

La aplicación del análisis inverso de deslizamientos como herramienta para la determinación de los parámetros geomecánicos del suelo

Jaime Bojorque Iñiguez

Facultad de Ingeniería, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril s/n, Cuenca, Ecuador

E-mail: jaime.bojorque@ucuenca.edu.ec

Fecha de recepción: 19 de septiembre/2010 - Fecha de aceptación: 25 de octubre 2010

RESUMEN

Un deslizamiento de tierra puede ser considerado como un ensayo de campo a gran escala, donde el análisis a posteriori o modelación inversa proporciona directamente los parámetros geomecánicos del suelo. Por otra parte, se evita la necesidad de obtener una muestra representativa en campo para realizar los ensayos de laboratorio. En el presente manuscrito se propone un procedimiento numérico para el análisis a posteriori de deslizamientos, que combina el método de los elementos finitos con técnicas de optimización. Se emplearon los algoritmos de optimización no lineal de mínimos cuadrados denominado (NLLS) y el de minimizadores locales combinados (CLM). Un ejemplo ilustrativo es desarrollado considerando un talud simple y homogéneo. Los resultados obtenidos demuestran que el algoritmo implementado es eficiente y robusto, capaz de determinar adecuadamente las propiedades geomecánicas del suelo a posteriori de un deslizamiento. Este método supera muchas de las limitaciones e incertidumbres presentes en la determinación de los parámetros geomecánicos obtenidos a través de ensayos en el laboratorio o de pruebas in situ. Parámetros geomecánicos calculados mediante el presente algoritmo puede ser utilizados confiablemente para el análisis de la estabilidad de laderas con similares características o laderas que estén ubicadas en la misma zona de estudio.

Palabras clave: Modelización inversa, análisis a posteriori, elementos finitos, optimización, deslizamientos.

ABSTRACT

A landslide can be considered as a large-scale field test, where back analysis or inverse modeling directly provides the soil strength parameters. Moreover, the necessity for determining a representative sample for the testing is avoided. A new method of determining soil parameters from back analysis of slope failures is presented in this paper, based on combining finite element analysis and optimization techniques. The optimization algorithms used in this study are the NonLinear Least Squares (NLLS) and the Coupled Local Minimizers (CLM). An illustrative example is presented, considering a simple homogenous slope. The results of the analysis show that the proposed technique is efficient to determining soil parameters from slope failures by retaining the advantages of finite element slope stability analysis. This process helps to overcome some limitations and uncertainties in the use of laboratory and in-situ tests. Generally, the errors involved in the back analysis of a slope failure will cancel out by applying the back analyzed shear strength in further analyses of new slopes in the same region. The back calculated values can also be efficiently used to analyze the stability of other slopes with similar characteristics.

Key words: Inverse modeling, back-analysis, finite element method, optimization, landslides.

1. INTRODUCCIÓN

Los parámetros de resistencia al corte de los suelos, cohesión c y ángulo de fricción ϕ , pueden ser determinados con mayor confiabilidad a partir de la aplicación del análisis a posteriori (inverso) una vez ocurrido un deslizamiento. Estos parámetros, así obtenidos, son más representativos que aquellos obtenidos de pruebas de laboratorio o ensayos in situ, especialmente cuando se prevé la implementación de medidas de mitigación o corrección (Duncan y Stark, 1992; Greco, 1992). Los valores obtenidos del análisis a posteriori pueden ser empleados para el análisis de la estabilidad en pendientes que poseen características similares o que están ubicadas en la misma región.

Un deslizamiento puede ser considerado como una prueba de campo a gran escala, donde el análisis inverso es un procedimiento útil para estimar directamente los parámetros del suelo a lo largo de la superficie de falla. Este proceso ayuda a superar algunas de las limitaciones e incertidumbres presentes en el empleo de muestras de laboratorio necesarias para obtener los parámetros del suelo. Por otra parte, la necesidad de obtener una muestra representativa para realizar estos ensayos se evita. Los parámetros determinados por el análisis inverso consideran la influencia de la estructura del suelo, la heterogeneidad, la existencia de fisuras, las superficies de fallo pre-existentes, y las cargas a largo plazo (Tang y col., 1999). A pesar de las varias ventajas de la aplicación del análisis a posteriori para la determinación de la resistencia al corte, aspectos tales como las presiones de poros en el momento del fallo, en la mayoría de casos, son desconocidas influyendo en los resultados (Leroueil, 2001). Adicionalmente, la geometría tridimensional de la mayoría de los deslizamientos no es considerada resultando en una sobreestimación de los parámetros de resistencia (Hung, 1987; Gens y col., 1988). Al no considerar los efectos tridimensionales se determinarán parámetros resistentes más altos, y si estos valores son empleados en un análisis posterior, los resultados podrían ser inseguros.

En un análisis a posteriori tradicional, empleado el Método de Equilibrio Limite (MEL), con el criterio de falla de Mohr-Coulomb con parámetros c y ϕ , el proceso más simple para determinar las propiedades del suelo consiste en suponer un valor de $c = 0$, sin embargo, ensayos de laboratorio y/o pruebas in situ pueden orientar esta selección, especialmente en el caso de deslizamientos primarios (primera falla). Cuando un valor de la cohesión diferente de cero es previsto, el procedimiento, comúnmente empleado, es asumir el valor de solo un parámetro, ya sea la cohesión o el ángulo de fricción, y calcular el otro parámetro mediante la imposición de un factor de seguridad igual a la unidad (Duncan y Wright 2005). En este proceso, la geometría de la superficie de falla no es considerada, por lo tanto, este proceso podría determinar una superficie de falla que no es coherente con el mecanismo de falla real.

Un segundo enfoque consiste en utilizar la geometría de la superficie de falla para determinar los parámetros de resistencia. Este proceso se basa en el hecho de que para un factor de seguridad igual a la unidad, cada combinación c - ϕ producirá una única ubicación de la superficie de falla crítica (Wesley y Leelaratanam, 2001, Jiang y Yamagami, 2006). Como resultado de ello, mediante la comparación de la superficie de falla real con respecto a las determinadas a partir del análisis, es posible calcular los parámetros de resistencia que mejor representen la falla. Sin embargo, este proceso no determina una única combinación de los parámetros c - ϕ , debido a que varias combinaciones de estos parámetros podrían dar una misma superficie de falla. Por ejemplo, manteniendo la relación $c/\tan(\phi)$ constante, la ubicación donde la superficie de falla crítica se genera, será siempre la misma.

A pesar que el MEL se apoyan en supuestos tales como: la forma y la ubicación de la superficie de falla deben ser asumidos, el empleo de un factor de seguridad constante, la representación de las fuerzas interdovelas, el uso de procedimientos iterativos (Ashford y Sitar, 2001; Potts, 2003; Zheng, y col., 2005), hasta la fecha, el análisis a posteriori de deslizamientos se ha realizado utilizando el MEL. El Método de los Elementos Finitos (MEF), elimina estas imposiciones críticas y es más flexible al poder considerar diferentes características de las pendientes y geometrías complejas. Por lo tanto, un procedimiento numérico se propone en este manuscrito para el análisis a posteriori de deslizamientos combinando el método de los elementos finitos con técnicas de optimización. Primeramente, se describe el proceso de optimización, en el cual la matriz de sensibilidad se calcula con incrementos

fijos para evitar valores estacionarios. Después, un ejemplo ilustrativo es tratado destacando los beneficios de este enfoque.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Los métodos numéricos para el análisis de la estabilidad de pendientes, especialmente el MEF, ha tenido un gran impulso en las últimas décadas, pues ha demostrado ser aplicables a cualquier circunstancia, dando resultados similares a los obtenidos por métodos tradicionales, pero incrementando su potencial para futuras aplicaciones ya que no se basan en la imposición de la forma y ubicación de la superficie de falla, y pueden además tomar en consideración la interacción suelo-estructura (Zheng y col., 2005; Rocscience, 2004).

Por otro lado, las técnicas de optimización son cada vez más aplicadas debido al avance en el poder computacional. Los componentes básicos de un problema de optimización son una función objetivo a optimizar (minimizar), un conjunto de incógnitas (variables) que controla el valor de la función objetivo, y un conjunto de restricciones que permiten que las incógnitas asuman ciertos valores (optimización restringida). De esta manera, el problema de optimización consiste en encontrar los valores de las incógnitas que minimicen la función objetivo, siempre que se cumplan con las restricciones. En este contexto, la función objetivo es la desviación, el error, entre los datos experimentales (campo o laboratorio) y la predicción numérica.

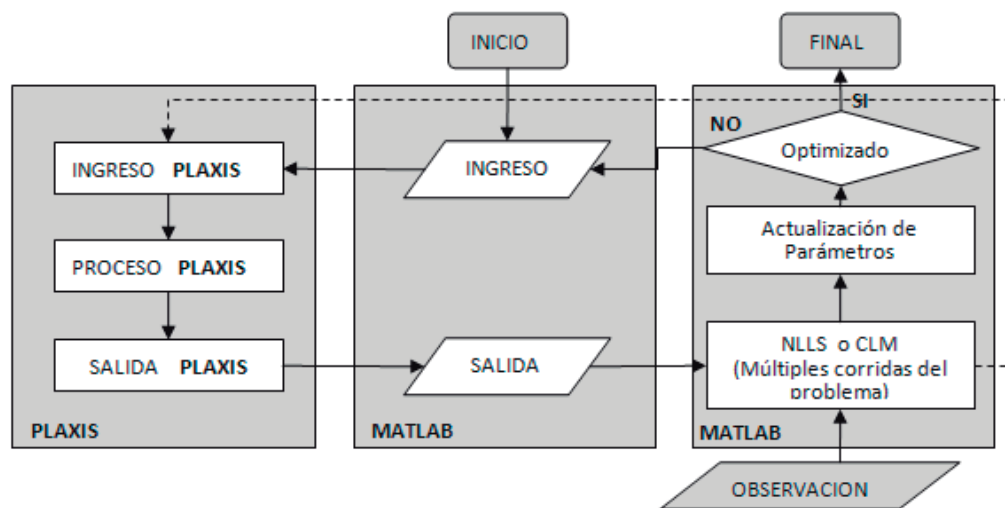


Figura 1. Esquema de la ejecución del análisis inverso programado en MATLAB.

La Figura 1 presenta una representación esquemática de los procedimientos utilizados en este estudio para el análisis inverso, donde se une el problema directo (solución numérica, resuelto en PLAXIS (PLAXIS, 2007)) y los algoritmos de optimización. Los algoritmos de optimización empleados en el presente estudio son: uno local (mínimos cuadrados no-lineales, NLLS) y uno global (minimizadores locales combinados, CLM). Estos algoritmos se implementaron en MATLAB, desde donde el problema directo es ejecutado. Debido a que PLAXIS es una aplicación independiente de MATLAB, una subrutina es generada para imitar el clic del ratón y ejecutar los comandos necesarios para introducir y recuperar los datos.

Una de las principales ventajas de la modelación inversa es que permite la calibración simultánea de múltiples parámetros. Sin embargo, las complejas situaciones encontradas en las aplicaciones geotécnicas hacen que los costos computacionales de modelización sean elevados, debido a los sistemas de ecuaciones no lineales evaluados. La no linealidad del sistema podría deberse a las características del material y/o características geométricas. La mayoría de los problemas reales que

implican la optimización no lineal, con complejas funciones objetivo, no tienen soluciones analíticas disponibles. Por lo tanto, se necesitan modelos numéricos para estimar la solución de los problemas geotécnicos, de ahí que el algoritmo llama al modelo numérico para calcular el gradiente de la función objetivo para evaluar la matriz de sensibilidad.

Un análisis de sensibilidad ayuda a reducir tanto el número de parámetros que intervienen en la calibración del modelo, como el número de ejecuciones del mismo. En el análisis de sensibilidad, todos los parámetros, excepto uno se suponen fijos y se analizan los resultados. La determinación de los parámetros sensibles ayuda en la identificación de las propiedades más relevantes con respecto a las observaciones (mediciones). Adicionalmente, información estadística para cuantificar la calidad de la modelización inversas puede ser fácilmente extraída del mismo proceso. Esta información estadística ayuda a verificar la confiabilidad de los parámetros estimados por el modelo (Schanz y col., 2006).

La matriz de sensibilidad se evalúa comúnmente mediante diferenciación finita para obtener el gradiente. A fin de evitar el cálculo de la matriz de sensibilidad utilizando cambios muy pequeños o muy grandes de los parámetros físicos, se propone en este estudio el empleo de un paso de longitud fija (incremento fijo). Este cambio sólo afecta al algoritmo estándar del gradiente. Este gradiente modificado permite superar los problemas de valores estacionarios. Por otra parte, el incremento fijo tiene un aspecto de ingeniería más concebido. Por ejemplo, al cambiar $0,1^\circ$ en el ángulo de fricción, no habrá ningún efecto en la respuesta del sistema (ej. estabilidad de pendientes), mientras que un cambio de 2° afectará al sistema. Como diferentes propiedades del suelo tienen diferentes magnitudes relativas, se implementa un parámetro de escala al incremento fijo. Esta escala se introduce de acuerdo con los criterios definidos por el usuario en la variable X_{ref} (valor de referencia).

2.1. Algoritmos de optimización local y global

La función objetivo para el NLLS y CLM se define como un problema de mínimos cuadrados donde la función objetivo $f(\mathbf{x})$ se expresa como:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

con

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} y_1^* - y_1(\mathbf{x}) \\ y_2^* - y_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ y_m^* - y_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde cada elemento del vector de residuos m -dimensional $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ es una función del vector \mathbf{x} n -dimensional con parámetros x_j ($j = 1, \dots, n$). El vector de residuos contiene las diferencias entre los valores observados (medidos) (y_j^*) y los valores calculados derivados del análisis numérico ($y_j(\mathbf{x})$). Por ejemplo, en un deslizamiento, los valores observados pueden consistir en la ubicación de la superficie de falla, siendo las variables a analizar, la cohesión y el ángulo de fricción.

Los métodos de optimización local convergen rápidamente pero no garantizan la determinación del mínimo global de la función objetivo. Este es el caso del NLLS. El éxito de las técnicas de optimización basados en el gradiente depende en gran medida de la naturaleza de la función objetivo. Si la función objetivo contiene mínimos locales, el resultado de la optimización dependerá de la selección de los valores iniciales. Detalles específicos del algoritmo de optimización no lineal de mínimos cuadrados se puede encontrar en (MATLAB, 2007).

El método CLM ofrece una alternativa valiosa ya que combina las ventajas de los algoritmos locales sobre la base del gradiente y el enfoque global de los algoritmos genéticos (estrategia paralela e intercambio de información) (Teughels y col., 2003). La técnica CLM se ha aplicado en una amplia gama de problemas de optimización. Para obtener detalles completos de esta herramienta ver (Badsar

y col., 2007). El CLM es un método híbrido entre uno local y uno de optimización global, donde se utiliza un número de puntos de búsqueda para encontrar el mínimo global de la función objetivo (Suykens y col., 2001; Teughels, 2003). El paquete de herramientas del CLM contiene un conjunto de funciones de MATLAB para preparar la entrada, para llevar a cabo el procedimiento de optimización, y visualizar el proceso en tiempo real. Este método puede evitar mínimos locales en la búsqueda de funciones objetivo multidimensionales complejas (Badsar y col., 2007; Degrande y col., 2008).

El método CLM utiliza una población de búsqueda de N puntos, en el cual una función objetivo promedio es determinada y minimizada. En lugar de realizar búsquedas independientes por cada uno de los puntos, como en la optimización local de múltiple inicio, el conjunto de optimizadores se acoplan con el fin de crear una interacción de modo que la población genera un mínimo. El resultado, así obtenido, es superior que el mejor resultado obtenido a partir de todos los procesos locales individuales. El número de los puntos de búsqueda N necesarios para lograr un buen desempeño depende de la forma de la función objetivo, y se elige teniendo en cuenta la robustez del algoritmo y el costo computacional. Si N es demasiado pequeño, la exploración del espacio de búsqueda puede ser pobre y el mínimo global puede no ser determinado (Teughels y col., 2003).

2.2. Modelación inversa en Geotecnia

En la práctica geotécnica, el análisis inverso se ha centrado en dos aspectos principales. El primero se refiere a la calibración de modelos constitutivos del suelo sobre la base de datos de laboratorio (Zentar, 2001; Calvello y Finno, 2004; Schanz y col., 2006). En general, es muy difícil obtener parámetros reales del suelo a través de ensayos de laboratorio, debido a la heterogeneidad del suelo, la perturbación en la toma de muestras, los aparatos y métodos utilizados en el ensayo, y la calidad de operación en los ensayos, entre otros procesos (Wang y col., 2007). El segundo aspecto se refiere a la identificación de parámetros en modelos geotécnicos basado en observaciones de campo. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son: excavaciones profundas (Rechea y col., 2008), problemas de túneles (Cividini y Gioda, 2003), muros delgados (Levasseur y col., 2008), terraplenes en arcillas blandas (Hommels y Molenkamp, 2006), excavaciones arriostradas (Finno y Calvello, 2005), y deslizamientos inducidos por lluvias (Calvello y col., 2008).

3. Resultados y Discusión

3.1. Ejemplo numérico, análisis a posteriori de deslizamientos

El procedimiento del análisis inverso para la determinación de los parámetros de resistencia de los suelos utilizando el MEF y algoritmos de optimización se ilustra con el siguiente ejemplo. Con la finalidad de validar los resultados, el modelo geométrico es extraído de la literatura. El ejemplo corresponde a una pendiente homogénea inclinada 2H:1V (Jiang y Yamagami, 2006).

Las propiedades del suelo son $c = 9,8$ kPa y $\phi = 10^\circ$. El modelo del suelo se considera que sigue la regla de flujo asociada. El factor de seguridad obtenido, empleado la técnica de reducción de la resistencia por elementos finitos, es igual a 1,34. La Figura 2a muestra el modelo de elementos finitos integrado por 822 elementos triangulares (15-nodos cada elemento) dando un total de 6741 nodos. La superficie de falla (objetivo) se presenta en la Figura 2b que fue determinada en base de los contornos máximos de corte obtenidos a partir de un análisis de reducción de la resistencia del suelo (Bojorque, 2009).

De las ecuaciones (1) y (2) se observa que \mathbf{y}_i^* representa los valores observados, $\mathbf{y}_i(\mathbf{x})$ representa los valores calculados del análisis numérico. Las componentes del vector de residuos $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ contiene las discrepancias en la ubicación de la superficie de falla. La dimensión \mathbf{m} del vector de residuos, para el presente ejemplo, es de 13, y la dimensión \mathbf{n} del vector de parámetros (\mathbf{x}) es de 2 (c y ϕ).

En este ejemplo, solo dos parámetros (c y ϕ) se optimizan, por lo tanto, es posible mostrar los contornos de la función objetivo obtenidos de variar la cohesión desde un valor 1 a 40 kPa y el ángulo de fricción desde 1 a 30° en incrementos de 1 kPa y 1° , respectivamente. Este análisis genera 1200

puntos que son la base para procesar los contornos de la función objetivo. La Figura 4 presenta la forma de la función objetivo en función de c y ϕ , para el presente ejemplo.

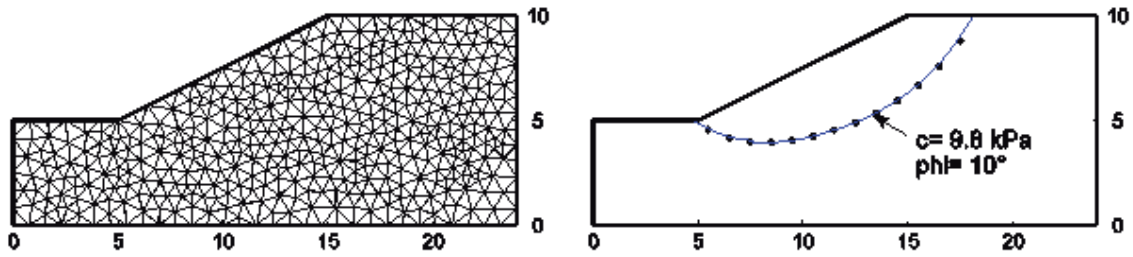


Figura 2. Geometría del modelo (a) Discretización en elementos finitos; (b) Superficie de falla objetivo.

La función objetivo se formula con respecto a las profundidades observadas de la superficie de falla frente a los valores numéricos calculados (Figura 3).

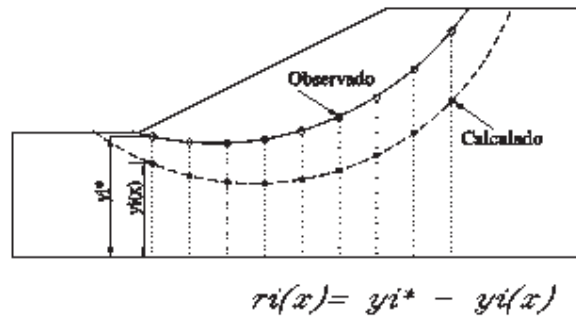


Figura 3. Esquema para el cálculo de los errores entre los valores observados y calculados.

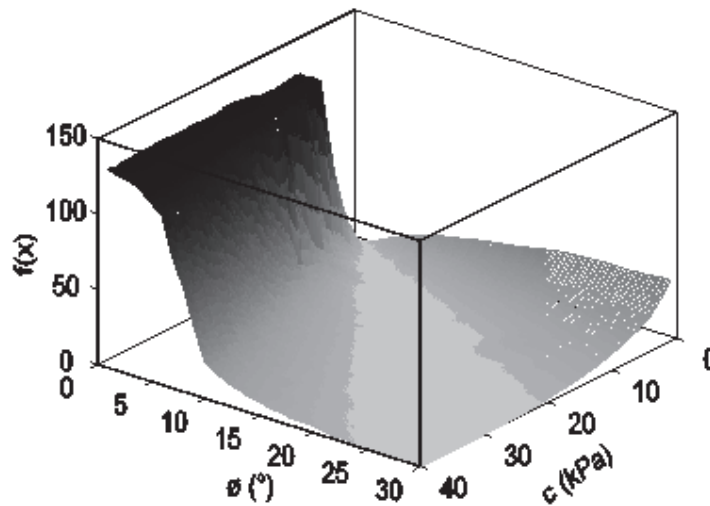


Figura 4. Forma de la función objetivo a partir de 1200 puntos calculados.

Se puede observar que algunas combinaciones de los parámetros de resistencia c - ϕ producen la misma superficie de falla, lo que se observa con los mismos valores de $f(x)$. Cuando el valor del ángulo de fricción es bajo, la diferencia entre la superficie de deslizamiento observada y calculada es

mayor. Para propósitos de visualización, los resultados se presentarán sobre un gráfico de contorno 2D. La Figura 5 muestra los contornos de la función objetivo en dos dimensiones. Se puede observar que a lo largo de una banda ancha se obtienen valores de la función objetivo inferiores a la unidad (área más oscura), en esta zona, la diferencia entre la superficie de falla observada y calculada es pequeña con valores de $f(\mathbf{x}) < 1$.

El tiempo de cálculo para un análisis (ejecución del problema directo y optimización) toma alrededor de diez minutos (PC Pentium IV, 2 GB de RAM), esta información es necesaria para comparar el tiempo de cálculo entre el algoritmo del NLLS y el del CLM.

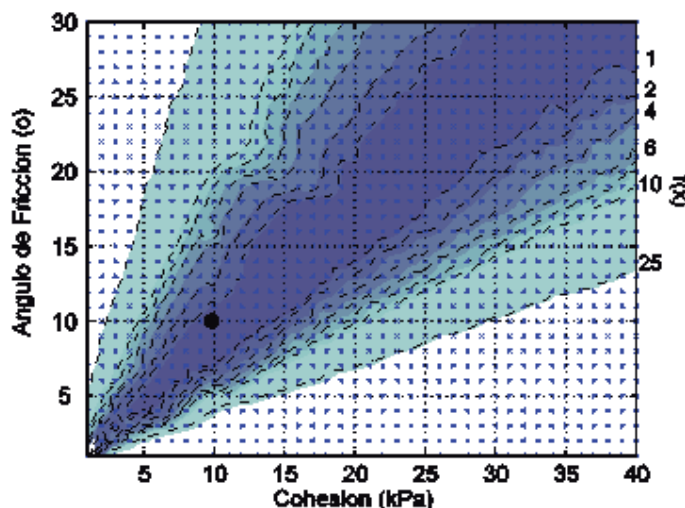


Figura 5. Contornos de la función objetivo, objetivo $c = 9,8$ kPa and $\phi = 10^\circ$ (●).

3.2. Optimización local con NLLS

En esta sección, el algoritmo de optimización NLLS implementado en MATLAB se utiliza para el análisis inverso. Los algoritmos basados en el computo del gradiente son sensibles a la selección de los valores iniciales ($c_0 - \phi_0$) y al incremento utilizado para el cálculo de este gradiente. El incremento se define como porcentaje, $TolJ$, de los valores iniciales (x_i). Este incremento se utiliza en la diferenciación finita para determinar el gradiente en forma aproximada. Los algoritmos de optimización estándares calculan el gradiente en función del valor inicial, es así que para un valor inicial mayor, el incremento será mayor. Esta forma de evaluar el incremento puede producir problemas de no convergencia, como se describirá más adelante. La Tabla 1 presenta el valor del incremento en función del valor inicial y del paso de incremento ($TolJ$).

Tabla 1. Valor del incremento determinado en función del valor inicial y de la tolerancia $TolJ$.

Valor inicial $x_i(c, \phi)$	$TolJ$ %	Incremento
1	5	0,05
1	20	0,2
1	50	0,5
10	5	0,5
10	20	2
10	50	5
40	5	2
40	20	8
40	50	20

Dependiendo del valor inicial x_i y de $TolJ$, el gradiente (matriz de sensibilidad) se calcula utilizando valores que son muy grandes (ej., 20° ó 20 kPa) o muy pequeños (ej., $0,05^\circ$ ó $0,05$ kPa). Así, si el incremento es muy pequeño, la función objetivo será insensible a este cambio y no se encontrará una solución real. La influencia de la selección de los valores iniciales se analiza ejecutando 100 realizaciones (ejecuciones con diferentes valores iniciales) para distintos incrementos de $TolJ$. La Figura 6 presenta los parámetros de resistencia optimizados utilizando el NLLS para 100 realizaciones con diferentes valores de $TolJ$.

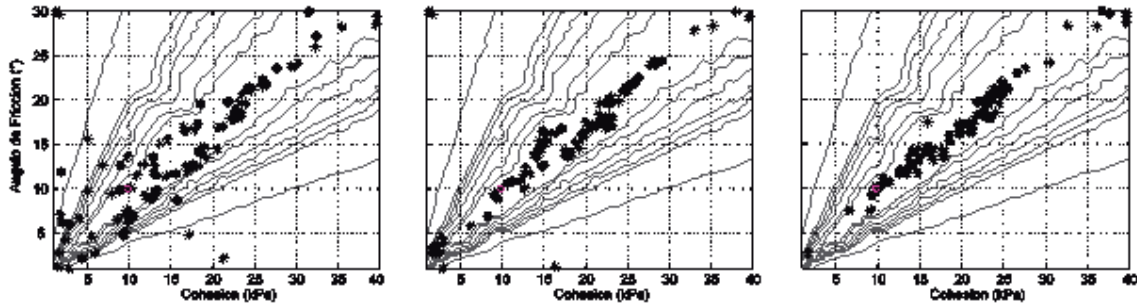


Figura 6. Parámetros de resistencia del suelo calculados con NLLS (*) de 100 realizaciones, objetivo (●) para $TolJ$ igual a: (a) 5%; (b) 20%; y, (c) 50%.

Cada punto (asterisco) en la figura representa el resultado obtenido para una realización. Obsérvese, cuando $TolJ = 5$ y 20% , para algunos valores, el algoritmo no puede encontrar la solución real. Esta falta de convergencia se produce incluso cuando sólo uno de los valores iniciales es muy pequeño, por ejemplo, con $c = 2$ kPa y $\phi = 29^\circ$, (ref. Figura 6a y 6b). Incrementando el valor de $TolJ$ a 50% , el problema de no convergencia se supera (ref. Figura 6c). Sin embargo, con $TolJ = 50\%$ y con valores iniciales altos (ej., $\phi_0 = 25^\circ$), el gradiente se calcula con incrementos muy grandes, en este caso con incrementos del $12,5^\circ$, dándole un valor de computo de $37,5^\circ$ que va más allá de los límites.

A fin de evitar el cálculo de la matriz de sensibilidad utilizando muy pequeños o muy grandes cambios en los parámetros físicos, se propone en este manuscrito, el empleo de un incremento fijo que no depende del valor inicial. Este cambio sólo afecta al algoritmo del gradiente. Este *gradiente modificado* permite superar los problemas de cambios muy pequeños o muy grandes. En la Figura 7 se presentan los resultados obtenidos empleando tanto el gradiente estándar como el modificado. Vale la pena mencionar que los dos grupos utilizan los mismos valores iniciales.

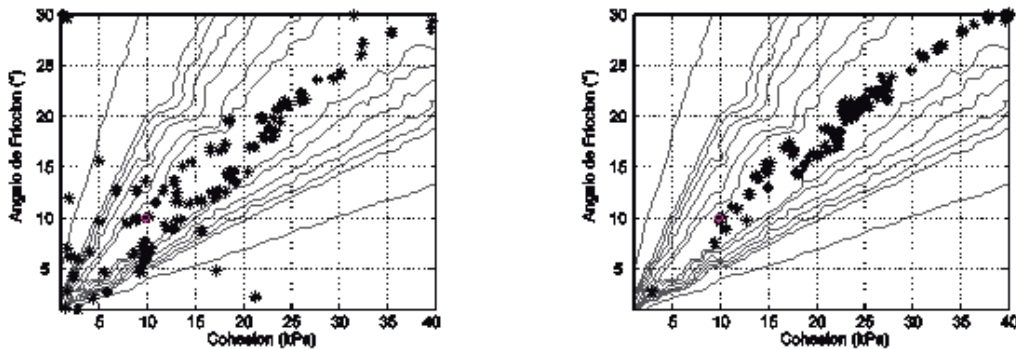


Figura 7. Parámetros de resistencia del suelo calculados con NLLS (*) de 100 realizaciones, objetivo (●) para $TolJ = 5\%$: (a) gradiente estándar; y, (b) gradiente modificado, incremento de 2.

En comparación con el algoritmo estándar (Figura 7a), hay una mejora importante empleando el gradiente modificado (Figura 7b). Al utilizar el gradiente modificado, las 100 realizaciones se

encuentran dentro de la banda inferior, lo que indica que el algoritmo no es atrapado por la selección del valor inicial.

Todos los resultados que están dentro del contorno inferior representan una solución adecuada al problema. Al dividir los parámetros de resistencia obtenidos en cada realización por su factor de seguridad (FoS), los resultados se presentan en forma normalizada (c/FoS) y $(\text{tg}(\theta)/\text{FoS})$. En la Figura 8 se muestra la distribución de los parámetros de resistencia normalizados tanto para el gradiente estándar como para el modificado.

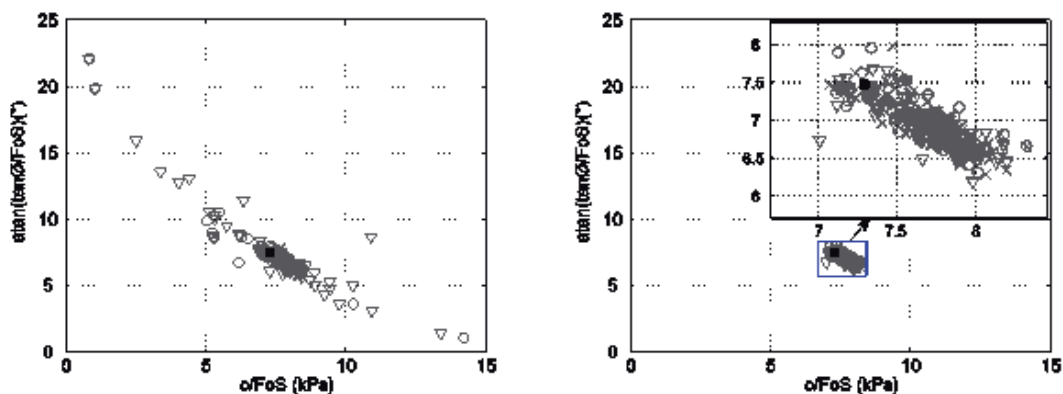


Figura 8. Resultados de los parámetros normalizados calculados con NLLS, objetivo (■) para $TolJ$ igual a 5% (∇), 20% (○), y 50% (x): (a) gradiente estándar; y, (b) gradiente modificado.

Los valores reales normalizados son $c_n = 9.8/1.34 = 7,3$ kPa y $\theta_n = \text{tg}^{-1}(\text{tg}(10)/1,34) = 7,47^\circ$. Se puede observar que los puntos se encuentran dispersos, en especial para el gradiente estándar y para $TolJ$ igual a 5 y 20 (ver Figura 8a). Mediante el uso de un incremento fijo, en este caso 2° y 2 kPa, la convergencia mejora de forma significativa (Figura 8b).

3.3. Optimización global con el método CLM

En esta sección, el mismo ejemplo tratado anteriormente se resuelve a través de las herramientas de CLM. El problema inverso es casi el mismo que en la optimización local con algunas diferencias debido al hecho de que en el CLM se necesitan datos adicionales, tales como el número de puntos de búsqueda N , los parámetros de ajuste, criterio de terminación de búsqueda $TolX$, entre otros. A pesar de que algunos de los datos de entrada del CLM pueden tener un efecto en el tiempo de cálculo (llamadas para resolución del sistema), únicamente N es evaluado, ya que este parámetro controla en mayor medida el número de llamadas para resolver el problema directo, por lo tanto, el tiempo de cómputo. Una característica atractiva de la herramienta de CLM es que registra la historia de los puntos de búsqueda y los correspondientes valores de la función, y además, al final de la optimización controla si ha existido un valor inferior al resultado medio de la función (Badsar y col., 2007). En este estudio, los parámetros de ajuste se mantienen fijos con valores $\gamma = 2$ y $\eta = 1$. Detalles de estos parámetros se puede encontrar en (Teughels, 2003).

En la Figura 9, el efecto del criterio de convergencia $TolX$ -criterio en función del valor inicial- se presenta para dos valores, 0,1 y 0,001.

De las figuras, se puede observar que cuando el valor de $TolX$ es relativamente grande 0,1, los puntos de búsqueda no convergen a un solo resultado (Figura 9a), en cambio cuando $TolX$ es pequeño, todos los puntos de búsqueda convergen en un resultado (Figura 9b). Para el primer caso, a pesar de que los puntos de búsqueda no convergen en una misma solución, el resultado del algoritmo CLM es satisfactorio. Esto se debe a que el algoritmo proporciona el mínimo de todos los puntos de búsqueda evaluados.

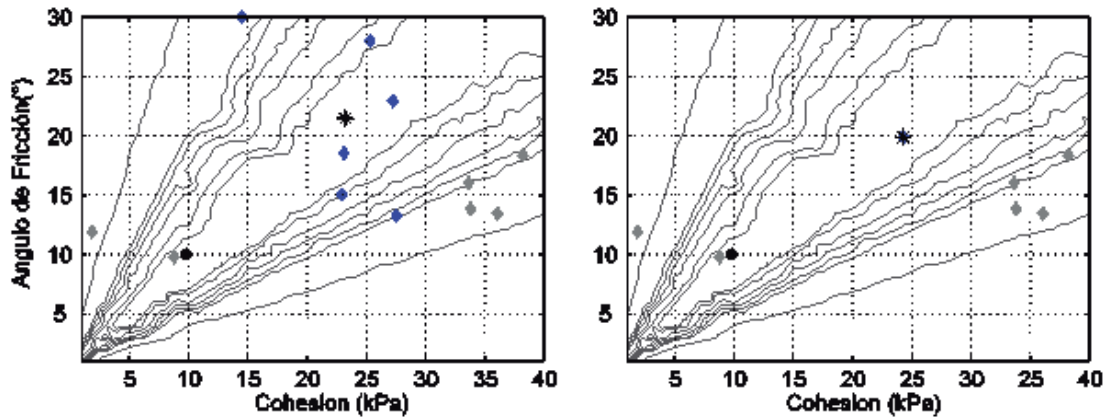


Figura 9. Resultados de diferentes puntos de búsqueda CLM (\diamond), puntos iniciales (\diamond), resultado final ($*$), objetivo (\bullet), $N = 6$, y $TolX$ igual a: (a) 0,1; y, (b) 0,001.

El efecto de la selección de $TolX$ se estudia con más detalle empleado 100 realizaciones. Los resultados de cada realización se muestran en la Figura 10.

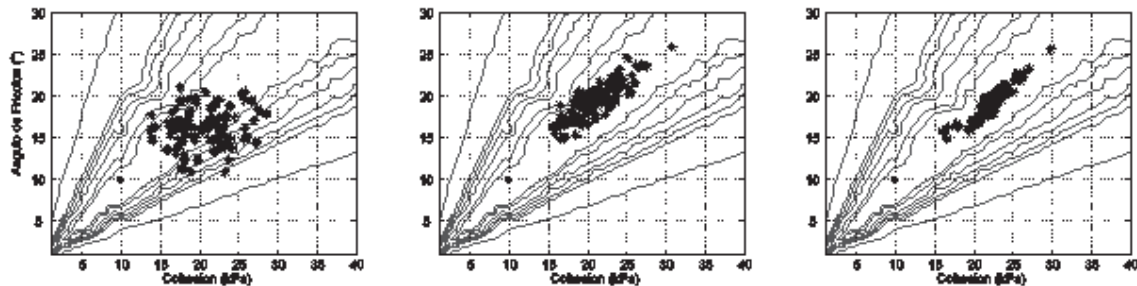


Figura 10. Parámetros del suelo determinados con CLM ($*$) después de 100 realizaciones, objetivo (\bullet), para $N = 6$, y $TolX$ igual a: (a) 1; (b) 0,1; y, (c) 0,01.

Cuando el criterio de convergencia es grande, por ejemplo $TolX = 1$, los resultados se encuentran dispersos, incluso cuando el número de puntos de búsqueda $N = 6$ (Figura 10a). Al disminuir la tolerancia $TolX$ a 0,1 la dispersión se reduce (Figura 10b), y aún más si $TolX$ se reduce a 0,01 (Figura 10c). Aunque valores pequeños de los criterios de convergencia son recomendados para aumentar la precisión, este parámetro también afecta el tiempo de cómputo.

Como el número de puntos de búsqueda necesario para lograr un buen desempeño depende de la forma de la función objetivo, la misma que no está disponible de antemano, un estudio paramétrico es recomendado. Se espera que a medida que aumenta N , la precisión también incrementa, sin embargo, esto aumenta también el tiempo de cómputo. La Figura 11 presenta los valores calculados después de 100 realizaciones para tres valores diferentes de N , 2, 4 y 10.

Cuando $N = 2$, el mínimo global, para algunos casos, no es determinado (Figura 11a). Esto se atribuye al hecho de que la exploración del espacio de búsqueda es pobre. Una gran mejora se obtiene cuando $N = 4$ (Figura 11b), donde los resultados son menos dispersos y se encuentran dentro de la banda $f(\mathbf{x}) < 2$. Empleando $N = 10$, los resultados después de 100 realizaciones están más cerca entre sí (Figura 11c). Es importante mencionar que, en este ejemplo, cuando el número de puntos de búsqueda es el adecuado, el gradiente modificado tiene un bajo efecto en los resultados obtenidos.

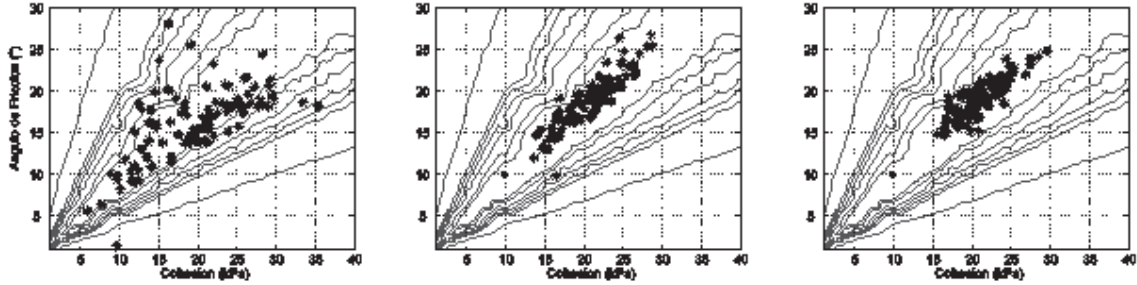


Figura 11: Resultados calculados (*) después de 100 realizaciones con el CLM, objetivo (●), para $TolX = 0,1$, y N igual a: (a) 2; (b) 4; y, (c) 10.

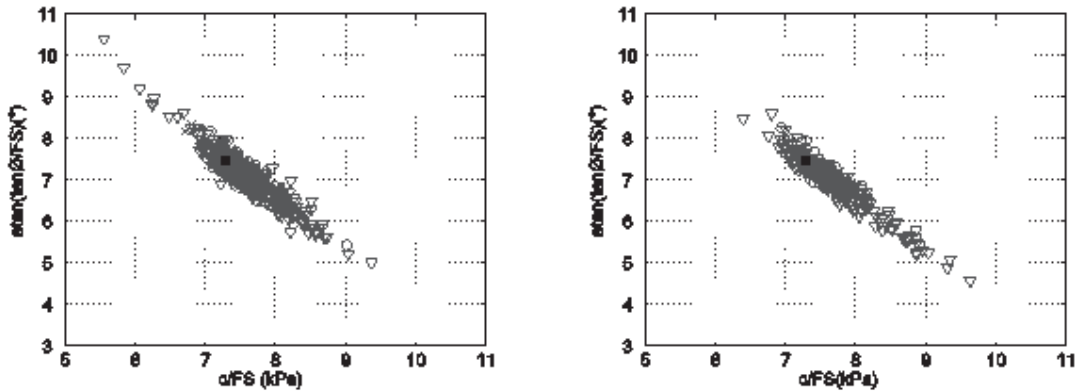


Figura 12. Resultados normalizados determinados con el CLM, objetivo (■): (a) $TolX = 0,1$, $N=2$ (∇), 4 (○), 8 (×), y 10 (●); y, (b) $N = 6$, $TolX = 1$ (∇), 0,1 (◊), y 0,01 (×).

Los resultados de los parámetros de resistencia normalizados con respecto al factor de seguridad (c/FoS) y $(tg(\phi)/FoS)$ obtenidos mediante el método de CLM se muestra en la Figura 12. Obsérvese que la dispersión de los resultados se reduce significativamente cuando se utiliza el método CLM. De estas figuras se observa que el rango de los resultados normalizados va desde 5 a 10, tanto para la cohesión cuanto para el ángulo de fricción. Como era de esperar, los resultados que se encuentran en los bordes (Figura 12a y b) corresponden a los valores calculados con $N = 2$ o $TolX = 1$. Para los criterios de convergencia $TolX = 0,1$ y $0,01$, los valores normalizados están cerca del valor objetivo (Figura 12b).

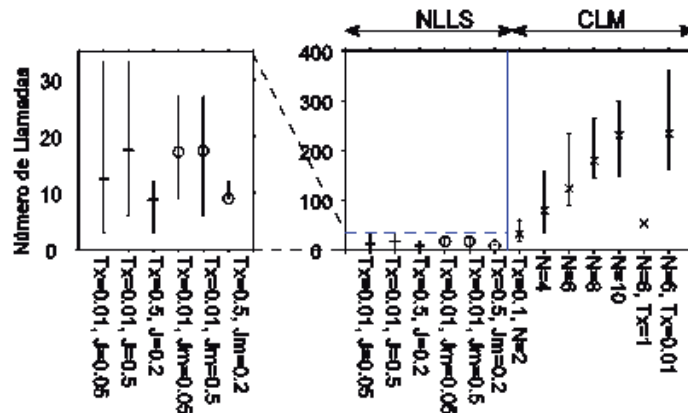


Figura 13. Barra de error del número de llamadas al problema directo con NLLS, gradiente estándar (-), gradiente modificado (o), y CLM (x).

3.4. Número de llamadas al problema directo

El número de llamadas al problema directo efectuado por el algoritmo local (NLLS) y global (CLM), se presenta en la Figura 13. Las cabezas y las colas de las líneas representan el número máximo y mínimo de las llamadas al problema directo y el marcador da el valor medio después de 100 realizaciones.

Cabe señalar que la optimización local (lado izquierdo) necesita menor cantidad de llamadas para el problema directo, sin embargo, la determinación del mínimo global no está garantizada por este algoritmo. En contraste, el método de CLM (lado derecho) aumenta significativamente el número de llamadas al aumentar el número de puntos de búsqueda (N). Esta observación también es válida cuando la tolerancia $TolX$ se reduce, por ejemplo pasando de $TolX$ igual a 0,1 a un valor de 0,01, esto aumenta la media de las llamadas para el problema directo de 123 a 234. Este elevado número de llamadas puede ser una limitación para problemas más complejos. Sin embargo, el método CLM usado con parámetros adecuados, garantiza la determinación de la solución.

Del análisis de todos los resultados, se puede observar que el método menos eficiente es el de optimización local, donde se determina el gradiente en función de un porcentaje del valor inicial (gradiente estándar). Para estos casos, los valores superiores e inferiores son muy dispersos con respecto al valor objetivo. Una mejora importante se obtiene cuando el gradiente se determina a partir de un incremento fijo (gradiente modificado). En estos casos, el rango de los resultados es más reducido. Para el algoritmo de optimización global (CLM), los resultados calculados se alinean en una banda estrecha, excepto cuando el número de puntos de búsqueda son pocos (ej., $N = 2$) o cuando la tolerancia es alta (ej., $TolX = 1$).

Como conclusión, para este ejemplo, el método NLLS utilizado conjuntamente con el gradiente modificado calcula valores aceptables de los parámetros del suelo en mucho menos tiempo de cómputo. Los parámetros de resistencia calculados con NLLS mediante el gradiente modificado están perfectamente de acuerdo con los valores calculados por el CLM que producen los límites más angostos.

4. CONCLUSIONES

En este manuscrito, los parámetros de resistencia del suelo son determinados de un análisis a posteriori de un deslizamiento. El problema directo (determinación de la superficie de falla) se resuelve por elementos finitos y el proceso de optimización se resuelve con dos algoritmos diferentes, a saber, el no lineal de mínimos cuadrados NLLS y el de minimizadores locales combinados CLM. Un procedimiento numérico ha sido presentado combinado el método de elementos finitos y algoritmos de optimización.

En primer lugar, las ventajas de obtener los parámetros de resistencia del suelo por un análisis inverso son presentadas y discutidas. Este proceso ayuda a superar muchas limitaciones e incertidumbres inherentes en el uso de ensayos de laboratorio y de pruebas in situ. La aplicación principal de obtener los parámetros del suelo por este procedimiento es que el modelo inverso proporciona parámetros confiables para realizar el diseño de medidas correctivas.

El ejemplo adquirido de la literatura se utiliza como estudio de caso para validar el algoritmo. La ubicación de la superficie de falla se determina a partir de los contornos de deformaciones máximas al corte. La diferencia entre la ubicación de la superficie de falla medida y la calculada, se usa como función objetivo para determinar los parámetros de resistencia del suelo.

Se observa que la matriz de sensibilidad, para el ejemplo tratado, produce algunos problemas debido al empleo de muy pequeños o muy grandes incrementos, los cuales se determinan en función del valor inicial. Para superar este escollo, un gradiente modificado se ha propuesto empleando un incremento fijo, que no depende del valor inicial. Este gradiente modificado utilizado en NLLS calcula resultados mejores en comparación con los obtenidos con el gradiente estándar. Esta

conclusión se confirma por la proximidad de los resultados calculados con aquellos valores de los parámetros reales del suelo.

El método de CLM es capaz de calcular los parámetros reales utilizando el gradiente estándar. Estos buenos resultados se deben al hecho de que este método utiliza varios puntos de búsqueda, por lo que cubre mejor el espacio completo de solución. Sin embargo, la selección del número de puntos de búsqueda no es trivial. A pesar de que varios puntos de búsqueda son deseables, un elevado número de estos aumenta drásticamente el tiempo de cómputo.

Se observa que el método menos eficiente es la optimización local donde la matriz de sensibilidad es determinada como porcentaje del valor inicial. Una mejora importante se obtiene cuando el gradiente se determina a partir un incremento fijo. Sin embargo, el algoritmo local (NLLS) no garantiza la determinación del mínimo global y varias realizaciones son necesarias para disminuir la influencia de la selección de los valores iniciales. Para el método global (CLM), los resultados obtenidos se sitúan en una banda estrecha, excepto cuando el número de puntos de búsqueda es pequeño o si la tolerancia es alta. No obstante, se observa que el tiempo de cómputo es mucho mayor por este método. Empleando el presente procedimiento de análisis inverso para determinar los parámetros de resistencia del suelo, el total potencial del método de los elementos finitos puede ser explotado mediante la combinación con algoritmos de optimización.

AGRADECIMIENTO

Parte de la presente investigación se llevo a cabo durante el periodo de estudios doctorales en la K.U.Leuven, Bélgica, en el contexto del programa “Selective Bilateral Agreement between K.U.Leuven and Latin America”; mi sincero agradecimiento al Profesor Guido De Roeck (K.U.Leuven) por sus valiosos aportes a esta investigación.

BIBLIOGRAFÍA

- Ashford, S., N. Sitar. 2001. Effect of element size on the static finite element analysis of steep slopes. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 25(14), 1361-1376.
- Badsar, S., M. Schevenels, E. Reynders, G. Lombaert. 2007. CLM toolbox for Matlab, version 1.01, *User's guide. Department of Civil Engineering, K.U.Leuven*, FWO Project G.0595.06 and OT Project OT-05-41.
- Bojorque, J. 2009. Static and Dynamic Finite Element Analysis of Slope Stability. *PhD. Thesis Division of Structural Mechanics of the Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.*
- Calvello, M., R. Finno. 2004. Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis, *Computers and Geotechnics*, 31(5), 411-425.
- Calvello, M., L. Cascini, G. Sorbino. 2008. A numerical procedure for predicting rainfall-induced movements of active landslides along pre-existing slip surfaces. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32(4), 327-351.
- Cividini, A., G. Gioda. 2003. Back analysis of geotechnical problems. En: *Numerical analysis and modelling in geomechanics* (págs. 165-196). Routledge, UK.
- Degrande, G., S. Badsar, M. Schevenels, G. Lombaert. 2008. Application of the Coupled Local Minimizers method to the optimization problem in the Spectral Analysis of Surface Waves method. *14th World Conf. Earthquake Engineering*, Beijing, China.
- Duncan, J.M., T.D. Stark. 1992. Soil strengths from back analysis of slope failure. En: R.B. Seed, R.W. Boulanger, *Stability and Performance of Slopes and Embankments* (Vol. Special Publication 31, págs. 890-904). ASCE, Berkeley, California, USA.

- Duncan, J., S. Wright. 2005. Soil Strength and Slope Stability. *John Wiley and Sons, Inc.*
- Finno, R., M. Calvello. (2005). Supported excavations: Observational method and inverse modeling. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 131(7), 826-836.
- Gens, A., J.N. Hutchinson, S. Cavounidis. 1988. Three dimensional analysis of slides in cohesive soils. *Geotechnique*, 38(1), 1-23.
- Greco, V. 1992. Back analysis procedure for failed slopes. En: D. Bell (Ed.), *6th Int. Symp. on Landslides*. 1, págs. 435-440. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- Hommels, A., F. Molenkamp. 2006. Inverse analysis of an embankment using the Ensemble Kalman filter including heterogeneity of the soft soil. En H. Schweiger (Ed.), *Numerical Methods in Geotechnical Engineering -NUMGE06-*. Graz, Austria: Taylor & Francis/Balkema.
- Hungr, O. 1987. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions. *Geotechnique*, 37(1), 113-117.
- Jiang, J., T. Yamagami. 2006. Charts for estimating strength parameters from slips in homogeneous slopes. *Computers and Geotechnics*, 33(6-7), 294-304.
- Leroueil, S. 2001. Natural slopes and cuts: movement and failure mechanisms. *Geotechnique*, 51(3), 197-243.
- Levasseur, S., Y. Malecot, M. Boulon, E. Flavigny. 2008. Soil parameter identification using a genetic algorithm. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32(2), 189-213.
- MATLAB. 2007. Manual of optimization toolbox. *Natick, MA.: The Math-Works, Inc.*
- PLAXIS. 2007. 2D-Version 8, finite element code for soil and rock analyses. *PLAXIS, Delft, The Netherlands*.
- Potts, D. 2003. Numerical analysis: a virtual dream or practical reality? *Geotechnique*, 53(6), 535-573.
- Rechea, C., S. Levasseur, R. Finno. 2008. Inverse analysis techniques for parameter identification in simulation of excavation support systems. *Computers and Geotechnics*, 35(3), 331-345.
- Rocscience. 2004. Application of the finite element method to slope stability. *Rocscience Inc., Toronto, Ontario, Canada*.
- Schanz, T., M. Zimmerer, M. Datcheva, J. Meier. 2006. Identification of constitutive parameters for numerical models via inverse approach. *Felsbau*, 24(2), 11-22.
- Suykens, J., J. Vandewalle, B. De Moor. 2001. Intelligence and cooperative search by coupled local minimizers. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 11(8), 2133-2144.
- Tang, W., T. Stark, M. Angulo. 1999. Reliability in back analysis of slope failures. *Soils and Foundations*, 39(5), 73-80.
- Teughels, A. 2003. Inverse modelling of civil engineering structures based on operational modal data. *PhD Thesis. Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium*.
- Teughels, A., G. De Roeck, J. Suykens. 2003. Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating. *Computers and Structures*, 81(24-25), 2337-2351.
- Wang, Z., Y. Li, R. Shen. 2007. Correction of soil parameters in calculation of embankment settlement using a BP network back-analysis model. *Engineering Geology*, 91(2-4), 168-177.
- Wesley, L., V. Leelaratanam. 2001. Shear strength parameters from back-analysis of single slips. *Geotechnique*, 51(4), 373-374.
- Zentar, R., P. Hicher, G. Moulin. 2001. Identification of soil parameters by inverse analysis. *Computers and Geotechnics*, 28(2), 129-144.
- Zheng, H., D. Liu, C. Li. 2005. Slope stability analysis based on elasto-plastic finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 64(14), 1871-1888.