

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/364964805>

Conocimientos del futuro profesor de matemáticas sobre los diferentes significados de la media aritmética

Article · November 2022

CITATIONS

0

READS

70

3 authors:



Eulalia Calle

University of Cuenca

22 PUBLICATIONS 45 CITATIONS

SEE PROFILE



Adriana Breda

University of Barcelona

188 PUBLICATIONS 887 CITATIONS

SEE PROFILE



Vicenç Font

University of Barcelona

321 PUBLICATIONS 5,723 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



La argumentación práctica del profesor al reflexionar sobre secuencias didácticas interdisciplinares que incorporan las nuevas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas [View project](#)



A produção de saberes pedagógicos nos processos de vídeo-formação na formação inicial de professores de matemática [View project](#)

CONOCIMIENTOS DEL FUTURO PROFESOR DE MATEMÁTICAS SOBRE LOS DIFERENTES SIGNIFICADOS DE LA MEDIA ARITMÉTICA

KNOWLEDGE OF THE PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHER ON THE DIFFERENT MEANINGS OF THE ARITHMETIC MEAN

Eulalia Calle, Adriana Breda, Vicenç Font
Universidad de Cuenca (Ecuador), Universidad de Barcelona (España)
eulalia.calle@ucuenca.edu.ec, adriana.breda@ub.edu, vfont@ub.edu

Resumen

En este estudio se caracterizan los conocimientos de futuros profesores de matemáticas de la Universidad de Cuenca acerca del objeto matemático media aritmética. El estudio de abordaje cualitativo de tipo exploratorio interpretativo indica que, de un total de veinte y dos futuros profesores participantes, veintiuno muestran poco conocimiento sobre la complejidad del objeto media aritmética (entendida como pluralidad de significados), presentando dificultades para justificar qué tipo de significado de media aritmética deben usar para resolver un determinado problema.

Palabras Clave: conocimientos matemáticos, formación inicial, media aritmética

Abstract

This study characterizes the knowledge of prospective mathematics teachers, from the University of Cuenca, about the mathematical object of arithmetic mean. This exploratory-interpretive-typed qualitative approach study indicates that, from a total of twenty-two prospective participating teachers, twenty-one show little knowledge about the complexity of the object arithmetic mean (understood as a plurality of meanings), presenting difficulties to justify what kind of meaning of arithmetic mean they must use to solve a specific problem.

Key words: mathematical knowledge, initial training, arithmetic mean

■ Introducción

El interés por los procesos de mejora en la formación del profesorado ha generado modelos teóricos para identificar y clasificar el conocimiento del profesor (Davis y Renert, 2013; Fernández, Llinares y Valls, 2012; Liston, 2015; Mason, 2002; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005). El modelo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de matemáticas (CCDM), basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019) es uno de ellos. En el marco del CCDM, el constructo criterios de idoneidad didáctica (CI) es una de las herramientas que se enseñan en diversos dispositivos formativos para desarrollar en los profesores la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). La Idoneidad Didáctica se compone por seis criterios con sus respectivos componentes e indicadores. Uno de los criterios es el epistémico, que sirve para valorar la idoneidad matemática de un proceso de instrucción. Dicho criterio, contempla, entre sus componentes, presentar a los alumnos una muestra representativa de la *complejidad de los objetos matemáticos*. Tener en cuenta esta complejidad, como se sostiene en Burgos et al (2018), implica, entre otros aspectos, que el profesor pueda plantear y resolver una tipología diversificada de problemas, encontrar diferentes soluciones y analizar los conocimientos involucrados en la proposición y solución de dichos problemas.

En la línea de investigar sobre la incorporación de la reflexión sobre “la complejidad del objeto matemático a enseñar” en algunas experiencias de formación de profesores, un estudio publicado en Calle, Breda y Font (2020), con 95 docentes ecuatorianos de matemáticas en ejercicio, apunta que la mayoría de ellos no lograban relacionar, de forma correcta, el significado parcial del objeto media aritmética necesario para resolver un problema con su enunciado correspondiente, demostrando poco conocimiento acerca de la complejidad de dicho objeto matemático (entendida como pluralidad de significados). Dicho de otra manera, tenían dificultades para resolver una variedad de problemas en los que alguno de los diferentes significados de la media aritmética era determinante.

Se trata de una dificultad relevante si se tiene en cuenta que: 1) en el contexto ecuatoriano, la propuesta curricular del área de Matemática manifiesta que esta área está enfocada al desarrollo del pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana, implicando que el estudiante egresado del bachillerato sea competente en tomar iniciativas creativas, ser proactivo, perseverante, organizado, y trabajar en forma colaborativa para resolver problemas (Ministerio de Educación, 2016). 2) los bajos resultados de las evaluaciones aplicadas a los jóvenes ecuatorianos por organismos nacionales e internacionales.

La realidad ecuatoriana, reflejada en los bajos resultados de las evaluaciones aplicadas a los jóvenes por organismos nacionales e internacionales (OCDE, 2017), requiere hacer efectiva la propuesta del Ministerio de Educación y superar las graves dificultades de los estudiantes de bachillerato, que no cuentan con conocimientos ni habilidades suficientes para participar de manera satisfactoria en la sociedad del saber. Este requerimiento del país pone en primer plano la necesidad de realizar cambios profundos en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, hasta alcanzar los conocimientos y las competencias didáctico matemáticas que debe tener el futuro profesor de matemáticas (Godino, 2018) para desarrollar la competencia matemática de sus alumnos.

En el marco de esta problemática, el objetivo de este trabajo es analizar los conocimientos de un grupo de futuros profesores ecuatorianos de matemáticas sobre la complejidad del objeto matemático media aritmética. Se ha seleccionado dicho objeto matemático por sus múltiples aplicaciones en contextos intra y extra matemáticos (Batanero, 2000).

A continuación, se presenta el marco teórico, la metodología utilizada, los resultados y algunas consideraciones finales.

■ Marco Teórico

En esta sección exponemos, de manera breve, el modelo CCDM del EOS y la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica y, con más detalle, el componente “*Representatividad de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar*” del criterio de idoneidad epistémica. Por último, explicamos los significados parciales que se han tenido en cuenta para describir la complejidad del objeto matemático “*Media Aritmética*”.

El modelo CCDM y la Idoneidad Didáctica

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción matemática (EOS) es un sistema teórico inclusivo en la Educación Matemática que articula diversas categorías de conocimientos y competencias (CCDM), de los profesores de matemáticas consideradas necesarias para una enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019). En este modelo teórico se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, siendo el núcleo fundamental de esta última (Breda, Pino-Fan y Font, 2017) que consiste en diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. Esta competencia general está formada por diferentes subcompetencias (Breda, Pino-Fan y Font, 2017): 1) subcompetencia de análisis de la actividad matemática – esta subcompetencia, en Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017), se descompone a su vez en dos (competencia de análisis de significados globales y competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas) –; 2) subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes; 3) subcompetencia de análisis de normas y metanormas; y 4) subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción. En este trabajo nos centraremos, sobre todo en esta última subcompetencia, más en concreto una de sus componentes. La subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción hace hincapié en el análisis de idoneidad didáctica, como una competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva (Giacomone, Godino y Beltrán, 2018); por lo tanto, responde a qué criterios seguir en el diseño de secuencias de tareas, cómo desarrollar y evaluar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios hacer para conseguir metas de aprendizaje superiores. Esta noción se descompone en los siguientes criterios parciales de idoneidad didáctica (Font, Planas y Godino, 2010):

- ✓ *Idoneidad epistémica*: se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia. Las tareas o situaciones-problemas son un componente fundamental en esta dimensión, y deben involucrar diversos objetos y procesos matemáticos.
- ✓ *Idoneidad ecológica*: grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.
- ✓ *Idoneidad cognitiva*: grado en que los significados pretendidos e implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- ✓ *Idoneidad afectiva*: grado de implicación (intereses, emociones, actitudes y creencias) del alumnado en el proceso de estudio.
- ✓ *Idoneidad interaccional*: grado en que las configuraciones didácticas y el discurso en la clase permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- ✓ *Idoneidad mediacional*: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En Breda y Lima (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017) se aporta un sistema de componentes e indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa.

La idoneidad epistémica y la complejidad de los objetos matemáticos

Tanto los componentes como los indicadores de los criterios de idoneidad didáctica se han confeccionado teniendo en cuenta las tendencias, los principios y los resultados de la investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas (Breda, Font y Pino-Fan, 2018). En particular, para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Font, Godino y Gallardo, 2013; Rondero y Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013).

El componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos* (entendida como pluralidad de significados parciales), se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia (Font, Pino-Fan y Breda, 2020; Giacomone, Godino y Beltrán-Pelliecer, 2018).

Cada uno de estos significados permite resolver tipos de problemas diferentes, por lo cual, si se quiere conseguir que el alumno sea competente en la resolución de una variedad de problemas, donde el objeto matemático en cuestión tenga un rol determinante, es necesario que el alumno disponga de una red de significados parciales de dicho objeto bien conectados entre sí (Font, Breda y Seckel, 2017). En esta línea, se han realizado diferentes investigaciones sobre la complejidad de la media aritmética, así como la comprensión que tienen de ella los estudiantes y profesores (Batanero, 2000, Calle, Breda y Font, 2020, Rondero y Font, 2015).

En la siguiente tabla (Font, Breda y Seckel, 2017), se recogen los indicadores del componente

Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos del criterio de idoneidad epistémica.

Tabla 1. *El componente Representatividad y sus indicadores.*

Componente de la Idoneidad Epistémica	Indicadores
Representatividad	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar ✓ Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad contemplada en el currículo de la noción matemática que se quiere enseñar. ✓ Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla una muestra representativa de problemas? ✓ Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos?

Fuente: Font, Breda y Seckel (2017).

Primero hay que valorar si los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) seleccionados para su implementación son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar (para ello la mirada se dirige a las matemáticas). En segundo lugar, dado que el currículo contempla parte de estos significados parciales, hay que valorar si la muestra de significados presentes en el proceso de instrucción son también una muestra representativa de los contemplados en el currículo (en el currículo en general, en la etapa o ciclo o en el curso donde se realiza la implementación). Una vez seleccionados uno o varios significados parciales para su implementación, valorar. Como mínimo, si se contempla una muestra representativa de representaciones del objeto y de problemas en los que se aplica o emerge.

Complejidad del objeto matemático Media Aritmética

Rondero y Font (2015) profundizan sobre los mecanismos de articulación de la complejidad asociada al objeto matemático media aritmética. Para ello, describen dicha complejidad en términos de diferentes significados: suma de todos los valores dividida por el número de valores; estimación de una medida de una magnitud; valor representativo de un conjunto de datos; operador que asocia a un conjunto de datos un único valor; promedio de promedios y media ponderada. Enseñando una muestra representativa de estos significados, podemos decir que el maestro estaría trabajando, a través de la resolución de problemas, la representatividad del objeto matemático media aritmética y permitiendo que el estudiante articule o conecte los diferentes significados. En esta investigación hemos utilizado tres significados distintos: La media como valor representativo de un conjunto de datos; La media como la estimación de una medida; La media como valor que compensa los excesos con los defectos.

En esta investigación, teniendo en cuenta los sujetos participantes, se consideraron tres de los significados parciales de la media aritmética contemplados en Batanero (2000): la media como *valor representativo de un conjunto de datos*; la media como *la estimación de una medida* y la media como *valor que compensa los excesos con los defectos* (equilibrio, equidad, etc.).

■ Metodología

En esta investigación se utilizó una metodología con un enfoque interpretativo de tipo exploratorio. Se contó con la participación de 22 futuros profesores de matemáticas que se encontraban cursando la asignatura de Álgebra en la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales. El proceso se inició con la presentación de tres significados parciales del objeto media aritmética: la media como valor representativo de un conjunto de datos; la media como la estimación de una medida y la media como valor que compensa los excesos con los defectos (equilibrio, equidad, etc.), significados extraídos de Batanero (2000). Una vez que se interiorizó la pluri-significación de la media aritmética, se consultó sobre la necesidad de que los estudiantes comprendan estos significados y puedan aplicar en la resolución de problema de contexto, para desarrollar competencias matemáticas. Cuando los futuros docentes, indicaron estar de acuerdo, se aplicó una prueba con tres problemas que debían resolver, relacionándolos con sus significados correspondientes y justificando su respuesta. Los significados y problemas propuestos están ubicados en un nivel acorde a su formación inicial como profesionales:

Tabla 2. Problemas propuestos a los futuros profesores.

Problema A: Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo repartir los caramelos de forma equitativa?										
Problema B: Los siguientes valores se obtuvieron al medir la altura (cm.) alcanzada al saltar por un grupo de alumnos antes y después del entrenamiento. ¿Cree que el entrenamiento es efectivo? Altura alcanzada en cm.										
Alumnos	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Laia	Hilda	Inés	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después del entrenamiento	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117
Problema C: Ocho alumnos de la misma clase miden el peso de un objeto pequeño usando el mismo instrumento, obteniendo los siguientes valores en gramos: 6,2; 6,0; 6,0; 6,3; 6,1; 6,23; 6,15; 6,2. ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?										

Fuente: Batanero (2000).

En el análisis de los resultados se valoró el razonamiento, a través de la justificación de las respuestas brindadas.

■ Resultados y discusión

Los resultados obtenidos con 22 futuros profesores de Matemáticas, al relacionar significados de media aritmética con problemas propuestos, muestran que la mayoría puede hacerlo de manera correcta (Tabla 3). No obstante, el razonamiento reflejado en la justificación dada a cada problema, indica que los docentes no tienen presente la complejidad del objeto matemático “media aritmética”.

Tabla 3. Evaluación de respuestas dadas por 22 futuros profesores.

Significados de media aritmética	Respuestas correctas	Respuestas incorrectas
1. La media como valor que compensa los excesos con los defectos	22	0
2. La media como la estimación de una medida	16	6
3. La media como valor representativo de un conjunto de datos	16	6

Fuente: Calle, Breda Font (2022).

Por un lado, las justificaciones dadas al problema A, son en su mayoría aceptables, debido a que, en el enunciado del problema, se sugiere el significado de “media aritmética” como equilibrio o equidad que representa el distribuir los caramelos entre los niños (Figura 1).

Por otro lado, los problemas B y C implican un razonamiento más exigente, más difícil de justificar. A pesar de no responder de manera aceptable, un importante porcentaje de docentes resuelven matemáticamente los problemas; es decir, obtienen la media aritmética y responden más bien a las preguntas de los problemas propuestos, más no a la relación solicitada (relacionar el tipo de problema con su significado correspondiente y justificar dicha relación) (Tabla 4).

Tabla 4. Nivel de aceptación a las justificaciones dadas por los futuros profesores de matemáticas, cuando relacionan los significados de media aritmética con tres problemas propuestos.

	Justificaciones de respuestas dadas	Total	Porcentaje de aceptación de resolución de los problemas.
Problema A:	Aceptables	18	82%
	No aceptables	4	
Problema B:	Aceptables	1	5%
	No aceptables	17	
	Ninguna justificación	4	
Problema C:	Aceptables	1	5%
	No Aceptables	21	

Fuente: Calle, Breda y Font (2022)

A partir de estos resultados, se puede inferir que los profesores en formación pueden resolver los problemas propuestos, pero tienen dificultades para reflexionar sobre los diferentes tipos de significados y el establecimiento de relaciones entre estos significados y los problemas que permiten resolver.

Dicho de otra manera, los futuros profesores tienen dificultad para comprender que existen varios significados de un mismo objeto matemático, entendidos como su complejidad, que pueden ayudar a resolver un amplio abanico de problemas.

Figura 1. Respuesta de un futuro profesor.

Problema A: Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo repartir los caramelos de forma equitativa?

*Valor que compensa los excesos con los defectos; porque este significado hace referencia a la equidad

Problema B: Los siguientes valores se obtuvieron al medir la altura (cm.) alcanzada al saltar por un grupo de alumnos antes y después del entrenamiento. ¿Cree que el entrenamiento es efectivo?

Altura alcanzada en cm.

Alumnos	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Laia	Hilda	Inés	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después del entrenamiento	128	115	105	128	122	145	132	109	102	117

*La media como la estimación de una medida, porque nos dan datos del antes y después y encontrar cual es el avance que ha tenido con el entrenamiento.

Problema C: Ocho alumnos de la misma clase miden el peso de un objeto pequeño usando el mismo instrumento, obteniendo los siguientes valores en gramos: 6,2; 6,0; 6,0; 6,3; 6,1; 6,23; 6,15; 6,2. ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?

*La media como un valor representativo de un conjunto de datos, porque efectivamente el problema pide hallar un valor "estimado", que represente a los del conjunto dado.

Problema A:

$$5 + 8 + 6 + 1 = 20$$

$$\frac{20}{6} = 4 \text{ caramelos}$$

Problema B

Antes: 115,6
Después: 120,4

$$\frac{120,4 - 115,6}{4} = 1,2$$

Problema C.

La suma nos da = 49,18.

$$\frac{49,18}{8} = 6,15 \text{ gramos}$$

Fuente: Calle, Breda y Font (2022).

Los resultados obtenidos en esta investigación, muestran que los docentes en formación inicial en el área de matemáticas, si bien pueden resolver los problemas propuestos de forma correcta (Figura 1), tienen dificultades para reflexionar sobre la complejidad del objeto matemático “media aritmética”. (Rondero y Font 2015). Se trata de un resultado coincidente con la investigación de Leavy y O’Loughlin (2006), cuando analizan la comprensión procedimental y conceptual del objeto matemático media aritmética, la cual muestra, en muchos casos, la limitada comprensión conceptual de dicho objeto por parte de los futuros profesores.

Este resultado coincide con otras investigaciones que muestran que los profesores presentan dificultades en interpretar aspectos epistémicos de las tareas que proponen a sus estudiantes y de su potencial educativo (Stahnke, Schueler y Roesken-Winter, 2016).

■ Conclusiones

Este trabajo tenía como objetivo caracterizar los conocimientos del futuro profesor de matemáticas sobre los diferentes significados de la media aritmética. Los resultados muestran que los 22 futuros docentes de la Universidad de Cuenca pueden resolver los problemas sobre la media aritmética; sin embargo, cuando se les pide justificar sus respuestas, se infiere que tienen dificultades para relacionar el tipo de problema propuesto con el significado de la media aritmética determinante para la resolución del problema y aún más para justificar dicha relación.

Dada la importancia que tiene el desarrollo de la competencia matemática de los alumnos en el curriculum ecuatoriano y, más en general, en el curriculum de muchos países, es importante fomentar la reflexión de los futuros profesores sobre los diferentes significados de un objeto matemático, ya que presentar una muestra representativa de esta variedad de significados permite a los alumnos poder resolver una variedad de problemas extra matemáticos (Font, Breda y Seckel, 2017).

■ Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

■ Referencias Bibliográficas

- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.
- Breda, A., y Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-10. Doi: 10.4471/redimat.2016.1955
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, Rio Claro*, 32(60), 255-278.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13, 1893-1918. Doi: 10.12973/eurasia.2017.01207a
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., y Godino, J. D. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-22.
- Calle, E., Breda, A., Font, V. (2020). ¿Qué significado atribuyen a la media aritmética profesores de matemáticas en ejercicio? *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 643-652.

- Davis, B., & Renert, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teacher's disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics Education*, 82(2), pp. 245-265. doi: 10.1007/s10649-012-9424-8
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education Online First*. doi: 10.1007/s11858-012-0425-y.
- Font, V., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1-23.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Pino-Fan, L., Breda, A. (2020). Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos. *Revista Paradigma*, 41(1), 107-129.
- Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2019). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Leavy, A., O'Loughlin, N. (2006). Preservice teachers understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of mathematics teacher education*, 9(1), 53-90.
- Liston, M. (2015). The use of video analysis and the Knowledge Quartet in mathematics teacher education programmes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 1-12. doi:10.1080/0020739X.2014.941423
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- Ministerio de Educación. (2016). Currículo vigente. Quito. Disponible en: << <https://educacion.gob.ec/curriculo/>>>
- OCDE (2017), Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias.
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D., y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123 – 150.
- Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. doi:10.1007/s10857-005-0853-5
- Stahnke, R; Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 48(1), 1-27. doi:10.1007/s11858-016-0775-