que les permitan mejorar la comprensión y el aprendizaje de las Leyes de Senos y Cosenos entre sus estudiantes, promoviendo así un aprendizaje más profundo y significativo.

Capítulo I: Marco Teórico

1.1. Problemática en la enseñanza para la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato

Las pruebas Ser Estudiante (SEST) realizadas en el período 2021-2022, tuvieron como propósito evaluar el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, con el enfoque puesto en la lógica matemática, los conjuntos, los números reales y las funciones, con el objetivo de mejorar la interpretación y resolución de situaciones de la vida cotidiana. Los resultados revelaron un puntaje ponderado de 693/1000, lo que corresponde a un nivel de competencia elemental. Dentro de la evaluación de los niveles de desempeño en Matemáticas según los estándares de aprendizaje y los temas abordados, el estándar E.M.5.3. Opera y emplea funciones reales, lineales, cuadráticas, polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas para resolver situaciones hipotéticas y cotidianas que puedan representarse mediante modelos matemáticos. Verifica sus resultados mediante el uso de las TIC. (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2023).

Figura 1. Porcentajes del estándar E.M.5.3.



Fuente. Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2023

NR: Necesita refuerzo

DE: Desempeño elemental

DI: Desempeño intermedio

DA: Desempeño avanzado

Con base a lo anteriormente descrito, se verifica que los estudiantes necesitan refuerzo en el área de Matemáticas para poder alcanzar el estándar de aprendizaje, además, partir de un diagnóstico realizado a 30 estudiantes del primer ciclo de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, se reveló que el 70% de los estudiantes no abordó adecuadamente la Ley de Senos y la Ley de

Cosenos durante su etapa de Bachillerato, además, el 46,67% expresó que sus docentes no profundizaron lo suficiente en temas relacionados con la Trigonometría más allá de las razones y funciones trigonométricas, un 30% de los estudiantes considera que la problemática reside en la metodología empleada para enseñar la Ley de Senos y la Ley de Cosenos, particularmente debido a la falta de material didáctico y la escasa resolución de problemas contextualizados, lo que obstaculiza el logro de un aprendizaje significativo; asimismo, la carencia de actividades innovadoras o experiencias de campo contribuye al desinterés general en la materia. (Anexo 1).

1.2. Revisión sistemática

Cánovas, et., al. (2022), establecen que la revisión sistemática es una metodología de investigación que implica la identificación, evaluación y síntesis de estudios relevantes a una temática o una pregunta de investigación específica, utilizando un enfoque riguroso y reproducible. Esta técnica es altamente utilizada en la educación para proporcionar una visión exhaustiva y objetiva del estado actual del conocimiento sobre un tema en particular.

Para Crespo, et., al. (2023), el objetivo principal de una revisión sistemática es reunir y analizar de manera crítica toda la evidencia empírica relevante que cumpla con criterios de elegibilidad predeterminados, con el fin de responder a la pregunta de investigación. Es por ello que, las revisiones sistemáticas son cruciales para la integración de la evidencia científica, ya que proporcionan una base sólida para la práctica basada en la evidencia, pues ayuda a sintetizar grandes volúmenes de información, lo que facilita a los profesionales y tomadores de decisiones acceder a la evidencia más relevante y actualizada. Es por ello que, dichos autores mencionan de la siguiente manera las fases para crear una revisión sistemática, al igual que los criterios de inclusión y exclusión.

- **Fases de una revisión sistemática**

1. **Formulación de la pregunta de investigación:** La pregunta debe de ser específica, clara y estructurada, utilizando el concepto PICO (población, intervención, comparación, resultados).
2. **Búsqueda bibliográfica exhaustiva:** Se lleva a cabo una búsqueda completa de estudios relevantes en bases de datos, tanto digitales como literarios.
3. **Selección de estudios:** Se aplican criterios de inclusión y exclusión para determinar que estudios se incluirán en la revisión.

4. **Evaluación de la calidad de estudios:** Los estudios seleccionados se evalúan críticamente para determinar su validez interna y externa.
5. **Extradición y síntesis de datos:** Se extraen los datos relevantes y se sintetizan los resultados utilizando métodos cualitativos o cuantitativos.
6. **Interpretación de los resultados:** Se discuten los hallazgos en el contexto del conocimiento existente y se identifican las implicaciones para la práctica y la investigación futura.

- **Criterios de inclusión**

1. **Relevancia del tema:** Estudios que aborden la pregunta de investigación específica.
2. **Población del estudio:** Participante que cumplan con las características definidas, ya sea en, año de publicación, género literario, temática focal de estudio, entre otros.
3. **Tipos de investigación:** Estudios que evalúan las intervenciones, la propuesta didáctica o una propuesta teórica, esto en exposiciones definidas en la pregunta de investigación.
4. **Resultados medidos:** Estudios que reporten resultados específicos y relevantes para la pregunta de investigación.

- **Criterios de exclusión**

1. **Fecha de publicación:** Estudios publicados fuera del rango temporal establecido.
2. **Calidad metodológica:** Estudios con baja calidad metodológica basada en herramientas de evaluación estandarizadas.
3. **Duplicación:** Estudios que sean duplicados de otros ya incluidos.
4. **Tipo de publicación:** Excluir literatura que no cumple con ciertos estándares de calidad.

- **Investigaciones**

A continuación, se realizó una selección sistemática de las presentes investigaciones: intervención, propuestas didácticas y revisiones teóricas, en la que se seleccionaron los criterios de inclusión y exclusión para descartar y utilizar como referencia las propuestas didácticas más innovadoras para el proceso de enseñanza de la Trigonometría,

específicamente en la ley de Senos y Cosenos. Para los criterios de inclusión, se tuvo en consideración que la fecha de publicación de las investigaciones sea del año 2018 en adelante, al igual que la temática debe de estar relacionada a la enseñanza y aprendizaje de la Trigonometría, específicamente para la ley de Senos y Cosenos. Por último, para los criterios de exclusión se consideró a las investigaciones científicas que se hayan publicado anteriormente al 2018, al igual que su enfoque temático solo sea en Matemáticas y una Trigonometría general.

De manera organizada para la realización de la revisión sistemática se estructuró y clasificó las presentes investigaciones de la siguiente manera:

- **Fases de una revisión sistemática**
 1. **Formulación de la pregunta de investigación:** ¿Cómo se puede generar estrategias pedagógicas innovadoras para la enseñanza efectiva de la Ley de Senos y la Ley de Cosenos?
 2. **Búsqueda bibliográfica exhaustiva:** Búsqueda completa de estudios relevantes a la Ley de Senos y Cosenos, tanto digitales como literarios.
 3. **Selección de estudios:** Determinar que estudios se incluirán en la propuesta, para ello, se aplicó criterios de inclusión y exclusión.
 4. **Evaluación de la calidad de estudios:** Los estudios seleccionados se extrajeron de revistas científicas y repositorios universitarios, como Scopus, Scielo, UNIR, entre otras.
 5. **Extradición y síntesis de datos:** Tras métodos cualitativos o cuantitativos, se sintetiza la metodología utilizada para el estudio de la Ley de Senos y Cosenos.
 6. **Interpretación de los resultados:** Mediante una tabulación, se interpretó y analizó las investigaciones previamente seleccionadas por los criterios de inclusión.

- **Criterios de inclusión**
 1. **Relevancia del tema:** Estrategias pedagógicas innovadoras para la enseñanza efectiva de la Ley de Senos y la Ley de Cosenos
 2. **Población del estudio:** Investigaciones que hayan sido publicadas desde el año 2018 en adelante.

3. **Tipos de investigación:** Selección sistemática de las presentes investigaciones: intervención, propuestas didácticas y revisiones teóricas
 4. **Resultados medidos:** Estudios que reporten con estrategias pedagógicas innovadoras para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos.
- **Criterios de exclusión**
 1. **Fecha de publicación:** Estudios publicados con anterioridad al año 2018.
 2. **Calidad metodológica:** Estudios publicados en revistas y repositorios de sitios web no académicos.
 3. **Duplicación:** Estudios que tuvieron el mismo enfoque o metodología utilizada para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos.
 4. **Tipo de publicación:** Excluir literatura que simplemente se rige a una investigación en la enseñanza general de la Trigonometría.

El estudio de Torres (2018), se enfocó en el empleo de funciones trigonométricas para la resolución de problemas cotidianos, la investigación se centró en el diseño de propuestas de clases de Matemáticas dirigidas a estudiantes de segundo de Bachillerato en el área técnica. Entre los principales hallazgos, se destacó que los estudiantes lograron comprender conceptos relacionados con ángulos, triángulos y razones trigonométricas, tanto directas como inversas; también, se observó un desarrollo significativo en el razonamiento matemático de los estudiantes a través de juegos educativos, quienes demostraron habilidades para formular conjeturas, establecer procedimientos de resolución de problemas y elaborar explicaciones fundamentadas para situaciones numéricas y trigonométricas. Estos resultados enfatizan la importancia de la enseñanza de funciones trigonométricas en contextos prácticos y cotidianos, lo que no solo fortalece las competencias matemáticas, sino que también, habilita a los estudiantes para abordar desafíos del mundo real con mayor eficacia.

Por otro lado, el trabajo de titulación de Trujillo (2022) se centró en la reducción de la ansiedad hacia las matemáticas a través de una secuencia didáctica diseñada para enseñar la Ley de Senos y Cosenos, aprovechando códigos QR y tecnologías de la información y comunicación (TIC). El estudio se realizó con estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Esteban Rojas Tovar. Para llevar a cabo esta investigación, se empleó una metodología de enfoque mixto, que combinó la aplicación de una escala Likert para medir los niveles de ansiedad de los estudiantes. Como resultado, se espera que este enfoque contribuya a la disminución de la ansiedad que los estudiantes puedan

sentir hacia las matemáticas. Se pretende verificar cualitativa y cuantitativamente el impacto de esta propuesta en estudiantes con diferentes ritmos de aprendizaje, con el objetivo de que el proceso de aprendizaje adquiriera un significado más profundo y efectivo para todos los estudiantes involucrados.

Así como también, Atencia, et., al. (2022), involucraron la competencia en interacciones digitales y la comprensión lectora para fortalecer la resolución de problemas matemáticos a través de la Ley de Senos y Cosenos en estudiantes de décimo grado del Establecimiento Educativo José Manuel Rodríguez Torices en Cartagena. Basado en los bajos resultados obtenidos en las pruebas nacionales saber 11° de 2020 y una prueba diagnóstica de 2022, se diseñó e implementó una unidad didáctica en un entorno digital con recursos multimedia. La investigación, de enfoque cualitativo y utilizando el modelo de Investigación Acción Pedagógica, empleó técnicas como observación directa y digital, evaluación formativa, encuestas, diarios de campo, registros digitales, rúbricas, retroalimentación directa y digital, y post-tests. Los datos recolectados fueron triangulados para generar categorías y subcategorías en la investigación. De los resultados se obtuvieron conclusiones como, que la introducción de archivos multimedia ayuda al desarrollo cognitivo y neurológico para la precepción de ejercicios prácticos de resolución cotidiana.

Del mismo modo, la investigación de Mejía (2023), en la propuesta realizada, se consideró que la tarea de aprendizaje debía incluir diversos elementos relevantes, como el uso de diferentes registros de representación (manipulables físicos, resolución a lápiz y papel, y herramientas digitales) para abordar la Ley de Senos y Cosenos. Permitiendo que los estudiantes identificaran patrones, formularan conjeturas, realizaran comprobaciones y comunicaran resultados, acciones esenciales para desarrollar procesos de reflexión y entender contenidos matemáticos. El diseño e implementación de la tarea se basaron en referentes teórico-metodológicos como la teoría de registros de representaciones semióticas, el uso de herramientas digitales en la enseñanza, la abstracción en contexto y la demanda cognitiva de las tareas. Los resultados de la investigación sugieren que una tarea de aprendizaje que incorpora estos elementos mejora la disposición e interés de los estudiantes, así como su comprensión de los conceptos, desarrollando parcialmente algunos niveles de demanda cognitiva según la escala evaluativa del análisis teórico de este referente.

Otra investigación que involucra experiencias pedagógicas en relación a trabajos grupales fuera del aula, es decir, trabajos de campo relacionadas con la enseñanza de la Trigonometría, particularmente centrada en la Ley de Senos y Cosenos, es la de Cruz

y Montiel (2022), pues los resultados de este estudio son altamente significativos, ya que le permiten al estudiante adquirir un papel protagónico en la construcción y desarrollo de su propio aprendizaje. Esto fomenta la formulación de estrategias cognitivas por parte del estudiante, lo que a su vez lo convierte en un aprendiz autónomo y creativo, genuinamente interesado en el desarrollo de los temas matemáticos. Este enfoque pedagógico se traduce en la adquisición de destrezas procedimentales y la capacidad de enfrentar diversas situaciones de la vida cotidiana con solidez y confianza.

Como último, la investigación llevada a cabo por Guerra (2022) destaca la evaluación formativa como una estrategia pedagógica en el aprendizaje de la Ley de Seno y Coseno, utilizando problemas en contextos cotidianos con estudiantes del Décimo EGB. El marco metodológico de esta investigación se basó en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) con un enfoque cualitativo. Los resultados obtenidos mostraron que este enfoque de enseñanza-aprendizaje logró generar un proceso efectivo en la comprensión de la Trigonometría, especialmente entre aquellos estudiantes que presentan dificultades o carencias en algunos conceptos matemáticos.

1.3. Modelos pedagógicos

La educación se enfrenta a la tarea crucial de adoptar modelos pedagógicos efectivos que fomenten un aprendizaje significativo y el desarrollo integral de los estudiantes. Es por ello, que, entre los diversos enfoques, el modelo socioconstructivista, inspirado en las ideas de Lev Vygotsky, emerge como una perspectiva pedagógica fundamental. A continuación, se examinarán los diferentes modelos pedagógicos, destacando la relevancia y la aplicación del socioconstructivismo en la actualidad.

- **Modelo Tradicional:**

El modelo pedagógico tradicional, centrado en el maestro como fuente principal de conocimiento, ha sido objeto de críticas debido a su enfoque pasivo y memorístico (Dewey, 1938). Al igual que la transmisión unidireccional de información limita la participación activa y la construcción personal del conocimiento por parte del estudiante.

- **Modelo Conductista:**

El conductismo, representado por figuras como Skinner, se centra en el aprendizaje observable y mensurable mediante la aplicación de estímulos y recompensas (Skinner, 1954). Sin embargo, este enfoque no aborda completamente la comprensión profunda y la aplicación contextual del conocimiento.

- **Modelo Cognitivo:**

El modelo cognitivo destaca la importancia de la cognición, la memoria y el procesamiento de la información en el aprendizaje (Piaget, 1970). Aunque resalta la importancia del pensamiento crítico, a menudo pasa por alto la influencia del entorno social en la construcción del conocimiento.

- **Modelo Socioconstructivista:**

Vygotsky propuso un enfoque socioconstructivista que destaca la interacción social y la zona de desarrollo próximo (ZDP) como elementos clave (Vygotsky, 1978). Según Vygotsky, el aprendizaje se produce en un contexto social y cultural, y la instrucción debe adaptarse al nivel de desarrollo de cada estudiante. La mediación, tanto del maestro como de los compañeros, facilita la internalización de conocimientos y habilidades. Además, Vygotsky subraya la importancia del juego simbólico y la resolución de problemas como actividades que estimulan el desarrollo cognitivo y lingüístico.

- **Modelo Constructivista:**

El constructivismo, influenciado por Piaget, destaca la construcción activa del conocimiento por parte del estudiante a través de experiencias personales (von Glasersfeld, 1989). Aunque comparte similitudes con el socioconstructivismo, el constructivismo pone mayor énfasis en la autonomía del estudiante, es decir, sin interacción social para la construcción de su propio entendimiento.

Los modelos pedagógicos han evolucionado a lo largo del tiempo, reflejando cambios en la comprensión de cómo aprenden los estudiantes. El modelo socioconstructivista de Vygotsky ofrece una perspectiva valiosa que destaca la importancia de la interacción social y la Zona de Desarrollo Próximo en el proceso educativo. Integrar elementos del socioconstructivismo en la práctica docente puede potenciar el aprendizaje significativo y preparar a los estudiantes para enfrentar los desafíos de un mundo en constante cambio.

1.3.1. Socioconstructivismo

El constructivismo afirma que es imposible entender cómo aprende una persona, y viceversa, de forma aislada del desarrollo del proceso de aprendizaje; así, en las últimas décadas, el proceso de enseñanza y aprendizaje ha pasado a la evaluación integrada.

Para Vygotsky y la perspectiva socioconstructivista, el aprendizaje escolar es un fenómeno social, construido por cada estudiante durante la actividad que se desarrolla en colectividades de aprendices y, que está conectada con lo histórico y lo social. (Valencia, 2016).

Para Coll, et al., (2018), el aprendizaje en un entorno educativo es el proceso de creación y reconstrucción de significado, y la progresión gradual de sentido por parte del estudiantado, que involucra un contenido complejo que se formula, construye y organiza culturalmente.

De la misma manera, Valencia menciona que el concepto constructivista de la educación escolar como continuación del modelo de Vygotsky introduce el concepto de dar sentido, es decir, cuando los alumnos aprenden, no solo son capaces de comprender lo aprendido, sino que hacen de ese conocimiento su propia forma de ver la realidad. De esta manera, aprender no solo cambia la comprensión de las cosas, sino que también cambia el significado de las cosas para los estudiantes. Así, la asignación de significado al aprendizaje se facilita teniendo en cuenta la experiencia afectiva creada por la situación de aprendizaje. Mediante este proceso, podemos relacionar lo que hemos aprendido con los componentes motivacionales, afectivos y relacionales de la contribución del alumno a la conducta aprendida. (Valencia, 2016, p. 40).

1.4. Estrategias pedagógicas

Según la psicóloga Isabel Rovira (2018), afirma que el término estrategias didácticas se refiere a una serie de actividades que los docentes realizan de manera planificada para lograr objetivos de aprendizaje específicos, en concreto, es una estrategia instruccional significa que el docente desarrolla un procedimiento o sistema de enseñanza, cuyas características principales son que forma un plan organizado y formal y está orientado hacia el logro de metas específicas y previamente formuladas.

En el Quinto Congreso Internacional EDU-WORLD 2012, (Dinuta, 2013) de la Universidad de Pitesti, manifiesta que las estrategias didácticas deben identificar y describir dos componentes: la tarea de instrucción y la situación de instrucción, los cuales tienen como objetivo crear un entorno óptimo diseñado para que los estudiantes logren metas de rendimiento específicas. Así, en las estrategias instruccionales para la enseñanza y el aprendizaje de actividades prematemáticas, hemos mostrado la práctica (trabajo de campo) como método pedagógico que desarrolla destrezas, habilidades y automatismos con la actividad motriz y mental. (University of Pitesti, 2013).

Por consiguiente, para Rovira estas estrategias surgieron como respuesta a los métodos tradicionales de enseñanza. El motivo es que estos nuevos sistemas, además de superar las carencias de los procedimientos de enseñanza tradicionales, tienden a ser más estimulantes y motivadores para los alumnos. Mejorando así su concentración y ayudando a optimizar el rendimiento académico mediante metodologías innovadoras como el aprendizaje basado en problemas (ABP) por medio de trabajos de campo, gamificación y material concreto.

En consecuencia, es imperativo que la educación se ajuste para atender las demandas de los alumnos y fomente un proceso de aprendizaje efectivo. A continuación, se describirán las estrategias innovadoras asociadas a la teoría socioconstructivista de Vigotsky en el ámbito educativo. Estas estrategias pueden ser empleadas por los educadores en la enseñanza de las matemáticas, enfocándose de manera particular en la aplicación de la ley de Senos y Cosenos.

1.4.1. Aprendizaje Basado en Problemas

El aprendizaje basado en problemas es un método de enseñanza innovador que utiliza problemas complejos del mundo real como un medio para promover el aprendizaje de conceptos y principios por parte de los estudiantes en lugar de la presentación directa de hechos y conceptos.

Según la Universidad Internacional de la Rioja (UNIR, 2020), al usar el aprendizaje basado en problemas (ABP), fomenta el desarrollo del pensamiento crítico, la resolución de problemas, la empatía, el manejo emocional y las habilidades de comunicación. Es un sistema que es lo opuesto al enfoque tradicional: primero haga la pregunta, luego identifique los requisitos, encuentre la información que necesita y finalmente regrese a la pregunta. En él, el estudiante se convierte en protagonista del aprendizaje, mediante un procedimiento similar al del mundo profesional. Este compromiso individual se complementa con el trabajo en grupo para explorar y encontrar soluciones.

El principal agente involucrado es el docente, quien estimula la acción reflexiva en los estudiantes para que puedan identificar sus propias necesidades de aprendizaje. El rol del docente no es ser un experto en la situación o problema, pero su función principal es ayudar a pensar críticamente sobre los temas en discusión mientras es un catalizador para la exploración y el descubrimiento. (Dolors y Cónsul, 2016).

En una capacitación basada en un problema, un estudiante está diseñado para establecer su conocimiento basado en problemas y situaciones de la vida real, al igual que el mismo proceso de razonamiento que se utilizará profesionalmente

Finalmente, Dolors y Cónsul (2016), afirman que la mayor característica del aprendizaje basado en problemas (ABP) es el uso de problemas como punto de partida para la adquisición de conocimientos nuevos y la concepción del estudiante como protagonista de la gestión de su aprendizaje.

1.4.2. Trabajo campo

Fingermann, aclara que los trabajos de campo en la educación son actividades que implican que los estudiantes salgan del aula y se involucren en la exploración y recopilación de información en entornos reales. Estas actividades ofrecen una experiencia práctica y enriquecedora, y tienen como objetivo promover el aprendizaje activo, la aplicación de conceptos teóricos y el desarrollo de habilidades prácticas. (Fingermann, 2011).

Según Aranguren et., al. (2016), aluden que la educación no se limita a las aulas y los libros de texto, sino que hay muchas formas de enriquecer el proceso de aprendizaje, una de ellas es el trabajo de campo. Son actividades educativas que se realizan fuera de la escuela, donde los alumnos tienen la oportunidad de aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones reales.

Finalmente, esta práctica no solo fortalece la comprensión de los conceptos teóricos, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades prácticas, la observación directa y la interacción con el entorno. En conclusión, los trabajos de campo son una herramienta invaluable en la educación.

1.4.3. Gamificación

La gamificación es una estrategia pedagógica que utiliza elementos y mecanismos de juego para aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Contreras y Egía (2017) definen la gamificación como "el uso de elementos de diseño de juegos en un contexto ajeno al juego". Estos elementos pueden incluir recompensas, competencia, desafíos, niveles, narrativa y retroalimentación instantánea.

Para Holguín et., al. (2020), la gamificación incluye las habilidades para plantear y resolver problemas, incluida la conversión de situaciones del mundo real en esquemas

o modelos matemáticos, al igual que, utilizar estrategias apropiadas para resolver problemas y probar individualmente las soluciones resultantes. También se incluye la Aritmética mental, que implica realizar operaciones matemáticas sin el uso de otras herramientas como calculadora, lápiz y papel. Además, también se utilizan aplicaciones de gamificación para reforzar conceptos y hacer que los estudiantes recuerden aspectos clave como los principios matemáticos, en este caso, conceptos trigonométricos como la Ley de Senos y Ley de Cosenos. Finalmente, al usar la estrategia de gamificación, se fomenta el trabajo en equipo permitiendo que los estudiantes compartan ideas y desarrollen sus habilidades interpersonales.

1.5. Recursos

La educación ha experimentado una transformación significativa en las últimas décadas, marcada por la diversificación e integración de diversos recursos para mejorar el proceso de enseñanza, en tal sentido, García, et., al (2023), manifiesta que los recursos educativos abarcan una amplia gama de herramientas, materiales y tecnologías utilizadas para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos recursos pueden clasificarse en dos categorías principales: concretos y tecnológicos; la combinación de recursos tecnológicos y concretos ofrece un enfoque integral que aborda las diversas necesidades de los estudiantes y promueve la excelencia académica, ya que, desempeña un papel crucial en la creación de entornos educativos efectivos y enriquecedores.

1.5.1. Recursos concretos

Los recursos concretos son fundamentales en el entorno educativo. Materiales didácticos al igual que guías didácticas son ejemplos de recursos tangibles que complementan la enseñanza. Según Gardner (2019), "los recursos concretos son cruciales para proporcionar experiencias táctiles y sensoriales que fortalecen la comprensión conceptual".

Estos recursos, a menudo utilizados en disciplinas como Ciencias y Matemáticas, específicamente en la Trigonometría, permiten a los estudiantes experimentar directamente conceptos abstractos, consolidando el aprendizaje de manera más socioconstructivista, significativamente. Además, promueven la participación activa, la resolución de problemas ABP, el pensamiento crítico al ser utilizados en trabajos de campo y gamificación, además de que incentiva al trabajo en grupo. (Arroyo, et. al, 2022).

- **Material didáctico**

El término material didáctico se define como un conjunto de medios y recursos que se recopilan con el propósito de enseñar, es decir, son recursos que utilizan los docentes para llevar a cabo el proceso de aprendizaje. Por ello, son habituales en el ámbito educativo porque facilitan la adquisición de conceptos, habilidades, actitudes y destrezas. (Váldez, 2022).

El material didáctico se adapta a ciertas cualidades como las características de los estudiantes, las condiciones del espacio educativo (económico, social, histórico, cultural, etc.), la infraestructura y la tecnología proporcionada, son algunos factores que el docente enfrenta y se debe adaptar a ello para elaborar el material didáctico con el cual se va a trabajar en el aula, ya sea en problemas como ejercicios dentro de la planificación curricular con el fin de proporcionar el proceso de aprendizaje para los estudiantes.

La implementación de material didáctico para resolver problemas, trae beneficios como volver a la clase más atractiva, relajada y simple, facilitando así el aprendizaje de los estudiantes y volviendo al mismo, más alegre y empático con la temática. Otro beneficio es que promueve el pensamiento crítico e inductivo, ayudando a los estudiantes a obtener habilidades y destrezas para analizar, sintetizar y aplicar sus conocimientos en clase, al igual que su razonamiento lógico y pensamiento creativo. (Nutesa, 2022).

El material didáctico puede ser no solo físico, sino también virtuales, ya que su orientación principal es promover la estimulación, el interés y la asignación de recursos de los estudiantes. (Váldez, 2022).

- **Guía didáctica**

Pino y Urías (2020), definen a las guías didácticas como un recurso didáctico que integra en sí mismo otros recursos y componentes del proceso enseñanza-aprendizaje como los objetivos, los contenidos, estrategias, metodologías, los recursos de apoyo a las estrategias, las formas de organizar el proceso y las estrategias de evaluación, las cuales se adaptan a través de la planificación del docente y las necesidades de los estudiantes. su estructura varía según factores como el nivel de los estudiantes y la preparación del docente. Pueden aplicarse a diferentes modalidades de aprendizaje y ofrecen reflexión sobre aspectos teóricos y prácticos relacionados con la enseñanza.

Del mismo modo, la Dirección General Académica de la Universidad Autónoma Chapingo (2019), expresa que, una guía didáctica es un recurso, ya sea digital o impreso, que desempeña un papel crucial en el proceso de enseñanza. Está diseñada de manera planificada y organizada para proporcionar información técnica a los estudiantes, promoviendo la educación como un proceso activo. Se basa en la didáctica como una ciencia que busca impulsar el desarrollo cognitivo y los estilos de aprendizaje desde su núcleo. Este recurso es esencial, ya que mejora el trabajo del profesor en la creación y orientación de las actividades educativas fundamentales.

Para Medina (2020), una guía didáctica bien elaborada es un elemento motivador crucial para despertar el interés del estudiante en la materia, proporcionando orientación y facilitando el aprendizaje, la comprensión y la aplicación de los conocimientos, además de integrar los diversos recursos disponibles para el estudiante en su proceso de aprendizaje. De igual manera, manifiesta que todo docente debe ser competente para diseñar, elaborar, actualizar una guía didáctica, de estudio o docente, porque es un material altamente recomendable y en muchos casos de obligado uso.

Del mismo modo, Medina enumeran las funciones más importantes de las guías didácticas:

- 1. Función de orientación:** Ofrece al estudiante una Base Orientadora de la Acción (BOA), para realizar las actividades planificadas en la guía, trae como resultado el aprendizaje de conocimientos con alto nivel de generalización, pues implica asimilar contenidos concretos sobre la base de orientaciones y esquemas generales.
- 2. Especificación de las tareas:** Delimita actividades a realizar, y se especifica en los problemas a resolver. Estos se concretan en las tareas docentes orientadas para realizar el trabajo independiente.
- 3. Función de autoayuda o autoevaluación:** Al permitir al estudiante una estrategia de monitoreo o retroalimentación para que evalúe su progreso.
- 4. Función motivadora:** Despierta el interés por el tema o asignatura para mantener la atención durante el proceso de estudio.
- 5. Función facilitadora:** Propone metas claras que orientan el estudio de los alumnos. Sugiere técnicas de estudio que faciliten el cumplimiento de los objetivos, tales como, leer, subrayar, elaborar esquemas, desarrollar ejercicios

entre otros. Orienta distintas actividades y ejercicios, en correspondencia con los distintos estilos de aprendizaje. Aclara dudas que pudieran dificultar el aprendizaje.

6. Función de orientación y diálogo: Fomenta la capacidad de organización y estudio sistemático, promueve el trabajo en equipo, anima a comunicarse con el profesor tutor y ofrece sugerencias para el aprendizaje independiente.

7. Función evaluadora: Retroalimenta al estudiante, a fin de provocar una reflexión sobre su propio aprendizaje.

Finalmente, sintetizando a los diferentes autores, las guías didácticas o de estudio son de gran importancia en la planificación y ejecución de las actividades tanto para el profesor como para el estudiante en el ámbito de la enseñanza y más allá de ella. Esto es especialmente relevante en lo que respecta a la utilización de las tareas que se encuentran en estas guías como una metodología de trabajo para los estudiantes.

1.5.2. Recursos tecnológicos

La inclusión de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como principales plataformas de gestión y tratamiento de datos ha transformado los modelos tradicionales de enseñanza dando pautas a un aprendizaje socioconstructivista y significativo (Mallqui y Santillana, 2022). En este contexto, Solano (2022), evidencia que las prácticas educativas alineadas a las TIC, cuando son integradas adecuadamente, potencializan el proceso de enseñanza aprendizaje. Además, Parra (2023), establece que las TIC incrementan la significancia y concepción educativa rompiendo las barreras del tradicionalismo formativo.

- **Recurso visual**

Los recursos visuales se han convertido en una herramienta fundamental en el ámbito educativo. Su utilización no solo facilita la comprensión de conceptos complejos, sino que también promueve un aprendizaje más interactivo y significativo. En tal sentido, Casas y Parejo, (2024), consideran que los recursos visuales son herramientas didácticas que emplean elementos visuales para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje. Entre estos recursos se incluyen imágenes, gráficos, diagramas, videos, presentaciones multimedia, infografías, simulaciones interactivas, entre otros. Cada tipo de recurso tiene características específicas que lo han adecuado para diferentes objetivos pedagógicos:

1. **Imágenes y fotografías:** Utilizadas para ilustrar conceptos, proporcionar ejemplos visuales y contextualizar información abstracta.
2. **Gráficos y diagramas:** Herramientas esenciales para representar datos, relaciones y procesos de manera clara y comprensible.
3. **Videos educativos:** Facilitan la explicación de temas complejos, proporcionando ejemplos dinámicos y contextos reales.
4. **Presentaciones multimedia:** Combinan texto, imágenes, gráficos y videos para crear una experiencia de aprendizaje interactiva y multifacética.
5. **Infografías:** Resumen información extensa en un formato visualmente atractivo y fácil de entender.
6. **Simulaciones interactivas:** Permiten a los estudiantes experimentar con conceptos y procesos en un entorno controlado y seguro.

De la misma manera, Robayo, et al., (2024), consideran que los recursos visuales presentan una herramienta poderosa en la educación moderna, su capacidad para mejorar la comprensión, aumentar la retención y motivar a los estudiantes los convierte en un componente esencial de la enseñanza efectiva, ya que se adapta a las necesidades y contextos educativos específicos de los estudiantes para maximizar su eficacia.

A continuación, Robayo, et al., enumeran las ventajas que tiene la aplicación de los recursos visuales en el aula de clase:

1. **Mejora de la comprensión:** Los recursos visuales ayudan a simplificar conceptos complejos, haciendo que sean más accesibles para los estudiantes.
2. **Aumento de la retención:** Las imágenes y videos facilitan la memorización de la información al ser más fáciles de recordar que los textos escritos.
3. **Motivación y engagement:** Los recursos visuales hacen que las clases sean más dinámicas e interesantes, lo que incrementa la motivación de los estudiantes.
4. **Desarrollo de habilidades cognitivas:** La interpretación de gráficos y diagramas fomenta habilidades como el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

- **Recurso audiovisual**

Los recursos audiovisuales han transformado el panorama educativo, ofreciendo nuevas formas de enseñar y aprender. En tal sentido, Ávila (2024), manifiesta que estos recursos combinan elementos visuales y auditivos para crear experiencias de aprendizaje más completas e interactivas, son herramientas educativas que emplean tanto componentes visuales como auditivos para transmitir información. Entre estos recursos se incluyen videos educativos, documentales, animaciones, podcasts, presentaciones interactivas y otros medios que integran imágenes y sonido. Cada tipo de recurso tiene características específicas que lo hacen adecuado para diferentes objetivos pedagógicos:

1. **Videos educativos:** Herramientas que combinan imágenes en movimiento y audio para explicar conceptos complejos, proporcionar ejemplos visuales y contextualizar la información.
2. **Documentales:** Materiales audiovisuales que exploran temas en profundidad, ofreciendo perspectivas detalladas y contextos históricos o científicos.
3. **Animaciones:** Utilizadas para ilustrar procesos dinámicos y conceptos abstractos de manera clara y visualmente atractiva.
4. **Podcasts y audios educativos:** Recursos auditivos que pueden acompañar o complementar materiales visuales, facilitando el aprendizaje en movimiento.
5. **Presentaciones Multimedia Interactivas:** Combinan texto, imágenes, gráficos, audio y video para crear experiencias de aprendizaje multifacéticas e interactivas.

Del mismo modo, López, et al., (2024), señalan que los recursos audiovisuales son herramientas poderosas en el ámbito educativo, capaces de mejorar la comprensión, aumentar la retención de la información y motivar a los estudiantes. La implementación de estos recursos debe basarse en teorías del aprendizaje sólidas y adaptarse a las necesidades y contextos específicos de los estudiantes para maximizar su eficacia. Al integrar elementos visuales y auditivos de manera efectiva, los educadores pueden crear experiencias de aprendizaje más enriquecedoras y dinámicas, promoviendo así un aprendizaje más profundo y significativo.

A continuación, López, et al., enumeran las ventajas que tiene la aplicación de los recursos visuales en el aula de clase:

1. **Mejora de la comprensión:** Los recursos audiovisuales ayudan a simplificar y explicar conceptos complejos de manera más accesible.
2. **Aumento de la retención:** La combinación de estímulos visuales y auditivos facilita la memorización de la información.
3. **Motivación y retroalimentación:** Hacen que las clases sean más dinámicas y atractivas, incrementando la motivación y el interés de los estudiantes.
4. **Desarrollo de habilidades multisensoriales:** Fomentan el uso de múltiples sentidos, lo que puede mejorar habilidades cognitivas como la resolución de problemas y el pensamiento crítico.

- **Simulador**

Logroño y Montoya (2024), considera que los simuladores educativos son herramientas tecnológicas que replican entornos, fenómenos o procesos del mundo real para propósitos de enseñanza y aprendizaje. Existen diferentes tipos de simuladores, cada uno adecuado para distintos objetivos pedagógicos:

1. **Simuladores de realidad virtual (VR):** Proporcionan experiencias inmersivas mediante la creación de entornos virtuales tridimensionales.
2. **Simuladores de realidad aumentada (AR):** Superponen información digital sobre el mundo real, mejorando la interacción con el entorno físico.
3. **Simuladores de software:** Programas que replican procesos y sistemas, como laboratorios virtuales o simuladores de vuelo.
4. **Simuladores de juegos:** Juegos diseñados con fines educativos, que combinan la simulación con elementos de gamificación.

Del mismo modo, Vega (2024). Menciona que La implementación de simuladores en la educación ha emergido como una innovación significativa, ofreciendo a los estudiantes experiencias de aprendizaje interactivas y prácticas, permitiendo replicar entornos y situaciones reales, facilitando la comprensión de conceptos complejos y el desarrollo de habilidades prácticas.

A continuación, Vega enumera las ventajas de utilizar los simuladores en el ámbito educativo:

1. **Aprendizaje activo:** Los simuladores permiten a los estudiantes aprender haciendo, lo que facilita una comprensión más profunda de los conceptos.
2. **Entornos seguros:** Ofrecen un entorno seguro para experimentar y cometer errores sin consecuencias reales, lo que es crucial para el aprendizaje de habilidades críticas.
3. **Motivación y compromiso:** La interactividad y el realismo de los simuladores aumentan la motivación y el compromiso de los estudiantes.
4. **Desarrollo de habilidades prácticas:** Permiten el desarrollo y la práctica de habilidades prácticas en un entorno controlado y replicable.
5. **Retroalimentación inmediata:** Proporcionan retroalimentación instantánea, ayudando a los estudiantes a ajustar sus enfoques y mejorar su comprensión en tiempo real.

Por último, la implementación de simuladores en la educación ofrece numerosas ventajas, incluyendo un aprendizaje más activo, seguro y motivador, además del desarrollo de habilidades prácticas y la posibilidad de proporcionar retroalimentación inmediata. Al basarse en teorías del aprendizaje bien fundamentadas como el aprendizaje socioconstructivista y el aprendizaje significativo, los simuladores pueden transformar la experiencia educativa y mejorar significativamente los resultados del aprendizaje. La integración efectiva de simuladores en el aula debe adaptarse a los contextos y necesidades específicas de los estudiantes para maximizar su impacto positivo.

1.6. Ley de Senos

En Trigonometría, se dice que la Ley de Senos es la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo oblicuo, es decir, que no se usa para triángulos rectángulos.

Simplemente establece que la proporcionalidad de relación entre la longitud de un lado de un triángulo y el seno del ángulo opuesto a ese lado es la misma para todos los lados y ángulos de un triángulo dado. (Granville, 1969).

Según Jefferson Huera, Administrador y autor principal de Neurochispas, (Huera, 2019), afirma que la ley de los Senos puede ser usada para calcular el otro lado de un triángulo cuando conocemos la medida de dos ángulos y la longitud de un lado. Puede ser usada para calcular un ángulo cuando conocemos la medida de dos lados y un ángulo. Con eso, se podría dar utilidad a aplicaciones en contextos reales mediante aprendizajes basados en problemas (ABP).

1.7. Ley de Cosenos

Según Granville (1969), establece que la Ley de los Cosenos se usa para resolver triángulos oblicuos. El teorema establece que el cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo oblicuo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados menos el doble producto de la longitud del mismo lado y el coseno del ángulo de conexión.

Asimismo, Soto (2021), afirma que, para probar su igualdad, se puede introducir convenientemente el concepto de altura, y se puede transformar el triángulo oblicuo en dos triángulos rectángulos de modo que se puedan incorporar simultáneamente el teorema de Pitágoras y la razón trigonométrica.

Capítulo II: Metodología y resultados

2.1. Metodología

Para desarrollar este trabajo de integración curricular se empleó un enfoque mixto bajo las técnicas de investigación: revisión sistemática y encuesta. Se busca comprender en profundidad el fenómeno educativo y, al mismo tiempo, obtener datos que permitan desarrollar estrategias innovadoras, combinando elementos cualitativos y cuantitativos con la finalidad de proporcionar la información pertinente al enfoque de estudio para abordar de manera integral la propuesta para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en Bachillerato.

Con respecto a las técnicas de investigación utilizadas para la recolección de datos para este trabajo, se puede definir a la revisión sistemática como una herramienta de índole cualitativa que se usa para la obtención específica de información en investigaciones con el propósito de evaluar críticamente, extraer y proporcionar una síntesis que responde a la pregunta central de investigación (Forero y Negre, 2024); por otro lado, la encuesta es una técnica de naturaleza cuantitativa que se lleva a la práctica por medio de la aplicación de un cuestionario que suministra información sobre actitudes, comportamientos y opiniones de una muestra de individuos (Blanco y Ferrás, 2024).

2.1.1. Revisión sistemática

El objetivo de la revisión sistemática fue recopilar información a través de una búsqueda bibliográfica para identificar el uso de diferentes estrategias de enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en educación Media y Superior, esto permitió recopilar la base teórica necesaria para sustentar la selección de estrategias a utilizar en el proceso educativo; seguido a ello, se aplicó los criterios de inclusión y exclusión para seleccionar las investigaciones que cumplen con los requisitos establecidos. Después, mediante categorías, se evaluó la pertinencia de manera crítica, determinando la calidad de las estrategias metodológicas empleadas para la enseñanza del tema. Finalmente, se extrajo los datos para desarrollar la interpretación de los mismos.

2.1.2. Encuesta

El objetivo de la encuesta fue recopilar las estrategias más efectivas e innovadoras empleadas por los docentes de Educación Media y Superior en la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos, esto permitió identificar las prácticas exitosas que han dado resultados positivos y que podrían ser aplicadas en otros contextos educativos. Para

ello, se aplicó encuestas físicas y virtuales que constan de doce preguntas, entre las cuales se pueden encontrar preguntas de opción múltiple y de criterio personal. (Anexo 2).

Se aplicó la encuesta a treinta y tres docentes que impartían la asignatura de Matemáticas, tanto en Básica Superior como Bachillerato de diferentes instituciones educativas, tanto de colegios particulares como fiscales, mismas que fueron escogidas por afinidad y por contacto con los docentes por las prácticas preprofesionales, de estas se encuentran diecinueve docentes de instituciones fiscales, entre ellas, la Unidad Educativa del Milenio Manuela Garaicoa de Calderón, el Colegio Técnico Daniel Córdova Toral y la Unidad Educativa San Joaquín; seis docentes de instituciones particulares, entre ellas, la Unidad Educativa Juan Pablo II; y, ocho docentes de instituciones fiscomisionales, entre ellas, el Colegio Madre Enriqueta Aymer.

Para el análisis de las preguntas se elaboró una base de datos y gráficos estadísticos con la información obtenida que fueron considerados para llevar a cabo la interpretación de los mismos.

2.2. Resultados

En este apartado se analizaron los resultados obtenidos en base a las técnicas de investigación utilizadas en la metodología, para ello se utilizaron tablas, gráficas y datos.

2.2.1. Revisión sistemática

Tras una revisión bibliográfica exhaustiva en investigaciones recientes, incluyendo intervenciones y propuestas didácticas enfocadas en la enseñanza de la Trigonometría, en particular, las Leyes de Senos y Cosenos, se establecieron criterios de inclusión y exclusión para seleccionar las propuestas más vanguardistas, exigiendo que los estudios fueran publicados desde el año 2018 en adelante y directamente relacionados con la enseñanza de estas leyes trigonométricas. Por otro lado, los estudios excluidos fueron aquellos publicados antes de año 2018 y aquellos centrados únicamente en Matemáticas o en una visión básica - general de la Trigonometría. Los resultados mostraron que, la implementación de prácticas educativas innovadoras como el uso de tareas, evaluaciones formativas, proyectos extracurriculares (trabajos grupales y trabajos de campo), aprendizaje basado en juegos, gamificación y la conexión de problemas matemáticos con situaciones de la vida real, fomentan un desarrollo de competencias matemáticas desde una perspectiva socioconstructivista y más significativa, tal como se evidencia en la Tabla 1:

Tabla 1. Revisión sistemática

Autor	Investigación	Hallazgos (resultados, estrategias, recursos, entre otros)
Torres (2018)	Intervención	Se enfocó en el empleo de funciones trigonométricas para la resolución de problemas cotidianos, observándose un desarrollo significativo en el razonamiento matemático de los estudiantes a través de juegos educativos, quienes demostraron habilidades para formular conjeturas, establecer procedimientos en resolución de problemas.
Cruz y Montiel (2022)	Propuesta didáctica	Involucra experiencias pedagógicas en relación a trabajos grupales fuera del aula, es decir, trabajos de campo relacionadas con la enseñanza de la Trigonometría, particularmente centrada en la Ley de Senos y Cosenos, pues los resultados de este estudio son altamente significativos y la capacidad de enfrentar diversas situaciones de la vida cotidiana con solidez y confianza.
Guerra (2022)	Revisión teórica	La investigación se basó en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) a través de la evaluación formativa con un enfoque cualitativo. Los resultados obtenidos mostraron que este enfoque de enseñanza-aprendizaje logró generar un proceso efectivo en la comprensión de la Trigonometría, especialmente entre aquellos estudiantes que presentan dificultades o carencias en algunos conceptos matemáticos.
Mejía (2023)	Propuesta didáctica	El trabajo de investigación, propone el uso de manipulaciones físicas al igual que herramientas digitales para la enseñanza, la absorción de contextos y demandas cognitivas, como distintos software para la resolución de ejercicios que involucren la utilización de la Ley de Senos y Cosenos, esto mejora la disposición e interés de los estudiantes, así como su comprensión de los conceptos, desarrollando parcialmente algunos niveles de demanda cognitiva.

Atencia,
et., al.
(2022),

Intervención

El trabajo de investigación se desarrolló mediante la implementación de una unidad didáctica con archivos multimedia digitales que ayuden al desarrollo cognitivo y neurológico para la precepción de ejercicios prácticos de resolución cotidiana mediante la utilización de la Ley de senos y Cosenos.

Fuente. Autoría propia.

Como resultado de la revisión sistemática se identifica que, la implementación de diversas estrategias pedagógicas tales como la aplicación de tareas y evaluaciones formativas, la asignación de trabajos fuera del aula como los trabajos de campo, el uso del aprendizaje a través de juegos al igual que la gamificación y la vinculación de problemas matemáticos con situaciones de la vida cotidiana, contribuyó significativamente al desarrollo de competencias matemáticas en relación con el tema estudiado. Al involucrar a los estudiantes de manera activa y práctica, se fomentó un aprendizaje profundo y contextualizado, que permitió a los alumnos relacionar los conceptos matemáticos con sus propias experiencias y entorno, mejorando así su motivación y su capacidad para aplicar el conocimiento adquirido en diferentes contextos. Estas metodologías no solo facilitaron la comprensión teórica, sino que también promovieron un enfoque de enseñanza más socioconstructivista y significativo.

2.2.2. Encuesta

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de los datos estadísticos proporcionados de la encuesta aplicada a los docentes de las diferentes instituciones educativas, tanto particulares como fiscales; mismos que se representan por medios de gráficas, tablas y el respectivo análisis.

Pregunta 1: Escoja el género con el que se identifica.

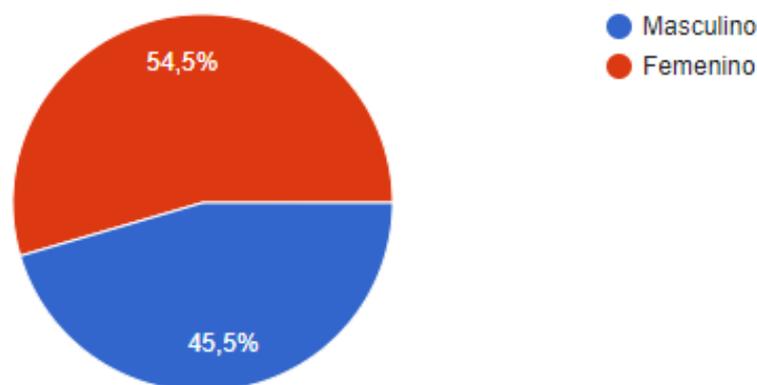


Figura 2. Porcentaje de respuestas de la pregunta 1 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

En esta pregunta se describe el género con el que se identifican de los encuestados, en el cual se visualiza que el 45,5% son de género masculino y el 54,5% son de género femenino.

Pregunta 2: ¿Qué título de tercer nivel posee?

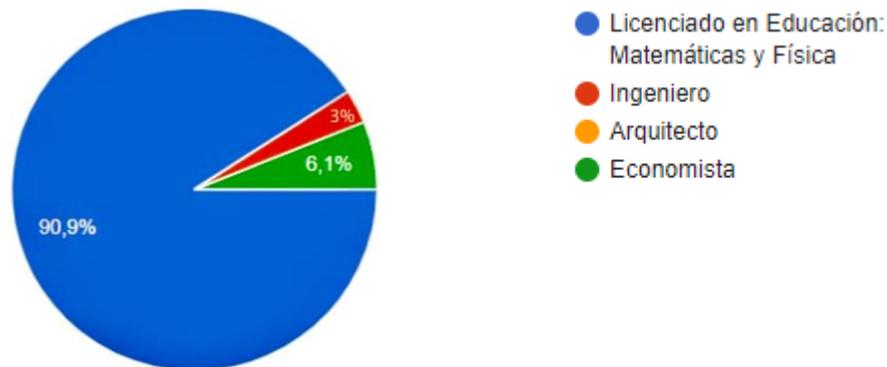


Figura 3. Porcentaje de respuestas de la pregunta 2 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que el 90,9% de la muestra de docentes poseen una licenciatura en Educación en Matemáticas y Física, sin embargo, el 6,1% de encuestados poseen un título de tercer nivel en Economía y el 3% un título de tercer nivel en Ingeniería, lo cual, al ser graduados de un área diferente a la educativa, necesitan más cursos relacionados a la didáctica, a la pedagogía entre otros; acreditando que, no se tiene en consideración ni conocimiento en estrategias pertinentes para la enseñanza de la Ley del Seno y Coseno.

Pregunta 3: ¿Cuántos años imparte la asignatura de Matemáticas?

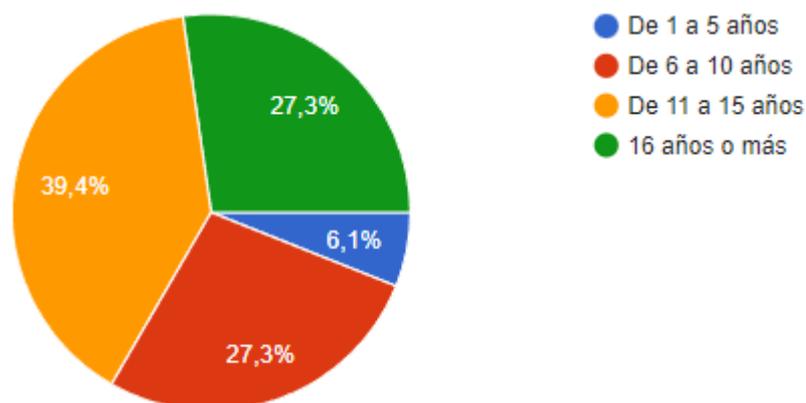


Figura 4. Porcentaje de respuestas de la pregunta 3 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, de seis a diez años, al igual que, de dieciséis años en adelante, tienen un porcentaje del 27,3%. También, se tiene un porcentaje del 39,4% de docentes que se encuentran impartiendo la asignatura de Matemáticas en un intervalo de once a quince años, el cual, genera una preocupación en el sistema de estrategias que manejen los docentes, ya que, son ellos quienes generan problemas de aprendizaje en los alumnos al momento de impartir la Ley del Seno y Coseno de manera tradicional, con pocos recursos y limitación de estrategias didácticas favorables. Por otra parte, se observa que, apenas el 6,1% de la muestra de docentes se encuentra impartiendo la asignatura de Matemáticas de uno a cinco años, sin embargo, se puede considerar que es este minúsculo porcentaje quienes sí trabajan con estrategias innovadoras para impartir clases de Matemáticas.

Pregunta 4: ¿Qué sostenimiento tiene la institución en donde labora?

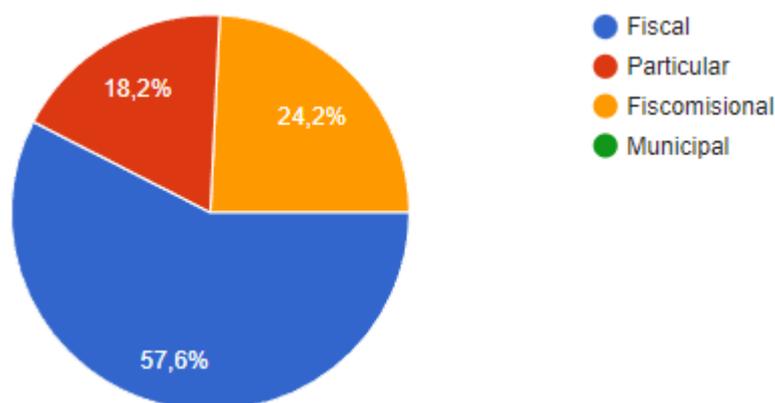


Figura 5. Porcentaje de respuestas de la pregunta 4 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Para esta pregunta, se ha considerado el sostenimiento financiero de la institución educativa donde laboran los docentes encuestados. Se observa que el 18,2% de la muestra corresponde a instituciones privadas y, el 24,2% son de instituciones fiscomisionales. Mientras que, el porcentaje más alto corresponde a las instituciones fiscales con un 57,6%, es decir, son más los docentes que carecen de recursos y materiales para crear o diseñar estrategias de enseñanza, lo cual, se puede deducir que el proceso de aprendizaje no recae a estrategias didácticas necesarias para solventar los problemas que se tenga en la Matemática, especialmente en la Ley de Senos y Cosenos.

Pregunta 5: Seleccione el nivel educativo en el que labora.

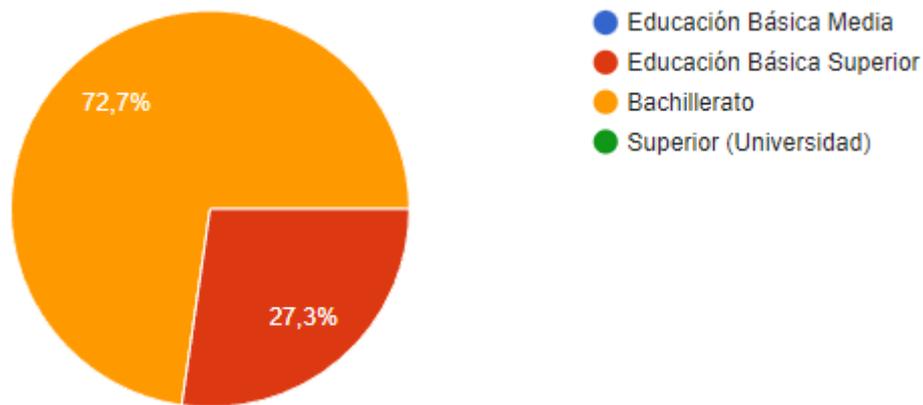


Figura 6. Porcentaje de respuestas de la pregunta 5 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, el 72,7% de la muestra de docentes, labora en el Bachillerato, ya que la Ley de Senos y Cosenos es un tema de Matemáticas que se aborda en el Segundo de Bachillerato, según el índice establecido por el Ministerio de Educación del Ecuador (2016) y su Currículo respectivo con la destreza número M.5.1.72. Sin embargo, el 27,3% de docentes encuestados laboran en la Educación General Básica Superior, se recalca que, la Trigonometría se empieza a abordar desde el Décimo de Educación General Básica también, estableciendo así las bases de estudio para grados posteriores, con la destreza número M.4.2.16.

Pregunta 6: ¿Cómo es el rendimiento académico (calificaciones) de sus estudiantes en el tema de la Ley de Senos y Cosenos? (Sin refuerzo académico).

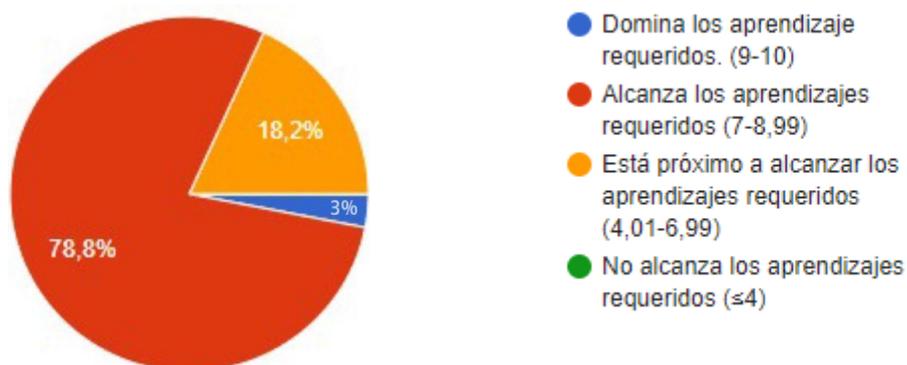


Figura 7. Porcentaje de respuestas de la pregunta 6 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, el porcentaje que representa el dominio de los aprendizajes requeridos por los estudiantes (9-10 puntos en el tema de la Ley de Senos y Cosenos) es apenas el 3%, mientras que el porcentaje para alcanzar los aprendizajes requeridos (7-8,99 puntos en el tema de la Ley de Senos y Cosenos), sin refuerzo académico es del 78,8%

que es parcialmente bueno. Sin embargo, el 18,2% está próximo en alcanzar los aprendizajes requeridos (4,01-6,99 puntos en el tema de la Ley de Senos y Cosenos), lo cual, se llega a interpretar que la ausencia de estrategias didácticas ocasiona el bajo rendimiento académico de los estudiantes, tal como lo abordará en la pregunta 11. Es por ello que, este trabajo de titulación diseñará estrategias didácticas adecuadas para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos.

Pregunta 7: ¿Qué estrategias didácticas ha utilizado para enseñar la Ley de Senos y Cosenos?

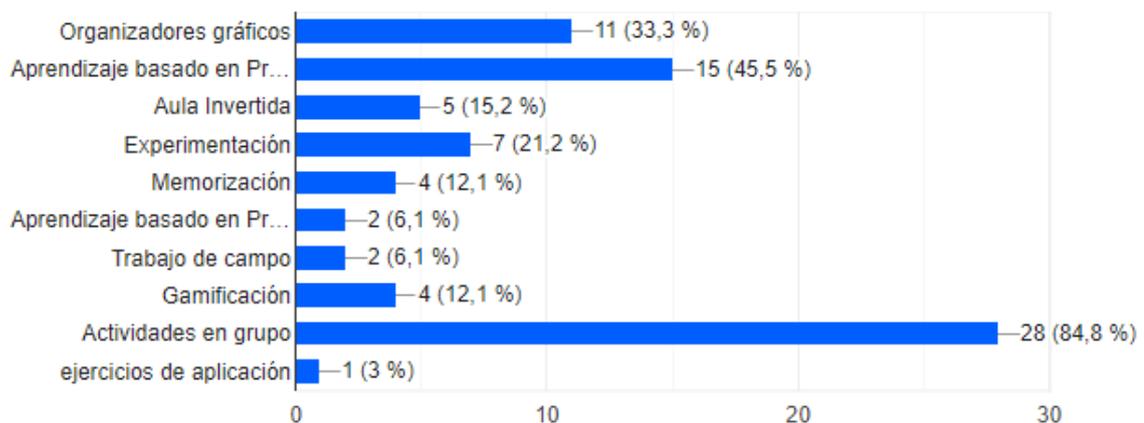


Figura 8. Porcentaje de respuestas de la pregunta 7 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

En relación a esta pregunta, se observa que el 84,8% de la muestra trabaja en “*actividades grupales*”, especificando en la opción de “*otros*” a los “*ejercicios de aplicación*” con el 3%, como estrategias didácticas para enseñar la Ley de Senos y Cosenos. Como segunda opción de mayor frecuencia está el “*aprendizaje basado en problemas ABPr*” con un 45,5%. En consecuencia, se trabaja con “*organizadores gráficos*” con el 33,3%; lo cual, se presta para la “*memorización*” con un 12,1%, el cual se puede interpretar que se utiliza para las exposiciones de “*aula invertida*” que refleja un 15,2%. Todo ello no es de sorprenderse, pues son estrategias didácticas muy comunes que se pueden integrar en un aula de trabajo, es por eso que, se ha colocado con intención las opciones “*experimentación*” y el “*aprendizaje basado en proyectos ABPr*” con 21,2% y el 6,1%, respectivamente; al igual que, el “*trabajo de campo*” y “*gamificación*”, las dos opciones son las que menor porcentaje tienen, con un 6,1% y 12,1%, respectivamente, no es de extrañarse, ya que son estrategias innovadoras que algunos docentes no las conocen, sin embargo, son de suma importancia, ya que son los medios de comunicación para desarrollar este trabajo de titulación enfocado a las estrategias didácticas innovadoras para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos. A manera de observación, al ser una pregunta con respuestas de más de una opción

múltiple, la sumatoria de ellas no es el 100%, sino que, el porcentaje equivale a la frecuencia de cada opción.

Pregunta 8: ¿Qué tipo de actividades, materiales o recursos utiliza para enseñar la Ley de Senos y Cosenos?

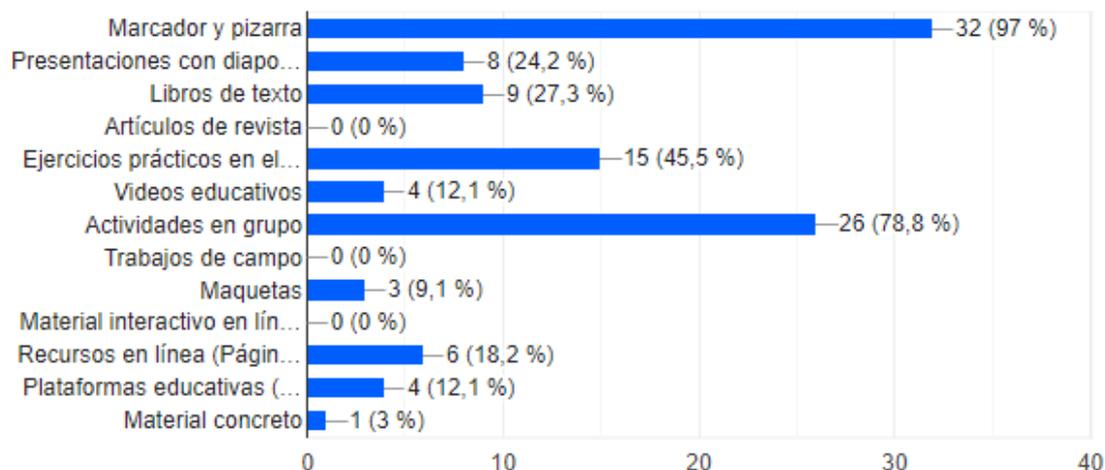


Figura 9. Porcentaje de respuestas de la pregunta 8 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, el 97% de la población marca la opción “*marcador y pizarra*” con treinta y dos respuestas de treinta y tres, como el mayor recurso didáctico utilizado por los docentes de Educación Media y Superior para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos, esto no es de extrañarse, ya que es un elemento tradicional y necesario para la explicación de contenidos matemáticos. Sin embargo, conforme ha pasado el tiempo, los métodos, estrategias y actividades de enseñanza han modernizado la educación, es por ello que, hay opciones que le siguen al porcentaje anterior, entre ellas están las “*actividades en grupo*” con veinte y seis respuestas, lo que generan un 78,8%, de la misma manera están los “*ejercicios prácticos en el cuaderno de trabajo*” con quince respuestas, lo que generan el 45,5%, seguido de los “*libros de texto*” y las “*presentaciones con diapositivas*” con ocho y nueve respuestas, lo cual, generan el 27,3% y 24,2%, respectivamente. Por otro lado, las opciones menos frecuentadas están los “*recursos en línea*”, al igual que las “*plataformas educativas*” y “*videos educativos*”, con seis, cuatro y cuatro respuestas, lo cual, generan el 18,2% y 12,2%, respectivamente, esto se debe a que el porcentaje de mayor incidencia en la pregunta 4, fue el sostenimiento financiero fiscal, dichas instituciones educativas no suelen trabajar con las mencionadas opciones de recursos. Finalmente, las “*maquetas*” y el “*material concreto*” no son muy utilizadas por los docentes encuestados, con tres y una respuesta, dan un porcentaje de 9,1% y 3%, respectivamente. Al igual que, el “*trabajo*

de campo”, “*artículos*” y “*material interactivo en línea*”, son estrategias y actividades innovadoras que los docentes podrían utilizar para la enseñanza de sus clases, sabiendo que la Matemática es una asignatura abstracta, sin embargo, como porcentaje se tiene el 0%. Es por ello que, se ha considerado al trabajo de campo como una de las estrategias innovadoras a utilizar en este trabajo de titulación. A manera de observación, al ser una pregunta con respuestas de más de una opción múltiple, la sumatoria de ellas no es el 100%, sino que, el porcentaje equivale a la frecuencia de cada opción.

Pregunta 9: ¿Cómo fomenta la resolución de problemas relacionados con la Ley de Senos y Cosenos?

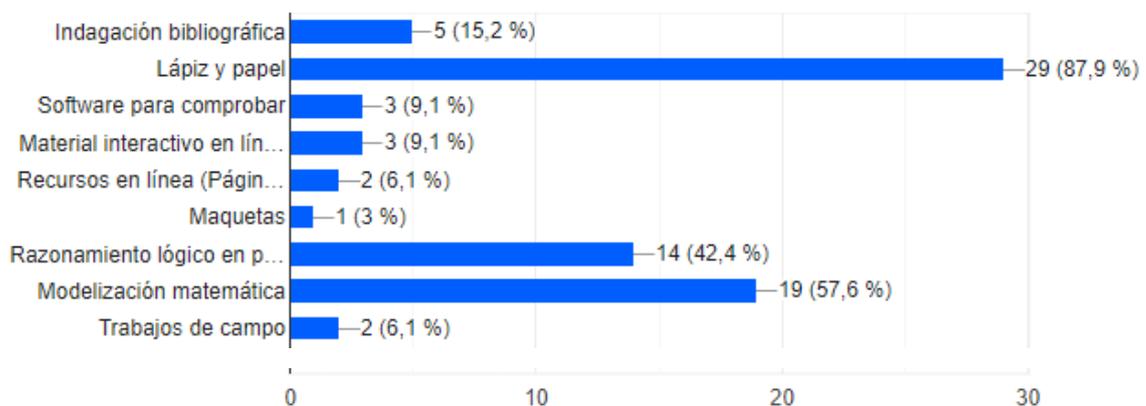


Figura 10. Porcentaje de respuestas de la pregunta 9 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Mediante la gráfica, se observa que la opción “*lápiz y papel*”, es la opción con mayor frecuencia que los docentes encuestados utilizan para la fomentación de la resolución de problemas y ejercicios relacionados a la Ley de Senos y Cosenos, con un 87,9% esto no es de extrañarse ya que es un recurso tradicional necesario dentro de las aulas de trabajo en las instituciones educativas. Por otro lado, la “*modelización matemática*” es otra opción con mayor frecuencia, con un 57,6%, ya que es un medio necesario para el desarrollo cognitivo y espacial de los alumnos; de la misma manera, el “*razonamiento lógico en problemas matemáticos*” también ayuda al mismo desarrollo del aprendizaje del estudiante, es por ello que se tiene un porcentaje de 42,2% aceptada por los docentes para la resolución del tema. Por otro lado, la “*indagación bibliográfica*” es considerada apenas por el 15,2% de encuestados. Mientras que, el 9,1% de encuestados fomentan la resolución por medio de “*software para comprobar*” y “*material interactivo en línea*”. También, la fomentación del mismo con un porcentaje decreciente del 6,1% se considera a los “*recursos en línea*” y al “*trabajo de campo*”. Finalmente, las

“maquetas” únicamente ocupan el 3% de consideración para la resolución de ejercicios prácticos en la temática. A manera de observación, al ser una pregunta con respuestas de más de una opción múltiple, la sumatoria de ellas no es el 100%, sino que, el porcentaje equivale a la frecuencia de cada opción.

Pregunta 10: ¿Qué tipo de actividades, materiales o recursos considera innovadores para enseñar la Ley de Senos y Cosenos?

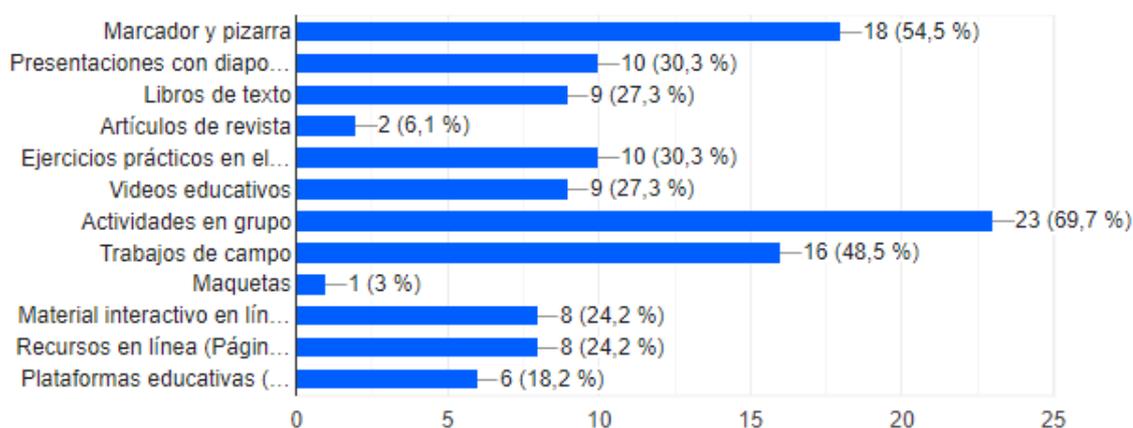


Figura 11. Porcentaje de respuestas de la pregunta 10 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, las “*actividades en grupo*” es la actividad considerada innovadora con mayor frecuencia, con un total de 23 respuestas, lo que significa que el 69,7% de encuestados lo tienen presente. Por otro lado, a pesar de que la opción “*marcador y pizarra*” sean considerados recursos pedagógicos tradicionales, se tiene una aceptación del 54,5% con un total de 18 respuestas de 33, como un recurso innovador. Sin embargo, en tercer puesto se encuentra liderando la opción “*trabajo de campo*”, al estar en cierto puesto, significa que es una estrategia muy innovadora, la cual dará paso al desarrollo de este trabajo de titulación; además, también se considera las “*presentaciones con diapositivas*” y “*ejercicios prácticos en el cuaderno*”, con un 30,3% de aceptación, no es de extrañarse, ya que en la pregunta 12 se observa con mayor frecuencia la opinión de los encuestados, quienes concuerdan con la resolución de ejercicios con aplicación, mismos que se desarrollan en los cuadernos de trabajo. Por otro lado, la opción de “*libros de texto*” y “*videos educativos*” se tiene un porcentaje de 27,3%, por un lado, es accesible seguir un texto guía, pero por otro, se tiene en consideración que las instituciones educativas no cuentan con los recursos necesarios para la implementación de videos, al igual que la implementación “*material interactivo en línea*” y “*recursos en línea*”, con un porcentaje de 24,2%. Finalmente, los “*artículos de revista*” y las “*maquetas*” son los recursos que menos innovadores, con un 6,1% y 3%, respectivamente, sin embargo, las maquetas sirven de gran utilidad para el

desarrollo cognitivo y espacial de los estudiantes (Váldez, 2022). A manera de observación, al ser una pregunta con respuestas de más de una opción múltiple, la sumatoria de ellas no es el 100%, sino que, el porcentaje equivale a la frecuencia de cada opción.

Pregunta 11: ¿Cuáles son los desafíos más comunes que enfrentan los estudiantes al aprender la Ley de Senos y Cosenos?

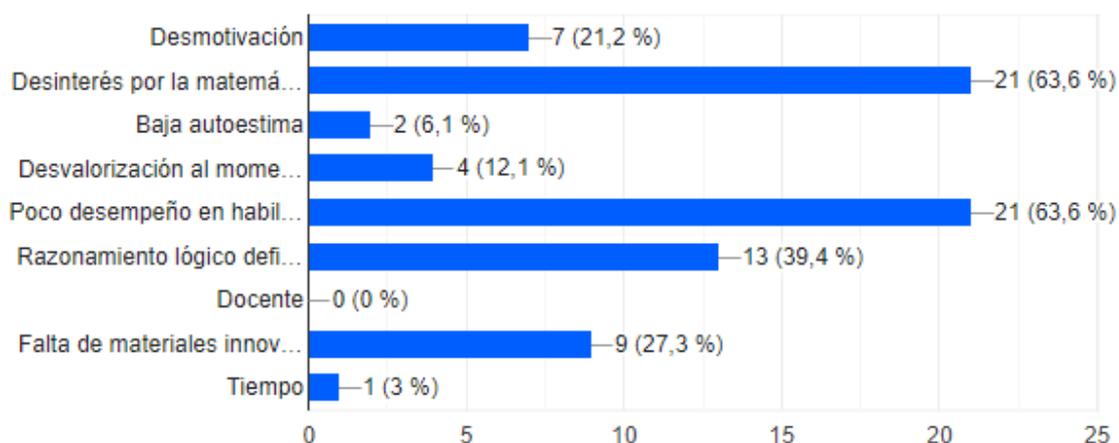


Figura 12. Porcentaje de respuestas de la pregunta 11 de la encuesta.

Fuente. Autoría propia.

Se observa que, los desafíos más comunes que enfrentan los estudiantes al aprender la Ley de Senos y Cosenos son el “desinterés por la matemática” y el “poco desempeño en habilidades matemáticas” con un porcentaje del 63,6%. También el “razonamiento lógico deficiente” es un problema grande que se enfrenta en un aula de clase, con un porcentaje de 39,4%. De la misma manera, la “falta de materiales innovadores” y la “desmotivación” con un problema grave, con un 27,3% y 21,1%, respectivamente. Finalmente, los desafíos de menor grado que enfrentan los estudiantes son la “desvalorización al momento de participar en clase” con un 12,1%; lo cual eso genera una “baja autoestima” misma que genera un porcentaje del 6,1%; por último, el factor “tiempo” es el mayor enemigo de los docentes, sin embargo, genera el menor porcentaje en desafíos que al momento de estudiar la Ley de Senos y Cosenos, con un porcentaje del 3%. A manera de observación, al ser una pregunta con respuestas de más de una opción múltiple, la sumatoria de ellas no es el 100%, sino que, el porcentaje equivale a la frecuencia de cada opción.

Pregunta 12: ¿Qué acciones considera eficaces para enseñar la Ley de Senos y Cosenos?

Relacionar la teoría con la práctica.	Reforzar el razonamiento lógico
Trabajos grupales, modelización matemática y material concreto.	Ejercicios de aplicación práctica
Aplicar ejercicios con aplicación cotidiana.	Realizar muchos ejercicios teórico práctico
A través de recursos didácticos relacionar la teoría con la práctica.	Ejercicios de aplicación.
Utilización de recursos concretos y tecnológicos.	Modelización matemática
Reforzar desde la básica superior lo que es las funciones y razones trigonométricas.	Razonamiento en problemas cotidianos
Ejercicios con razonamiento lógico matemático.	Ejercicios con aplicación cotidiana
	Actividades grupales
	La experimentación
Modernización matemática	Trabajar en procesos de modelización matemática a nivel grupal
Ejercicios prácticos	Actividades grupales y revisión bibliográfica
Se debe partir de los conocimientos previos y motivarlos a los chicos	Ejercicios complementarios
Realizar ejercicios con una modelacion matemática	Realizar ejercicios con aplicación de manera que se relacione la teoría con la práctica
Muchos ejercicios	Actividades que motiven y relaciones al estudiante con la asignatura y el tema de estudio.
Resolución de ejercicios con aplicaciones cotidianas.	Enseñar la Trigonometría desde la básica media y superior.
Uso de simuladores o software, mismos que permiten motivar al estudiante; sin embargo, no todos tienen los recursos.	

Figura 13. Respuestas de la pregunta 12 de la encuesta.
Fuente. Autoría propia.

Para finalizar la encuesta a docentes de Educación General Básica, Bachillerato y Superior, se recolectó opiniones personales de cada encuestado, en la cual se tiene resultados cualitativos, llegando a una conclusión de que para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos se deben considerar ejercicios de aplicación con modelización matemática, de manera que se relacione la teoría con la práctica. También, se considera

el aprendizaje del tema a través de actividades grupales como la creación de material concreto como maquetas o material que sirva de apoyo a un trabajo más interactivo como el trabajo de campo y la gamificación, por medio de la experimentación física y simuladores para corroborar la resolución en la Ley de Senos y Cosenos.

En conclusión, la encuesta aplicada a los docentes de educación Media, Bachillerato y Superior de diferentes instituciones educativas revela varios aspectos clave sobre la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en Matemáticas. Los resultados muestran que la mayoría de encuestados posee una licenciatura en Educación Matemática y Física (90,9%), mismos que han impartido la asignatura de Matemáticas durante un periodo de once a quince años (39,4%), lo cual destaca la experiencia predominante en el sector educativo.

Sin embargo, el estudio pone en manifiesto preocupaciones significativas respecto a las estrategias didácticas y a los recursos utilizados para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos. A pesar de la experiencia de los docentes, el rendimiento académico de los estudiantes es preocupante, tan solo un 3% alcanza un dominio total de los aprendizajes requeridos y el 18,2% estando cerca de alcanzar dichos aprendizajes. La falta de estrategias didácticas innovadoras y recursos adecuados es un factor crítico que contribuye al bajo rendimiento.

Por otro lado, las estrategias didácticas utilizadas son mayoritariamente tradicionales, como el uso de marcador y pizarra (97%) al igual que las actividades grupales (84,4%) con menor uso de estrategias innovadoras como la gamificación y el aprendizaje basado en problemas. Además, la mayoría de los docentes trabajan en instituciones fiscales (57,6%), que a menudo carecen de recursos y materiales adecuados para implementar estrategias didácticas modernas.

Finalmente, los desafíos más comunes que enfrentan los estudiantes incluyen el desinterés por la Matemática y un bajo desempeño en habilidades matemáticas (63,6%), así como un razonamiento lógico deficiente (39,4%). La enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos se ve obstaculizada por la falta de materiales innovadores (27,3%) y la desmotivación (21,1%).

Capítulo III: Propuesta

3.1. Estructura de la propuesta

A continuación, se presenta la estructura del diseño de una guía didáctica la cual lleva por nombre “Trigonometría desde un enfoque didáctico para la Ley de Senos y Cosenos” misma que está dirigida a los docentes de Matemáticas que enseñan este tema de Trigonometría, la Ley de Senos y Cosenos. El material cuenta con actividades enfocadas a solventar dificultades detectadas por la encuesta realizada a docentes de Matemáticas en Básica Superior y Bachillerato, de modo que, el desempeño docente mejore al igual que el proceso enseñanza aprendizaje sea significativamente más socioconstructivista.

3.2. Estructura por ciclos del aprendizaje

Para la elaboración de la propuesta didáctica, se planteó actividades por medio de distintos ciclos del aprendizaje, los cuales, se ajustan a cada estrategia de enseñanza para la Ley de Senos y Cosenos. Este recurso cuenta con los elementos necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza de la temática dentro de las aulas de clase; y, es el docente, quien, en su papel de guía, será el encargado de utilizar de la manera más adecuada las instrucciones precisas para realizar las actividades propuestas.

CICLOS DEL APRENDIZAJE

ERCA

- EXPERIENCIA: Contexto real en relación a la clase.
- REFLEXIÓN: Narración u observación desde varios puntos de vista de la actividad experimental
- CONCEPTUALIZACIÓN: Comprensión del nuevo conocimiento.
- APLICACIÓN: Aplicación de los conocimientos en el mundo real, es una nueva experiencia.



INDAGACIÓN

- PREGUNTA: Plantear preguntas que motiven la investigación.
- ACCIÓN: El estudiante construye el aprendizaje a través de la recopilación de información y presenta resultados obtenidos.
- REFLEXIÓN: Se presentan conclusiones y nuevos desafíos que se deben superar.





Figura 14. Ciclos del aprendizaje que se utilizarán en la propuesta.

Fuente. Autoría propia.

Tabla 2. Estrategias metodológicas que se utilizará en la propuesta.

ESTRATEGIAS TÉCNICAS Y RECURSOS METODOLÓGICAS			
<p>Socialización Proceso por el cual los estudiantes adquieren habilidades sociales y culturales a través de la interacción, desarrollando competencias sociales y emocionales.</p>	<p>Lluvia de ideas Estrategia que sirve para obtener ideas de los conocimientos previos que poseen los estudiantes ante un tema determinado.</p>	<p>Preguntas intercaladas Estrategia que permite al estudiante indagar y reflexionar sobre un tema, tomando en cuenta que luego el docente debe de retroalimentar las respuestas.</p>	<p>Análisis Se utiliza para desarrollar habilidades críticas y analíticas en los estudiantes, implicando problemas, datos y conceptos para comprenderlos mejor.</p>
<p>Diálogo guiado Conversación dirigida por el docente con preguntas específicas para llevar a los estudiantes a reflexionar y profundizar en un tema.</p>	<p>Interacción Se refiere a la comunicación y participación activa entre el entorno educativo, es esencial para el aprendizaje colaborativo.</p>	<p>Exposición docente Metodología donde el docente presenta información de manera estructurada.</p>	<p>Discusión guiada El docente facilita una discusión grupal y estructurada, de manera que los estudiantes exploren diferentes perspectivas sobre un tema.</p>
<p>Recurso visual Materiales como imágenes, gráficos, diagramas y mapas que se utilizan para apoyar el aprendizaje visual para hacer más comprensible la información.</p>	<p>Recurso audiovisual Combina elementos visuales y auditivos, como videos, presentaciones multimedia y animaciones.</p>	<p>Recurso tecnológico Herramientas y plataformas digitales como software educativo, aplicaciones, dispositivos electrónicos y simuladores.</p>	<p>Simulación Es una técnica que recrea situaciones reales o hipotéticas para que los estudiantes puedan practicar y experimentar sin riesgos.</p>
<p>Organizador gráfico Implica lograr conexiones entre conceptos, términos y hechos, usando</p>	<p>Debate grupal Actividad en la que los estudiantes discuten y argumentan sobre un tema específico, defendiendo diferentes</p>	<p>Trabajo de campo Actividades realizadas fuera del aula en un entorno real, implementando</p>	<p>Trabajo en equipo Estrategia que fomenta la colaboración entre estudiantes para</p>

elementos visuales de manera que la información sea fácil de comprender e interiorizar.	puntos de vista, fomentando el pensamiento crítico.	conocimientos teóricos y prácticos de manera experimental.	alcanzar un objetivo común, desarrollar proyectos o resolver problemas juntos.
Modelación Uso de modelos matemáticos para representar, analizar y resolver problemas del mundo real, desarrolla habilidades analíticas.	Retroalimentación Información que se proporciona a los estudiantes sobre su desempeño con el fin de mejorar su aprendizaje.	Talleres Técnica que sirve para evaluar, practicar y reforzar los aprendizajes obtenidos.	Rúbricas de evaluación Herramientas que describen los criterios y niveles de desempeño esperados, ayuda a evaluar el trabajo de los estudiantes de manera clara y objetiva.

Fuente. Autoría propia.

Por consiguiente, se muestra una tabla donde se detalla de manera precisa los temas matemáticos para cada estrategia didáctica con sus momentos de cada ciclo del aprendizaje, adecuadamente.

Tabla 3. Estructura de la propuesta didáctica.

Estructura para la propuesta didáctica nombre “Trigonometría desde un enfoque didáctico para la Ley de Senos y Cosenos”					
N° de clase	Destreza	Tema específico	Estructura por ciclos de aprendizaje		
			Ciclo del aprendizaje:		Indagación
			Pregunta	Acción	Reflexión
1	Definir las funciones Seno, Coseno y Tangente a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).	Razones y funciones trigonométricas	<p>- Duración: 15 minutos.</p> <p>- Presentación: Socialización de la destreza e objetivos.</p> <p>- Lluvia de ideas: Diálogo abierto para obtener ideas de conocimientos previos en Trigonometría.</p>	<p>- Duración: 25 minutos.</p> <p>- Exposición docente: A través de una clase guiada, el docente explicará las funciones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente.</p> <p>- Material audiovisual: Clarificación de la clase, a través de un video de YouTube acerca de las funciones trigonométricas.</p>	<p>- Duración: 25 minutos.</p> <p>- Organizador gráfico: Los estudiantes construirán organizadores gráficos, con el fin de reflexionar acerca de sus conocimientos aprendidos en la clase n° 1.</p> <p>- Taller 1: Revisar en la guía didáctica el taller 1 que contendrá tanto de preguntas teóricas como prácticas acerca de las funciones trigonométricas estudiadas.</p> <p>- Rúbrica de calificación: La actividad planificada se calificará con una valoración cualitativa.</p>

N° de clase	Destreza	Tema	Ciclo del aprendizaje:		Indagación
			Pregunta	Acción	Reflexión
2	Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).	Ley de Senos y Cosenos	<p>- Duración: 15 minutos.</p> <p>- Presentación: Socialización de la destreza e objetivos.</p> <p>- Preguntas intercaladas: Diálogo abierto para indagar y reflexionar conocimientos previos en Trigonometría, con el fin de poder definir la Ley de Senos y Cosenos.</p>	<p>- Duración: 40 minutos.</p> <p>- Exposición docente: A través de una clase guiada, el docente recordará las funciones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente, con el fin de explicar la Ley de Senos y Cosenos.</p> <p>- Material audiovisual: Clarificación de la clase, a través de un video de YouTube acerca de las funciones trigonométricas y su relación con la Ley de Senos y Cosenos.</p>	<p>- Duración: 30 minutos.</p> <p>- Organizador gráfico: Los estudiantes construirán organizadores gráficos, con el fin de reflexionar acerca de sus conocimientos aprendidos en la clase n° 2.</p> <p>- Taller 2: Revisar en la guía didáctica el taller 2 que contendrá tanto de preguntas teóricas como prácticas acerca de las funciones trigonométricas y su relación con la Ley de Senos y Cosenos.</p> <p>- Rúbrica de calificación: La actividad planificada se calificará con una valoración cualitativa y cuantitativa.</p>

N° de clase	Destreza	Tema	Ciclo del aprendizaje:		ERCA	
			Experiencia	Reflexión	Conceptualización	Aplicación
3	M.5.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos (con apoyo de las TICs).	Ley de Senos y Cosenos a través del Aprendizaje Basado en Problemas con ayuda de las TICs	<p>- Duración: 10 minutos.</p> <p>- Presentación: Socialización de la destreza e objetivos.</p> <p>- Análisis: Recordatorio de conocimientos previos en Trigonometría, con el fin de poder definir con un lenguaje matemático y algebraico a la Ley de Senos y Cosenos.</p>	<p>- Duración: 30 minutos.</p> <p>- Discusión guiada: Relacionar la Ley de Senos y Cosenos con situaciones reales o hipotéticas, con el fin de despertar la curiosidad de los estudiantes por reconocer y resolver aplicaciones.</p>	<p>- Duración: 15 minutos.</p> <p>- Simulación: A través del simulador Emathhepl, el docente guiará la resolución de ejercicios prácticos o aplicaciones de la Ley de Senos y Cosenos con el entorno social o situaciones cotidianas de la vida real.</p>	<p>- Duración: 25 minutos.</p> <p>- Taller 3: Revisar en la guía didáctica el taller 3 que contendrá tanto de preguntas teóricas, prácticas y de simulación acerca de la Ley de Senos y Cosenos.</p> <p>- Rúbrica de calificación: La actividad planificada se calificará con una valoración cualitativa y cuantitativa.</p>

N° de clase	Destreza	Tema	Ciclo del aprendizaje:		ERCA	
			Experiencia	Reflexión	Conceptualización	Aplicación
4	Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez de los resultados obtenidos con el apoyo de la gamificación. (Ref. M.5.1.73).	Ley de Senos y Cosenos a través de la Gamificación	<p>- Duración: 30 minutos.</p> <p>- Presentación: Socialización de la destreza y objetivos.</p> <p>Actividad grupal:</p> <p>- Descripción: Se crea un juego interactivo en línea o en el aula, donde los estudiantes forman equipos y deben completar misiones basadas en la resolución de problemas utilizando la Ley de Senos y la Ley de Cosenos.</p> <p>- Materiales: - Tecnológicos: Computadoras o tablets (si es en línea), - Didácticos: Tarjetas de misión, pizarras blancas, marcadores.</p> <p>- Procedimiento: - Los estudiantes se dividen en equipos. - Cada equipo recibe una tarjeta de misión que incluye un problema de trigonometría relacionado con la Ley de Senos o la Ley de Cosenos. - Los equipos deben resolver el problema para avanzar a la siguiente misión. - Cada misión completada otorga puntos y la posibilidad de acceder a la misión final.</p>	<p>- Duración: 15 minutos.</p> <p>Debate Grupal:</p> <p>- Descripción: Después del juego, se realiza un debate en el aula donde los estudiantes discuten las estrategias utilizadas para resolver los problemas y comparten sus experiencias.</p> <p>-Materiales: Pizarra, marcadores.</p> <p>- Procedimiento: - Cada equipo presenta cómo resolvió las misiones y las estrategias empleadas. - Los estudiantes discuten en grupo qué métodos fueron más efectivos y por qué. - Se fomenta la reflexión sobre los desafíos encontrados y cómo los superaron.</p>	<p>- Duración: 20 minutos</p> <p>Exposición docente:</p> <p>- Retroalimentación: El docente explica y retroalimenta la teoría detrás de la Ley de Senos y Cosenos, conectando las experiencias del juego con los conceptos trigonométricos.</p> <p>- Exposición docente: - El docente utiliza ejemplos del juego para explicar las fórmulas y propiedades de la Ley de Senos y la Ley de Cosenos. - Se realizan preguntas interactivas para que los estudiantes participen y refuercen su comprensión. - Se clarifican dudas y se presentan problemas adicionales para resolver en conjunto.</p>	<p>- Duración: 20 minutos.</p> <p>Desafío trigonométrico</p> <p>- Taller 4: Los estudiantes aplican sus conocimientos en un desafío práctico mediante la gamificación donde deberán resolver problemas teóricos, prácticos y experimentales utilizando la Ley de Senos y Cosenos, a través de la plataforma Genially Education.</p> <p>- Rúbrica de calificación: La actividad planificada se calificará con una valoración cualitativa y cuantitativa.</p>

N° de clase	Destreza	Tema	Ciclo del aprendizaje:				
			Enganchar	Explorar	Explicar	Elaborar	Evaluar
5	Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de trabajo del campo. (Ref. M.5.1.73).	Ley de Senos y Cosenos a través del trabajo de campo	<p>- Duración: 15 minutos.</p> <p>- Presentación: Socialización de la destreza e objetivos.</p> <p>- Diálogo guiado: Introducción interactiva sobre la importancia de la Trigonometría en la vida real, seguida de una pregunta motivadora que despierte la curiosidad de los estudiantes.</p> <p>- Materiales Tecnológicos: Proyector, presentación de diapositivas, imágenes y videos de aplicaciones reales de la trigonometría.</p> <p>- Interacción: Realizar actividades con el fin de garantizar la participación y la noción espacial. - Mostrar ejemplos de cómo se utiliza la Trigonometría en ingeniería, arquitectura, navegación, etc. - Plantear la pregunta: ¿Cómo podemos medir la altura de un árbol sin subirnos a él? Luego, interpretar.</p>	<p>- Duración: 40 minutos.</p> <p>- Trabajo de campo: Medición de alturas.</p> <p>- Descripción: Los estudiantes realizan una salida a los alrededores de la institución educativa, donde medirán la altura de varios objetos (árboles, postes, edificaciones pequeñas), utilizando herramientas de medición y aplicando la Ley de Senos y Cosenos.</p> <p>- Materiales: Cintas métricas, calculadoras, hojas de registro que contiene la guía.</p> <p>- Procedimiento: - En grupos de trabajo, se asignará diferentes objetos para medir. - Registrar sus mediciones y cálculos en las hojas de registro.</p>	<p>- Duración: 30 minutos.</p> <p>Explicación y análisis:</p> <p>- Descripción: Los estudiantes presentan sus hallazgos y explican el proceso seguido para sus mediciones. - El docente refuerza los conceptos teóricos y resuelve dudas.</p> <p>- Materiales: Hojas de registro de los estudiantes.</p> <p>- Procedimiento: - Cada grupo presenta sus mediciones y el método utilizado para calcular las alturas. - El profesor revisa y corrige las explicaciones, resaltando el uso correcto de las Leyes de Senos y Cosenos. - Se explican los errores comunes y se refuerzan los conceptos teóricos.</p>	<p>Duración: 40 minutos.</p> <p>Proyecto de Aplicación</p> <p>- Descripción: Los estudiantes diseñan un proyecto en el que aplican las Leyes de Senos y Cosenos a un problema real de su entorno.</p> <p>- Procedimiento: - Los estudiantes eligen un problema real (medir la altura de un edificio, determinar la distancia entre dos puntos inaccesibles, etc.). - Aplicar las Leyes de Senos y Cosenos, y registran sus métodos y resultados.</p>	<p>- Duración: 30 minutos.</p> <p>Evaluación</p> <p>- Descripción: Evaluación continua durante todo el proceso.</p> <p>- Evaluación: -Evaluación formativa a través de la observación de un video generado por los estudiantes, durante las actividades de campo y las presentaciones en clase. -Autoevaluación y coevaluación para fomentar la reflexión sobre el propio aprendizaje y el trabajo en equipo.</p> <p>- Rúbricas de evaluación: Uso de rúbricas para evaluar</p>

Fuente: Autoría propia

3.3. Propuesta

A continuación, se presenta la guía didáctica realiza como resultado del análisis de la presente investigación.



TRIGONOMETRÍA

DESDE UN ENFOQUE DIDÁCTICO

para la

LEY DE

SENOS Y COSENOS

J. FERNANDO MONTALVÁN LAZO

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Estrategias de enseñanza para la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato

Trabajo de Titulación previo a la
obtención al Título de Licenciatura en
Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Autor:

Jonnathan Fernando Montalván Lazo

ORCID:  <https://orcid.org/0009-0009-9703-1762>

Director:

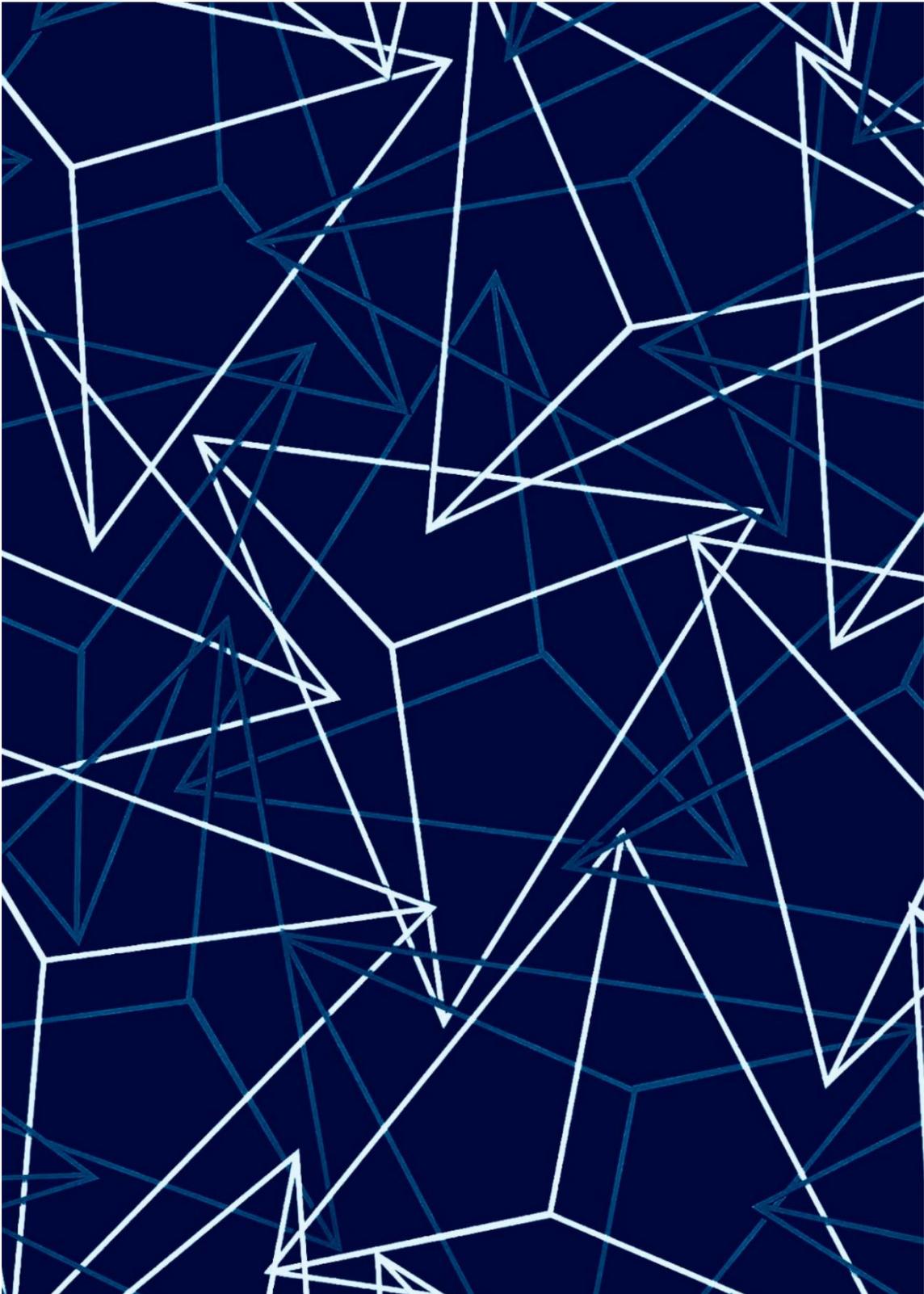
Lcda. Tatiana Gabriela Quezada Matute, Msc.

ORCID:  <https://orcid.org/0000-0003-2730-9342>

Cuenca Ecuador

2024





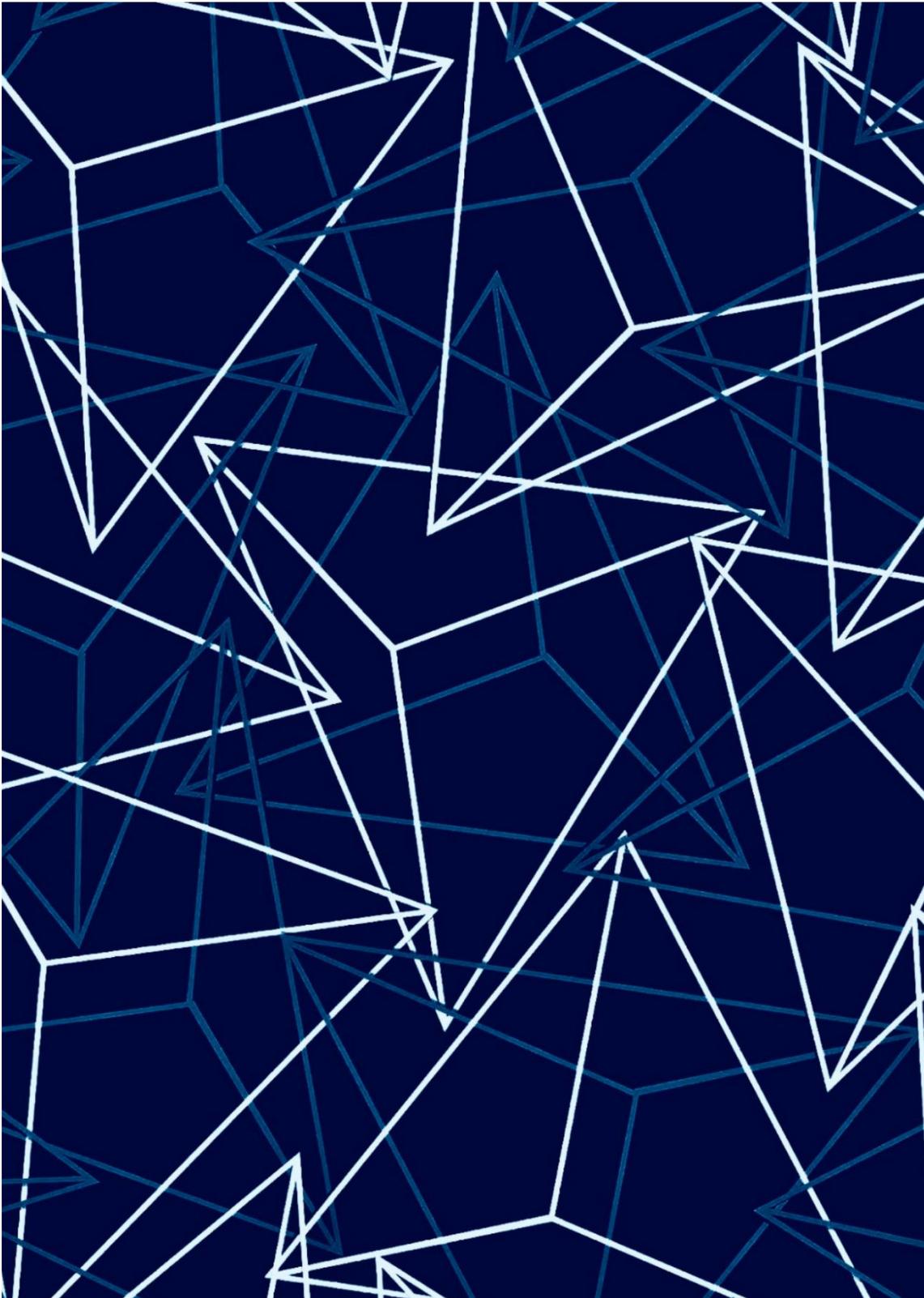
TRIGONOMETRÍA

GUÍA DIDÁCTICA

LEY DE SENOS Y COSENNOS

Escrita e ilustrada por:

J. FERNANDO MONTALVÁN LAZO
2024





PRESENTACIÓN



La enseñanza de la Trigonometría es fundamental en el desarrollo de habilidades matemáticas avanzadas en los estudiantes, dentro de ello, la Ley de Senos y Cosenos son conceptos esenciales para resolver triángulos y problemas aplicados en diversas disciplinas.

La presente guía didáctica fue diseñada con la intención de ofrecer al docente de Matemáticas un recurso flexible y adaptativo que se ajuste a las necesidades específicas del entorno educativo. Para ello, se estructura en cinco clases utilizando una metodología basada en la enseñanza y aprendizaje socioconstructivista a través de diversas metodologías innovadoras empleadas; al igual que la utilización de recursos que incluyen material de lectura, recursos audiovisuales, software y actividades prácticas para el dominio del tema, estructuradas cuidadosamente con sus respectivas evaluaciones formativas, cada una abordando diferentes ciclos del aprendizaje. La guía didáctica busca proporcionar un enfoque integral para la enseñanza interdisciplinaria de la Matemática, dentro del campo de la Trigonometría, especialmente con el tema de la Ley de Senos y Cosenos, abarcando desde la comprensión conceptual de funciones y razones trigonométricas hasta la aplicación práctica y cotidiana de estas leyes, proporcionando una experiencia de aprendizaje enriquecedora y significativa para las y los estudiantes, preparándolos para desafíos matemáticos más complejos.

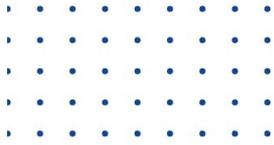
Es importante destacar que esta estructura es sugerida, y se alienta a los docentes a personalizarla según las dinámicas particulares de sus aulas. Además, cada una de las clases, prácticas, rúbricas y evaluaciones contienen temas de interés, adaptado a cada entorno social de la institución educativa.

¡Disfrutemos de este encuentro con el aprendizaje!

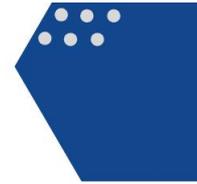


J. Fernando Montalván Lazo
2024





CICLOS DEL APRENDIZAJE



Los ciclos del aprendizaje sirven para experimentar diversas formas de aprender, aplicar y reflexionar sobre el conocimiento de manera efectiva y continua, bajo un enfoque estructurado y sistemático que guía a los estudiantes a través de una serie de fases o etapas que se adaptan al contexto social.

ERCA

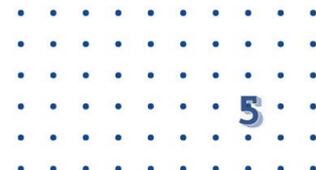
- **EXPERIENCIA:** Contexto real en relación a la clase.
- **REFLEXIÓN:** Narración u observación desde varios puntos de vista de la actividad experimental
- **CONCEPTUALIZACIÓN:** Comprensión del nuevo conocimiento.
- **APLICACIÓN:** Aplicación de los conocimientos en el mundo real, es una nueva experiencia.

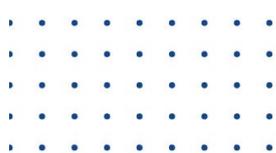
INDAGACIÓN

- **PREGUNTA:** Plantear preguntas que motiven la investigación.
- **ACCIÓN:** El estudiante construye el aprendizaje a través de la recopilación de información y presenta resultados obtenidos.
- **REFLEXIÓN:** Se presentan conclusiones y nuevos desafíos que se deben superar.

- **ENGANCHAR:** Generar interés en el tema mediante preguntas y problemas.
- **EXPLORAR:** El estudiante explora, investiga y propone hipótesis.
- **EXPLICAR:** Hay una reflexión por parte del estudiante, el docente clarifica y propone nuevas ideas y retroalimenta.
- **ELABORAR:** Los estudiantes ponen en práctica lo aprendido.
- **EVALUAR:** Se plantea situaciones que tengan relación con las fases anteriores para conocer el aprendizaje obtenido.

5E





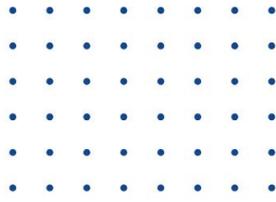
ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS



Las estrategias didácticas, recursos y metodologías con describen diferentes enfoques y herramientas que pueden ser utilizados por los educadores para mejorar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y facilitar su desarrollo integral.

ESTRATEGIAS TÉCNICAS Y RECURSOS METODOLÓGICAS			
<p>Socialización Proceso por el cual los estudiantes adquieren habilidades sociales y culturales a través de la interacción, desarrollando competencias sociales y emocionales.</p>	<p>Lluvia de ideas Estrategia que sirve para obtener ideas de los conocimientos previos que poseen los estudiantes ante un tema determinado.</p>	<p>Preguntas intercaladas Estrategia que permite al estudiante indagar y reflexionar sobre un tema, tomando en cuenta que luego el docente debe de retroalimentar las respuestas.</p>	<p>Análisis Se utiliza para desarrollar habilidades críticas y analíticas en los estudiantes, implicando problemas, datos y conceptos para comprenderlos mejor.</p>
<p>Diálogo guiado Conversación dirigida por el docente con preguntas específicas para llevar a los estudiantes a reflexionar y profundizar en un tema.</p>	<p>Interacción Se refiere a la comunicación y participación activa entre el entorno educativo, es esencial para el aprendizaje colaborativo.</p>	<p>Exposición docente Metodología donde el docente presenta información de manera estructurada.</p>	<p>Discusión guiada El docente facilita una discusión grupal y estructurada, de manera que los estudiantes exploren diferentes perspectivas sobre un tema.</p>
<p>Recurso visual Materiales como imágenes, gráficos, diagramas y mapas que se utilizan para apoyar el aprendizaje visual para hacer más comprensible la información.</p>	<p>Recurso audiovisual Combina elementos visuales y auditivos, como videos, presentaciones multimedia y animaciones.</p>	<p>Recurso tecnológico Herramientas y plataformas digitales como software educativo, aplicaciones, dispositivos electrónicos y simuladores.</p>	<p>Simulación Es una técnica que recrea situaciones reales o hipotéticas para que los estudiantes puedan practicar y experimentar sin riesgos.</p>
<p>Organizador gráfico Implica lograr conexiones entre conceptos, términos y hechos, usando elementos visuales de manera que la información sea fácil de comprender e interiorizar.</p>	<p>Debate grupal Actividad en la que los estudiantes discuten y argumentan sobre un tema específico, defendiendo diferentes puntos de vista, fomentando el pensamiento crítico.</p>	<p>Trabajo de campo Actividades realizadas fuera del aula en un entorno real, implementando conocimientos teóricos y prácticos de manera experimental.</p>	<p>Trabajo en equipo Estrategia que fomenta la colaboración entre estudiantes para alcanzar un objetivo común, desarrollar proyectos o resolver problemas juntos.</p>
<p>Modelación Uso de modelos matemáticos para representar, analizar y resolver problemas del mundo real, desarrolla habilidades analíticas.</p>	<p>Retroalimentación Información que se proporciona a los estudiantes sobre su desempeño con el fin de mejorar su aprendizaje.</p>	<p>Talleres Técnica que sirve para evaluar, practicar y reforzar los aprendizajes obtenidos.</p>	<p>Rúbricas de evaluación Herramientas que describen los criterios y niveles de desempeño esperados, ayuda a evaluar el trabajo de los estudiantes de manera clara y objetiva.</p>



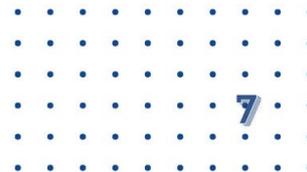


ESTRUCTURA DE CLASES



A continuación, se presenta la estructuración de cada clase, la cual resalta el ciclo de aprendizaje utilizado en cada una de ellas, al igual que las técnicas, actividades y estrategias principales con la que se pretende generar un impacto educativo, mejorando el aprendizaje significativamente al igual que volviéndolo socioconstructivista.

ESTRUCTURA PARA LA PROPUESTA DIDÁCTICA NOMBRE "TRIGONOMETRÍA DESDE UN ENFOQUE DIDÁCTICO PARA LA LEY DE SENOS Y COSENOS"						
N° de clase	Destreza	Tema específico	Estructura por ciclos de aprendizaje			
			Experiencia	Reflexión	ERCA	Aplicación
1	Definir las funciones Seno, Coseno y Tangente a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.S.1.70).	Razones y funciones trigonométricas	Ciclo del aprendizaje: Pregunta: Lluvia de ideas: Diálogo abierto para obtener ideas de conocimientos previos en Trigonometría.	Acción: Exposición docente: A través de una clase guiada, el docente explicará las funciones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente.	Indagación:	Reflexión: Taller 1: Revisar en la guía didáctica el taller 1 que contendrá tanto de preguntas teóricas como prácticas acerca de las funciones trigonométricas estudiadas.
2	Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.S.1.70).	Ley de Senos y Cosenos mediante esquematización de triángulos	Ciclo del aprendizaje: Pregunta: Preguntas intercaladas: Diálogo abierto para indagar y reflexionar conocimientos previos en Trigonometría, con el fin de poder definir la Ley de Senos y Cosenos.	Acción: Exposición: A través de una clase guiada, el docente recordará las funciones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente, con el fin de explicar la Ley de Senos y Cosenos.	Indagación:	Reflexión: Taller 2: Revisar en la guía didáctica el taller 2 que contendrá tanto de preguntas teóricas como prácticas acerca de las funciones trigonométricas y su relación con la Ley de Senos y Cosenos.
3	M.S.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos (con apoyo de las TIC).	Ley de Senos y Cosenos a través del Aprendizaje Basado en Problemas con ayuda de las TICs	Ciclo del aprendizaje: Experiencia: Análisis: Recordatorio de conocimientos previos en Trigonometría, con el fin de poder definir con un lenguaje matemático y algebraico a la Ley de Senos y Cosenos.	Reflexión: Discusión guiada: Relacionar la Ley de Senos y Cosenos con situaciones reales o hipotéticas, con el fin de despertar la curiosidad de los estudiantes por reconocer y resolver aplicaciones.	ERCA: Conceptualización Simulación: A través del simulador Emath3pt, el docente guiará la resolución de ejercicios prácticos o aplicaciones de la Ley de Senos y Cosenos con el entorno social o situaciones cotidianas de la vida real.	Aplicación: Taller 3: Revisar en la guía didáctica el taller 3 que contendrá tanto de preguntas teóricas, prácticas y de simulación acerca de la Ley de Senos y Cosenos.
4	Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de la gamificación. (Ref. M.S.1.73).	Ley de Senos y Cosenos a través de la Gamificación	Ciclo del aprendizaje: Experiencia: Actividad grupal: - Los estudiantes se dividen en equipos. - Cada equipo recibe una tarjeta de misión que incluye un problema de trigonometría relacionado con la Ley de Senos o la Ley de Cosenos. - Los equipos deben resolver el problema para avanzar a la siguiente misión. - Cada misión completada otorga puntos y la posibilidad de acceder a la misión final.	Reflexión: Debate Grupal: Después del juego, se realiza un debate en el aula donde los estudiantes discuten las estrategias utilizadas para resolver los problemas y comparten sus experiencias.	ERCA: Conceptualización Retroalimentación: El docente explica y retroalimenta la teoría detrás de la Ley de Senos y Cosenos, conectando las experiencias del juego con los conceptos trigonométricos.	Aplicación: Taller 4: Los estudiantes aplican sus conocimientos en un desafío práctico mediante la gamificación donde deberán resolver problemas teóricos, prácticos y experimentales utilizando la Ley de Senos y Cosenos, a través de la plataforma Genially Education.
5	Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de trabajo del campo. (Ref. M.S.1.73).	Ley de Senos y Cosenos a través del trabajo de campo	Ciclo del aprendizaje: Enganchar: Interacción: Realizar actividades con el fin de garantizar la participación y la noción espacial. - Mostrar ejemplos de cómo se utiliza la Trigonometría en ingeniería, arquitectura, navegación, etc. - Plantear la pregunta: ¿Cómo podemos medir la altura de un árbol sin subimos a él? Luego, interpretar.	Explorar: Trabajo de campo: Los estudiantes realizan una salida a los alrededores de la institución educativa, donde medirán la altura de varios objetos (árboles, postes, edificaciones pequeñas), utilizando herramientas de medición y aplicando la Ley de Senos y Cosenos.	SE: Explicar: Explicación y análisis: - Cada grupo presenta sus mediciones y el método utilizado para calcular las alturas. - El profesor revisa y corrige las explicaciones, resultando el uso correcto de las Leyes de Senos y Cosenos. - Se explican los errores comunes y se refuerzan los conceptos teóricos.	Elaborar: Proyecto de Aplicación: Los estudiantes diseñan un proyecto en el que aplican las Leyes de Senos y Cosenos a un problema real de su entorno. Evaluar: -Evaluación formativa a través de la observación de un video generado por los estudiantes, durante las actividades de campo y las presentaciones en clase. -Autoevaluación y coevaluación para fomentar la reflexión sobre el propio aprendizaje y el trabajo en equipo.





ÍNDICE

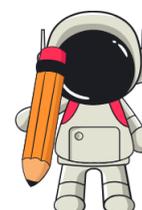


Clase 1: Razones y funciones trigonométricas	11
Taller 1: Razones y Funciones trigonométricas	20
Rúbrica de Evaluación	21

Clase 2: Ley de Senos y Cosenos a través de la esquematización de triángulos oblicuángulos	23
--	----

Taller 2: Ley de Senos y Cosenos a través de la esquematización de triángulos oblicuángulos	37
---	----

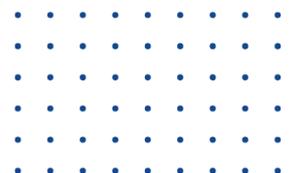
Rúbrica de Evaluación	39
-----------------------------	----

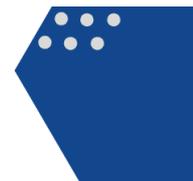


Clase 3: Ley de Senos y Cosenos a través del aprendizaje basado en problemas y las TICs	41
---	----

Taller 3: Ley de Senos y Cosenos a través del aprendizaje basado en problemas y las TICs	57
--	----

Rúbrica de Evaluación	60
-----------------------------	----

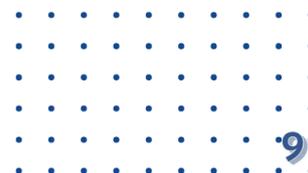
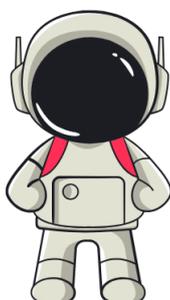


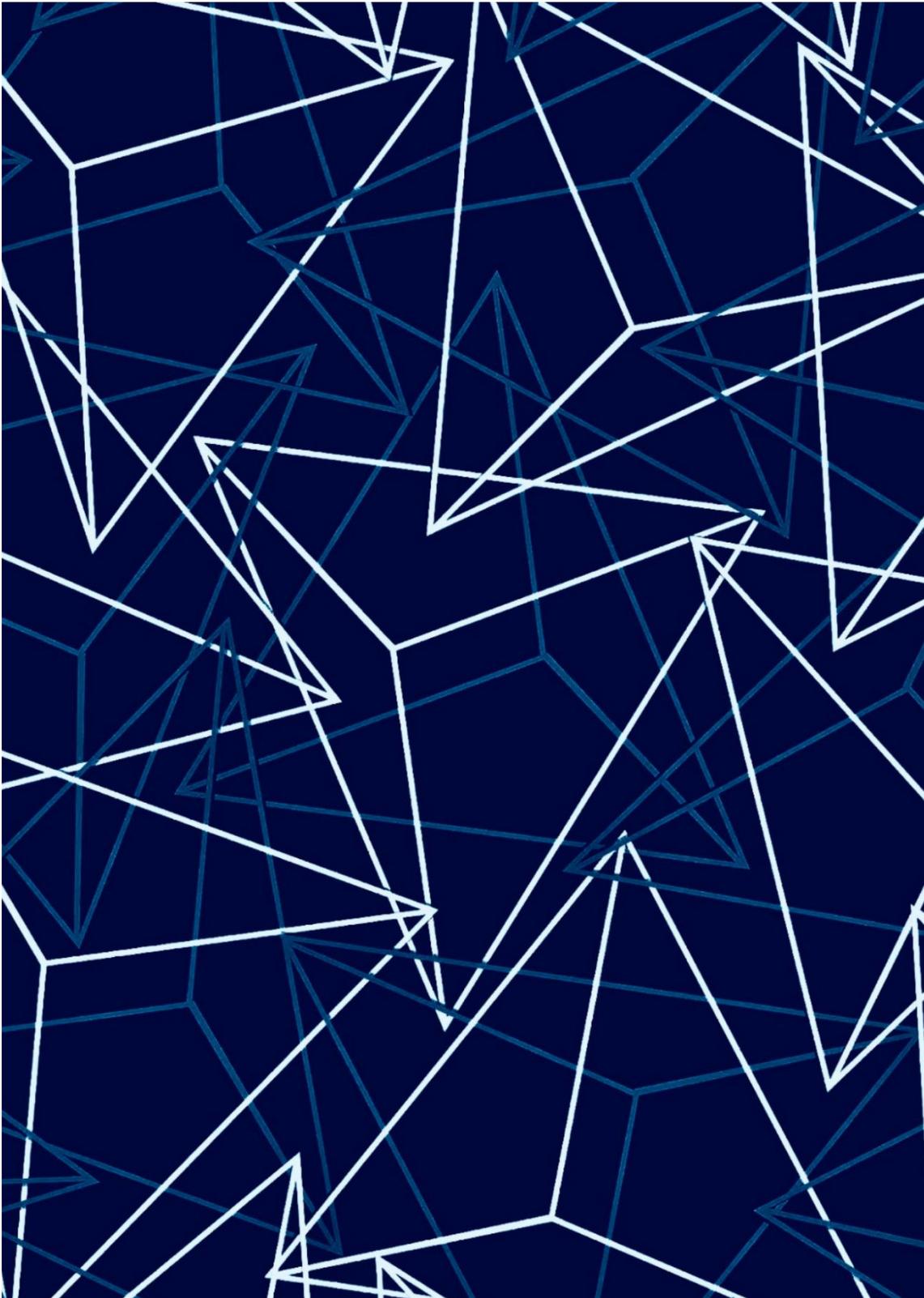


Clase 4: Ley de Senos y Cosenos a través de la gamificación	62
Taller 4.1: Ley de Senos y Cosenos a través de la gamificación juego 1	70
Rúbrica de Evaluación	75
Taller 4.2: Ley de Senos y Cosenos a través de la gamificación por Scape room	80
Rúbrica de Evaluación	85



Clase 5: Ley de Senos y Cosenos a través del trabajo de campo	87
Taller 5: Video educativo con la aplicación del trabajo de campo para explicar la Ley de Senos y Cosenos	92
Escala de valoración	93
Escala de autovaloración	94
Escala de covaloración	95

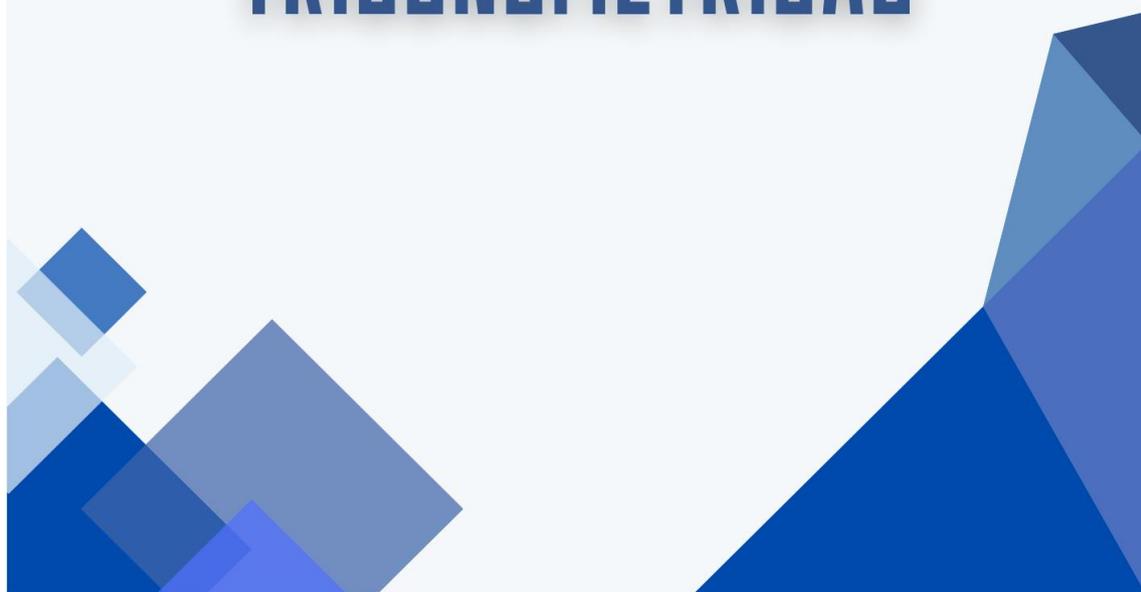




TRIGONOMETRÍA

CLASE 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



DESTREZA

Definir las funciones Seno, Coseno y Tangente a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).

OBJETIVOS



- Comprender y definir las razones trigonométricas básicas: seno, coseno y tangente.
- Aplicar las razones trigonométricas para resolver problemas de triángulos rectángulos.

¿SABÍAS QUÉ?



¿Qué son los triángulos?

Es un polígono de tres lados. Los puntos comunes a cada par de lados se denominan vértices del triángulo.

Un triángulo tiene tres ángulos interiores, tres partes congruentes de ángulos exteriores, tres lados y tres vértices entre otros elementos.

La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180 grados.

¿Qué son los triángulos rectángulos?

Se denomina triángulo rectángulo a cualquier triángulo que tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados, además, posee dos catetos y una hipotenusa.

¿Qué es la Trigonometría?

La trigonometría es la parte de la matemática que se encarga de estudiar y medir los triángulos, las relaciones entre sus ángulos y lados, y sus funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

12

INTRODUCCIÓN

Para el estudio de la Ley de Senos y Cosenos, es necesario tener un conocimiento previo y general antes de adentrarse al tema de estudio, es por ello que, se ha planteado actividades introductoras como las razones y funciones trigonométricas; con el objetivo de comprender y definir las razones trigonométricas básicas: Seno, Coseno y Tangente, para posterior a ello, resolver problemas cotidianos que incluyan triángulos rectángulos.

A través del ciclo de aprendizaje de indagación, se plantea la comprensión de la clase introductoria, distribuida en tres etapas: indagación o pregunta, acción y reflexión. A lo largo de esta clase se trabajará con ejemplos prácticos y ejercicios que permitirán entender y aplicar estos conceptos de manera efectiva.

¡Prepárense para descubrir el fascinante mundo de la Trigonometría!

INDAGACIÓN (15 minutos)

1. PRESENTACIÓN

El docente presentará la destreza y objetivos de estudio para esta respectiva clase, a través de una socialización. (5 minutos).

2. LLUVIA DE IDEAS

El docente mediante un diálogo abierto, motivará a los estudiantes a participar libremente, de manera que se generen ideas acerca de los conocimientos en Trigonometría. (10 minutos).

Preguntas de indagación para la lluvia de ideas:

- ¿Qué son los triángulos?
- ¿Qué son los triángulos rectángulos?
- ¿Qué significa Trigonometría?

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica la semejanza de triángulos para relacionar el teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos para deducir y entender las relaciones trigonométricas: Seno, Coseno y Tangente.

Y TAMBIÉN



Pitágoras (490 a.C.), fue un filósofo y matemático griego. Contribuyó de manera significativa en el avance de la matemática, la geometría y la aritmética.



El **padre** de la **Geometría** es **Euclides**, un matemático y geómetra griego que vivió en la ciudad de Alejandría, en Egipto. Quien se destaca por su libro "Elementos" (300 a.C.), donde se indica la semejanza de triángulos



ACCIÓN (25 minutos)

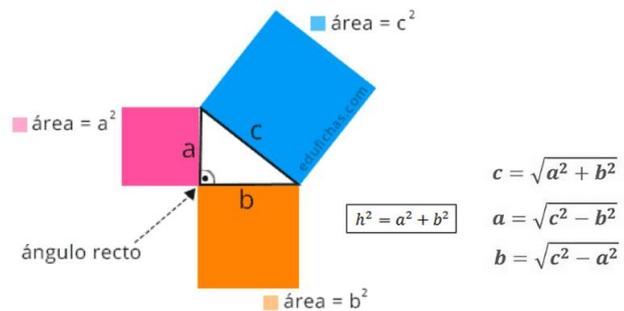
1. ASOCIACIÓN

A través de una clase guiada, el docente explicará las funciones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente. (20 minutos)

CONEXIÓN DE CONTENIDOS

TEOREMA DE PITÁGORAS

Recordar que el Teorema de Pitágoras se aplica en triángulos rectángulos, es decir, en triángulos que tienen un ángulo de 90 grados, tan llamado ángulo recto.



El teorema de Pitágoras suele aplicarse a problemas con triángulos rectángulos con el objetivo de resolver la longitud de uno de sus lados. Sin embargo, las matemáticas y la ingeniería tienen muchos usos en la vida cotidiana, por ejemplo, es posible calcular distancias, dimensiones de muebles, edificios, árboles, áreas, entre otros.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales. La razón de la proporción entre los lados de los triángulos se llama razón de semejanza.

Dicho eso, aplicaremos la semejanza de triángulos rectángulos para determinar las razones trigonométricas Seno, Coseno y Tangente a partir del Teorema de Pitágoras.

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE

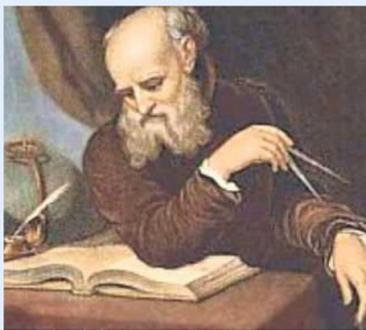


Aplica el teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos para deducir y entender las razones trigonométricas: Seno, Coseno y Tangente,.

¿SABÍAS QUÉ?



El **padre** de la **Trigonometría** es Hiparco de Nicea, nació en Nicea de Bithynia lo que actualmente corresponde a Iznik, al noroeste de Turquía; por lo que se sabe, nació alrededor del año 190 a.C. Se calcula que efectuó sus primeras observaciones astronómicas en su ciudad natal, intentando hacer de la Astronomía una ciencia más exacta, fundada en mediciones y en herramientas matemáticas apropiadas para predecir con precisión los eclipses y los movimientos de los astros, para hacer calendarios más exactos y para posibilitar navegar con mayor, descubrió las relaciones trigonométricas.



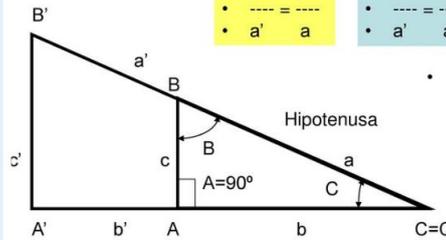
Hiparco de Nicea

14

Tenemos por semejanza de triángulos rectángulos:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r \rightarrow \text{De donde podemos obtener las siguientes igualdades:}$$

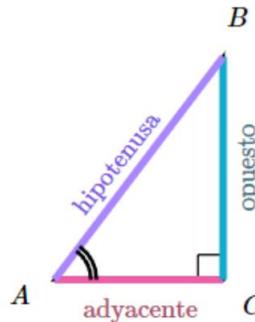
- $\frac{b'}{b} = \frac{a'}{a}$
- $\frac{c'}{c} = \frac{a'}{a}$
- $\frac{c'}{b'} = \frac{c}{b}$



• Estas igualdades siempre se cumple y cuando los triángulos son rectángulos su valor sólo depende del ángulo agudo. Son las llamadas **razones trigonométricas**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Las razones de los lados de un triángulo rectángulo se llaman razones trigonométricas. es el proceso aritmético de dividir las longitudes de los lados de un triángulo. Las tres razones trigonométricas comunes son : seno (sen), coseno (cos) y tangente (tan). Estas se definen para el ángulo agudo A como se indica a continuación:



$$\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

SOH-CAH-TOA

La palabra **sohcahtoa** nos ayuda a recordar las definiciones de Seno, Coseno y Tangente, de la siguiente manera:

Acrónimo	Descripción verbal	Definición matemática
SOH	Seno es O puesto entre H ipotenusa	$\text{sen}(A) = \frac{\text{Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$
CAH	Coseno es A dyacente entre H ipotenusa	$\text{cos}(A) = \frac{\text{Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$
TOA	Tangente es O puesto entre A dyacente	$\text{tan}(A) = \frac{\text{Opuesto}}{\text{Adyacente}}$

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONÓMICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE

Identifica las funciones trigonométricas a partir de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.



Y TAMBIÉN

FUNCIONES TRIGONÓMICAS

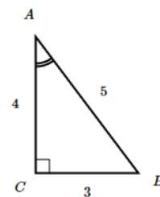
Las funciones trigonométricas son las funciones determinadas, entre ellas el Seno, Coseno, Tangente, además, existen demás funciones como la Secante, Cosecante y Cotangente, con el objetivo de extender la definición de las razones trigonométricas a todo el conjunto de números reales y complejos.

SENO	
$\sin(\alpha) = \frac{CO}{H}$	
COSENO	
$\cos(\alpha) = \frac{CA}{H}$	
TANGENTE	
$\tan(\alpha) = \frac{CO}{CA}$	
COSECANTE	
$\csc(\alpha) = \frac{H}{CO}$	
SECANTE	
$\sec(\alpha) = \frac{H}{CA}$	
COTANGENTE	
$\cot(\alpha) = \frac{CA}{CO}$	

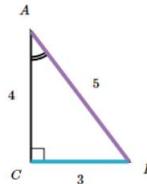
Por ejemplo, si queremos recordar la definición de **Seno**, nos referimos a **SOH**, pues seno empieza con la letra **S**, la **O** y la **H** nos ayudan a recordar que **Seno** es **Opuesto** sobre **Hipotenusa**.

EJEMPLO

Supongamos que queremos determinar $\sin(A)$, $\cos(A)$ y $\tan(A)$ en el triángulo ABC, dado a continuación:



El **Seno** se define como la razón entre **Opuesto** sobre **Hipotenusa** (**SOH**). Por lo tanto:



$$\sin(A) = \frac{\text{Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$$

El **Coseno** se define como la razón entre **Adyacente** sobre **Hipotenusa** (**CAH**). Por lo tanto:

$$\cos(A) = \frac{\text{Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$$

La **Tangente** se define como la razón entre **Opuesto** sobre **Adyacente** (**SOA**). Por lo tanto:

$$\tan(A) = \frac{\text{Opuesto}}{\text{Adyacente}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$$

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE

Identifica las funciones trigonométricas a partir de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.

PARA RECORDAR

Organizadores gráficos:

Los organizadores gráficos, son utilizados para lograr conexiones entre conceptos, términos y hechos, usando elementos visuales de manera que la información sea fácil de comprender e interiorizar.

Ejemplos: Mapas mentales, diagrama de cuadros, diagrama de Ven, tablas de análisis, organigrama, entre otros.

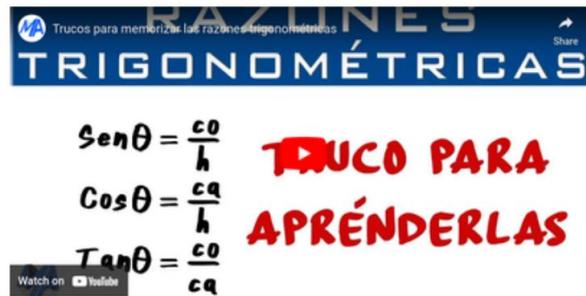
Código QR del video



2. MATERIAL AUDIOVISUAL

Con el fin de clarificar la exposición docente, se indicará a continuación un video de YouTube acerca de las funciones trigonométricas. (5 minutos)

VIDEO DE RETROALIMENTACIÓN



La finalidad del video es retroalimentar las funciones y razones trigonométricas, a través de dos técnicas de memorización e interpretación. Además, el video cuenta con un ejercicio general de identificación de las razones trigonométricas.

REFLEXIÓN (25 minutos)

1. ORGANIZADOR GRÁFICO

Los estudiantes construirán organizadores gráficos, con el fin de reflexionar acerca de sus conocimientos aprendidos en la clase n° 1. (10 minutos).

EJEMPLOS DE ORGANIZADORES GRÁFICOS

A continuación se presenta algunos ejemplos de organizadores gráficos, con el fin de que los estudiantes tengan varias ideas de cómo organizar los apuntes de clase.

Table of Trigonometric Functions:

COSENO $\cos(\alpha) = \frac{CA}{H}$	SENO $\sin(\alpha) = \frac{CO}{H}$	SECANTE $\sec(\alpha) = \frac{H}{CA}$
COTANGENTE $\cot(\alpha) = \frac{CA}{CO}$	TANGENTE $\tan(\alpha) = \frac{CO}{CA}$	COSECANTE $\csc(\alpha) = \frac{H}{CO}$

Hierarchical Flowchart:

- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
 - Una relación entre los lados de un triángulo rectángulo
 - Las 6 razones
 - C. Oposto / Hipotenusa
 - C. Adyacente / Hipotenusa
 - C. Oposto / C. Adyacente
 - C. Adyacente / C. Oposto
 - Hipotenusa / C. Oposto
 - Hipotenusa / C. Adyacente
- FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS
 - Concepto
 - Clasificación
 - Historia
 - Aplicaciones

Mind Map:

- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
 - SENO
 - COSENO
 - TANGENTE

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



DESTREZA

Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).

INDICADORES DE LOGRO

Aplica e identifica la Ley de Senos y Cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.



OBJETIVOS



- Comprender y definir la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica.
- Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.



Código QR del taller n°1



2. TALLER

A continuación se presenta el taller guía n° 1, donde se evaluará aspectos cualitativos como cuantitativos, en base a la destreza, objetivos e indicadores de logro para la clase de las razones y funciones trigonométricas. (15 minutos).

DATOS INFORMATIVOS

Se presenta una matriz para que el estudiante llene sus datos informativos correspondientes, proporcionados por el docente.

Nombre del docente				Área/Asignatura	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Comprender y definir las razones trigonométricas básicas: seno, coseno y tangente, para resolver problemas de triángulos rectángulos.		
Destreza:	Definir las funciones Seno, Coseno y Tangente a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).			Criterios de evaluación:	Identifica las funciones trigonométricas a partir de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.		
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad				Periodo:	15 minutos	
Nombre del estudiante					Fecha:		

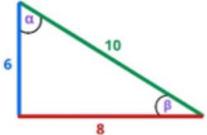
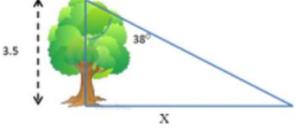
ACTIVIDAD

A continuación se presenta la actividad, junto con la valoración de cada ítem que deben de realizar los estudiantes, para ello, el docente proporcionará un breve recordatorio de las funciones y razones trigonométricas, de manera que los estudiantes no tengan problemas al momento de resolver las actividades.

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades, utilice los conceptos de razones y funciones trigonométricas.	Puntuación
<p>1. ¿Qué son las funciones trigonométricas y que tiene que ver con la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras?</p> <p>Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales. La razón de la proporción entre los lados de los triángulos se llama razón de semejanza, mismas que son razones trigonométricas, de ahí, se utiliza el Teorema de Pitágoras para identificar las razones trigonométricas comunes son : seno, coseno y tangente.</p>	/1 p
<p>2. Relacione las siguientes figuras con las razones trigonométricas:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin: 0 20px;"> $\text{Sen}(A) = \frac{\text{shoe}}{\text{sun}}$ </div> <div style="margin: 0 20px;"> $\text{Cos}(A) = \frac{\text{soccer ball}}{\text{sun}}$ </div> <div style="margin: 0 20px;"> $\text{Tan}(A) = \frac{\text{shoe}}{\text{soccer ball}}$ </div> </div>	/3 p
<p>3. Determine el seno, coseno y tangente de alfa (α) y de beta (β).</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin: 0 20px;"> $\text{sen}(\alpha) = \frac{O}{H} = \frac{8}{10} = 0,8$ $\text{cos}(\alpha) = \frac{A}{H} = \frac{6}{10} = 0,6$ $\text{tan}(\alpha) = \frac{O}{A} = \frac{8}{6} = 1,33$ </div> <div style="margin: 0 20px;"> $\text{sen}(\beta) = \frac{O}{H} = \frac{6}{10} = 0,6$ $\text{cos}(\beta) = \frac{A}{H} = \frac{8}{10} = 0,8$ $\text{tan}(\beta) = \frac{O}{A} = \frac{6}{8} = 0,75$ </div> </div>	/3 p
<p>4. ¿Cuánto medirá la sombra que proyecta un árbol, si un observador mira a 38° desde la copa del árbol a la punta de la sombra?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Para determinar cuánto mide la sombra del árbol, podemos utilizar la función trigonométrica tangente, ya que relaciona el cateo opuesto con el adyacente:</p> $\text{tan}(\alpha) = \frac{O}{A} \rightarrow \text{tan}(38^\circ) = \frac{x}{3,5}$ <p>De la siguiente expresión, se puede despejar la incógnita "x":</p> $x = 3,5 \cdot \text{tan}(38^\circ)$ $x = 2,734 \text{ m}$ <p>Respuesta: La sombra que proyecta el árbol es de 2,734 metros.</p> </div> </div>	/3 p
Total:	/10 p

CLASE NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

3. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Después de la actividad planeada, se evaluará con una ponderación numérica de cada ítem, sin embargo, la evaluación será calificada de manera cualitativa, ya que el propósito de la clase n°1 y el taller n°1 es una introducción para abordar la Ley de Senos y Cosenos.

PREGUNTAS / CRITERIOS	1 punto	0,5 puntos	0,25 puntos	0 puntos
1. ¿Qué son las funciones trigonométricas y que tiene que ver con la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja a lo que es las razones trigonométricas.	No define las razones trigonométricas.
PREGUNTAS / CRITERIOS	3 puntos	2 puntos	1 puntos	0 puntos
2. Relacione las siguientes figuras con las razones trigonométricas.	Relaciona perfectamente las razones trigonométricas.	Relaciona las razones trigonométricas.	Relaciona parcialmente las razones trigonométricas.	No relaciona las razones trigonométricas.
3. Determine el seno, coseno y tangente de alfa (α) y de beta (β).	Realiza perfectamente los cálculos matemáticos.	Realiza los cálculos matemáticos.	Realiza parcialmente los cálculos matemáticos.	No realiza los cálculos matemáticos.
4. ¿Cuánto medirá la sombra que proyecta un árbol, si un observador mira a 38° desde la copa del árbol a la punta de la sombra?	Identifica, relaciona y realiza perfectamente la modelización matemática.	Identifica, relaciona y realiza la modelización matemática.	Identifica, relaciona y realiza parcialmente la modelización matemática.	No identifica, no relaciona y no realiza la modelización matemática.
TOTAL:				

Finalmente, el docente tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño del estudiante en la presente actividad, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

El docente pintará el emoji que más destacó en el taller n°1 de cada estudiante.

TOTAL:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

A continuación, se presenta el taller vacío y la rúbrica de evaluación para que el docente proporcione del recurso a los estudiantes:

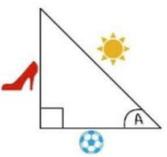
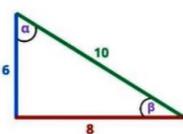
TALLER NO. 1

RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Taller del estudiante

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	TALLER N° 1 RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	 SOMOS CALIDAD FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
--	--	--

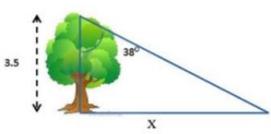
Nombre del docente				Área/Asignatura	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Comprender y definir las razones trigonométricas básicas: seno, coseno y tangente, para resolver problemas de triángulos rectángulos.		
Destreza:	Definir las funciones Seno, Coseno y Tangente a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).			Criterios de evaluación:	Identifica las funciones trigonométricas a partir de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.		
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad				Periodo:	15 minutos	
Nombre del estudiante					Fecha:		

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades, utilice los conceptos de razones y funciones trigonométricas.	Puntuación
1. ¿Qué son las funciones trigonométricas y que tiene que ver con la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras? <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	/1 p
2. Relacione las siguientes figuras con las razones trigonométricas: 	/3 p
3. Determine el seno, coseno y tangente de alfa (α) y de beta (β). 	/3 p

TALLER NO. 1

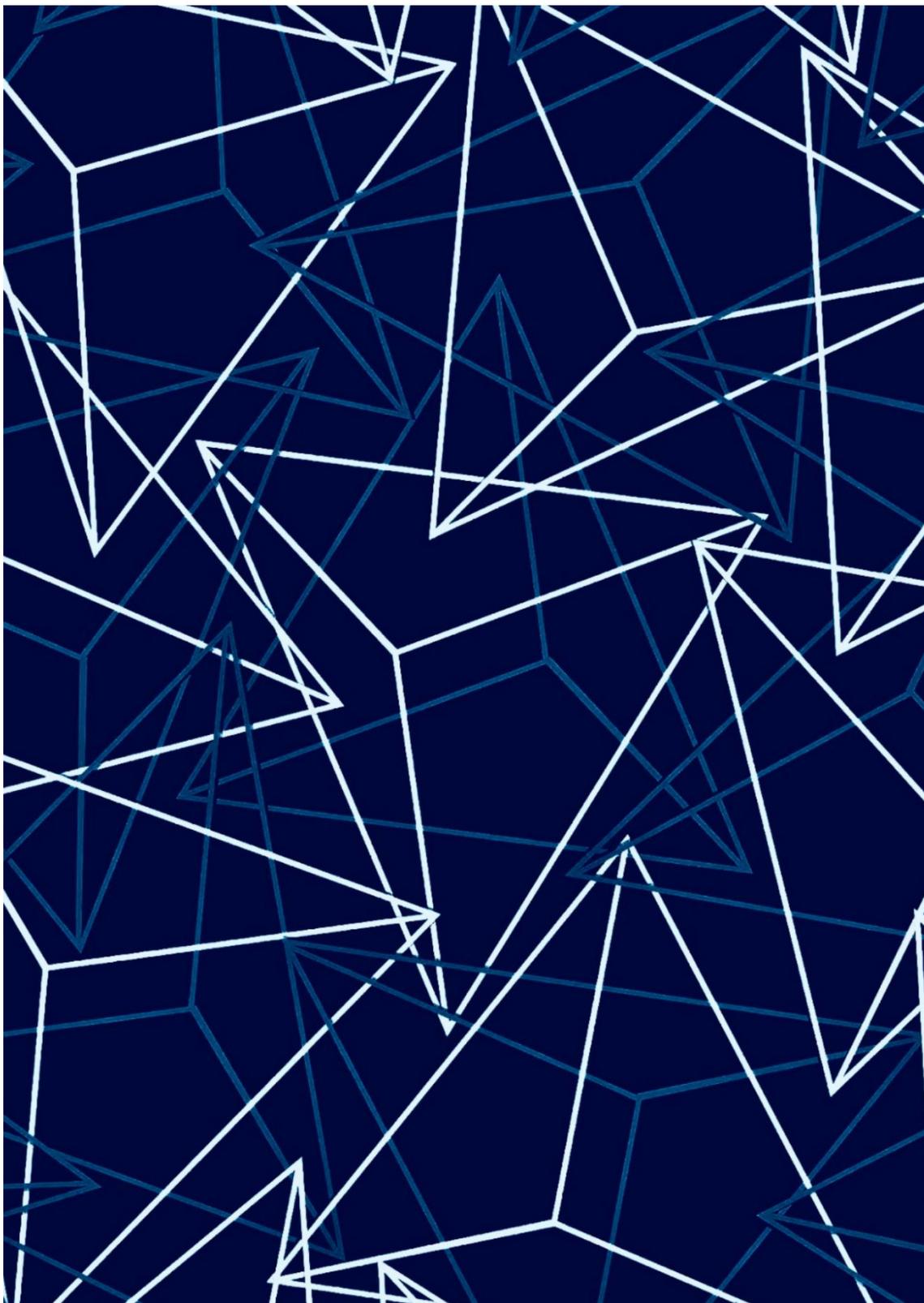
RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Taller del estudiante

<p>4. ¿Cuánto medirá la sombra que proyecta un árbol, si un observador mira a 38° desde la copa del árbol a la punta de la sombra?</p> <div style="text-align: center;">  </div>	/3 p								
Total: /10 p									
Ponderación: Pinte el emoji que representa su desempeño en esta actividad	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; text-align: center;">Excelente</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">Bueno</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">Regular</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">Malo</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table>	Excelente	Bueno	Regular	Malo				
Excelente	Bueno	Regular	Malo						
									

 <p>UCUENCA PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</p>	<p>RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 1 RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS</p>	 <p>UCUENCA  Somos Calidad FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</p>
---	---	--

PREGUNTAS / CRITERIOS	1 punto	0,5 puntos	0,25 puntos	0 puntos
1. ¿Qué son las funciones trigonométricas y que tiene que ver con la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja a lo que es las razones trigonométricas.	No define las razones trigonométricas.
2. Relacione las siguientes figuras con las razones trigonométricas.	Relaciona perfectamente las razones trigonométricas.	Relaciona las razones trigonométricas.	Relaciona parcialmente las razones trigonométricas.	No relaciona las razones trigonométricas.
3. Determine el seno, coseno y tangente de alfa (α) y de beta (β).	Realiza perfectamente los cálculos matemáticos.	Realiza los cálculos matemáticos.	Realiza parcialmente los cálculos matemáticos.	No realiza los cálculos matemáticos.
4. ¿Cuánto medirá la sombra que proyecta un árbol, si un observador mira a 38° desde la copa del árbol a la punta de la sombra?	Identifica, relaciona y realiza perfectamente la modelización matemática.	Identifica, relaciona y realiza la modelización matemática.	Identifica, relaciona y realiza parcialmente la modelización matemática.	No identifica, no relaciona y no realiza la modelización matemática.
TOTAL:				
PONDERACIÓN CUALITATIVA:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
				



TRIGONOMETRÍA

CLASE 2

LEY DE SENOS Y COSENO



CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



DESTREZA

Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).

OBJETIVOS



- Comprender y definir la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica.
- Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.

¿SABÍAS QUÉ?

¿Qué son las razones trigonométricas?

Las razones de los lados de un triángulo rectángulo se llaman razones trigonométricas. es el proceso aritmético de dividir las longitudes de los lados de un triángulo.

¿Qué es un triángulo oblicuángulo?

Un triángulo oblicuángulo es el que no tiene ningún ángulo de 90° . Y se dividen en acutángulo, donde todos su ángulos internos son agudos y los obtusángulo. que tiene un ángulo obtuso.

¿Qué es la Ley de Senos?

La Ley de Senos es una proporción entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de sus correspondientes ángulos opuestos.

¿Qué es la Ley de Cosenos?

La Ley de Cosenos relaciona el cuadrado de un lado de un triángulo con los otros dos y con el coseno del ángulo formado por estos dos lados.



INTRODUCCIÓN

Una vez estudiada las razones y funciones trigonométricas, vamos a abordar la Ley de Senos y Cosenos. El objetivo de ésta clase es, introducimos de manera teórica a dichas leyes, con el propósito de resolver problemas cotidianos que incluyan triángulos oblicuángulos, para posteriormente, estudiarlas desde otros enfoques metodológicos.

A través del ciclo de aprendizaje de indagación, se plantea la comprensión del la clase teórica de la Ley de Senos y Cosenos, distribuida en tres etapas: indagación o pregunta, acción y reflexión. A lo largo de esta clase se trabajará con ejemplos prácticos y ejercicios que permitirán entender y aplicar estos conceptos de manera efectiva.

¡Prepárense para descubrir el fascinante mundo de la Trigonometría!

INDAGACIÓN (15 minutos)

1. PRESENTACIÓN

El docente presentará la destreza y objetivos de estudio para esta respectiva clase, a través de una socialización. (5 minutos).

2. PREGUNTAS INTERCALADAS

El docente mediante un dialogo abierto, incitará a los estudiantes a participar libremente de manera que se generen y reflexionen ideas a conocimientos en Trigonometría, con el fin de poder definir la Ley de Senos y Cosenos. (10 minutos).

Introducciones de indagación para las preguntas intercaladas

- ¿Qué son las razones trigonométricas?
- ¿Qué es un triángulo oblicuángulo?
- ¿Qué es la Ley de Senos?
- ¿Qué es la Ley de Cosenos?

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver triángulos oblicuángulos.



DESPERTEMOS LA CURIOSIDAD

¿Quién descubrió la Ley de Senos?

El libro de **Ibn Mu'adh al-Jayyani** del siglo **XI**, "El libro de los arcos desconocidos de una esfera" introdujo la ley general de los senos.

La ley plana de los senos fue descrita más tarde en el siglo **XIII** por **Nasir al-Din al-Tusi**, declaró la ley de los senos para triángulos planos y esféricos, y proporcionó las pruebas de esta ley.

Según Glen Van Brummelen, la ley de los senos está en realidad basada en **Regiomontanus**, un matemático alemán del siglo **XV**, quien en sus soluciones de triángulos rectángulos en el Libro IV, y estas soluciones fueron a su vez las bases de sus soluciones de los triángulos generales.



Johann Müller Regiomontanus

ACCIÓN (40 minutos)

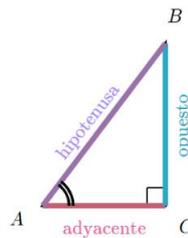
1. Trabajo Grupal

A través de una clase guiada de forma grupal, el docente recordará las funciones trigonométricas: Seno, Coseno y Tangente, con el fin de explicar la Ley de Senos. (15 minutos)

CLASE GUIADA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Las razones de los lados de un triángulo rectángulo es el proceso aritmético de dividir las longitudes de los lados de un triángulo, a dicho proceso se denomina razones trigonométricas. Las tres razones trigonométricas comunes son : seno, coseno y tangente.



$$\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

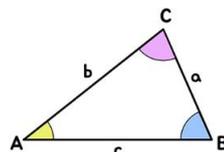
$$\tan(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

LEY DE SENOS

La Ley de los Senos es la relación entre los lados y ángulos de triángulos no rectángulos, es decir, de triángulos oblicuángulos.

Simplemente, la Ley de Senos establece que, la relación de la longitud de un lado de un triángulo al seno del ángulo opuesto a ese lado, es igual para todos los lados y ángulos en un triángulo dado.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE

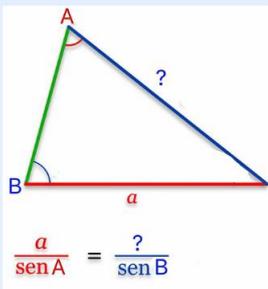


Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera práctica para resolver triángulos oblicuángulos.

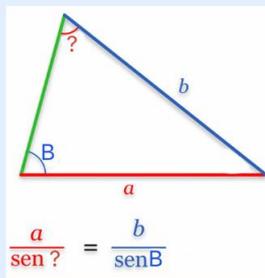
¿SABÍAS QUÉ?



Para usar la Ley de Senos se necesita conocer ya sea dos ángulos y un lado del triángulo (AAL o ALA).



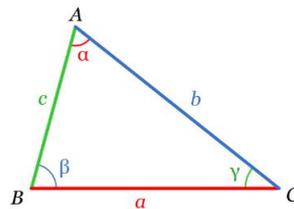
También, dos lados y un ángulo opuesto de uno de ellos (LLA).



Donde **a, b y c**, son las longitudes de los lados y **A, B y C**, son los ángulos opuestos a dichos lados, respectivamente.

EJEMPLO 1

Del siguiente triángulo ABC, se desea conocer cómo quedarían las expresiones matemáticas para la Ley de Senos:

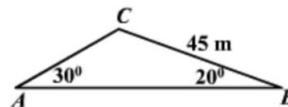


Hay que recordar que la Ley de Senos establece que, es la relación entre un lado y su ángulo opuesto, por lo que las expresiones matemáticas para el siguiente triángulo ABC, quedaría de la siguiente forma:

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

EJEMPLO 2

Dado el triángulo ΔABC con $A = 30^\circ$, $B = 20^\circ$ y $a = 45$ m. Encuentre el ángulo y los lados faltantes.



Por geometría básica, sabemos que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° , por consiguiente:

$$\begin{aligned} C &= 180^\circ - A - B \\ C &= 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ \\ C &= 130^\circ \end{aligned}$$

Respuesta: El ángulo faltante es de 130° , es un ángulo obtuso, por lo que se trata de un triángulo oblicuángulo obtusángulo.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.



¿SABÍAS QUÉ?

La Ley de Senos se utilizaba desde la antigüedad para diseñar rutas de navegación, lo que ayudaba a la sociedad al comercio entre continentes.

En la actualidad, la Ley de Senos la podemos utilizar dentro de la educación para realizar mediciones cotidianas en árboles, paredes, hasta edificios de la misma institución educativa.

Es por ello que, la Trigonometría es fundamental para el estudio de la ingeniería, ya que, junto con el álgebra y la Geometría, son el soporte de todas las ciencias.

Código QR del video



Para determinar los lados faltantes a y b, utilizaremos la Ley de Senos:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{45}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 20^\circ} = \frac{c}{\text{sen } 130^\circ}$$

$$\frac{45}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 20^\circ}$$

$$b = \frac{45 \cdot \text{sen } 20^\circ}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$b = 30,78 \text{ m}$$

$$\frac{45}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{c}{\text{sen } 130^\circ}$$

$$c = \frac{45 \cdot \text{sen } 130^\circ}{\text{sen } 30^\circ}$$

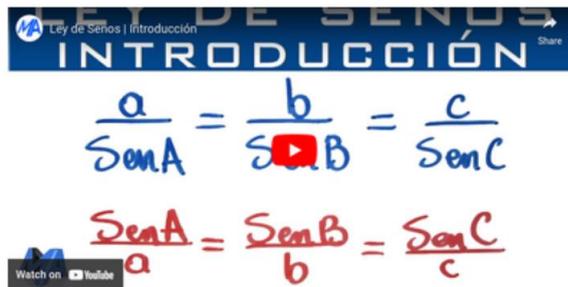
$$c = 68,94 \text{ m}$$

Respuesta: Los lados faltantes del triángulo oblicuángulo miden 30,78 m y 68,94 m.

2. MATERIAL AUDIOVISUAL

Con el fin de clarificar la exposición docente, se indicará a continuación un video de YouTube acerca de la Ley de Senos. (5 minutos).

VIDEO DE RETROALIMENTACIÓN



La finalidad del video es retroalimentar la Ley de Seno, para ello, se explica la generalidad de la Ley del Seno, nombrando los ángulos y explicando que el lado esté al opuesto del mismo. Además, se especifica cuándo usa la ley del Senos en un problema matemático. Por último, se realiza un ejercicio de identificación de las razones trigonométricas.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera teórica para resolver triángulos oblicuángulos.



DESPERTEMOS LA CURIOSIDAD

¿Quién descubrió la Ley de Cosenos?

Euler en su famoso libro "Introductio in analysin infinitorum" publicado en **1748**, definió las funciones trigonométricas de la siguiente manera: $\sin(x)$ y $\cos(x)$ denotan el seno y el coseno en el círculo unitario para el ángulo central que subtiende un arco de longitud x . Sin embargo, ya se tenía noción de aquello.

Fue el matemático silesio **Bartolomaeus Pitiscus**, introductor de la palabra "trigonometría", quien hizo la primera demostración del teorema presentándola, por primera vez en **1595**, denominándola como Ley de Cosenos.



Bartolomaeus Pitiscus
1595

28

3. EXPOSICIÓN DOCENTE

A través de una clase guiada, el docente recordará las funciones trigonométricas: Seno, Coseno y Tangente, con el fin de explicar la Ley de Cosenos. (15 minutos)

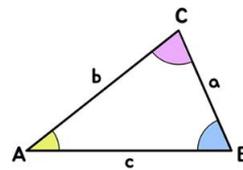
CLASE GUIADA

LEY DE COSENOS

La Ley de los Cosenos es el Teorema de Pitágoras de manera generalizada entre los lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, excepto que para el tercer término y si C es un ángulo recto el tercer término es igual cero, porque el coseno de 90° es cero y se obtiene el teorema de Pitágoras. Así, el teorema de Pitágoras es un caso especial de la Ley de los Cosenos.

Simplymente, la Ley de Cosenos establece que, el cuadrado del lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de los otros dos lados y el coseno del ángulo incluido.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



Para ángulos

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Para lados

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Donde **a**, **b** y **c**, son las longitudes de los lados y **A**, **B** y **C**, son los ángulos opuestos a dichos lados, respectivamente.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera práctica para resolver triángulos oblicuángulos.



¿SABÍAS QUÉ?

Para **usar la Ley de Cosenos** se necesita conocer ya sea dos lados y un ángulo comprendido del triángulo (LAL).

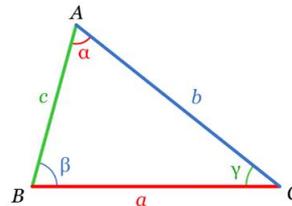
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$$

También, las longitudes de los tres lados son conocidos (LLL).

$$C = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right)$$

EJEMPLO 1

Del siguiente triángulo ABC, se desea conocer cómo quedarían las expresiones matemáticas para la Ley de Cosenos:

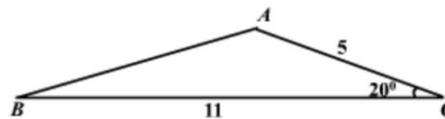


Hay que recordar que la Ley de Cosenos relaciona el cuadrado de un lado de un triángulo con los otros dos y con el coseno del ángulo formado por estos dos lados:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha) & \alpha &= \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right) \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta) & \beta &= \cos^{-1} \left(\frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac} \right) \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma) & \gamma &= \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right) \end{aligned}$$

EJEMPLO 2

Dado el triángulo $\triangle ABC$ con $a = 11$ cm, $b = 5$ cm y $C = 20^\circ$. Encuentre el lado y ángulos faltantes.



Para encontrar el lado faltante, podemos utilizar la Ley de Cosenos, ya que conocemos del triángulo dos lados y su ángulo comprendido (LLA):

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(C) \\ c &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(C)} \\ c &= \sqrt{11^2 + 5^2 - 2(11)(5) \cdot \cos(20^\circ)} \\ c &= 6,53 \text{ cm} \end{aligned}$$

Respuesta: El lado faltante mide 6,53 cm.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.

¿SABÍAS QUÉ?



Al igual que la Ley de Senos, la Ley de Cosenos también se utilizaba desde la antigüedad para diseñar rutas de navegación, lo que ayudaba a la sociedad al comercio entre continentes.

En la actualidad, la Ley de Cosenos la podemos utilizar dentro de la educación para realizar mediciones cotidianas en árboles, paredes, hasta edificios de la misma institución educativa.

Es por ello que, la Trigonometría es fundamental para el estudio de la ingeniería, ya que, junto con el álgebra y la Geometría, son el soporte de todas las ciencias.

Código QR del video



30

Para determinar los ángulos faltantes, A y B, podemos utilizar la ley de Cosenos, con las ecuaciones de los ángulos o, podemos utilizar la Ley de Senos:

$$\frac{11}{\text{sen } A} = \frac{5}{\text{sen } B} = \frac{6,53}{\text{sen } 20^\circ}$$

$$\frac{11}{\text{sen } A} = \frac{6,53}{\text{sen } 20^\circ}$$

$$\frac{5}{\text{sen } B} = \frac{6,53}{\text{sen } 20^\circ}$$

$$A = \text{sen}^{-1}\left(\frac{11 \cdot \text{sen } 20^\circ}{6,53}\right)$$

$$B = \text{sen}^{-1}\left(\frac{5 \cdot \text{sen } 20^\circ}{6,53}\right)$$

$$A = 144,82^\circ$$

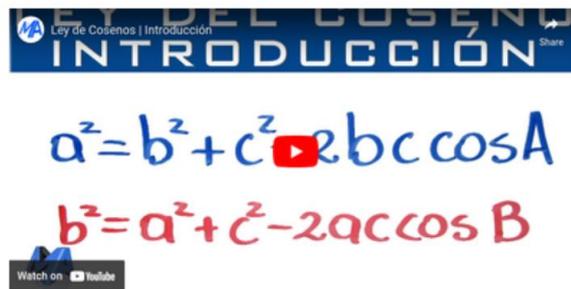
$$B = 15,2^\circ$$

Respuesta: Los ángulos faltantes del triángulo oblicuángulo miden 15,2° y 144,82°, por lo que se estaría hablando de un triángulo oblicuángulo obtusángulo.

4. MATERIAL AUDIOVISUAL

Con el fin de clarificar la exposición docente, se indicará a continuación un video de YouTube acerca de la Ley de Cosenos. (5 minutos).

VIDEO DE RETROALIMENTACIÓN



La finalidad del video es retroalimentar la Ley de Cosenos, para ello, se explica la generalidad de la ley, nombrando los ángulos y la lados, mediante una resumida demostración del teorema. Además, se especifica cuándo usa dicha ley en un problema matemático. Por último, se realiza un ejercicio de identificación de las razones trigonométricas.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.

¿SABÍAS QUÉ?



Al igual que la Ley de Senos, la Ley de Cosenos también se utilizaba desde la antigüedad para diseñar rutas de navegación, lo que ayudaba a la sociedad al comercio entre continentes.

En la actualidad, la Ley de Cosenos la podemos utilizar dentro de la educación para realizar mediciones cotidianas en árboles, paredes, hasta edificios de la misma institución educativa.

Es por ello que, la Trigonometría es fundamental para el estudio de la ingeniería, ya que, junto con el álgebra y la Geometría, son el soporte de todas las ciencias.

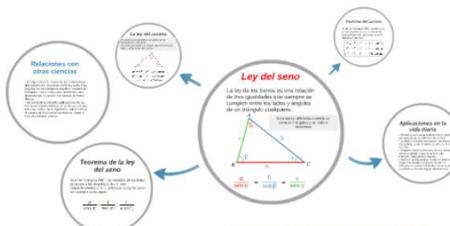
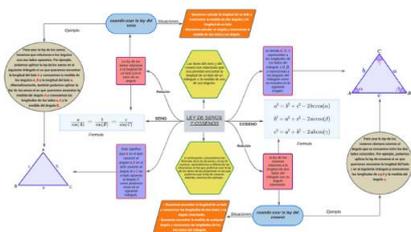
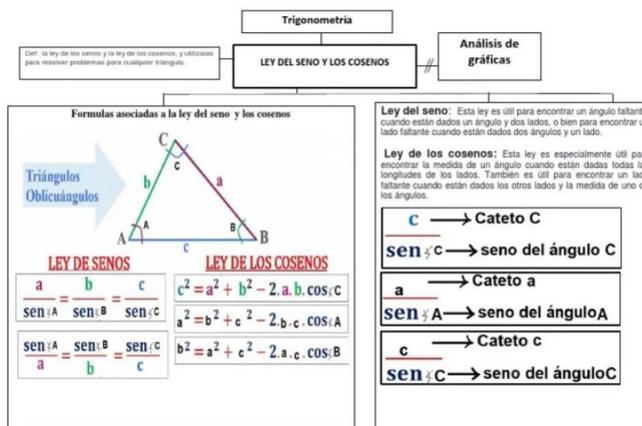
REFLEXIÓN (30 minutos)

1. ORGANIZADOR GRÁFICO

Los estudiantes construirán organizadores gráficos, con el fin de reflexionar acerca de sus conocimientos aprendidos en la clase n° 2. Además, se darán retroalimentaciones grupales, con el fin de construir un conocimiento social de la Ley de Cosenos, para ello, se explica la generalidad de la ley, nombrando los ángulos y la lados, mediante una resumida demostración del teorema. Además, se especifica cuándo usa dicha ley en un problema matemático. (10 minutos).

EJEMPLOS DE ORGANIZADORES GRÁFICOS

A continuación se presenta algunos ejemplos de organizadores gráficos, con el fin de que los estudiantes tengan varias ideas de cómo organizar los apuntes de clase.



Ley del seno y ley del coseno

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN



DESTREZA

Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).

INDICADORES DE LOGRO

Aplica e identifica la Ley de Senos y Cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.



OBJETIVOS



- Comprender y definir la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica.
- Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver triángulos oblicuángulos.

Código QR del taller n°2



2. TALLER

A continuación se presenta el taller guía n° 2 donde se evaluará aspectos cualitativos como cuantitativos, en base a la destreza, objetivos e indicadores de logro para la clase de la Ley de Senos y Cosenos. (20 minutos).

DATOS INFORMATIVOS

Se presenta una matriz para que el estudiante llene sus datos informativos correspondientes, proporcionados por el docente.

Nombre del docente:		Área/Asignatura:	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Comprender, definir y aplicar la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.
Destreza:	Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).			Criterios de evaluación:	Comprende, define y aplica la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad			Periodo:	20 minutos
Nombre del estudiante				Fecha:	

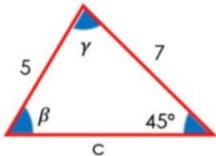
ACTIVIDAD

A continuación se presenta la actividad, junto con la valoración de cada ítem que deben de realizar los estudiantes, para ello, el docente proporcionará un breve recordatorio de la Ley de Senos y Cosenos, de manera que los estudiantes no tengan problemas al momento de resolver las actividades.

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

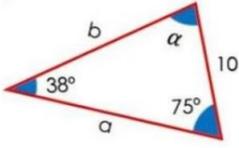
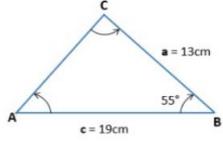
Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades utilice los conceptos de la Ley de Senos y Cosenos.	Puntuación
<p>1. ¿Qué es la Ley de Senos?</p> <p>Ley de Senos es la relación de la longitud de un lado de un triángulo al seno del ángulo opuesto a ese lado, para todos los lados y ángulos en un triángulo dado.</p>	/1 p
<p>2. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Senos?</p> <p>Ley de Senos es conveniente utilizarla cuando se conoce ya sea dos ángulos y un lado del triángulo (AAL o ALA), o cuando se conoce dos lados y un ángulo opuesto de uno de ellos (LLA).</p>	/1 p
<p>3. ¿Qué es la Ley de Cosenos?</p> <p>La Ley de Cosenos establece que el cuadrado del lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de los otros dos lados y el coseno del ángulo incluido.</p>	/1 p
<p>4. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Cosenos?</p> <p>La Ley de Cosenos es conveniente utilizarla cuando se conozca dos lados del triángulo o un triángulo rectángulo y su respectivo ángulo comprendido (LLA), o también cuando se conozca el valor de las longitudes de los tres lados (LLL), de manera que se pueda calcular sus ángulos mediante dicha ley.</p>	/1 p
<p>5. Calcule el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="width: 30%;">  <p>Para determinar el lado c utilizaremos la Ley de Senos:</p> $\frac{c}{\text{sen}(53.15)} = \frac{7}{\text{sen}(81.85)}$ $c = \frac{7 * \text{sen}(53.15)}{\text{sen}(81.85)}$ <div style="border: 1px solid red; padding: 2px; display: inline-block;">c = 5.6586 cm</div> </div> <div style="width: 30%;"> <p>Para determinar el ángulo β utilizaremos la Ley de Senos:</p> $\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)}$ $\frac{5}{\text{sen}(45^\circ)} = \frac{7}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)}$ $\frac{5}{\text{sen}(45^\circ)} = \frac{7}{\text{sen}(\beta)}$ $\frac{\text{sen}(45^\circ)}{5} = \frac{\text{sen}(\beta)}{7}$ $\text{sen}(\beta) = \frac{7 * \text{sen}(45^\circ)}{5}$ $\text{sen}(\beta) = 0.9899$ $\beta = \text{sen}^{-1}(0.9899)$ <div style="border: 1px solid red; padding: 2px; display: inline-block;">$\beta = 81.85^\circ$</div> </div> <div style="width: 30%;"> <p>Por último, para determinar el ángulo γ utilizaremos el teorema de que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°:</p> $\gamma + 45^\circ + 81.85^\circ = 180^\circ$ $\gamma + 126.85^\circ = 180^\circ$ $\gamma = 180^\circ - 126.85^\circ$ </div> </div>	/4 p

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

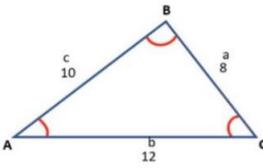
<p>6. Determine el ángulo y los lados faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo:</p>  <p>Para determinar el ángulo faltante utilizaremos el teorema de que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°:</p> $\alpha + 38^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ $\alpha + 113^\circ = 180^\circ$ $\alpha = 180^\circ - 113^\circ$ $\alpha = 67^\circ$	<p>Para determinar el lado b utilizaremos la Ley de Senos:</p> $\frac{a}{\text{sen}(\alpha)} = \frac{b}{\text{sen}(\beta)} = \frac{c}{\text{sen}(\gamma)}$ $\frac{a}{\text{sen}(67^\circ)} = \frac{b}{\text{sen}(75^\circ)} = \frac{10}{\text{sen}(38^\circ)}$ $\frac{a}{\text{sen}(67^\circ)} = \frac{b}{\text{sen}(75^\circ)} = \frac{10}{\text{sen}(38^\circ)}$ $\frac{b}{\text{sen}(75^\circ)} = \frac{10}{\text{sen}(38^\circ)}$ $b = \frac{10 \cdot \text{sen}(75^\circ)}{\text{sen}(38^\circ)}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">b = 15.689 cm</div>	<p>Para determinar el lado a utilizaremos la Ley de Senos:</p> $\frac{a}{\text{sen}(67^\circ)} = \frac{15.689}{\text{sen}(75^\circ)}$ $a = \frac{15.689 \cdot \text{sen}(67^\circ)}{\text{sen}(75^\circ)}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">a = 14.951 cm</div>	/4 p
<p>7. Determine el lado u los ángulos faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo:</p>  <p>Para poder resolver el siguiente ejercicio, asumimos que el lado que deseamos encontrar es el lado b, puesto que el ángulo opuesto es B, entonces nuestra fórmula queda:</p> $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ $b^2 = 13^2 + 19^2 - 2(13)(19) \cdot \cos(55^\circ)$ $b^2 = 246.6532$ $b = 15.7052\text{cm}$	<p>Para determinar el ángulo A, utilizaremos la fórmula para ángulos de la Ley de Cosenos</p> $\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$ $\cos A = \frac{13^2 - 15.7052^2 - 19^2}{-2(15.7052)(19)} = 0.7350$ $A = \cos^{-1}(0.7350) = 42.69^\circ$ $\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$	<p>Por último, para determinar el ángulo C, utilizaremos el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°</p> $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ $42.69^\circ + 55^\circ + \angle C = 180^\circ$ $\angle C = 180^\circ - 42.69^\circ + 55^\circ = 82.31^\circ$	/4 p

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

8. Determine el valor de los ángulos internos del siguiente triángulo oblicuángulo:



Para determinar los ángulos internos utilizaremos la Ley de Cosenos para ángulo A:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{(12)^2 + (10)^2 - (8)^2}{2(12)(10)}$$

$$\cos A = \frac{144 + 100 - 64}{240}$$

$$\cos A = \frac{180}{240}$$

$$\cos A = 0,75$$

$$A = \cos^{-1}(0,75)$$

$$A = 41^\circ$$

Ángulo A

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{(12)^2 + (10)^2 - (8)^2}{2(12)(10)}$$

$$\cos A = \frac{144 + 100 - 64}{240}$$

$$\cos A = \frac{180}{240}$$

$$\cos A = 0,75$$

$$A = \cos^{-1}(0,75)$$

$$A = 41^\circ$$

Ángulo B

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{(8)^2 + (10)^2 - (12)^2}{2(8)(10)}$$

$$\cos B = \frac{64 + 100 - 144}{160}$$

$$\cos B = \frac{20}{160}$$

$$\cos B = 0,125$$

$$B = \cos^{-1}(0,125)$$

$$B = 83^\circ$$

Para determinar el ángulo C utilizaremos el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$41^\circ + 83^\circ + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 41^\circ - 83^\circ$$

$$\sphericalangle C = 56^\circ$$

	Total:	/20 p		
	Total:	/10 p		
Ponderación: Punteo que representa su desempeño en esta actividad	Excelente	Bueno	Regular	Malo
				

3. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Después de la actividad planeada, se evaluará con una ponderación numérica de cada ítem, esto, con el fin de observar el avance general de la Ley de Senos y Cosenos, para posterior abordar el mismo tema desde otro enfoque estratégico.

Al final el docente tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño del estudiante en la presente actividad, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

A continuación, se presenta el taller vacío y la rúbrica de evaluación para que el docente proporcione del recurso a los estudiantes:

CLASE NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

 <p>UCUENCA PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</p>	<p>RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 2 LEY DE SENOS Y COSENOS</p>	 <p>UCUENCA  FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</p>
--	--	---

PREGUNTAS / CRITERIOS	1 punto	0,5 puntos	0,25 puntos	0 puntos
1. ¿Qué es la Ley de Senos ?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja del concepto trigonométrico	No define la Ley de Senos.
2. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Senos ?	La definición con claridad, coherencia y precisión cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición es clara, coherencia, pero no precisa cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición no es clara, ni tiene coherencia de cuando es conveniente ocupar dicha ley.	No define cuando se debería de utilizar la Ley de Senos.
3. ¿Qué es la Ley de Cosenos ?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja del concepto trigonométrico	No define la Ley de Cosenos.
4. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Cosenos ?	La definición con claridad, coherencia y precisión cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición es clara, coherencia, pero no precisa cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición no es clara, ni tiene coherencia de cuando es conveniente ocupar dicha ley.	No define cuando se debería de utilizar la Ley de Cosenos.
PREGUNTAS / CRITERIOS	4 puntos	3 puntos	2 puntos	0,5 puntos
5. Calcular el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Senos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Senos.
6. Determina el ángulo y los lados faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Senos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Senos.
7. Determina el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Cosenos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Cosenos.
8. Determina el valor de los ángulos internos del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Cosenos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Cosenos.
TOTAL:				/20
PONDERACIÓN CUANTITATIVA:				/10
PONDERACIÓN CUALITATIVA:	Excelente 	Bueno 	Regular 	Malo 

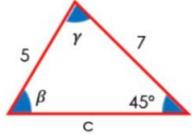
TALLER NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

UCUENCA <small>PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</small>	TALLER N° 2 LEY DE SENOS Y COSENOS	UCUENCA Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
---	---	--

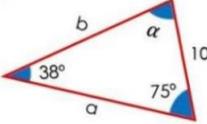
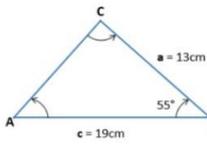
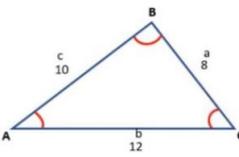
Nombre del docente:		Área/Asignatura:	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Comprender, definir y aplicar la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.
Destreza:	Definir la Ley de Senos y Cosenos a partir de las relaciones trigonométricas e identificar sus características. (Ref. M.5.1.70).			Criterios de evaluación:	Comprende, define y aplica la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica y práctica para resolver triángulos oblicuángulos.
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad			Periodo:	20 minutos
Nombre del estudiante				Fecha:	

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades, utilice los conceptos de la Ley de Senos y Cosenos.	Puntuación
1. ¿Qué es la Ley de Senos? _____ _____ _____	/1 p
2. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Senos? _____ _____ _____	/1 p
3. ¿Qué es la Ley de Cosenos? _____ _____ _____	/1 p
4. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Cosenos? _____ _____ _____	/1 p
5. Calcule el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo. <div style="text-align: center;">  </div>	/4 p

TALLER NO. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

<p>6. Determine el ángulo α y los lados faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo.</p> 	/4 p								
<p>7. Determine el lado u los ángulos faltantes del siguiente triángulo oblicuángulo.</p> 	/4 p								
<p>8. Determine el valor de los ángulos internos del siguiente triángulo oblicuángulo.</p> 	/4 p								
Total: /20 p									
Total: /10 p									
Ponderación: Ríete de mejor que representa su desempeño en esta actividad	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">Excelente</th> <th style="width: 25%;">Bueno</th> <th style="width: 25%;">Regular</th> <th style="width: 25%;">Mal o</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </tbody> </table>	Excelente	Bueno	Regular	Mal o				
Excelente	Bueno	Regular	Mal o						
									

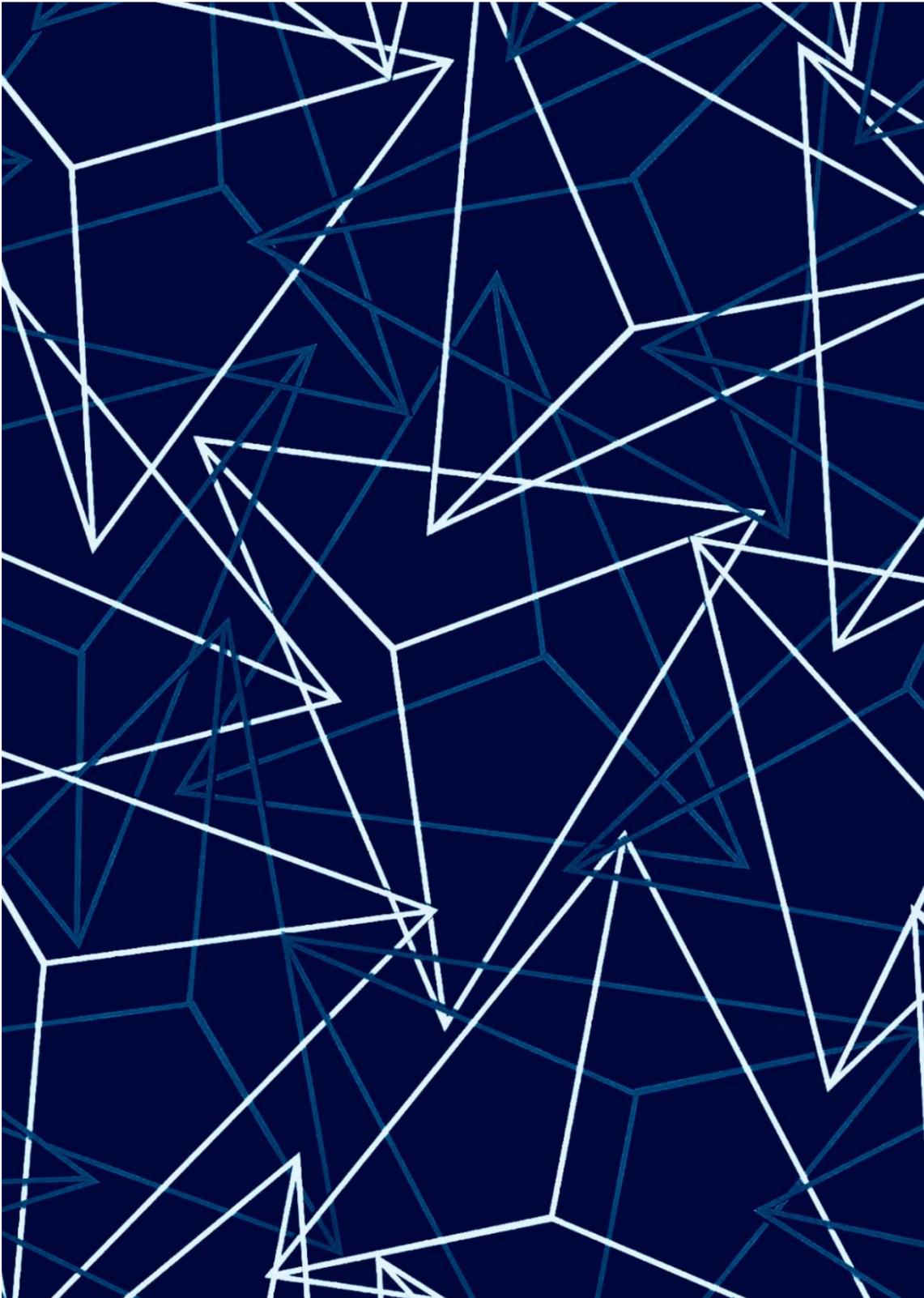
TALLER. 2

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: INDAGACIÓN

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 2 LEY DE SENOS Y COSENOS	 Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
--	---	--

PREGUNTAS / CRITERIOS	1 punto	0,5 puntos	0,25 puntos	0 puntos
1. ¿Qué es la Ley de Senos ?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja del concepto trigonométrico	No define la Ley de Senos.
2. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Senos ?	La definición con claridad, coherencia y precisión cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición es clara, coherencia, pero no precisa cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición no es clara, ni tiene coherencia de cuando es conveniente ocupar dicha ley.	No define cuando se debería de utilizar la Ley de Senos.
3. ¿Qué es la Ley de Cosenos ?	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja del concepto trigonométrico	No define la Ley de Cosenos.
4. ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Cosenos ?	La definición con claridad, coherencia y precisión cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición es clara, coherencia, pero no precisa cuando es conveniente ocupar dicha ley.	La definición no es clara, ni tiene coherencia de cuando es conveniente ocupar dicha ley.	No define cuando se debería de utilizar la Ley de Cosenos.
PREGUNTAS / CRITERIOS	4 puntos	3 puntos	2 puntos	0,5 puntos
5. Calcular el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Senos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Senos.
6. Determina el ángulo y los lados faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Senos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Senos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Senos.
7. Determina el lado y los ángulos faltantes del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Cosenos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Cosenos.
8. Determina el valor de los ángulos interiores del siguiente triángulo obtusángulo α	Relaciona perfectamente el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona el problema y lo resuelve mediante la Ley de Cosenos.	Relaciona y resuelve parcialmente el problema mediante la Ley de Cosenos.	No relaciona ni tampoco resuelve el problema, ni mucho menos utiliza la Ley de Cosenos.
TOTAL:				/20
PONDERACIÓN CUANTITATIVA:				/10
PONDERACIÓN CUALITATIVA:	Excelente 	Bueno 	Regular 	Malo 



TRIGONOMETRÍA

CLASE 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

A TRAVÉS DEL
APRENDIZAJE BASADO EN
PROBLEMAS CON AYUDA
DE LAS TICS



CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

 **DESTREZA** M.5.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez de los resultados obtenidos (con apoyo de las TICs).

OBJETIVOS 

- Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas.
- Resolver problemas que impliquen la Ley de Senos y Cosenos para su solución mediante el uso de simuladores.

¿SABÍAS QUÉ? 

¿Qué es la Ley de Senos y cómo se expresa?
 La Ley de Senos es la relación entre un lado de un triángulo oblicuángulo y el seno del ángulo opuesto. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

¿Qué es la Ley de Cosenos y cómo se expresa?
 La Ley de Cosenos establece que, el cuadrado de un lado de un triángulo oblicuángulo es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes menos el producto de dichos lados por el coseno del ángulo comprendido. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

42

INTRODUCCIÓN

Una vez estudiada la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica, la estudiaremos de manera práctica a través de la modelización matemática, al igual que, para corroborar la solución nos apoyaremos del uso de recursos tecnológicos como simuladores.

A través del ciclo de aprendizaje ERCA, se plantea la comprensión del la clase práctica de la Ley de Senos y Cosenos, distribuida en cuatro etapas: experiencia, reflexión, conceptualización y aplicación. A lo largo de esta clase se trabajará con ejemplos prácticos y ejercicios que permitirán entender y aplicar estos conceptos de manera efectiva.

¡Prepárense para descubrir el fascinante mundo de la Trigonometría!

EXPERIENCIA (10 minutos)

1. PRESENTACIÓN
 El docente presentará la destreza y objetivos de estatuido para esta respectiva clase, a través de una socialización. (5 minutos).

2. A NÁLISIS
 El docente mediante un análisis abierto, incitará a los estudiantes a participar libremente de manera que se generen ideas y conocimientos en Trigonometría, con el fin de poder definir con un lenguaje algebraico a la Ley de Senos y Cosenos. (5 minutos).

- Preguntas que se puedan generar un análisis**
- ¿Qué es la Ley de Senos y cómo se expresa?
 - ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Senos?
 - ¿Qué es la Ley de Cosenos y cómo se expresa?
 - ¿Cuándo es conveniente utilizar la Ley de Cosenos?

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

Es hora de experimentar



¿Figuras sólidas?

Los triángulos son unas de las figuras geométricas más sólidas, es decir, de las figuras más resistentes.

Para comprobar, usaremos paletas de helado, y pegamento, las uniremos hasta formar un triángulo y lo intentaremos aplastar. Comprobarás que no se rompe el triángulo formado por paletas.



A continuación Construiremos nuestro conocimiento identificando la Ley de Senos y Cosenos en dicho triángulo.

REFLEXIÓN (30 minutos)

1. EXPOSICIÓN DOCENTE

A través de una discusión guiada, el docente relacionará la Ley de Senos con situaciones hipotéticas o reales, con el fin de despertar la curiosidad de los estudiantes por reconocer y resolver aplicaciones. (15 minutos)

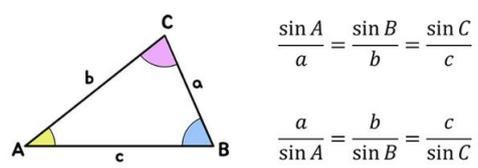
DISCUSIÓN GUIADA

LEY DE SENOS

La Ley de los Senos es la relación entre los lados y ángulos de triángulos no rectángulos, es decir, de triángulos oblicuángulos.

Simplemente, la Ley de Senos establece que, la relación de la longitud de un lado de un triángulo al seno del ángulo opuesto a ese lado, es igual para todos los lados y ángulos en un triángulo dado.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



2. MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Desde la antigüedad se utilizaba la Ley de Senos para realizar cálculos complejos en el diseño de rutas marinas, al igual que en la medición de alturas extremadamente altas, donde los únicos recursos que se tenía era un instrumento de medición de ángulos y distancias relativamente cortas, es por ello que se ha modelado situaciones reales o hipotéticas que se puedan solventar mediante la modelización matemática

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE

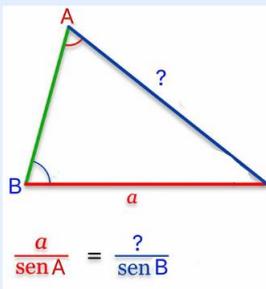


Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera práctica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

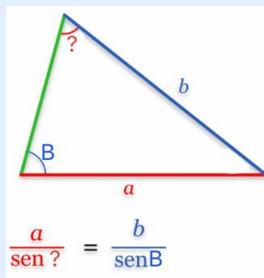
¿SABÍAS QUÉ?



Para usar la Ley de Senos se necesita conocer ya sea dos ángulos y un lado del triángulo (AAL o ALA).



También, dos lados y un ángulo opuesto de uno de ellos (LLA).

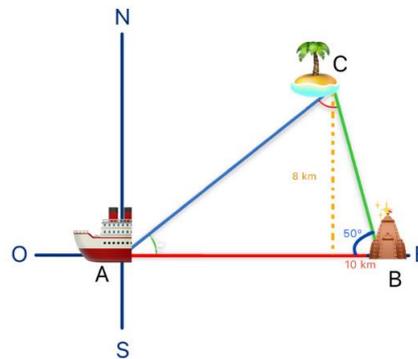


44

EJEMPLO 1: Navegación

Problema: Un capitán de un barco necesita navegar desde un punto A hasta una isla ubicada en un punto C. El capitán observa que el faro en B está a 10 km al este de A y a 8 km al norte de C. Si el ángulo entre la línea AB y la línea AC es 50° , determina la distancia directa desde A hasta C.

Solución:



1. Denotamos:

- $AB = 10$ km
- $\angle BAC = 50^\circ$

2. Usamos el teorema de Pitágoras para encontrar BC :

$$BC = \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{100 + 64} = \sqrt{164} \approx 12.81 \text{ km}$$

3. Usamos la ley de senos para encontrar AC :

$$\frac{AC}{\sin 90^\circ} = \frac{BC}{\sin 50^\circ}$$

Dado que $\sin 90^\circ = 1$ y $\sin 50^\circ \approx 0.766$,

$$AC = \frac{BC}{\sin 50^\circ} = \frac{12.81}{0.766} \approx 16.72 \text{ km}$$

Respuesta: La distancia directa entre el punto A y la isla en el punto C es de 16,72 km.

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE

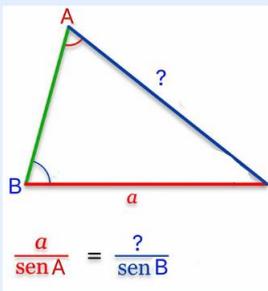


Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera práctica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

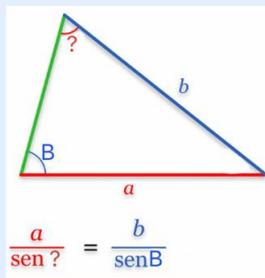
¿SABÍAS QUÉ?



Para usar la Ley de Senos se necesita conocer ya sea dos ángulos y un lado del triángulo (AAL o ALA).



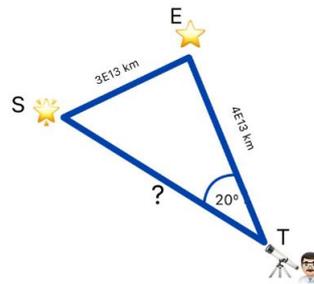
También, dos lados y un ángulo opuesto de uno de ellos (LLA).



EJEMPLO 2: Astronomía

Problema: Un astrónomo observa dos estrellas desde un observatorio. Las dos estrellas forman un ángulo de 20° en el cielo. La distancia entre la Tierra y la primera estrella es de $4E13$ km, y la distancia entre las dos estrellas es de $3E13$ km. Encuentra la distancia entre la Tierra y la segunda estrella.

Solución:



Denotamos:

- $TE = 4 \times 10^{13}$ km (Tierra a la primera estrella)
- $ES = 3 \times 10^{13}$ km (entre las dos estrellas)
- $\angle TES = 20^\circ$

Usamos la ley de senos en el triángulo TES :

$$\frac{TS}{\sin 20^\circ} = \frac{ES}{\sin T}$$

Calculamos $\sin T$:

$$T = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$

Encontramos TS :

$$\frac{TS}{\sin 20^\circ} = \frac{3 \times 10^{13}}{0.342}$$

$$TS = \frac{3 \times 10^{13}}{0.342 \cdot \sin 20^\circ} = \frac{3 \times 10^{13}}{0.342 \cdot 0.342} \approx 25.6 \times 10^{13} \text{ km}$$

Respuesta: La distancia entre la Tierra y la Segunda estrella es de $25,6E13$ km.

45

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera teórica para resolver triángulos oblicuángulos.



DESPERTEMOS LA CURIOSIDAD

¿Quién descubrió la Ley de Cosenos?

Euler en su famoso libro "Introductio in analysin infinitorum" publicado en **1748**, definió las funciones trigonométricas de la siguiente manera: $\sin(x)$ y $\cos(x)$ denotan el seno y el coseno en el círculo unitario para el ángulo central que subtende un arco de longitud x . Sin embargo, ya se tenía noción de aquello.

Fue el matemático silesio **Bartolomaeus Pitiscus**, introductor de la palabra "trigonometría", quien hizo la primera demostración del teorema presentándola, por primera vez en **1595**, denominándola como Ley de Cosenos.



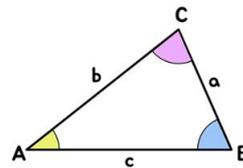
Bartolomaeus Pitiscus
1595

46

LEY DE COSENOS

La Ley de Cosenos establece que, el cuadrado del lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de los otros dos lados y el coseno del ángulo incluido.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



Para ángulos

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Para lados

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Donde **a**, **b** y **c**, son las longitudes de los lados y **A**, **B** y **C**, son los ángulos opuestos a dichos lados, respectivamente.

2. MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Desde la antigüedad se utilizaba la Ley de Cosenos para realizar cálculos complejos en el diseño de rutas marinas, diseñar mapas en cartografía, al igual que en la medición de alturas extremadamente altas, donde los únicos recursos que se tenía era un instrumento de medición de ángulos y distancias relativamente cortas, es por ello que se ha modelado situaciones reales o hipotéticas que se puedan solventar mediante la modelización matemática

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE

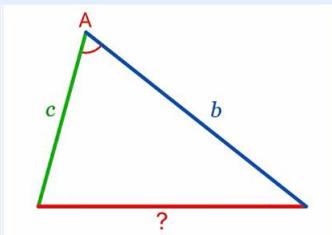


Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera práctica para resolver triángulos oblicuángulos.



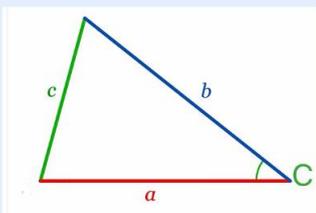
¿SABÍAS QUÉ?

Para usar la Ley de Cosenos se necesita conocer ya sea dos lados y un ángulo comprendido del triángulo (LAL).



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$$

También, las longitudes de los tres lados son conocidos (LLL).

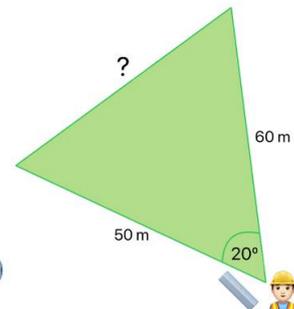


$$C = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right)$$

EJEMPLO 1: Medición de terrenos

Problema: Una persona está midiendo un terreno que tiene forma triangular. Mide dos lados del terreno y el ángulo entre ellos. Los lados miden 50 metros y 60 metros, y el ángulo entre ellos es de 70 grados. Calcula la longitud del tercer lado del terreno.

Solución:



Usa la Ley de Cosenos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(C)$$

Donde:

- $a = 50$ metros
- $b = 60$ metros
- $C = 70^\circ$

Aplica la fórmula:

$$c^2 = 50^2 + 60^2 - 2 \cdot 50 \cdot 60 \cdot \cos(70^\circ)$$

Calcula $\cos(70^\circ)$:

$$\cos(70^\circ) \approx 0.342$$

Sustituye en la fórmula:

$$c^2 = 2500 + 3600 - 2 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 0.342$$

$$c^2 = 2500 + 3600 - 2040 \cdot 0.342$$

$$c^2 = 6100 - 698.88$$

$$c^2 = 5401.12$$

$$c = \sqrt{5401.12}$$

$$c \approx 73.48 \text{ metros}$$

Respuesta: La longitud del tercer lado del terreno mide 73,48 metros.

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera práctica para resolver triángulos oblicuángulos.



¿SABÍAS QUÉ?

La Ley de Cosenos en la Cartografía es fundamental, desde la antigüedad se usa esta ley matemática para ayudar al diseño de mapas cartográficos, gracias a la extensión bibliográfica que se tiene, es por ello que, usar la Ley de Cosenos para la división territorial hace más sencillo el cálculo y el trabajo de dicha ciencia.



48

EJEMPLO 2: Cartografía

Problema: En un mapa, la distancia entre dos ciudades es de 150 km y 200 km respectivamente desde un punto de referencia común, con un ángulo de 60 grados entre las rutas que conectan el punto de referencia con las ciudades. Calcula la distancia directa entre las dos ciudades.

Solución:

Usa la Ley de Cosenos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(C)$$

Donde:

- $a = 150 \text{ km}$
- $b = 200 \text{ km}$
- $C = 60^\circ$

Calcula $\cos(60^\circ)$:

$$\cos(60^\circ) = 0.5$$

Sustituye en la fórmula:

$$c^2 = 150^2 + 200^2 - 2 \cdot 150 \cdot 200 \cdot 0.5$$

$$c^2 = 22500 + 40000 - 30000$$

$$c^2 = 32500$$

$$c = \sqrt{32500}$$

$$c \approx 180.28 \text{ km}$$

Respuesta: La distancia directa entre las dos ciudades es de 180,28 kilómetros.



CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Utiliza software matemático para resolver problemas, situaciones reales o hipotéticas que se relacionen con la Ley de Senos.

PARA RECORDAR



¿Qué son los simuladores?

Es una técnica que recrea situaciones reales o hipotéticas para que los estudiantes puedan practicar y experimentar sin riesgos.

Código QR del simulador Emathhelp



3. Finalmente, el software resume cada variable con su solución:

RESPUESTA

$a = \frac{3\sqrt{6}}{2} \approx 3.674234614174767$ **a.**
 $b = 3$ **a.**
 $c = \frac{3(1+\sqrt{3})}{2} \approx 4.008076211353316$ **a.**
 $A = 60^\circ$ **a.**
 $B = 45^\circ$ **a.**
 $C = 75^\circ$ **a.**
Área: $S = \frac{9(\sqrt{3}+3)}{8} \approx 5.323557158514987$ **a.**
Perímetro: $P = \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{6}+3)}{2} \approx 10.772310825528083$ **a.**

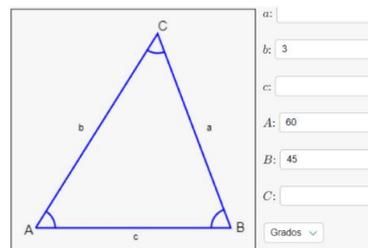
CONCEPTUALIZACIÓN (15 minutos)

1. SIMULACIÓN

Una vez determinado e interpretado los datos de la modelización matemática, podemos determinar la Ley de Senos a través del Software Emathhelp, el cual, consiste en ubicar los datos que se conozcan y el software nos resuelve el problema, para ello, debemos de interpretar el enunciado en triángulos oblicuángulos.

EJEMPLO

1. Se colocan los los datos interpretados en el triángulo oblicuángulo:



2. El software resuelve los datos faltantes, ya sean los lados o los ángulos que se desconocen, además, calcula el perímetro y el área de dicha figura:

TU APORTACIÓN

Resuelve el triángulo, si $b = 3, A = 60^\circ, B = 45^\circ$.

SOLUCIÓN

Según la ley de los senos: $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)}$.

En nuestro caso, $\frac{a}{\sin(60^\circ)} = \frac{3}{\sin(45^\circ)}$.

Por lo tanto, $a = \frac{3 \sin(60^\circ)}{\sin(45^\circ)} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

El tercer ángulo es $C = 180^\circ - (A + B)$.

En nuestro caso, $C = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$.

Según la ley de los senos: $\frac{c}{\sin(C)} = \frac{b}{\sin(B)}$.

En nuestro caso, $\frac{c}{\sin(75^\circ)} = \frac{3}{\sin(45^\circ)}$.

Por lo tanto, $c = \frac{3 \sin(75^\circ)}{\sin(45^\circ)} = \frac{3(1+\sqrt{3})}{2}$.

El área es $S = \frac{1}{2}ab \sin(C) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right) \cdot (3) \cdot (\sin(75^\circ)) = \frac{9(\sqrt{3}+3)}{8}$.

El perímetro es $P = a + b + c = \frac{3\sqrt{6}}{2} + 3 + \frac{3(1+\sqrt{3})}{2} = \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{6}+3)}{2}$.

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Utiliza software matemático para resolver problemas, situaciones reales o hipotéticas que se relacionen con la Ley de Cosenos.

PARA RECORDAR



¿Qué son los simuladores?
Es una técnica que recrea situaciones reales o hipotéticas para que los estudiantes puedan practicar y experimentar sin riesgos.

Código QR del simulador Emathhelp

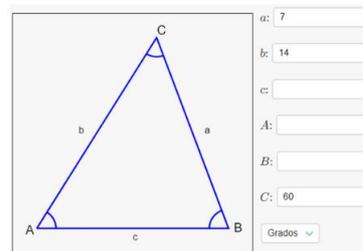


2. SIMULACIÓN

Una vez determinado e interpretado los datos de la modelización matemática, podemos determinar la Ley de Cosenos a través del Software Emathhelp, el cual, consiste en ubicar los datos que se conozcan y el software nos resuelve el problema, para ello, debemos de interpretar el enunciado en triángulos oblicuángulos.

EJEMPLO

1. Se colocan los los datos interpretados en el triángulo oblicuángulo:



2. El software resuelve los datos faltantes, ya sean los lados o los ángulos que se desconocen, además, calcula el perímetro y el área de dicha figura:

3. Finalmente, el software resume cada variable con su solución:

RESPUESTA

$a = 7$ ▲

$b = 14$ ▲

$c = 7\sqrt{3} \approx 12.124355652982141$ ▲

$A = 30^\circ$ ▲

$B = 90^\circ$ ▲

$C = 60^\circ$ ▲

Área: $S = \frac{49\sqrt{3}}{2} \approx 42.435244785437494$ ▲.

Perímetro: $P = 7(\sqrt{3} + 3) \approx 33.124355652982141$ ▲.

TU APORTACIÓN

Resuelve el triángulo, si $a = 7, b = 14, C = 60^\circ$.

SOLUCIÓN

Según la ley de los cosenos: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$.

En nuestro caso, $c^2 = 7^2 + 14^2 - (2) \cdot (7) \cdot (14) \cdot (\cos(60^\circ)) = 147$.

Por lo tanto, $c = 7\sqrt{3}$.

Según la ley de los cosenos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$.

En nuestro caso, $7^2 = 14^2 + (7\sqrt{3})^2 - (2) \cdot (14) \cdot (7\sqrt{3}) \cdot (\cos(A))$.

Por lo tanto, $\cos(A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Por lo tanto, $A = 30^\circ$.

El tercer ángulo es $B = 180^\circ - (A + C)$.

En nuestro caso, $B = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$.

El área es $S = \frac{1}{2}ab \sin(C) = (\frac{1}{2}) \cdot (7) \cdot (14) \cdot (\sin(60^\circ)) = \frac{49\sqrt{3}}{2}$.

El perímetro es $P = a + b + c = 7 + 14 + 7\sqrt{3} = 7(\sqrt{3} + 3)$.

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

 **DESTREZA** M.5.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez de los resultados obtenidos (con apoyo de las TICs).

INDICADORES DE LOGRO 

Aplica e identifica la Ley de Senos y Cosenos para resolver situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados y juzga la validez con el apoyo de las TICs.

- OBJETIVOS** 
- Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas.
 - Resolver problemas que impliquen la Ley de Senos y Cosenos para su solución mediante el uso de simuladores.

Código QR del taller n°3 



APLICACIÓN (25 minutos)

1. TALLER

A continuación se presenta el taller guía n° 3 donde se evaluará aspectos cualitativos como cuantitativos, en base a la destreza, objetivos e indicadores de logro para la clase de la Ley de Senos y Cosenos. (25 minutos).

DATOS INFORMATIVOS

Se presenta una matriz para que el estudiante llene sus datos informativos correspondientes, proporcionados por el docente.

Nombre del docente				Área/Asignatura	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que puedan ser modelizadas. Resolver problemas que impliquen la Ley de Senos y Cosenos que puedan ser modelizados con el apoyo de las TICs.	Criterios de evaluación:	Aplica e identifica la Ley de Senos y Cosenos para resolver situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados y juzga la validez con el apoyo de las TICs.
Destreza:	M.5.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez de los resultados obtenidos (con apoyo de las TICs).						
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad				Periodo:	25 minutos	
Nombre del estudiante					Fecha:		

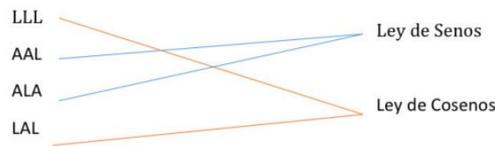
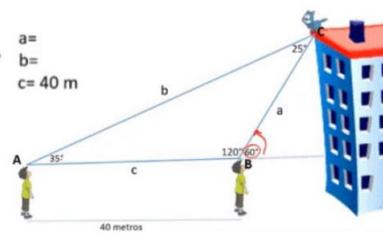
CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

ACTIVIDAD

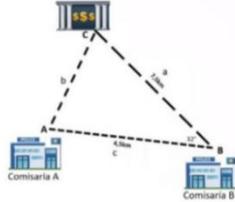
A continuación se presenta la actividad, junto con la valoración de cada ítem que deben de realizar los estudiantes, para ello, el docente proporcionará un breve recordatorio de la Ley de Senos y Cosenos, de manera que los estudiantes no tengan problemas al momento de resolver las actividades.

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades, utilice los conceptos de Ley de Senos y Cosenos..	Puntuación
<p>1. Responda V si la siguiente afirmación es verdadera o F si es falsa:</p> <p>a. La ley de Senos y Cosenos se utilizaba desde la antigüedad para diseñar rutas de navegación, lo que ayudaba a la sociedad al comercio entre continentes. En la actualidad, la Ley de Senos la podemos utilizar dentro de la educación para realizar mediciones cotidianas en árboles, paredes, hasta edificios de la misma institución educativa. __ V __</p> <p>b. La ley de Senos la descubrió el matemático Bartolomeus Pitiscus en 1595 __ F __</p>	/2 p
<p>2. Relacione con una línea las siguientes afirmaciones.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>LLL</p> <p>AAL</p> <p>ALA</p> <p>LAL</p> </div>  </div>	/4 p
<p>3. Resuelva el siguiente problema de aplicación:</p> <p>Juan está buscando el gato de su novia. Él observa un gato en el techo de un edificio con un ángulo de elevación de 35°, se acerca 40 metros para asegurarse que sea el gato de su novia y lo observa con un ángulo de 60°. Encontrar la altura de la Torre si la altura de Juan es de 60°.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	/5 p

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

<p>Para hallar la altura del edificio primero hallamos el lado a.</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ $\frac{a}{\sin 35^\circ} = \frac{40}{\sin 25^\circ}$ $a = \frac{40 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 25^\circ}$ $a = 54,29 \text{ metros}$	<p>Con el valor de a y el ángulo de 60°, tenemos un triángulo rectángulo</p> $\sin 60^\circ = \frac{c.op}{a}$ $c.op = \sin 60^\circ \cdot 54,29 \text{ m}$ $c.op = 47,01 \text{ m}$ <p>A esa distancia le sumamos la altura de Juan para conocer La distancia total del edificio.</p> $h = 47,29 \text{ m} + 1,56 \text{ m} = 48,85 \text{ m}$ <p style="text-align: right;">La altura del edificio es 48,85 metros</p>
<p>4. Resuelva el siguiente problema de aplicación:</p> <p>Cuando en la sucursal bancaria de la figura suena una alarma, la señal se recibe en las dos comisarías más cercanas. ¿Cuál será la distancia de la comisaría A al banco?</p>	
	<p>A = ? a = 7,5 km B = 32° b = ? C = ? c = 4,5 km</p> <p>En este caso tenemos un triángulo con dos lados y el ángulo entre ellos. Por consiguiente, aplicamos la Ley de Cosenos para hallar el lado b:</p> $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B}$ $b = \sqrt{(7,5)^2 + (4,5)^2 - (2)(7,5)(4,5)\cos(32^\circ)}$ $b = 4,38 \text{ km}$ <p>La distancia entre la Comisaría A y el banco es de 4,38 kilómetros.</p>
<p>5. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 3. Adjunte la captura de pantalla del simulador.</p>	
	<div style="background-color: #f0f0f0; padding: 10px;"> <p style="text-align: center; color: #0070c0;">TU APORTACIÓN</p> <p>Resuelve el triángulo, si $c = 40$, $A = 35^\circ$, $C = 25^\circ$.</p> <p style="text-align: center; color: #0070c0;">SOLUCIÓN</p> <p>Según la ley de los senos: $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{c}{\sin(C)}$.</p> <p>En nuestro caso: $\frac{a}{\sin(35^\circ)} = \frac{40}{\sin(25^\circ)}$.</p> <p>Por lo tanto, $a = \frac{40 \sin(35^\circ)}{\sin(25^\circ)} = \frac{40 \sin(\frac{7\pi}{18})}{\sin(\frac{5\pi}{18})}$.</p> <p>El tercer ángulo es $B = 180^\circ - (A + C)$.</p> <p>En nuestro caso, $B = 180^\circ - (35^\circ + 25^\circ) = 120^\circ$.</p> <p>Según la ley de los senos: $\frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$.</p> <p>En nuestro caso: $\frac{b}{\sin(120^\circ)} = \frac{40}{\sin(25^\circ)}$.</p> <p>Por lo tanto, $b = \frac{40 \sin(120^\circ)}{\sin(25^\circ)} = \frac{20\sqrt{3}}{\sin(\frac{5\pi}{18})}$.</p> <p>El área es $S = \frac{1}{2}ac \sin(B) = (\frac{1}{2}) \cdot (\frac{40 \sin(\frac{7\pi}{18})}{\sin(\frac{5\pi}{18})}) \cdot (40) \cdot (\sin(120^\circ)) = \frac{400\sqrt{3} \sin(\frac{7\pi}{18})}{\sin(\frac{5\pi}{18})}$.</p> <p>El perímetro es $P = a + b + c = \frac{40 \sin(\frac{7\pi}{18})}{\sin(\frac{5\pi}{18})} + \frac{20\sqrt{3}}{\sin(\frac{5\pi}{18})} + 40 = \frac{20(2 \sin(\frac{7\pi}{18}) + 2 \sin(\frac{7\pi}{18}) + \sqrt{3})}{\sin(\frac{5\pi}{18})}$.</p> </div>

/5 p

/5 p

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

RESPUESTA

$$a = \frac{40 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \approx 54.287898870112543 \text{ A}$$

$$b = \frac{20\sqrt{3}}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \approx 81.96762725940082 \text{ A}$$

$$c = 40 \text{ A}$$

$$A = 35^\circ \text{ A}$$

$$B = 120^\circ \text{ A}$$

$$C = 25^\circ \text{ A}$$

$$\text{Área: } S = \frac{400\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \approx 940.293990791959711 \text{ A}$$

$$\text{Perímetro: } P = \frac{20(2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3})}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} \approx 176.255526129513363 \text{ A}$$

6. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 4. Adjunte la captura de pantalla del simulador.



TU APORTACIÓN

Resuelve el triángulo, si $a = \frac{15}{2}$, $c = \frac{9}{2}$, $B = 32^\circ$.

SOLUCIÓN

Según la ley de los cosenos $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos(B)$.

En nuestro caso, $b^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{9}{2}\right) \cdot \left(\frac{15}{2}\right) \cdot (\cos(32^\circ)) = \frac{9(-12+15 \cos(32^\circ))}{2}$.

Por lo tanto, $b = \frac{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}{2}$.

Según la ley de los cosenos $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$.

En nuestro caso, $\left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{15}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}{2}\right) \cdot (\cos(C))$.

Por lo tanto, $\cos(C) = \frac{2\left(\frac{9}{2} - \frac{15 \cos(32^\circ)}{2}\right)}{45\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}$.

Por lo tanto, $C = \left(\frac{180 \arccos\left(\frac{\sqrt{3}\left(1 - \frac{5 \cos(32^\circ)}{3}\right)}{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}\right)}{2}\right)^\circ$.

El tercer ángulo es $A = 180^\circ - (B + C)$.

En nuestro caso, $A = 180^\circ - \left(32^\circ + \left(\frac{180 \arccos\left(\frac{\sqrt{3}\left(1 - \frac{5 \cos(32^\circ)}{3}\right)}{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}\right)}{2}\right)^\circ\right)$.

RESPUESTA

Algunos valores adicionales sólo se pueden calcular de forma aproximada.

El área es $S = \frac{1}{2}ac \sin(B) = \left(\frac{9}{2}\right) \cdot \left(\frac{15}{2}\right) \cdot (\sin(32^\circ)) = 8.942387583935334$.

El perímetro es $P = a + b + c = \frac{15}{2} + \frac{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}{2} + \frac{9}{2} = \frac{2\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)} + 39}{2} \approx 12$.

RESPUESTA

La respuesta es aproximada.

$$a = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ A}$$

$$b = \frac{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}{2} \approx 4.388251760033971 \text{ A}$$

$$c = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ A}$$

$$A = \left(\frac{180 \arccos\left(\frac{\sqrt{3}\left(1 - \frac{5 \cos(32^\circ)}{3}\right)}{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}\right)}{2}\right)^\circ \approx 115.083663271195057^\circ \text{ A}$$

$$B = 32^\circ \text{ A}$$

$$C = \left(\frac{180 \arccos\left(\frac{\sqrt{3}\left(1 - \frac{5 \cos(32^\circ)}{3}\right)}{\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)}}\right)}{2}\right)^\circ \approx 32.916336728804943^\circ \text{ A}$$

Área: $S = 8.942387583935334 \text{ A}$.

Perímetro: $P = \frac{2\sqrt{34-30 \cos(32^\circ)} + 39}{2} \approx 16.388251760033971 \text{ A}$.

	Total:	/26 p
	Total:	/10 p

	Excelente	Bueno	Regular	Malo
Ponderación: Pinte el emoji que representa su desempeño en esta actividad				

/5 p

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

2. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Después de la actividad planeada, se evaluará con una ponderación numérica de cada ítem, esto, con el fin de observar el avance general de la Ley de Senos y Cosenos, para posterior abordar el mismo tema desde otro enfoque estratégico.

 UCUENCA PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 3 LEY DE SENOS Y COSENOS				 UCUENCA  Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
PREGUNTAS / CRITERIOS	2 punto	1 puntos	0,25 puntos	0 puntos	
1. Responda V si la siguiente afirmación es verdadera o F si es falsa:	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja a lo que es la Ley de Senos y Cosenos.	No define la Ley de Senos y Cosenos.	
PREGUNTAS / CRITERIOS	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 puntos	
2. Relacione con una línea las siguientes afirmaciones	Relaciona perfectamente cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos.	Relaciona cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos..	Relaciona parcialmente cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos.	No relaciona cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos..	
PREGUNTAS / CRITERIOS	5 puntos	4 puntos	2 puntos	0,5 puntos	
3. Resuelva el siguiente problema de aplicación.	Realiza, relaciona e interpreta perfectamente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	Realiza, relaciona e interpreta los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	Realiza, relaciona e interpreta parcialmente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	No realiza los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	
4. Resuelva el siguiente problema de aplicación.	Realiza, relaciona e interpreta perfectamente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	Realiza, relaciona e interpreta los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	Realiza, relaciona e interpreta parcialmente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	No realiza los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	
5. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 3. Adjunte la captura de pantalla del simulador	Domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Alcanza el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Interpreta el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	No domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	

CLASE NO. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

5. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 3. Adjunte la captura de pantalla del simulador	Domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Alcanza el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Interpreta el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	No domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.
6. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 4. Adjunte la captura de pantalla del simulador	Domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	Alcanza el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	Interpreta el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	No domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.

Al final el docente tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño del estudiante en la presente actividad, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

TOTAL:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

A continuación, se presenta el taller vacío y la rúbrica de evaluación para que el docente proporcione del recurso a los estudiantes:

TALLER. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	TALLER N° 3 LEY DE SENOS Y COSENOS	Somos Calidad FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
--	--	--

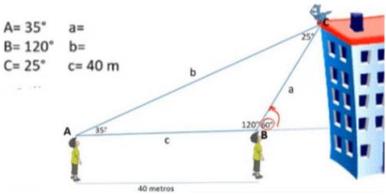
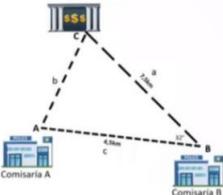
Nombre del docente				Área/Asignatura	Matemáticas	Grado/Curso:	
Número de unidad:	1	Título de la unidad:	Álgebra y funciones	Objetivo específico de la destreza:	Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que puedan ser modelizadas. Resolver problemas que impliquen la Ley de Senos y Cosenos que puedan ser modelizados con el apoyo de las TICs.		
Destreza:	M.5.1.73. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez de los resultados obtenidos (con apoyo de las TICs).				Criterios de evaluación:	Aplica e identifica la Ley de Senos y Cosenos para resolver situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados y juzga la validez con el apoyo de las TICs.	
Eje transversal:	Innovación, justicia y solidaridad				Periodo:	25 minutos	
Nombre del estudiante					Fecha:		

Indicaciones: Para resolver las siguientes actividades, utilice los conceptos de Ley de Senos y Cosenos..	Puntuación												
1. Responda V si la siguiente afirmación es verdadera o F si es falsa: c. La ley de Senos y Cosenos se utilizaba La Ley de Senos se utilizaba desde la antigüedad para diseñar rutas de navegación, lo que ayudaba a la sociedad al comercio entre continentes. En la actualidad, la Ley de Senos la podemos utilizar dentro de la educación para realizar mediciones cotidianas en árboles, paredes, hasta edificios de la misma institución educativa. _____ d. La ley de Senos la descubrió el matemático Bartolomaeus Pitiscus en 1595 _____	/2 p												
2. Relacione con una línea las siguientes afirmaciones. <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 40%; text-align: center;">LLL</td> <td style="width: 40%; text-align: center;">Ley de Senos</td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">AAL</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ALA</td> <td style="text-align: center;">Ley de Cosenos</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">LAL</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	LLL	Ley de Senos		AAL			ALA	Ley de Cosenos		LAL			/4 p
LLL	Ley de Senos												
AAL													
ALA	Ley de Cosenos												
LAL													
3. Resuelva el siguiente problema de aplicación: Juan está buscando el gato de su novia. Él observa un gato en el techo de un edificio con un ángulo de elevación de 35°, se acerca 40 metros para asegurarse que sea el gato de su novia y lo observa con un ángulo de 60°. Encontrar la altura de la Torre si la altura de Juan es de 60°.	/5 p												

TALLER. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

 <p> $A = 35^\circ$ $a =$ $B = 120^\circ$ $b =$ $C = 25^\circ$ $c = 40 \text{ m}$ </p> <p style="text-align: center;">40 metros</p>	
<p>4. Resuelva el siguiente problema de aplicación:</p> <p>Cuando en la sucursal bancaria de la figura suena una alarma, la señal se recibe en las dos comisarías más cercanas. ¿Cuál será la distancia de la comisaría A al banco?</p> 	/5 p
<p>5. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 3. Adjunte la captura de pantalla del simulador.</p> 	/5 p

TALLER. 3

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

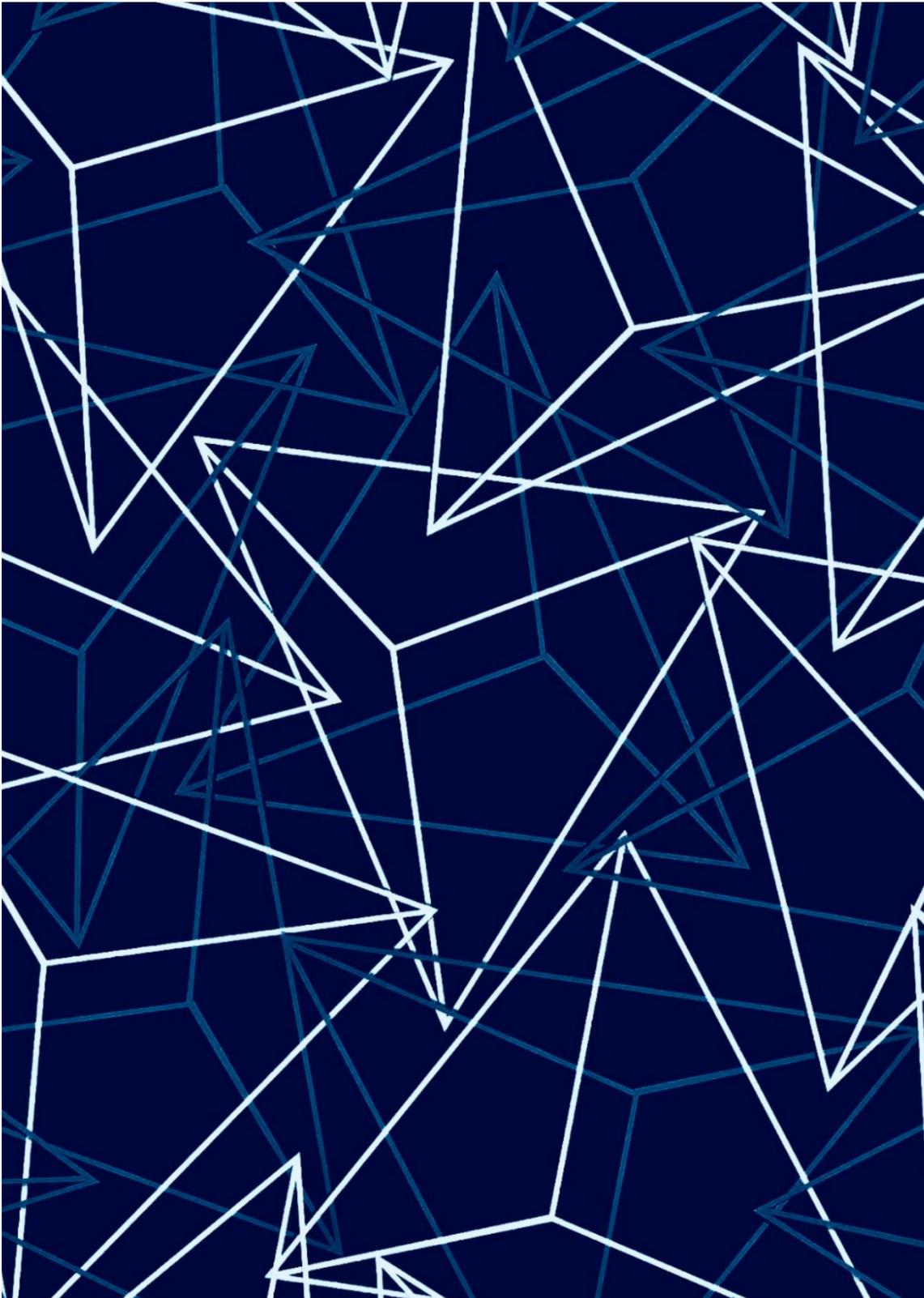
<p>6. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 4. Adjunte la captura de pantalla del simulador.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div>	/5 p								
Total: /26 p									
Total: /10 p									
<p>Ponderación: Pinte el emoji que representa su desempeño en esta actividad</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; text-align: center; padding: 2px;">Excelente</td> <td style="width: 25%; text-align: center; padding: 2px;">Bueno</td> <td style="width: 25%; text-align: center; padding: 2px;">Regular</td> <td style="width: 25%; text-align: center; padding: 2px;">Malo</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 10px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 10px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 10px;"></td> </tr> </table>	Excelente	Bueno	Regular	Malo				
Excelente	Bueno	Regular	Malo						
									

TALLER. 3

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 3 LEY DE SENOS Y COSENOS			 Somos Calidad FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PREGUNTAS / CRITERIOS	2 punto	1 puntos	0,25 puntos	0 puntos
1. Responda V si la siguiente afirmación es verdadera o F si es falsa:	La definición es clara, coherente y precisa.	La definición es clara, pero no precisa.	La definición se aleja a lo que es la Ley de Senos y Cosenos.	No define la Ley de Senos y Cosenos.
PREGUNTAS / CRITERIOS	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 puntos
2. Relacione con una línea las siguientes afirmaciones	Relaciona perfectamente cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos.	Relaciona cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos..	Relaciona parcialmente cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos.	No relaciona cuando se puede utilizar la Ley de Senos y Cosenos..
PREGUNTAS / CRITERIOS	5 puntos	4 puntos	2 puntos	0,5 puntos
3. Resuelva el siguiente problema de aplicación.	Realiza, relaciona e interpreta perfectamente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	Realiza, relaciona e interpreta los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	Realiza, relaciona e interpreta parcialmente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.	No realiza los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Senos.
4. Resuelva el siguiente problema de aplicación.	Realiza, relaciona e interpreta perfectamente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	Realiza, relaciona e interpreta los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	Realiza, relaciona e interpreta parcialmente los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.	No realiza los datos y cálculos matemáticos relacionados con la Ley de Cosenos.
5. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 3. Adjunte la captura de pantalla del simulador	Domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Alcanza el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	Interpreta el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.	No domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Senos.
6. Compruebe en el software Emathhepl el ejercicio 4. Adjunte la captura de pantalla del simulador	Domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	Alcanza el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	Interpreta el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.	No domina el manejo del Software matemático para la resolución de problemas de aplicación de la Ley de Cosenos.
TOTAL:				
PONDERACIÓN CUALITATIVA:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
				



TRIGONOMETRÍA

CLASE 4

LEY DE SENOS Y COSENNOS

A TRAVÉS DE LA
GAMIFICACIÓN



CLASE NO.4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



DESTREZA

Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizadas con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de la gamificación. (Ref. M.5.1.73).

OBJETIVOS



Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas desde el enfoque de la gamificación.

¿SABÍAS QUÉ?



¿Qué es la Ley de Senos y cómo se expresa?

La Ley de Senos es la relación entre un lado de un triángulo oblicuángulo y el seno del ángulo opuesto. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

¿Qué es la Ley de Cosenos y cómo se expresa?

La Ley de Cosenos establece que, el cuadrado de un lado de un triángulo oblicuángulo es igual a la suma de los cuadrados de los dos lados restantes menos el producto de dichos lados por el coseno del ángulo comprendido. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

INTRODUCCIÓN

Una vez estudiada la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica como práctica, veremos estas leyes desde otro enfoque pedagógico, más dinámico, divertido e entretenido. A través de la Gamificación, se pretende llegar a tener un aprendizaje socioconstructivista, el cual, se desarrollará de convencional y tecnológica.

Mediante el ciclo de aprendizaje ERCA, se plantea la comprensión de la clase práctica de la Ley de Senos y Cosenos, distribuida en cuatro etapas: experiencia, reflexión, conceptualización y aplicación. A lo largo de esta clase se trabajará con ejemplos prácticos y ejercicios que permitirán entender y aplicar estos conceptos de manera efectiva.

¡Prepárense para descubrir el fascinante mundo de la Trigonometría!

EXPERIENCIA (30 minutos)

1. PRESENTACIÓN

El docente presentará la destreza y objetivos de estatus para esta respectiva clase, a través de una socialización. (5 minutos).

2. ACTIVIDAD GRUPAL

Descripción de la actividad:

Se crea un juego interactivo en línea o en el aula, donde los estudiantes forman equipos y deben completar misiones basadas en la resolución de problemas utilizando la Ley de Senos y la Ley de Cosenos.

Materiales:

- **Tecnológicos:** Computadoras o tablets (si es en línea),
- **Didácticos:** Tarjetas de misión, pizarras blancas, marcadores.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas desde el enfoque de la gamificación.

Es hora de jugar



¿Qué es la gamificación?

La **gamificación** es la aplicación de principios y elementos propios del juego en un ambiente de aprendizaje con el propósito de influir en el comportamiento, incrementar la motivación y favorecer la participación de los estudiantes, desarrollando un aprendizaje socioconstructivista.

Código QR de las tarjetas de misión



64

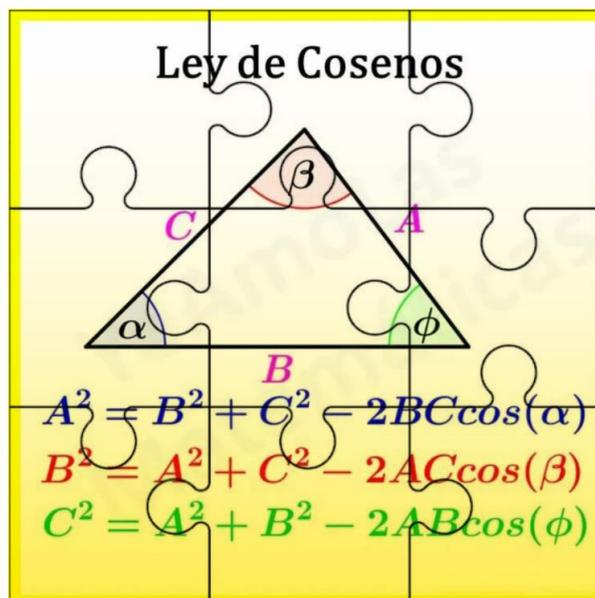
Procedimiento:

- Los estudiantes se dividen en equipos.
- Cada equipo recibe una tarjeta de misión que incluye un problema de Trigonometría relacionado con la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.
- Los equipos deben resolver el problema para avanzar a la siguiente misión.
- Cada misión completada otorga puntos y la posibilidad de acceder a la misión final.

Tarjetas de misiones:

A continuación, se muestran unas tarjetas que el docente otorgará a cada grupo de trabajo para que los estudiantes empiecen a desarrollar la actividad grupal.

NIVEL 1: Armar los siguientes rompecabezas.



CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.



Es hora de ser veloces

¿Juegos de aplicación?

Los juegos de aplicación despierta la curiosidad de los estudiantes y aporta a la construcción social del aprendizaje, ya que se pondría en práctica la teoría, corroborando así los conocimientos adquiridos en las clases previas, asegurando así, la facilidad de entendimiento a futuras clases o temáticas.

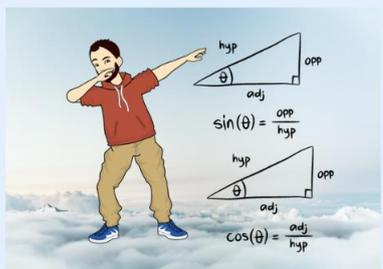
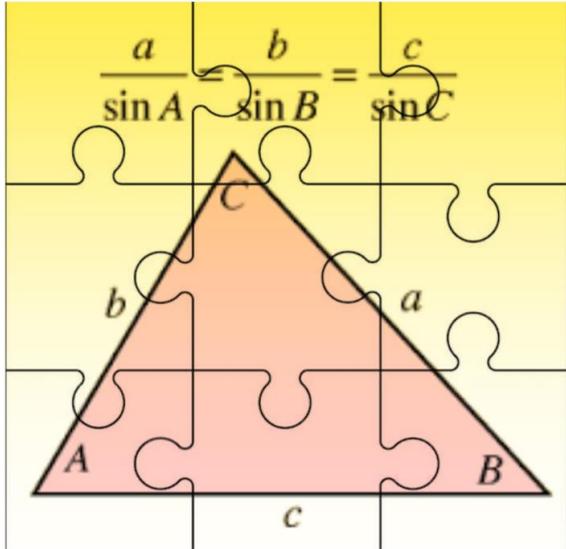


Diagram illustrating trigonometric functions: $\sin(\theta) = \frac{\text{OPP}}{\text{HYP}}$ and $\cos(\theta) = \frac{\text{ADJ}}{\text{HYP}}$.



NIVEL 2: Una vez terminado los rompecabezas, los grupos de trabajo tendrán que resolver un ejercicio, ya sea de la Ley de Senos o Cosenos para pasar al próximo nivel.

Un barco B pide socorro y se reciben las señales en dos estaciones de radio A y C, que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos BAC de 46° y BCA de 53°. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

Respuesta: 36,4 km y 40,4 km.

En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7m. ¿Bajo que ángulo se ve la portería desde el punto estratégico del balón?

Respuesta: 60 grados.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

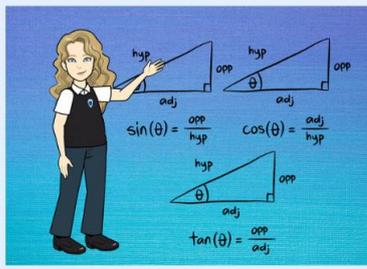
Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

¿Sabías que?



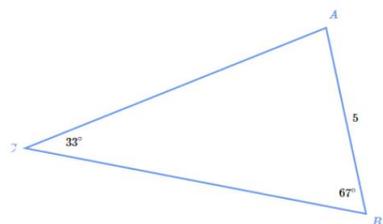
¿Esquematización de datos?

La esquematización de datos, ayuda a simplificar el entendimiento de un problema de aplicación. Es por ello que, se presenta triángulos oblicuángulos ya dados por valores numéricos, con el propósito de resolver los lados faltantes de manera fácil, rápida y eficaz para el aprendizaje de los estudiantes.



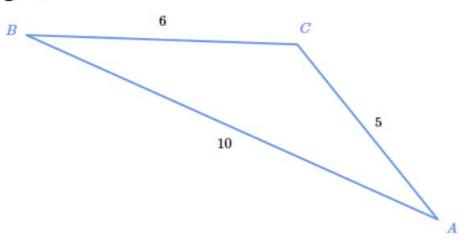
NIVEL 3: Una vez terminado los ejercicios de aplicación de la Ley de Senos o Cosenos, los grupos de trabajo deberán de resolver problemas esquematizados para pasar al próximo nivel.

Encuentre el lado faltante del siguiente triángulo oblicuángulo



Respuesta: 8,45 metros

Encuentre el ángulo B que falta en el siguiente triángulo oblicuángulo.



Respuesta: 22,33 grados.

NIVEL 4: Una vez terminado los problemas esquematizados de la Ley de Senos o Cosenos, los grupos de trabajo deberán de resolver un juego de memoria, juntando pares ordenados de la Ley de Senos y Cosenos.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

Es hora de recordar

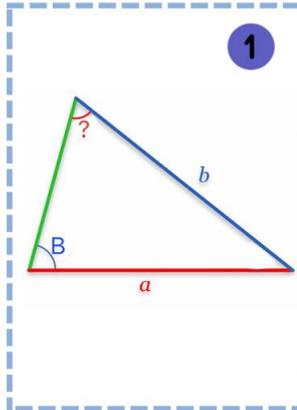


Pares ordenados

Matemáticamente, un par ordenado es una pareja de objetos matemáticos, en la que se distingue un elemento y otro.

Es por ellos que, vamos a hacer parejas de cartas, en la que deberán de jugar el "juego de la memoria" tendrán que recordadr las cartas y emparejarlas con su respectiva carta complementaria.

MEMORY GAME



1

$$\frac{a}{\text{sen } ?} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

2

Generalización del Teorema de Pitágoras

2

Ley de Cosenos

3

Cualquier triángulo, los cocientes entre la longitud de un lado y el seno del ángulo opuesto son iguales:

3

$$\frac{a}{\text{sin}(A)}$$

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.



Es hora de jugar

Pares ordenados

Matemáticamente, un par ordenado son un es una pareja de objetos matemáticos, en la que se distingue un elemento y otro.

Es por ellos que, vamos a hacer parejas de cartas, en la que deberán de jugar el "juego de la memoria" tendrán que recordadr las cartas y emparejarlas con su respectiva carta complementaria.

MEMORY GAME

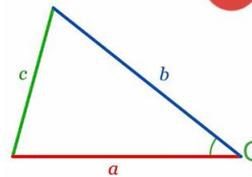


68

4

Es posible determinar los ángulos de un triángulo únicamente conociendo la longitud de sus tres lados

4



$$C = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right)$$

5

Establecido en 1595

5

Ley de Cosenos por Bartolomaeus Pitiscus

6

Establecido en el Siglo XV

6

Ley de Senos por Johann Müller Regiomontanus

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

NIVEL 5: ¡Pongamos a prueba el compañerismo!

Una vez terminadas las tarjetas de pares, los grupos tendrán que desafiar a otro grupo a un duelo de conocimientos en base a las tarjetas de pares o cualquier otro nivel ya cursado, el grupo ganador tendrá la nota máxima y el perdedor se le restarán 2 puntos. También tienen la opción de competir y se les restarán un punto al grupo.

3. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Después de la actividad planeada, se evaluará con una ponderación numérica de cada ítem, esto, con el fin de observar el avance general de la Ley de Senos y Cosenos, para posterior abordar el mismo tema desde otro enfoque estratégico.

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	RÚBRICA DE EVALUACIÓN CLASE N° 4 LEY DE SENOS Y COSENOS POR GAMIFICACIÓN				 Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
PREGUNTAS / CRITERIOS	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos	
NIVEL 1: Armar los siguientes rompecabezas.	Arma perfectamente los rompecabezas en el tiempo establecido.	Arma los rompecabezas en el tiempo establecido.	Arma los rompecabezas.	No arma los rompecabezas en el tiempo establecido.	
NIVEL 2: Modelización matemática en Trigonometría.	Resuelve, identifica e interpreta perfectamente la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve, identifica e interpreta la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	No resuelve la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	
NIVEL 3: Problemas trigonométricos.	Resuelve, identifica e interpreta perfectamente los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve, identifica e interpreta los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	No resuelve los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	
NIVEL 4: Juego de pares.	Arma, resuelve e identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	Resuelve e identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	Identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	No identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	
NIVEL 5: ¡Pongamos a prueba el compañerismo!	Desafiar a otro grupo a un duelo de conocimientos en base a las tarjetas de pares o cualquier otro nivel ya cursado, el grupo ganador tendrá la nota máxima y el perdedor se le restarán 2 puntos. También tienen la opción de competir y se le restarán un punto al grupo.				
TOTAL:					
	Excelente	Bueno	Regular	Malo	
PONDERACIÓN CUALITATIVA:					

CLASE NO. 4

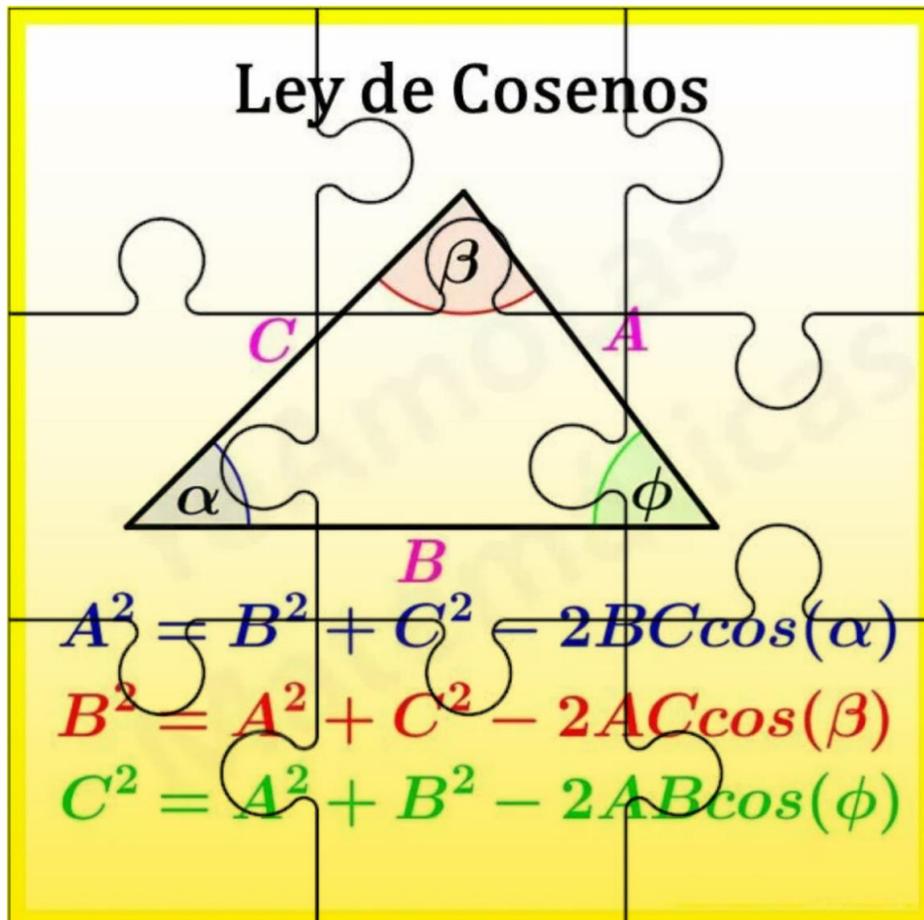
LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

Tarjetas de misiones:

A continuación, se muestran unas tarjetas que el docente otorgará a cada grupo de trabajo para que los estudiantes empiecen a desarrollar la actividad grupal.

NIVEL 1: Armar los siguientes rompecabezas.

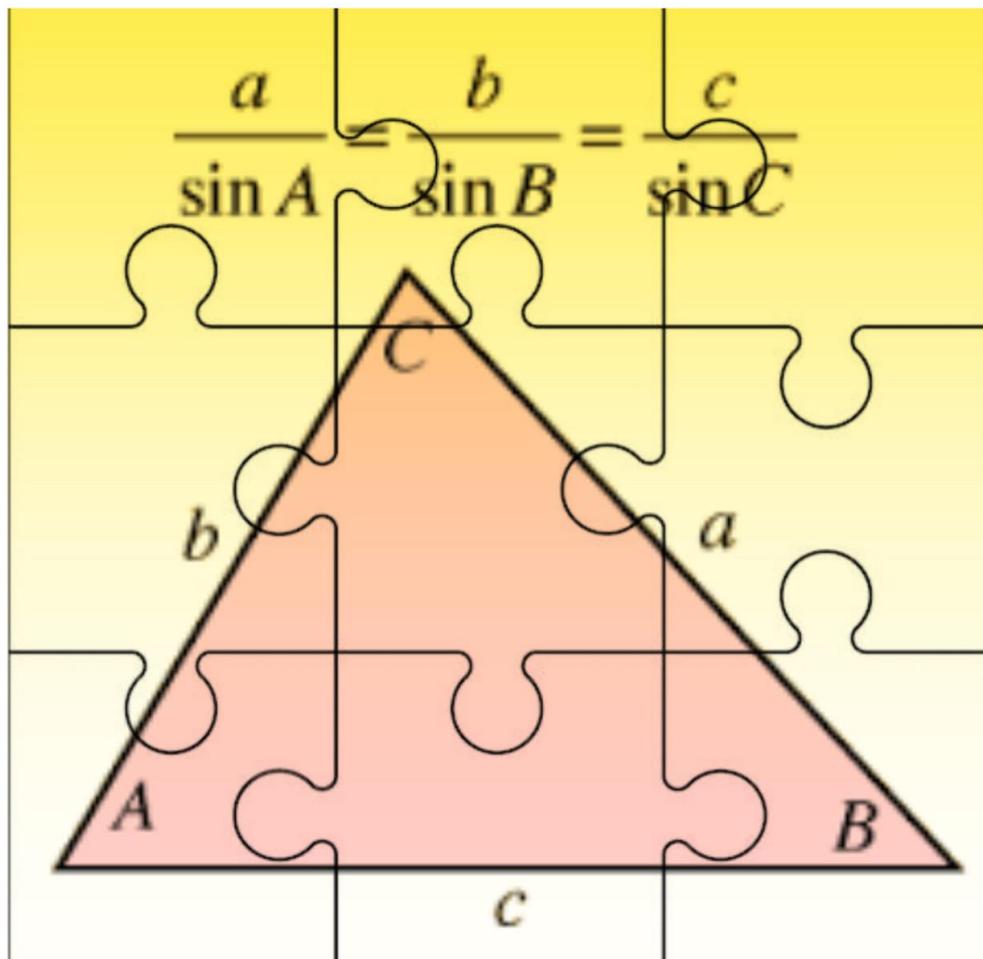


70

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

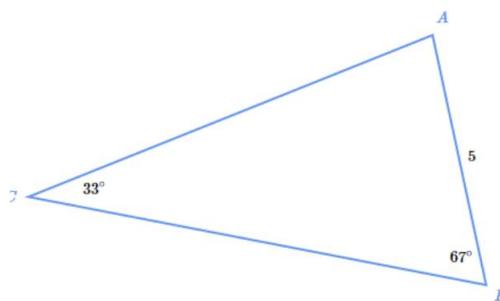
NIVEL 2: Una vez terminado los rompecabezas, los grupos de trabajo tendrán que resolver un ejercicio, ya sea de la Ley de Senos o Cosenos para pasar al próximo nivel.

Un barco B pide socorro y se reciben las señales en dos estaciones de radio A y C, que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos BAC de 46° y BCA de 53° . ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo que ángulo se ve la portería desde el punto estratégico del balón?

NIVEL 3: Una vez terminado los ejercicios de aplicación de la Ley de Senos o Cosenos, los grupos de trabajo deberán de resolver problemas esquematizados para pasar al próximo nivel.

Encuentre el lado faltante del siguiente triángulo oblicuángulo

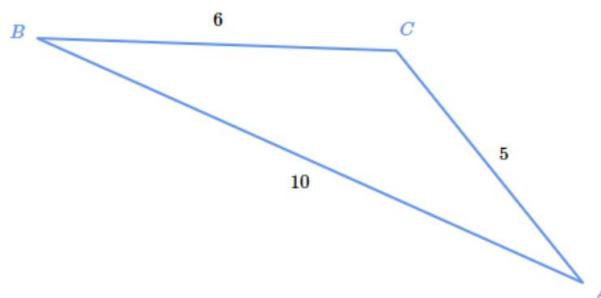


CLASE NO. 4

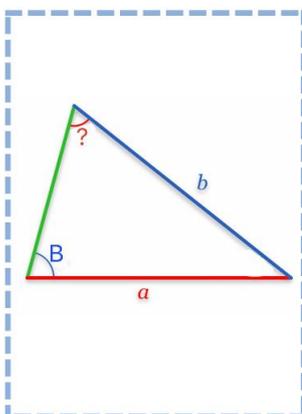
LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

Encuentre el ángulo B que falta en el siguiente triángulo oblicuángulo.



NIVEL 4: Una vez terminado los problemas esquematizados de la Ley de Senos o Cosenos, los grupos de trabajo deberán de resolver un juego de memoria, juntando pares ordenados de la Ley de Senos y Cosenos.



$$\frac{a}{\text{sen } ?} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

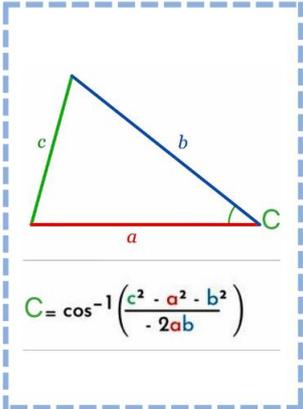
Generalización del Teorema de Pitágoras

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

Es posible determinar los ángulos de un triángulo únicamente conociendo la longitud de sus tres lados



Ley de Cosenos

Establecido en 1595

Cualquier triángulo, los cocientes entre la longitud de un lado y el seno del ángulo opuesto son iguales:

$$\frac{a}{\sin(A)}$$

Establecido en el Siglo XV

Ley de Senos por Johann Müller Regiomontanus

Ley de Cosenos por Bartolomaeus Pitiscus

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

NIVEL 5: ¡Pongamos a prueba el compañerismo!

Una vez terminadas las tarjetas de pares, los grupos tendrán que desafiar a otro grupo a un duelo de conocimientos en base a las tarjetas de pares o cualquier otro nivel ya cursado, el grupo ganador tendrá la nota máxima y el perdedor se le restarán 2 puntos. También tienen la opción de competir y se les restarán un punto al grupo.

RÚBRICA DE EVALUACIÓN

Después de la actividad planeada, se evaluará con una ponderación numérica de cada ítem, esto, con el fin de observar el avance general de la Ley de Senos y Cosenos, para posterior abordar el mismo tema desde otro enfoque estratégico.

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	RÚBRICA DE EVALUACIÓN CLASE N° 4 LEY DE SENOS Y COSENOS POR GAMIFICACIÓN				 Somos Calidad
PREGUNTAS / CRITERIOS	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos	
NIVEL 1: Armar los siguientes rompecabezas.	Arma perfectamente los rompecabezas en el tiempo establecido.	Arma los rompecabezas en el tiempo establecido.	Arma los rompecabezas.	No arma los rompecabezas en el tiempo establecido.	
NIVEL 2: Modelización matemática en Trigonometría.	Resuelve, identifica e interpreta perfectamente la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve, identifica e interpreta la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	No resuelve la modelización utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	
NIVEL 3: Problemas trigonométricos.	Resuelve, identifica e interpreta perfectamente los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve, identifica e interpreta los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	Resuelve los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	No resuelve los problemas esquematizados utilizando la Ley de Senos o Cosenos.	
NIVEL 4: Juego de pares.	Arma, resuelve e identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	Resuelve e identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	Identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	No identifica las propiedades de la Ley de Senos y Cosenos mediante juegos de memorización.	
NIVEL 5: ¡Pongamos a prueba el compañerismo!	Desafiar a otro grupo a un duelo de conocimientos en base a las tarjetas de pares o cualquier otro nivel ya cursado, el grupo ganador tendrá la nota máxima y el perdedor se le restarán 2 puntos. También tienen la opción de competir y se le restarán un punto al grupo.				
TOTAL:					
	Excelente	Bueno	Regular	Malo	
PONDERACIÓN CUALITATIVA:					

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.



¡Para debatir!

¿Qué estrategias de motricidad fueron eficientes para armar los rompecabezas?

Estrategias de motricidad puede ser a encajar las piezas, guiarse por los colores, dibujar o imaginar la forma de las piezas.

¿Qué desafíos atravesaron en la modelización matemática y qué hicieron para superarlos?

Entender con claridad el enunciado de un problema, para poder asociar a la Ley trigonométrica correspondiente.

¿Qué desafíos atravesaron en la resolución de triángulos esquematizados y qué hicieron para superarlos?

Reconocer con facilidad los datos e incógnitas presentes para asociar a la ley trigonométrica correspondiente.

¿Qué estrategias fueron clave para la memorización de pares?

Al igual que en los rompecabezas, los ejercicios de memorización y motricidad son claves para solventar estos desafíos.

76

REFLEXIÓN (15 minutos)

1. DEBATE GRUPAL

A través de un debate grupal, el docente será un moderador para que los estudiantes expongan libremente su opinión acerca de la actividad realizada, al igual que los resultados obtenidos.

Descripción del debate:

Después del juego, se realiza un debate en el aula donde los estudiantes discuten las estrategias utilizadas para resolver los problemas y comparten sus experiencias, al igual que los datos y resultados obtenidos en la actividad de la fase de experiencia.

Materiales:

Para desarrollar el debate, se va a utilizar recursos humanos y didácticos, como el pizarrón y marcadores.

Procedimiento:

- Cada equipo presenta cómo resolvió las misiones y las estrategias empleadas.
- Los estudiantes discuten en grupo qué métodos fueron más efectivos y por qué.
- Se fomenta la reflexión sobre los desafíos encontrados y cómo los superaron.

Preguntas tentativas para el moderador:

- ¿Qué estrategias de motricidad fueron eficientes para armar los rompecabezas?
- ¿Qué desafíos atravesaron en la modelización matemática y qué hicieron para superarlos?
- ¿Qué desafíos atravesaron en la resolución de triángulos esquematizados y qué hicieron para superarlos?
- ¿Qué estrategias fueron clave para la memorización de pares?
- ¿Qué piensan acerca de la actividad del último nivel? ¿Gana más el compañerismo y la amistad que una calificación?

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



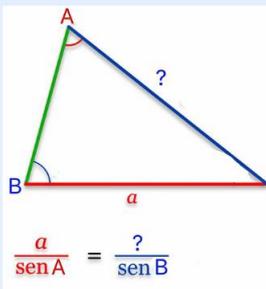
INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

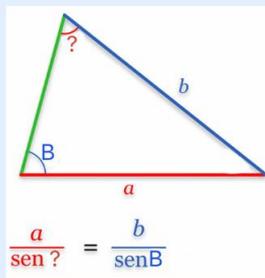
¿SABÍAS QUÉ?



Para **usar la Ley de Senos** se necesita conocer ya sea dos ángulos y un lado del triángulo (AAL o ALA).



También, dos lados y un ángulo opuesto de uno de ellos (LLA).



CONCEPTUALIZACIÓN (20 minutos)

1. RETROALIMENTACIÓN

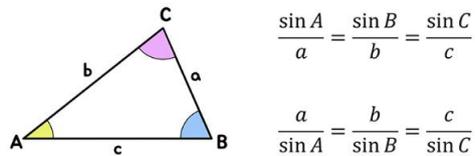
El docente explica y retroalimenta la teoría detrás de la Ley de Senos y Cosenos, conectando las experiencias del juego con los conceptos trigonométricos.

LEY DE SENOS

La Ley de los Senos es la relación entre los lados y ángulos de triángulos no rectángulos, es decir, de triángulos oblicuángulos.

Simplemente, la Ley de Senos establece que, la relación de la longitud de un lado de un triángulo al seno del ángulo opuesto a ese lado, es igual para todos los lados y ángulos en un triángulo dado.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



LEY DE SENOS EN LA GAMIFICACIÓN

La ley de Senos puede ser empleada en diversos aspectos del diseño de juegos, desde la programación y el diseño de gráficos hasta la creación de mecánicas de juego y la resolución de problemas.

- **Movimiento de Personajes:** Al calcular trayectorias curvas para personajes u objetos, la Ley de Senos puede ayudar a determinar las posiciones en función de ángulos específicos. Por ejemplo, en juegos de simulación de vuelo o navegación, esta ley puede utilizarse para calcular la ruta que sigue un avión o un barco.
- **Interacciones Basadas en Ángulos:** En juegos donde las interacciones dependen de la orientación de los personajes (como los juegos de estrategia en tiempo real), la Ley de Senos puede ser útil para calcular distancias y posiciones relativas entre unidades.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



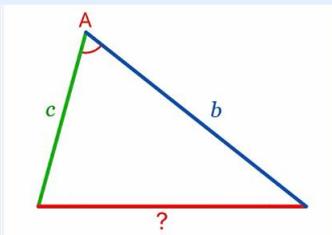
INDICADORES DE APRENDIZAJE

Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.



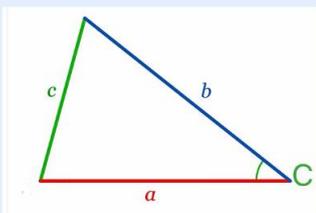
¿SABÍAS QUÉ?

Para **usar la Ley de Cosenos** se necesita conocer ya sea dos lados y un ángulo comprendido del triángulo (LAL).



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$$

También, las longitudes de los tres lados son conocidos (LLL).



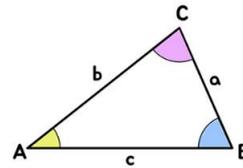
$$C = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} \right)$$

- **Gráficos y Animaciones:** En la creación de gráficos y animaciones, especialmente en 3D, la Ley de Senos puede ayudar a calcular ángulos y distancias entre puntos en el espacio tridimensional, facilitando la renderización precisa de objetos.
- **Animaciones Fluidas:** La Ley de Senos puede aplicarse para crear animaciones fluidas y naturales, como el movimiento pendular de objetos o personajes, proporcionando un movimiento más realista.

LEY DE COSENOS

La Ley de Cosenos establece que, el cuadrado del lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de los otros dos lados y el coseno del ángulo incluido.

Matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:



Para ángulos

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Para lados

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Donde **a**, **b** y **c**, son las longitudes de los lados y **A**, **B** y **C**, son los ángulos opuestos a dichos lados, respectivamente.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

INDICADORES DE APRENDIZAJE



Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Cosenos de manera teórica para resolver triángulos oblicuángulos.



DESPERTEMOS LA CURIOSIDAD

¿Qué es la gamificación?



La **gamificación** es la aplicación de principios y elementos propios del juego en un ambiente de aprendizaje con el propósito de influir en el comportamiento, incrementar la motivación y favorecer la participación de los estudiantes, desarrollando un aprendizaje socioconstructivista.



LEY DE COSENOS EN LA GAMIFICACIÓN

La integración de la Ley de Cosenos en la gamificación no solo mejora la precisión y el realismo de los juegos, sino que también proporciona a los jugadores o estuantes una experiencia más inmersiva y desafiante, al tiempo que facilita el desarrollo de habilidades y estrategias sociales y cognitivas para el procesos de aprendizaje, volviéndolo más significativo.

- **Cálculo de Distancias:** La Ley de Cosenos es útil para calcular distancias en niveles complejos donde los jugadores pueden moverse en diferentes direcciones. Esto es especialmente relevante en juegos de mundo abierto o en niveles grandes y detallados.
- **Determinación de Posiciones Relativas:** Para establecer posiciones relativas de objetos en el espacio del juego, la Ley de Cosenos puede proporcionar los cálculos necesarios para posicionar elementos de manera precisa y coherente.
- **Simulación de Fuerzas:** En simulaciones físicas, como las colisiones o el movimiento de objetos, la Ley de Cosenos puede ayudar a determinar las fuerzas resultantes y las trayectorias de los objetos después de un impacto.
- **Modelado de Mecánicas Complejas:** Para mecánicas de juego que implican movimientos complejos, como los juegos de deportes o simuladores de vehículos, la Ley de Cosenos puede ser utilizada para modelar y predecir los movimientos de manera precisa.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



DESTREZA

Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizadas con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de la gamificación. (Ref. M.5.1.73).

INDICADORES DE LOGRO

Aplica la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas desde el enfoque de la gamificación.



OBJETIVOS

Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas desde el enfoque de la gamificación.



Código QR del Scape room



APLICACIÓN (25 minutos)

1. TALLER

Los estudiantes aplican sus conocimientos en un desafío práctico donde deberán resolver problemas de resolución teórica, práctica y experimental s utilizando la Ley de Senos y Cosenos, a través de la plataforma Genially Education mediante un scape room.

DATOS INFORMATIVOS

El taller es un Scape room, el cual cuenta de cuatro salas de desafíos trigonométricos, a continuación se detalla cada una de ellas:

SALA 1

La primera sala consta de tres preguntas teóricas acerca del origen de la Trigonometría y los percursoros de la Ley de Senos y Cosenos.

RESPUESTA

La segunda opción menciona que Bartholomaeus es el percursor de la Ley de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.



80

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA



RESPUESTA

La segunda opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.

RESPUESTA

La tercera opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.



SALA 2

La segunda sala consta de tres preguntas de aplicación con situaciones hipotéticas o reales acerca del origen de la Trigonometría y los precursores de la Ley de Senos y Cosenos.



RESPUESTA

La segunda opción menciona que para resolver la siguiente aplicación hay que utilizar la Ley de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.

CLASE NO. 4 LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

RESPUESTA

La primera opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.



RESPUESTA

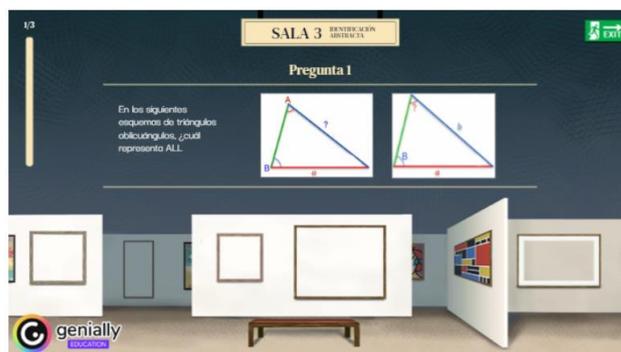
La tercera opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.

SALA 3

La tercera sala consta de tres preguntas de razonamiento con situaciones hipotéticas o reales acerca del origen de la Trigonometría y los precursores de la Ley de Senos y Cosenos.

RESPUESTA

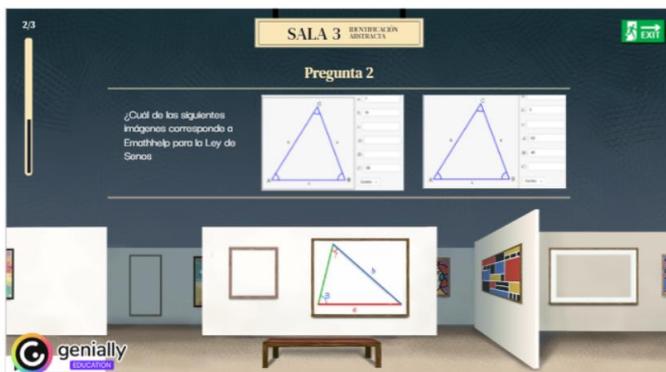
La segunda opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.



CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

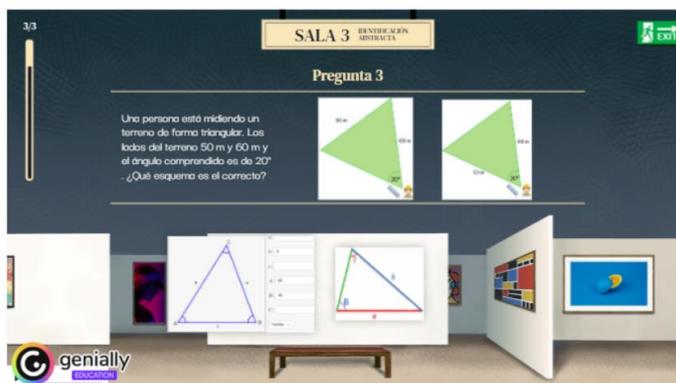


RESPUESTA

La segunda opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.

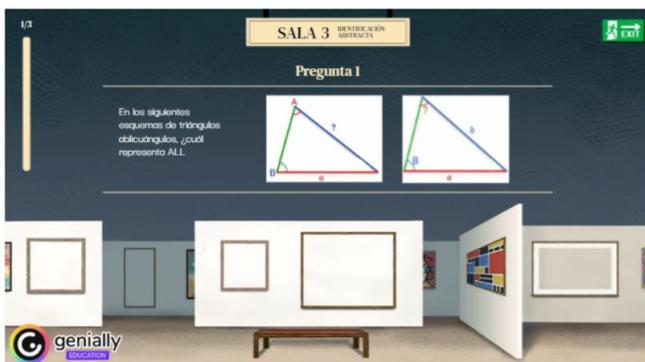
RESPUESTA

La segunda opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.



SALA 4

La cuarta sala consta de cinco preguntas teóricas, en la cual completarán un rompecabezas con el propósito de resumir la Ley de Senos y Cosenos, el cual ayudará a la construcción teórica del conocimiento.



RESPUESTA

La primera opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

RESPUESTA

La primera opción menciona que la ley matemática para resolver el problema de aplicación es la de Senos, por lo tanto es la opción correcta.

Pregunta 2

¿Qué estableció la Ley de Cosenos?

- Es una generalización del Teorema de Pitágoras
- Es una generalización del Teorema de Tales
- Es una generalización de la semejanza de triángulos

Pregunta 3

¿Para qué se usa principalmente la Ley de Senos y Cosenos?

- Para relacionar las funciones trigonométricas
- Para resolver triángulos rectángulos
- Para resolver triángulos no rectángulos, permitiendo encontrar lados o ángulos desconocidos

RESPUESTA

La tercera opción menciona la aplicación para resolver el triángulos en los que se aplique la de Ley de Senos y Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.

RESPUESTA

La tercera opción menciona la única solución no factible para la Ley de Senos, por lo tanto es la opción correcta.

Pregunta 4

¿Cuándo NO es aplicable la Ley de Senos?

- Diez lados conocidos y un ángulo
- Tres lados conocidos pero ningún ángulo conocido
- Dos ángulos y un lado conocido

CLASE NO. 4

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: ERCA

RESPUESTA

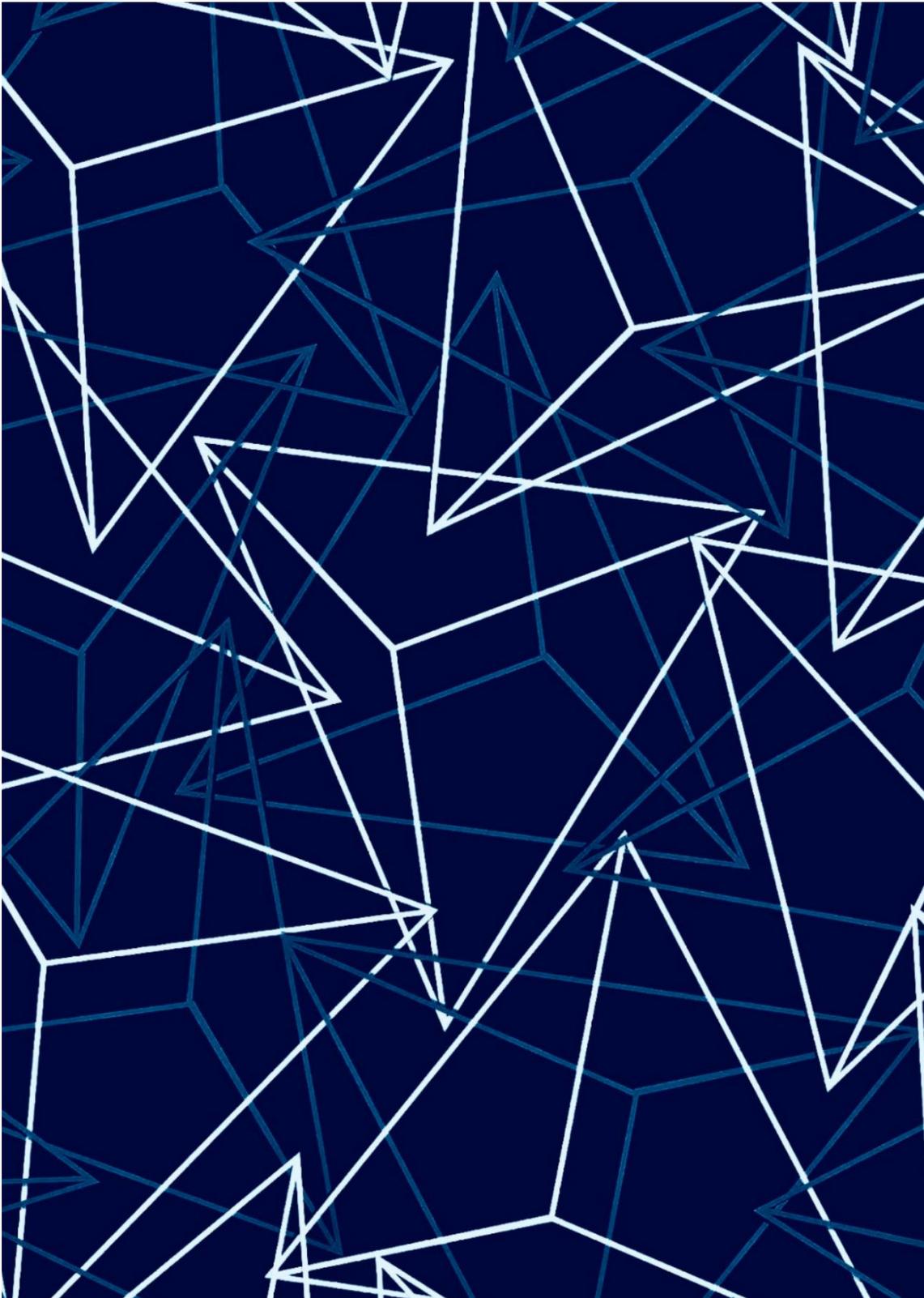
La segunda opción menciona la única solución no factible para la Ley de Cosenos, por lo tanto es la opción correcta.



EVALUACIÓN

A continuación se hablará de la evaluación que tendrán los estudiantes, para ello se seguirá una matriz estructurada de del aprendizaje planificado.

UCUENCA <small>PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES</small>		RÚBRICA DE EVALUACIÓN TALLER N° 1 RAZONES Y FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS			UCUENCA <small>Somos Calidad</small> <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>	
PREGUNTAS / CRITERIOS	1 punto	0,5 puntos	0,25 puntos	0 puntos		
1. Primera sala	La definición de un grupo de trabajo acaba en el tiempo estimado para la duración de la actividad.	La definición es de grupo de trabajo termina parcialmente en el tiempo estimado para la duración de la actividad.	La no es la correcta definición es de grupo de trabajo acaba en el tiempo estimado para la duración de la actividad..	No define que es de grupo de trabajo acaba en el tiempo estimado para la duración de la actividad..		
2. Segunda sala.	Relaciona perfectamente las aplicaciones en razones trigonométricas.	Relaciona las aplicaciones en razones trigonométricas.	Relaciona parcialmente las aplicaciones de razones trigonométricas.	No relaciona las aplicaciones de razones trigonométricas.		
3. Tercera sala.	Relaciona perfectamente las aplicaciones reales o hipotéticas en razones trigonométricas.	Relaciona las aplicaciones reales o hipotéticas en razones trigonométricas.	Relaciona parcialmente las aplicaciones reales o hipotéticas aplicaciones de razones trigonométricas.	No relaciona las aplicaciones de razones trigonométricas en aplicaciones reales o hipotéticas		
4. Cuarta sala.	Relaciona perfectamente las aplicaciones en razones trigonométricas mediante un rompecabezas	Relaciona las aplicaciones en razones trigonométricas mediante un rompecabezas	Relaciona parcialmente las aplicaciones de razones trigonométricas mediante un rompecabezas	No relaciona las aplicaciones de razones trigonométricas mediante un rompecabezas		
TOTAL:						
PONDERACIÓN CUALITATIVA:	Excelente	Bueno	Regular	Malo		



TRIGONOMETRÍA

CLASE 5

LEY DE SENOS Y COSENNOS

A TRAVÉS DEL TRABAJO
DE CAMPO



CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

 **DESTREZA** Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de trabajo del campo. (Ref. M.5.1.73).

OBJETIVOS 

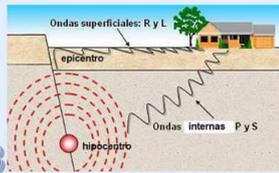
Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la experimentación y el trabajo de campo.

¿SABÍAS QUÉ? 

En la navegación
Los navegantes del siglo XV, como Cristóbal Colón, usaron la trigonometría para navegar los océanos. La Ley de Senos fue esencial para determinar su posición en el mar mediante la observación de las estrellas y la medición de ángulos.



Geología
Geólogos y sismólogos utilizan las Leyes de Senos y Cosenos para analizar las ondas sísmicas y determinar la ubicación de un epicentro de terremoto.



88

INTRODUCCIÓN

Después de haber estudiado la Ley de Senos y Cosenos de manera teórica, y práctica, ahora exploraremos su aplicación experimental a través del trabajo de campo. Utilizaremos recursos tecnológicos, como simuladores, para corroborar nuestras soluciones y profundizar nuestra comprensión.

A través del ciclo de aprendizaje 5E, abordaremos la comprensión experimental de la Ley de Senos y Cosenos en cinco etapas: enganchar, explorar, explicar, elaborar y evaluar. Durante esta clase, trabajaremos con ejemplos prácticos y ejercicios que permitirán entender y aplicar estos conceptos de manera efectiva.

¡Prepárense para descubrir el fascinante mundo de la Trigonometría!

ENGANCHAR (15 minutos)

- 1. PRESENTACIÓN**
El docente presentará la destreza y objetivos de estudio para esta respectiva clase, a través de una socialización. (5 minutos).
- 2. ANÁLISIS Y CURIOSIDADES**
El docente mediante un análisis abierto, motivará a los estudiantes a participar libremente de manera que se generen ideas y conocimientos en Trigonometría, con el fin de poder definir con un lenguaje algebraico a la Ley de Senos y Cosenos. (10 minutos).

- Preguntas que se puedan generar un análisis**
- ¿Cómo crees que podemos medir la altura de un árbol sin escalarlo?
 - ¿Cómo crees que los ingenieros utilizan la trigonometría para diseñar puentes y edificios?
 - ¿Sabías que la trigonometría se utiliza en la navegación por satélite y GPS? ¿Cómo crees que esto funciona?

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E



INDICADORES DE APRENDIZAJE

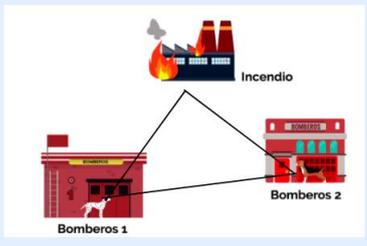
Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

Es hora de experimentar



Si yo fuera... Un bombero

Un incendio se ha desatado en una fábrica. Hay dos estaciones de bomberos cercanas, Bomberos 1 y Bomberos 2. Necesitamos determinar cuál es la estación de bomberos más cercana para llegar al incendio.



¿Cómo elegirías?

EXPLORACIÓN (20 minutos)

1. TRABAJO DE CAMPO

Los estudiantes realizan una salida a los alrededores de la Institución Educativa, donde tendrán precepciones de cosas, objetos o lugares que podrían medir la altura de los mismos ya sean postes, árboles, edificaciones pequeñas. Utilizando herramientas de medición y aplicando la Ley de Senos y Cosenos

2. MATERIALES



Cinta métrica



Calculadora



Hojas

3. PROCEDIMIENTO

- En grupos de trabajo, se asignarán diferentes objetos para medir. Los estudiantes realizan una salida a los alrededores de la institución educativa.
- Medición de altura de varios objetos altos (árboles, edificios) utilizando herramientas de medición y aplicando las Leyes de Senos y Cosenos.
- Registro de los datos obtenidos.



CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E



INDICADORES DE APRENDIZAJE

Realiza trabajos de campo en los que se requiere aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver situaciones reales o hipotéticas.

PARA RECORDAR

¿Qué es el trabajo de campo?

Es una técnica que recrea la experimentación por medio de trabajos fuera del aula de clase, conectando la realidad social con el entorno educativo.



Código QR video de refuerzo para la Ley de Senos



Código QR video de refuerzo para la Ley de Cosenos



90

EXPLICACIÓN (30 minutos)

1. EXPLICACIÓN Y ANÁLISIS ESTUDIANTIL

Los estudiantes presentan sus hallazgos y explican el proceso a seguir para sus mediciones.

- **Presentación Grupal:** Dividir a los estudiantes en grupos y pedirles que presenten sus hallazgos del trabajo de campo.
- **Datos Recolectados:** Cada grupo comparte las mediciones de distancias y ángulos obtenidas.
- **Métodos Utilizados:** Describir cómo aplicaron las Leyes de Senos y Cosenos para obtener sus resultados.
- **Discusión Abierta:** Fomentar una discusión en la que otros estudiantes puedan hacer preguntas y ofrecer retroalimentación.

2. CORRECCIÓN

Revisión y corrección de las explicaciones o procedimientos, resaltando el uso correcto de la Ley de Senos y Cosenos.

LEY DE SENOS

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

LEY DE COSENOS

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$$

3. PROCEDIMIENTO

- Cada grupo presenta sus mediciones y el método utilizado para calcular las alturas.
- El profesor revisa y corrige las explicaciones, resaltando el uso correcto de las Leyes de Senos y Cosenos.
- Se explican los errores comunes y se refuerzan los conceptos teóricos.

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E



INDICADORES DE APRENDIZAJE

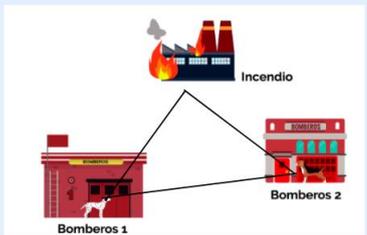
Aplica las funciones trigonométricas para relacionar con la Ley de Senos de manera teórica para resolver situaciones reales o hipotéticas.

Es hora de experimentar



Si yo fuera... Un bombero

Un incendio se ha desatado en una fábrica. Hay dos estaciones de bomberos cercanas, Bomberos 1 y Bomberos 2. Necesitamos determinar cuál es la estación de bomberos más cercana para llegar al incendio.



¿Cómo elegirías?

ELABORAR (40 minutos)

1. PROYECTO DE APLICACIÓN

Los estudiantes diseñan un proyecto en el que aplican las Leyes de Senos y Cosenos a un problema real de su entorno.

2. MATERIALES



Cinta métrica



Calculadora



Hojas

3. PROCEDIMIENTO

Los estudiantes eligen un problema real, por ejemplo medir la altura de un edificio, determinar la distancia entre dos puntos inaccesibles, entre otros. Para determinar los datos faltantes tendrán que aplicar las Leyes de Senos y Cosenos, y registran sus métodos y resultados



CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

Ley de Senos y Cosenos en la medición de árboles

4.1. TRABAJO DE CAMPO 1

En grupos de trabajo, medirán al altura de un árbol de su institución educativa, ya sea por la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

MATERIALES



Graduador



Cinta métrica



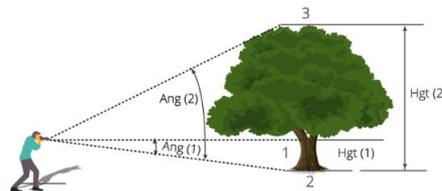
Calculadora



Hojas

PROCEDIMIENTO

- Diríjense al patio o al espacio verde de la institución educativa y ubíquese en el lugar donde se encuentre un árbol.
- Colóquense de manera estratégica señalando tres lugares, juntos contendrán una cinta métrica para delimitar un triángulo y visualizar con un graduador el espacio entre el vértice y la arista.



- Anoten los datos en sus en la siguiente tabla de trabajo para proceder a realizar los cálculos para determinar la altura del árbol.

DATOS	ESQUEMATIZACIÓN

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

CÁLCULOS MATEMÁTICOS

RESULTADOS

A continuación, los grupos de trabajos presentarán los resultados obtenidos en el trabajo de campo para encontrar la altura de un árbol mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CONCLUSIONES

Finalmente, los grupos de trabajos presentarán las conclusiones obtenidas en el trabajo de campo para encontrar la altura de un árbol mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

Ley de Senos y Cosenos en el deporte

4.2. TRABAJO DE CAMPO 2

En grupos de trabajo, medirán al altura de un arco de fútbol o una cesta de básquetbol de su institución educativa, ya sea por la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

MATERIALES



Graduador



Cinta métrica



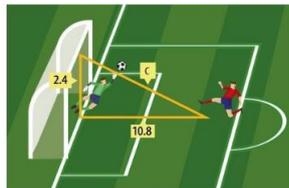
Calculadora



Hojas

PROCEDIMIENTO

- Diríjase al patio o al espacio verde de la institución educativa y ubíquese en el lugar donde se encuentre un arco de fútbol o una cesta de básquetbol.
- Colóquense de manera estratégica señalando tres lugares, juntos contendrán una cinta métrica para delimitar un triángulo y visualizar con un graduador el espacio entre el vértice y la arista.



- Anoten los datos en sus en la siguiente tabla de trabajo para proceder a realizar los cálculos para determinar la altura de un arco de fútbol o una cesta de básquetbol.

DATOS

ESQUEMATIZACIÓN

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

CÁLCULOS MATEMÁTICOS

RESULTADOS

A continuación, los grupos de trabajos presentarán los resultados obtenidos en el trabajo de campo para encontrar la altura de un arco de fútbol o una cesta de básquetbol mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CONCLUSIONES

Finalmente, los grupos de trabajos presentarán las conclusiones obtenidas en el trabajo de campo para encontrar la altura de un arco de fútbol o una cesta de básquetbol mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

Ley de Senos y Cosenos en la arquitectura

4.3. TRABAJO DE CAMPO 3

En grupos de trabajo, medirán al altura de un edificio o una aula de clase de su institución educativa, ya sea por la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

MATERIALES



Graduador



Cinta métrica



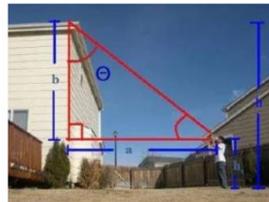
Calculadora



Hojas

PROCEDIMIENTO

- Diríjense al patio o al espacio verde de la institución educativa y ubíquese en el lugar donde se visualice de la mejor manera un edificio o una aula de clase.
- Colóquense de manera estratégica señalando tres lugares, juntos contendrán una cinta métrica para delimitar un triángulo y visualizar con un graduador el espacio entre el vértice y la arista.



- Anoten los datos en sus en la siguiente tabla de trabajo para proceder a realizar los cálculos para determinar la altura de un edificio o una aula de clase de su institución educativa.

DATOS

ESQUEMATIZACIÓN

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

CÁLCULOS MATEMÁTICOS

RESULTADOS

A continuación, los grupos de trabajos presentarán los resultados obtenidos en el trabajo de campo para encontrar la altura de un edificio o una aula de clase mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CONCLUSIONES

Finalmente, los grupos de trabajos presentarán las conclusiones obtenidas en el trabajo de campo para encontrar la altura de un edificio o una aula de clase mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

Ley de Senos y Cosenos en la cartografía

4.4. TRABAJO DE CAMPO 4

En grupos de trabajo, medirán el perímetro de su institución educativa, de una aula o del patio, ya sea por la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

MATERIALES



Graduador



Cinta métrica



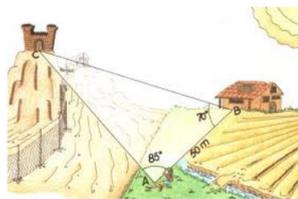
Calculadora



Hojas

PROCEDIMIENTO

- Diríjase a su institución educativa, a una aula, el patio o un espacio verde y ubíquense en una posición donde mejor se pueda visualizar dicha área.
- Colóquense de manera estratégica señalando tres lugares, juntos contendrán una cinta métrica para delimitar un triángulo y visualizar con un graduador el espacio entre el vértice y la arista.



- Anoten los datos en sus en la siguiente tabla de trabajo para proceder a realizar los cálculos para determinar el perímetro de su institución educativa, de una aula, de un espacio verde o del patio.

DATOS	ESQUEMATIZACIÓN

CLASE NO. 5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

CÁLCULOS MATEMÁTICOS

RESULTADOS

A continuación, los grupos de trabajos presentarán los resultados obtenidos en el trabajo de campo para encontrar el perímetro de su institución educativa, de una aula o del patrio mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

CONCLUSIONES

Finalmente, los grupos de trabajos presentarán las conclusiones obtenidas en el trabajo de campo para encontrar el perímetro de su institución educativa, de una aula o del patrio mediante la utilización de la Ley de Senos o la Ley de Cosenos.

””

CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

 **DESTREZA** Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, y juzgar la validez los resultados obtenidos con el apoyo de trabajo del campo. (Ref. M.5.1.73).

OBJETIVOS 

Aplicar la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la experimentación y el trabajo de campo.

 **INDICADORES DE LOGRO**

Aplica la Ley de Senos y Cosenos para resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la experimentación y el trabajo de campo.

¿SABÍAS QUÉ? 

Recurso audiovisual

Los recursos audiovisuales combina elementos visuales con auditivos como los videos, presentaciones multimedia y animaciones. Este es un recurso muy importante en la educación, ya que el buen uso, mejora significativamente el aprendizaje, ya que existe la posibilidad de repetir infinitamente el recurso tecnológico.

100

EVALUACIÓN (25 minutos)

1. VIDEO TUTORIAL

Los estudiantes tendrán que crear un video tutorial de cómo se puede realizar cálculos matemáticos de longitudes, ya sea altura de un edificio o de un árbol, determinar la distancia entre dos puntos inaccesibles, entre otros.

2. EVALUACIÓN

La evaluación será de carácter formativa a través de la observación de un video generado por los estudiantes, durante las actividades de campo y las presentaciones en clase.

Además, se contará con una autoevaluación y coevaluación para fomentar la reflexión sobre el propio aprendizaje y el trabajo en equipo, de manera que se corroboraría que los aprendizajes incrementaron significativamente gracias a la implementación de metodologías, técnicas y estrategias innovadoras para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos.

Código QR de las escalas valorativas de las evaluaciones:



CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

ESCALA DE VALORACIÓN PARA LA EVALUACIÓN

- En grupos de trabajo deben realizar un vídeo con una duración de entre 5 y 10 min explicando el funcionamiento y aplicaciones para la Ley de Senos y Cosenos.
- El video lo deben cargar en la plataforma YouTube con carácter público de modo que pueda ser visible por todos.
- La calificación se realizará mediante la escala de valoración adjunta y será sobre 10 puntos.
- El vídeo con más me gusta tendrá una asignación extra para todo el grupo.

PREGUNTAS / CRITERIOS	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. CREATIVIDAD La presentación es extremadamente creativa e innovadora. Utiliza ejemplos únicos, efectos visuales interesantes y/o enfoques originales para explicar el tema.				
2. DESEMPEÑO DEL PRESENTADOR El presentador es muy dinámico y seguro. Habla con claridad, variando el tono y manteniendo el interés del espectador durante todo el video.				
3. CONOCIMIENTO DEL TEMA El video demuestra un conocimiento profundo del tema. Toda la información es precisa y se presentan explicaciones detalladas y correctas sobre la Ley de Senos y Cosenos.				
4. CALIDAD TÉCNICA El video tiene una excelente calidad técnica. El audio es claro, las imágenes son nítidas y bien iluminadas, y la edición muy buena.				
5. CLARIDAD DE LA PRESENTACIÓN La presentación es extremadamente clara y bien organizada. Las ideas se presentan de manera lógica y coherente, facilitando la comprensión del tema.				
TOTAL:	/10 puntos			

Finalmente, el docente tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño del grupo de trabajo en la presente actividad, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

El docente pintará el emoji que más destacó en el video.

TOTAL:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

ESCALA DE VALORACIÓN PARA LA AUTOEVALUACIÓN

La autoevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas.

INDICACIONES				
<ul style="list-style-type: none"> La autoevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas. 				
INDICADORES DE LOGRO	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. Domina me manera teórica, práctica y experimental la Ley de Senos y Cosenos.				
2. Entiende el propósito de usar la Ley de Senos o Cosenos en triángulos oblicuángulos, es decir, en triángulos no rectos.				
3. Sabe cuándo se debería de usar cualquiera de estas leyes matemáticas.				
4. Resuelve con ayuda de software matemático las aplicaciones en situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la Ley de Senos o Cosenos.				
5. Interpreta, resuelve comprende con facilidad los ejercicios de aplicación.				
TOTAL:	/10 puntos			

Finalmente, el estudiante tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño individual de trabajo a lo largo de las clases de Trigonometría, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

El estudiante pintará el emoji que más destacó a lo largo de todas las clases de Trigonometría

TOTAL:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

ESCALA DE VALORACIÓN PARA LA COEVALUACIÓN

La coevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas.

INDICACIONES				
<ul style="list-style-type: none"> La autoevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas. 				
INDICADORES DE LOGRO	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. Domina me manera teórica, práctica y experimental la Ley de Senos y Cosenos.				
2. Entiende el propósito de usar la Ley de Senos o Cosenos en triángulos oblicuángulos, es decir, en triángulos no rectos.				
3. Sabe cuándo se debería de usar cualquiera de estas leyes matemáticas.				
4. Resuelve con ayuda de software matemático las aplicaciones en situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la Ley de Senos o Cosenos.				
5. Interpreta, resuelve comprende con facilidad los ejercicios de aplicación.				
TOTAL:	/10 puntos			

Finalmente, el estudiante tendrá que asignar una calificación cualitativa, de acuerdo al desempeño individual de trabajo a lo largo de las clases de Trigonometría, para ello, se guiará de la ponderación numérica, para establecer los criterios de evaluación: excelente, bueno, regular y malo.

El estudiante pintará el emoji que más destacó en su par a lo largo de todas las clases de Trigonometría

TOTAL:	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

A continuación, se presenta las escalas valorativas de evaluación para que el docente proporcione del recurso a los estudiantes:

CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	ESCALA VALORATIVA DE EVALUACIÓN LEY DE SENOS Y COSEENOS A TRAVÉS DEL TRABAJO DE CAMPO	 Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
--	--	---

INDICACIONES				
<ul style="list-style-type: none"> En grupos de trabajo deben realizar un vídeo con una duración de entre 5 y 10 min explicando el funcionamiento y aplicaciones para la Ley de Senos y Cosenos. El video lo deben cargar en la plataforma YouTube con carácter público de modo que pueda ser visible por todos. La calificación se realizará mediante la escala de valoración adjunta y será sobre 10 puntos. El vídeo con más me gusta tendrá una asignación extra para todo el grupo. 				
PREGUNTAS / CRITERIOS	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. CREATIVIDAD La presentación es extremadamente creativa e innovadora. Utiliza ejemplos únicos, efectos visuales interesantes y/o enfoques originales para explicar el tema.				
2. DESEMPEÑO DEL PRESENTADOR El presentador es muy dinámico y seguro. Habla con claridad, variando el tono y manteniendo el interés del espectador durante todo el video.				
3. CONOCIMIENTO DEL TEMA El video demuestra un conocimiento profundo del tema. Toda la información es precisa y se presentan explicaciones detalladas y correctas sobre la Ley de Senos y Cosenos.				
4. CALIDAD TÉCNICA El video tiene una excelente calidad técnica. El audio es claro, las imágenes son nítidas y bien iluminadas, y la edición muy buena.				
5. CLARIDAD DE LA PRESENTACIÓN La presentación es extremadamente clara y bien organizada. Las ideas se presentan de manera lógica y coherente, facilitando la comprensión del tema.				
TOTAL:	/10 puntos			
	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSENOS

Ciclo de aprendizaje: 5E

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	ESCALA VALORATIVA DE AUTOEVALUACIÓN LEY DE SENOS Y COSENOS A TRAVÉS DEL TRABAJO DE CAMPO	 Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
--	---	---

INDICACIONES				
<ul style="list-style-type: none"> La autoevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas. 				
INDICADORES DE LOGRO	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. Domina me manera teórica, práctica y experimental la Ley de Senos y Cosenos.				
2. Entiende el propósito de usar la Ley de Senos o Cosenos en triángulos oblicuángulos, es decir, en triángulos no rectos.				
3. Sabe cuándo se debería de usar cualquiera de estas leyes matemáticas.				
4. Resuelve con ayuda de software matemático las aplicaciones en situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la Ley de Senos o Cosenos.				
5. Interpreta, resuelve comprende con facilidad los ejercicios de aplicación.				
TOTAL:	/10 puntos			
	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				

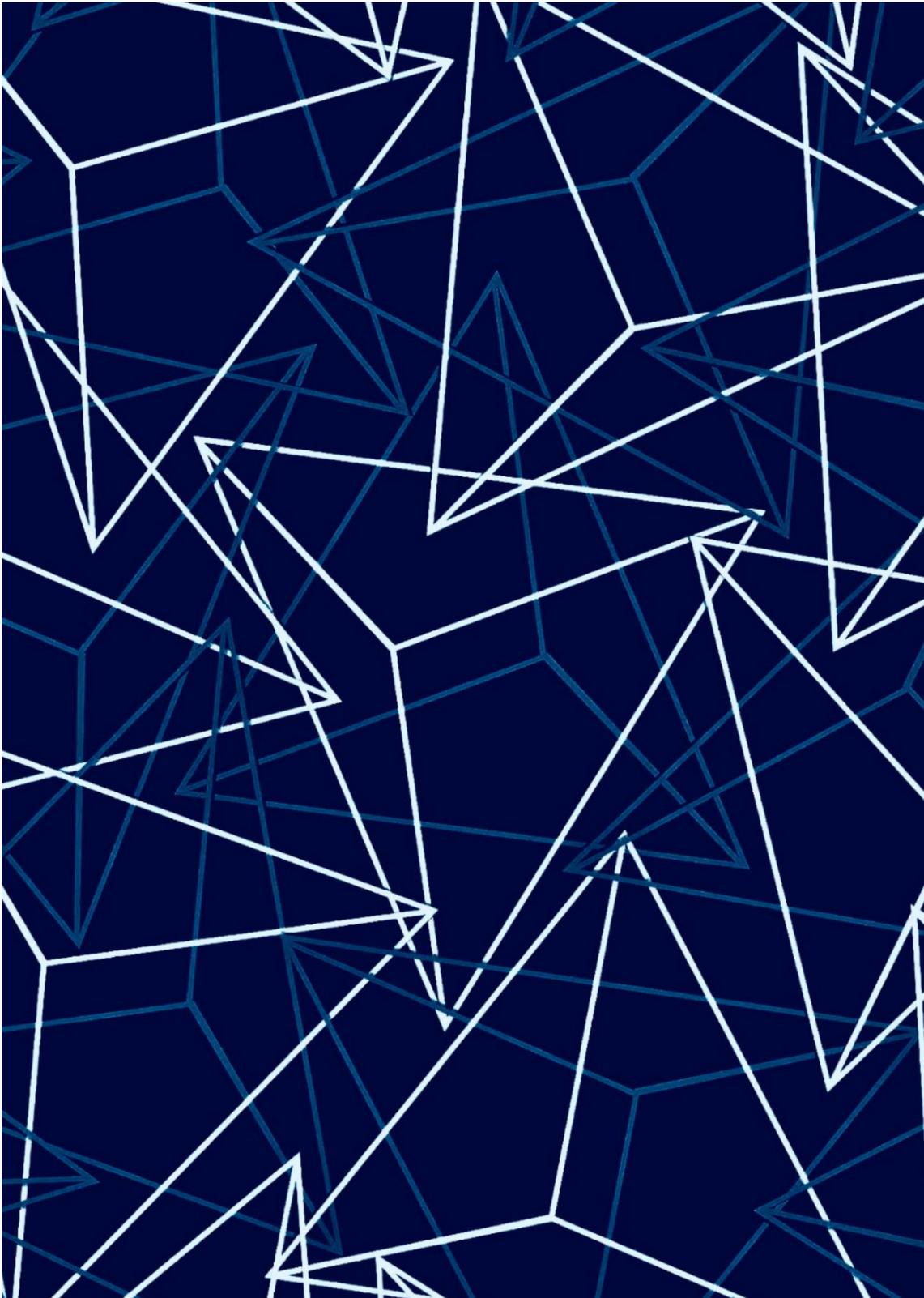
CLASE NO.5

LEY DE SENOS Y COSEENOS

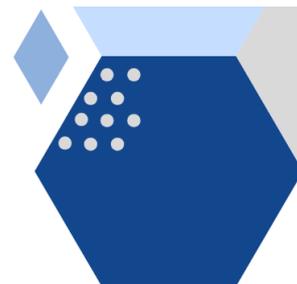
Ciclo de aprendizaje: 5E

 PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES	ESCALA VALORATIVA DE COEVALUACIÓN LEY DE SENOS Y COSEENOS A TRAVÉS DEL TRABAJO DE CAMPO	 Somos Calidad <small>FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</small>
--	--	---

INDICACIONES				
<ul style="list-style-type: none"> La coevaluación será de carácter cualitativo, sin embargo, hay una ponderación cuantitativa, de manera que ayude a identificar las ponderaciones cualitativas. 				
INDICADORES DE LOGRO	2 puntos	1,5 puntos	1 punto	0,5 puntos
1. Domina me manera teórica, práctica y experimental la Ley de Senos y Cosenos.				
2. Entiende el propósito de usar la Ley de Senos o Cosenos en triángulos oblicuángulos, es decir, en triángulos no rectos.				
3. Sabe cuándo se debería de usar cualquiera de estas leyes matemáticas.				
4. Resuelve con ayuda de software matemático las aplicaciones en situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizadas a través de la Ley de Senos o Cosenos.				
5. Interpreta, resuelve comprende con facilidad los ejercicios de aplicación.				
TOTAL:	/10 puntos			
	Excelente	Bueno	Regular	Malo
PONDERACIÓN CUALITATIVA:				



BIBLIOGRAFÍA



Cruz, G., y Montiel, G. (2022). Medición Indirecta de Distancias y el Trabajo Geométrico en la Construcción de las Nociones Trigonométricas. *Revista Acta Scientiae*, 24(4), 81-108. DOI: 10.17648/acta.scientiae.6911

Fingermann, H. (2011). *Estrategias didácticas: el trabajo de campo* [Página web]. La guía. <https://educacion.laguia2000.com/estrategias-didacticas/el-trabajo-de-campo>

Granville. (1969). *Trigonometría plana y esférica. Ley de Senos*. Pp. 137. <https://es.slideshare.net/jonathanpanimboza5/trigonometra-de-granville>

Granville. (1969). *Trigonometría plana y esférica. Ley de Cosenos*. Pp. 142. <https://es.slideshare.net/jonathanpanimboza5/trigonometra-de-granville>

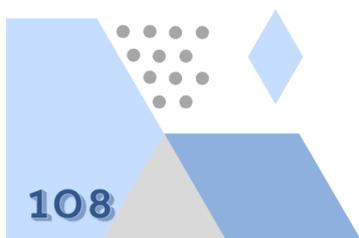
Guerra. (2022). *Evaluación formativa como estrategia de aprendizaje de la Ley del Seno y del Coseno mediante la solución de situaciones problemas contextualizadas*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81772>

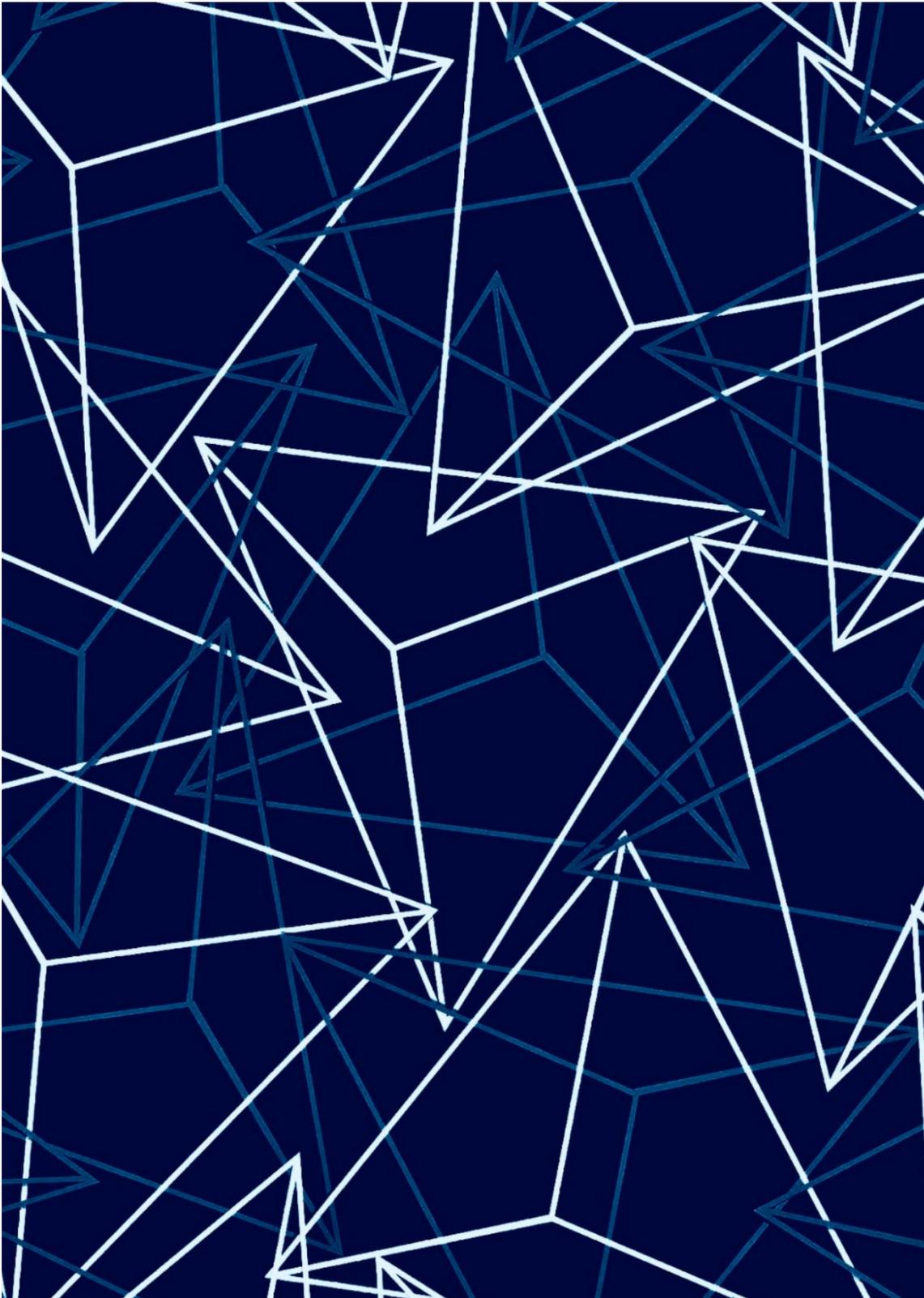
Holguín, F, Holguín, E y García N. (2020). Gamificación de la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática. *Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*. 22 (1), Venezuela. (Pp.62-75). www.doi.org/10.36390/telos221.05

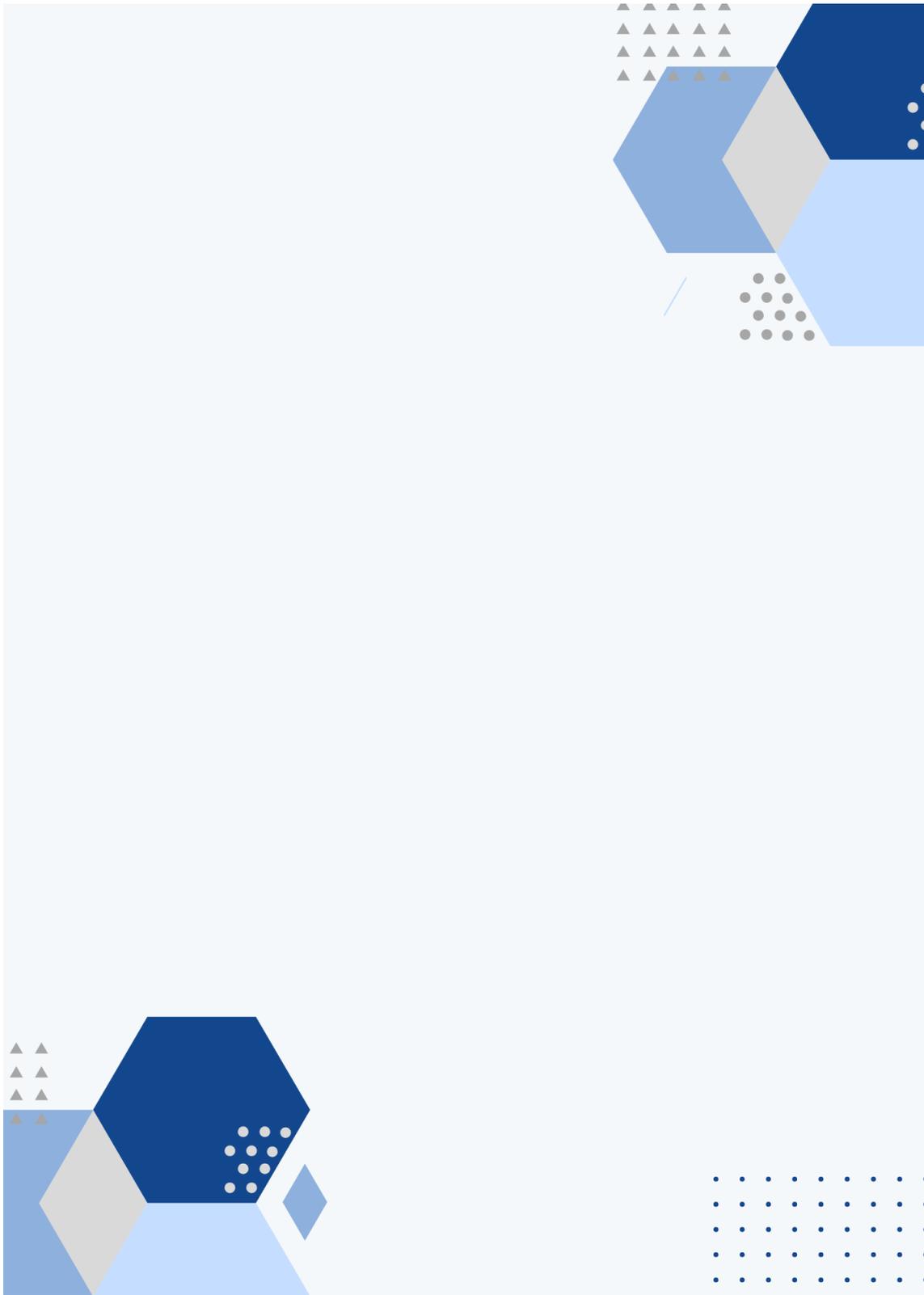
Mejía. (2023). *Tareas de aprendizaje para promover el entendimiento de las funciones seno y coseno en Telebachillerato*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Mineral de la Reforma Hidalgo, México. <http://dgsa.uaeh.edu.mx:8080/biblioteca/digital/handle/231104/3166>

Parra. (2023). Recursos tecnológicos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje en educación secundaria comunitaria productiva de la Unidad Educativa "Hernán Siles Reyes", gestión 2022. Universidad Mayor de San Andrés. La Paz, Bolivia. <http://repositorio.umsa.bo/xmlui/handle/123456789/31638>

Tocto y Quizphe. (2023). *Fundamentos de la Trigonometría*. Centro de Investigación y Desarrollo, CIDE. Ecuador. DOI: <https://doi.org/10.33996/cide.ecuador.FT2616319>







Conclusiones

La enseñanza y aprendizaje de la Matemática en el nivel de Bachillerato presenta diversos desafíos que frecuentemente se traducen en dificultades tanto para los estudiantes como para los docentes. Entre los numerosos conceptos que deben abordarse, la Ley de Senos y la Ley de Cosenos ocupa un lugar destacado debido a su relevancia en la comprensión de la Trigonometría y su aplicación en problemas reales. Estas leyes son fundamentales para resolver triángulos oblicuos y para la interpretación de fenómenos naturales y de ingeniería, suelen representar un obstáculo significativo en el proceso educativo.

La actitud del docente influye en la desmotivación y falta de ánimo en los estudiantes hacia la asignatura; al igual que la utilización de recursos tradicionales y metodologías memorísticas ha llevado a un bajo rendimiento académico. La falta de comprensión de estos conceptos fundamentales se atribuye principalmente a la falta de estrategias metodológicas innovadoras y al uso de enfoques tradicionales, por lo que no es de sorprenderse que los resultados actuales de las pruebas Ser Estudiantes (SEST) del período 2021-2022, revelaron un puntaje ponderado de 693/1000, lo que corresponde a un nivel de competencia elemental dentro de la evaluación de los niveles de desempeño en Matemáticas, justamente con el bloque de álgebra y funciones.

La presente propuesta didáctica ha evidenciado la importancia de implementar estrategias innovadoras para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos en el Bachillerato. A través de un enfoque socioconstructivista y una metodología mixta, que incluyó una revisión sistemática exhaustiva y encuestas a docentes de diversas instituciones educativas, se ha subrayado la necesidad de utilizar enfoques didácticos diversificados y adaptativos. Estrategias como el aprendizaje basado en problemas, la gamificación y el trabajo de campo, así como herramientas tecnológicas como simuladores y plataformas para crear juegos educativos al igual que el uso de material visual y audiovisual, se destacan como medios efectivos para mejorar la comprensión y el aprendizaje de estas leyes matemáticas.

La encuesta realizada a docentes de educación Media, Bachillerato y Superior muestra que la mayoría (90,9%) tiene una licenciatura en Educación Matemática y Física y una experiencia de once a quince años (39,4%) en la enseñanza de Matemáticas. A pesar de esta experiencia, el rendimiento académico de los estudiantes en la Ley de Senos y Cosenos es bajo, con solo un 3% alcanzando un dominio total de los aprendizajes y un 18,2% cerca de alcanzarlos. Los docentes utilizan principalmente estrategias

tradicionales, como el uso de marcador y pizarra (97%) y actividades grupales (84,4%), mientras que las estrategias innovadoras como la gamificación y el aprendizaje basado en problemas son menos frecuentes. La mayoría de los docentes trabaja en instituciones fiscales (57,6%) con recursos limitados. Los principales desafíos incluyen el desinterés por las Matemáticas (63,6%), bajo desempeño en habilidades matemáticas y razonamiento lógico (39,4%), junto con la falta de materiales innovadores (27,3%) y la desmotivación (21,1%).

La guía didáctica tiene como objetivo proporcionar a los docentes herramientas prácticas y contextualmente relevantes para enriquecer sus prácticas pedagógicas y, en última instancia, mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el área de la Trigonometría. Así, se espera que esta propuesta contribuya al desarrollo de competencias analíticas, espaciales, sociales, lógicas y matemáticas, logrando así un aprendizaje significativo.

Finalmente, se concluye que la efectividad de estas estrategias didácticas depende de su pertinencia y adaptación a las realidades sociales y culturales de cada institución educativa; de manera que, la propuesta sea un recurso flexible, moldeable y adaptable que ofrezca a los docentes recursos, técnicas, pero sobre todo estrategias didácticas innovadoras y favorables a sus contextos educativos específicos.

Recomendaciones

Para maximizar la efectividad de las estrategias didácticas propuestas a partir de los hallazgos de la presente investigación y las necesidades educativas plasmadas en la guía didáctica desarrollada, se recomienda lo siguiente:

Capacitar e incentivar a los docentes a investigaciones bibliográficas y sistemáticas que permitan a los docentes indagar y reflexionar sobre su propia práctica educativa, de manera que se vaya adaptando y mejorando continuamente las actividades, recursos y estrategias didácticas implementadas y sugeridas para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos conforme sea necesario a las particularidades económicas, políticas, sociales y culturales de sus instituciones educativas, de manera que se asegure que las estrategias sean relevantes, efectivas y significativas en cada contexto educativo.

Para finalizar, la implementación de estas recomendaciones no solo facilitará la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos, sino que también contribuirá al desarrollo de competencias analíticas, espaciales, lógicas y matemáticas en los estudiantes de Bachillerato, preparando mejor a los jóvenes para los desafíos académicos y profesionales futuros.

Referencias

- Ávila, M. (2024). Los recursos audiovisuales en el proceso de nivelación en las ciencias naturales para estudiantes de 10° grado de educación general básica. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*. Vol. 6 Núm. 4. DOI: <https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v6i4.1157>
- Aranguren, G., Díaz, A. y Rincón, M. (2016). *El Trabajo de Campo y su Aplicación en la Escuela*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Instituto Pedagógico de Caracas (IUPEL - IPC). EDUCARE, Volumen 20, Número 1, (pp.5-28). ISSN: 2244-7296
- Arroyo, Arteaga y Begnini. (2022). *Educomunicación y recursos didácticos*. Instituto Superior Tecnológico Japón. Quito, Ecuador. Vol. 7 Núm. 3. <https://fipcaec.com/index.php/fipcaec/article/view/599>
- Atencia, F., Bonilla, J. y Gonzáles, B. (2022). *Unidad didáctica: Wix e interacciones digitales para fortalecer la resolución de problemas del teorema del seno y del coseno, apoyadas en la comprensión lectora en los estudiantes de grado décimo del INEM, Cartagena*. Universidad de Cartagena. Cartagena, Colombia. <http://dx.doi.org/10.57799/11227/11838>
- Blanco, M., y Ferrás, L. (2024). Valoración acerca de los métodos del nivel empírico más empleados en las investigaciones educacionales. *Revista Didáctica y Educación*. Vol. 15. Núm, 1. ISSN 2224-2643. Universidad de las Tunas. DOI: <https://orcid.org/0000-0002-1796-3191>
- Casas, P y Parejo, M. (2024). Storytelling y recursos digitales para el desarrollo de narrativas visuales. Universidad de Extremadura. *Metodologías didácticas en contextos enriquecidos con tecnologías*. <http://hdl.handle.net/10662/21147>
- Cánovas, Sánchez, A., Sánchez, B., y Muñoz. (2022). Investigación en pádel: Revisión sistemática. Universidad de Extremadura. *Padel Scientific Journal*, 1(1), 71-105. <https://doi.org/10.17398/2952-2218.1.71>
- Contreras, R., Egía, J. (2017). *Experiencia de gamificación en aulas*. Universidad Autónoma de Barcelona. España. <https://issuu.com/mcampa150/docs/ebook15>
- Coll, C., Mauri, T., y Onrubia, J. (2018). Ayudar a aprender en contextos educativos: El ejercicio de la influencia educativa y el análisis de la enseñanza. UNIR. *Revista de Educación*, 346, 33-70. ISSN: 0034-8082.
- Crespo, Lázaro, y Mollo. (2023). Implementación de Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación para la Educación Superior: Revisión sistemática. Universidad

- Autónoma Tomás Frías. *Revista Ciencia & Sociedad*, 3(1), 16–30.
<https://www.cienciaysociedaduatf.com/index.php/ciesocieuatf/article/view/58>
- Cruz, G., y Montiel, G. (2022). Medición Indirecta de Distancias y el Trabajo Geométrico en la Construcción de las Nociones Trigonométricas. *Revista Acta Scientiae*, 24(4), 81-108. DOI: 10.17648/acta.scientiae.6911
- Dewey, J. (1938). *Experiencia y Educación*. New York: Kappa Delta Pi.
<https://es.scribd.com/document/140817085/Modelo-Pedagogico-Tradicional>
- Dinuta, N. (2013). *Didactic Strategies Used in Teaching - Learning of Premathematical Operations in Preschool Education*. University of Piesti, Rumania. Published by Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.04.116>
- Dolors, M. y Cónsul, M. (2016). *Aprendizaje basado en problemas* [Página web]. Área didáctica. Educrea. <https://educrea.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>
- Fingermann, H. (2011). *Estrategias didácticas: el trabajo de campo* [Página web]. La guía. <https://educacion.laguia2000.com/estrategias-didacticas/el-trabajo-de-campo>
- Forero, W., y, Negre, F. (2024). Técnicas y aplicaciones del Machine Learning e Inteligencia Artificial en educación: una revisión sistemática. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, España vol. 27, núm. 1, 2024*. DOI: <https://doi.org/10.5944/ried.27.1.37491>
- García, Prendes y Serrano. (2023). Recursos educativos abiertos y metodologías activas para la enseñanza STEM en educación primaria. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*. Universidad de Murcia. Murcia, España. Vol. 22 Núm. 1. <https://doi.org/10.17398/1695-288X.22.1.89>
- García, y de la Cruz, G. (2014). *Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo*. Edumecentro, 6(3),162-175, e-ISSN: 2077-2874.
<http://scielo.sld.cu/pdf/edu/v6n3/edu12314.pdf>
- Gardner, H. (2019). *The Disciplined Mind: Beyond Facts and Standardized Tests, the K-12 Education that Every Child Deserves*. Penguin Books.
<https://pz.harvard.edu/resources/the-disciplined-mind-beyond-facts-and-standardized-tests-the-k-12-education-that-every>
- Granville, W. (1969). *Trigonometría plana y esférica*. Pp. 137-142.
<https://es.slideshare.net/jonathanpanimboza5/trigonometra-de-granville>
- Guerra, I. (2022). *Evaluación formativa como estrategia de aprendizaje de la Ley del Seno y del Coseno mediante la solución de situaciones problemas*

- contextualizadas*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/81772>
- Holguín, F, Holguín, E y García N. (2020). Gamificación de la enseñanza de la matemáticas: una revisión sistemática. *Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 22 (1), Venezuela. (Pp.62-75).
www.doi.org/10.36390/telos221.05
- Huera, J. (2019). *Ley de los Senos* [Página web]. Neurochispas.
<https://www.neurochispas.com/wiki/ley-de-senos/>
- Logroño, L y Montoya, J. (2024). *Los simuladores virtuales en el aprendizaje de Ciencias Naturales de los estudiantes del cuarto año de educación general básica de la "Unidad Educativa Riobamba" Periodo Lectivo 2021-2022*. Universidad Nacional de Chimborazo. UNACH. Riobamba, Ecuador.
<http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/12464>
- Mallqui, C y Sanyillana, M. (2022). Prioridad del estado es mejorar las TIC para la educación de calidad en el Perú. *Revista Multidisciplinaria Ciencia Latina*.
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i2.1871
- Medina, L. (2020). *La elaboración de proyectos en el proceso de aprendizaje en el aula del nivel inicial utilizando como recurso la guía didáctica*. Universidad Nacional de Tumbes. <http://repositorio.untumbes.edu.pe/handle/UNITUMBES/1967>
- Mejía, F. (2023). *Tareas de aprendizaje para promover el entendimiento de las funciones seno y coseno en Telebachillerato*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Mineral de la Reforma Hidalgo, México.
<http://dgsa.uaeh.edu.mx:8080/bibliotecadigital/handle/231104/3166>
- Nutesa Blog. (2022). [Materiales educativos: ¿Cuáles son sus principales beneficios?](https://www.nutesa.com.pe/blog/post/materiales-educativos-beneficios) [Página web]. Nutesa, Perú. <https://www.nutesa.com.pe/blog/post/materiales-educativos-beneficios>
- Parra, A. (2023). *Recursos tecnológicos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje en educación secundaria comunitaria productiva de la Unidad Educativa "Hernán Siles Reyes", gestión 2022*. Universidad Mayor de San Andrés. La Paz, Bolivia.
<http://repositorio.umsa.bo/xmlui/handle/123456789/31638>
- Piaget, J. (1970). *Ciencia de la Educación y Psicología del Niño*. Nueva York: Orion Press. <https://terapia-cognitiva.mx/wp-content/uploads/2015/11/Teoria-Del-Desarrollo-Cognitivo-de-Piaget.pdf>
- Pino, R., & Urías, G. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia? *Revista Científica*. Universidad Nacional de Educación,

UNAE. 5(18), 371–392. <https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392>

Robayo, Zavala, Barrionuevo, Hernández, Ipo, Gómez & Castro. (2024). Prácticas innovadoras en el aula: un enfoque metodológico cualitativo. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 9(1), 1674-1699. ISSN-e 2550-682X

Rovira, I. (2018). *Estrategias didácticas: definición, características y aplicación. Psicología y mente*. [Página web]. <https://psicologiymente.com/desarrollo/estrategias-didacticas>

Skinner, BF (1954). *La ciencia del aprendizaje y el arte de enseñar*. Revisión educativa de Harvard, 24(2), 86-97. https://cursa.ihmc.us/rid=1V2JCW5C2-1T5LTXZ-3W12/L_skinner_tecnologia_de_la_ensenanza.pdf

Solano, B. (2022). *La aplicación de recursos tecnológicos para el fortalecimiento del proceso de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del 5to. año de educación básica en la escuela José Mejía Lequerica, en el periodo académico 2022-2023*. Universidad Estatal Península de Santa Elena. <https://repositorio.upse.edu.ec/handle/46000/8407>

Soto, P. (2021). *Demostración de la Ley de Cosenos*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México. <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/article/view/6632>

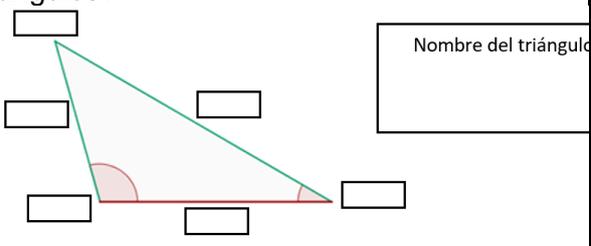
Torres, M. (2018). *Midiendo Ángulos y Razón Trigonométrica, Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas de la Vida Cotidiana* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Educación. UNAE. <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/894/1/TFM-EM-71.pdf>

Trujillo, B. (2022). *Herramienta para el diseño de actividades que reducen la ansiedad matemática para mejorar la enseñanza de la ley del seno y coseno en el grado decimo de la institución educativa Esteban Rojas Tovar* [Tesis de grado]. Universidad de Cundinamarca. <https://hdl.handle.net/20.500.12558/4699>

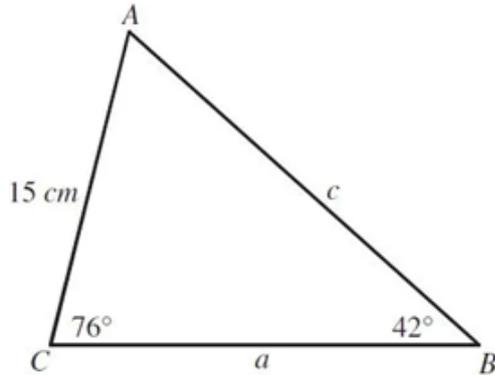
Universidad Autónoma Chapingo. (2019). *Guía didáctica para la virtualización educativa en la Universidad Autónoma Chapingo*. Dirección General Académica. Chapingo: Subdirección de Planes y Programas de Estudio. <https://es.scribd.com/doc/18283583/Guia-Didactica>

- Universidad Internacional de la Rioja. (28 jul 2020). *Aprendizaje basado en problemas*. UNIR. <https://www.unir.net/educacion/revista/aprendizaje-basado-en-problemas/>
- Váldez, W. (17 may 2022). *Definición de Material Didáctico* [Página web]. Concepto definición. <https://conceptodefinicion.de/material-didactico/>
- Valencia, V. (2016). *Dimensión emocional en la atribución de sentido al aprendizaje, en un entorno educativo universitario híbrido* [Tesis de posgrado]. Universidad Tecnológica de Pereira. p. 46. <https://repositorio.utp.edu.co/items/99f5e6b0-0f87-4a7b-b463-b85939c3da30>
- Vega, C. (2024). *Simulador virtual Equality Explorer en el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes del V ciclo de educación primaria*. Centro de Recursos para el Aprendizaje e Investigación Innova Teaching School its. <https://hdl.handle.net/20.500.14360/47>
- Vygotsky, LS (1978). *La mente en la sociedad: el desarrollo de procesos psicológicos superiores*. Cambridge, MA: Harvard University Press. https://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/TA_Vygotsky_Unidad_1.pdf
- Von Glasersfeld, E. (1989). *Cognición, Construcción del Conocimiento y Enseñanza*. Síntesis, 80(1), 121-140. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00869951>

Anexos

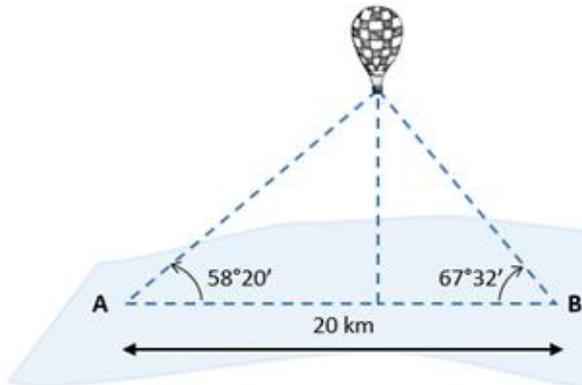
	<p align="center">ANEXO A Matriz de la prueba de diagnóstico para la justificación</p>	
<p align="center">PREGUNTA</p>	<p align="center">ANÁLISIS</p>	
<p>1. Responda: ¿Qué es la trigonometría?</p>	<p>A manera de apertura, se tiene un leve concepto de qué es la Trigonometría, sin embargo, no es académico.</p>	
<p>2. Describa ¿para qué se utiliza la ley de Senos?</p>	<p>Se tiene un leve concepto de la utilidad de la Ley de Senos, sin embargo, no es académico, ya que va más allá de solo determinar ángulos.</p>	
<p>3. Describa ¿para qué se utiliza la ley de Cosenos?</p>	<p>Se tiene un leve concepto de la utilidad de la Ley de Cosenos, sin embargo, no es académico, ya que va más allá de solo determinar lados.</p>	
<p>4. Escriba la ecuación respectiva a la ley del Seno y de la ley del Coseno.</p>	<p>Las ecuaciones están clarísimas, principalmente porque se encuentran cursando dicha asignatura.</p>	
<p>5. Para los siguientes casos, ¿qué ley es más conveniente utilizar, y por qué?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Dos lados y un ángulo comprendido.</p> <p>_____</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Dos ángulos y un lado correspondiente.</p> <p>_____</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Un ángulo y su lado con otro lado.</p> <p>_____</p> </div>	<p>En esta pregunta se empieza a ver dificultades, tan solo el 47,5% de encuestados fueron los que respondieron correctamente este apartado.</p>	
<p>6. ¿Puede describir los elementos faltantes de éste triángulo y escribir el nombre del triángulo por la clasificación de sus ángulos?</p> 	<p>Para este punto, el 52,5% de encuestados responde correctamente a esta pregunta.</p>	
<p>7. Un tren viaja desde la ciudad C hasta la ciudad A en dirección de 76° al Noroeste, luego de llegar a la ciudad A, requiere ir a la</p>	<p>Para este pregunta, tan solo el 30% de encuestados realizan correctamente los cálculos, principalmente porque no</p>	

ciudad B. Determine la distancia que hay entre las ciudades A y B y el ángulo que debe de girar el tren, si se sabe que entre la ciudad C y A hay 200 kilómetros y entre las ciudades C y B hay 150 kilómetros.



abordaron correctamente la temática y en otros casos, no se vio eso en el Bachillerato, por lo que es muy evidente que no se tiene mucha noción espacial por la falta de estrategias didácticas como lo es los trabajos de campo.

8. La distancia entre 2 puntos A y B es de 20 km. Los ángulos de elevación de un globo con respecto a dichos puntos son de $58^{\circ}20'$ y $67^{\circ}32'$. ¿A qué altura del suelo se encuentran?



Para esta pregunta, tan solo el 20% de encuestados realizan correctamente los cálculos, principalmente porque no abordaron correctamente la temática y en otros casos, no se abordó en el Bachillerato, por lo que es muy evidente que no se tiene mucha noción espacial por la falta de estrategias didácticas como lo es los trabajos de campo. Donde se deja en evidencia la falta de distintas estrategias didácticas metodológicas innovadoras en la educación, más específicamente en el área de matemáticas con la ley de Senos y Cosenos.

9. Marque con una X los materiales que usó su docente de Bachillerato para impartir el tema de Ley de

Materiales	Marque con una X
Pizarra y tiza	
Presentaciones de diapositivas	
Libros de texto	
Ejercicios prácticos en el cuaderno	
Proyector multimedia	
Videos educativos	
Material interactivo en línea	
Maquetas o modelos físicos	
Juegos o actividades de grupo	
Recursos en línea, como sitios web o aplicaciones específicas.	
Trabajos de campo	
Otros	

Esta pregunta corresponde a las herramientas y estrategias didácticas que utilizaron los docentes de Bachillerato para impartir la Ley de Senos, lo cual fue muy sorprendente ya que se encontró que la problemática inicia en el Plan Curricular Institucional, debido a que 21 estudiantes respondieron que no se abordó la Ley de Senos en el Bachillerato, el cual corresponde al 70% y eso es realmente preocupante; incluso 7, es decir el 46,67% de ellos respondieron que sus docentes no profundizaron la Trigonometría más allá de razones y funciones trigonométricas. Para los 9 estudiantes restantes, es decir el 30%, la problemática radica en la metodología empleada por los docentes para la enseñanza de la Ley de Senos y la Ley de

	<p>Cosenos, haciendo énfasis a la ausencia de material didáctico para problemas cotidianos para una mejor comprensión del tema, al igual que la falta de actividades o trabajos de campo, lo que provoca un desinterés en los estudiantes para la materia.</p>																										
<p>10. Marque con una X los materiales que usó su docente de Bachillerato para impartir el tema de Ley de Cosenos.</p> <table border="1" data-bbox="204 517 790 745"> <thead> <tr> <th>Materiales</th> <th>Marque con una X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Pizarra y tiza</td><td></td></tr> <tr><td>Presentaciones de diapositivas</td><td></td></tr> <tr><td>Libros de texto</td><td></td></tr> <tr><td>Ejercicios prácticos en el cuaderno</td><td></td></tr> <tr><td>Proyector multimedia</td><td></td></tr> <tr><td>Videos educativos</td><td></td></tr> <tr><td>Material interactivo en línea</td><td></td></tr> <tr><td>Maquetas o modelos físicos</td><td></td></tr> <tr><td>Juegos o actividades de grupo</td><td></td></tr> <tr><td>Recursos en línea, como sitios web o aplicaciones específicas.</td><td></td></tr> <tr><td>Trabajos de campo</td><td></td></tr> <tr><td>Otros</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Materiales	Marque con una X	Pizarra y tiza		Presentaciones de diapositivas		Libros de texto		Ejercicios prácticos en el cuaderno		Proyector multimedia		Videos educativos		Material interactivo en línea		Maquetas o modelos físicos		Juegos o actividades de grupo		Recursos en línea, como sitios web o aplicaciones específicas.		Trabajos de campo		Otros		<p>Esta pregunta corresponde a las herramientas y estrategias didácticas que utilizaron los docentes de Bachillerato para impartir la Ley de Cosenos, lo cual fue muy sorprendente ya que se encontró que la problemática inicia en el Plan Curricular Institucional, debido a que 21 estudiantes respondieron que no se abordó la Ley de Cosenos en el Bachillerato, el cual corresponde al 70% y eso es realmente preocupante; incluso 7, es decir el 46,67% de ellos respondieron que sus docentes no profundizaron la Trigonometría más allá de razones y funciones trigonométricas. Para los 9 estudiantes restantes, es decir el 30%, la problemática radica en la metodología empleada por los docentes para la enseñanza de la Ley de Senos y la Ley de Cosenos, haciendo énfasis a la ausencia de material didáctico para problemas cotidianos para una mejor comprensión del tema, al igual que la falta de actividades o trabajos de campo, lo que provoca un desinterés en los estudiantes para la materia.</p>
Materiales	Marque con una X																										
Pizarra y tiza																											
Presentaciones de diapositivas																											
Libros de texto																											
Ejercicios prácticos en el cuaderno																											
Proyector multimedia																											
Videos educativos																											
Material interactivo en línea																											
Maquetas o modelos físicos																											
Juegos o actividades de grupo																											
Recursos en línea, como sitios web o aplicaciones específicas.																											
Trabajos de campo																											
Otros																											
<p>11. ¿Tuvo algún tipo de dificultad en aprender el tema de la Ley de Senos y/o Cosenos? Expliqué cuáles fueron.</p>	<p>En esta pregunta, se dejó un espacio abierto para cualquier inquietud, misma que se redacta que el 70% de encuestados no aborda correctamente Ley de Senos ni tampoco la Ley de Cosenos en el Bachillerato. Por lo que el presente trabajo de titulación se basará en estrategias de enseñanza para la ley de Senos y Cosenos.</p>																										

Estrategias para la enseñanza de la ley del Seno y Coseno en el Bachillerato

B *I* U ↺ ↻

El objetivo de esta encuesta es recopilar las estrategias más efectivas e innovadoras usadas por los docentes de Educación Media y Superior, para la enseñanza de la Ley de Senos y Cosenos, misma que forma parte de un Trabajo de Integración Curricular para obtener el título de Licenciado en Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física.

1. Escoja el género con el que se identifica *

- Masculino
- Femenino
- Otra...

2. ¿Qué título de tercer nivel posee? *

- Licenciado en Educación: Matemáticas y Física
- Ingeniero
- Arquitecto
- Economista
- Otra...

3. ¿Cuántos años imparte la asignatura de Matemáticas? *

- De 1 a 5 años
- De 6 a 10 años
- De 11 a 15 años
- 16 años o más

4. ¿Qué sostenimiento tiene la institución en donde labora? *

- Fiscal
- Particular
- Fiscomisional
- Municipal
- Otra...

5. Seleccione el nivel educativo en el que labora *

- Educación Básica Media
- Educación Básica Superior
- Bachillerato
- Superior (Universidad)

6. ¿Cómo es el rendimiento académico (calificaciones) de sus estudiantes en el tema de la Ley de senos y Cosenos? (sin refuerzo académico) *

- Domina los aprendizajes requeridos. (9-10)
- Alcanza los aprendizajes requeridos (7-8,99)
- Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos (4,01-6,99)
- No alcanza los aprendizajes requeridos (≤ 4)

7. ¿Qué estrategias didácticas ha utilizado para enseñar la Ley de Senos y Cosenos? *

- Organizadores gráficos
 - Aprendizaje basado en Problemas
 - Aula Invertida
 - Experimentación
 - Memorización
 - Aprendizaje basado en Proyectos
 - Trabajo de campo
 - Gamificación
 - Actividades en grupo
 - Otra...
-

8. ¿Qué tipo de actividades, materiales o recursos utiliza para enseñar la Ley de Senos y Cosenos? *

- Marcador y pizarra
 - Presentaciones con diapositivas (Power point, Prezi, Canva, entre otras)
 - Libros de texto
 - Artículos de revista
 - Ejercicios prácticos en el cuaderno
 - Videos educativos
 - Actividades en grupo
 - Trabajos de campo
 - Maquetas
 - Material interactivo en línea (Kahoot, Wordwall, Genial.ly, Quizziz, entre otros)
 - Recursos en línea (Página web, Blogs, Guía didáctica virtual, simuladores, etc)
 - Plataformas educativas (Moodle, Google Classroom, Educativa, Schoology, entre otras)
 - Otra...
-

9. ¿Cómo fomenta la resolución de problemas relacionados con la Ley de Senos y Cosenos en el aula? *

- Indagación bibliográfica
 - Lápiz y papel
 - Software para comprobar
 - Material interactivo en línea (Kahoot, Wordwall, Genial.ly, Quizziz, entre otros)
 - Recursos en línea (Página web, Blogs, Guía didáctica virtual, simuladores, etc)
 - Maquetas
 - Razonamiento lógico en problemas cotidianos
 - Modelización matemática
 - Trabajos de campo
 - Otra...
-

10. ¿Qué tipo de actividades, materiales o recursos considera innovadores para enseñar la Ley de Senos y Cosenos? *

- Marcador y pizarra
 - Presentaciones con diapositivas (Power point, Prezi, Canva, entre otras)
 - Libros de texto
 - Artículos de revista
 - Ejercicios prácticos en el cuaderno
 - Videos educativos
 - Actividades en grupo
 - Trabajos de campo
 - Maquetas
 - Material interactivo en línea (Kahoot, Wordwall, Genial.ly, Quizziz, entre otros)
 - Recursos en línea (Página web, Blogs, Guía didáctica virtual, simuladores, etc)
 - Plataformas educativas (Moodle, Google Classroom, Educativa, Schoology, entre otras)
 - Otra...
-

11. ¿Cuáles son los desafíos más comunes que enfrentan los estudiantes al aprender la Ley de Senos y Cosenos, y cómo aborda estos desafíos? *

- Desmotivación
- Desinterés por la matemática
- Baja autoestima
- Desvalorización al momento de participar en clase
- Poco desempeño en habilidades matemáticas
- Razonamiento lógico deficiente
- Docente
- Falta de materiales innovadores para abordar la asignatura.
- Otra...

12. ¿Qué acciones considera eficaces para enseñar la Ley de Senos y Cosenos? *

Texto de respuesta larga

Agradezco su tiempo y colaboración.

Descripción (opcional)