

Uso de los Criterios de Idoneidad Didáctica y la metodología Lesson Study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador

Vicenç Font

vfont@ub.edu

<https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Universitat de Barcelona (UB)

Barcelona, España.

Eulalia Calle

eulalia.calle@ucuenca.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0001-9526-8832>

Universidad de Cuenca (UC)

Cuenca, Ecuador.

Adriana Breda

adriana.breda@ub.edu

<https://orcid.org/0000-0002-7764-0511>

Universitat de Barcelona (UB)

Barcelona, España.

Recibido: 21/02/2023 **Aceptado:** 18/03/2023

Resumen

La literatura sobre la formación de profesores ha puesto de manifiesto la importancia de desarrollar su reflexión sobre la práctica. El objetivo de este documento es explicar el uso de la herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica y la metodología Lesson Study en la formación del profesorado de matemáticas en España y el Ecuador. En este documento, primero, se explica brevemente, como referente teórico, estos constructos; después se explica la estructura de los ciclos formativos implementados en programas de formación del profesorado para el aprendizaje y uso de los Criterios de Idoneidad Didáctica para organizar la reflexión del profesorado sobre su práctica en España y en el Ecuador. A continuación, se explica la estructura de los ciclos formativos implementados en programas de formación del profesorado que combinan los Criterios de Idoneidad Didáctica con el Lesson Study. Por último, el documento termina con unas consideraciones sobre la evolución de este constructo.

Palabras-clave: Lesson Study; Criterios de Idoneidad Didáctica; Ciclos Formativos, Ecuador; España.

Use of the Didactic Suitability Criteria and Lesson Study methodology in mathematics teacher training in Spain and Ecuador.

Abstract

The literature on teacher education has highlighted the importance of developing teacher reflection on practice. The objective of this paper is to explain the use of the Didactic Suitability Criteria tool and the Lesson Study methodology in mathematics teacher education in Spain and Ecuador. In this paper, first, we briefly explain, as a theoretical reference, these constructs; then we explain the structure of the training cycles implemented in teacher training programs for the learning and use of the Didactic Suitability Criteria to organize teachers' reflection on their practice in Spain and Ecuador. Next, the structure of the training cycles implemented in teacher

training programs that combine the Didactic Suitability Criteria with the Lesson Study is explained. Finally, the paper concludes with some considerations on the evolution of this construct.

Keywords: Lesson Study; Didactic Suitability Criteria; Training Cycles; Ecuador; Spain.

Utilização dos Critérios de Adequação Didática e da metodologia Lesson Study na formação de professores de matemática na Espanha e no Equador.

Resumo

A literatura sobre formação de professores tem destacado a importância de desenvolver a reflexão dos professores sobre a prática. O objetivo deste trabalho é explicar o uso da ferramenta Critérios de Adequação Didática e a metodologia Lesson Study na formação de professores de matemática na Espanha e no Equador. Neste artigo, primeiro explicamos brevemente, como referencial teórico, estas duas abordagens; depois explicamos a estrutura dos ciclos de formação implementados nos programas de formação docente que visam a aprendizagem e utilização dos Critérios de Adequação Didática para organizar a reflexão dos professores sobre sua prática na Espanha e no Equador. Em seguida, explicamos a estrutura dos ciclos formativos implementados nos programas de formação de professores que combinam os Critérios de Adequação Didática com o Lesson Study. Finalmente, o documento finaliza com algumas considerações sobre a evolução deste construto.

Palavras-chave: Lesson Study; Critérios de Adequação Didática; Ciclos de formação; Equador; Espanha.

Introducción

En Educación Matemática existen varios modelos teóricos que caracterizan los conocimientos y competencias que debería tener un profesor de matemáticas para realizar su tarea docente (entre otros, Blömeke, 2017; Carrillo-Yañez et al., 2018; Godino et al., 2017; Hill et al., 2008). En estos modelos, la reflexión sobre la práctica, entendida como la capacidad del docente para describir e identificar, explicar y valorar factores claves que afectan a los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como tomar decisiones basadas en tales reflexiones, suele considerarse esencial para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza.

Desarrollar la reflexión del profesorado requiere adoptar marcos conceptuales y metodológicos que permitan afrontar este objetivo como son, por ejemplo, el Lesson Study (Hart et al., 2011), Concept Study (Davis, 2008), Professional Noticing (Mason, 2002) o la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica propuesta desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino et al., 2017). En el marco del EOS, la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica se desarrolla mediante el aprendizaje y el uso de la

herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica (CID), la cual se enseña en los programas de formación del profesorado.

Si bien la metodología Lesson Study (LS) no tiene su origen ni en España ni en Latinoamérica, sí que ha impactado en esta comunidad, la cual con sus investigaciones ha contribuido al desarrollo de esta metodología. El LS ha sido reconocido como una potente estrategia para el aprendizaje de los docentes. En particular, se observa un crecimiento del número de manuscritos en revistas y libros publicados en los últimos 25 años en torno a la LS como estrategia en la formación inicial y continua de los docentes.

En el Ecuador se han implementado experiencias de formación de profesores con la metodología de la Lesson Study con vista a la profesionalización docente, por un lado, identificando las preocupaciones que presentan los docentes en el contexto de la educación virtual (Sumba Arévalo, 2022) y, por otro, fomentando el fortalecimiento de la praxis (Ibarra y García, 2019). Además, en el ámbito del LS se ha trabajado en la elaboración de una estrategia didáctica para el fortalecimiento de las habilidades virtuales en el Centro de Apoyo San Vicente de la Universidad Nacional de Educación (Sarmiento Berrezueta et al., 2021).

En España, en la línea de otras investigaciones en diferentes países, se ha combinado la metodología LS como continente, envoltorio o infraestructura - ya que se considera, de acuerdo con Elliott (2012), que se trata de una metodología muy general y con un bajo nivel teórico - con el uso de constructos de algún modelo teórico que serían el contenido. Por ejemplo Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), Lendínez et al, 2023 combinan el LS con la y Hummes (2022) con el EOS, en particular con el constructo CID.

En diferentes investigaciones (Font et al., 2021) sobre los conocimientos y competencias del profesorado de matemáticas se ha comprobado el siguiente fenómeno (*):

- El profesorado de matemáticas utiliza ciertos criterios sobre cómo deben implementarse las clases para que éstas sean de calidad, cada vez mejores, etc. (criterios que orientan la práctica)
- Estos criterios son similares, incluso cuando los profesores son de distintos países, culturas, religiones, nivel educativo, etc. (gozan de un cierto consenso en una parte importante de la comunidad de educación matemática).

- Estos criterios están relacionados con las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (por tanto, tienen relación con los resultados y constructos teóricos generados en el área de la Didáctica de las Matemáticas).

Se trata de tendencias sobre las que hay amplio consenso en el área de la Educación Matemática. Entre otras, tendencia a la presentación de matemáticas contextualizadas; tendencia de tipo metodológico hacia una enseñanza-aprendizaje activa (constructivista); tendencia a la incorporación de las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs); tendencia a dar importancia a la enseñanza de los procesos matemáticos; tendencia a considerar que Saber Matemáticas implica ser competente en su aplicación a contextos extramatemáticos; tendencia a aceptar el principio de Equidad en la Educación Matemática Obligatoria, etc.

Desde la Educación Matemática, diferentes autores han realizados intentos para recopilar criterios para orientar la práctica del profesor para que ésta sea de calidad, óptima, etc. (Hill et al., 2008; Charalambous y Praetorius, 2018; Praetorius y Charalambous, 2018; Prediger et al., 2022). Se trata de una recopilación de criterios que gozan de un amplio consenso en el área de la Educación Matemática. Uno de los enfoques teóricos que ha trabajado en esta línea es el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS), descrito en Godino, Batanero y Font (2007 y 2019), desarrollando la noción de idoneidad didáctica.

En este documento, después de esta introducción, se explica brevemente el constructo teórico Criterios de Idoneidad Didáctica y la metodología Lesson Study. Después se explica la estructura de los ciclos formativos implementados en programas de formación del profesorado para el aprendizaje y uso de los Criterios de Idoneidad Didáctica para organizar la reflexión del profesorado sobre su práctica en España y en el Ecuador. A continuación, se explica la estructura de los ciclos formativos implementados en programas de formación del profesorado que combinan los Criterios de Idoneidad Didáctica con el Lesson Study, según que los participantes conozcan o no los CID. Por último, el documento termina con unas consideraciones sobre la evolución de este constructo.

1. Marco Teórico

En esta sección se explican los dos referentes teóricos de este documento.

1. 1 Criterios de Idoneidad Didáctica

En el sistema teórico que configura el EOS se ha incluido la noción de idoneidad didáctica como criterio sistémico de optimización de un proceso de instrucción matemática. Se define como el grado en que dicho proceso (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno).

Se trata de un constructo multidimensional que se descompone en seis criterios parciales de idoneidad didáctica (CID) (Breda, 2020; Breda et al., 2017): 1) criterio de idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas “buenas matemáticas”; 2) criterio de idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar; 3) criterio de idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; 4) criterio de idoneidad de medios, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; 5) criterio de idoneidad emocional, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los alumnos durante el proceso de instrucción; y, 6) criterio de idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, entre otros.

Los CID para ser operativos se concretan en componentes e indicadores observables que permitan evaluar el grado de idoneidad de cada dimensión del proceso de enseñanza y aprendizaje. Se trata de generar una rúbrica (con criterios, componentes e indicadores) para ayudar a los profesores en la valoración de su práctica y guiar su rediseño, pero que es muy diferente a las guías docentes cuyo propósito es ayudar a los maestros a dar forma a la instrucción y guiar su acción y toma de decisiones (Remillard, 2018), en particular es muy diferente a las guías docentes para el profesor que acompañan a los libros de texto.

Por ejemplo, para la emergencia del componente “Muestra representativa de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar”, primero se remarca que actualmente hay una tendencia a considerar que saber matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a

situaciones de la vida real, y que dicha tendencia, en algunos países, se ha concretado en el diseño de currículums basados en competencias. Se hace hincapié en que la idea de competencia en el fondo pone de relieve que las matemáticas que se enseñan han de ser útiles para resolver problemas en diferentes contextos. Dado que cada problema exige poner en funcionamiento un tipo de significado parcial del objeto matemático diferente, la otra cara de la moneda de la competencia en el uso de este objeto matemático es la enseñanza de sus diferentes significados. Se trata de pasar de un punto de vista ingenuo y optimista, que presupone que el alumno fácilmente realizará la transferencia del conocimiento matemático generado en un solo contexto a otros contextos nuevos y diferentes, a otro punto de vista más prudente en el que, si bien se considera que la posibilidad de transferencia creativa se puede dar, se asume que, sin un trabajo sobre una muestra representativa de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar y la articulación y conexión de los componentes de dicha complejidad, es difícil que se pueda aplicar el objeto matemático a diferentes contextos (Calle et al.; 2021; Calle et al., 2022; Calle et al., 2023; Font et al., 2017b).

De esta manera, cada CID se va desglosando en componentes (Cuadro 1) e indicadores (ver Breda et al., 2017), lo cual hace posible que este constructo sea aplicable para valorar la idoneidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Sánchez, Font y Breda, 2022; Godino, 2013).

Cuadro 1 – Componentes de los Criterios de Idoneidad Didáctica

Criterio	Componentes
Epistémico	<ul style="list-style-type: none"> • Errores; ambigüedades; riqueza de procesos; representatividad de la complejidad del objeto matemático.
Cognitivo	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos previos; Adaptación curricular a las diferencias individuales; Aprendizaje; Alta demanda cognitiva.
Interaccional	<ul style="list-style-type: none"> • Interacción docente - estudiante; Interacción de estudiantes; Autonomía; Evaluación formativa.
Mediacional	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos materiales; N.º de estudiantes, distribución y condiciones de aula; tiempo.
Afectivo	<ul style="list-style-type: none"> • Intereses y necesidades; Actitudes; Emociones.

- Adaptación del currículo; Conexiones intra e interdisciplinares; Utilidad sociolaboral; Innovación didáctica.

Fuente: Morales-López y Font (2019).

En diferentes investigaciones (por ejemplo, Breda, 2020) el fenómeno (*), comentado en la introducción se ha refinado de la siguiente manera (fenómeno **):

- El profesorado de matemáticas utiliza ciertos criterios sobre cómo deben implementarse las clases para que éstas sean de calidad, cada vez mejores, etc. (*criterios que orientan la práctica*)
- Estos criterios son similares, incluso cuando los profesores son de distintos países, culturas, religiones, nivel educativo, etc. (*gozan de un cierto consenso en una parte importante de la comunidad matemática*).
- Estos criterios están relacionados con las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (*por tanto, tienen relación con los resultados y constructos teóricos generados en el área de la Educación Matemática*).
- Estos criterios se pueden reinterpretar en términos de los CID (criterios, componentes e indicadores).

El motivo por el cual los criterios de idoneidad didáctica se infieren en el discurso de los profesores, cuando estos tienen que justificar que sus propuestas representaban una mejora, sin haberseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión, se puede explicar por los orígenes del constructo ya que estos criterios, sus componentes e indicadores se han seleccionado a partir de la condición de que debían de contar con un cierto consenso en el área de la Educación Matemática, aunque fuese local. Por tanto, una explicación plausible de que los criterios que se puedan inferir en el discurso del profesor se puedan reinterpretar en términos de los CID es que reflejan consensos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas ampliamente asumidos en la comunidad de educadores matemáticos; y es plausible pensar que el uso implícito que hace el profesor de ellos se debe a su formación y experiencia previa, la cual le hace partícipe de dichos consensos. Ahora bien, otra explicación también plausible es que el profesor que utiliza estos criterios, al no haber participado en el proceso de generación de los consensos que los soportan, los asuma simplemente porque se le presentan como algo naturalizado e incuestionable.

Tanto los componentes como los indicadores de los CID se han confeccionado teniendo en cuenta las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas, los principios del NCTM (2000) y los resultados de la investigación en el área de la Educación Matemática que cuentan con un amplio consenso en la comunidad; por ejemplo, para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta el siguiente resultado de la investigación en Educación Matemática: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad. De este resultado se deriva un componente (representatividad de la complejidad de la noción que se va a enseñar) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta la complejidad matemática del objeto a enseñar como una orientación que los profesores deben seguir en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas.

Los criterios de idoneidad se consideran como normas que son principios, en lugar de normas que son reglas. Es decir, los criterios de idoneidad si bien son normas, no son reglas que operan de la manera todo o nada (se aplican o no se aplican, se siguen o no se siguen). En el caso de un conflicto entre dos reglas, la colisión se suele resolver de diferentes maneras: mediante una nueva regla que da preferencia a la regla dictada por la autoridad más superior, a la regla dictada más recientemente o alguna otra. En contraste, los principios tienen un aspecto de peso o importancia que las reglas no tienen, de modo que los conflictos entre principios se resuelven por *peso*. Dicho de otra manera, los criterios de idoneidad, en tanto que principios, no son binarios, son graduales. Por tanto, el mayor peso dado a algunos principios en función del contexto inclina las decisiones en una dirección; ahora bien, los principios con menor peso sobreviven intactos aun cuando no prevalezcan, lo cual permite darles más peso en un rediseño del proceso de enseñanza y aprendizaje de cara a una implementación futura más equilibrada. Es decir, la aplicación, priorización, relegación etc., de dichos criterios depende del contexto institucional en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje, y del criterio pedagógico y didáctico del profesor que los debe tener en cuenta. De esta manera, la idoneidad se puede entender como la calidad relativizada y condicionada por el contexto y el juicio del profesor.

El hecho de que suceda el fenómeno (***) es la base para el diseño de los ciclos formativos que pretenden enseñar el uso de los CID. Estos ciclos se basan en la suposición de que los CID funcionan como regularidades en el discurso de los profesores, cuando tienen que diseñar o bien valorar secuencias didácticas orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza

y aprendizaje de las matemáticas, incluso sin haberse enseñado a los futuros profesores el uso de esta herramienta para guiar su reflexión. Por tanto, se supone que, en las fases iniciales de estos dispositivos formativos, los participantes formulan y usan de manera implícita algunos indicadores y componentes de los CID. En la sección siguientes se explican brevemente algunos de estos ciclos.

1.2 Lesson Study

El LS surgió en Japón como una metodología de trabajo docente apoyada en actitudes investigativas y prácticas colaborativas entre profesores, que, al mismo tiempo, busca mejorar el aprendizaje de los estudiantes, la mejora de la práctica docente y el desarrollo profesional de los profesores. Consiste básicamente en el diseño colaborativo y detallado de una clase, de su implementación y observación directa en el aula, y de un análisis conjunto posterior (Fernández y Yoshida, 2004; Hart et al., 2011).

La idea es que un grupo de profesores y especialistas si reúne con una problemática en común sobre el aprendizaje de sus alumnos, planeen una lección para que los alumnos aprendan, y, por último, examinen y discutan lo que ellos observan en dicha implementación. A través de múltiples interacciones de este proceso, los profesores tienen muchas oportunidades para discutir el aprendizaje de los alumnos y cómo la enseñanza incide sobre dicho aprendizaje.

De la revisión de la literatura se infiere que existen diferentes modelos de ciclos de LS. Un ciclo realizado en Japón, por ejemplo, considera las siguientes etapas:

- 1) Planificación de la clase: un grupo de profesores elige los temas a desarrollar; establece los objetivos para los aprendizajes y el desarrollo de los alumnos; elige el material didáctico; y apunta las expectativas sobre posibles respuestas y el comportamiento de los estudiantes frente a las cuestiones propuestas.
- 2) Realización y observación de la clase: un profesor comparte su clase mientras los demás observan y registran el proceso de enseñanza y aprendizaje. La participación de los otros miembros del grupo es activa en cada etapa de resolución de las cuestiones propuestas, desde la comprensión del problema, el establecimiento de estrategias y análisis de la resolución, estimulando el cuestionamiento y el descubrimiento de los estudiantes.
- 3) Reflexión conjunta sobre los datos registrados: después de la clase, los profesores (observados y observadores) se reúnen para evaluar los procesos de enseñanza

observados, reflexionando sobre las actitudes y aprendizajes de los alumnos y del profesor durante la clase. El grupo hace un análisis de la clase, teniendo en cuenta sus perspectivas, tanto de enseñanza y del área en sí.

- 4) Rediseño: a partir de las discusiones realizadas en la etapa anterior el plan de clase es reestructurado. Se aplica en otra clase y se inicia un nuevo ciclo.

Para cada etapa del ciclo, existen algunos criterios que deben ser considerados para que se lleve a cabo el desarrollo de un ciclo completo de LS (Hurd y Lewis, 2011; Lim-Ratnam, 2013).

2. Ciclos formativos para la enseñanza y el uso de los CID en España y en el Ecuador

Hemos encontrado el uso de los CID en diferentes investigaciones en las que 1) no hay una intención de enseñar esta noción a los profesores para organizar la reflexión sobre su práctica, sólo se usa como herramienta analítica para categorizar los datos de la investigación (Moreira, Gusmão y Font, 2018; Morales y Font, 2019; Breda, 2020); y 2) como contenido a explicar para organizar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, con el objetivo de desarrollar la competencia de valoración de la idoneidad didáctica, en diferentes grados y postgrados. Por ejemplo, en Beltrán y Giacomone (2018) se describe el diseño, implementación y evaluación de una intervención formativa en un curso virtual de posgrado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada orientado al desarrollo profesional de investigadores y profesores. El objetivo del diseño era iniciar a los participantes en el desarrollo de la competencia de reflexión sobre la práctica docente, aplicando la noción de idoneidad didáctica como herramienta teórica y metodológica.

En este trabajo comentaremos brevemente algunos de estos ciclos formativos: un máster de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en España y un máster de formación de profesores de secundaria en servicio en Ecuador.

En el Máster de Formación del Profesorado de Secundaria de Ecuador (especialidad de Matemáticas) impartido conjuntamente por la Universidad de Barcelona (2015-2016) y la Universidad Nacional de Educación de Ecuador (edición 2017-2018), el uso de los criterios de idoneidad didáctica ha tenido un papel relevante, ya que son un contenido a enseñar con el

objetivo de que sean usados como pauta para organizar la propia práctica. El ciclo formativo implementado es una adaptación de otro ciclo formativo implementado por primera vez, como se documenta en Rubio (2012), con profesores en formación del Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona y después rediseñado para la formación de futuros profesores de primaria de Chile, tal como se explica en Seckel (2016). Dicho ciclo se distribuye en dos asignaturas: Innovación e investigación sobre la propia práctica y Trabajo Fin de Máster (TFM), de acuerdo con la siguiente secuencia:

- a) Análisis de casos (sin teoría). Se propone a los alumnos la lectura y análisis de episodios de clase para que hagan un análisis a partir de sus conocimientos previos.
- b) Emergencia de los tipos de análisis didácticos propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemáticos (EOS). La puesta en común de los análisis realizada por los diferentes grupos permite observar como el gran grupo contempla los diferentes tipos de análisis didácticos propuestos por el EOS, aunque cada grupo sólo contemple alguno de ellos.
- c) Tendencias en la enseñanza de las matemáticas. El episodio analizado se ha seleccionado de manera que los asistentes apliquen de manera implícita alguna de las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas. Seguidamente se hace observar a los asistentes que han utilizado esta tendencia de manera implícita. A continuación, el profesor hace un resumen de las principales tendencias en la enseñanza de las matemáticas.
- d) Teoría (criterios de idoneidad). Se explican elementos teóricos a los alumnos, en concreto se les explican los CID propuestos en el EOS (epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico).
- e) Lectura y comentario de partes de algunos TFM de cursos anteriores, en los que los futuros profesores de cursos anteriores utilizaron los CID para valorar la unidad didáctica que implementaron.

En las asignaturas de Prácticas y Trabajo Final de Máster los alumnos utilizarán los CID para valorar su propia práctica, en concreto la secuencia de tareas que han diseñado e implementado. Tienen que hacer un rediseño y mejorar algunos de los aspectos que la valoración realizada indica que se deben y pueden mejorar.

En estos dos programas de formación se han diseñado e implementado ciclos formativos en la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas para el aprendizaje y uso de los CID como herramienta para guiar la reflexión del profesorado en el diseño y en el rediseño de secuencias didácticas (Alcaraz et al., 2022; Esqué y Breda, 2021; Font et al., 2017a; Ledezma et al., 2021; Calle et al., 2023); este uso ha conllevado una simplificación de los indicadores y componentes de los CID para su adaptación a procesos de formación, esta propuesta simplificada es la que se ha explicado en la sección 1.1 de este documento.

En el Ecuador también hay que resaltar la investigación descrita en Calle (2023) sobre el desarrollo de ciclos formativos para el aprendizaje y uso del componente “Muestra representativa de la complejidad del objeto matemático a enseñar” en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas en el Ecuador.

3. Uso combinado del Lesson Study y los Criterios de Idoneidad Didáctica para desarrollar la reflexión del profesor

El diseño de los ciclos formativos que pretenden enseñar el uso de los CID se basa en la suposición de que los CID funcionan como regularidades en el discurso de los profesores, cuando estos tienen que diseñar y/o valorar secuencias didácticas orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, incluso sin haberse enseñado a los futuros profesores el uso de esta herramienta para guiar su reflexión. Por tanto, se supone que, en las fases iniciales de estos ciclos formativos, los participantes formulan y usan de manera implícita algunos indicadores y componentes de los CID. Esta suposición ha funcionado como una regularidad en las diversas experiencias realizadas para enseñar los CID, pero en ellas se ha hecho evidente que esta fase inicial de reflexión no pautada es relativamente corta y que sería conveniente que fuese más amplia. Por otra parte, la metodología de los Lesson Study (LS), en cierta manera, se puede considerar como una fase de reflexión poco pautada y muy amplia que está orientada a la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por tanto, es de esperar que, en la fase de planificación, en la de observación, en la de reflexión y en la de rediseño orientada a la mejora, los participantes usen de manera implícita muchos de los indicadores y componentes de los CID para hacer valoraciones positivas de algunos aspectos de la experiencia realizada. Por tanto, en una experiencia de LS van a surgir consensos implícitos entre los participantes sobre aspectos que se valoran positivamente, los cuales se pueden

reinterpretar en términos de indicadores y componentes de los CID, tal como se evidencia en Hummes et al. (2022a; 2022b).

Dicho de otra manera, la metodología LS se puede convertir en un tipo de dispositivo de formación que favorece que algunos de los indicadores y componentes de los CID surjan como consensos de la reflexión del grupo de profesores, lo cual da pie a la ampliación del LS con un ciclo formativo que introduzca los indicadores, componentes y Criterios de Idoneidad Didáctica (tal como se hace en las experiencias de formación comentadas anteriormente).

Los dispositivos formativos que pretenden enseñar los CID también parten de la suposición de que éstos pueden ser enseñados como herramienta para organizar la reflexión del profesor y, por tanto, la mayor parte del ciclo formativo se dedica a implementar un proceso de enseñanza y aprendizaje de estas nociones con los participantes. En cambio, en los LS no se realiza este proceso de generación de una pauta organizada en criterios, componentes e indicadores como herramienta para organizar la reflexión. Por tanto, si la metodología LS puede ser muy útil para mejorar la fase inicial de la metodología de enseñanza de los CID, esta última puede ser una ampliación de la metodología LS para generar una pauta para organizar la reflexión del profesor.

En Hummes et al. (2019) y Hummes (2022) se analiza en qué medida un ciclo formativo basado en el LS y los CID promueve la reflexión de profesores de matemáticas en ejercicio sobre el diseño, implementación, evaluación y rediseño de secuencias de tareas. En particular, se buscaba desarrollar la competencia de valoración de la idoneidad didáctica. Para ello, se diseñó e implementó un ciclo formativo que combinaba ambas metodologías. La estructura del ciclo formativo que permite combinar el LS con los CID es la siguiente: 1) Primera etapa: Lesson Study; 2) Segunda etapa: Hacer observar a los participantes que en la fase del LS han usado de manera explícita o implícita algunos de los componentes e indicadores de los CID; 3) Tercera etapa: Enseñanza de los CID y 4) Cuarta etapa: Uso de los CID como herramienta metodológica que permite organizar y mejorar la reflexión realizada en la fase del LS, lo cual repercute en mejores propuestas de rediseño de la secuencia de tareas confeccionada en el LS.

Una propuesta diferente a la se acaba de comentar es la que realiza un LS con profesores o futuros profesores que ya conocen los CID (Ledezma et al., 2022; Sol et al., en prensa). Por ejemplo, en Sol et al. (en prensa), en el marco de una experiencia de LS de este tipo, en la que los participantes conocen y utilizan el constructo CID en las diferentes fases del ciclo de LS

(cada una constituida por diferentes sesiones), los profesores utilizan los CID para diseñar la unidad didáctica sobre funciones. Por ejemplo, en la revisión del currículo, el criterio epistémico se usa al analizar los procesos contemplados en el libro de texto; el cognitivo, para definir los conocimientos previos que se evaluarían en el examen diagnóstico; el criterio afectivo, para evitar el rechazo de los alumnos a las matemáticas al resolver los problemas; el criterio interaccional para considerar el tipo de interacción que se da en la clase, etc.

En este tipo de LS se puede investigar el papel que juegan los CID en la argumentación práctica del profesor para justificar realizar una acción (o no). Es decir, es un dispositivo adecuado para analizar el uso de los CID en la argumentación práctica que sustenta los acuerdos que surgen en la sesión en la cual se seleccionaron los problemas para la introducción del objeto matemático a enseñar. Para ello, primero se identifican episodios de argumentación práctica (Lewiński, 2018) en la discusión del grupo, y, luego, se analizan utilizando el modelo ideal considerado en Pragma-dialéctica (Emmeren & Grootendorst, 2003) y el modelo de Toulmin (2003) como referencia teórica.

4. Consideraciones finales

La herramienta CID ha evolucionado por diferentes fases hasta convertirse en una herramienta muy potente para analizar y desarrollar la reflexión del profesorado sobre su propia práctica, cuando esta se orienta a la mejora del proceso de instrucción. En una primera fase aparece como una propuesta teórica en el marco del EOS (Godino et al., 2007; Breda et al., 2018), en una segunda fase, en varias investigaciones se usan de los CID como categorías a priori para inferir criterios que orientan la práctica del profesor. En una tercera fase se diseñan e implementan ciclos formativos en la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas para el aprendizaje y uso de los CID como herramienta para guiar la reflexión del profesorado en el diseño y en el rediseño de secuencias didácticas (Alcaraz et al., Esqué y Breda, 2021; Font et al., 2017a; Ledezma et al., 2021; Calle et al. 2023), y en esta fase surge la propuesta de ciclos formativos que combinan los CID con el LS. En una cuarta fase, diferentes investigadores se sitúan como observadores externos e intentan evaluar/medir la idoneidad de un proceso de instrucción (entendido en sentido amplio, es decir incluye los libros de texto como procesos de instrucción hipotéticos) que no ha sido impartido por ellos (por ejemplo, García-Marimón et al. 2021). En una quinta etapa interesa analizar el papel que juegan los CID en la

argumentación práctica del profesor para justificar realizar una acción (o no) (Ledesma et al., 2022; Sol et al., en prensa), siendo los ciclos formativos que combinan los CID y el LS un marco privilegiado para ello.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y por “FEDER Una manera de hacer Europa”.

Referencias

- Alcaraz, D., Breda, A. y Sala, G. (2022). Valoração de uma unidade didática sobre sistemas de equações lineares: um trabalho de reflexão sistematizada sobre a própria prática. En Emanuella Silveira Vasconcelos; João Francisco Staffa da Costa; Valderez Marina do Rosário Lima. (Org.). **O entrelaçar das pesquisas com as práticas pedagógicas: notas sobre o ensino de Ciências da Natureza e da Matemática na Educação Básica** (pp. 261-281). Porto Alegre: EDIPUCRS.
- Beltrán-Pellicer, P. & Giacomone, B. (2018). Desarrollando la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en un curso de postgrado mediante la discusión de una experiencia de enseñanza. **REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, 7(2), 111-133. <http://hipatiapress.com/hpjournals/index.php/redimat/article/view/2516/pdf>
- Blömeke, S. (2017). Modelling teachers' professional competence as a multi-dimensional construct, in Guerriero, S. (ed.), **Pedagogical Knowledge and the Changing Nature of the Teaching Profession**, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264270695-7-en>.
- Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. **Bolema**, 34(66), 69-88. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a04>
- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. R., (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica, **Bolema**, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Calle, E. C. (2023). **Reflexión en la formación de profesores de matemáticas de Ecuador sobre la complejidad de los objetos matemáticos a enseñar** (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.

- Calle, E. C., Breda, A., y Font, V. (2021). Reflection on the complexity of mathematical items in initial teacher education. **Journal of Higher Education Theory and Practice**, **21**, 197-214. <https://doi.org/10.33423/jhetp.v21i13.4801>
- Calle, E., Breda, A., y Font, V. (2022). La complejidad de la noción a enseñar en la valoración de la práctica preprofesional de futuros profesores de matemáticas ecuatorianos. **Journal of Research in Mathematics Education**, **11**(3), 218-249. <https://doi.org/10.17583/redimat.10986>
- Calle, E., Breda, A. y Font, V. (2023). Significados parciales del teorema de Pitágoras usados por profesores en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua, **Uniciencia**, **37**(1), 1-23. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.1>
- Charalambous, C. Y., y Praetorius, A. K. (2018). Studying instructional quality in mathematics through different lenses: In search of common ground. **ZDM Mathematics Education**, **50**(3), 355-366.
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, **20**(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. **Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM)**, **14**(2), 86-91.
- Elliott, J. (2012). Developing a science of teaching through lesson study. **International Journal for Lesson and Learning Studies**, **1**(2), 108-125. <https://doi.org/10.1108/20468251211224163>
- Eemeren, F., y Grootendorst, R. (2003). **A Systematic Theory of Argumentation: The pragma-dialectical approach**. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511616389>
- Esqué, D. y Breda, A. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta idoneidad didáctica. **Uniciencia**, **35**(1), 38-54. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). **Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning**. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Font, V., Breda, A., Diez-Palomar, J. y Seckel, M. J. (2021). Un currículum por competencias en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En M. A. Campos Hernández. (Ed.). **Representaciones, conocimientos y prácticas curriculares en Educación Matemática** (237-271). Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

- Font, V., Breda, A. y Pino-Fan, L. (2017). Análisis didáctico en un trabajo de fin de máster de un futuro profesor. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XXI** (pp. 247-256). Zaragoza: SEIEM.
- Font, V., Breda, A., y Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuándo estos se aplican a distintos contextos. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia**, **10**(2), 1-23. <https://doi.org/10.3895/rbect.v10n2.5981>
- García-Marimón, O., Morales-Maure, L., Diez-Palomar, J. y Durán-González, R. E. (2021). Evaluación de secuencias de aprendizaje de matemáticas usando la herramienta de los Criterios de Idoneidad Didáctica. **Bolema** **35**(70), 1047-1072. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a23>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, **11**, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C, y Font, V. (2019), The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics, **For the Learning of Mathematics**, **39**(1), 38-43.
- Godino, J. D., Batanero, C, y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education, **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, **39**(1), 127-135.
- Godino, J. D.; Giacomone, B.; Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. **Bolema**, **31**(57), 90-113.
- Hart, L. C., Alston, A. S. y Murata, A. (Eds). (2011). **Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together**. Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. **Cognition and Instruction**, **26**(4), 430–511.
- Hummes. (2022). **Uso combinado del Lesson Study y de los Criterios de Idoneidad Didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas**. (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.
- Hummes, V., Breda, A. y Font, V. (2022a). El desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas: una mirada desde el Lesson Study y los criterios de idoneidad didáctica. En J. G. Lugo-Armenta, L. R. Pino-Fan, M. Pochulu, y W. F. Castro (Eds.). **Enfoque onto-semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: Investigaciones y desarrollos en América Latina** (pp. 221-241). Osorno: Ulagos.

- Hummes, V., Breda, A. y Font, V. (2022b). Critérios de adequação didática implícitos na reflexão de professores quando planejam, implementam e redesenham uma aula em uma experiência de **Lesson Study**. En. A. Richit, J. P. da Ponte, E. S. Gómez (Eds), **Lesson Study na formação inicial e continuada de professores** (53-88). São Paulo: Livraria da Física.
- Hummes, V. B., Font, V., Breda, A. (2019). Uso Combinado del Estudio de Clases y la Idoneidad Didáctica para el Desarrollo de la Reflexión sobre la Propia Práctica en la Formación de Profesores de Matemáticas. **Acta Scientiae**, **21**(1), 64-82. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968>
- Hurd, J. y Lewis, C. (2011). **Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction**. EUA: Heinemann Educational Books.
- Ibarra, S. D. M., y García, Y. A. M. (2019). La metodología de la Lesson Study en el proceso enseñanza aprendizaje universitario. Una experiencia en el Centro de Apoyo San Vicente UNAE-Manabí. **Mamakuna**, **11**, 28-35.
- Ledezma, C., Sala, G., Breda, A. y Sánchez, A. (2021). Analysis of a preservice teacher's reflection on the role of mathematical modelling in his master's thesis. En M. Inprasitha, N. Changsri y N. Boonsena (Eds.), **Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 3, pp. 195-204). PME.
- Ledezma, C., Sol, T., Sala-Sebastià, G., y Font, V. (2022). Knowledge and Beliefs on Mathematical Modelling Inferred in the Argumentation of a Prospective Teacher When Reflecting on the Incorporation of This Process in His Lessons. **Mathematics**, **10**(18), 3339. <https://doi.org/10.3390/math10183339>
- Lendínez, E., García, F. J. y Lerma, A. (2020). Propuesta de un proceso de estudio de clases para la formación inicial del profesorado de Educación Infantil desde el paradigma del cuestionamiento del mundo. **Educação Matemática Pesquisa**, **22**(4), 694-710
- Lewiński, M. (2018). Practical argumentation in the making: Discursive construction of reasons for action. In S. Oswald, T. Herman, & J. Jacquin (Eds.) **Argumentation and language: Linguistic, cognitive and discursive explorations** (pp. 219–241). Argumentation Library, vol 32. Springer, Cham https://doi.org/10.1007/978-3-319-73972-4_10
- Lim-Ratnam, C. (2013). Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction. **International Journal for Lesson and Learning Studies**, **2**(3), 304-306.
- Mason, J. (2002). **Researching your own practice. The discipline of noticing**. London: Routledge-Falmer.
- Morales-López, Y. y Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. **Educação e Pesquisa**, **45**, 1-20. <http://www.scielo.br/pdf/ep/v45/1517-9702-ep-45-e189468.pdf>
- Morales-Maure, L. (2019). **Competencia de Análisis e Intervención Didáctica del Docente de Primaria en Panamá** (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.

- Morales-Maure, L., Durán-González, R., Pérez-Maya, C., y Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. **Inclusiones**, **6**(2), 142-162.
- Moreira, C. B., Gusmão, T. C. R. S., y Font, V. (2018). Tarefas Matemáticas para o Desenvolvimento da Percepção de Espaço na Educação Infantil: potencialidades e limites. **Bolema**, **32**(60), 231-254.
- NCTM. (2000). **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM
- Praetorius, A. K. y Charalambous, C.Y. (2018). Classroom observation frameworks for studying instructional quality: looking back and looking forward. **ZDM Mathematics Education**, **50**, 535–553. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0946-0>
- Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., y Selter, C. (2022) Five principles for high-quality mathematics teaching: Combining normative, epistemological, empirical, and pragmatic perspectives for specifying the content of professional development. **Frontiers in Education**, **7**, 969212. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212>
- Remillard, J. T. (2018). Examining teachers' interactions with curriculum resource to uncover pedagogical design capacity. En L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat, y J. Visnovska (Eds.), **Research on mathematics textbooks and teachers' resources** (pp. 69-88). Cham, Suiza: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_4
- Rubio, N. (2012). **Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático**. (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.
- Sánchez, A., Font, V. y Breda, A. (2022). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers' creativity. **Mathematics Education Research Journal**, **34**, 863–885, <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00367-w>
- Sarmiento Berrezueta, S. M., García Gallegos, K. H., & Pozo Domínguez, O. E. (2021). Implementación de la metodología Lesson Study en el centro de apoyo San Vicente de Ecuador. **Revista Universidad y Sociedad**, **13**(5), 376-388.
- Seckel, M. J. (2016). **Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática** (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.
- Sol, T., Breda, A., Sánchez, A., Sala-Sebastià, G. y Font, V. (en prensa). Criterios de idoneidad didáctica en la argumentación práctica docente al seleccionar problemas para introducir el concepto de función. **Investigación en Educación Matemática XXVI**.
- Sumba Arévalo, V. M. (2022). La Formación de docentes en ejercicio a través de la Lesson Study: preocupaciones en una realidad compleja. **Praxis educativa**, **26**(1), 175-175.
- Toulmin, S. (2003). **The uses of argument** (2nd ed.). Cambridge University Press. (Original work published 1954).

Autores

Vicenç Font

Licenciatura en Ciencias (Sección Matemáticas), Universitat Autònoma de Barcelona
Grado de Licenciatura, Universitat Autònoma de Barcelona
Doctorado en Filosofía y Ciencias de la Educación, Universitat de Barcelona
Profesor Titular en la Universitat de Barcelona
Didáctica de las matemáticas y formación del profesorado en STEM e
interdisciplinariedad (2021 SGR 00360).
Línea de investigación en formación de profesorado
vfont@ub.edu
<https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Eulalia Calle

Licenciatura en Matemáticas y Física por la Universidad de Cuenca.
Maestría en Didáctica y Currículo para la Educación Superior por la Universidad Técnica de
Ambato.
Maestría en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Cuenca.
Doctorado en Didáctica de las Ciencias, las Lenguas, las Artes y las Humanidades por la
Universitat de Barcelona.
Profesora e investigadora en la Universidad de Cuenca.
Línea de investigación en formación de profesorado.
eulalia.calle@ucuenca.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-9526-8832>

Adriana Breda

Licenciatura en Matemáticas y Ciencias Actuariales por la Universidade Federal do Rio
Grande do Sul.
Maestría en Educación en Ciencias y Matemáticas por la Pontificia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul.
Doctorado en Educación en Ciencias y Matemáticas por la Pontificia Universidade
Católica do Rio Grande do Sul.
Profesora e investigadora en la Universitat de Barcelona
Didáctica de las matemáticas y formación del profesorado en STEM e
interdisciplinariedad (2021 SGR 00360).
Línea de investigación en formación de profesorado.
adriana.breda@ub.edu
<https://orcid.org/0000-0002-7764-0511>

Como citar o artigo:

FONT, V.; CALLE, E.; BREDA, A. Uso de Los Criterios de idoneidad Didáctica y la metodología Lesson Study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador. **Revista Paradigma**, Vol. XLIV, Edición Temática Estudio de Clases: Contribuciones de la educación japonesa en diferentes países, mayo de 2023 / 378 – 397 . DOI: 10.37618