

# UCUENCA

## Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía en Ciencias Experimentales

**Estudio de la coherencia entre los lineamientos curriculares y el tratamiento que se da a la modelización matemática en los libros de texto del bachillerato ecuatoriano.**

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemática y la Física

### **Autores:**

Juan Sebastián Astudillo Vidal

Danny Damian Morocho Angamarca

### **Director:**

César Augusto Trelles Zambrano

ORCID:  0000-0002-4096-8353

**Cuenca, Ecuador**

2024-07-24

## Resumen

La modelización matemática, en el ámbito educativo ha demostrado ser de mucha utilidad para lograr que los estudiantes respondan a la pregunta: ¿Para qué sirven las matemáticas? De esta forma se consigue enlazar a la matemática con la vida real. Tal es su importancia que, se hace presente incluso en distintas partes del currículo ecuatoriano de matemáticas; así como, en algunas destrezas de la asignatura. Por tal motivo, a lo largo del presente trabajo se presentará su importancia, conceptos, características, perspectivas, ciclos y todo lo imprescindible sobre la modelización matemática. Además, se realizó un análisis cuantitativo de las distintas actividades que proponen los textos entregados por el Ministerio de Educación (MinEduc) destinados al bachillerato, con el fin de conocer la presencia de la modelización matemática en estos documentos, el estudio se centró en los bloques de: Geometría y Medida, y Estadística y Probabilidad. Por lo expuesto, con el presente trabajo de investigación realizado se propone analizar la coherencia entre los lineamientos emitidos por el MinEduc en los documentos curriculares y la presencia de la modelización matemática en los libros de texto del Bachillerato General Unificado (BGU). Los cuales arrojaron resultados alarmantes, pues la presencia de actividades de modelización matemática es mínima en los libros de texto del MinEduc, lo que llevaría a concluir una baja concordancia con lo propuesto en el currículo ecuatoriano y lo planteado en libros de texto correspondiente a BGU.

*Palabras clave del autor:* aprendizaje significativo, modelado matemático, currículo ecuatoriano, vida real



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

**Repositorio Institucional:** <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

### Abstract

Mathematical modeling in the educational field has proven to be very useful in getting students to answer the question: What is the purpose of mathematics? In this way, a connection is established between mathematics and real-life situations. Its importance is such that it is even present in various parts of the Ecuadorian mathematics curriculum, as well as in some skills of the subject. For this reason, throughout this work, its importance, concepts, characteristics, perspectives, cycles, and everything essential about mathematical modeling will be presented. In addition, a quantitative analysis was carried out on the various activities proposed by the texts provided by the Ministry of Education (MinEduc) for high school, in order to understand the presence of mathematical modeling in these documents. The study focused on the blocks of Geometry and Measurement, and Statistics and Probability. Based on the above, this research aims to analyze the coherence between the guidelines issued by MinEduc in the curriculum documents and the presence of mathematical modeling in the textbooks of the Unified General Baccalaureate (BGU). The results were alarming, as the presence of mathematical modeling activities is minimal in MinEduc's textbooks, leading to the conclusion of a low concordance with what is proposed in the Ecuadorian curriculum and in the textbooks corresponding to BGU.

*Author Keywords:* meaningful learning, mathematical modeling, ecuadorian curriculum, real life



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

**Institutional Repository:** <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

## Índice de contenido

Resumen .....	2
Abstract.....	3
Introducción .....	11
<b>1. Capítulo I: Fundamentación Teórica .....</b>	<b>13</b>
1.1 Pedagogía Crítica.....	13
1.2 ¿Qué se entiende por modelización matemática? .....	13
1.3 Perspectivas o enfoques de la modelización matemática en el aula. ....	15
1.4 ¿Qué características deben tener las actividades de modelización matemática? .	17
1.5 Ventajas y desventajas al aplicar la modelización matemática en el aula .....	18
1.6 Ejemplos de actividades de modelización matemática.....	20
1.7 El ciclo de la modelización matemática.....	22
1.7.1 Ciclo de Blum y Leiß .....	23
1.7.2 El ciclo de modelización de Blomhøj .....	25
1.8 La modelización matemática presente en el currículo nacional de matemáticas ecuatoriano .....	26
<b>2. Capítulo II: Metodología .....</b>	<b>27</b>
<b>3. Capítulo III Resultados e Interpretación .....</b>	<b>30</b>
3.1 Ejemplos de actividades presentes en los libros de texto .....	30
3.2 Lineamientos del Ministerio de Educación en lo referente a Modelización Matemática .....	39
3.2.1 Lineamientos generales referentes a modelización matemática presentes en el currículo.....	39
3.2.2 Currículo de matemáticas en el nivel de BGU .....	44
3.3 Interpretación: .....	55
Conclusiones .....	57
Referencias.....	62
Anexos.....	67

## Índice de figuras

Figura 1 Actividad 1 de modelación matemática .....	21
Figura 2 Actividad 2 de modelización matemática.....	22
Figura 3 Ciclo de modelización matemática de Blum y Leiß.....	24
Figura 4 El ciclo de Blomhøj (2004). .....	25
Figura 5 Índice de contenido del libro perteneciente al nivel de Primero de BGU de Ecuador.....	31
Figura 6 Actividad de reconocimiento presente en el libro de Primero de BGU de Ecuador.....	32
Figura 7 Actividad de repetición presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador.....	32
Figura 8 Actividad de traducción simple o compleja presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador .....	33
Figura 9 Actividad de procesos presente en el libro de Primero de BGU de Ecuador .....	33
Figura 10 Actividad de problemas de situaciones reales presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador.....	34
Figura 11 Actividad de investigación matemática presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador.....	34
Figura 12 Actividad de puzzles presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador.....	35
Figura 13 Actividad de historias matemáticas presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador .....	36
Figura 14 Actividad de modelización matemática presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador.....	37
Figura 15 Contenido de conjunto de números.....	47
Figura 16 Contenido del bloque en álgebra y funciones.....	48
Figura 17 Contenido del bloque de geometría y medida. ....	50
Figura 18 Contenido del bloque estadística y probabilidad .....	51
Figura 19 Resultados al examinar los diversos de problemas de los textos del bloque curricular de álgebra y funciones de BGU para el periodo lectivo 2022 – 2023 de Ecuador	59
Figura 20 Resultado global del análisis de los tipos de problemas de los textos del bloque curricular de álgebra y funciones de BGU para el periodo lectivo 2022 – 2023 de Ecuador	59
..	

## Índice de tablas

Tabla 1 Resultados del estudio de los libros de texto de BGU.....	38
Tabla 2 Resultado global de los libros de texto de BGU .....	39

## Dedicatoria

Dedico este trabajo de titulación:

A mis padres, Juan y Bertha, cuyo constante esfuerzo, apoyo y amor han guiado mi camino hacia la mejor educación y mi mejor versión.

A mi hermano David (El Muchas), compañero incondicional en este proceso, compartiendo alegrías y mostrando preocupación por mi bienestar.

A mi abuelo Teo, mi segundo padre, quien desde mis primeros días de escuela se ha preocupado por mi educación y mi bien personal.

A mi abuelita Claudina, por su constante atención a mi desarrollo como persona y su amor inquebrantable.

A mis tíos Fabián y Paúl, siempre pendientes de mí y mi proceso educativo.

A toda mi familia, por su apoyo constante y sabios consejos.

A mi amigo Bryan, mi segundo hermano, por su apoyo incondicional.

A Mari, mi amiga vitamina, siempre deseando verme brillar.

A Daniel Molina, mi profesor y amigo, fuente inspiradora de mi elección por esta carrera.

Juan Astudillo

## Dedicatoria

Dedico este trabajo de titulación a mi familia, mis padres Luis y Germania quienes han sido el pilar mas fuerte y fundamental en todo este proceso de formación profesional. Recalcando a mi padre que gracias a su oficio en la docencia me llevo por el mismo camino.

A mi hermana Dalila, quien fue una compañera incondicional, fue la persona que guardaba mis secretos y estaba más al tanto de mí y la que me escucho en los momentos difíciles de todo este proceso

Danny Morocho

## Agradecimiento

Primeramente, deseo expresar mi gratitud a mis padres por ser las personas que siempre me han apoyado y han hecho todo lo posible por mi crecimiento personal como profesional.

Así mismo, quiero agradecer a mi amigo y compañero, Danny Morocho, por su dedicación y apoyo constante durante la realización de este trabajo. Su colaboración fue fundamental en todo el proceso.

Extendiendo mi agradecimiento a todos mis profesores que fueron parte de mi formación, y de manera muy especial, al Dr. César Trelles, quién nos respaldó a lo largo de este trabajo de titulación, brindándonos su tiempo, consejos, dedicación y, sobre todo, su amistad. También quiero mencionar a la Mgs. Tatiana Quezada, cuyas palabras en los primeros ciclos me motivaron a seguir adelante con la carrera., y al Dr. Juan Carlos Bernal por su amistad y por estar pendiente de este trabajo.

Juan Astudillo

## Agradecimiento

Un agradecimiento especial para mi amiga y compañera Evelyn Ávila quien me ayudo a lo largo de todo el proceso académico y con su ayuda estoy ahora finalizando mi carrera. Así mismo, quiero expresar mi agradecimiento a mi amigo Juan Astudillo, quien fue mi compañero en la realización de este trabajo, demostrando su amistad y ayuda incondicional durante todo el proceso.

A todos mis profesores quienes fueron parte de este proceso de formación y de manera muy especial, al Dr. César Trelles quien fue la persona que nos apoyó a lo largo de este trabajo de titulación brindándonos su tiempo y sus consejos. Así mismo al Dr. Juan Carlos Bernal, cuyas palabras de aliento me inspiraron y renovaron mi entusiasmo por esta carrera que tanto disfruto.

Danny Morocho

## Introducción

La matemática es un área del conocimiento que ha acompañado a la humanidad muchísimo tiempo, desde que surgió por la necesidad de contar, medir terrenos, hasta ayudarnos a hacer cuentas muy sofisticadas que nos ayudan a levantar edificios, etc. La verdad es que las matemáticas surgen por distintas necesidades cotidianas que se vieron a lo largo de la historia, por lo cual, su enseñanza y su aprendizaje se ha visto muy fundamental, tanto así mismo como hablar.

Sin embargo, aparece un problema actual en el transcurso de la enseñanza y aprendizaje de la asignatura de matemáticas, hoy en día muchas de las formas de realizar cálculos y utilizar la matemática no son del todo bien valoradas por el alumnado, pues la enseñanza de esta asignatura afronta una dificultad en sus procesos puestos que han sido enseñados de forma muy algorítmica y repetitiva, ocasionando que los estudiantes la entiendan simplemente como una serie de pasos que hay que realizar para lograr una respuesta correcta.

Esto ha provocado que muchos de los estudiantes se pregunten, ¿Y esto para qué voy a utilizar? Queriendo dar respuesta a este tipo de preguntas y lograr un aprendizaje más conectado con la realidad surge la modelización matemática que permitirá a los estudiantes relacionar las matemáticas con la vida real. Este tipo de actividades permitirá los estudiantes puedan nuevamente redescubrir el uso e importancia de las matemáticas.

Por último, es necesario indagar acerca de la presencia y uso de la modelización matemática en los documentos curriculares así como en los libros de texto distribuidos por el MinEduc, en nuestro estudio nos centraremos en los libros de matemáticas de BGU; por consiguiente, en los próximos capítulos hablaremos: primero sobre la modelización matemática, después sobre la metodología utilizada en el presente trabajo, los resultados de la revisión del currículo del MinEduc y los libros de texto que se entregan a los estudiantes del sistema educativo fiscal (sin costo); finalmente, se presentan las conclusiones a las que hemos llegado al realizar el presente trabajo.

Para concretar el trabajo correctamente, se especifican los siguientes objetivos:

**Objetivo General:**

Analizar la coherencia entre los lineamientos emitidos por el MinEduc en los documentos curriculares y la presencia de la modelización matemática en los libros de texto del BGU.

**Objetivos Específicos:**

- Describir teóricamente la modelización matemática para comprender profundamente su concepto, perspectivas, características y ciclos mediante una amplia revisión bibliográfica.
- Determinar cuantitativamente la presencia de la modelización matemática en los libros de texto del bachillerato ecuatoriano.
- Discutir la coherencia existente entre los lineamientos curriculares emitidos por el Ministerio de Educación del Ecuador y la presencia de la modelización matemática en los libros de texto de Bachillerato.

## 1. Capítulo I: Fundamentación Teórica

### 1.1 Pedagogía Crítica

La pedagogía crítica fue impulsada por Paulo Freire, con la premisa de impulsar una educación liberadora. En esta pedagogía, la responsabilidad del docente es guiar a los estudiantes a cuestionar los métodos y crear diferentes soluciones a los mismos problemas. Frente a esto, se busca que los estudiantes se cuestionen tanto a sí mismo y a la sociedad en la que viven, esto permitirá observar que la realidad está relacionada con la matemática. Se puede notar que esta pedagogía propone una enseñanza que incita a los estudiantes a cuestionar y reflexionar los métodos existentes. En efecto los estudiantes pueden desarrollar un pensamiento crítico al conocer que esta teoría se vincula a la práctica (Bejarano Colimba y Ayala, 2016).

La actividad pedagógica va más allá de la reflexión del contenido, el contexto y la práctica. En este caso, se busca que los contenidos sean parte del contexto, de la cultura y de las realidades de los estudiantes, para evitar que se sigan realizando ejercicios pedagógicos de otros contextos y lograr que el aprendizaje sea más significativo y relevante para los estudiantes (Castellanos, 2020).

En las matemáticas, es posible abordar la resolución de un problema de diversas maneras. Por lo tanto, el docente puede fomentar que el estudiante tenga la libertad de emplear la creatividad al buscar soluciones, alentar la curiosidad y propiciar la conexión con situaciones de la cotidianidad. De esta manera, se busca que los estudiantes se aparten de problemas abstractos o aislados a su realidad (Rodríguez y Mosquera, 2015).

### 1.2 ¿Qué se entiende por modelización matemática?

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) ha vinculado la noción de modelización matemática desde los primeros desarrollos de este marco de investigación. Se asume que hacer matemáticas consiste esencialmente en la actividad de producir, transformar, interpretar y hacer evolucionar los modelos matemáticos con la finalidad de ofrecer soluciones a los problemas que se presentan en la realidad (Florensa et al., 2020).

Desde las primeras investigaciones que hablan sobre modelización matemática, esta se describe a partir de una serie de etapas (Gascón, 1994):

- En matemáticas existen problemas de tipo intra-matemático y extra-matemático, en los primeros se plantean teorías, procedimientos y representaciones entre sí, mientras

que, en los otros existe una relación entre el concepto y el modelo matemático acorde a los problemas de la vida real (Dolores Flores y García-García, 2017). En base a esto, se propone la situación y problemática inicial que puede ser intra-matemática o extra-matemática. En la cual se desarrolla el sistema que se va a modelizar y se plantean las cuestiones generales que surgen acerca del sistema sin respuesta inmediata (Florensa et al., 2020).

- A partir de determinar el sistema a modelizar se puede desarrollar un modelo matemático, para esto se seleccionan e identifican variables adecuadas para el modelo que pueden estar relacionadas entre ellas (Florensa et al., 2020).
- Luego, se realiza un proceso de trabajo con el modelo, lo cual puede implicar manipulaciones para perfeccionarlo de manera que se adapte al sistema a modelizar, interpretando tanto el trabajo realizado como los resultados obtenidos (Florensa et al., 2020).
- Por último, se plantean nuevas preguntas que no podrían haber surgido previamente, cuya resolución contribuirá al entendimiento del sistema analizado y podría dar inicio a un nuevo proceso. (Florensa et al., 2020)

En otras investigaciones son varios los autores que contribuyen con definiciones sobre modelización matemática, como, por ejemplo: Aymerich y Albarracín (2022) aseguran que la modelización matemática es un procedimiento de resolución de problemas contextualizados en las que se crea un modelo matemático con el fin de explicar un fenómeno. Asimismo, Blum y Borromeo Ferri (2009) definen a la modelización matemática como el procedimiento que emplea la matemática para analizar, representar, examinar, prever o proporcionar información acerca del mundo real y hacer una traducción entre las direcciones de las matemáticas y la realidad.

De acuerdo a Pavón (2021) un modelo matemático es una caracterización abstracta que simplifica el funcionamiento de algo o describe una parte de una situación que buscamos comprender. También, la modelización matemática se torna en un método sistemático hacia la creación de modelos matemáticos que conlleven diversos conocimientos, de manera que reflejen circunstancias reales dentro de un contexto específico.

En este trabajo se concibe la modelización matemática desde un enfoque educativo como estrategia didáctica, y visto desde este contexto, según Giordano, Weir y Fox (citados por Villa, 2007) consiste en una construcción matemática diseñada para analizar un fenómeno específico dentro del mundo real. El modelo puede construirse a partir de gráficos, símbolos, simulaciones y experimentos realizados.

Kaiser y Sriraman (2006) quienes los ven desde el punto de vista educacional se enfocan en objetivos de carácter pedagógico y disciplinar, tanto en la introducción y desarrollo de conceptos matemáticos, así como en la organización de los procesos de aprendizaje. Del mismo modo Trigueros-Gaisman (2006), indica que la modelación matemática en la enseñanza es un proceso que da a los estudiantes problemas lo suficientemente complejos y abiertos, donde puedan poner en juego su conocimiento previo y sus habilidades creativas para proponer hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión de términos matemáticos.

Además, es necesario la revisión, la reflexión, la aplicación de sus conocimientos y la comunicación de sus resultados con la idea de acercarse a la actividad científica. La modelización matemática proporciona nuevas alternativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Florensa et al., 2020).

La modelización matemática se transforma en un enfoque pedagógico que cultiva habilidades esenciales para comprender y simplificar la realidad. Este impacto se intensifica notablemente en los estudiantes cuando reconocen sus conocimientos adquiridos durante su formación, los cuales tienen aplicación práctica en su vida diaria. Cuando los estudiantes perciben que sus conocimientos son relevantes para la sociedad, estos los motiva a persistir en su proceso de aprendizaje y a profundizar en los temas estudiados. Por lo tanto, la modelización matemática también ejerce un efecto motivador en el alumno (Arias y Deulofeu, 2019)

Con base en la concordancia existente entre estos autores se puede teorizar que la modelización matemática se fundamenta en resolver problemas de la vida cotidiana, yendo a un nivel más elevado que solo plantear ejercicios contextualizados, sino ser más creativos, proponiendo actividades en grupo donde los estudiantes tengan que plantear muchas suposiciones distintas, es aquí donde viene lo interesante de la modelización ya que no existe una única solución sino varias, en acuerdo con Trelles et al. (2022a, p.101) que mencionan “en este tipo de actividades no existe una respuesta única y en muchos de los casos las soluciones son aproximadas.”

### **1.3 Perspectivas o enfoques de la modelización matemática en el aula.**

Varias investigaciones indican que cuando se aprenden conceptos matemáticos de manera tradicional resulta complicado aplicarlos en la solución de problemas, y el proceso para llegar a la aplicación puede tomar bastante tiempo (Trigueros Gaisman, 2009), y por esta razón es

necesario que los docentes desarrollen varias estrategias con la finalidad de que los estudiantes puedan plasmar sus conocimientos en las aplicaciones. Por tal motivo, se puede hacer modelización desde diferentes perspectivas que respondan en función de la didáctica empleada por el docente. Kaiser y Sriraman (2006) destacan las siguientes perspectivas:

- Perspectiva basada en la aplicación: se enfoca en la solución de problemas concretos del mundo real que resulten prácticos, útiles y significativos para los estudiantes. El objetivo es que adquieran habilidades para comprender su entorno y comprendan los elementos de los modelos matemáticos (Trigueros Gaisman, 2009).
- Perspectiva basada en el contexto: tiene un enfoque psicológico, con interés en resolver problemas reales, poniendo un énfasis central en la relación entre el individuo que resuelve los problemas y el contexto en el que se desarrolla el modelo, con el fin de comprender la naturaleza del proceso de modelado y las diversas limitaciones que el entorno impone al surgir la necesidad de modelar (Trigueros Gaisman, 2009).
- Perspectiva pedagógica: tiene un propósito claramente educativo. Esta abarca dos corrientes: una didáctica, donde los modelos se emplean para organizar y facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes; y otra conceptual, que busca introducir y desarrollar nuevos conceptos en el proceso de modelización (Trigueros Gaisman, 2009).
- Perspectiva basada en el pensamiento crítico: se trata de una perspectiva liberadora que tiene como objetivo una comprensión crítica del entorno, centrándose en la reflexión del uso que da la sociedad a las matemáticas (Parra Zapata y Villa, 2015).
- Perspectiva basada en la teoría empírica: existe menor relevancia en los problemas extra-matemáticos, aquí, cualquier actividad matemática puede ser modelada, lo que implica que la modelación no se limita a cuestiones fuera del ámbito matemático. Su objetivo consiste en fomentar y desarrollar teoría en relación con la modelación, buscando que las teorías de las matemáticas puedan ser reinterpretadas mediante la aplicación de la modelización a situaciones reales (Parra Zapata y Villa, 2015).
- Perspectiva Cognitiva: busca examinar los procesos cognitivos involucrados en la modelación. En esta perspectiva, la modelación se concibe como un proceso mental que origina los procesos de pensamiento matemático mediante la utilización de modelos mentales o físicos. Se investigan los pasos a seguir durante el proceso de modelización, así como los problemas que los estudiantes enfrentan durante las actividades de modelación (Parra Zapata y Villa, 2015).

En base a la literatura empírica que se trabajan respecto a la modelación es complicado en la actualidad encontrar ejemplos en las que se ubiquen de manera clara en una de estas

categorías. Y según Trigueros Gaisman (2009) menciona que, aunque sea posible categorizarlos en una de estas perspectivas, siempre habrá elementos que podrían ser considerados como parte de otras.

#### **1.4 ¿Qué características deben tener las actividades de modelización matemática?**

Las actividades de modelización matemática deben poseer características que se alineen con objetivos tanto didácticos como conceptuales. En este contexto, se espera que los estudiantes ofrezcan soluciones creativas a situaciones específicas de la realidad nacional e internacional mediante la aplicación de sus conocimientos matemáticos. A través de esta práctica, se busca que los estudiantes mejoren su pensamiento crítico, habilidades como en el análisis de información, así como de la capacidad de establecer conexiones entre diversas ideas relacionadas con los conocimientos matemáticos. (Bejarano Colimba y Ayala, 2016)

Una de las características más importantes es que estas actividades no deben ser una camisa de fuerza para los estudiantes debido a que la modelización no se basa en desarrollar problemas de tipo mecánico y algorítmico, sino más bien en problemas concretos, pero abiertos donde no existe una respuesta única. En línea con Lesh y Doerr (2003), estas actividades se destacan por su naturaleza lo suficientemente abierta, desafiando a los estudiantes a desarrollar un modelo con el propósito de resolver un problema específico. Según Trelles et al. (2022b), la relevancia reside no tanto en la respuesta en sí, sino en el proceso empleado para alcanzarla; en consecuencia, no hay respuestas incorrectas, sino más bien algunas que resultan más efectivas que otras, según las suposiciones formuladas por los estudiantes y sus razonamientos.

Las actividades de modelización que se propongan deben facilitar a los estudiantes definir, descubrir y expresar ideas y conceptos (Lesh y Yoon, 2004) complementado con Villa-Ochoa (2008) la modelación matemática no tiene como fin solo desarrollar conceptos, sino que también se transforma en una estrategia que permite entender un concepto matemático dentro de un "micromundo" específico, donde, está lleno de conceptos relacionados entre sí. Esta estrategia permite que los estudiantes fomenten su capacidad de realizar preguntas y acometer los desafíos de manera más precisa, además de tomar actitudes diferentes al enfrentarse a problemas reales en su medio.

Las actividades de modelización matemática a su vez pueden incentivar el camino de aprendizaje y animar al estudiante a establecer bases cognitivas sólidas para la construcción de relevantes conceptos matemáticos (Blomhøj, 2009). También, estas actividades tienen

que obligar a los estudiantes a apropiarse de algunas de las decisiones que tomen a lo largo del camino (Consortium for Mathematics and its Applications, [COMAP] y Society for Industrial and Applied Mathematics, [SIAM], 2019). Las actividades de modelización también deben servir a los estudiantes a pensar en situaciones, donde el modelo sirva también para resolver otras situaciones parecidas (Lesh y Doerr, 2003).

Por lo general estas actividades se realizan en grupos pequeños con un máximo de cuatro estudiantes y suelen abarcar un periodo de dos a tres sesiones de clase, y usualmente para dar por finalizado la actividad de modelización se solicita a los equipos de trabajo que mediante una carta brinden asesoría a una o varias personas que están interesadas en la solución del problema, donde en esta se comprometen a exponer de manera detallada los procesos que fueron utilizados para llegar a “la solución y argumentar por qué la creen útil, además de explicar cómo esta solución puede ser utilizada en diferentes situaciones” (Trelles et al., 2022b).

Según Arias y Deulofeu (2019), la modelización matemática permite a los estudiantes apropiarse de la información, categorizarla y transformar el aula de clase en un área de interacción. Además, posibilita que los estudiantes desempeñen un papel dinámico durante su proceso de aprendizaje, en tanto que el docente toma el rol de agente facilitador que incentiva el trabajo colaborativo como estrategia para eliminar la presión, externalizar los significados y construir conceptos comunes desde roles de conflicto y apoyo, estos elementos son importantes en el aprendizaje cooperativo.

En resumen, las actividades deben plantear un problema abierto en un contexto real, en el que no exista una solución o respuesta única ya que lo que nos interesa es el proceso y no el resultado, preferentemente se trabajan en grupos de máximo cuatro estudiantes, propiciando una participación activa de los mismos, se busca generar una actitud de apropiamiento, en la que se compartan y generen ideas para resolver el problema y también deben pensar en cómo la solución la pueden utilizar en otro contexto. Por su parte, el profesor tiene un rol de acompañamiento y agente facilitador.

### **1.5 Ventajas y desventajas al aplicar la modelización matemática en el aula**

Aparisi y Pochulo (2013) en su investigación realizada a profesores, señalan algunas ventajas y desventajas que puede presentar la aplicación de actividades de modelización matemática en el aula, algunas de estas ventajas son:

- Se emplea una matemática que está conectada con la realidad, lo que posibilita la incorporación de actividades en las clases frente a situaciones concretas.
- La modelización matemática fomenta la independencia del estudiante, el descubrimiento y la gestión autónoma de su propio proceso de aprendizaje.
- Se brinda la oportunidad al estudiante de llevar a cabo una investigación de manera crítica de la información, expresar opiniones, reflexionar, participar en debates, aceptar errores, tomar decisiones, entre otras acciones.
- Se otorga significado a la práctica matemática en el aula, pues toma relevancia al relacionar los conocimientos matemáticos con la vida real, y así el estudiante fortalece su propio conocimiento y confianza.

Además, algunos investigadores como Trelles et al. (2022a), señalan que otra ventaja de la modelización matemática es el hecho de permitir que los estudiantes puedan adquirir conocimiento matemático fuera de los contenidos planificados en el currículo.

En cuanto a las desventajas que se encontraron se pueden agrupar en tres categorías:

#### 1) Desventajas mediacionales

- La gestión del tiempo didáctico: cuando se abordan situaciones abiertas, los estudiantes tienden a necesitar orientación, ya que les resulta difícil diferenciar entre la información que es importante de la que no lo es. Sin embargo, la planta docente del área de matemáticas a menudo no tiene el tiempo suficiente para abordar problemas reales y abiertos en el aula debido a la necesidad de cubrir los contenidos programados, otras prioridades dentro del aula y las demandas de preparación de la clase, entre otros factores.
- La utilización de recursos o medios tecnológicos: en las aulas se puede carecer de infraestructura tecnológica adecuada, y/o los estudiantes pueden presentar desconocimiento sobre el manejo de programas informáticos.

#### 2) Desventajas instruccionales

- Enfoque de enseñanza: el método de enseñanza convencional proporciona confianza al docente, ya que implica la explicación inicial de la teoría seguida de la realización de ejercicios. Sin embargo, al trabajar con la modelización se pone al docente en una situación de indecisión, donde no siempre se conocen todas las soluciones ni los posibles enfoques que practicarán los estudiantes.

- Interacción en el aula: el alto nivel de estudiantes en el aula dificulta la enseñanza personalizada y el control de la disciplina dentro del aula de clases puede resultar complejo al momento de impartir las clases.

### 3) Desventajas cognitivas

- El período de aprendizaje: los estudiantes deben haber adquirido previamente ciertos conocimientos que resulten útiles para abordar el problema presentado. Además, frente a situaciones desafiantes, los estudiantes muestran una reticencia a realizar investigaciones y es el profesor quien acaba asumiendo la mayor carga de trabajo en clase. El enfoque de la modelización impone demandas más elevadas a los estudiantes.
- Docentes sin una formación específica: la capacitación de docentes sigue un enfoque más convencional y no se les prepara para abordar ejercicios de modelización en sus clases.

Consideramos que las desventajas mencionadas anteriormente se las puede entender más bien como limitaciones que pueden enfrentar los docentes de matemáticas al transcurso de plantear estas actividades como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje.

## 1.6 Ejemplos de actividades de modelización matemática

### El Campeonato de Fútbol

Esta actividad presentada en la Figura 1 fue propuesta y llevada a cabo por Huincahue (2015). Quién la realizó con estudiantes de 2º medio (10º grado) del colegio chileno “Oscar Castro”. Donde, se les ha pedido a los estudiantes que realicen la actividad en grupos de 3 a 4 personas, de tal manera que todos sus conocimientos extra-matemáticos sean utilizados en la construcción de la solución de esta tarea y a cada integrante se le entregó la actividad de modelización (Huincahue, 2015).

**Figura 1**

Actividad 1 de modelación matemática

**El Campeonato de Fútbol**

En el primer trimestre, el Colegio Oscar Castro ha realizado un torneo de fútbol interno, en el cual cada curso tiene su propia selección. En este campeonato, el equipo de segundo medio tiene solo 10 aguerridos hinchas. Al finalizar el torneo el primero medio sorprendió quedándose con el primer lugar, esto llama la atención de los demás, consiguiendo así triplicar su barra y volviéndose el equipo sensación del colegio, por esto, han participado en otros tres torneos que se realizaron en cada trimestre; en el primero, obtienen el cuarto lugar quedándose con la mitad de lo que ya tenían; en el segundo, logran el tercer puesto, manteniendo sus seguidores; y en el tercer campeonato pierde la final, duplicando su barra. Realicen representaciones con la situación planteada. ¿Qué pasa si el equipo siempre sale primero, segundo, tercero o cuarto? ¿Existen regularidades en las representaciones? ¿Puede el equipo quedar sin hinchas? Explica tus respuestas.

*Fuente:* Huincahue (2015, p. 36)

**Mañanas Matemáticas**

Esta actividad presentada en la Figura 2 fue llevada a cabo Morten Blomhøj y Mikael Skånstrøm en una escuela de Dinamarca que conjuntamente trabajaron en el diseño de la actividad para estudiantes de primer nivel de secundaria, quienes fueron desafiados a utilizar la matemática para modelizar un fenómeno de todas sus mañanas (Blomhøj, 2008).

**Figura 2***Actividad 2 de modelización matemática**Mañanas Matemáticas*

El reloj despertador suena. Tu mano intenta alcanzarlo y se cae de la mesa. Lo encuentras y lo apagas. Te das vuelta en la cama y tratas de imaginar que es sábado, pero lentamente sientes que algo interesante va a ocurrir hoy. Ahora lo recuerdas, Mañanas matemáticas con Mikael y Morten. A las 8:00 estarás con tus compañeros trabajando en la descripción de tu mañana matemática. Un día excitante te está esperando ... Te pones los anteojos matemáticos listo para observar tu mañana matemáticamente.

¿Cuánta agua usas para lavarte los dientes y cuánto tiempo dura un tubo de pasta dental? ¿Qué ocurre con la ducha? La matemática también puede encontrarse en los modos en que distribuyes tu tiempo en la mañana, o cómo llegas a la escuela.

**Tu tarea**

Realizar observaciones cuidadosas de lo que ves con tus anteojos matemáticos desde que te levantas hasta que llegas a la escuela. Tus observaciones deben ser descriptas y analizadas matemáticamente y presentadas a través de historias coherentes sobre tus mañanas cotidianas. Las historias y tus reflexiones deben ser presentadas en un póster con un bonito diseño. Tienes cuatro módulos (4 x 90 minutos) a tu disposición. Todos deben hacer su propio póster, pero se los alienta a trabajar juntos ayudándose unos a otros. Dos profesores estarán disponibles para ayuda y discusión durante esos períodos.

*Fuente:* Blomhøj (2008, p. 29)

**1.7 El ciclo de la modelización matemática**

En el ámbito de la modelización matemática, es habitual diferenciar entre los conceptos de modelo y el de modelización, de manera análoga a la distinción entre producto y proceso. La noción del modelo se refiere al resultado, a la representación física y abstracta, en cambio, la de modelización se relaciona con los procesos que se llevan a cabo (Blum y Niss, 1991; Búa y Fernández, 2015). Por lo tanto, exploraremos los diferentes procesos con los que se pueden trabajar en la modelización.

Por esto, Trelles et al. (2019) resaltan que es fundamental reconocer la naturaleza no lineal de este proceso, donde los estudiantes tienen la flexibilidad de avanzar de distintas maneras sin seguir una secuencia preestablecida. De hecho, este camino de ida y vuelta les brinda la

oportunidad de perfeccionar continuamente el modelo que están desarrollando. Y, por último, los estudiantes deben compartir el modelo conseguido con el resto de estudiantes, quienes aportarán sus opiniones que serán relevantes, colaborando para plantear modificaciones necesarias para mejorarlo aún más.

Villa-Ochoa (2008), entiende a los procesos de modelización como una herramienta que se puede utilizar para trabajar dentro del área de matemática. El propósito del modelo es generar conocimiento matemático y despertar el interés al aplicar soluciones matemáticas dentro de un contexto, donde el alumno está familiarizado.

Con base en investigaciones, se sostiene que el ciclo de modelación matemática está conformado por una sucesión de praxeologías, con al menos una correspondiente a cada una de las etapas previamente presentadas, y algunas presentes en las transiciones entre estas etapas. Según los autores Rodríguez Gallegos y Quiroz Rivera (2015), la identificación de las praxeologías que integran el ciclo de modelación constituye un recurso que respalda el análisis de prácticas, abarcando desde lo establecido en los libros escolares hasta las acciones didácticas realizadas por el docente en el aula.

Existen diferentes propuestas sobre los ciclos, pero en esta investigación enfatizamos el ciclo expuesto por (Blum y Leiß, 2007).

### 1.7.1 Ciclo de Blum y Leiß

A continuación, se detalla el ciclo planteado por Blum y Leiß (2007) (véase Figura 3): Parte de la situación ocurrida se origina a través de algo cotidiano, podría ser representada por una imagen, por un escrito o dada de las dos maneras. Luego se produce un cambio, que implicaría en una comprensión fragmentada del problema real (a) el cual puede darse de manera implícita o inconsciente, se trabaja para entender el problema real (1), este proceso da origen a la construcción de un modelo (b) basado solamente en el criterio de los estudiantes.

Simplificar y estructurar (2) es la etapa donde se construye una imagen mental del problema, en donde se toman decisiones y filtra información del problema, aquí se identifican variables y condiciones constituye un modelo real, en esta fase, el estilo de pensamiento matemático del individuo es fundamental, ya que se define la manera de abordar el problema en los próximos procesos, se muestra la construido del modelo, ya sea utilizando dibujos o fórmulas, aunque su validación depende de las declaraciones verbales. Además, es incluido el

conocimiento extra-matemático de la persona relacionándolo con el modelo real construido (c).

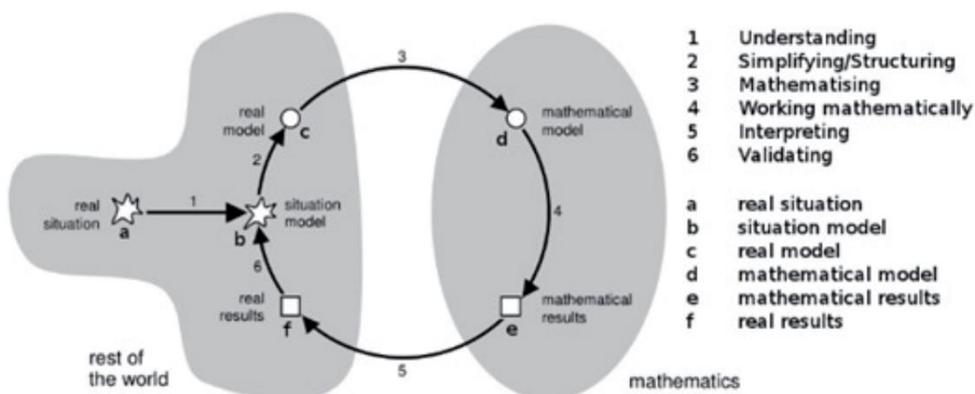
A partir de la matematización (3) en donde es utilizado y requerido el conocimiento extra-matemático para acercarse a la construcción del modelo matemático (d) que es una expresión matemática de los vínculos existentes entre las variables, sin descartar las condiciones del problema.

Luego sigue un procedimiento matemático (4) que lleva a la obtención de resultados matemáticos (e) los cuales se interpretarán (5) incluso de manera inconsciente, en relación con resultados reales (f). Posteriormente, se procede a verificar su validación (6) al evaluar la concordancia entre los resultados reales y la representación mental de la situación, comparándolos con el modelo conceptual (b).

Se pueden identificar dos tipos de validación. La primera es una validación intuitiva, el modelador señala si el resultado es correcto o no, sin poder justificar su respuesta, la cual, no se ajusta al marco de asociaciones. Por otro lado, hay la validación basada en el conocimiento, se apoya fuertemente en la correspondencia del problema basado en su representación. Por lo general, estos tipos de validación son inconscientes y conscientes, respectivamente (Huincahue, 2015).

**Figura 3**

*Ciclo de modelización matemática de Blum y Leiß*



Fuente: Blum y Leiß. (2027, p. 225)

### 1.7.2 El ciclo de modelización de Blomhøj

Este autor, propone que el proceso de la modelización matemática parte desde un problema relacionado con el mundo real que puede o no ser explicado de forma explícita; como una situación hipotética, el problema de falta de agua para una comunidad (Blomhøj, 2004; Verdugo-Hernández et al., 2022), planteando diversas variables que deben ser consideradas como tiempo en la ducha, puede ser cualquier inconveniente siempre y cuando sea pertinente con el problema establecido, guiada por la caracterización epistemológica del sujeto (Artigue y Blomhøj, 2013).

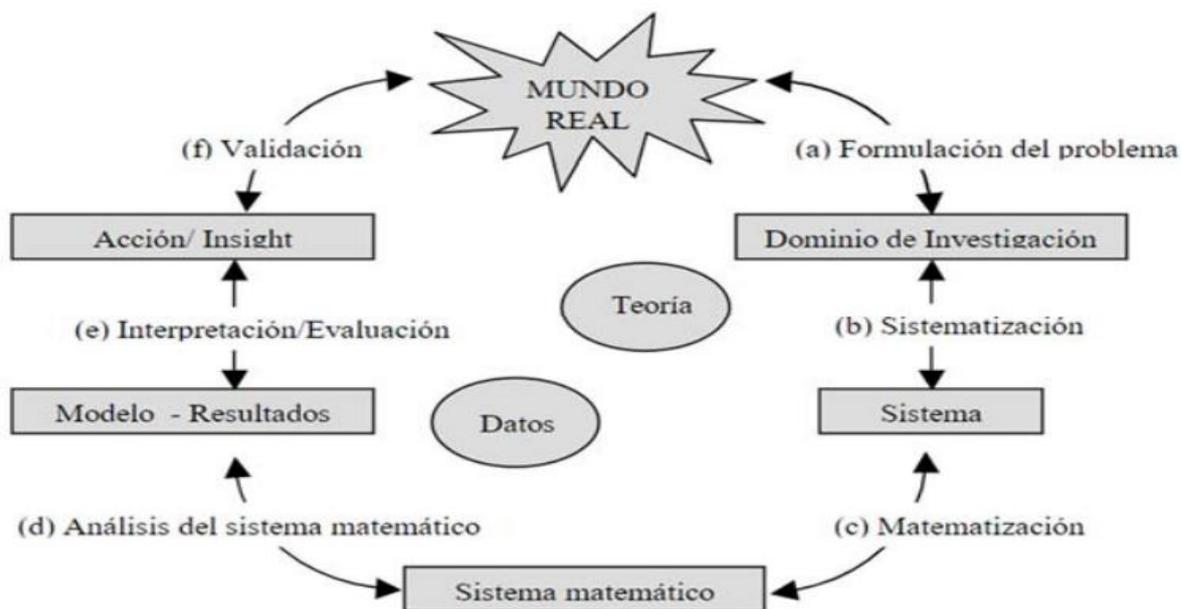
A partir de una gráfica, representada en la Figura 4, el proceso de modelización matemática para Blomhøj (2008) posee seis subprocesos, que serán descritos a continuación:

1. Formulación del problema: se define una tarea, sea de manera implícita o explícita, que encamine la identificación de los aspectos y características de la realidad que se va a modelar Blomhøj (2008).
2. Sistematización: se selecciona los elementos importantes, relaciones, etc., del área de investigación resultante e idealizar de las mismas para permitir una representación matemática Blomhøj (2008).
3. Matematización: se traduce los objetos y relaciones a un lenguaje matemático.
4. Análisis de sistema matemático: se aplican los métodos matemáticos para obtener los resultados y conclusiones Blomhøj (2008).
5. Evaluación: se interpretan de los resultados y conclusiones considerando el contexto inicial de la investigación Blomhøj (2008).
6. Validación: se verifica la validez del modelo al contrastarlo con datos, conocimiento teórico o experiencias personales o compartidas Blomhøj (2008).

No obstante, la aplicación de modelos matemáticos teóricos, destacan su utilización en la resolución de tareas de modelización, destacando una naturaleza deductiva. Además, la isla teoría significa también el conocimiento puesto en uso según lo se conoce de la investigación utilizado en la tarea de modelado, lo que afecta significativamente los procesos de validación del modelo y sus aplicaciones.

Figura 4

*El ciclo de Blomhøj (2004).*



*Fuente:* Hincahue (2015, p. 69)

La modelización es un proceso complejo y los diferentes ciclos de modelización contribuyen a su simplificación. Por ello, los límites entre las etapas del ciclo del modelado son bastante difusos y que, en algunas ocasiones, seguramente será complicado determinar con total exactitud en qué fase del ciclo se desarrollan las distintas producciones de los estudiantes (Toalongo et al., 2022).

### 1.8 La modelización matemática presente en el currículo nacional de matemáticas ecuatoriano

El currículum de forma muy implícita nombra diversos puntos sobre cómo llevan a cabo las distintas áreas del conocimiento centrándonos más en la mención sobre las matemáticas, acorde al MinEduc “se trabaja sobre las producciones artísticas, los modelos matemáticos, los procesos físicos, químicos, biológicos, y los aportes tecnológicos” (Ministerio de Educación (MinEduc), 2016, p.906).

Relacionando bastante al área de matemáticas con los procesos de modelización matemática y más concretamente hablando de ello cuando hace mención al uso de modelos para enseñar matemáticas, ya especificando más en su apartado del área de matemáticas "En el

bachillerato, los contenidos matemáticos tienen un carácter más formal, se enfatizan las aplicaciones y la solución de problemas mediante la elaboración de modelos" (MinEduc, 2016, p.1250).

Sin embargo, como nos dice Trelles et al. (2022b), se evidencia una falta de cohesión en el abordaje de la modelización matemática, ya que, en algunas instancias dentro del mismo nivel educativo, se incorpora la modelización matemática, pero esto ocurre solamente en ciertos aspectos curriculares. Mostrándonos que existe presencia de modelización matemática de manera implícita en el currículum; sin embargo, no se lo trabaja en gran parte de los componentes curriculares existiendo una contradicción con lo que dice los elementos curriculares y cómo se trabaja la asignatura.

Siendo claro que la modelización matemática debe ser una técnica que debe estar presente en diferentes bloques matemáticos, abarcando varios niveles educativos y no solo en los niveles superiores, por lo tanto, la modelización matemática debe estar presente de una manera más directa en las diferentes secciones del currículum matemático. Coincidimos con Trelles et al. (2022b) en el hecho que no basta simplemente con enunciar de manera formal. Por lo tanto, existe una carente presencia de actividades de modelización matemática y en los componentes curriculares solo mostrándonos elementos que este proceso conlleva, sobre todo disminuyendo su presencia en los primeros niveles de educación.

## 2. Capítulo II: Metodología

En el presente capítulo, se describirá el proceso que se realizó al momento de trabajar y desarrollar el presente trabajo investigativo. La cual tuvo como principal propósito conocer la presencia de actividades de modelización matemática que están presentes en los diversos libros del MinEduc destinados específicamente para el bachillerato. A continuación, se detallará el procedimiento seguido durante la realización de la presente investigación referente a modelización matemática para alcanzar los objetivos de la investigación.

Para iniciar con el análisis de los ejercicios, se tomó en cuenta las actividades planteadas por los libros de textos de matemáticas emitidos el 2023 entregados por el MinEduc y que se trabajan en el presente año lectivo 2023 – 2024, específicamente los textos analizados fueron los correspondientes a los años del BGU entregados de forma gratuita por el gobierno del Ecuador a través del MinEduc.

Por lo cual, encontramos favorable analizar los ejercicios presentes en los libros entregados por el MinEduc dirigido para los estudiantes, con el objetivo de investigar la presencia de la modelización matemática en las actividades de los libros de texto del Bachillerato General Unificado (BGU) emitidos por el MinEduc. Creemos que la combinación de un estudio descriptivo junto con la información del marco teórico empleado se proporcionara lo suficiente sobre el grado de la presencia de la modelización matemática en los mismos y a su vez resaltando la importancia de trabajar con este tipo de problemas de modelización en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para llevar a cabo nuestro primer objetivo, se identificaron diversas fuentes bibliográficas confiables y seguras mediante el uso de diversas revistas o buscadores académicos con el objetivo de encontrar y seleccionar información útil y valiosa para elaborar un marco teórico donde se encuentre detallado los aspectos más importantes de la modelización matemática como vendría siendo su definición, su perspectiva de investigación, las características de las actividades de modelización, sus ciclos de modelización y finalmente ejemplos prácticos de actividades que conllevan modelización matemática. Cabe recalcar que toda la información fue validada y aceptada en conjunto con nuestro director de trabajo de titulación.

Al llevar a cabo la investigación, se optó por un enfoque metodológico cuantitativo con componentes descriptivos, como lo indican Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), en relación a los estudios descriptivos, donde miden y reportan información sobre varios conceptos, variables, aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o problema investigado. La técnica utilizada es el análisis de contenido cuantitativo, entendida por estudiar la comunicación de una forma objetiva y sistemática, que permite cuantificar los contenidos en categorías.

Para alcanzar nuestro segundo objetivo, se analizaron las actividades propuestas, en los libros destinados para estudiantes entregados por el MinEduc, que se encuentran en vigencia en su edición 2023, correspondientes a la asignatura de Matemáticas para el nivel del Bachillerato General Unificado, estas fueron: codificadas, analizadas y clasificadas, de acuerdo a las nueve categorías establecidas por Trelles et al. (2022b):

“1) ejercicios de reconocimiento; 2) ejercicios algorítmicos y de repetición; 3) problemas de traducción simple o compleja; 4) problemas de procesos; 5) problemas sobre situaciones reales; 6) investigación matemática; 7) problemas de puzzles; 8) historias matemáticas; y 9) problemas de modelización matemática”. (p.103).

Para la veracidad de que cada actividad fue clasificada de manera correcta, la clasificación de estos pasó por un estricto proceso de selección de manera que, en conjunto con la ayuda del director del trabajo de titulación, así logrando llegar a un consenso sobre en qué categoría debería ir cada ejercicio planteado en los libros de texto. En total fueron analizadas 1237 actividades.

Esta investigación se llevó a cabo porque los libros emitidos por el MinEduc son una de las herramientas más utilizadas por el profesorado al momento de impartir sus clases. Ya que estos libros son entregados a unidades educativas fiscales y representan el mayor porcentaje de instituciones educativas. Como se evidencia en los registros administrativos del MinEduc correspondiente al año lectivo 2022 – 2023, que contiene toda la información pública de las diversas instituciones educativas, el 80,97% de estas pertenecen a instituciones fiscales y fiscomisionales, el 18,36% representa a instituciones particulares y el 0,67% finalmente a instituciones municipales (Datos Abiertos del MinEduc, 2023).

Posteriormente, tras la obtención de los resultados se realizó un análisis de los mismos se llegó a una conclusión y se formuló una discusión en la parte final del presente trabajo, con la finalidad de contrastar sobre lo que dice el currículo y lo que se encuentra presente en los libros de texto. Encontramos viable llevar a cabo este análisis, dado que los libros emitidos por el MinEduc son predominantemente asignados a instituciones fiscales, las cuales abarcan a la mayor parte de la población estudiantil en Ecuador.

Para cumplir con nuestro tercer objetivo, se procedió a tomar toda la información correspondiente a modelización matemática que se encuentra en el currículo de bachillerato ecuatoriano, si bien en gran parte no se nombra de forma explícita la modelización matemática, a lo largo de todo el currículo se nombran diversos aspectos de esta, así como características de este tipo de ejercicios. Para esto se toma en cuenta todo el currículo de Matemáticas; sin embargo, por el análisis de los libros de texto que se centra en el BGU se va a tomar más énfasis en lo referente a lo que dice del BGU el currículo ecuatoriano, extrayendo características tanto de su perfil de salida, de la orientación metodológica, objetivos del bachillerato, destrezas, etc.

Basados en los resultados del análisis que se realizó a los libros del BGU y con los aspectos encontrados con respecto a la modelización matemática del currículo ecuatoriano que se extrajeron, se llegó a una conclusión con respecto a los lineamientos curriculares y el enfoque que se le brinda a la modelización matemática en los libros correspondientes al bachillerato ecuatoriano.

Con ayuda de las conclusiones derivadas del proceso de estudio sobre la presencia de la modelización matemática se formuló una discusión con ayuda de investigaciones previas relacionadas, así mismo sobre la modelización matemática viendo las aportaciones de cada investigador sobre la presencia de esta en el currículo de los diversos países, proponiendo que la modelización matemática pese a todas las investigaciones relacionadas y las aportaciones a la misma sobre como trabajarla, todavía este tipo de actividades no son trabajadas de la manera esperada por los investigadores.

### **3. Capítulo III Resultados e Interpretación**

#### **3.1 Ejemplos de actividades presentes en los libros de texto**

Para analizar el texto, se ha tomado en cuenta, el índice de estos, en la Figura 5 se especifican los temas y páginas correspondientes a cada uno de los tres bloques curriculares que plantea el ministerio como, por ejemplo:

Figura 5

Índice de contenido del libro perteneciente al nivel de Primero de BGU de Ecuador

<p><b>Índice</b></p> <p>Presentación ..... 3</p> <p>Conoce tu libro ..... 4</p> <p>Índice ..... 6</p> <p><b>Sección de refuerzo académico</b></p> <p>Números reales, Estructuras algebraicas ..... 8</p> <p>Operaciones en el conjunto de los enteros y orden (revisión) ..... 8</p> <p>Productos notables y factorización en <math>\mathbb{Z}</math> ..... 10</p> <p>Taller práctico ..... 12</p> <p>Operaciones en el conjunto de números racionales y orden (revisión) ..... 14</p> <p>Productos notables en <math>\mathbb{Q}</math> ..... 16</p> <p>Taller práctico ..... 18</p> <p><b>Unidad 1</b></p> <p>Propiedades de los números reales y medidas de tendencia central y dispersión ..... 20</p> <p>Objetivos ..... 21</p> <p>Números reales, Estructura algebraica y orden ..... 22</p> <p>Operaciones y propiedades en <math>\mathbb{R}</math> ..... 24</p> <p>Propiedades algebraicas de los números reales ..... 25</p> <p>Productos notables y factorización ..... 25</p> <p>Taller práctico ..... 28</p> <p>Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Método gráfico ..... 30</p> <p>Método de resolución por sustitución ..... 31</p> <p>Método de eliminación ..... 32</p> <p>Taller práctico ..... 34</p> <p>Orden en el conjunto de los números reales ..... 36</p> <p>Intervalos ..... 36</p> <p>Taller práctico ..... 38</p> <p>La raíz cuadrada ..... 40</p> <p>Taller práctico ..... 42</p> <p>Ecuaciones e inecuaciones de primer grado con valor absoluto ..... 44</p> <p>Taller práctico ..... 46</p> <p>Potenciación con exponentes enteros, Propiedades ..... 48</p> <p>Potenciación de números reales con exponentes racionales ..... 49</p> <p>Taller práctico ..... 50</p> <p>Fórmulas y ecuaciones ..... 52</p> <p>Taller práctico ..... 54</p> <p>Medidas de tendencia central ..... 56</p> <p>Media aritmética ..... 56</p> <p>Mediana y moda ..... 57</p> <p>Taller práctico ..... 58</p> <p>Medidas de dispersión ..... 60</p> <p>Desviación media ..... 60</p> <p>Varianza ..... 60</p> <p>Desviación estándar ..... 61</p> <p>Taller práctico ..... 62</p> <p>Coefficiente de variación ..... 64</p> <p>Taller práctico ..... 66</p> <p>Medidas de posición ..... 68</p> <p>Diagrama de cajas y bigotes ..... 70</p> <p>Taller práctico ..... 71</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 72</p> <p>Desafíos científicos ..... 73</p>	<p>La matemática y las profesiones ..... 73</p> <p>TIC ..... 74</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 76</p> <p>En síntesis ..... 77</p> <p>Evaluación sumativa ..... 78</p> <p><b>Unidad 2</b></p> <p>Vectores geométricos en el plano y funciones reales ..... 80</p> <p>Objetivos ..... 81</p> <p>Vectores en el plano. Definición de vector en el plano ..... 82</p> <p>Restas de vectores ..... 84</p> <p>Dirección y sentido de vectores no nulos ..... 84</p> <p>Longitud o norma de un vector ..... 84</p> <p>Taller práctico ..... 85</p> <p>Operaciones con vectores en el plano ..... 86</p> <p>Adición en <math>V</math> ..... 86</p> <p>Propiedades de la adición de vectores ..... 87</p> <p>Multiplicación de un número real por un vector de <math>V</math> ..... 87</p> <p>Producto escalar o producto punto de dos vectores ..... 88</p> <p>Taller práctico ..... 90</p> <p>Aplicación de los vectores geométricos ..... 94</p> <p>Taller práctico ..... 96</p> <p>Funciones reales ..... 98</p> <p>Monotonía de funciones reales ..... 98</p> <p>Función afín ..... 99</p> <p>Funciones reales a trozos ..... 100</p> <p>Función potencia entera negativa con <math>n = -1, n = -2</math> ..... 100</p> <p>Función raíz cuadrada ..... 101</p> <p>Taller práctico ..... 102</p> <p>Composición de funciones reales ..... 104</p> <p>Taller práctico ..... 106</p> <p>Modelos matemáticos con funciones reales simples ..... 108</p> <p>Taller práctico ..... 110</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 112</p> <p>Desafíos científicos ..... 113</p> <p>La matemática y las profesiones ..... 113</p> <p>TIC ..... 114</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 116</p> <p>En síntesis ..... 117</p> <p>Evaluación sumativa ..... 118</p> <p><b>Unidad 3</b></p> <p>Función cuadrática y el espacio vectorial en <math>\mathbb{R}^n</math> ..... 120</p> <p>Objetivos ..... 121</p> <p>Análisis de la función cuadrática ..... 122</p> <p>Intervalos de la función cuadrática donde es decreciente o creciente ..... 124</p> <p>Taller práctico ..... 126</p> <p>Ecuación de segundo grado ..... 128</p> <p>Taller práctico ..... 132</p> <p>Ecuaciones que se reducen a una ecuación de segundo grado ..... 134</p> <p>Taller práctico ..... 136</p> <p>Intersección gráfica de una recta y una parábola como solución de un sistema de dos ecuaciones ..... 138</p>	<p>Intersección gráfica de dos parábolas ..... 139</p> <p>Taller práctico ..... 142</p> <p>Sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas en forma analítica ..... 144</p> <p>Taller práctico ..... 146</p> <p>Modelos matemáticos con funciones cuadráticas ..... 148</p> <p>Taller práctico ..... 150</p> <p>El conjunto <math>\mathbb{R}^2</math>. Operaciones ..... 156</p> <p>Interpretación geométrica de las operaciones en <math>\mathbb{R}^2</math> ..... 158</p> <p>Vectores colineales ..... 160</p> <p>Taller práctico ..... 162</p> <p>El espacio euclideo <math>\mathbb{R}^3</math> ..... 163</p> <p>Longitud o norma de un vector ..... 164</p> <p>Distancia entre dos puntos ..... 164</p> <p>Ortogonalidad ..... 165</p> <p>Ángulo entre dos vectores ..... 166</p> <p>Taller práctico ..... 168</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 169</p> <p>Desafíos científicos ..... 170</p> <p>La matemática y las profesiones ..... 172</p> <p>TIC ..... 172</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 173</p> <p>En síntesis ..... 174</p> <p>Evaluación sumativa ..... 174</p> <p><b>Unidad 4</b></p> <p>Rectas en <math>\mathbb{R}^2</math> y derivada de la función cuadrática ..... 176</p> <p>Objetivos ..... 177</p> <p>Ecuación vectorial de la recta ..... 178</p> <p>Ecuación paramétrica de la recta ..... 180</p> <p>Taller práctico ..... 182</p> <p>Ecuación cartesiana de la recta ..... 184</p> <p>Pendiente de la recta ..... 184</p> <p>Rectas paralelas y perpendiculares ..... 186</p> <p>Intersección de rectas ..... 190</p> <p>Taller práctico ..... 192</p> <p>Distancia entre dos números reales ..... 194</p> <p>Noción intuitiva de límite ..... 194</p> <p>Significados de <math>x \rightarrow 0, x \rightarrow x_0^+</math> y <math>x \rightarrow x_0^-</math> ..... 195</p> <p>Noción de límite de una función real ..... 196</p> <p>Taller práctico ..... 198</p> <p>Cociente incremental. Noción de derivada ..... 200</p> <p>Interpretación geométrica y física del cociente incremental ..... 202</p> <p>Derivada de la función cuadrática ..... 204</p> <p>Taller práctico ..... 205</p> <p>Velocidad y aceleración ..... 206</p> <p>Taller práctico ..... 208</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 209</p> <p>Desafíos científicos ..... 209</p> <p>La matemática y las profesiones ..... 210</p> <p>TIC ..... 212</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 213</p> <p>En síntesis ..... 214</p> <p>Evaluación sumativa ..... 214</p> <p><b>Unidad 5</b></p> <p>Polinomios reales con coeficientes en <math>\mathbb{R}</math> y distancia de un punto a una recta ..... 216</p> <p>Objetivos ..... 217</p> <p>Distancia de un punto a una recta ..... 218</p> <p>Taller práctico ..... 223</p> <p>Aplicaciones geométricas del producto escalar en <math>\mathbb{R}^2</math>. Teorema de Pitágoras ..... 224</p> <p>Ley del paralelogramo ..... 225</p> <p>Taller práctico ..... 228</p> <p>El conjunto <math>K[\mathbb{R}]</math> de polinomios con coeficientes reales ..... 230</p> <p>Operaciones con polinomios ..... 232</p> <p>Adición ..... 232</p> <p>Resta ..... 233</p> <p>Taller práctico ..... 234</p> <p>Multiplicación de polinomios ..... 236</p> <p>Producto de números reales por polinomios ..... 237</p> <p>Taller práctico ..... 238</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 240</p> <p>Desafíos científicos ..... 241</p> <p>La matemática y las profesiones ..... 241</p> <p>TIC ..... 242</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 244</p> <p>En síntesis ..... 245</p> <p>Evaluación sumativa ..... 246</p> <p><b>Unidad 6</b></p> <p>División de polinomios reales con coeficientes en <math>\mathbb{R}</math>. Probabilidad ..... 248</p> <p>Objetivos ..... 249</p> <p>División de polinomios. Teorema del residuo ..... 250</p> <p>Taller práctico ..... 254</p> <p>Aplicaciones de polinomios en la Informática ..... 256</p> <p>Conversión de binario a decimal y viceversa ..... 257</p> <p>Taller práctico ..... 258</p> <p>Modelos matemáticos con funciones polinomiales ..... 260</p> <p>Taller práctico ..... 264</p> <p>Experimentos aleatorios ..... 266</p> <p>Operaciones con sucesos ..... 267</p> <p>Taller práctico ..... 268</p> <p>Operaciones con sucesos. Leyes de De Morgan ..... 270</p> <p>Unión ..... 270</p> <p>Intersección. Conjuntos disjuntos ..... 271</p> <p>Diferencia ..... 271</p> <p>Complemento ..... 271</p> <p>Taller práctico ..... 272</p> <p>Factorial de un número natural. Binomio de Newton ..... 274</p> <p>Taller práctico ..... 277</p> <p>Solución de problemas cotidianos ..... 278</p> <p>Desafíos científicos ..... 279</p> <p>La matemática y las profesiones ..... 280</p> <p>TIC ..... 282</p> <p>Desafíos y proyectos matemáticos ..... 283</p> <p>En síntesis ..... 284</p> <p>Evaluación sumativa ..... 286</p> <p>Respuestas a las evaluaciones sumativas ..... 286</p> <p>Bibliografía y webgrafía ..... 288</p>
--	---	--

Fuente: MinEduc (2023a, p. 6)

De forma preliminar a presentar los resultados concernientes obtenidos de los libros de texto correspondientes al año lectivo 2023 – 2024, se presentan algunos ejemplos de las actividades presentes en estos libros.

- Ejercicio de reconocimiento

Figura 6

Actividad de reconocimiento presente en el libro de Primero de BGU de Ecuador

**Desequilibrio cognitivo**

Si una fuerza actúa sobre una carga puntual y dicha fuerza es proporcional al campo eléctrico en el que se encuentra,  $\vec{F} = q\vec{E}$ , ¿cuáles son la magnitud escalar y la magnitud vectorial que se multiplican?

Fuente: MinEduc (2023a, p. 88)

- Ejercicio algorítmico o de repetición

Figura 7

Actividad de repetición presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador

3
Sea  $z = x^2 + y^2$ . **Completa** la siguiente tabla, **grafica** los puntos en el plano tridimensional, y luego **une** los puntos.

x	y	z
0	0	
1	0	
2	0	
3	0	
0	1	
0	2	
0	3	

Fuente: MinEduc (2023b, p. 205)

- Ejercicio con problema de traducción simple o compleja

Figura 8

Actividad de traducción simple o compleja presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador

3

**Resuelve** los siguientes problemas.

En un almacén se oferta la venta de ropa. Por tres camisetas y cinco pares de medias, se paga \$ 64. Tomando en consideración que el costo de una camiseta es mayor al de dos pares de medias, **halla** el costo de cada camiseta y de cada par de medias.

Fuente: MinEduc (2023c, p. 146)

- Ejercicio de problema de procesos

Figura 9

Actividad de procesos presente en el libro de Primero de BGU de Ecuador

6

Sean  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C} \in \mathbb{R}^2$  los vértices de un triángulo, que se proponen en cada literal, **calcula** el perímetro de cada triángulo e **indica** qué tipo de triángulo es. **Calcula** el área de la región triangular.

a)  $\vec{A} = (0,0), \vec{B} = (3,0), \vec{C} = (3,4)$ .

b)  $\vec{A} = (2,1), \vec{B} = (-2,4), \vec{C} = (0,5)$ .

c)  $\vec{A} = (-3,2), \vec{B} = (1,1), \vec{C} = (-1,-2)$ .

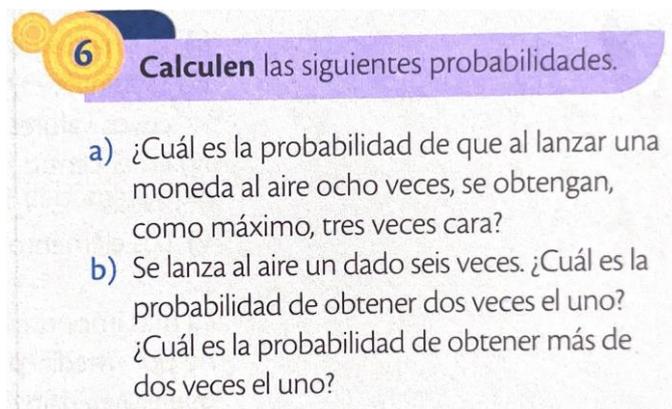
d)  $\vec{A} = (-2,0), \vec{B} = (0,2), \vec{C} = (3,-3)$ .

Fuente: MinEduc (2023a, p. 167)

- **Ejercicio de problema de situaciones reales**

**Figura 10**

*Actividad de problemas de situaciones reales presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador*



**6** **Calculen** las siguientes probabilidades.

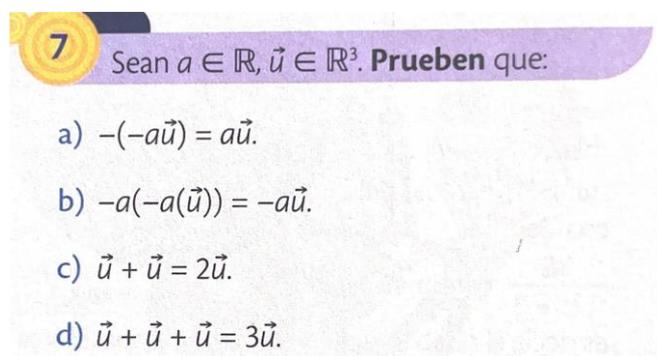
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar una moneda al aire ocho veces, se obtengan, como máximo, tres veces cara?
- Se lanza al aire un dado seis veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos veces el uno? ¿Cuál es la probabilidad de obtener más de dos veces el uno?

*Fuente: MinEduc (2023c, p. 85)*

- **Ejercicio de problema de investigación matemática**

**Figura 11**

*Actividad de investigación matemática presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador*



**7** Sean  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ . **Prueben** que:

- $-(-a\vec{u}) = a\vec{u}$ .
- $-a(-a(\vec{u})) = -a\vec{u}$ .
- $\vec{u} + \vec{u} = 2\vec{u}$ .
- $\vec{u} + \vec{u} + \vec{u} = 3\vec{u}$ .

*Fuente: MinEduc (2023b, p. 213)*

- Ejercicio de problema de puzzles

Figura 12

Actividad de puzzles presente en el libro de Segundo de BGU de Ecuador

## Desafíos y proyectos matemáticos

**Tema:** Crear con la técnica de *stop motion*

**Recursos**

- Sala de computación o tablets con cámara web incorporada
- Espacio físico con buena iluminación para tomar la secuencia de fotografías
- Plastilina, legos, alambres y material que sirva para construir personajes

**Justificación**

*Stop motion* es una técnica de rodaje basada en continuas tomas fotográficas, en las que cada plano varía ligeramente del anterior, creando así la ilusión de una animación (como seguramente lo has visto en los dibujos animados y en los cortos con muñecos de plastilina o materiales moldeables).



Stop motion. ▲  
Stop motion, (2020) www.stopmotion.com

**Objetivos**

- Crear una animación de *stop motion* utilizando un *software* de fácil acceso, y de manera cómoda y rápida.

**Actividades**

- Formar grupos de 2 o 3 personas.
- Instalar un *software* de *stop motion*. Existen programas con período de prueba que se pueden usar para este fin.
- Redactar, en cada grupo, un breve guion de la escena que se desea animar.
- Buscar objetos y figuras que se puedan usar en el proyecto (plastilina, alambre, legos o figuras similares para armar los personajes y la escenografía).
- Organizar la escena de tal manera que con una cámara se puedan tomar las fotografías necesarias. Por lo general, se puede utilizar una cámara web para asociarla con el *software*.
- Tomar fotos de objetos o figuras en la posición inicial. Luego, se mueven poco a poco las figuras y se toman fotografías después de cada movimiento.
- Revisar el *software*. Cada vez que se haya tomado una foto, debe aparecer un cuadro de *stop motion*.
- Convertir el proyecto en un archivo de video y compartirlo con la clase.

En este enlace, hay más información sobre el tema:  
<http://cedec.educalab.es/luciole-stopmotion-en-dos-pasos/>

**Conclusiones**

Prepare un documento que permita la coevaluación y la autoevaluación de la ejecución de esta actividad.

Es importante conocer cuál fue el grado de aceptación del proyecto por parte de los estudiantes y cómo se sintieron con la ejecución de este. Por ello, establezca un diálogo con los jóvenes y pregúnteles cómo se sintieron al realizar este proyecto.

Fuente: MinEduc (2023b, p. 18)

- Ejercicio de historias matemáticas

Figura 13

*Actividad de historias matemáticas presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador*

**Interdisciplinariedad**

En muchas situaciones de la vida diaria, esperamos al menos uno de dos posibles resultados determinados. Por ejemplo: al jugar tu equipo favorito un partido de fútbol, esperas que pierda o que gane. O cuando se producen ciertos artículos, estos pueden salir buenos o defectuosos. Para situaciones como estas, en las que hay dos posibles resultados, se utiliza la distribución binomial.

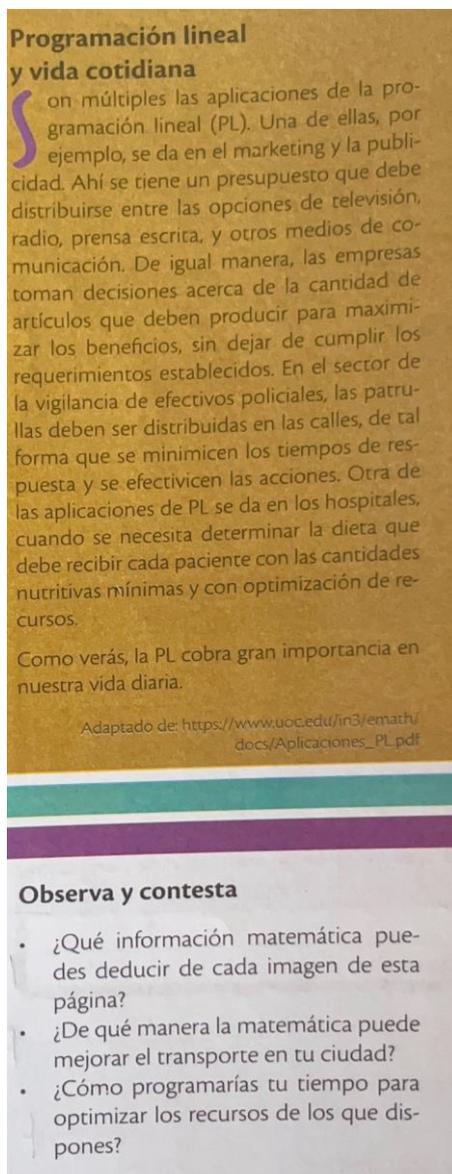


*Fuente: MinEduc (2023c, p. 80)*

- Ejercicio de problemas de modelización matemática

Figura 14

Actividad de modelización matemática presente en el libro de Tercero de BGU de Ecuador



**Programación lineal y vida cotidiana**

Con múltiples las aplicaciones de la programación lineal (PL). Una de ellas, por ejemplo, se da en el marketing y la publicidad. Ahí se tiene un presupuesto que debe distribuirse entre las opciones de televisión, radio, prensa escrita, y otros medios de comunicación. De igual manera, las empresas toman decisiones acerca de la cantidad de artículos que deben producir para maximizar los beneficios, sin dejar de cumplir los requerimientos establecidos. En el sector de la vigilancia de efectivos policiales, las patrullas deben ser distribuidas en las calles, de tal forma que se minimicen los tiempos de respuesta y se efectivicen las acciones. Otra de las aplicaciones de PL se da en los hospitales, cuando se necesita determinar la dieta que debe recibir cada paciente con las cantidades nutritivas mínimas y con optimización de recursos.

Como verás, la PL cobra gran importancia en nuestra vida diaria.

Adaptado de: [https://www.uoc.edu/in3/math/docs/Aplicaciones\\_PL.pdf](https://www.uoc.edu/in3/math/docs/Aplicaciones_PL.pdf)

**Observa y contesta**

- ¿Qué información matemática puedes deducir de cada imagen de esta página?
- ¿De qué manera la matemática puede mejorar el transporte en tu ciudad?
- ¿Cómo programarías tu tiempo para optimizar los recursos de los que dispones?

Fuente: MinEduc (2023c, p. 142)

Posteriormente a la presentación de algunos ejemplos analizados de todos los ejercicios de los textos del bachillerato distribuidos por el MinEduc, se presenta los siguientes resultados obtenidos de analizar las diferentes actividades planteadas en los libros en los bloques de Geometría y medida, Estadística y probabilidad:

Tabla 1

*Resultados del estudio de los libros de texto de BGU*

Tipo de Actividad	Primero		Segundo		Tercero	
	N	%	N	%	N	%
Ejercicios de reconocimiento	71	14,64	27	6,62	24	6,98
Ejercicios algorítmicos y de repetición	267	55,05	241	59,07	143	41,57
Problemas de traducción simple o compleja	8	1,65	25	6,13	12	3,49
Problemas de procesos	91	18,76	43	10,54	31	9,01
Problemas sobre situaciones reales	16	3,30	29	7,11	75	21,80
Problemas de investigación matemática	26	5,36	36	8,82	36	10,47
Problemas de puzles	0	0	1	0,25	0	0
Historias matemáticas	4	0,82	3	0,74	10	2,91
Problemas de modelización matemática	2	0,41	3	0,74	13	3,78
<b>Total</b>	<b>485</b>	<b>100</b>	<b>408</b>	<b>100</b>	<b>344</b>	<b>100</b>

Resultado global del análisis de los tipos de problemas de los textos del bloque curricular de geometría y medida, estadística y probabilidad de BGU para el periodo lectivo 2023 – 2024 de Ecuador

Tabla 2

*Resultado global de los libros de texto de BGU*

Tipo de Actividad	Total	
	N	%
Ejercicios de reconocimiento	122	9,86
Ejercicios algorítmicos y de repetición	651	52,63
Problemas de traducción simple o compleja	45	3,64
Problemas de procesos	165	13,34
Problemas sobre situaciones reales	120	9,70
Problemas de investigación matemática	98	7,92
Problemas de puzzles	1	0,08
Historias matemáticas	17	1,37
Problemas de modelización matemática	18	1,46
Total	1237	100

### **3.2 Lineamientos del Ministerio de Educación en lo referente a Modelización Matemática**

#### **3.2.1 Lineamientos generales referentes a modelización matemática presentes en el currículo**

En este capítulo se analizará de manera descriptiva lo referente a la modelización matemática en el currículo. Primeramente, se realiza un estudio de los aspectos generales, para después centrarnos en el estudio del Currículo de Matemáticas (M). La simbología de los códigos del currículo se puede ver en el Anexo 7. Después de realizar un minucioso estudio del documento, se pudo identificar que existen secciones que hablan de modelización matemática de forma explícita o implícita, entre algunas de las secciones del currículo están: a) introducción, b) perfil de salida del bachiller ecuatoriano, c) orientaciones metodológicas, d) indicadores de evaluación, e) objetivos del área, f) destrezas con criterio de desempeño.

A continuación, se detalla un análisis de los hallazgos importantes referentes a la modelización en cada una de las secciones:

En la sección introducción general-principios para el desarrollo del currículo se menciona:

El currículo ha sido diseñado mediante destrezas con criterios de desempeño que apuntan a que los estudiantes movilicen e integren los conocimientos, habilidades y actitudes propuestos en ellas en situaciones concretas, aplicando operaciones mentales complejas, con sustento en esquemas de conocimiento, con la finalidad de que sean capaces de realizar acciones adaptadas a esa situación y que, a su vez, puedan ser transferidas a acciones similares en contextos diversos.

De este modo, se da sentido a los aprendizajes, se establecen los fundamentos para aprendizajes ulteriores y se brinda a los estudiantes la oportunidad de ser más eficaces en la aplicación de los conocimientos adquiridos a actividades de su vida cotidiana.

Es imprescindible tener en cuenta la necesidad de contextualizar los aprendizajes a través de la consideración de la vida cotidiana y de los recursos del medio cercano como un instrumento para relacionar la experiencia de los estudiantes con los aprendizajes escolares. Del mismo modo, es preciso potenciar el uso de las diversas fuentes de información y estudio presentes en la sociedad del conocimiento y concienciar sobre los temas y problemas que afectan a todas las personas en un mundo globalizado, entre los que se considerarán la salud, la pobreza en el mundo, el agotamiento de los recursos naturales, la superpoblación, la contaminación, el calentamiento de la Tierra, la violencia, el racismo, la emigración y la desigualdad entre las personas, pueblos y naciones, así como poner en valor la contribución de las diferentes sociedades, civilizaciones y culturas al desarrollo de la humanidad; entre otro conjunto de temas y problemáticas que tienen una consideración transversal en el currículo y cuyo tratamiento debe partir siempre desde la consideración de sus efectos en el contexto más cercano. (MinEduc, 2016, pp 13-14)

En esta sección es evidente la presencia de algunas características que hacen referencia a la modelización, donde se pueden encontrar las siguientes: Los estudiantes deben aplicar sus nuevos conocimientos en el contexto actual y actividades diarias; contextualizar sus aprendizajes por medio de la cotidianidad y los recursos del medio relacionando su experiencia con los aprendizajes escolares; y puedan ser más eficientes en la aplicación de sus nuevos conocimientos en actividades cotidianas.

En la sección orientaciones metodológicas se expone el cómo se debe llevar a cabo las actividades educativas y cuál es la metodología que se propone utilizar para la enseñanza de los estudiantes, aquí se propone una metodología donde prima el pensamiento crítico y el trabajo cooperativo, donde las habilidades de los estudiantes no sean aisladas, sino que se integren, estas habilidades son: analizar, reconocer, reflexionar, crear, decidir, explicar, etc. Y es evidente que estas habilidades se derivan de los objetivos que tienen cumplirse en una actividad de modelización.

El currículo menciona:

Se fomentará una metodología centrada en la actividad y participación de los estudiantes que favorezca el pensamiento racional y crítico, el trabajo individual y cooperativo del alumnado en el aula, que conlleve la lectura y la investigación, así como las diferentes posibilidades de expresión.

El objeto central de la práctica educativa es que el estudiante alcance el máximo desarrollo de sus capacidades y no el de adquirir de forma aislada las destrezas con criterios de desempeño propuestas en cada una de las áreas, ya que estas son un elemento del currículo que sirve de instrumento para facilitar el aprendizaje.

El aprendizaje debe desarrollar una variedad de procesos cognitivos. Los estudiantes deben ser capaces de poner en práctica un amplio repertorio de procesos, tales como: identificar, analizar, reconocer, asociar, reflexionar, razonar, deducir, inducir, decidir, explicar, crear, etc., evitando que las situaciones de aprendizaje se centren, tan solo, en el desarrollo de algunos de ellos. (MinEduc, 2016, p 14)

En la sección, bachillerato general unificado-introducción, se puede observar de manera explícita que se menciona la modelización matemática como parte de las «destrezas con criterio de desempeño» que se estudian en este nivel de educación.

El Bachillerato conforma el nivel de educación obligatoria más avanzado, considerando las mismas destrezas que se desarrollan en los 3 subniveles de Educación General Básica (EGB) -Elemental, Media y Superior-, lográndose una formación académica en base a valores, siendo integral e interdisciplinaria alineada al perfil de salida del bachillerato, tal que los estudiantes puedan relacionarse e integrarse con éxito en la etapa universitaria, y a su vez en su nueva etapa de vida. Del mismo modo, se incluyen contenidos relacionados con el arranque de los movimientos sociales, uso de la lengua y variedades lingüísticas, la

declaración de los derechos, el desarrollo y sus limitaciones, las revoluciones liberales, y cambios de la cultura en la era tecnológica (MinEduc, 2016).

También se trabaja sobre las producciones artísticas, los modelos matemáticos, los procesos físicos, químicos, biológicos, y los aportes tecnológicos, económicos y científicos de diversas culturas, con la finalidad de aplicar conocimientos de diferentes disciplinas en la toma de decisiones pertinentes ante los complejos problemas ambientales, culturales, políticos y sociales. (MinEduc, 2016, p. 906)

Al analizar «el perfil de salida del bachillerato ecuatoriano» se puede claramente identificar ciertas características relacionadas a la modelización.

Este perfil de salida está definido en base a 3 valores elementales: 1) justicia, 2) innovación y, 3) solidaridad, aquí se establece un cúmulo de responsabilidades, capacidades y compromisos que los estudiantes deben ir asumiendo durante su formación académica (MinEduc, 2016).

En el apartado “Somos justos (J)” no se encuentra nada relacionado a la modelización, pero en “Somos innovadores (I)” y “Somos solidarios (S)” se menciona (MinEduc, 2016, p. 8):

I.1. Tenemos iniciativas creativas, actuamos con pasión, mente abierta y visión de futuro; asumimos liderazgos auténticos, procedemos con proactividad y responsabilidad en la toma de decisiones y estamos preparados para enfrentar los riesgos que el emprendimiento conlleva.

I.2. Nos movemos por la curiosidad intelectual, indagamos la realidad nacional y mundial, reflexionamos y aplicamos nuestros conocimientos interdisciplinarios para resolver problemas en forma colaborativa e interdependiente aprovechando todos los recursos e información posibles.

I.4. Actuamos de manera organizada, con autonomía e independencia; aplicamos el razonamiento lógico, crítico y complejo; y practicamos la humildad intelectual en un aprendizaje a lo largo de la vida.

S.4. Nos adaptamos a las exigencias de un trabajo en equipo en el que comprendemos la realidad circundante y respetamos las ideas y aportes de las demás personas.

Se puede inferir de manera clara que, estos valores están relacionados con la modelización ya que buscan trabajar con una mente abierta y creativa, pretende que los estudiantes sean capaces de ser proactivos y tomar buenas decisiones; indagar, reflexionar y analizar la realidad nacional y mundial; poder resolver problemas de del contexto, utilizar conocimientos interdisciplinarios y aplicar un razonamiento lógico, crítico y complejo.

En el apartado «matriz de progresión de objetivos integradores (OI) de subnivel-objetivos del BGU»

Los objetivos del subnivel son de naturaleza integradora, implicando capacidades cuyo desarrollo y aprendizaje demandan la aportación de las diversas secciones del currículo (MinEduc, 2016).

A continuación, se presentan los objetivos donde están presentes algunas características relacionadas a la modelización:

Ol.5.2. Aplicar conocimientos de diferentes disciplinas para la toma de decisiones asertivas y socialmente responsables, a partir de un proceso de análisis que justifique la validez de sus hallazgos, poniendo especial cuidado en el uso técnico y ético de diversas fuentes y demostrando honestidad académica.

Ol.5.6. Aplicar perspectivas multidisciplinarias a la resolución colaborativa de situaciones problemáticas, partiendo del análisis de procesos sociales, naturales, económicos y artísticos, por medio del uso técnico y responsable de diversas fuentes, la fundamentación científica, la experimentación y la tecnología.

Ol.5.8. Plantear opiniones o posturas grupales e individuales sobre diferentes temas académicos y de la cotidianidad, a partir de la selección crítica de recursos y el sustento científico, para resolver problemas reales e hipotéticos en los que se evidencie la responsabilidad social.

Ol.5.12. Participar en procesos interdisciplinarios de experimentación y creación colectiva, responsabilizándose del trabajo compartido, respetando y reconociendo los aportes de los demás durante el proceso y en la difusión de los resultados obtenidos. (MinEduc, 2016, pp 33-35)

Es posible inferir y afirmar que estos objetivos de cierta manera están ligados a la modelización ya que se menciona que los estudiantes pueden tomar decisiones individuales y colectivas tanto de manera asertiva como responsable para la resolución de problemas de

la cotidianidad donde sus hallazgos deben ser validados a través de una investigación técnica y ética. Y este proceso debe ser interdisciplinar, experimental y de creación colectiva, de tal manera que se respete y se reconozca los aportes al momento de difundir los resultados.

En lo que corresponde a los elementos específicos de Matemáticas que constan en el currículo, se tiene:

### **3.2.2 Currículo de matemáticas en el nivel de BGU**

Esta sección es quizás la más importante al analizar debido a que se podrá evidenciar de manera clara que la modelización matemática está expuesta en el currículo, debido a que será posible encontrar palabras que están directamente relacionadas con la modelización como: elabore modelos, aplique modelos, emplee modelos, plantea modelos, etc.

#### ***Introducción***

El currículo de Matemática fomenta los valores éticos, de dignidad y solidaridad, y el fortalecimiento de una conciencia sociocultural que complemente las capacidades de un buen analista o un buen pensador.

La enseñanza de la Matemática tiene como propósito fundamental desarrollar la capacidad para pensar, razonar, comunicar, aplicar y valorar las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales.

En el bachillerato, los contenidos matemáticos tienen un carácter más formal, se enfatizan las aplicaciones y la solución de problemas mediante la elaboración de modelos. (MinEduc, 2016, p. 1250)

En este apartado es posible identificar que de manera explícita se menciona la palabra modelos, haciendo referencia a la aplicación y resolución de problemas a través de la creación de modelos matemáticos, y de manera implícita se puede inferir que existe la presencia de la modelización matemática, puesto que los estudiantes puedan mejorar su razonamiento y relacionar sus ideas con fenómenos del mundo.

#### **«Contribución del área de matemática en el nivel de BGU a los objetivos generales del área»**

Dentro del currículo los objetivos generales identifican las capacidades que se relacionan con el área de estudio, sus conocimientos, prácticas y experiencias, y que ayudan a alcanzar varios aspectos del perfil de salida del bachillerato. Desde la EGB hasta el BGU los

aprendizajes del área se incluyen dentro de los objetivos, incluyendo las materias que la componen en cada nivel, y «los integran de forma coherente, aunque solo se refieren a los contenidos específicos del área en un sentido amplio» (MinEduc, 2016).

La asignatura de matemáticas es muy útil para muchas situaciones, pero de forma más concreta su contribución en este nivel es el siguiente:

Durante el BGU, el estudiante adquiere herramientas que le permiten resolver problemas de su entorno inmediato y de la realidad nacional, procesando y organizando la información adecuadamente, aplicando modelos complejos de índole algebraica o funcional, con la ayuda de métodos o algoritmos matemáticos y el uso de las TIC. (MinEduc, 2016, p. 1251)

En este apartado de manera explícita menciona que el estudiante debe resolver problemas aplicando modelos de índole algebraico y funcional.

#### **«Objetivos del área de Matemática (O.M) para el nivel de BGU»**

Los objetivos del área por subnivel son las capacidades que se relacionan con el conocimiento, las prácticas y las experiencias del área según la asignatura en cada subnivel, y que son necesarios para alcanzar los objetivos generales del área (MinEduc, 2016).

Este apartado es importante analizar puesto que los objetivos del área hacen referencia a las capacidades de los estudiantes al terminar el bachillerato y deben responder las interrogantes ¿Qué acción o acciones deben realizar los estudiantes? ¿Qué deben saber? ¿Para qué? (MinEduc, 2010), las cuales están ligadas netamente en objetivos centrados en un contexto social, donde los estudiantes deben buscar problemas y proponer soluciones. En dichos objetivos se pueden encontrar la presencia de la modelización, por ejemplo:

O.M.5.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos,

para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

O.M.5.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental y escrito, exacto o estimado; y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problemáticas del medio.

O.M.5.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

O.M.5.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación. (MinEduc, 2016, p. 1251)

Es evidente que existe presencia de modelización en esta sección, los objetivos buscan que los estudiantes puedan de forma creativa expresar soluciones frente a los problemas reales en un contexto de realidad nacional, a través de la aplicación de operaciones y modelos matemáticos y demostrar la capacidad de investigación y poseer un pensamiento crítico. Además, buscan que los resultados sirvan para tomar decisiones correctas y que dichos resultados sean divulgados.

#### **«Matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de matemáticas para el nivel de BGU»**

Las «destrezas con criterio de desempeño» expresan el “saber-hacer” donde predomina la acción, acompañado de “criterios de desempeño” que sirve para asesorar y precisar el grado de complejidad en el que se debe realizar la acción (MinEduc, 2010).

Las destrezas buscan promover en los estudiantes aprendizajes esenciales según cada área y subnivel de su formación. Hacen énfasis en la aplicación de una variedad de conocimientos y recursos. Resaltan la intervención eficaz en prácticas sociales y culturales más importantes que necesitan los estudiantes en su aprendizaje. Al mismo tiempo, se debe considerar el contexto donde se desarrollan los aprendizajes, puesto que estos pueden ser útiles para los estudiantes (MinEduc, 2016).

Estas destrezas con criterios de desempeños son la ayuda y referencia para que los docentes elaboren las planificaciones para el desarrollo de sus clases. Se deben aplicar de manera progresiva los conceptos e ideas teóricas, con diferente grado de complejidad sobre la base de su desarrollo y ejecución (MinEduc, 2010).

Por tal motivo, la presencia de estas destrezas refleja cómo se deberían estar llevando a cabo las clases y muestran diversas características de los procesos de modelización matemática, las cuales serán presentadas a continuación y dichas están dentro de 3 grandes bloques curriculares: 1) álgebra y funciones; 2) geometría y medida; 3) estadística y probabilidad; en cada bloque se establecen términos de destrezas con criterios de desempeño relacionado a cada nivel y subnivel de la EGB y BGU (MinEduc, 2016).

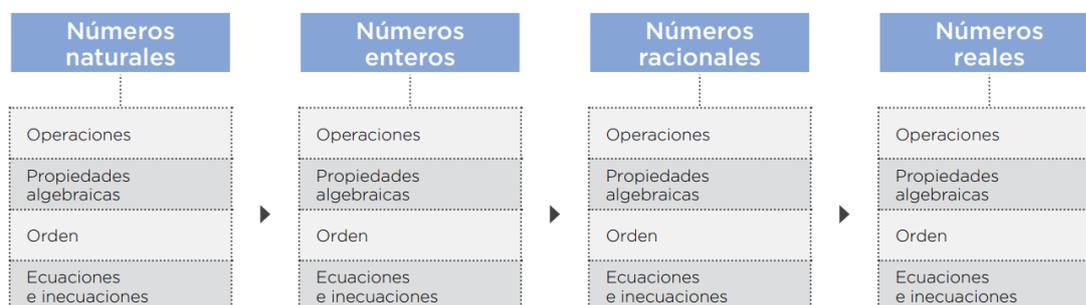
## Bloque curricular 1

### a) Álgebra y funciones

En álgebra, se estudian de manera sucesiva todos los conjuntos numéricos y se tratan las operaciones de suma y multiplicación, sus propiedades algebraicas, y la solución de ecuaciones e inecuaciones. También se estudia el espacio vectorial  $R^2$ , las matrices reales, las operaciones con matrices y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas (MinEduc, 2016). En la Figura 15 se muestra el contenido de conjunto de números.

**Figura 15**

*Contenido de conjunto de números*



*Fuente:* MinEduc (2016, p. 224)

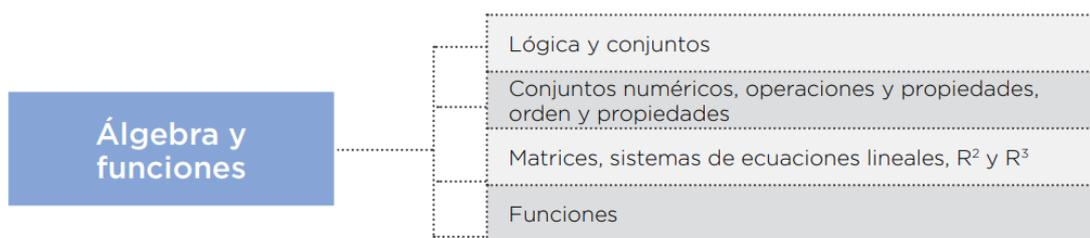
Las funciones son tratadas en estos conjuntos numéricos de manera que se observe la herencia de algunas propiedades algebraicas de esos conjuntos, lo que facilita su estudio.

De manera ordenada y de forma ascendente en complejidad, se tratan todas las funciones reales, desde la lineal, hasta la logarítmica (Mineduc, 2016).

La Figura 16 indica de manera resumida los contenidos sintetizados pertenecientes a este bloque.

**Figura 16**

Contenido del bloque en álgebra y funciones



*Fuente:* MinEduc (2016, p. 225)

En este bloque es posible evidenciar de manera muy clara la presencia de la modelización con respecto a los otros dos bloques, y esto puede ser debido a que las actividades de modelización se prestan más para los temas relacionados con funciones algebraicas, y por lo general, al pensar en un modelo matemático asimilamos que en muchas ocasiones esto se traduce directamente en una función o un sistema de ecuaciones.

Es evidente la existencia de la modelización en este bloque, debido a que se puede observar que en casi todas las destrezas nombran de manera explícita y/o implícita la modelización a través de funciones. Además, otras destrezas buscan que los estudiantes puedan resolver problemas reales de su día a día y a su vez analizar la validez de los resultados.

En el presente bloque se presentan varias destrezas relacionadas a la modelización en este bloque:

M.5.1.22. Resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, con el empleo de la modelización con funciones reales (función afín a trozos, función potencia entera negativa con  $n=-1, -2$ , función raíz cuadrada, función valor absoluto de la función afín), identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.

M.5.1.31. Resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, que pueden ser modelizados con funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.

M.5.1.37. Resolver y plantear problemas, reales o hipotéticos, que pueden ser modelizados con derivadas de funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.

M.5.1.42. Resolver problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones polinomiales, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

M.5.1.46. Resolver aplicaciones, problemas o situaciones que pueden ser modelizados con funciones racionales, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos con apoyo de las TIC.

M.5.1.61. Conocer y aplicar el álgebra de límites de sucesiones convergentes en la resolución de aplicaciones o problemas con sucesiones reales en matemática financiera (interés compuesto), e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas.

M.5.1.73. Reconocer y resolver (con apoyo de las TIC) aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

M.5.1.78. Reconocer y resolver aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones exponenciales o logarítmicas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas, y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (MinEduc, 2016, pp 1255 - 1260).

## **Bloque curricular 2**

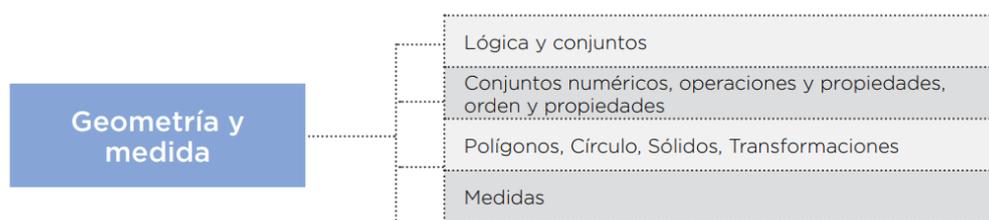
### **b) Geometría y medida**

En el nivel de BGU, en este bloque se estudian 1) los vectores geométricos en el plano el espacio vectorial  $R^2$ ; 2) rectas y cónicas en el plano; 3) aplicaciones geométricas en  $R^2$ ; 4) espacio vectorial  $R^3$ , 5) vectores, rectas y planos. Por último, se muestran aplicaciones de 1) programación lineal; 2) un modelo simple de línea de producción; 3) un modelo en la industria química; y, 4) un problema de transporte simplificado (MinEduc, 2016).

La Figura 17 indica los contenidos sintetizados pertenecientes a este bloque.

**Figura 17**

*Contenido del bloque de geometría y medida*



*Fuente:* MinEduc (2016, p. 226)

Si bien, en este bloque no se menciona de manera explícita la modelización, es posible interpretar que algunas de las destrezas de este bloque si se encuentran relacionadas, debido a que algunas de estas pretenden que los estudiantes puedan resolver y plantear aplicaciones matemáticas en contextos reales o hipotéticos relacionados a la física, órbitas planetarias, etc. Además, los estudiantes deben ser capaces de identificar que los resultados sean válidos y confiables.

M.5.2.4. Resolver y plantear problemas de aplicaciones geométricas y físicas (posición, velocidad, aceleración, fuerza, entre otras) de los vectores en el plano, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

M.5.2.14. Resolver y plantear aplicaciones de la ecuación vectorial, paramétrica y cartesiana de la recta con apoyo de las TIC.

M.5.2.15. Aplicar el producto escalar entre dos vectores, la norma de un vector, la distancia entre dos puntos, el ángulo entre dos vectores y la proyección ortogonal de

un vector sobre otro, para resolver problemas geométricos, reales o hipotéticos, en  $R^2$

M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

M.5.2.27. Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción, un modelo en la industria química, un problema de transporte simplificado), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (MinEduc, 2016, pp 1261-1263)

### Bloque curricular 3

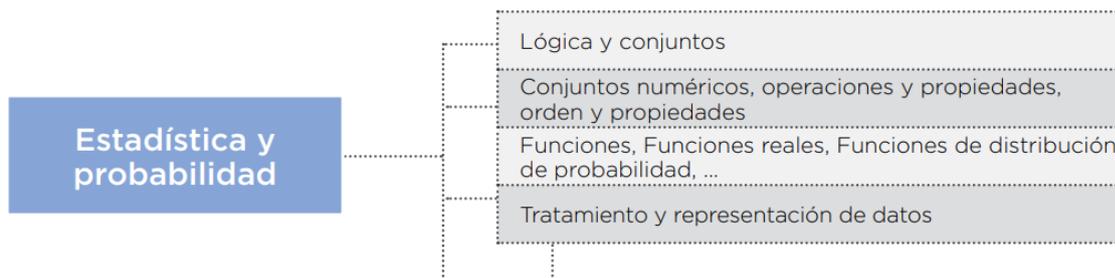
#### 3) Estadística y probabilidad

En el nivel de BGU, los temas a tratarse son: 1) las medidas de tendencia central con datos no agrupados y agrupados; 2) medidas de dispersión; 3) medidas de posición; 4) cálculo de probabilidad empírica; 5) variables aleatorias y distribuciones discretas; y, 6) la regresión lineal simple (MinEduc, 2016).

La Figura 18 indica los contenidos sintetizados pertenecientes a este bloque.

**Figura 18**

*Contenido del bloque estadística y probabilidad*



*Fuente:* MinEduc (2016, p. 226)

En este bloque también fue posible hallar destrezas relacionadas a la modelización, aunque de manera indirecta porque en estas al igual que en el bloque anterior se puede inferir que los estudiantes puedan resolver y plantear aplicaciones matemáticas en contextos de la

realidad. Además, los estudiantes deben ser capaces de identificar que los resultados sean válidos y confiables.

M.5.3.8. Determinar la probabilidad empírica de un evento repitiendo el experimento aleatorio tantas veces como sea posible (50, 100... veces), con apoyo de las TIC.

M.5.3.16. Resolver y plantear problemas que involucren el trabajo con probabilidades y variables aleatorias discretas

M.5.3.17. Juzgar la validez de las soluciones obtenidas en los problemas que involucren el trabajo con probabilidades y variables aleatorias discretas dentro del contexto del problema.

M.5.3.21. Analizar las formas de las gráficas de distribuciones binomiales en ejemplos de aplicación, con el apoyo de las TIC, y juzgar en contexto la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

M.5.3.24. Utilizar el método de mínimos cuadrados para determinar la recta de regresión en la resolución de problemas hipotéticos o reales, con apoyo de las TIC.

M.5.3.25. Juzgar la validez de las soluciones obtenidas en el método de mínimos cuadrados al determinar la recta de regresión en la resolución de problemas hipotéticos o reales dentro del contexto del problema, con el apoyo de las TIC. (MinEduc, 2016, pp. 1264-1266)

Para finalizar este apartado se puede afirmar de manera precisa que en los tres bloques curriculares está presente la modelización y para dar validez a esta afirmación podemos acudir al currículo donde nos presenta lo siguiente:

El estudio de estos bloques curriculares en los tres primeros subniveles se trabaja con énfasis en lo concreto y a partir del subnivel superior empieza un tratamiento más abstracto de la Matemática, con la introducción de símbolos y variables; contenidos que se profundizan en el Bachillerato. Sobre los problemas que se resuelven, si bien muchos son cotidianos, en el subnivel superior de EGB y en el nivel de Bachillerato también pueden ser problemas hipotéticos, algebraicos, y se busca modelizarlos para su solución. (MinEduc, 2016, p. 227)

**«Indicadores de evaluación del criterio»**

Es importante destacar que el criterio de evaluación describe el nivel y el tipo de aprendizaje (significativo, colaborativo, explícito, etc.) para que los estudiantes puedan alcanzar los objetivos generales establecidos para las áreas de la EGB y BGU y dentro de un tiempo específico (MinEduc, 2016).

Por otra parte, se muestran indicadores para describir los criterios de evaluación de matemáticas (CEM) y de aprendizajes que los estudiantes podrían lograr en los diferentes niveles de educación. Estos indicadores orientan la evaluación interna, detallando los desempeños que los estudiantes deben mostrar con respecto a los aprendizajes básicos necesarios y óptimos. Igualmente, guían la evaluación interna para que los estudiantes puedan cumplir con los aprendizajes necesarios y óptimos. Los estándares de aprendizaje también están directamente relacionados con los indicadores de evaluación, esto garantiza que las evaluaciones externas aporten con una mejor retroalimentación, sea precisa y efectiva para la enseñanza (MinEduc, 2016).

De todos los criterios de evaluación se encontró uno que específicamente nos dice que el estudiante debe ser capaz de plantear situaciones cotidianas que se puedan resolver a través de modelos matemáticos.

CE.M.5.3. Opera y emplea funciones reales, lineales, cuadráticas, polinomiales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas para plantear situaciones hipotéticas y cotidianas que puedan resolverse mediante modelos matemáticos; comenta la validez y limitaciones de los procedimientos empleados y verifica sus resultados mediante el uso de las TIC. (MinEduc, 2016, p. 1270)

Es posible encontrar varios indicadores de evaluación que mencionan la modelización de manera explícita, en donde podemos encontrar palabras como: modelar, emplea modelos, y plantea modelos; además, en uno de los indicadores se infiere el uso de la modelización debido para que los estudiantes conozcan y apliquen la destreza de álgebra y puedan resolver y solucionar problemas del contexto real, además de interpretar los resultados.

Cabe recalcar que dichos indicadores que menciona la modelización, de manera directa o indirecta, solo se encuentran en el bloque curricular de álgebra y funciones y estos son los siguientes:

M.5.3.2. Representa gráficamente funciones cuadráticas; halla las intersecciones con los ejes, el dominio, rango, vértice y monotonía; emplea sistemas de ecuaciones para calcular la intersección entre una recta y una parábola o dos parábolas; emplea modelos cuadráticos para resolver problemas, de manera intuitiva halla un límite y la derivada; optimiza procesos empleando las TIC.

M.5.3.3. Reconoce funciones polinomiales de grado  $n$ , opera con funciones polinomiales de grado  $\leq 4$  y racionales de grado  $\leq 3$ ; plantea modelos matemáticos para resolver problemas aplicados a la informática; emplea el teorema de Horner y el teorema del residuo para factorizar polinomios; con la ayuda de las TIC, escribe las ecuaciones de las asíntotas, y discute la validez de sus resultados.

M.5.3.4. Halla gráfica y analíticamente el dominio, recorrido, monotonía, periodicidad, desplazamientos, máximos y mínimos de funciones trigonométricas para modelar movimientos circulares y comportamientos de fenómenos naturales, y discute su pertinencia; emplea la tecnología para corroborar sus resultados.

M.5.1.61. Conocer y aplicar el álgebra de límites de sucesiones convergentes en la resolución de aplicaciones o problemas con sucesiones reales en matemática financiera (interés compuesto), e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas. (MinEduc, 2016, pp 1272-1273)

#### **«Orientaciones metodológicas para la evaluación del criterio»**

Las orientaciones metodológicas se consideran como sugerencias para los criterios de evaluación planteados en el currículo, estos se enfocan en actividades de evaluación formativa y sobre todo en puntos críticos que requieran de una atención específica (MinEduc, 2016). Y se evidencia de manera explícita que unas de las orientaciones pretenden que los estudiantes modelicen situaciones reales por medio de funciones.

Es preciso comprobar el desarrollo de las habilidades que son necesarias para reconocer, interpretar, graficar, analizar las características y operar con funciones de variable real (lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica, polinomiales y racionales). Que el estudiante analice el dominio, el recorrido, la monotonía, los ceros, máximos y mínimos, paridad y composición de las diferentes funciones. También se incluyen las propiedades de inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. Apoyándose con las TIC, debe poder graficar, interpretar y encontrar las intersecciones con los ejes, y la intersección de las gráficas de funciones; además de

hallar la solución de ecuaciones de manera gráfica; interpretar geoméricamente la derivada de una función cuadrática y sus aplicaciones; y comprender la noción de límite y su aplicación, así como la modelización de situaciones reales a través de las funciones. (MinEduc, 2016, p. 1270)

### 3.3 Interpretación:

Al haber registrado 1237 actividades planteadas en el bloque curricular 2 y 3, geometría y medida; estadística y probabilidad, respectivamente, de los libros de texto otorgados por el MinEduc correspondientes a primero, segundo y tercero de bachillerato, y estas actividades han sido clasificadas de acuerdo a las nueve categorías establecidas en el estudio de Trelles et al. (2022b). Dando como resultado que los ejercicios de modelización matemática en su totalidad representan únicamente el 1,46% de todas las actividades que se han planteado a lo largo de cada año lectivo.

Así mismo haciendo hincapié que es en el texto del último año -tercero de bachillerato-, donde hay más presencia de actividades de modelización matemática; mostrándonos claramente que el estudiantado a lo largo de su vida estudiantil, no les han planteado actividades de este tipo que buscan conectar las matemáticas con la realidad en la que viven haciéndose evidente por que en los estudiantes surgen preguntas como: ¿Para qué me sirve la matemática?

Pues bien, hay más ejercicios de modelación matemática en el libro de tercero de bachillerato, pero no se muestran de manera explícita que se trata de estos, pero si se prestan para trabajarlos de esta manera.

De forma complementaria gracias a estos resultados se puede observar que el libro de texto trabaja con más ejercicios algorítmicos siendo el 52,63 % de las actividades planteadas, gracias a esto no extrañaría que un estudiante promedio de una institución fiscal a lo largo de su vida estudiantil no encuentre un sentido claro de para qué sirven las matemáticas formándose aquí un posible origen de la pregunta ¿Para qué me va a servir eso?, refiriéndose a las matemáticas, una pregunta que se busca responder con actividades innovadoras como lo son los ejercicios de modelización matemática.

En este capítulo al estudiar el currículo de manera meticulosa, y especialmente, lo referente al área de matemáticas, se pudo encontrar -de manera tanto implícita como explícita- que la presencia de la modelización matemática es significativa en el currículo. De los resultados encontrados, podemos indicar lo siguiente:

En lo que corresponde a aspectos generales del currículo se puede decir que, en la sección introducción general-principios para el desarrollo del currículo, es evidente la presencia de algunas características que hacen referencia a la modelización, donde se puede encontrar que los estudiantes pueden aplicar sus nuevos conocimientos frente a los desafíos diarios; llevar a la práctica sus aprendizajes; utilizar los recursos del medio; relacionar los aprendizajes con su experiencia; y, aplicar sus conocimientos en el contexto actual y futuro.

En la sección, perfil de salida del bachillerato ecuatoriano, se pudo inferir de manera clara que, estos valores están relacionados con la modelización ya que buscan trabajar con una mente abierta y creativa, pretende que los estudiantes sean capaces de ser proactivos y tomar buenas decisiones; indagar, reflexionar y analizar la realidad nacional y mundial; puedan enfrentar y dar soluciones a los problemas del contexto actual, utilizando conocimientos interdisciplinarios así como su razonamiento lógico, crítico y complejo.

En la sección de matriz de progresión de objetivos integradores de subnivel-objetivos del BGU es posible inferir y afirmar que estos objetivos de cierta manera están ligados a la modelización, conociendo que los estudiantes pueden tomar decisiones de forma individual o colectiva, y más aún, estas decisiones sean asertivas y responsables que garanticen la resolución de problemas y donde sus hallazgos puedan ser validados mediante una investigación técnica y ética.

En la sección de objetivos del área de matemática para el nivel de EGB es evidente que existe presencia de modelización, dentro de los objetivos se plantea que los estudiantes de forma creativa y original puedan proporcionar soluciones a los problemas dentro del contexto de realidad nacional, esto es a través de la aplicación de operaciones y modelos matemáticos; también puedan demostrar la capacidad de investigación y poseer un pensamiento crítico.

En la sección matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de matemática para el nivel de BGU se pudo hallar lo siguiente:

En el bloque a) “álgebra y funciones” es posible evidenciar de manera muy clara la presencia de la modelización con respecto a los otros dos bloques debido a que las actividades de modelización se prestan en el tema de funciones algebraicas y ecuaciones. Además, se puede observar que en casi todas las destrezas nombran de manera explícita la modelización y otras destrezas buscan que los estudiantes puedan resolver los problemas de su realidad o contexto actual, así como cuestionar la validez de los resultados.

En el bloque 2) “geometría y medida” no se menciona de manera explícita la modelización, pero fue posible encontrar algunas características de manera indirecta, las mismas que pretenden que los estudiantes puedan resolver los problemas de su realidad o contexto actual; plantear aplicaciones de las matemáticas en la física, órbitas planetarias, entre otras; y, discutir la validez de los resultados.

En el bloque 3) “estadística y probabilidades” también fue posible hallar destrezas relacionadas a la modelización de manera indirecta, las mismas que buscan que los estudiantes puedan resolver los problemas de su contexto actual, debatir y reflexionar sobre la validez de los resultados.

Dentro de las destrezas de los tres bloques de este currículo se muestran algunas de las características relacionadas a la modelización, y también se presenta de manera explícita el tema de modelización.

En la sección de indicadores para la evaluación del criterio se menciona que los estudiantes puedan ser capaces de plantear situaciones cotidianas para resolver a través de modelos matemáticos. También fue posible encontrar varios indicadores de evaluación que mencionan la modelización de manera explícita, utilizando palabras como: modelar, emplea modelos, plantea modelos, etc.

Por último, en la sección de orientaciones metodológicas para la evaluación del criterio se encontró de forma explícita que unas de las orientaciones pretenden que los estudiantes modelicen los fenómenos que se pueden presentar en el contexto utilizando las funciones matemáticas respectivas.

## Conclusiones

Tras todo lo expuesto anteriormente, podemos concluir que las actividades de modelización matemática son de gran ayuda para el profesorado, puesto que contribuye a que los estudiantes entiendan de manera más clara en qué consiste y en qué ayuda la matemática; y más aún, dentro de la formación académica como de índole personal -ayudando en aspectos como el razonamiento lógico-, aspectos que fueron expuestos en el marco teórico, relacionándose con la modelización matemática tanto en conceptos como definiciones, perspectivas, características, etc.

Con respecto a la coherencia entre los lineamientos curriculares y la manera en que se aborda la modelización matemática en los textos escolares del bachillerato ecuatoriano, se presentó los resultados expuestos en el capítulo 3, junto la revisión de los lineamientos curriculares.

De acuerdo al análisis realizado, se arrojaron resultados muy alarmantes con respecto a los ejercicios planteados en los textos de estudio de bachillerato ecuatoriano, pues la presencia de problemas de modelización matemática en los libros fue solo del 1,46%, que coinciden con los hallazgos de Valencia Álvarez y Valenzuela González (2017), lo cuales examinaron libros escolares de educación superior encontraron un 2% de este tipo de problemas que los nombran como modelaje matemático.

Sin embargo, de forma explícita e implícita dentro del currículum se encuentra presente la modelización matemática a lo largo de todos los bloques indicados anteriormente (álgebra y funciones; geometría y medida; estadística y probabilidad).

Además, una de las orientaciones metodológicas para la evaluación del criterio permite que los estudiantes modelicen los fenómenos que se pueden presentar en el contexto haciendo uso de las funciones matemáticas. En general, en el currículum se menciona que se debe trabajar la modelización matemática.

Con lo expuesto, una de las limitaciones de nuestro estudio tiene que ver con el hecho de que está centrado específicamente en los problemas planteados en los textos escolares; no obstante, el profesorado en su práctica docente puede utilizar recursos provenientes de otras fuentes.

De forma complementaria, se expondrán los resultados obtenidos por Fajardo. J (2023) de una investigación parecida a la nuestra:

**Figura 19**

*Resultados al examinar los diversos de problemas de los textos del bloque curricular de álgebra y funciones de BGU para el periodo lectivo 2022 – 2023 de Ecuador*

Tipo de actividad	Primero		Segundo		Tercero	
	N	%	N	%	N	%
Ejercicios de reconocimiento	50	16,95	27	14,59	26	14,21
Ejercicios algorítmicos y de repetición	159	53,90	125	67,57	137	74,86
Problemas de traducción simple o compleja	13	4,41	3	1,62	5	2,73
Problemas de procesos	13	4,41	5	2,70	6	3,28
Problemas sobre situaciones reales	23	7,80	2	1,08	3	1,64
Problemas de investigación matemática	35	11,86	23	12,43	6	3,28
Problemas de puzzles	1	0,34	0	0,00	0	0,00
Historias matemáticas	0	0,00	0	0,00	0	0,00
Problemas de modelización matemática	1	0,34	0	0,00	0	0,00
<b>Total</b>	<b>295</b>	<b>100</b>	<b>185</b>	<b>100</b>	<b>183</b>	<b>100</b>

*Fuente:* Fajardo Heredia (2023, p. 45)

De igual manera se presenta:

**Figura 20**

*Resultado global del análisis de los tipos de problemas de los textos del bloque curricular de álgebra y funciones de BGU para el periodo lectivo 2022 – 2023 de Ecuador.*

Tipo de actividad	Total	
	N	%
Ejercicios de reconocimiento	103	15,54
Ejercicios algorítmicos y de repetición	421	63,50
Problemas de traducción simple o compleja	21	3,17
Problemas de procesos	24	3,62
Problemas sobre situaciones reales	28	4,22
Problemas de investigación matemática	64	9,65
Problemas de puzzles	1	0,15
Historias matemáticas	0	0,00
Problemas de modelización matemática	1	0,15
<b>Total</b>	<b>663</b>	<b>100</b>

*Fuente:* Fajardo Heredia (2023, p. 45)

De forma que los libros de texto del periodo lectivo 2022 – 2023 de Ecuador para BGU, nos muestran un resultado similar a los que se plantean el periodo lectivo 2023 – 2024 para BGU podemos afirmar que las actividades de modelización matemática son muy escasas en los

libros que entrega el MinEduc en el transcurso de los diferentes años lectivos representando aproximadamente solo el 1% de presencia de modelización matemática en estos libros.

Contando con las 1237 actividades planteadas en el bloque curricular de geometría y estadística para los niveles de BGU y con las 663 actividades del bloque de álgebra y funciones de BGU clasificadas por Fajardo. J (2023). Podemos afirmar que, de las 1900 actividades planteadas en los diversos libros escolares entregados por el MinEduc, corresponden en su totalidad a los ejercicios planteados por los textos en el nivel de BGU. Se han encontrado solamente 19 actividades de modelización matemática que de la misma manera algunas de ellas no son como tales ejercicios de modelización matemática; sin embargo, se pueden trabajar de forma muy similar a las de modelización.

Así mismo resaltando, que es en el texto del último año escolar donde más hay presencia de actividades de modelización matemática; mostrándose que los estudiantes a lo largo de su estancia en las diversas instituciones educativas, no les han planteado actividades de este tipo que buscan conectar las matemáticas con la realidad en la que viven haciéndose evidente por que los estudiantes surgen con preguntas como: ¿Para qué me sirve la matemática? Haciéndonos pensar que los estudiantes ven más a la asignatura de matemática como una materia algorítmica- procedimental que obviamente no es la finalidad de las matemáticas.

También, Trelles et al. (2022a) en su estudio sobre la presencia de modelización matemática sobre actividades relacionadas a la estadística y probabilidad de libros de escolares ecuatorianos de los años 2020 - 2022, concluyeron que existe una mínima presencia de los ejercicios de modelización:

Considerando que los libros de texto constituyen un recurso didáctico muy utilizado por el profesorado ecuatoriano, es preocupante ver que las actividades de modelización matemática en los libros (2016-2019) no llegan ni siquiera al 5%, agravándose aún más la situación en los libros (2020-2022) en donde las actividades de modelización han desaparecido totalmente. (p. 110)

Del mismo modo, Trelles et al. (2022a) entre sus hallazgos coincide con otros investigadores de diversos países como, por ejemplo:

Frejd (2013) encontró que la modelización matemática al ser una de las siete habilidades del currículo nacional de Suecia no es tratada como una noción central en los libros de texto suecos, aún más, concluye que ninguno de los libros de texto que formaron parte de su investigación contribuye realmente al cumplimiento del currículo sueco en lo referente a modelización matemática.

Zwaneveld et al. (2017) al realizar un estudio con libros holandeses, concluyen que la modelización matemática es incipiente en estos libros, a pesar de que esta se menciona de manera formal en el plan de estudios.

Krutikhina et al. (2018) manifiestan que un número insignificante de actividades o ejercicios aplicados en los libros escolares de matemáticas no dan la posibilidad de aprender los elementos de modelización que son muy útiles para resolver problemas reales.

De forma muy similar, en el currículum español no hay mención como tal de la modelización matemática; sin embargo, existen menciones de las mismas:

A pesar de la escasez de referencias explícitas a la modelización matemática cabe señalar que, en la presentación de la asignatura de matemáticas de Educación Primaria se exponen ya las primeras directrices curriculares vinculadas a la modelización, al hacer referencia al aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en contextos reales. (Trelles y Alsina, 2017, p. 157)

Viéndose que, a pesar de los avances alcanzados por los investigadores de la didáctica de las matemáticas, aún queda pendiente cómo se debería implementar estas actividades de modelización matemática para llevarlas a cabo de una buena manera en las aulas de clase por tal hecho aún hace falta mucho recorrido para que estas actividades sean reconocidas y aplicadas de forma más seguida y vistosa.

Aun cuando la modelización matemática es un recurso que demuestra ser eficaz para un buen aprendizaje, su implementación es escasa. Se ha demostrado que la utilización de esta metodología aporta significativamente en la construcción de saberes por lo que, conocer y proponer estas actividades de modelización a los estudiantes, como parte de su aprendizaje, debería ser indispensable. Esto lo corroboran investigaciones realizadas recientemente como las de Trelles et al. (2022a); entre otras.

Finalmente, las actividades de modelización matemática pueden ser de gran utilidad para la evaluación de los contenidos abordados en matemáticas, la selección de varias competencias del conocimiento y la experiencia del profesorado, en general, ajustándolas a las circunstancias específicas que se puedan presentar en el transcurso del proceso de enseñanza y aprendizaje.

## Referencias

- Aparisi, L. y Pochulu, M. (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1387-1397. <http://funes.uniandes.edu.co/4368/>
- Arias, L. y Deulofeu, J. (2019). Construcción de conocimiento en estudiantes universitarios a partir de la modelización matemática. *Scientia Et Technica*, 24(2), 240-249. <https://www.redalyc.org/journal/849/84961237010/html/>
- Artigue, M., y Blomhøj, M. (2013). Conceptualising inquiry-based education in mathematics. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Aymerich, À., y Albarracín, L. (2022). Modelización matemática en actividades estadísticas: Episodios clave para la generación de modelos. *Uniciencia*, 36(1), 1-16. <https://doi.org/10.15359/RU.36-1.16>
- Bejarano Colimba, N. B., y Ayala, O. (2016). *Guía didáctica sobre la modelización matemática del bloque de números y funciones que ayude en el desarrollo del eje curricular integrador de la asignatura de matemática para el segundo año de bachillerato general unificado del Colegio «San Francisco» en e [Universidad Técnica del Norte]*. <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/8379>
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical Modelling – A Theory for Practice. En B. Clarke et al. (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. National Center for Mathematics Education. <https://forskning.ruc.dk/en/publications/mathematical-modelling-a-theory-for-practice>
- Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática - una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática (RevEM)*, 23(2), Dialnet. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8832484>
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. En *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (pp. 1-17). Roskilde.
- Blum, W., y Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58. Recuperado el 12 de marzo de 2019, de <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620/1087>

- Blum, W., y Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan. *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*, 222-231. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Búa, J. B., y Fernández, M. T. (2015). Dos ejemplos de modelización matemática basadas en fenómenos físicos. *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.*, 13. [http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/142/99](http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/142/99)
- Castellanos, Y. (2020). Otra mirada, otra forma de compartir saberes en el aula de matemáticas. *Praxis y Saber*, 11(26), e9879. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9879>
- COMAP, y SIAM. (2019). *Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education (GAIMME) Second Edition*. <https://www.siam.org/publications/reports/detail/guidelines-for-assessment-and-instruction-in-mathematical-modeling-education>
- Dolores Flores, C., y García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: Un estudio de casos en el nivel superior. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 31(57), 158-180. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a08>
- Fajardo Heredia, J. J. (2023). *Guía didáctica para el aprendizaje de funciones cuadráticas a través de la modelización matemática* [Trabajo de titulación]. Universidad de Cuenca.
- Florensa, I., García, F. J., y Sala, G. (2020). Condiciones para la enseñanza de la modelización matemática. Estudios de caso en distintos niveles educativos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 17, 21-37. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.315>
- Gascón, J. (1994). El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 6(3), 37-51. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/>

- Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). Metodología de la Investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. México: McGraw-Hill.
- Huinchahue, J. (2015). Tipos de representaciones externalizadas durante el proceso de modelación: el caso del ciclo de modelación Blum-Borromeo. *Premisa*, 17(67), 29-40. <https://n9.cl/orv54c>
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Krippendorff, K. (2018). Content Analysis: An introduction to its methodology. SAGE Publications.
- Lesh, R., y Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (pp. 3-33). Routledge.
- Lesh, R., y Yoon, C. (2004). What is Distinctive in (Our Views about) Models & Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching? En *Modelling and Applications in Mathematics Education* (Vol. 10, pp. 161-170). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_15](https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_15)
- Ministerio de Educación [MinEduc]. (2016). CURRÍCULO DE LOS NIVELES DE EDUCACIÓN OBLIGATORIA. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf>
- Datos Abiertos del Ministerio de Educación del Ecuador – Ministerio de Educación. (2023). EL NUEVO ECUADOR. <https://educacion.gob.ec/datos-abiertos>
- Ministerio de Educación [MinEduc]. (2010). Actualización y fortalecimiento curricular de la educación general básica 2010 (2.a ed.).
- Ministerio de educación. (2023a). *Matemática 1 BGU* (Primera edición). Maya Ediciones.
- Ministerio de educación. (2023b). *Matemática 2 BGU* (Primera edición). Maya Ediciones.
- Ministerio de educación. (2023c). *Matemática 3 BGU* (Primera edición). Maya Ediciones.
- Parra Zapata, M., y Villa, J. (2015). *Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática: reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática*. <https://hdl.handle.net/10495/6579>

- Pavón, P. (2021). La Modelización Matemática como estrategia didáctica aplicada al proceso de enseñanza-aprendizaje de Álgebra Lineal [Tesis de pregrado, Universidad Central del Ecuador]. <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/24181>
- Rodríguez Gallegos, R., y Quiroz Rivera, S. (2015). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19(1), 99-124. <https://doi.org/10.2307/2687503>
- Rodríguez, M., y Mosquera, K. (2015). Aportes de la pedagogía de Paulo Freire en la enseñanza de la matemática: hacia una pedagogía liberadora de la matemática. *Revista Educación y desarrollo Social*, 9(1), 82-95. <http://funes.uniandes.edu.co/10409/1/Rodríguez2015Aportes.pdf>
- Trelles, y Alsina, Á. (2017). Nuevos conocimientos para una educación matemática del S. XXI: panorama internacional de la modelización en el currículo. *UNIÓN*, 13(51), 140-163. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/405>
- Trelles Zambrano, C. A., Bravo Guerrero, F. E., y Barraqueta Samaniego, J. F. (2017). ¿Cómo evaluar los aprendizajes en matemáticas? *INNOVA Research Journal*, 2(6), 35-51. <https://doi.org/10.33890/innova.v2.n6.2017.183>
- Trelles, C., Toalongo Guamba, X., y Alsina i Pastells, À. (2019). La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos: una propuesta para el aula de secundaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 102, 43-59. <https://n9.cl/mb0a7>
- Trelles, C., Toalongo-Guamba, X.P., y Alsina-Pastells, À. (2022a). La presencia de la modelización matemática en tareas de estadística y probabilidad de libros de texto ecuatorianos. *INNOVA Research Journal*, 7(2), 97-116. <https://doi.org/10.33890/innova.v7.n2.2022.2076>
- Trelles, C., Toalongo, X., y Alsina, Á. (2022b). Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la COVID-19. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(2), 193-213. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3472>
- Toalongo, X., Trelles, C., y Pastells, À. (2022). Design, construction and validation of a rubric to evaluate mathematical modelling in school education. *Mathematics*, 10(24), 4662. <https://doi.org/10.3390/math10244662>

- Trigueros-Gaisman, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo: un estudio desde una perspectiva de modelación. *Revista mexicana de investigación educativa*, 11(31), 1207-1240.
- Trigueros Gaisman, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- Valencia Álvarez, A. B., y Valenzuela González. (2017). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de cálculo? un análisis de libros de texto. *Memorias del congreso de investigación sobre el tercer sector*, 29(3), 51-78. <https://doi.org/10.24844/em2903.02>
- Verdugo-Hernández, P., Huincahue, J., Cumsille, P., y Nechache, A. (2022). Articulating the Blomhøj Modelling Cycle and the Mathematical Working Spaces. Analysis of a Task in Higher Education. *Acta Scientiae*, 24(7), 62-91. <https://doi.org/10.17648/ACTA.SCIENTIAE.7135>
- Villa, J. (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. *TecnoLógicas*, 19, 63-85. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=344234312004>
- Villa-Ochoa, J. A. (2008). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. *TecnoLógicas*, 19, 63-85.

## Anexos

### Anexo A Códigos por tipo de actividad

Actividades para el estudiante	
Siglas	Clasificación
IU	Introducción a la Unidad
SP	Saberes Previos
DC	Desequilibrio Cognitivo
CT	Conexiones con las Tics
IN	Interdisciplinariedad
TP	Taller Práctico
SPC	Solución de Problemas Cotidianos
AG	Actividad Geogebra
DPM	Desafíos y Proyectos Matemáticos
ES	Evaluación Sumativa

### Anexo B Categorización de las actividades

Tipos de problemas de los textos	
Número	Categorización
1	Ejercicios de reconocimiento
2	Ejercicios algorítmicos y de repetición
3	Problemas de traducción simple o compleja
4	Problemas de procesos
5	Problemas sobre situaciones reales
6	Investigación matemática
7	Problemas de puzzles
8	Historias matemáticas
9	Problemas de modelización matemática

### Anexo C Proceso de construcción de código

<b>Cómo codificar</b>
Seguir el siguiente orden:
Número de unidad. Siglas de actividades para el estudiante. Número de página. Número de pregunta. Literal de pregunta. Número de tipos de problemas de textos
<b>Nota:</b> No todas las actividades tienen número de pregunta y literal por lo tanto no se las concidera.
<b>Ejemplos:</b>
U3.IU.pg120.8      Unidad 3. Introducción a la unidad. Página 120. Historias matemáticas
U3.TP.pg126.P1.a.2      Unidad 3. Taller práctico. Página 126. Pregunta 1. Literal a. Ejercicios algorítmicos y de repetición

## Anexo D Fragmento de la clasificación de los ejercicios del texto de 1<sup>ro</sup> BGU

		Libro de Primero de Bachillerato								
Número	Código	Categorización								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	U1.SP.pg56.	x								
2	U1.DC.pg56.	x								
3	U1.TP.pg58.P1.		x							
4	U1.TP.pg58.P2.		x							
5	U1.TP.pg58.P3.a.		x							
6	U1.TP.pg58.P3.b.		x							
7	U1.TP.pg58.P3.c.		x							
8	U1.TP.pg58.P3.d.			x						
9	U1.TP.pg58.P4.a.		x							
10	U1.TP.pg58.P4.b.		x							
11	U1.TP.pg58.P4.c.			x						
12	U1.TP.pg59.P5.a.		x							
13	U1.TP.pg59.P5.b.		x							
14	U1.TP.pg59.P5.c.		x							
15	U1.TP.pg59.P6.a.		x							
16	U1.TP.pg59.P6.b.		x							

## Anexo E Fragmento de la clasificación de los ejercicios del texto de 2<sup>do</sup> BGU

		Libro de Segundo de Bachillerato								
Número	Código	Categorización								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	U1.IN.pag8.P3									x
2	U1.IN.pag8.P4									x
3	U1.IN.pag8.P5	x								
4	U1.SP.pag28.	x								
5	U1.DC.pag28.	x								
6	U1.ER.pag28.		x							
7	U1.ER.pag29.P1			x						
8	U1.ER.pag29.P2				x					
9	U1.IN.pag29.								x	
10	U1.ER.pag31.P1			x						
11	U1.ER.pag31.P2			x						
12	U1.TP.pag32.P1.a.				x					
13	U1.TP.pag32.P1.b.				x					
14	U1.TP.pag32.P1.c.		x							

## Anexo G Fragmento de la clasificación de los ejercicios del texto de 3<sup>ro</sup> BGU

		Libro de Tercero de Bachillerato								
Número	Código	Categorización								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	U2.SP.pag50.	x								
2	U2.DC.pag50.	x								
3	U2.ER.pag50		x							
4	U2.ER.pag51.		x							
5	U2.IN.pag51.								x	
6	U2.CT.pag51.		x							
7	U2.TP.pag52.P1.a.					x				
8	U2.TP.pag52.P1.b.					x				
9	U2.TP.pag52.P2.		x							
10	U2.TP.pag52.P3.			x						
11	U2.TP.pag52.P4.a.					x				
12	U2.TP.pag52.P4.b.					x				
13	U2.TP.pag52.P5.a.					x				
14	U2.TP.pag53.P5.b.					x				
15	U2.TP.pag53.P6.					x				
16	U2.TP.pag53.P7.					x				
17	U2.TP.pag53.P8.					x				
18	U2.TP.pag53.P9.					x				
19	U2.TP.pag53.P10.					x				

## Anexo G Descripción de codificación del currículo

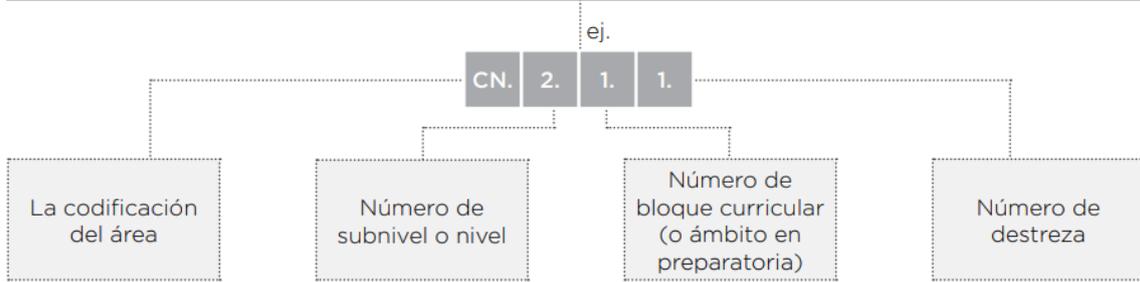
Código	Área	Código	Asignatura/Módulo
ECA	Educación Cultural y Artística	B	Biología
EF	Educación Física	F	Física
CN	Ciencias Naturales	Q	Química
LL	Lengua y Literatura	H	Historia
EFL	English as a Foreign Language	EC	Educación para la Ciudadanía
CS	Ciencias Sociales	F	Filosofía
M	Matemática	EG	Emprendimiento y Gestión

Código	Subnivel y nivel
1	Preparatoria
2	Básica Elemental
3	Básica Media
4	Básica Superior
5	Bachillerato

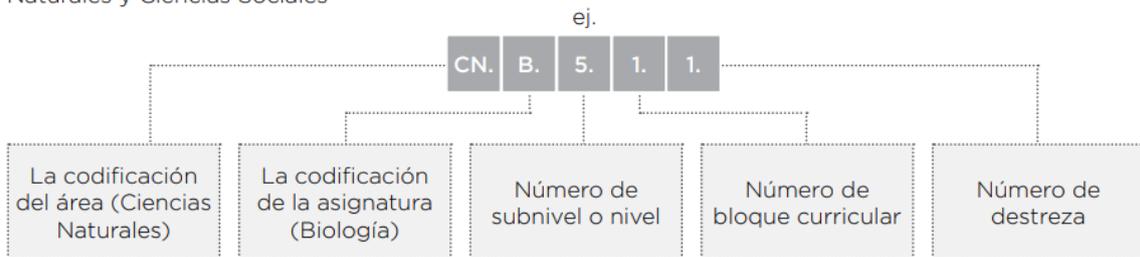
### Estructura de codificación del perfil de salida del Bachillerato ecuatoriano



## Estructura de codificación de las destrezas con criterios de desempeño



Para BGU, áreas de Ciencias Naturales y Ciencias Sociales



## Estructura de codificación de los indicadores para la evaluación del criterio

