

# UNIVERSIDAD DE CUENCA



**Facultad de filosofía, letras y ciencias de la educación**

**Carrera de Matemáticas y Física**

**“Innovación para docentes, mediante el uso de herramientas  
tecnológicas en el estudio de cónicas”**

Trabajo de titulación previo a la obtención  
del Título de Licenciado en Ciencias de la  
Educación en Matemáticas y Física.

## **AUTOR:**

Anthony Alexander Giler Suárez

C.C. 092793779-7

Correo: anthony.giler94@gmail.com

## **TUTOR:**

Dra. Neli Norma Gonzáles Prado

C.C. 1709818692

Cuenca – Ecuador

26 de abril de 2022

## RESUMEN

El presente trabajo de titulación tiene la finalidad de ayudar al docente en su labor de enseñanza-aprendizaje en el cual se beneficiarán directamente los estudiantes de BGU, es decir primero, segundo y tercero de bachillerato general unificado ya que, esta nueva metodología está relacionada directamente con el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y también está vinculada con los temas que corresponden al bloque de Geometría, específicamente en el tema de cónicas y sus gráficas. Es evidente que existen inconvenientes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos temas ya que está ligado a la creación, interpretación y análisis de gráficas, por ende, el docente ocupa tiempo valioso para su labor quien busca distintas metodologías para lograr una plena comprensión en sus estudiantes y para acoplarse con el tiempo que lo limita en cada clase. Es menester mencionar que el uso de las herramientas tecnológicas para la educación es limitado para dichos temas.

Con lo antes mencionado inferimos que el docente busca ideas innovadoras para llevarlas a sus estudiantes con la finalidad de hacer sus clases interactivas, con ello en mente, busco plantear una propuesta de un curso virtual para el docente que puede desarrollar, pulir y mejorar sus habilidades en el uso de herramientas tecnológicas vinculadas a la educación, específicamente, en el software educativo GeoGebra, con el fin de que el docente alcance dichas habilidades y que las pueda utilizar en su labor, el objetivo es saber llegar a sus estudiantes y logren alcanzar un aprendizaje significativo vinculado a las nuevas tecnologías. Para desarrollar este trabajo se han implementado dos técnicas de investigación: la entrevista y la encuesta, mismas que se realizaron a los docentes y estudiantes de la Unidad Educativa Cesar Dávila Andrade con sede en el cantón Cuenca. Como respuesta a esta necesidad el autor apuesta por un proyecto de titulación que incluye un curso virtual y videotutoriales para la enseñanza-aprendizaje del tema de cónicas en BGU.



**Palabras Clave:** GeoGebra. TIC. Cónicas. Geometría. Constructivismo. Aprendizaje significativo. Video tutorial.



## ABSTRACT

The purpose of this degree work is to help the teacher in his teaching-learning work in which the students of Unified General High School will directly benefit; that is, first, second and third of Unified General High School since this new methodology is directly related with the use of Information and Communication Technologies (ICT) and is also linked to the subjects that correspond to the Geometry Block, specifically on the subject of conics and their graphs. It is evident that there are drawbacks in the teaching-learning process of these subjects since it is linked to the creation, interpretation and analysis of graphs; therefore, the teacher takes valuable time for their work who seeks different methodologies to achieve a full understanding in their students and to adapt with the time that limits him in each class. It is necessary to mention that the use of technological tools for education is limited for these subjects.

With the aforementioned we infer that the teacher is looking for innovative ideas to bring them to their students in order to make their classes interactive, with this in mind, I seek to make a proposal for a virtual course for the teacher that can develop, polish and improve their skills in the use of technological tools related to education; specifically, in the educational software GeoGebra, in order for the teacher to achieve said skills and use them in their work, the aim is to know how to reach their students and achieve a meaningful learning linked to new technologies. To develop this work, two research techniques have been implemented: interview and survey, teachers and students of the Cesar Davila Andrade Educational Unit based in the Cuenca canton were interviewed and surveyed. In response to this need, the author opts for a degree project that includes a virtual course and video tutorials for teaching-learning the subject of conics at Unified General High School.

**KEYWORDS:** GeoGebra. ICT. Conics. Geometry. Constructivism, Meaningful learning. Video tutorial.



## Índice

<b>Introducción</b>	<b>10</b>
<b>Antecedentes</b>	<b>11</b>
<b>Justificación</b>	<b>12</b>
<b>Capítulo 1: Fundamentación teórica</b>	<b>14</b>
<b>1.1 El aprendizaje significativo vinculado a las TIC</b>	<b>14</b>
1.1.1 Las TIC como instrumentos cognitivos.	15
<b>1.2. La teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel.</b>	<b>18</b>
1.2.1 Tipos de aprendizaje significativo	20
<b>1.3. Los instrumentos cognitivos y la enseñanza – aprendizaje de la Geometría.</b>	<b>24</b>
<b>1.4. Formación Docente en habilidades orientadas a las TIC</b>	<b>32</b>
<b>1.5. Entornos Virtuales como puente para la enseñanza y aprendizaje</b>	<b>34</b>
<b>Capítulo 2: Metodología y Análisis de datos</b>	<b>38</b>
<b>2.1. Metodología</b>	<b>38</b>
2.1.1 Población	38
2.1.2. Técnica	39
2.1.3. Instrumentos	39
<b>2.2. Análisis de resultados</b>	<b>39</b>
<b>2.4. Encuesta</b>	<b>50</b>
<b>2.5. Discusión</b>	<b>57</b>
2.5.1. Entrevista	57
2.5.2. Encuesta	57
<b>Capítulo 3: Propuesta</b>	<b>58</b>
<b>3.1. Introducción a la propuesta</b>	<b>58</b>
3.1.1. Plataforma Virtual	59
<b>Conclusiones</b>	<b>115</b>
<b>Recomendaciones</b>	<b>116</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>117</b>
<b>Anexos</b>	<b>120</b>



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio  
Institucional

---

Anthony Alexander Giler Suarez en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación **“INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS”**, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 26 de abril de 2022

---

Anthony Alexander Giler Suarez

C.I: 0927967797-7



## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Anthony Alexander Giler Suarez autor del trabajo de titulación **“INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS”**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 26 de abril de 2022

Anthony Alexander Giler Suarez

C.I: 092793779-7



## **Dedicatoria**

Este trabajo de titulación se lo dedico a tres increíbles mujeres que son pilares fundamentales en mi vida, mi Abuelita Michi, mi madre Eulalia y mi esposa Carolina.

La vida me ha dado la oportunidad de tenerlas en mi vida y agradezco ser tan afortunado de que siempre he podido contar con Ustedes en cada aspecto de mi vida, llenándome de amor, experiencias y vivencias que me forjaron a ser quien soy hoy en día, todo lo que hago y todo lo que soy es por ustedes, las amo.

Anthony Giler





## **Agradecimiento**

Mi agradecimiento a la Universidad de Cuenca en especial a la Carrera de Matemáticas y Física y a todos los que forman parte de su cuerpo docente, por toda la experiencia compartida, por cada consejo, palabras de aliento y todo el conocimiento brindado que me que ayudaron a alcanzar la meta propuesta.

A la Dra. Neli Gonzáles por su infinita paciencia, su dirección, apoyo y motivación durante toda la carrera y en especial durante el desarrollo de este trabajo de titulación.

Mi eterno agradecimiento a mi gran amigo Walter Otavalo, por todo lo compartido, el apoyo, paciencia y principalmente la ayuda que me brindó durante toda la carrera, siempre recordaré que fuimos el grupito de atrás.



## Introducción

En la Geometría, específicamente en el tema de cónicas, cuando se trabaja con elaboración, representación, y análisis de gráficas, usando la metodología tradicional (dictado, pizarrón, marcadores, reglas. etc.), se dificulta la enseñanza ya que, al elaborar las respectivas gráficas, hay un factor dentro del aula de clase que es indispensable para el docente, este es el tiempo, además, que debido a la complejidad que esto representa, se puede evidenciar confusión en los estudiantes debido a la distorsión de la gráfica. La Geometría es una de las ramas de la matemáticas más sólida, intuitiva y vinculada con la realidad, es por esto que se vio la necesidad de facilitar dichos conceptos y hacerlos más sencillos con la ayuda de un curso de actualización para el docente con software educativo.

El curso virtual para el docente en el tema de cónicas, será un instrumento de ayuda para desarrollar nuevas habilidades en el uso de herramientas tecnológicas vinculadas a la educación para la enseñanza, que brinda al docente la oportunidad de llegar al estudiante con nueva metodología, ya que serán participes de forma directa gracias al uso de la tecnología y que a su vez motivará el aprendizaje de esta asignatura que para muchos es difícil su comprensión, adicional a este análisis y como respuesta a esta problemática, he elaborado un recurso, un curso virtual, que consiste en involucrar las TIC a las que en adelante nos referiremos únicamente como las TIC.

El curso virtual cuenta con una serie de videos que brindarán la oportunidad de desarrollar destrezas y habilidades en el uso software educativo, como también soporte a los conceptos, definiciones y objetivos en el tema de cónicas, que además permitirán visualizar, analizar y elaborar las gráficas correspondientes al tema de cónicas, todo ello para fortalecer de mejor manera la construcción del conocimiento.

La motivación que me llevó a elegir este tema es principalmente la afinidad con la asignatura y las TIC, luego, proponer una temática de forma innovadora y atractiva que brinde al docente la oportunidad de llegar al estudiante en una forma novedosa en donde el docente sea el primer beneficiario de la propuesta.



## Antecedentes

Al experimentar la fase de desarrollo de prácticas preprofesionales, dentro de la sección de observaciones que se realizaron en una Institución Educativa de la ciudad de Cuenca, se pudo constatar que existe un problema en las aulas de clase que afecta a los estudiantes y tiene relación directa con la práctica docente, piedra angular de este espacio de aprendizaje.

La última década del siglo XX se ha caracterizado por el dinamismo en el ámbito educativo que está orientado transformación de los sistemas educativos de toda la región, la mayoría de países han puesto en marcha reformas educativas que buscan mayor calidad, eficiencia y equidad de la educación, en este marco, las innovaciones educativas se presentan como un eje fundamental para intentar anticipar respuestas a los nuevos desafíos, no obstante, en la educación se pueden llevar a cabo cambios que afectan sustantivamente a un sistema (legislativo, curricular, de estructura, etc.), y se pueden considerar innovaciones, sin embargo, no todas son educativas, porque no todas sirven al propósito de la educación, consecuentemente, para que una innovación sea educativa debe de involucrar necesariamente cambios en las personas, siendo más específico un cambio en los docentes. (Blaco y Messina , 2000)

Los docentes encargados de impartir las clases de matemáticas generalmente no cuentan con formación pedagógica, así también influye la ausencia de preparación disciplinar en matemáticas. El modelo tradicionalista ha llevado a que los estudiantes pasen a una función pasiva y que los docentes sean los encargados de transmitir su sabiduría, por lo cual el estudiante se encarga de replicar las enseñanzas impartidas por el docente, dando como resultados, que los estudiantes no sean reflexivos y mucho menos ser críticos (Bravo, Trelles y Barraqueta, 2017). Los docentes a lo largo de los años no han cambiado la metodología utilizada, dando las temáticas de la misma manera que se lo ha hecho durante toda la trayectoria de su carrera, la falta de innovación en las materias que imparten y el poco, básico o nulo uso de herramientas tecnológicas, desmotiva a estudiantes y conlleva a utilizar mucho tiempo para desarrollar un tema.

Según Téliz, los docentes confirman que la utilización de tecnologías en sus prácticas de enseñanza es escasa e incluso existe resistencia a estas herramientas. En las observaciones realizadas, las dificultades detectadas se centran en la interpretación y graficación de



problemas relacionados con cónicas, así como la determinación de lugares geométricos en base a parámetros dados. Todas estas dificultades podrían implicar la introducción de errores conceptuales en la temática de cónicas. (Téliz, 2015)

La nueva era tecnológica exige a los docentes ser competentes en la manera de interpretación, asimilación, reflexión e interacción con la información para dar respuesta a las demandas socioeducativas actuales. Sin embargo, de acuerdo a Lloyd, en un test aplicado a los docentes, estos presentan debilidades en el conocimiento de contenido y enseñanza, lo que conlleva a la desmotivación de estudiantes y dificultades en la comprensión logrando que éstos se centren en estudiar para aprobar, más no para aprender (2014).

### **Justificación**

El mundo evolucionó, las sociedades progresan y dentro de este cada tema se fue modificado y perfeccionado, la labor docente no ha sido la excepción, el uso de herramientas tecnológicas es algo de todos los días y para nuestra problemática destacaremos el uso de GeoGebra para el estudio de varias temáticas de Matemáticas y la Física (Nuñez, Hernández y Cardona, 2016). Cada proceso tiene su esencia, aquello, no impide actualizar la metodología con la que se imparte las clases, pues son aquellas donde podemos evidenciar que la práctica docente no ha sufrido mayor cambio en muchos años, es ahí donde debemos innovar, y la inserción de herramientas tecnológicas dentro de las aulas se vuelve imprescindible para dejar de lado la tradicional y abstracta manera en que los estudiantes adquieren conocimientos, tal como lo es en el tema de cónicas, y que con la ayuda de la herramienta GeoGebra, este proceso de aprendizaje puede ser mejor apreciado, visualizado y aprendido satisfactoriamente.

Un elemento central en materia educativa será iniciar un proceso de transformación de universidad tradicional a universidad digital, que implica, entre otras cosas, incorporar las TIC a la docencia, la investigación, la difusión del arte y la cultura, la extensión y la gestión, utilizando cotidianamente plataformas tecnológicas, es necesario contar con infraestructura y disponer de esquemas de educación virtual apoyados en la implantación de sistemas modernos de gestión de contenidos de aprendizaje que incluyan, entre otros componentes, un plan institucional de desarrollo de competencias y habilidades tecnológicas en el docente. Este es un reto que deberá contribuir a la reducción de la brecha digital en las universidades (Ruiz, Martínez, y Sánchez, 2015).



Los docentes pueden desarrollar varias destrezas siguiendo las indicaciones que se dan en los diferentes videos educativos, además, en el seguimiento del curso dentro de un entorno virtual se podrá afinar las mismas destrezas mediante demostraciones y resoluciones de diferentes ejercicios, finalmente docente/estudiante alcanzarán el conocimiento necesario para aplicarlo.

Con la implementación de estas herramientas tecnológicas se da la posibilidad de realizar la práctica docente de forma constructiva, ya que al usar herramientas como GeoGebra dentro de las clases despertará el interés en los estudiantes y con ello se logra un aprendizaje significativo. Los docentes pueden ayudarse de esta herramienta, dejando de lado el aprendizaje de manera tradicional, por ejemplo, presentando varias clases de manera gráfica en las cuales puedan trabajar conjuntamente docentes y estudiantes.

### **Objetivo general**

- Elaborar una propuesta mediante un entorno virtual con videos educativos y didácticos que permita desarrollar en el docente de matemáticas, destrezas en el uso de la herramienta GeoGebra para el tema de cónicas.

### **Objetivos específicos**

- Diseñar y desarrollar un entorno virtual en donde se pueda dar seguimiento a un curso con ayuda de videos educativos.
- Diseñar y desarrollar videos educativos de las actividades diseñadas en GeoGebra.
- Diseñar actividades mediante GeoGebra para las conceptualizaciones, demostraciones y representaciones gráficas de cónicas.



## Capítulo 1: Fundamentación teórica

### 1.1 El aprendizaje significativo vinculado a las TIC

Desde mediados del siglo XX el mundo ha experimentado progresivamente la llamada Revolución Informática, que tiene por símbolo y detonante la invención de la computadora, esta revolución, al igual que lo hizo la revolución industrial, ha calado en todos los aspectos de la vida diaria, a tal punto, que no se puede imaginar la vida sin la tecnología informática.

A su vez, esta Revolución Informática ha dado lugar a una nueva revolución que se ha iniciado recientemente; y es llamada, la Cuarta Revolución Tecnológica. Esta Cuarta Revolución Tecnológica se caracteriza principalmente por el uso generalizado de tecnologías, el internet y el avance en nuevas tecnologías que modifican actividades y procesos, como la inteligencia artificial, la impresión en tres dimensiones, la robótica, la biotecnología y la automatización de vehículos (CEPAL, 2019). La Cuarta Revolución Tecnológica trae consigo la total independencia de la mano de obra humana.

Las nuevas tecnologías están modificando los paradigmas de producción y consumo, lo que inevitablemente tendrá efectos en el mercado del trabajo. Más allá de estos cambios específicos en el sector productivo, existen otros efectos, hasta el momento invisibilizados, en la salud, la educación, la vivienda, el transporte, entre otros, que abren un espacio de desafíos y oportunidades para la política pública. (CEPAL, 2019)

La CEPAL señala así mismo en su artículo, que estos procesos de transformación tecnológica conlleva importantes oportunidades para combatir los altos niveles de desigualdad en la sociedad latinoamericana, esta dinámica no es ajena al ámbito educativo, pues empuja también a los sistemas educativos a adaptarse a las tecnologías, como señala Valeria Perasso en su artículo para la BBC: “el proceso de transformación sólo beneficiará a quienes sean capaces de innovar y adaptarse.” (Perasso, 2016)

En este marco, las innovaciones educativas se presentan como un eje fundamental para intentar anticipar respuestas a los nuevos desafíos, no obstante, estas innovaciones que pueden ser legislativas, curriculares, estructurales, etc, no son todas educativas, porque no todas sirven directamente al propósito de la educación, consecuentemente, para que una innovación



sea educativa, debe necesariamente involucrar cambios en las personas, más precisamente un cambio en los docentes (Blaco R y Messina G., 2000).

### 1.1.1 Las TIC como instrumentos cognitivos.

Desde la mitad de la década de los 90 se ha venido gestando esta integración tecnológica en la educación, impulsada principalmente por la psicología cognitiva, corriente donde los ordenadores tienen un rol como instrumentos dentro de las prácticas estudiantiles y no solamente como sistemas de transmisión de contenidos. De manera que estas tecnologías se conciben como *instrumentos cognitivos*, refiriéndose a una concepción constructivista al servicio del aprendizaje significativo y no meramente a instrumentos de productividad (Pérez Sánchez & Beltrán Llera, s.f.). Dichos instrumentos cognitivos tienen la finalidad de liberar espacio cognitivo del estudiante para facilitar el pensamiento de nivel superior ya sea para generar o probar hipótesis en el contexto de la solución de problemas (Lajoie, 1993, como se cito en Pérez Sánchez & Beltrán Llera, s.f.). Otra idea importante que señalar sobre los instrumentos cognitivos, es que estos deben guiar adecuadamente los procesos de pensamiento del estudiante, más no facilitar, ni reemplazar el esfuerzo del mismo, sino direccionar este esfuerzo hacia su propia construcción del conocimiento, o sea, que exigen del estudiante un mayor esfuerzo mental para utilizarlos, activando procesos mentales más profundos a la hora de aprender.

Dicho de otro modo, en el estudiante quedaría la tarea del pensamiento crítico, solución de problemas, comprensión del método científico y síntesis de diferentes puntos de vista; mientras en el ordenador queda la tarea de almacenamiento y recuperación.

<b>Ventajas del uso del ordenador</b>
<b>Acceso.</b> Los ordenadores permiten conseguir cantidades inmensas de información fácilmente y en poco tiempo. Esto exige que los estudiantes desarrollen habilidades de selección, organización y elaboración de la información obtenida.
<b>Exploración independiente.</b> Los estudiantes pueden explorar con el ordenador áreas y zonas hasta ahora casi impensables y, con ello, formular hipótesis, hacer preguntas, investigar, es decir hacer pensamiento de nivel superior, como en los problemas de la vida.
<b>Interactividad.</b> Con el ordenador, los estudiantes se pueden comunicar unos con otros y con los docentes.
<b>Aprendizaje colaborativo.</b> La tecnología permite trabajar en tareas, proyectos y solución de problemas, así como compartir el conocimiento construido.



<b>Eficiencia.</b> La velocidad, precisión y exactitud del ordenador puede contribuir a mejorar los hábitos de eficiencia y organización del estudiante, avanzando en su trabajo y elaborando tablas, bases y mapas que representan eficazmente el conocimiento conseguido.
<b>Productividad del docente.</b> El ordenador puede liberar a los docentes de tiempo para interactuar más con los estudiantes a fin de activar la curiosidad, preguntar, estimular el debate, etc. Asimismo, pueden comprobar el nivel de autonomía conseguido por los estudiantes en su aprendizaje y la forma en que construyen sus significados.
<b>Recoger y representar el conocimiento.</b> El ordenador permite a los estudiantes reorganizar y representar el conocimiento describiendo clara y precisamente sus interrelaciones.

Tabla 1. (Pérez Sánchez &amp; Beltrán Llera, s.f.)

Por otro lado, Pérez Sánchez & Beltrán Llera (s.f.) también señalan desventajas con respecto a el uso de las tecnologías, pudiendo estas propiciar un comportamiento mimético de copiar y pegar tareas, o hacerlo desconcentrarse cuando este lo utiliza con otros objetivos. También hacen hincapié en la necesidad de “hacer cambios sistémicos en el currículo, la instrucción y la evaluación en la medida en que requiere cambios en los roles del estudiante, del docente y de las tareas de enseñanza aprendizaje”, pues el docente ocupa un rol fundamental en el aprendizaje y requiere nuevas clases de asistencia en el desarrollo profesional para poder utilizar estas tecnologías eficientemente.

Para aterrizar el concepto de instrumentos cognitivos en las TIC, García López (2011) en su tesis doctoral usa como eje vertebrador el concepto de competencias; las cuales son definidas por el estudio PISA 2003 “como el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones”; de manera que las competencias marcan una perspectiva más amplia y comprensiva de las expectativas del aprendizaje, para expresar determinados usos reconocibles y deseados del conocimiento matemático, los cuales se pueden observar o inferir a partir de las actuaciones de los estudiantes ante tareas (Rico & Lupiáñez, 2008). Así, García López incorpora el aprendizaje basado en competencias e incluye nuevas expectativas de aprendizaje a las TIC.

Perez y Beltran también mencionan varios estudios que dan fe de las ventajas del uso de instrumentos cognitivos en el aula. Entre ellos están el estudio de McKinnon y otros (1996), “donde se encontró que el uso de ordenadores contribuía con otras innovaciones instruccionales a un mejor rendimiento en inglés, matemáticas y tests de ciencias”. El estudio





de Goldberg y Richards (1995) en las escuelas CoNECT donde “se ha demostrado que las escuelas están comenzando a progresar en una serie de áreas clave incluyendo la elevación de las puntuaciones de tests”. El estudio de Mane y Schaffer, (1997) en 55 escuelas de Nueva York donde concluyen que “el creciente apoyo de la tecnología facilita, favorece y mejora el rendimiento de los estudiantes”. El estudio de Gregoire y otros (1996) donde concluyeron que “las nuevas tecnologías desarrollaban el interés de los estudiantes en actividades de aprendizaje, al menos para conducirles a dedicar más tiempo y atención a estas actividades que en las clases ordinarias” de manera que refuerzan la confianza en sus habilidades, lo que a su vez explica el por qué “un gran número de ellos eligiera actividades en las que la tecnología jugaba un papel importante y que requería perseverancia”. Por otro lado, García López (2011) menciona en su tesis doctoral<sup>1</sup>, las investigaciones de Lee y Hollebrands (2008), “quienes subrayan la importancia de preparar a los docentes para enseñar a los estudiantes de matemáticas un uso apropiado de las tecnologías, a la vez que proporcionan herramientas para ello”; y la de Arias, Maza y Saenz (2005), donde ellos “sostenían que la integración de las TIC en el aula de matemáticas no sólo mejoraría, en relación a la metodología tradicional de enseñanza, el aprendizaje en matemáticas de los estudiantes, sino que sería evaluada por los estudiantes y docentes como una metodología eficaz y satisfactoria, y constituiría una mejora sistemática independientemente del nivel educativo del estudiante”.

Finalmente, Pérez y Beltrán señalan cuatro factores determinantes para que la tecnología juegue un papel positivo en el aula:

- Formación del docenteado: El éxito o fracaso de la tecnología es más dependiente de los factores humanos y contextuales que del hardware o software. El grado en que se entrena a los docentes para usar los ordenadores y apoyar el aprendizaje juega un papel a la hora de determinar si o no la tecnología tiene un impacto positivo en el rendimiento.
- Identidad y valor: El éxito o fracaso de la tecnología implica que el docente la vea como un recurso valioso, sepa dónde puede tener el mayor éxito y ajuste el diseño de aplicación con el propósito intentado y la meta de aprendizaje.
- Integración de la tecnología en el aula: El éxito de la tecnología depende de tener masa crítica significativa y tipos de aplicaciones de tecnología que sean apropiados a las expectativas de aprendizaje de la actividad. Si los estudiantes tienen que beneficiarse de la tecnología necesitan poder contar con conexiones a Internet suficientes.

---

<sup>1</sup> García López expone una extensa recopilación de medios y fuentes relacionadas a TIC, actitudes y competencias matemáticas en el Anexo B del mismo trabajo.



- Clima de motivación favorable: La percepción más fuerte entre los docentes es que los ordenadores han mejorado el clima del aprendizaje aumentando la motivación del estudiante en temas en los que usan ordenadores.

(Pérez Sánchez & Beltrán Llera, s.f.)

La integración de las TIC en la educación no es una problemática reciente, lleva gestándose más de tres décadas y existen varios estudios realizados en diferentes países que confirman su pertinencia, aplicabilidad y ventajas; en este sentido, es urgente crear iniciativas que permitan integrar a nuestro país a la vanguardia educativa, este trabajo pretende aportar en dicho ámbito. Pero antes de continuar profundizando acerca de los instrumentos cognitivos, es necesario detallar la teoría del aprendizaje significativo planteado por David Ausubel, pues como se vio, está estrechamente ligado a su concepción.

## **1.2. La teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel.**

A la par con la Revolución Informática, durante la segunda mitad del siglo XX emergieron varias propuestas pedagógicas innovadoras, que replanteaban los sistemas educativos. Entre estos se encuentra la teoría del Aprendizaje Significativo propuesto por David Ausubel en el marco de la psicología constructivista.

Aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. (Moreira, 1997)

Según Moreira, la no arbitrariedad y sustantividad son las características básicas del aprendizaje significativo. La no arbitrariedad, se refiere a que el material potencialmente significativo, debe relacionarse con conocimientos específicamente relevantes (subsunoadores) que ya posee el estudiante. La sustantividad, por su parte, significa que lo que se incorpora a la estructura cognitiva es la sustancia del nuevo conocimiento, no las palabras exactas usadas para expresarlas (Moreira, 1997). La estructura cognitiva por su parte, se entiende como el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como la organización que establece de los mismos (Ausubel, 1983).

Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen un marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permite una mejor orientación de la labor educativa, por lo que ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con mentes en blanco o que el



aprendizaje de los estudiantes comience de cero, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio (Ausubel, 1983).

La importancia de aplicar una teoría del aprendizaje radica en que esta ofrece explicaciones sistemáticas, coherentes y unitarias del ¿cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?, además de presentar los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje determinado en los “principios del aprendizaje”. De manera que si el docente fundamenta su trabajo en estos principios podrá elegir adecuadamente nuevas técnicas de enseñanza y mejorar su efectividad. Ausubel sostiene que el método expositivo es el más eficiente para la asimilación de contenidos a la estructura cognitiva, en comparación con otros métodos de aprendizaje-enseñanza, debido a que este puede ser organizado de tal manera que propicie un aprendizaje por recepción significativo (Ausubel, 1983).

### **Requisitos para el aprendizaje significativo**

Ausubel, (1983) establece las siguientes pautas para reconocer si un material es potencialmente significativo:

- El material debe relacionarse de manera no arbitraria y sustancial con alguna estructura cognoscitiva específica del estudiante, la cual debe poseer significado lógico, o sea ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del estudiante.
- El material debe adquirir un significado psicológico, es decir, cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo para lo cual es fundamental que el estudiante posea los antecedentes ideativos necesarios.
- Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el estudiante muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva.



### **1.2.1 Tipos de aprendizaje significativo**

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

#### **Aprendizaje de representaciones.**

Es el aprendizaje más elemental del cual parten los demás. Es la atribución de significados a determinados símbolos, es decir, cuando un símbolo arbitrario se iguala en significado con un referente, este puede ser un objeto, un evento o un concepto, lo importante es que, para el estudiante se genere una asociación entre el símbolo y el objeto, de manera sustantiva y no arbitraria como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva (Ausubel, 1983).

#### **Aprendizaje de conceptos**

Según Ausubel (1983), los conceptos se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo. Los conceptos se adquieren a través de dos procesos, la formación y la asimilación.

En la formación de conceptos, los atributos de criterio del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis. Es decir, que un concepto se absorbe al estar en contacto permanente con diferentes referentes del mismo significado. Por su parte, el aprendizaje de conceptos por asimilación se produce cuando los atributos de criterio de un concepto se pueden definir usando nuevas combinaciones disponibles en la estructura cognitiva del estudiante, es decir, cuando éste distingue nuevos atributos de criterio para un mismo concepto a medida que se desarrolla.

#### **Aprendizaje de proposiciones**

Según Ausubel (1983), este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones. De manera que el aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras previamente establecidas en la estructura cognoscitiva, donde cada una constituye un



referente unitario, pero en conjunto su idea resultante es más que la suma de estos, pues en conjunto posee un significado denotativo y connotativo que al interactuar con las ideas previas producen un nuevo significado que será asimilado a la estructura cognoscitiva del estudiante.

### **Principio de la asimilación**

Según Ausubel (1983) este principio establece que, la asimilación de conceptos ocurre cuando interactúan el material cognoscitivo preexistente en el estudiante con el nuevo material que será aprendido, de manera que esta interacción reorganiza los antiguos y nuevos significados formando una nueva estructura cognoscitiva diferenciada. Es importante destacar que el producto de la asimilación no es solamente la nueva estructura diferenciada, sino que también agrega nuevos significados a los conceptos previos, es decir a los subsunores, favoreciendo así la retención del subsunor.

Además, esta teoría considera un proceso posterior de olvido, en el que las ideas recién asimiladas, cada vez tienden a no poder diferenciarse de los subsunores, de manera que no pueden reproducirse como entidades individuales, a dicho proceso Ausubel se refiere como “asimilación obliteradora”, lo importante de este proceso es la relevancia que adquieren los subsunores en el aprendizaje significativo, pues estos al fusionarse con la nueva idea termina por convertirse en un nuevo subsunor, y los subsunores modificados tienden a ser retenidos de mejor manera, así pues, el proceso de olvido únicamente ocurre entre la diferenciación de los conceptos previos con los nuevos en la fase temporal posterior .

### **Aprendizaje subordinado**

Ausubel (1983) afirma que la estructura cognoscitiva tiende a una organización jerárquica, de manera que el aprendizaje subordinado ocurre “cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos pertinentes de la estructura cognoscitiva previa del estudiante”, es el típico proceso de subsunción.

El aprendizaje de conceptos y de proposiciones, hasta aquí descritos reflejan una relación de subordinación, pues involucran la subsunción de conceptos y



proposiciones potencialmente significativos a las ideas más generales e inclusivas ya existentes en la estructura cognoscitiva.

El aprendizaje subordinado puede a su vez ser de dos tipos: Derivativo y Correlativo. “El primero ocurre cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo específico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida [...] Cabe indicar que los atributos de criterio del concepto no cambian, sino que se reconocen nuevos ejemplos” (Ausubel, 1983).

Por su parte el aprendizaje subordinado es correlativo, "si es una extensión elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas" (Ausubel, 1983). Es el típico proceso a través del cual un nuevo concepto es aprendido, ocurre cuando la nueva información también es integrada con los subsunsores relevantes más inclusivos pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser modificados.

### **Aprendizaje supraordinado**

Según Ausubel (1983) esto ocurre cuando una nueva proposición se relaciona con ideas subordinadas específicas ya establecidas, pues ocurren en el curso del razonamiento inductivo o cuando el material expuesto implica la síntesis de ideas componentes. También señala la evolución dinámica que tienen las estructuras cognitivas, puesto que el aprendizaje puede pasar de supraordinado a subordinado y viceversa en cualquier momento, de manera que nos confirma que dicha estructura cognitiva es modificada constantemente.

### **Aprendizaje combinatorio**

Este tipo de aprendizaje se caracteriza por que la nueva información no se relaciona de manera subordinada, ni supraordinada con la estructura cognoscitiva previa, sino se relaciona de manera general con aspectos relevantes de la estructura cognoscitiva. Es como si la nueva información fuera potencialmente significativa con toda la estructura cognoscitiva (Ausubel, 1983).

Este tipo de aprendizaje puede ser más difícil de aplicar que otros, debido a que no hay relaciones fuertes entre los conocimientos, o más bien, que estos existen de manera general, sin embargo, Ausubel (1983) recomienda buscar atributos de criterio



comunes, que, si bien pueden ser aprendidos con mayor dificultad, pueden tener la misma estabilidad en la estructura cognoscitiva si son elaboradas y diferenciadas en función de aprendizajes derivativos y correlativos, implicando análisis, diferenciación, en escasas ocasiones generalización y síntesis. Esto evidencia la gran importancia de los subsunsores en el aprendizaje significativo.

### **Diferenciación progresiva y reconciliación integradora**

La diferenciación progresiva se refiere al proceso mental que ocurre durante el aprendizaje significativo, donde las ideas previas existentes en la estructura cognoscitiva del estudiante se modifican constantemente al entrar en contacto con las nuevas ideas presentadas, de manera que los subsunsores van adquiriendo nuevos significados, produciendo una elaboración jerárquica de los conceptos o proposiciones, es decir, se diferencian progresivamente. Este proceso se presenta generalmente en el aprendizaje subordinado (especialmente en el correlativo).

La reconciliación integradora por su parte, se refiere al proceso que ocurre cuando las ideas ya establecidas en la estructura cognitiva son reconocidas y relacionadas durante un nuevo aprendizaje, posibilitando una nueva organización y la atribución de un significado nuevo. Este proceso se presenta durante los aprendizajes supraordinados y combinatorios, pues demandan de una recombinaión de los elementos existentes en la estructura cognitiva (Ausubel, 1983).

La diferenciación progresiva y la reconciliación integradora son procesos dinámicos que se presentan durante el aprendizaje significativo. La estructura cognitiva se caracteriza, por lo tanto, por presentar una organización dinámica de los contenidos aprendidos. Según Ausubel, la organización de éstos, para un área determinada del saber en la mente del individuo tiende a ser una estructura jerárquica en la que las ideas más inclusivas se sitúan en la cima y progresivamente incluyen proposiciones, conceptos y datos menos inclusivos y menos diferenciados.

(Ahumada, 1983).

Ahumada (1983) recomienda provocar la diferenciación progresiva al inicio del proceso educativo, enseñando a partir de las ideas más generales e inclusivas, para diferenciarlos paulatinamente en términos más detallados y específicos, puesto que “es más fácil para los seres humanos captar aspectos diferenciados de un todo inclusivo previamente aprendido, que llegar al todo a partir de sus componentes diferenciados ya que la organización



de los contenidos de una cierta disciplina en la mente de un individuo es una estructura jerárquica” (Ahumada, 1983: 87).

Es por ello que Ausubel recomienda explorar las relaciones entre conceptos, para destacar las diferencias y similitudes más importantes, que al momento de programar los contenidos nos permitan posteriormente, reconciliar las incongruencias reales o aparentes surgidas durante el proceso de diferenciación progresiva.

Una vez definidos estos conceptos, es menester escoger un instrumento cognitivo que nos permita, de manera efectiva, aplicar la teoría del aprendizaje significativo y conseguir resultados óptimos en el uso del software. De entre el abanico de opciones que existen: GeoGebra, Regla y Compás, GeoNext, etc. Se ha escogido el software GeoGebra por ser el que mayores ventajas presenta para los objetivos de esta tesis, a continuación, profundizaremos sobre esta elección.

### **1.3. Los instrumentos cognitivos y la enseñanza – aprendizaje de la Geometría.**

Según su página web oficial, GeoGebra se presenta como un software de matemáticas para todo nivel educativo. Su ventaja más relevante, es lo dinámico que es, puesto que permite trabajar geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización de hojas de cálculo, lo que le permite armonizar lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología. Entre otras ventajas están su interfaz intuitiva y ágil, que permite crear recursos de aprendizaje interactivos como páginas web, que está disponible en varios idiomas y además que su software es de código abierto libre y disponible para usos no comerciales (GeoGebra, 2021).

Además es uno de los programas de su tipo más difundidos en el mundo, teniendo millones de usuarios alrededor del globo, a tal punto que solo en España se han creado tres asociaciones o institutos: la Asociación catalana de GeoGebra, el Instituto GeoGebra de Cantabria, el Instituto GeoGebra de Andalucía y están en proceso de constitución otros varios más, que forman parte de la red “International GeoGebra Institute”, que tiene como misión la difusión y enseñanza de GeoGebra, entregando certificaciones del nivel de conocimientos del usuario, desarrollando materiales y, en general, proporcionando apoyo al docente para su utilización en un contexto educativo (García López, 2011).





El trabajo de García López tiene una especial importancia en el desarrollo de esta tesis, pues aplicando el software GeoGebra, ella presenta un sólido marco teórico para el análisis de competencias matemáticas, actitudes matemáticas y TIC en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en secundaria, arrojando interesantes resultados, donde profundiza particularmente en estudios sobre los efectos de los ordenadores en el rendimiento y aprendizaje del alumnado; y estudios sobre las prácticas de uso de los ordenadores en los centros y aulas desarrollados en contextos reales.

De manera particular en el segundo ciclo de su investigación, formula la siguiente conjetura, cuyos resultados son especialmente valiosos como punto de partida de este trabajo, atendiendo cuestiones tan importantes como el papel del docente, la naturaleza de las tareas, la cultura social del aula y el trabajo colaborativo:

Se puede diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza basada en el uso de Geogebra que promueva una transformación positiva de las actitudes relacionadas con las matemáticas y un desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de secundaria. El uso de Geogebra potenciará en mayor grado determinadas actitudes y competencias. Ciertas características y atributos del software guardarán relación directa con las transformaciones provocadas en determinadas actitudes y competencias de los estudiantes.

(García López, 2011, p. 35)

García López comprueba que las siguientes funciones atribuidas a la tecnología desarrolladas por Miguel Angel Zalbaza en su libro “Diseño y desarrollo curricular” (1989) se pusieron de manifiesto en el aula al integrar Geogebra:

- **Función innovadora.** Permite el diseño de nuevas y novedosas actividades ya que cambia la interacción sujeto-aprendizaje.
- **Función motivadora.** Estimulan la participación del alumnado acercando el aprendizaje de la materia al mundo real.
- **Función estructuradora de la realidad.** Nos llevan a conocer mejor determinados contenidos, mostrándonos de forma diferente (efecto visual) la realidad. Mejoran los aprendizajes al dotarlos de sentido real.
- **Función de relación estudiante/a-conocimientos.** El tipo de medio condiciona el tipo de operación mental que la persona va a desarrollar en el manejo del medio y en el procesamiento de la información que el medio transmite.
- **Función solicitadora u operativa del aprendizaje.** Facilitan y organizan las acciones instructivas, incluyendo no sólo el contacto con los contenidos presentados a través del medio, sino el contacto con el propio medio.



- **Función formativa global.** Ayuda a transmitir valores educativos y actitudes: cooperación, implicación emocional, intensidad de esfuerzo exigido, etc.

(García López, 2011, p 54)

Además, comprobó otras ventajas del uso de la computadora en el aula propuestas por **Alemán de Sanchez (2002):**

- Participación activa del estudiante en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el estudiante y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micromundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el estudiante.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el estudiante puede aprender de sus errores.

(García López, 2011)

También coincide con las advertencias de Sordo (2005) sobre el uso de TIC en el aula de matemáticas:

- La posibilidad de perder el sentido de las operaciones que realiza el ordenador de forma automática. Esta pérdida de sentido operativo puede provocar una pérdida de destrezas aritméticas básicas.
- Podemos confundir manipulación con conocimiento matemático, típico de cuando se adquiere un aprendizaje memorístico de las matemáticas consistente en el almacenamiento de algoritmos, definiciones y teoremas, en vez de una construcción de las matemáticas para la resolución de problemas. Los ordenadores no ofrecen garantías de la comprensión de los objetos manipulados.
- Debemos tener en cuenta la limitación del medio, ya que si no podemos caer en el error de creer que el ordenador lo resuelve todo. Se puede perder el sentido crítico debido a la fe ciega en la máquina.
- Podemos caer en peligros como la infodependencia. Podemos llegar a no saber resolver problemas si no es con el uso del ordenador.

(García López, 2011, p 56 )

En relación a estos peligros, Garcia Lopez hace dos observaciones importantísimas. La primera con respecto a la gran diferencia que existe entre el uso del computador en el aula y en el hogar, puesto que, ¿según el informe “Are students ready for a technology-rich world? What PISA studies tell us” de la OCDE del año 2006, el uso medio de TIC en los países de la OCDE se posicionaban en un promedio del 44%, mientras que su uso en los hogares alcanzaba un 74%. En el Ecuador por otra parte, el INEC (2017) reveló que, a nivel nacional, en 2017, el 40,7% de la población utilizó internet como fuente para obtener información; 31% como medio de comunicación; 21,1% para educación-aprendizaje; y 3,3% con fines de trabajo, asimismo, en el 2018, el INEC reveló que el acceso de los hogares a internet tuvo una participación del 37,2%, lo que implica, un incremento del 14,7% en relación con el año 2012, una tendencia claramente alcista, que pone en evidencia la urgencia de ejecutar



proyectos que reduzcan esta brecha entre el uso de TIC en el aula y el hogar; y por otro lado, favorecer a los sectores vulnerables democratizando los recursos bibliográficos, permitiendo una mayor participación en comunidades de aprendizaje, rompiendo las barreras geográficas y trascendiendo los muros del salón de clases, pero sin caer en los peligros antes mencionados. La segunda observación realizada por Garcia Lopez enfatiza en que el uso adecuado de la tecnología en el aula depende en gran medida de la estrategia del docente, pues esta no pretende reemplazar su rol, sino facilitarle la tarea de observar la forma del pensamiento matemático de los estudiantes, a través de lo cual pueda redefinir los contenidos, la metodología y su propio papel, para planificar de antemano el modo de integrarlas en sus clases, para que diseñe actividades que aprovechen las TIC y a la vez resulten útiles para la consecución de sus objetivos de aprendizaje.

En este sentido, Garcia López comprueba que las propiedades de Geogebra permiten a los estudiantes testar ideas y recibir feedback, manipular directamente objetos y comprometerlos en exploraciones matemáticas lúdicas, aplicar múltiples estrategias de solución, emplear múltiples representaciones y hacer obvia la relación entre representaciones<sup>2</sup>, y así mismo, apunta a que la falta de concordancia entre el uso potencial y real de las TIC en el aula, se debe a una falta de formación del docenteado sobre este tema, que les otorga una visión limitada de las posibilidades que su incorporación llevaría consigo, lo que además conlleva invertir más tiempo, dedicación y esfuerzo, pues supone romper con normas, tradiciones, formas de trabajar, etc. que no se puede esperar que sean inmediatas.

De manera que, es lógico pensar que, si muchas de nuestras acciones están condicionadas por el uso de la tecnología, debemos incorporarlas a la educación para garantizar la alfabetización tecnológica de nuestros docentes y estudiantes. Siguiendo a la OCDE (2003), la alfabetización tecnológica podría definirse como el interés, actitud y habilidad de los individuos para usar apropiadamente la tecnología digital y las herramientas de comunicación con el fin de acceder, gestionar, integrar y evaluar información, construir nuevo conocimiento y comunicarse con otros, a fin de participar efectivamente en la sociedad.

Por ello toman relevancia los talleres de formación online para maestros en servicio, pues según Parsad, Lewis y Farris (2001), la mayoría de oportunidades de formación en

---

<sup>2</sup> cabe señalar que estos principios de evaluación fueron desarrollados por Clemens (2000) y Underwood (2005) y utilizados como criterios por Garcia Lopez.



desarrollo tecnologico profesional se presentan en talleres de corta duración que se centran en impartir los conocimientos generales acerca de un nuevo software educativo, así como, las habilidades básicas necesarias para su manejo. Sin embargo, Garcia Lopez (2011) señala que, debido a la escasez de tiempo, muchos talleres no cubren la cuestión de cómo integrar este software con éxito en la enseñanza de las matemáticas, y por lo tanto, la transferencia de estas nuevas habilidades a sus aulas se hace más difícil de lo necesario para los docentes.

Por ende, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje de los docentes, es necesario abarcar ciertas competencias digitales. Para este trabajo de tesis se utilizarán principalmente cuatro competencias digitales.

- Gestión de aulas virtuales: Uso de comunidades virtuales a través de *Plataformas de Gestión del Conocimiento*. En este caso se ha escogido la plataforma MOODLE.
- Comunicación: A través de correo electrónico, videollamadas, salas de chat, teleconferencias y pantallas compartidas.
- Edición multimedia: Presentaciones, video tutoriales y simulaciones.
- Uso de materiales didácticos: Que abarcan Software de Geometría Dinámica, Software de Matemática Dinámica y hojas de cálculo. En este caso específico nos referiremos al software GeoGebra que abarca estas tres utilidades.

Se ha escogido la plataforma MOODLE pues ofrece un espacio educativo en la red donde se puede personalizar actividades, test o exámenes de manera gratuita, además permite interactuar con los estudiantes a través de salas de chat y foros, sin embargo, también recomendamos usar Helvia en caso de no contar con internet.

Para la comunicación vía correo electrónico se puede usar cualquier plataforma como Gmail, Outlook, Yahoo, etc. Para hacer las videollamadas grupales se puede usar la plataforma Zoom. En el punto de edición multimedia se usará la plataforma Youtube para alojar los videos tutoriales y presentaciones de las clases.

Como ya se indicó, el software GeoGebra ha sido escogido para el estudio geométrico, rápidamente enumeraremos las ventajas de este programa:

- Permite estudiar la geometría tanto estática como dinámica, lo cual representa una gran ventaja debido a la naturaleza de la geometría dinámica, pues según



Garcia Lopez (2011), es una rama poco estudiada en las aulas debido a que suele ser abordada al final del ciclo escolar una vez que se finalizan otros contenidos.

- Activan la percepción de diagramas teóricos que puede aprovecharse para relacionarlo con el lenguaje, de manera que, usando terminología específica se puede cumplir la tarea de describir objetos y relaciones en el marco de un conocimiento teórico y no quedarse únicamente en la representación gráfica.
- La visualización de la actividad geométrica, que según Duval (2000) abordan los procesos de visualización, de construcción y de razonamiento, contribuyen al aprendizaje de: la distinción entre relaciones gráfico espaciales y relaciones geométricas teóricas; el movimiento entre objetos teóricos y su representación espacial; el reconocimiento de relaciones geométricas en un diagrama; y la habilidad para imaginar todos los posibles diagramas asociados a un objeto geométrico.
- Su uso permite descubrir patrones y formular conjeturas pues permite examinar varios casos donde se puede perfeccionar la habilidad para hacerlo. En este sentido Garcia Lopez (2011), señala que “el centro de atención debería estar en producir argumentos lógicos y presentarlos con una cuidadosa explicación del razonamiento”.

Por otro lado, GeoGebra es actualmente el software más utilizado para la enseñanza de las matemáticas en el mundo, pues se estima que lo usan unos 100.000 docentes a nivel mundial, creando materiales estáticos e interactivos para fomentar el aprendizaje de sus estudiantes. Esta comunidad coordina las siguientes actividades:

- Desarrollo de materiales libres para usar con GeoGebra.
- Talleres para los docentes y futuros formadores GeoGebra.
- Desarrollo y puesta en práctica de nuevas funcionalidades del software.
- Desarrollo de un sistema de apoyo en línea para docentes.
- Evaluación y mejora de las actividades de desarrollo profesional y materiales.
- Diseño y puesta en práctica de proyectos de investigación con Geogebra.
- Presentaciones en congresos nacionales e internacionales.

Las adaptaciones que se han realizado para integrar estos cambios han demostrado varios beneficios tales como: ambientes animados, reducción de costos, optimización de la



infraestructura, aprendizaje por descubrimiento, mejorar las habilidades del estudiante, entre muchas otras que permiten que estudiantes y docentes vivir experiencias educativas importantes, más allá de los contextos clásicos del salón común. El desarrollo de estas herramientas educativas es el apoyo como un medio didáctico, es decir para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. (Bacca L., Cavanzo G., Guevara J.,) El uso de los instrumentos cognitivos en la enseñanza de matemáticas en el aula ya es una realidad de nuestro tiempo. Si bien es cierto que aún resulta novedoso y que las herramientas para aplicarlas correctamente no están ampliamente difundidas; los retos que implican en sí, ya han sido abordados por diversos autores, y como se ha demostrado, existen muchos estudios que avalan su aplicabilidad y ventajas, más sin embargo recomendamos profundizar estos temas en la bibliografía presentada.

Competencias digitales, alfabetización tecnológica

Competencias matemáticas actitudes matemáticas

1. Diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en el uso de software Geogebra.
2. Analizar las transformaciones que la puesta en práctica de dicha secuencia provoca en las actitudes relacionadas con las matemáticas en alumnado de Secundaria.
3. Identificar las características de Geogebra que pueden influir en la transformación de determinadas actitudes relacionadas con las matemáticas.
4. Describir el desarrollo de las competencias matemáticas que se produce en los estudiantes de Secundaria al implementar la secuencia anteriormente descrita.
5. Identificar qué factores de Geogebra intervienen en el desarrollo de determinadas competencias matemáticas.

El que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de



conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

Como ya se indicó, actualmente las TIC ejercen gran influencia sobre todos los aspectos de la vida cotidiana, siendo los más jóvenes sus usuarios por excelencia, puesto que ellos pueden adaptarse con mayor facilidad a ellas, dejando en desventaja a quienes no son capaces de hacerlo. Además, la distribución masiva de estas tecnologías como fenómeno propio de la globalización, han facilitado la creación de diferentes programas informáticos enfocados al apoyo de profesionales de distintas ramas, como también otros enfocados en la enseñanza.

La facilidad con la que se puede acceder a la información hoy en día ha disparado el aprendizaje autodidacta a través de las redes sociales y plataformas virtuales dedicadas a ello. Uno de los medios de formación más populares son los MOOC (por sus siglas en inglés: Cursos Abiertos Masivos Online) donde los estudiantes pueden encontrar vídeos, conferencias, libros electrónicos e incluso docentes en línea a los que consultar. Hoy existen más de cuatro mil plataformas MOOC en el mundo, que incluyen cursos de más de quinientas universidades. (Fernández de Bobadilla, 2018) Incluso el principal portal de MOOC en español, cuenta con más de dos millones de estudiantes y ofrece cursos de 77 universidades.

Como se puede constatar, la comunión entre las TIC y los nuevos sistemas educativos son una realidad, y en el caso particular de la enseñanza secundaria básica, tenemos diversas materias que pudieran mejorarse en la comprensión abstracta como lo es la temática de secciones cónicas, funciones, y más que se requieran una parte grafica sea esta bidimensional o tridimensional, que bien pudieran ser reforzados con el uso de programas informáticos como: GeoGebra, Maple, Scilab. etc. Sumado al hecho de que estas plataformas no son únicamente dirigidas a los estudiantes jóvenes, si no a cualquier persona interesada en la información, incluso siendo material de apoyo para docentes en las aulas de clase.

Sin embargo, la adaptación de estas tecnologías en la educación acarrea ciertos peligros, puesto que su uso sin los criterios acertados, puede dejar caer en saco roto estos esfuerzos, desperdiciando todo el potencial pedagógico que pudieran devenir de estos. Es por ello menester idear nuevos sistemas educativos que aprovechen las TIC, combinado con



teorías constructivistas de la educación, que permitan aportar en la calidad educativa y reducir la desigualdad social en la región.

Por otro lado, según Álvaro Gálvis Panqueva el software educativo “son aquellos programas que permiten cumplir o apoyar las funciones educativas y aquellos que apoyan la administración de los procesos en educación” con ello presenta las siguientes características que debe de poseer estas herramientas: teniendo en cuenta el nivel de aprendizaje, se acomoda el nivel de dominio del tema por parte del usuario, teniendo la posibilidad de llenar vacíos conceptuales y promover el desarrollo de habilidades y promueve la participación activa y apropiación del conocimiento.

#### **1.4. Formación Docente en habilidades orientadas a las TIC**

El gobierno nacional con el objetivo de mejorar la forma de enseñanza de matemáticas en el Ecuador en los docentes, ha implementado una serie de programas en las universidades de tipo A ó B a fin de ofrecer cursos de capacitación continua en diferentes áreas incluida la matemática, (Martínez, M., Castillo, P., Trelles, C., Gonzales, N., Calle, E., Ayala, A., y Flores, M., 2017) se han implementado algunas acciones como:

- **Proyecto SíProfe:** Durante 2010, el SíPROFE ofertó 18 módulos de capacitación. En ellos se contó con 271.681 docentes
- **Formación Docente:** Continuación de SiProfe
- **Programa de Maestrías con Universidades Españolas:** Desde mayo de 2014 el Ministerio de Educación inició una primera fase de programas de maestrías que han beneficiado a alrededor de 2400 docentes en diferentes áreas y para diciembre de 2015, alrededor de 2322 docentes culminaron sus estudios

En la actualidad no existe una estructura claramente definida para la formación continua docente, siendo las universidades del país las que han ido ofertando diversos cursos, talleres, diplomados, así como maestrías. Los resultados de las mismas obtenidas por la INEVAL, a través del MINEDUC han arrojado resultados deficientes, por la misma razón desde el año 2008 se han organizado cursos de formación continua para docentes en las cuales han señalado debilidades, fortalezas, amenazas y oportunidades (Martínez, M., Castillo, P.,





Trelles, C., Gonzales, N., Calle, E., Ayala, A., y Flores, M., 2017). Estos datos obtenidos nos dan a conocer que la capacitación continua a docentes tiene varios inconvenientes, ya que los que no participan en los diversos programas, recalcan los mismos inconvenientes por el cual no pueden ser partícipes en ellos que son: El tiempo, La localización, El costo.

Los ambientes virtuales de aprendizaje, son aquellos en donde las nuevas Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) favorecen el conocimiento y retención de contenidos, son medios importantes para acortar o eliminar distancia y la desigualdad social o de acceso, favoreciendo el progreso, desarrollo y alcance de la educación, no obstante también señala que “la nueva tecnología de la información no hace que los docentes dejen de ser indispensables, sino que modifica su papel en relación con el proceso de aprendizaje” (UNESCO, 1998, p. 27).

Según Ana Cecilia Tagliapietra En una investigación que se realiza a una universidad privada y multicampus del noreste de México en donde se aplicó un cuestionario a 218 docentes, en el cual se realizó con una metodología cuantitativa, se obtuvo que: Inicialmente, se pueden identificar tres grandes categorías de uso e integración de TIC en las instituciones educativas: página web, plataforma educativa y campus virtual, consecuentemente, se deben de considerar diversos factores para que se pueda llegar a la implementación de las TIC dentro de ellas las cuales son: infraestructura, personal requerido, políticas sobre el uso, manejo de espacios y tecnología, apoyos financieros, acreditación de programas virtuales o en línea, así como el cambio en la pedagogía o didáctica. Las TIC pueden transformar el proceso educativo, rompiendo barreras espaciales y temporales. En la actualidad, las nuevas tecnologías educativas ofrecen oportunidades para fortalecer, capacitar y actualizar a todos los que se involucren en ellas, los estudiantes son obligados a usar estas herramientas y a aprender sobre las nuevas estrategias y metodologías que estas involucran. Al igual que los docentes debe hacerlo, esto transforma la manera de enseñar y aprender, siendo de manera flexible e individualizada.

El aula virtual se concibe como una oportunidad pedagógica y una herramienta didáctica útil para docentes y para estudiantes se la considera como una oportunidad de



mejoramiento continuo del proceso de enseñanza y aprendizaje ya que el uso de estos distintos recursos que presenta las TIC, contribuye a mejorar la calidad educativa (Padilla J, Páez C y Montoya R., 2008). Esta herramienta se convierte en un elemento fundamental para las actividades de enseñanza y aprendizaje siendo un eje en la organización y cumplimiento de actividades académicas por parte del docente, y , a la vez, una oportunidad de fortalecer la autonomía de los estudiantes que programan las actividades que desean desarrollar y hacer uso de las diferentes recursos y propuestas que se encuentran propuestas por el tutor, no obstante, el cambio que se debe realizar para aplicar este proceso debe ser por parte del docente para que transforme las metodologías y estilos de enseñanza y aprendizaje. (Tagliapietra A. Gómez M. y Balderas M, 2017)

La introducción de la tecnología en ambientes o en contextos educativos ha propiciado diversos espacios de reflexión, sobre la forma tradicional como se viene impartiendo la educación, tales desarrollos han permitido el diseño de programas completamente virtualizados y de estrategias, como apoyo a programas de educación a distancia y a programas a presenciales, ya que nos da esa flexibilidad, para tener la libertad de seguir un curso, un programa o una clase, en los horarios en los que se tiene disponibilidad, de igual manera ampliando la cobertura y además reduciendo costos educativos y evitando desplazamientos a un lugar físico como un campus por parte de los participantes, ya que pueden acceder de cualquier localidad al conectarse desde un computadora que esté conectado a la “red” (Peña M. y Avendaño B., 2006).

### **1.5. Entornos Virtuales como puente para la enseñanza y aprendizaje**

En el Ecuador se ha implementado una gran inversión en tecnología, como resultado a ello tenemos los llamados colegios del milenio, que están presentes en cada ciudad del país, dando un gran paso a la innovación educativa, con ello se han desarrollado nuevas metodologías para la educación que no son ajenas al uso de las TIC dentro de sus aulas. Por lo tanto, docentes y estudiantes han generado nuevas actitudes y destrezas al uso de estas herramientas tecnológicas dentro de sus labores cotidianas como también dentro del aula. Nos centraremos en el uso que los docentes podrían aplicar de manera eficiente estas llamadas TIC, en las cuales podremos relacionarlas con investigaciones similares en las cuales se las



implementan, como el uso adecuado de un entorno virtual, el aprendizaje mediante videos educativos y uso de Geogebra como puente para aprender Matemáticas

Los llamados entornos virtuales han ido tomando fuerza en los últimos años gracias a la globalización y a la búsqueda de capacitaciones accesibles para todos, acotando también la facilidad de uso y como considera la persona que la utilización de una innovación en particular le supone esfuerzo adicional. Ana Cristina Urquidi afirma que el análisis realizado a la utilidad percibida de estos sistemas, resulta evidente, la funcionalidad de estos entornos virtuales o también conocido como aulas virtuales, además, acentuando que mientras más fácil sea interactuar con estos, mayor debería ser el sentimiento de eficacia y, por ende, debería demostrar mayor intención al usarla. (Urquidi A, Calabor M, y Tamarit C, 2019) De acuerdo a este estudio, se consideran que el usuario puede mejorar los resultados de aprendizaje a través de tres vías:

- Aumentar el compromiso hacia su propio proceso de aprendizaje
- Favorecer el aprendizaje autónomo
- Ampliar las oportunidades de comunicación gracias a la velocidad en la que viaja la información

Por lo tanto, se puede destacar que el uso de estos entornos virtuales es adecuado para actualizar, capacitar y generar nuevos conocimientos, en los que son participes en ellos, pero para lograrlos, el interfaz de la misma debe de presentar fácil accesibilidad y fácil de interactuar, siendo los pilares fundamentas para la creación de un aula virtual, para estos nuevos conocimientos llegue a ser parte de los que accedan a estos entornos virtuales, el aprendizaje se puede manifestar con un componente más de las llamadas TIC, y estos son los videos educativos que forman parte de las nuevas metodologías, que busca hacer más participes en la construcción de su propio conocimiento, mediante guías interactivas que pueden generar interés en los estudiantes ya que pueden desarrollar diversas actividades o generar nuevos conocimientos, como también el generar interés por cierta temática que se desee aprender (Sánchez, 2013).

Pero la verdadera naturaleza que está presente en observar videos es muy variada, siendo principalmente la de entretener a sus usuarios, con ello se debe tener en cuenta que el sitio web más utilizado para ver y difundir diversidad de contenido audiovisual es YouTube, que hoy en día cuenta con más de 100 millones de usuarios, que generan millones de visitas al



día, por ello es un punto de encuentro para quienes quieren exhibir y ver un video, circunstancia que resulta favorable para realizar actividades de enseñanza y aprendizaje, de tal manera que la propia plataforma de YouTube creó un apartado propio para este tipo de contenido educacional siendo el llamado “YouTube.EDU”, en esta configuración, ha sido proactiva en la creación de varios cursos enfocados en diversos contenido educativo de todo índole, con cuentas asociadas a universidades y colegios en todo el mundo, de tal manera que se ha convertido en uno de los repositorios más grandes en el mundo de videos relacionados con la educación y con la enseñanza-aprendizaje, de tal modo que esta tiene la capacidad de interactuar con varios entornos virtuales (Ramírez, 2016).

El video educativo tiene diversidad de beneficios dentro de la enseñanza y aprendizaje, con diversas guías, actividades, tutoriales y contenido, en el ámbito educativo, varios de estos, pueden ser creados para que los usuarios desarrollen nuevas competencias dentro de un cualquier ámbito. En un sentido amplio, consideramos la definición de Competencia, dado por el Consejo Federal de Cultura y Educación de Argentina:

Es un conjunto identificable y evaluable de conocimientos, actitudes, valores y habilidades relacionados entre sí que permiten desempeños satisfactorios en situaciones reales de trabajo, según estándares utilizados en el área ocupacional.

Con respecto a la Competencia matemática, Niss establece que:

Poseer competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo.

Uno de los mayores aspectos es el uso de las llamadas TIC, siendo uno de los aspectos fundamentales el desarrollar metodologías que nos permitan crear en los estudiantes dichas competencias que permitan realizar adecuadamente actividades, resolver problemas o generar proyectos, que estar limitados a recibir información en forma pasiva, en geometría la aparición de software dinámico ha permitido desarrollar secuencias didácticas que motivan a los estudiantes para descubrir así como conjeturar sobre propiedades y relaciones entre los elementos esenciales de figuras y cuerpos. (Cotic, 2017) Para esta capacitación se eligió el programa GeoGebra, por su facilidad de uso y por algunas características significativas. contribuye a mejorar una actividad central de la matemática como la resolución de problemas,



porque proporciona estrategias diferentes para plantear los enunciados, facilita la exploración dinámica de las situaciones y aporta ayudas diversas y nuevos métodos de resolución.



## Capítulo 2: Metodología y Análisis de datos

### 2.1. Metodología

Este proyecto se desarrolló bajo un enfoque mixto, cualitativo-cuantitativo, mezcla de diferentes perspectivas para añadirle profundidad a nuestros estudios; el enfoque cuantitativo debido a que usa recolección de datos en base en la medición numérica y el análisis estadístico para evidenciar el uso, manejo y aplicación de TIC por parte de docentes y estudiantes dentro de sus clases y a su vez con la finalidad de obtener la información y datos, la riqueza interpretativa, la contextualización del ambiente o entorno, los detalles y experiencias únicas, estos aportan un punto de vista “fresco, natural y holístico” de los fenómenos a la investigación.

Los métodos utilizados fueron seleccionados de manera objetiva con el fin de contar con la parcialidad necesaria para esta investigación. De esta manera, las técnicas empleadas se describen como un método rápido y eficaz para obtener datos. Entre los métodos utilizados tenemos: la encuesta que se realizó con los estudiantes de Primero, Segundo y Tercero de BGU, las entrevistas se realizaron a los docentes del área de matemáticas de la institución educativa.

#### 2.1.1 Población

En la Unidad Educativa Cesar Dávila Andrade, la asignatura de matemáticas se estudia durante los 6 años, siendo así que, la geometría analítica se imparte en los años de Bachillerato General Unificado.

Para realizar la entrevista se tomó en cuenta a la población que está conformada por cuatro docentes que han impartido la asignatura de Matemáticas y Física en el Bachillerato General Unificado en la Institución Educativa Cesar Dávila Andrade; y la población para la encuesta fueron los estudiantes de la misma Unidad educativa de los diferentes curso del Bachillerato General Unificado correspondientes al periodo académico de septiembre a julio del año 2020-2021, que son alrededor de 480 estudiantes.



### **2.1.2. Técnica**

Para este trabajo se ha considerado utilizar las siguientes técnicas: entrevista y encuesta: estas técnicas sirvieron para la recolección de información y datos que nos ofrecieron un apoyo para analizar los conocimientos del docente en el uso, manejo y aplicación de las TIC por parte de los docentes y estudiantes de la institución educativa.

La entrevista: es una técnica orientada a establecer contacto directo con las personas que se consideren fuente de información. A diferencia de la encuesta, que se ciñe a un cuestionario, la entrevista, si bien puede soportarse en un cuestionario muy flexible, tiene como propósito obtener información más espontánea y abierta. Durante la misma, puede profundizar la información de interés para el estudio (Baéz & Sequeira, 2006).

La encuesta es una de las técnicas de recolección de información más usadas. De acuerdo con García Ferrando (1993), una encuesta es una investigación realizada sobre una muestra de sujetos representativa de un colectivo más amplio, que se lleva a cabo en el contexto de la vida cotidiana, utilizando procedimientos estandarizados de interrogación, con el fin de obtener mediciones cuantitativas de una gran variedad de características objetivas y subjetivas de la población.

### **2.1.3. Instrumentos**

El instrumento utilizado para realizar la entrevista es una guía de preguntas la misma tiene la finalidad de obtener información objetiva y real.

Para la encuesta se elaboró un cuestionario con preguntas abiertas y cerradas que tiene como objetivo obtener respuestas precisas al momento de obtener la información.

## **2.2. Análisis de resultados**

Para percibir más a fondo la problemática, la primera técnica que se analizó fue la entrevista, realizada a cuatro docentes de matemática y física de la Unidad Educativa Cesar Dávila Andrade, quienes han impartido la materia de Geometría Analítica, se pudo recabar información de lo que ellos opinan en cuanto a el uso, manejo y aplicación de las TIC dentro



de su labor docente y la importancia de una actualización de conocimientos mediante un guía de videotutoriales y curso online en la Tabla 1 se han transcrito las respuestas

### **2.3. Entrevista**





Tabla 2

*Análisis de la entrevista*

Preguntas	Docente A	Docente B	Docente C	Docente D	Análisis
<b>1.- ¿Cuál es su opinión acerca de la aplicación de herramientas tecnológicas dentro de la educación?</b>	-Es una necesidad, ya que ayudan mucho en la optimización del tiempo en la clase, lo cual es muy importante el saber el uso de las tecnologías, ya la tecnología sigue avanzando por ende un docente, estudiante o ciudadano debe conocer el uso de las tecnologías.	-Como docente hay que aprovechar todas estas herramientas dentro del aula  -Lastimosamente existe una brecha digital en estudiantes y docentes además de una llamada "Tecnofobias"	-Es muy importante y vital, ya que el mundo está cambiando y se ha vuelto mediático y sería imposible poner barreras o detener lo que es la tecnología.	-Se han dado mayor prioridad, pero debido a no conocer la utilidad de las mismas, hacían que los estudiantes tengan negatividad al uso.  -Es una gran prioridad para los estudiantes ya que van a aprender no solo de manera memorizada, sino también de manera gráfica y visual, mediante las herramientas tecnológicas pueden llevarlos al mundo real	-Los docentes están de acuerdo en que las herramientas tecnológicas son un medio muy importante, y sus respuestas se complementan con el hecho que enlistan varias funciones útiles para la educación, el docente A concluye que son un apoyo importante para el proceso de enseñanza-aprendizaje, los docentes concuerdan que si estas son bien empleadas resultan ser una herramienta muy poderosa, siendo vital el conocer el uso de las tecnologías en un mundo que está globalizado y



<p><b>2.- ¿Cómo cree que las nuevas tecnologías pueden ayudar a mejorar los procesos de enseñanza de matemáticas?</b></p>	<p>-En la precisión en la que se tiene al describir cualquier caso, las tecnologías son muy precisas, en el dibujo de las soluciones, de las situaciones que se está describiendo y la optimización del tiempo ya mencionada.</p>	<p>-Las nuevas tecnologías cuando son bien aprovechadas, bien utilizadas van hacer las clases muy didácticas para los jóvenes, debido a la facilidad que se les dan a las actividades como graficar, subrayar, animar o calcular</p> <p>-Las nuevas tecnologías ayudaran hacer más entretenida y motivadoras para la enseñanza-aprendizaje</p>	<p>-Las nuevas tecnologías nos ayudan de manera que los estudiantes se sientan atraídos a la materia, dejando de lado las clases tradicionales.</p> <p>-Cuando la tecnología interviene en la educación se vuelve más dinámico para los estudiantes y se motivan a aprender de mejor manera</p>	<p>Las nuevas tecnologías ayudan mucho, a llevar a la practican todos los conocimientos, ayudando de manera gráfica, además que la hacen más manejable y que no sean aburridas con la implementación de estas herramientas tecnológicas</p>	<p>cambiante.</p> <p>-Los docentes concuerdan en que las nuevas tecnologías dentro de la educación ayudarán a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje, como también a la optimización del tiempo, además afirmando que las clases serán más dinámicas, precisas y visualmente llamativas.</p>
<p><b>3.- ¿En caso que utilice las TIC en su labor docente, ¿cómo lo aborda y</b></p>	<p>-Lo más importante es la capacitación para docente y</p>	<p>-Las tecnologías engloban un sin número de herramientas que me</p>	<p>-Lo abordó en el laboratorio, usando google y sobre todo plataformas</p>	<p>-Yo si utilizo las herramientas tecnológicas como lo es las páginas web,</p>	<p>-Los docentes utilizan las TIC sin embargo usan únicamente plataformas digitales,</p>



<b>qué herramientas utiliza?</b>	estudiante, ya que si abordan una clase con una herramienta nueva que no se conoce el estudiante podría llevar al repudio a las TIC.  -Por ende, hay que dar una ligera introducción de las herramientas antes de usarlas y así el abordaje sería integrado desde un inicio y así entender la funcionalidad y cómo ésta beneficia a todos.	he permitido utilizar aplicando, por ejemplo: classroom, Edmodo, moodle	interactivas en donde el estudiante puede ingresar datos y obtener resultados, además del uso de videos donde los estudiantes aprenden replicando	plataformas digitales, para que ellos pueden enviar, descargar tareas, se economiza el tiempo para los estudiantes, además utilizar calculadoras gráficas como lo es geogebra o Desmos, que es lo que más utilizo en mi materia	para la difusión de material necesario para las clases como libros, deberes, diapositivas, y también el uso de buscadores web para conseguir información necesaria para la misma, el docente A afirma que es necesario una introducción a las nuevas herramientas para que el estudiante sepa desde un inicio cuál es la funcionalidad de la misma y además cual el es beneficio que le brinda.
<b>4.- ¿A raíz de la emergencia sanitaria, qué herramientas adicionales ha tenido que incorporar en sus clases?</b>	-La herramienta tecnológica que más utilizo es: 1. Zoom: esta la utilizo para la comunicación	-Una de la aplicación es el MinEduc otorgada por el ministerio de educación, una alternativa es Zoom	-La herramienta tecnológica que he tenido que implementar son las plataformas digitales, por ejemplo: Zoom, TeamViewer, WhatsApp, Edmodo.	-Debido a la pandemia han aceptado utilizar estas herramientas como: plataformas digitales, investigaciones, realización de proyectos, power	-Los docentes afirman que debido a la emergencia sanitaria, la herramienta más utilizada es “Zoom” generalmente para la transmisión de todas las clases, además el



	<p>2. Una pizarra electrónica.</p> <p>3 GeoGebra la cual utilizo para las gráficas de las funciones trigonométricas</p> <p>4.Redes como WhatsApp y Telegrama.</p> <p>5 Apps como Calculadora tx840</p>			point y calculadoras gráficas	<p>uso de redes sociales como WhatsApp, se puede notar que los docentes han incorporado herramientas tecnológicas reemplazando a las físicas, siguiendo una educación tradicional, se puede notar que los docente no tiene un conocimiento amplio hacia el uso de las TIC, ya que no conocen muchas de ellas.</p>
<p><b>5.- ¿Cuáles son las dificultades que presenta en esta nueva normalidad al implementar las TIC en todas sus clases?</b></p>	<p>-La mayor dificultad que se tiene es la conectividad porque la mayoría de los estudiantes no poseen los recursos necesarios para el ingreso a las clases virtuales.</p>	<p>-El principal inconveniente es la conectividad en los jóvenes, ya que no cuentan con recursos para ello, por lo que la comunicación con estudiantes y padres es sincrónica, ya que</p>	<p>-Para los estudiantes se complican ya que no cuentan con equipos de vanguardia y esto limita bastante en el proceso de enseñanza-aprendizaje</p>	<p>El primer impedimento es la negatividad de los estudiantes y los padres de familia, los padres deducen que al usar las TIC los estudiantes pasarán más tiempo en las computadoras perdiendo el tiempo, y los estudiantes usan las TIC como pretexto para estar en</p>	<p>-Todos los docentes concuerdan que el mayor problema que enfrentan, es la conectividad por parte de los estudiantes ya que no cuentan con los recursos necesarios para acceder a las clases virtuales y la otra dificultad en la que los docentes concuerdan, es el</p>



	-A su vez cuando se implementa una nueva herramienta se tiene que explicar varias veces los procedimientos, debido a la conectividad ya que no se tiene una buena comunicación y esto dificulta el avance.	no se puede interactuar a tiempo real  -Otro inconveniente es que los estudiantes no tienen la voluntad o responsabilidad, para cumplir con tareas o presentarse a clases		redes sociales. -El segundo impedimento es los medios económicos ya que no pueden contar con las herramientas necesarias para los estudiantes, pago de datos móviles, internet, celulares y computador, a los que los estudiantes puedan acceder.	poco interés por parte de los estudiantes al recibir las clases por medios telemáticos, el docente A afirma que el uso de una nueva herramienta tecnológica implica un obstáculo ya que se tiene que explicar varias veces debido a la pésima conectividad de los estudiantes en lo cual se utiliza más tiempo dificultando el avance de las clases
<b>6.- ¿Considera usted que la existencia de videos tutoriales ayudará a mejorar la capacitación y autocapacitación en el manejo de herramientas tecnológicas para la educación en matemáticas? ¿Justifique su</b>	-Claro que si, siempre es bueno tener ayuda sea de clases presenciales o videos instructivos y estos son los que más ayudan ya que están en la red o en una nube y se puede acceder a ellos cuando se los necesite para una	Si, por supuesto, los videos bien realizados con aplicaciones dedicadas a las mismas, ya que es una forma intuitiva, y de una autoeducación	-Si, yo considero de suma importancia la información que nos podemos encontrar ya que está dada y establecida, lo que nos queda es aplicar y en encontrar un video donde la aplican esta información facilita la auto capacitación.	-En un 100% no, ya que siempre se necesita una guía para que le vaya indicando, el video ayuda para economizar tiempo, los videos si ayudan en un 50%, el otro 50% es necesario ayuda de un docente para que puedan a	-Los docentes concuerdan que los videotutoriales son una excelente herramienta para la capacitación y la autocapacitación, ya que ayudan en el desarrollo del conocimiento tanto en docentes y estudiantes, el



<b>respuesta?</b>	capacitación. -Estoy muy de acuerdo que los videos tutoriales o instructivos ayudan mucho en el desarrollo de conocimiento en la capacitación tanto de docentes y estudiantes.			entender ejercicios más complejos	docente D aclara que son una parte del proceso de aprendizaje, ya que necesita un docente quien guíe el conocimiento adquirido por este medio.
<b>7.- ¿Cuál es su opinión acerca del uso de aplicaciones móviles para el desarrollo de deberes y tareas en clase?</b>	La dividiré en 2 secciones -La primera es la responsabilidad del estudiante ya que cuando se está trabajando con ello se puede notar que la utilizan para otras actividades, en lugar de atender o realizar las actividades en clase.	-Son muy útiles, por lo que nos permiten realizar actividades al instante o recibir notificaciones de tareas como recordatorios y estar pendientes de ellas, siendo así que los jóvenes poseen dominio en la tecnología	-Se ha trabajado y es muy bueno cuando se dirige de la manera adecuado -Se logra un mejor aprendizaje ya que es más dinámica y amigable -Los estudiantes dan mal uso y generan indisciplina cuando no se les explica el funcionamiento de las mismas	-Depende de la actividad que se desarrolle, ya que los estudiantes recurren al uso del copy-paste en las actividades, además los estudiantes no tienen una buena personalidad para la tecnología, ya que ellos se centran en el uso de las tecnologías para solamente copiar y pegar lo deberes, sin embargo, es una gran herramienta para ellos ya que pueden navegar más profundo para hacer	-Se puede intuir que los docentes no utilizan este recurso ya que todos concuerdan en que los estudiantes no dan el uso adecuado a la misma, llegando a ser un gran distractor, como el hecho en que afirmaron que estas herramientas tecnológicas ayudarán al mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje si existe esta responsabilidad, paciencia y cariño para que esta sea



	-La segunda es la responsabilidad del docente, ya que debe tomar en cuenta que el estudiante tiene fases de aprendizaje y el implementar la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje debe realizarse con paciencia, responsabilidad y con cariño para que el aprendizaje sea eficaz			deberes más eficaces complejos	
<b>8.- ¿Cree usted que el uso de las TIC puede llevar a un aprendizaje significativo? Justifique su respuesta.</b>	-Claro que sí, se genera un aprendizaje significativo normalmente los estudiantes más inmiscuidos en la usó de la TIC, redes sociales, celulares. -Si a esto ya mencionado se les enseña a dar un buen uso el aprendizaje sería muy bueno	-Claro, el uso de la TIC debidamente bien utilizadas van a favorecer, porque la tecnología está para ayudar y no para retroceder en el sistema educativo.	-Definitivamente si esto ayuda a los estudiantes, al incluir las herramientas tecnológicas tienen mejor desenvolvimiento y aprende de manera más rápida.	-Si, el uso de las TIC y la investigación mediante libros.  -Los estudiantes logran pasar a un entorno que ellos dominan y pueden aplicarlo directamente al medio Real	-Se puede intuir que el uso de las TIC ayuda a llegar de mejor manera a un aprendizaje significativo, los docentes están de acuerdo en que las TIC favorece el proceso ya que es un medio en el que los estudiantes dominan, el docente afirma que incluir herramientas



					tecnológicas ayuda en el desenvolvimiento y aprendizaje.
<b>9.- ¿Ha tenido experiencia con el software educativo GeoGebra? En el caso de que su respuesta sea afirmativa podría comentarlo como fue su experiencia al usarlo.</b>	-Si he tenido experiencia en el uso de GeoGebra, es una herramienta excelente, he tenido una muy buena experiencia, es una de mis herramientas actuales para el desarrollo de mi clase.	-Mi experiencia fue buena usando la aplicación con los jóvenes, ya que se obtenía una respuesta gráfica a los problemas planteados al instante.	-Si he tenido experiencia con la aplicación GeoGebra dentro de clases presenciales, la experiencia ha sido favorable para mi y para los estudiantes, ya que pueden ver de manera gráfica los resultados de las funciones.	-La experiencia es muy buena con GeoGebra, ya que en todo lo que es matemáticas facilita las gráficas, para que los estudiantes lo puedan visualizar de la mejor manera.	-Todos los docentes tienen ligero conocimiento- dominio del software educativo GeoGebra, afirmando que han tenido buenos resultados al emplearlo en las clases, no obstante, los docentes señalan que usan la herramienta con la principal función de mostrar las respuestas de manera gráfica.
<b>10.- ¿Qué le parecería seguir un curso online, o tener una guía de videotutoriales, para el manejo óptimo de la herramienta tecnológica para la educación “GeoGebra”?</b>	Considero que sería excelente, sería una ayuda para el docente ya que normalmente ese tipo de cursos son pagados, siendo estos gratuitos ayudará mucho en la capacitación del docente.	Me parece una idea innovadora y novedosa debido a que personalmente como jefe de área e consultado a algunos compañeros docentes el uso de GeoGebra, muchos han rechazado por miedo a lo desconocido, me parece bien el poder	Me parecería muy útil tengo la idea de que todos los días se aprende y que siempre hay algo nuevo que aprender, por más que se sea experto en ciertas áreas, nunca está de más una capacitación.	Es muy buena, para mi todo lo que sea cambio y más que todo actualización es bueno y me encantaría seguir este curso	AL parecer los docentes coinciden con el hecho de querer ser partícipes de un curso online para capacitarse en el uso del software educativo GeoGebra, cabe recalcar que el docente A y el docente B mencionan que normalmente este





tener a disposición el uso o material instructivo que nos permita aprender de forma gratuita ya que en internet existen muchos en otros idiomas o no entendibles.

tipo de cursos son pagados, como también existen este curso en otros idiomas e inentendibles, de acuerdo a la información se puede afirmar que los docentes están interesados en participar en un curso de capacitación



## 2.4. Encuesta

La segunda técnica que se analizó es la encuesta, la misma se aplicó a 171 estudiantes, con el objetivo de conocer los conocimientos previos y adquiridos en cuanto al uso, manejo y aplicación de las TIC por parte de docentes y estudiantes. La importancia de diseñar una guía de videotutoriales para el docente, y la necesidad de planificar actividades para el uso, manejo y aplicación de las TIC, Todas las tablas y gráficos son propiedad del autor.

1.-¿Cuántas horas a la semana se conecta (internet, YouTube, zoom, redes sociales,etc.)?

<b>Respuesta</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentajes (%)</b>
<b>0-20</b>	49	29
<b>21-40 Horas</b>	72	42
<b>41-60 Horas</b>	50	29

Según la gráfica, el 29% de los estudiantes se conectan 20 horas por semana en internet para actividades escolares, lo que se supone que existen serios problemas de conectividad, ya que debido a la pandemia todas las horas de clase, las tareas y deberes son mediante la conectividad a internet.

**2.-Considerando que las siglas TIC significan Tecnologías de la Información y Comunicación, desde su perspectiva, ¿qué importancia merece la utilización de estos recursos, como apoyo didáctico en los procesos de enseñanza?**

<b>Respuestas</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>Muy Importante</b>	79	46,2



<b>Importante</b>	87	50,9
<b>Poca Importancia</b>	5	2,9
<b>Sin Importancia</b>	0	0

Un significativo número de estudiantes consideran que es muy importante el uso de las TIC como apoyo didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje entre Muy Importante, Importante, 46,2% de los estudiantes, lo que permite suponer que las TIC son muy importante como apoyo didáctico en los procesos de enseñanza.

### 3.- ¿Piensa usted que el uso de los Entornos Virtuales de Aprendizaje nos hace dependientes de la tecnología y poco reflexivos al momento de utilizarla como apoyo en el aula?

<i>Tabla 5</i>		
<i>Los Entornos Virtuales nos hacen dependientes a la tecnología</i>		
<b>Preguntas</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>NO</b>	126	73,7
<b>SI</b>	45	26,3

Según la tabla el 73,7% de los estudiantes consideran que los entornos virtuales de aprendizaje no nos hacen dependientes y poco reflexivos al momento de utilizarla como apoyo en el aula, esto demuestra que el los estudiantes están de acuerdo con el uso de las TIC dentro del aula.

### 4.- ¿Considera necesarios cursos especiales de formación en el uso de las TIC para los Docentes?

<i>Tabla 6</i>		
<i>Considera necesario los cursos de formación Docente</i>		
<b>Preguntas</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>SI</b>	150	87,7
<b>NO</b>	21	12,3

Segunda la gráfica el 87,7% de los estudiantes consideran que los docentes deben de tomar cursos especiales para la formación en el uso, manejo y aplicación de las TIC, para aplicarlas dentro de las clases. Esto permite aseverar que la propuesta a implementarse dispondrá del respaldo por parte de los estudiantes, que muestran interés porque los docentes utilicen y empleen este tipo herramientas tecnológicas dentro de las clases.

### 5.-Considera que el uso de las TIC en clase, asigna un valor a cada literal sabiendo que 4 es el grado más alto y 1 el más bajo.



**Tabla 7**  
**Las TIC dentro de clase**

<b>Literal</b>	<b>Más bajo 1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Más alto 4</b>	<b>Total</b>
<b>Es un factor determinante en el aprendizaje.</b>	11	42	35	15	100%
<b>Es una moda dada la era tecnológica en la que vivimos.</b>	8	29	40	22	100%
<b>Es una herramienta de apoyo alternativa para la enseñanza de los diversos contenidos.</b>	2	15	40	42	100%
<b>Es una herramienta totalmente necesaria.</b>	5	26	37	31	100%
<b>Es un recurso importante para mejorar la enseñanza.</b>	5	25	44	26	100%
<b>Promueve el interés y la motivación de sus estudiantes.</b>	12	36	33	19	100%
<b>Facilita el trabajo en grupo, la colaboración e inclusión</b>	16	27	36	21	100%

Se podría concluir que si bien los estudiantes consideran que es una moda en la era tecnológica en la que vivimos, también la reconocen como una herramienta necesaria, determinante para el aprendizaje y una herramienta de apoyo para mejorar la enseñanza.

## 6.- ¿Conoce o ha utilizado alguna vez el software educativo GeoGebra?

<b>Tabla 8</b>		
<b>Conoce o ha utilizado alguna vez el software educativo GeoGebra</b>		
<b>Preguntas</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje</b>
<b>SI</b>	79	46,2%
<b>NO</b>	92	53,2%

Según podemos evidenciar en la gráfica, el 53,2% de los estudiantes no conocen el software educativo GeoGebra, demostrando que los estudiantes no conocen este software educativo, por lo que podemos intuir que hay un déficit de conocimiento sobre el uso de herramientas tecnológicas ya que los docentes afirmaron que usaron en sus clases este software educativo.



7.-El docente que impartió la asignatura de Matemáticas, en el tema de Cónicas, para mejorar su explicación utilizó (puede señalar varias opciones):

**Tabla 9**

*Estrategia aplicada en el aula*

<b>Estrategias</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>Resolución de problemas</b>	134	78
<b>Métodos de Proyectos</b>	62	36
<b>Mapas conceptuales</b>	57	33
<b>Formulación de hipótesis</b>	62	36
<b>Elaboración de ilustraciones.</b>	62	36
<b>Elaboración de Gráficos</b>	119	70

Según podemos evidenciar en la gráfica, el docente utilizó la resolución de problemas en un 78% y la elaboración de gráficos en un 70%, siendo estas las principales estrategias usadas para impartir el tema de cónicas, lo que podemos intuir que el software GeoGebra ayudara de gran medida para mejorar estas estrategias

8.- ¿Cuál es el grado de dificultad que ha tenido al estudiar los diferentes temas de Cónicas? Escoja el grado de dificultad de los temas de acuerdo al siguiente orden, sabiendo que 1 es muy fácil y 4 es muy difícil.

**Tabla 10**

*Dificultad del tema La Circunferencia*

<b>Circunferencia</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>Muy Fácil</b>	28	16,37
<b>Fácil</b>	47	27,49
<b>Difícil</b>	54	31,58
<b>Muy difícil</b>	42	24,56
<b>Total</b>	171	100,00

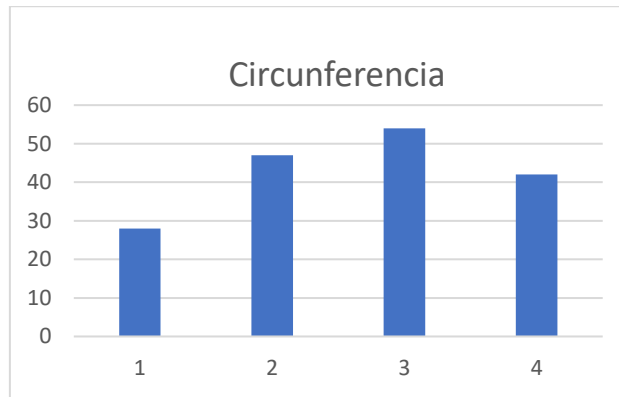


Ilustración 1 Grado de dificultad Circunferencia

Un significativo numero de estudiantes considera que el tema de la circunferencia es difícil, muy difícil, lo que nos permite suponer que existirían ciertos aspectos de este apartado que requerirían un reforzamiento conceptual y práctico, de ahí la importancia la implementación del software GeoGebra dentro de las clases

**Tabla 11**  
**Dificultad del tema La Parábola**

Parábola	Cantidad	Porcentaje (%)
Muy Fácil	23	13,45
Fácil	48	28,07
Difícil	46	26,90
Muy difícil	52	30,41
Total	171	100,00

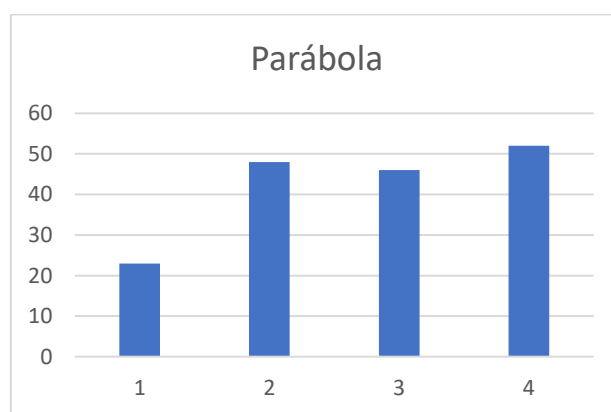


Ilustración 2 Grado de dificultad Parábola



Un porcentaje significativo de estudiantes (30.41%) califican que el tema de la parábola es muy difícil, lo que expresa la necesidad de apuntar hacia este aspecto al momento de diseñar las estrategias metodológicas que reforzaran el aprendizaje

**Tabla 12**  
**Dificultad del tema La Elipse**

Elipse	Cantidad	Porcentaje (%)
Muy Fácil	14	8,19
Fácil	48	28,07
Difícil	63	36,84
Muy difícil	46	26,90
Total	171	100,00

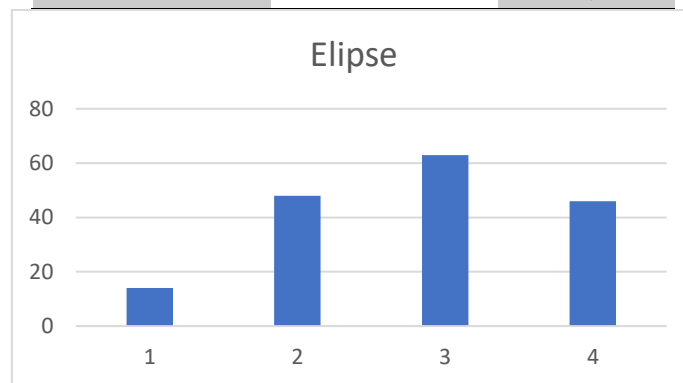
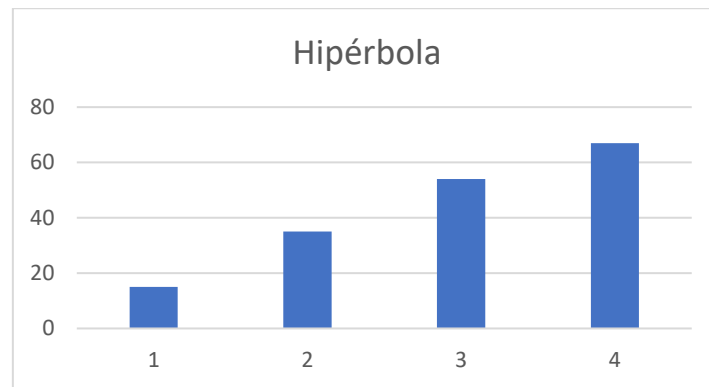


Ilustración 3 Grado de dificultad Elipse

Un significativo numero de estudiantes (26.90%) califican como muy difícil el tema de elipse, podemos notar que cuando la grafica es mas compleja el grado de dificultad aumenta para los estudiantes, podemos intuir que se debe a la construcción de la grafica

**Tabla 13**  
**Dificultad del tema La Hipérbola**

Hipérbola	Cantidad	Porcentaje (%)
Muy Fácil	15	8,77
Fácil	35	20,47
Difícil	54	31,58
Muy difícil	67	39,18
Total	171	100,00



*Ilustración 4 Grado de dificultad Hipérbola*

Notamos que un gran número de estudiante (39.18%) califica como muy difícil al tema de la hipérbola, podemos aseverar que mientras el grado de complejidad de la construcción de la gráfica, los estudiantes encuentran mayor dificultad en el tema

**9.- Señale como fue impartida la asignatura de Matemáticas en el tema de cónicas. (puede señalar uno o más opciones)**

**Tabla 14**

**Recursos usados por el docente en el tema de cónicas**

Respuestas	Cantidad	Porcentaje (%)
Teoría, conceptos	104	61
Demostración de teoremas	57	33
Resolución de problemas	114	67
Ejercicios de aplicación	92	54
Dibujo de gráficas	107	63
Construcción de sólidos	14	8
Material concreto	44	26
Recursos audiovisuales	38	22
Aplicación de software	37	22

Podemos notar que la asignatura se llevó de forma tradicional ya que en la encuesta aplicada a los estudiantes podemos notar que en los literales de “Recursos audiovisuales” y “Aplicación de software” alcanzan únicamente un 22%, aseverando que no se implementan las TIC dentro de este tema

**10.- ¿Cuál sería el grado de satisfacción si sus clases sobre cónicas fueran impartidas con un software específico para estos temas como GeoGebra? Sabiendo que 4 es muy satisfactorio y 1 es nada satisfactorio.**





**Tabla 15**  
**Grado de satisfacción si el tema de cónicas fuera impartido con GeoGebra**

<b>Respuestas</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
<b>Muy Satisfactoria</b>	42	25
<b>Satisfactoria</b>	90	53
<b>Poco Satisfactoria</b>	29	17
<b>Nada Satisfactoria</b>	10	6

Podemos concluir que el nivel de satisfacción aumentaría notoriamente, en el tema de cónicas al implementar el software GeoGebra, debido a que los estudiantes están más familiarizados con el uso de las TIC y al implementarlas en las clases, siendo un 77% de los estudiantes que demuestran que estarán más satisfechos con el tema si se emplea esta herramienta tecnológica

## **2.5. Discusión**

### **2.5.1. Entrevista**

En este apartado se evidencian hechos importantes para el desarrollo de este trabajo de titulación, los docentes que fueron entrevistados coincidieron que los estudiantes presentan un déficit de conocimientos en lo que respecta al tema de cónicas, así también resaltaron la importancia de disponer un curso virtual y videos tutoriales que sirva como apoyo para el aprendizaje de estos temas, destacaron las ventajas de utilizar estos cursos para tener capacitación constantes, como también mejorar sus habilidades en el uso de tecnología educativa dentro de las clases, destacaron que con ayuda de Software específico pueden desarrollar otro tipo de metodología con clases activas y participativas ayudados por GeoGebra

### **2.5.2. Encuesta**

Aquí se evidencio algunos aspectos importantes para el desarrollo de este trabajo de titulación, los estudiantes se muestran interesados por el uso de herramientas tecnológicas para la educación, como también admitieron que se les resulta difícil y muy difícil los temas de cónicas, además de confirmar que aun se mantiene la educación tradicionalista y admiten mostrar un mayor grado de satisfacción si los temas de cónicas se emplearan el software GeoGebra.



## Capítulo 3: Propuesta

### 3.1. Introducción a la propuesta

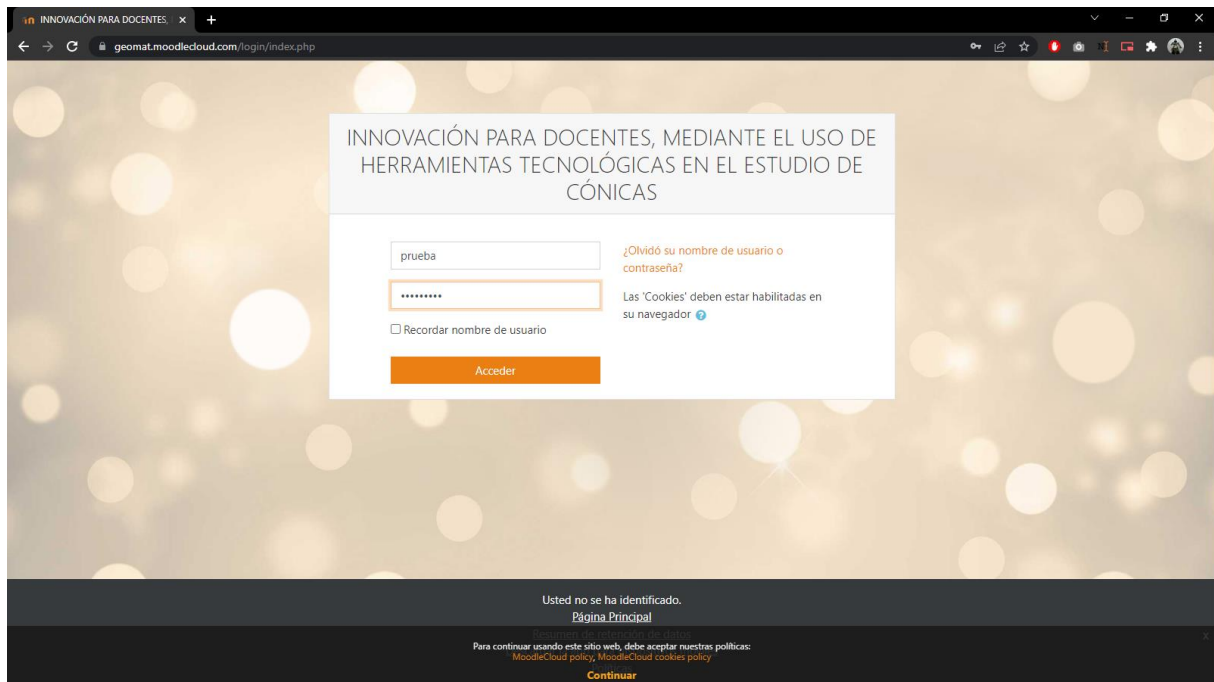
En este capítulo se indica el desarrollo de la propuesta del trabajo de titulación “INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS” el mismo que está dirigido a docentes de primero, segundo y tercero de BGU, que necesitan dicho material para desarrollar destrezas en el uso de herramientas tecnológicas vinculadas a la educación

La propuesta consiste en crear un curso virtual que conste de 9 videos tutoriales “GeoMat” para que el docente pueda acceder al curso desde la plataforma Moodle, el cual cuenta con los con los 3 momentos de aprendizaje propuestos por el ministerio de educación: anticipación, construcción y consolidación así también orientado a una metodología activa. La propuesta está dividida en concepto, características generales de cada cónica, objetivos generales y específicos, metodología y actividades.

La creación tiene el principal objetivo de proporcionar al docente destrezas y habilidades en el uso de herramientas tecnológicas vinculadas a la educación y en el software educativo GeoGebra, posteriormente que él esté en la capacidad de diseñar clases más interactivas y activas para los estudiantes con el firme propósito de generar aprendizaje significativo.



### 3.1.1. Plataforma Virtual



Link: <https://geomat.moodlecloud.com/login/index.php>

Código QR



<i>Usuario</i>	<i>Contraseña</i>
<i>Prueba</i>	Geomat123

Para matricularse en el curso enviar un correo a ([anthony.giler94@gmail.com](mailto:anthony.giler94@gmail.com)) con los siguientes datos

- Nombres y apellidos
- Correo electrónico
- Nombre de la institución educativa



The screenshot shows a Moodle user profile page for 'GeoMat'. The browser address bar is 'geomat.moodlecloud.com/my/'. The page has a dark header with 'GeoMat' and 'ESPAÑOL - INTERNACIONAL (ES)'. A left sidebar contains navigation links: 'Inicio del sitio', 'Calendario', 'Archivos privados', 'Mis cursos', and 'Curso GeoMat'. The main content area is titled 'Vista general de curso' and shows a course card for 'Miscellaneous INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE ...'. The right sidebar contains several widgets: 'Archivos privados' (No hay archivos disponibles), 'Línea de tiempo' (No hay actividades previstas), 'Usuarios en línea' (2 usuarios online: prueba GeoMat, Anthony Giler), and 'Insignias recientes'.

The screenshot shows a Moodle course page for 'INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS'. The browser address bar is 'geomat.moodlecloud.com/course/view.php?id=5'. The page has a dark header with 'GeoMat' and 'prueba GeoMat'. A left sidebar contains navigation links: 'Participantes', 'Insignias', 'Competencias', 'Calificaciones', 'Introducción y Descarga', 'Circunferencia', 'Parábola', 'Elipse', 'Hipérbola', 'Recomendaciones y Sugerencias', 'Área personal', 'Inicio del sitio', 'Calendario', and 'Archivos privados'. The main content area has a title 'INNOVACIÓN PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS' and a breadcrumb 'Área personal / Mis cursos / Curso GeoMat'. Below the title is a section 'Introducción y Descarga' with the text: 'Bienvenidos a la Introducción y Descarga del software educativo GeoGebra. En esta primera instancia conoceremos como obtener este software, y las diferentes funciones de los botones que nos ayudarán a realizar las graficas de una forma rápida y precisa.' Below this text is a large black image with the 'GEOMAT' logo on the left and the text 'CLASE 1' on the right.



- Curso GeoMat
- Participantes
- Insignias
- Competencias
- Calificaciones
- Introducción y Descarga
- Circunferencia
- Parábola
- Elipse
- Hipérbola
- Recomendaciones y Sugerencias
- Página Principal
- Área personal
- Calendario
- Archivos privados

## PARA DOCENTES, MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS EN EL ESTUDIO DE CÓNICAS



Desactivar edición

Editar

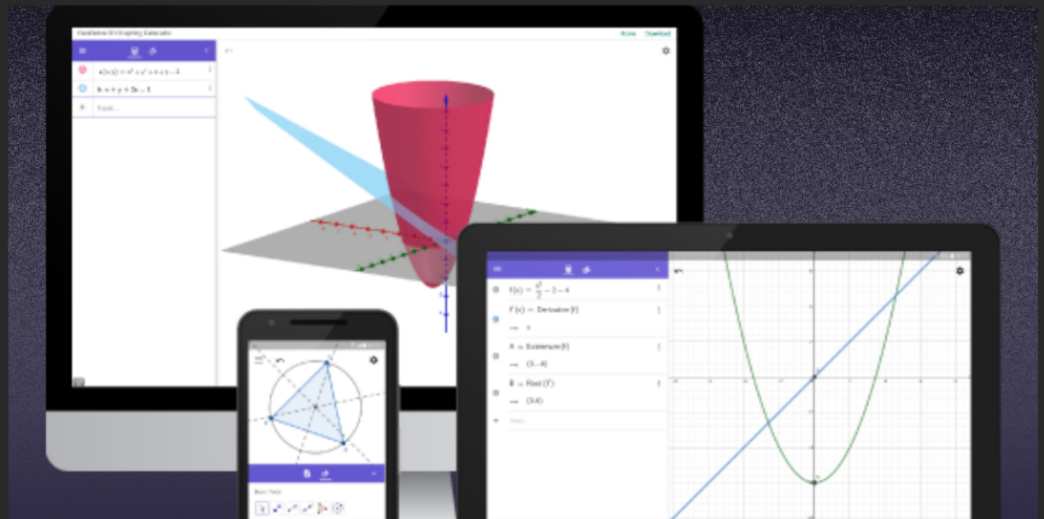
+ Añadir una actividad o un recurso

Editar

Descarga

Descarga del software educativo **GeoGebra**. En esta primera instancia conoceremos como obtener este software, y las diferentes funciones de los realizar las graficas de una forma rápida y precisa.

# CLASE 1



# INTRODUCCIÓN DE GEOGEBRA

"LA ESENCIA DE LAS MATEMÁTICAS NO ES HACER  
LAS COSAS SIMPLES COMPLICADAS, SINO HACER  
LAS COSAS COMPLICADAS SIMPLES."

Stanley Cudder

## INTRODUCCIÓN DE GEOGEBRA

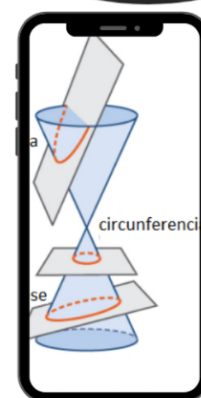
### OBJETIVOS

El objetivo principal es animar a usar las construcciones de GeoGebra como un recurso didáctico que ha demostrado ser útil y enriquecedor en la práctica de la docencia de las Matemáticas.

- Conocer las posibilidades de construcciones matemáticas que se pueden realizar con el programa.
- Conocer el entorno gráfico e interactivo del programa.
- Conocer los métodos básicos para realizar modificaciones en construcciones ya realizadas.
- Conocer los procedimientos para realizar nuestras propias construcciones.



**GEOMAT**



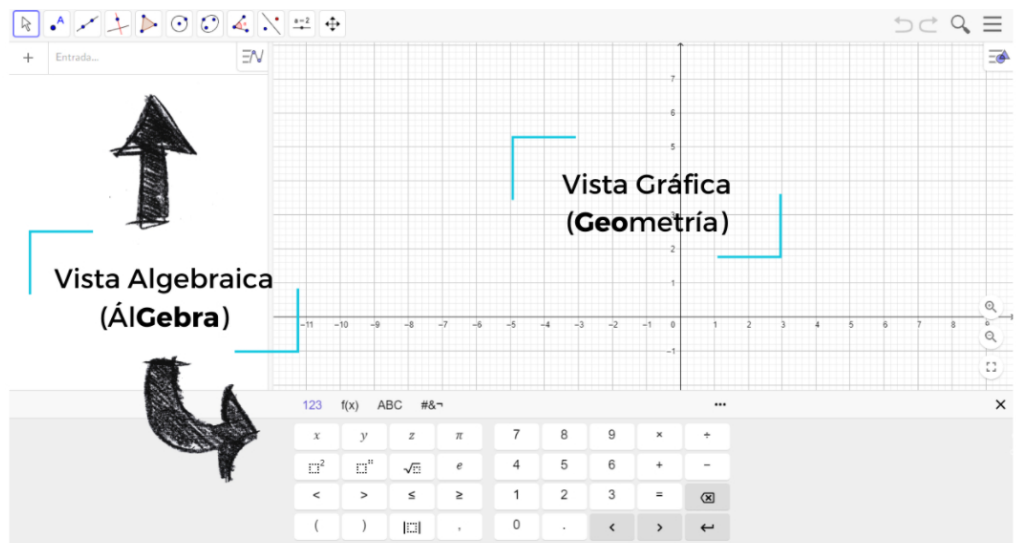
### ¿QUÉ ES GEOGEBRA?

- GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles.
- Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización

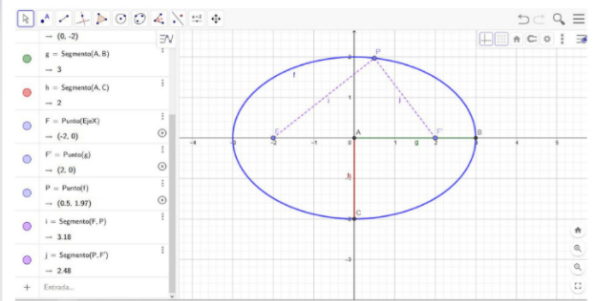


### ¿POR QUÉ ES INTERESANTE UTILIZAR GEOGEBRA?

Doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Ge**ometría) y otra en la Vista Algebraica (**Ál**Gebra)



Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación, facilitando la construcciones, para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.



## Herramienta del Docente



Se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para:

- Crear materiales educativos estáticos o dinámicos, que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia.
- Crear actividades para que los alumnos manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

• Manipular construcciones realizadas por otras personas

## Herramienta

y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen.

- Para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.



## Interfaz de GeoGebra

### Zonas de la ventana de GeoGebra

La pantalla de GeoGebra se divide en varias zonas:

1. En la parte superior se encuentran los Menús y las Herramientas (barra de botones).
2. Vista Algebraica a la izquierda, la gran Vista Gráfica central
3. En la parte superior se sitúa la Barra de Entrada. En ella podemos introducir diversos tipos de expresiones



Vamos a descubrir cual es la función de las principales herramientas que vamos a usar dentro de este curso





Con ayuda del video tutorial el docente puede mejorar, pulir y desarrollar las destrezas necesarias para usar GeoGebra en el tema de la Circunferencia



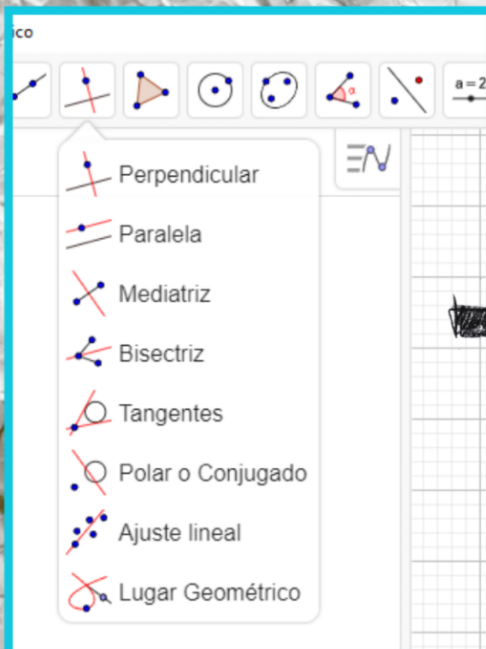
- Extremos
- Raíces

Medio y Centro.- Obtiene su punto medio de puntos, segmentos, cónicas



## Herramientas de rectas

- Recta.- Selecciona dos puntos A y B para crear la recta que los contiene.
- Segmento.- Selecciona dos puntos A y B para crear el segmento entre A y B.
- Semirrecta.- Selecciona dos puntos A y B para crear la semirrecta
- Vector.- selecciona el punto inicial y el punto final del vector



## Herramientas de trazados especiales

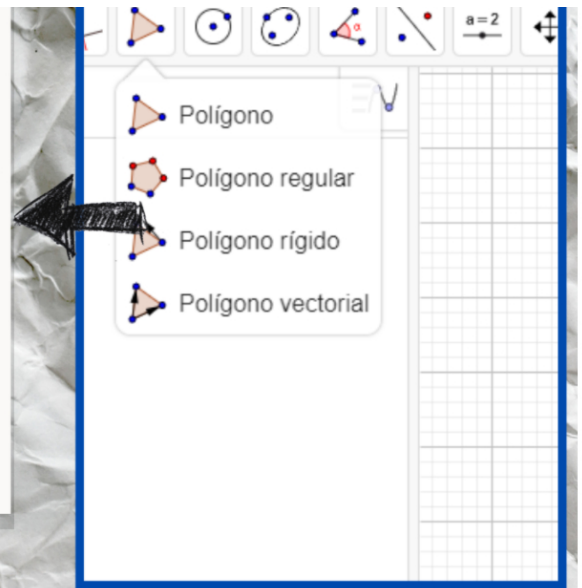
Al seleccionar una recta, puntos, cónicas, polígonos pueden crear

- Perpendicular.- Crea una recta perpendicular
- Paralela.- Crea una recta paralela
- Mediatriz.- Crea una recta mediatriz
- Bisectriz.- Crea una recta bisectriz
- Tangentes.- Crea una recta tangente



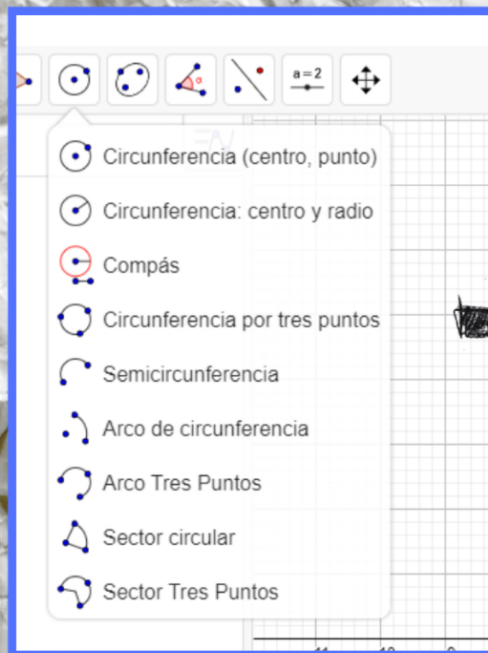
## Herramientas de poligonos

- Polígono.- Crea un polígono a partir de 3 puntos
- Polígono regular.- Crea polígono regulares a partir de 2 puntos y  $n$  vértices
- Polígono rígido.- Crea un polígono rígido que solo puede desplazarse en sus 2 puntos iniciales
- Polígono vectorial.- crea un polígono vectorial que puede desplazar sin cambiar su forma



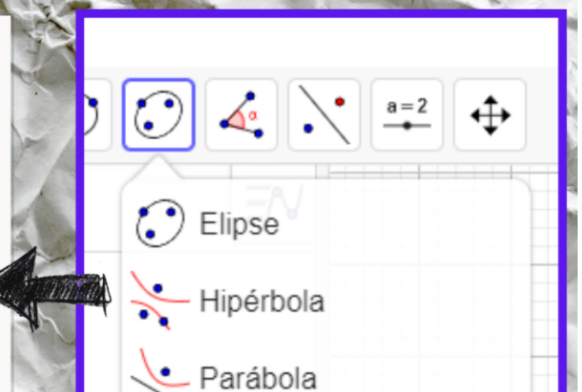
## Herramientas de circunferencias y arcos

- Circunferencia.-(centro-punto) Crea una circunferencia con 2 puntos
- Circunferencia.- (centro-radio) Crea un circunferencia con un punto y  $n$  radio
- Semicircunferencia.- Crea una semicircunferencia de diámetro AB.
- Arco de Circunferencia.- Construye un arco de circunferencia



## Herramientas de cónicas

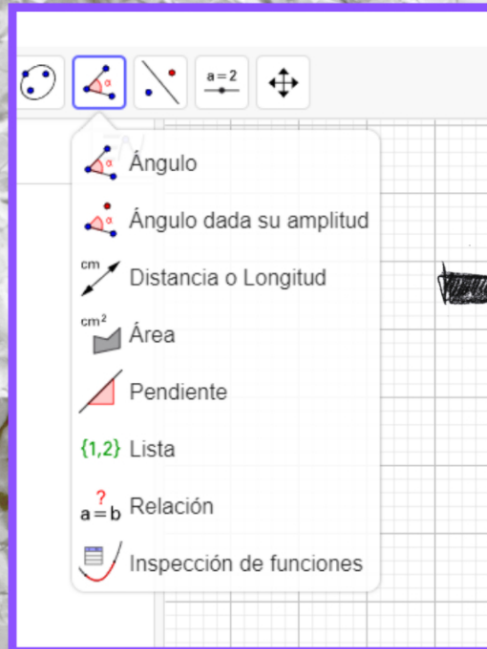
- Elipse.-Traza un elipse al seleccionar sus 2 focos y luego su uno de sus puntos
- Hipérbola.-Traza un hipérbola al seleccionar sus 2 focos y luego su uno de sus puntos



- Parábola.- trazara al seleccionar un punto, que será su foco, y la directriz
- Cónica por cinco puntos.-Al seleccionar cinco puntos, queda definida una sección cónica



Cónica por cinco puntos



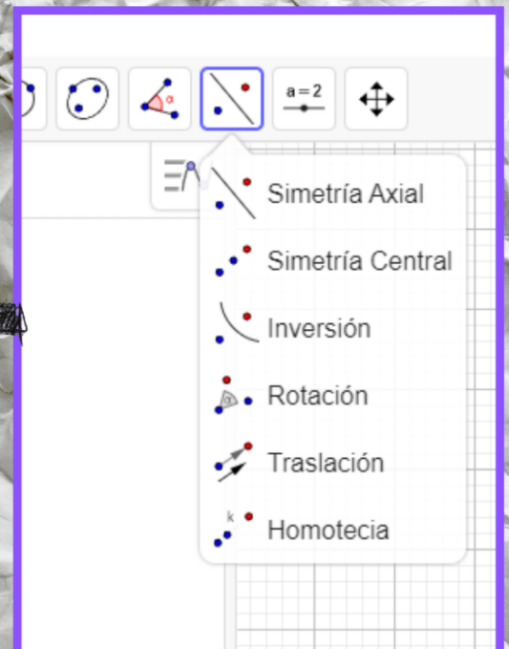
## Herramientas de medición

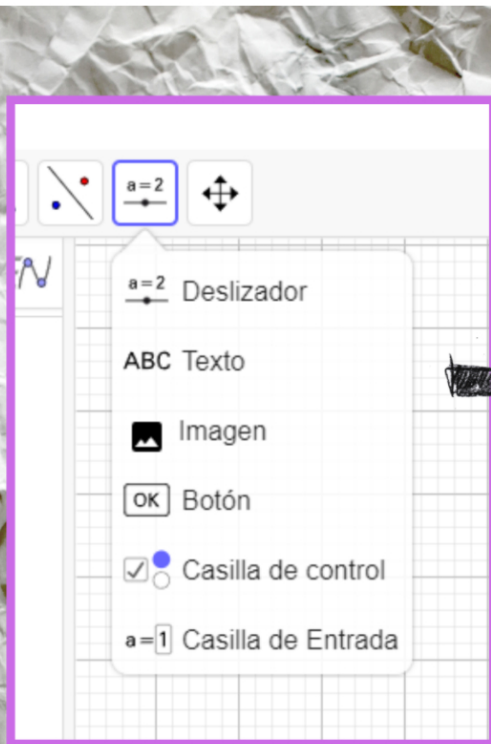
- Ángulo.-Crea ángulos realizando selecciones de diversas maneras
- Ángulo dada su amplitud.-Esta herramienta crea un un punto C y un ángulo  $\alpha$
- Distancia o Longitud.-Mide la distancia entre dos puntos, dos rectas o un punto y una recta
- Área.-Establece el área de un polígono, círculo o elipse
- Pendiente.-Mide la pendiente de una recta

## Herramientas de transformación

Para este primer apartado no vamos a necesitar usar estas herramientas.

- Simetría Axial
- Simetría Central
- Inversión
- Rotación
- Traslación

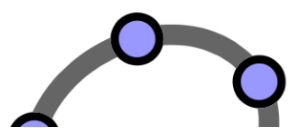
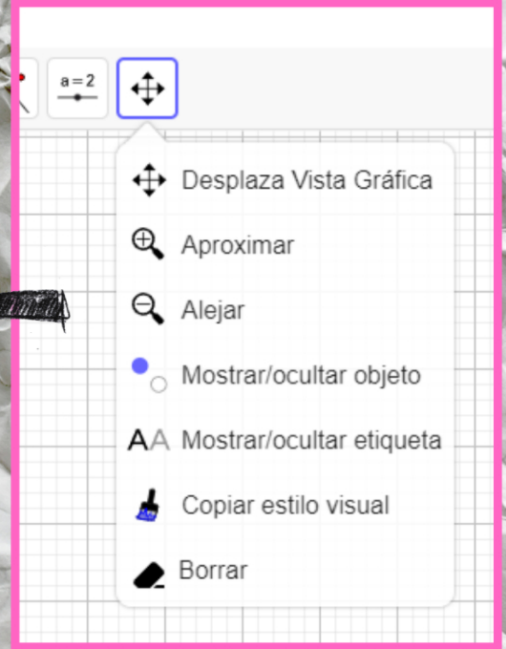


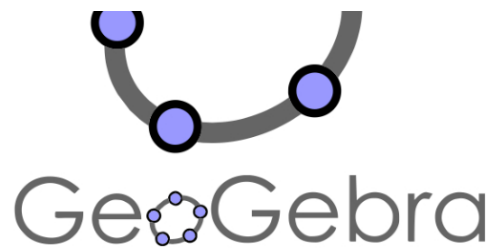


## Herramientas de incorporación

- Deslizador.- crear un deslizador para un número o un ángulo.
- Texto.- Crea un nuevo texto en esa posición.
- Imagen.- Coloca una imagen de la red o que se tenga guardada en el dispositivo
- Botón.- Activa la herramienta y cliquee la Vista Gráfica para insertar un botón.

- ## Herramientas generales
- Desplaza Vista Gráfica.-Se puede arrastrar y soltar cambiando la vista grafica
  - Aproximar y Alejar.- Al hacer clic en una de ellas se aproxima o aleja la vista grafica
  - Mostrar/Ocultar objeto.- Basta seleccionar el objeto que se desee exponer o ocultar
  - Copiar estilo visual., Permite copiar las propiedades visuales (como color, dimensión, estilo lineal, etc.), desde un objeto a los de destino.





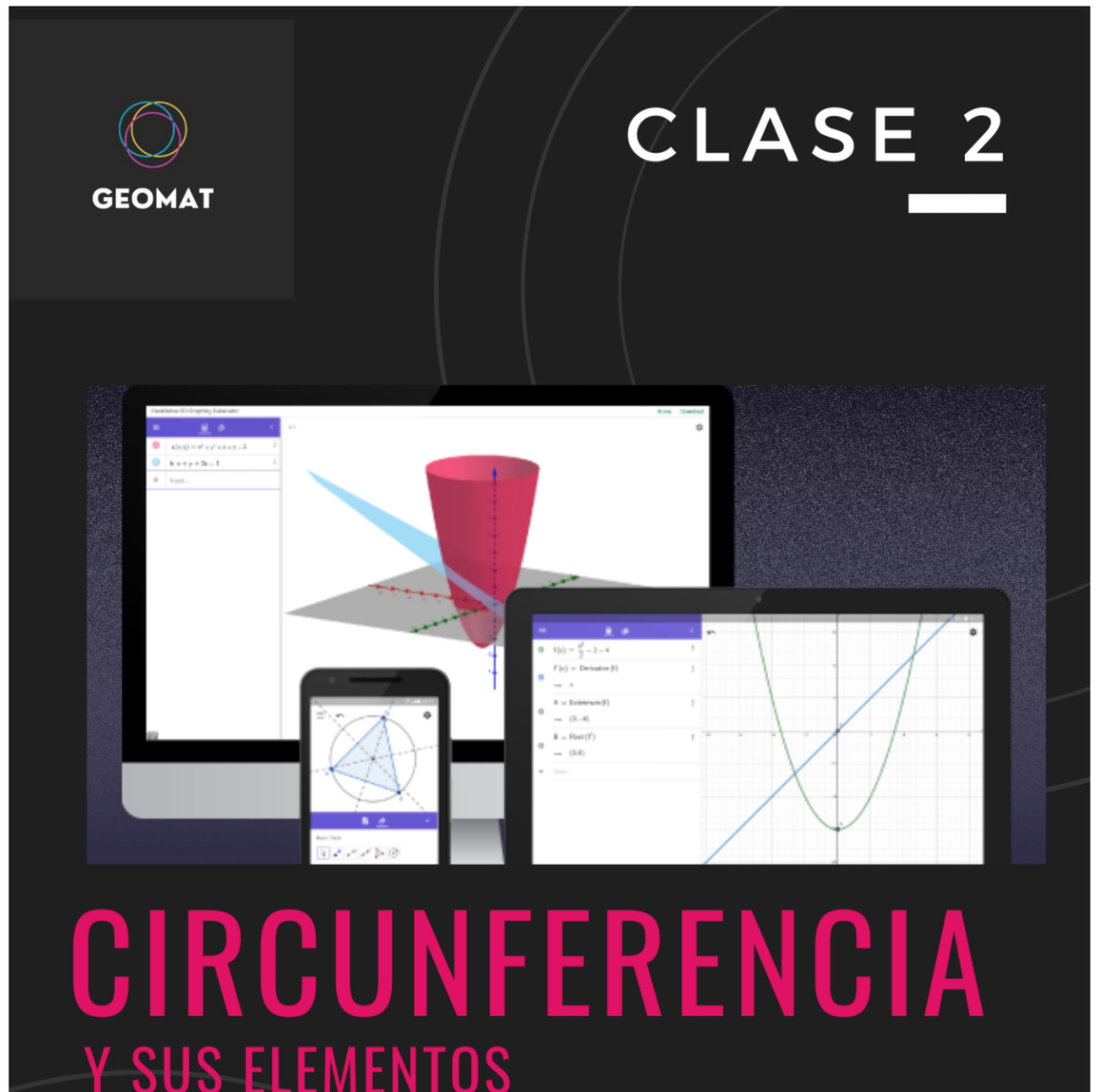
GeoGebra Online Calculadora Grafica Online  
<https://www.geogebra.org/graphing?lang=es>  
GeoGebra Clásico Online  
<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>  
Descarga de GeoGebra  
<https://www.geogebra.org/download>

+ Añadir una actividad o un recurso

## + Circunferencia

Editar 

En este apartado aprenderemos mas acerca de la aplicación **GeoGebra** una vez ya descargada, con ello nos enfocaremos en el primer tema de las cónicas que en este caso es la **Circunferencia**



The banner features a dark background with the text 'CLASE 2' in large white letters. On the left, the 'GEOMAT' logo is displayed. The central part of the banner shows a collage of digital devices: a laptop displaying a 3D red cone, a smartphone showing a geometric diagram of a circle, and a tablet displaying a 2D coordinate plane with a green parabola and a blue line. At the bottom, the title 'CIRCUNFERENCIA Y SUS ELEMENTOS' is written in large, bold, pink letters.

“¡ARITMÉTICA! ¡ALGEBRA! ¡GEOMETRÍA! ¡TRINIDAD GRANDIOSA! ¡TRIÁNGULO LUMINOSO! ¡EL QUE NOS HA CONOCIDO ES UN INSENSATO!”

Conde de Lautréamont

## CIRCUNFERENCIA Y SUS ELEMENTOS

### Ejemplos de Objetivos para el plan de clase

- Deducir la ecuación para la circunferencia con ayuda del software educativo GeoGebra.
- Reconocer las propiedades de la circunferencia a través de la construcción de gráficos mediante GeoGebra.
- Comprender conceptos, propiedades e identificar criterios asociados a la circunferencia y sus aplicaciones.
- Resolver los problemas Geométricos y Algebraicos de la circunferencia, construyendo las diferentes gráficas con ayuda de GeoGebra.
- Identificar las diferentes formas de la ecuación de una circunferencia y resolver ejercicios y problemas que vinculen los contenidos y su entorno.

### Recomendación para "ANTICIPACIÓN"

El docente antes de abordar el tema de la circunferencia, realizar la siguientes anticipación, para que los alumnos puedan llegar al conocimiento requerido.

#### Distancia entre dos puntos

Cuando los puntos están en el eje  $x$  o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de su diferencia.  
Ejemplo: La distancia entre el punto  $(-3,0)$  y  $(7,0)$  es  $3 + 7 = 10$  unidades.

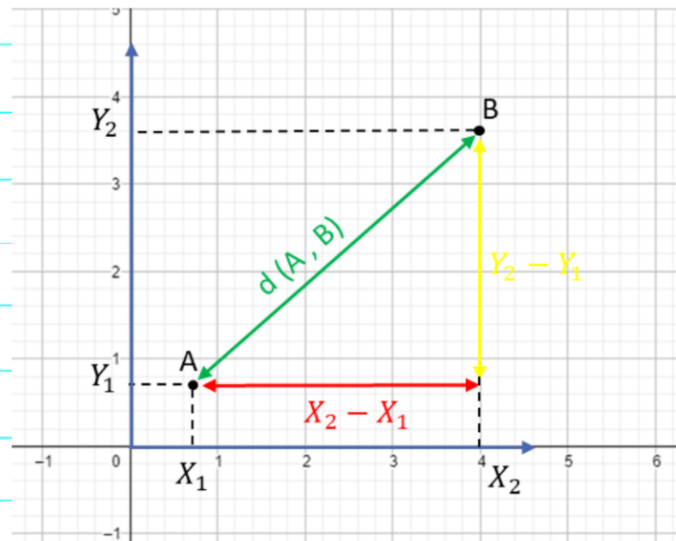
Cuando los puntos se encuentran en el eje  $y$  o en una línea paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus coordenadas.

Ahora si los puntos se encuentran en cualquier lugar del sistema de coordenadas, la distancia queda determinada por la siguiente relación:

Dadas las coordenadas de dos puntos distintos:

$$A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$$

$$d(A, B) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$



En geometría analítica la demostración de la fórmula de la distancia entre dos puntos también se puede hacer a partir del teorema de Pitágoras:

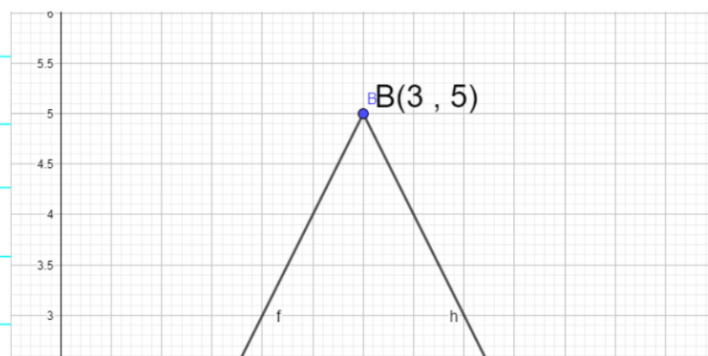
El teorema de Pitágoras dice: El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente a la suma de los cuadrados de sus catetos, por lo tanto:

$$(d(A, B))^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2$$

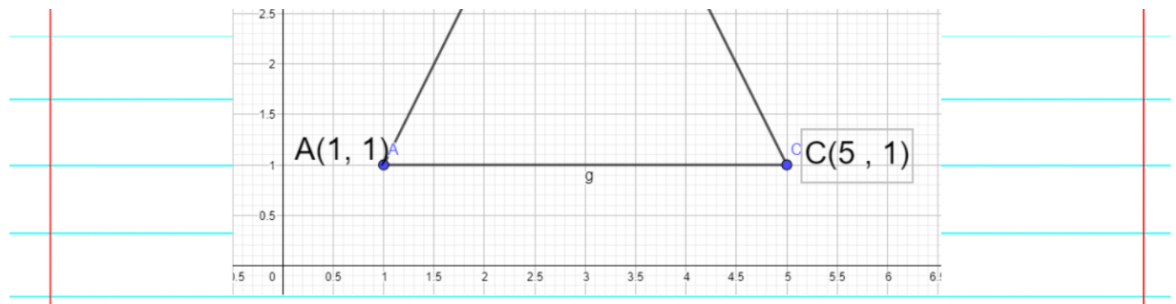
Y para obtener la fórmula solo tenemos que despejar la distancia entre los 2 puntos:

$$d(A, B) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Comprobar si los puntos  $a(1,1)$ ;  $B(3, 5)$ ;  $c(5, 1)$  forman un triángulo isocéles



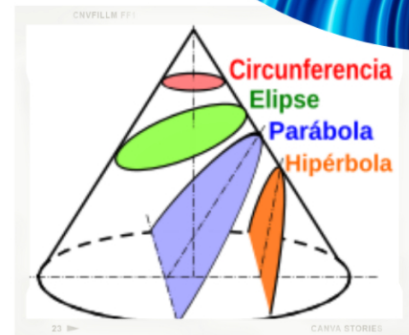




## Recomendación para "Construcción de conocimiento"

### Breve introducción de cónicas

Se denomina sección cónica (o simplemente cónica) a todas las curvas resultantes de las diferentes intersecciones entre un cono y un plano; si dicho plano no pasa por el vértice, se obtienen las cónicas propiamente dichas. Se clasifican en cuatro tipos: circunferencia, elipse, parábola y hipérbola.



Las cónicas son curvas determinadas por la intersección de un cono circular recto con planos de distintas inclinaciones.

El cono en el que debemos pensar continúa más allá del vértice. Una imagen más adecuada para representar las cónicas es la siguiente:

## Se recomienda entrar al siguiente link como apoyo

Con el podemos observar una demostración grafica en 3D realizada en GeoGebra, donde podemos ver de donde provienen las diferentes cónicas que vamos a tratar a lo largo de este tema.

<https://www.geogebra.org/m/RhpKNtXf>

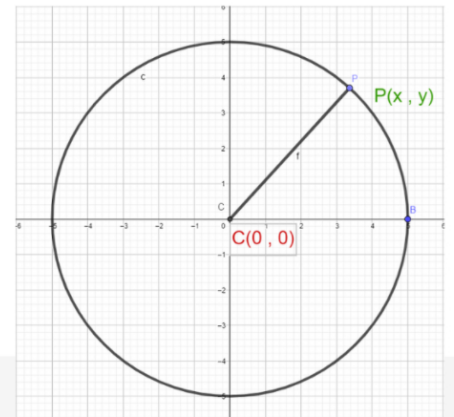


Circunferencia

# Circunferencia

## Conceptos

- Se denomina circunferencia al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro. El radio de la circunferencia es la distancia de un punto cualquiera de dicha circunferencia al centro.
- Es el conjunto de puntos del plano que distan una medida constante de un punto llamado centro. A esta medida constante se le llama radio.



Partiendo de la ecuación de distancia entre dos puntos podemos desarrollar la ecuación general de la circunferencia con centro fuera del origen y general.

$$d(A, B) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$D(C, P) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

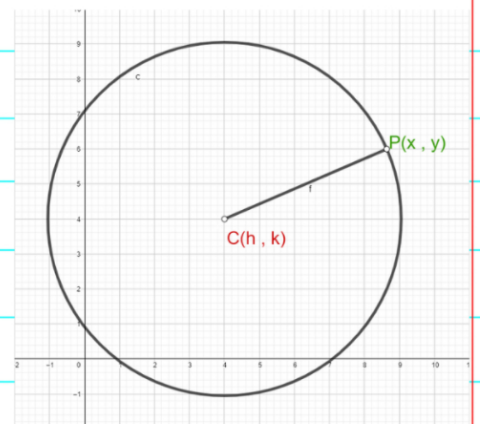
$$C(X_1, Y_1) \quad P(X_2, Y_2)$$

$$C(h, k) \quad P(x, y)$$

$$r = \sqrt{(X - h)^2 + (Y - k)^2}$$

$$(r)^2 = \left( \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} \right)^2$$

$$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$

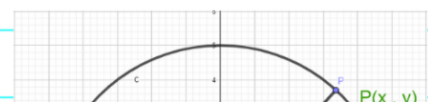


En un sistema de coordenadas cartesianas x-y, la circunferencia con centro en el punto (h, k) distinto del origen y radio r consta de todos los puntos (x, y) que satisfacen la ecuación.

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ , donde (h, k) es el centro y r es el radio.

Si consideramos que el centro de la circunferencia se encuentra en el origen obtenemos:

$$C(h, k) \quad P(x, y)$$



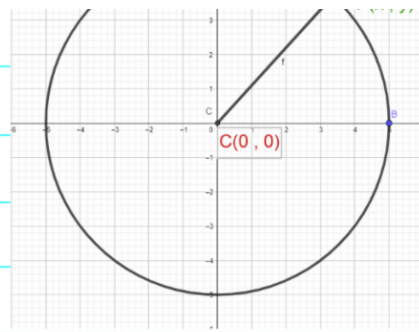
$C(0,0)$

$$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$

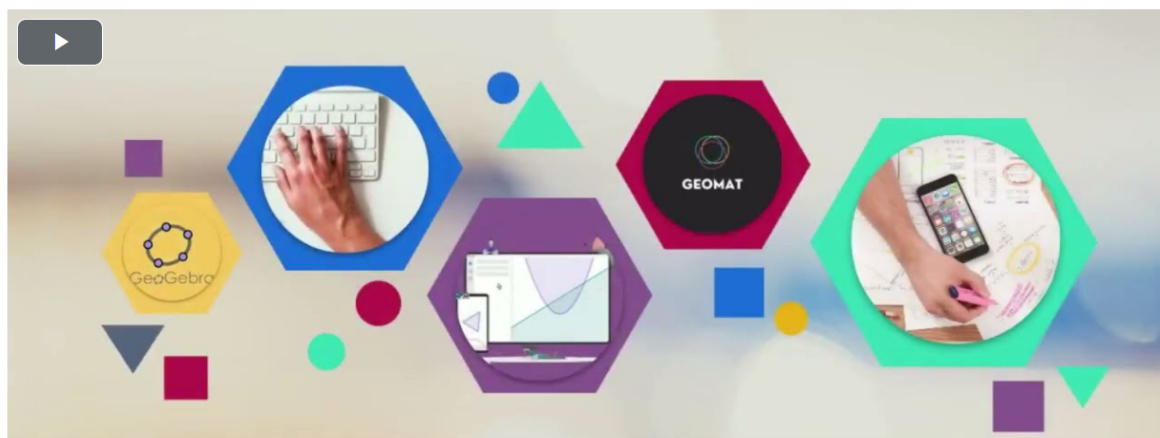
$$r^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2$$

$$r^2 = (x)^2 + (y)^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$



Con ayuda del video tutorial el docente puede mejorar, pulir y desarrollar las destrezas necesarias para usar GeoGebra en el tema de la Circunferencia



DEMOSTRACION

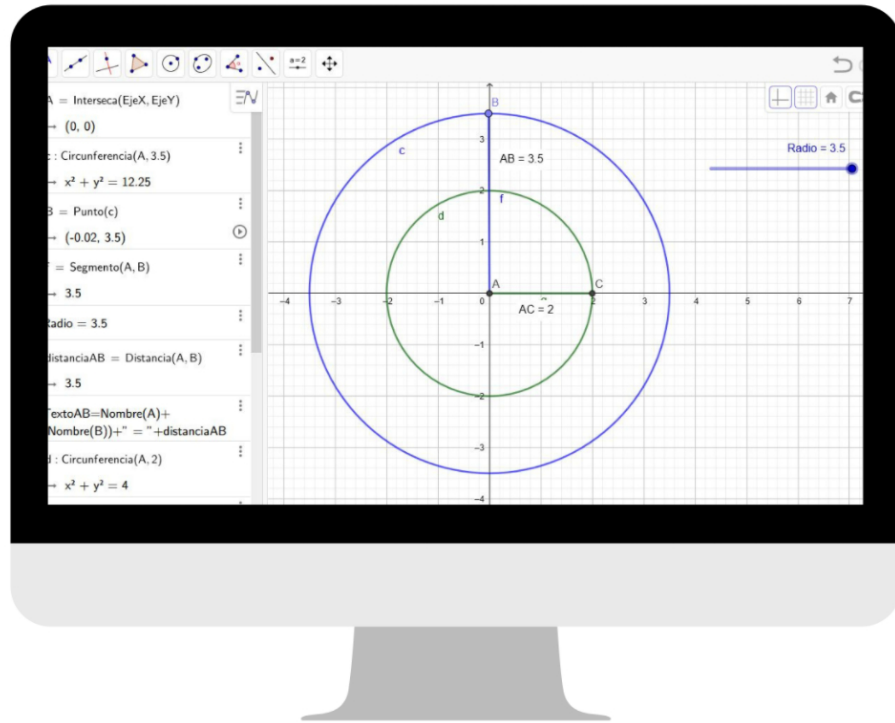
# GeoGebra

CREATED USING  
POWTOON



## Ejemplos de ejercicios de la elipse con ayuda de Software GeoGebra

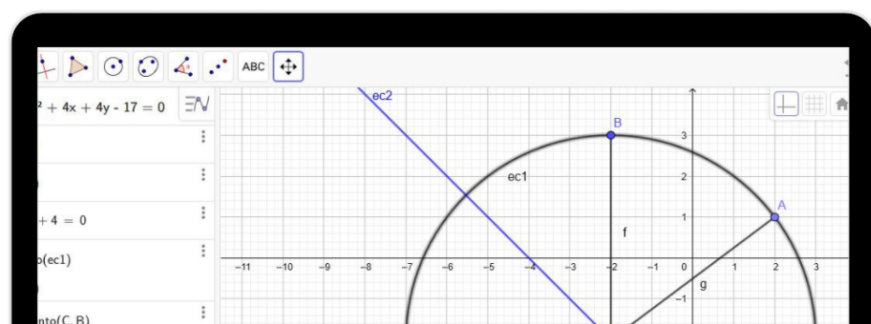
Ana se ha montado en el caballo que está a 3.5 m del centro de una plataforma que gira y su amiga Laura se ha montado en el león que estaba a 2 m del centro. Calcular el camino recorrido por cada una cuando la plataforma ha dado 50 vueltas.

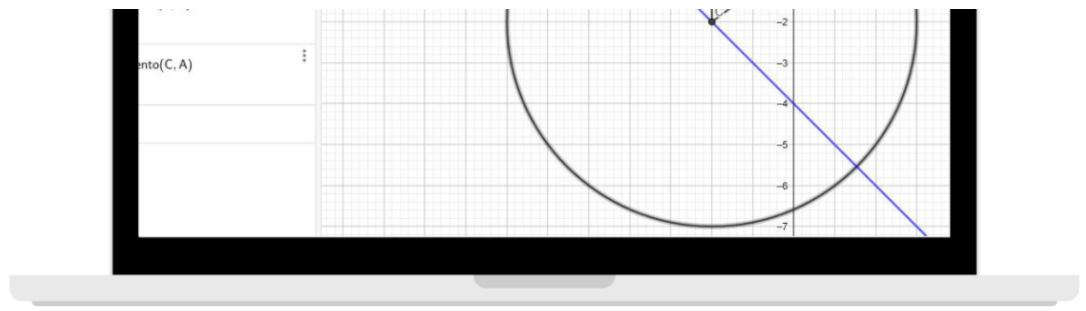


## CIRCUNFERENCIA Y SUS ELEMENTOS



- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(2,1) y B(-2,3) y tiene su centro sobre la recta  $x+y+4=0$ .






▶

## EJERCICIO DE LA CIRCUNFERENCIA

---

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(2,1) y B(-2,3) y tiene su centro sobre la recta  $x+y+4=0$ .



CREATED USING  
**POWTOON**

### CIRCUNFERENCIA Y SUS ELEMENTOS



## Recomendación y ejemplos de actividades y ejercicios para los alumnos

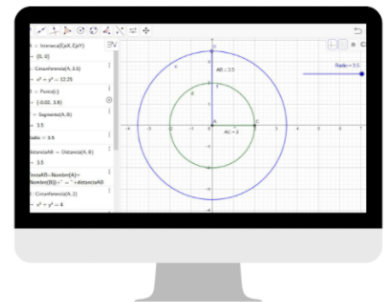
El docente puede realizar las siguientes actividades como deberes, actividades o tarea en clase y los alumnos pueden desarrollar estas actividades con ayuda del software GeoGebra

- Sabiendo la ecuación de las siguientes circunferencias, hallar el centro y el radio, y con ayuda de la aplicación GeoGebra realizar cada una de las graficas.

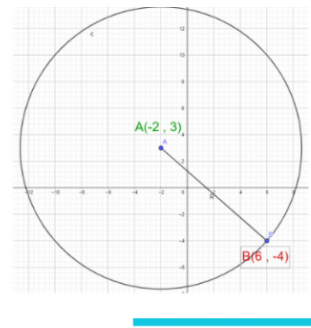
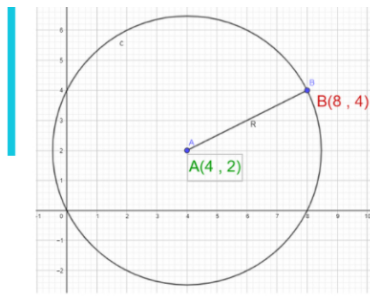
1º)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 2 = 0$

2º)  $x^2 + y^2 - 9 = 0$

3º)  $4x^2 + 4y^2 - 16 = 0$



- Se pueden realizar diferentes graficas en la aplicación GeoGebra, en las graficas los alumnos pueden reconocer el radio, el centro y ecuación de la circunferencia.



[+ Añadir una actividad o un recurso](#)

[+ Parábola](#)

[Editar](#)

En este apartado aprenderemos mas acerca de la aplicación **GeoGebra** una vez ya descargada, con ello nos enfocaremos en el primer tema de las cónicas que en este caso es la **Parábola**

**GEOMAT**

**CLASE 3**

**PARÁBOLA**

$f(x) = x^2 - 2x - 4$   
 $F'(x) = \text{Derivada}(f)$   
 $x = \text{Extremos}(f)$   
 $x = (3, -4)$   
 $x = \text{Punto}(f)$   
 $x = (2, 0)$

# Y SUS ELEMENTOS

“NINGUNA INVESTIGACIÓN HUMANA PUEDE SER DENOMINADA CIENCIA SI NO PASA A TRAVÉS DE PRUEBAS MATEMÁTICAS”

Leonardo Da Vinci.

## PARÁBOLA Y SUS ELEMENTOS

### Ejemplos de Objetivos para el plan de clase

- Reconocer las propiedades de la parábola a través de la construcción de gráficos mediante GeoGebra.
- Deducir la ecuación para la parábola con ayuda del software educativo GeoGebra.
- Comprender conceptos, propiedades e identificar criterios asociados a la parábola y sus aplicaciones.
- Resolver los problemas Geométricos y Algebraicos de la parábola, construyendo las diferentes gráficas con ayuda de GeoGebra.
- Identificar las diferentes formas de la ecuación de una parábola y resolver ejercicios y problemas que vinculen los contenidos y su entorno.
- Manejar e interpretar sus ecuaciones y propiedades.
- Identificarlas en diferentes contextos
- Reconocer la importancia de las cónicas en la ciencia y en la tecnología.

### Recomendación para "ANTICIPACIÓN"

El docente antes de abordar el tema de la parábola, realizar la siguientes anticipación, para que los alumnos puedan llegar al conocimiento requerido.

#### FORMA ALGEBRAICA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

La forma general de una función cuadrática es la siguiente:

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

con  $a \neq 0$  y  $a, b, c \in \mathbb{R}$

Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; la letra x representa la variable independiente y la expresión f(x) representa el valor obtenido al reemplazar x por algún valor en el lado derecho de la igualdad, es decir, f(x) es la imagen de x.

la imagen de A.

La expresión  $f(x)$  puede reemplazarse por la letra  $y$  que representa a la variable dependiente de la función. Así la expresión del recuadro anterior, también se puede escribir:  $y = ax^2 + bx + c$

## EJEMPLOS

Algunas funciones cuadráticas:



- $f(x) = x^2 + 5x - 2$
- $y = -x^2$
- $f(x) = x^2 - 0,5x - 1$
- $h(t) = -8t^2 + 60t$
- $f(x) = 2(x-3)^2 + 3$
- $y = 1 - 2t^2$

La forma algebraica de una función cuadrática tiene las siguientes características:

- Siempre hay un término que contiene la variable elevada al cuadrado.
- A veces una función cuadrática no está dada en su forma general por lo que es necesario aplicar algún procedimiento algebraico para transformarla.

$$f(x) = 2(x - 3)^2 + 3$$

queda:

$$y = 2x^2 - 12x + 21.$$

Las funciones polinómicas son aquellas constituidas por un polinomio, un ejemplo de estas es la función cuadrática o de segundo grado, representada con una gráfica de parábola.

En una función cuadrática de forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ , las letras  $a$ ,  $b$  y  $c$  se denominan coeficientes; el coeficiente  $c$  de una función cuadrática se llama constante.

Recomendación para  
"Construcción de conocimiento"  

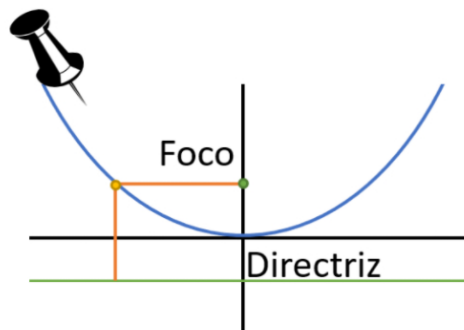
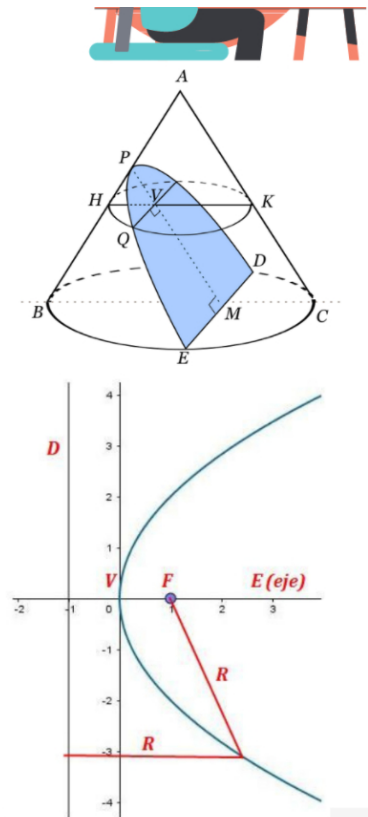
---

**Parábola definición**





- La parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.
- En matemáticas, una parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo (llamado foco) y de una recta fija (denominada directriz).
- En geometría la parábola es una de las secciones cónicas junto a la circunferencia, la elipse y la hipérbola. Es decir, una parábola se puede obtener a partir de un cono.



El foco y la directriz determinan cómo va a ser la apariencia de la parábola (en el sentido de que «parecerá» más o menos abierta según sea la distancia entre F y la directriz). Todas las parábolas son semejantes. Su excentricidad es 1 en todos los casos. Solamente varía la escala.

Se recomienda entrar al siguiente link como apoyo

La gran comunidad de GeoGebra nos permite colaborar entre todos los usuarios, de tal manera que nos podemos encontrar demostraciones hechas y usarlas como apoyo



<https://www.geogebra.org/m/rsuthsxa#material/qcqqgfpsw>



## Propiedades de las parábolas

- Una parábola se trata de una curva abierta, o

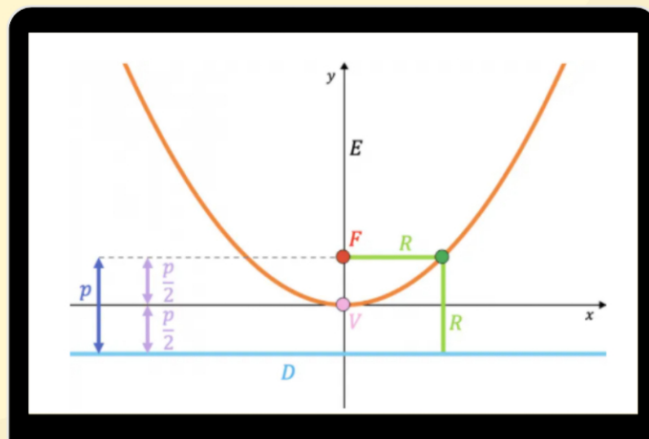
dicho de otra forma, consiste en dos ramas sin puntos comunes que se prolongan ilimitadamente.

- Toda parábola tiene un único eje de simetría, donde está situado el vértice de dicha parábola.
- Una parábola de orientación vertical es convexa cuando sus ramas van hacia arriba, la parábola es cóncava si sus ramas van hacia abajo.
- La excentricidad de una parábola es equivalente a la unidad (1).
- Una parábola no tiene ninguna asíntota.

## Elementos de una parábola

Las características de una parábola dependen de los siguientes elementos:

- **Foco (F):** es un punto fijo del interior de la parábola.
- **Directriz (D):** es una recta fija externa a la parábola.
- **Parámetro (p):** es la distancia desde el foco hasta la directriz.
- **Radio vector (R):** es el segmento que une un punto de la parábola con el foco.
- **Eje (E):** es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco y es el eje de simetría de la parábola
- **Vértice (V):** es el punto de intersección entre la parábola y su eje.
- **Distancia focal:** es la distancia entre el foco y el vértice, o entre la directriz y el vértice.



## Ecuaciones de la parábola

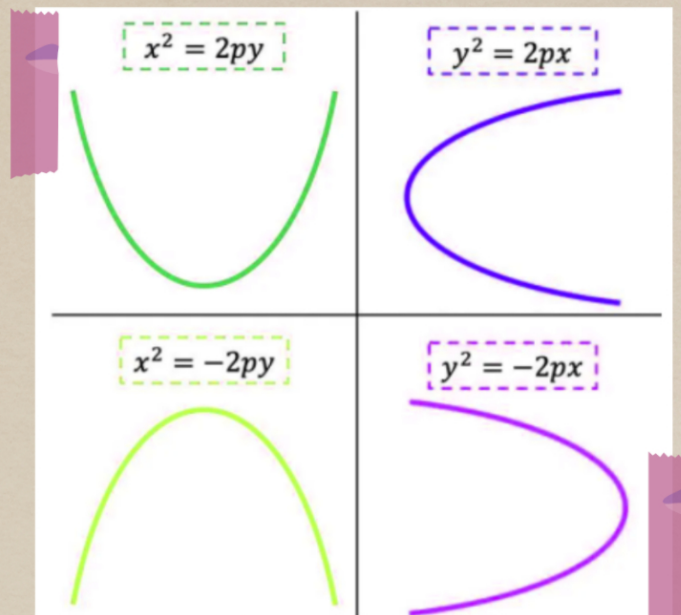
La ecuación de una parábola es un tipo de función cuadrática porque siempre debe de tener como mínimo 1 término elevado al cuadrado.

Así pues, en geometría analítica existen varias maneras de expresar matemáticamente una parábola: la **ecuación canónica o reducida**, la **ecuación ordinaria** y la **ecuación general** de la parábola.

### ECUACIÓN REDUCIDA O CANÓNICA DE LA PARÁBOLA

Lo que diferencia la ecuación reducida o canónica de las otras ecuaciones parabólicas, es que el vértice de la parábola es el origen de coordenadas, es decir, el punto (0,0).

La forma de la ecuación reducida de la parábola depende de si esta es horizontal o vertical.



Donde  $p$  es el parámetro característico de la parábola.

Cuando la variable  $x$  está elevada al cuadrado la parábola es vertical, en cambio, cuando la variable  $y$  está elevada al cuadrado la parábola es horizontal. Por otra parte, el sentido de las ramas de la parábola depende del signo de la ecuación.

### ECUACIÓN ORDINARIA DE LA PARÁBOLA



Cuando el vértice de la parábola es un punto cualquiera utilizamos la ecuación ordinaria de la parábola, cuya expresión es:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$$

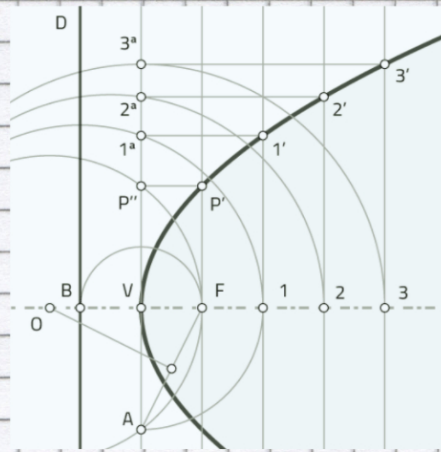
Donde el centro o vértice de la parábola es el punto  $V(x_0, y_0)$

La ecuación anterior corresponde a la parábola que está orientada de manera vertical, o dicho con otras palabras, el eje focal de la parábola es paralelo al eje Y.

Análogamente, para definir una parábola orientada de manera horizontal (su eje focal es paralelo al eje X), debemos usar la siguiente variante de la ecuación ordinaria de la parábola:

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$

Donde, al igual que antes, el centro o vértice de la parábola es el punto  $V(x_0, y_0)$



## ECUACIÓN GENERAL DE LA PARÁBOLA

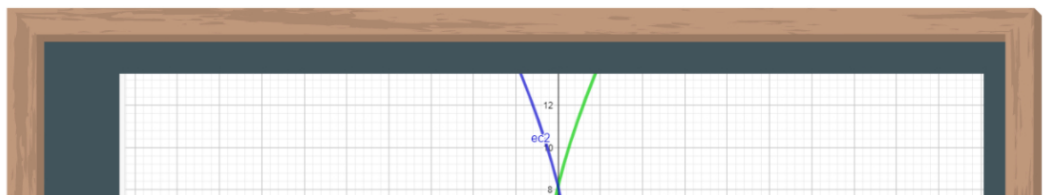
Hasta ahora todas las ecuaciones de las parábolas que hemos analizado sirven para expresar parábolas horizontales o verticales. Pero, evidentemente, una parábola también puede ser oblicua o inclinada.

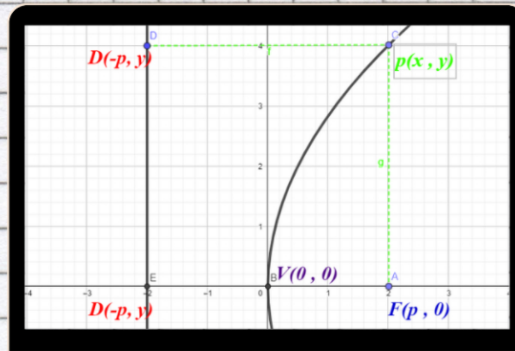
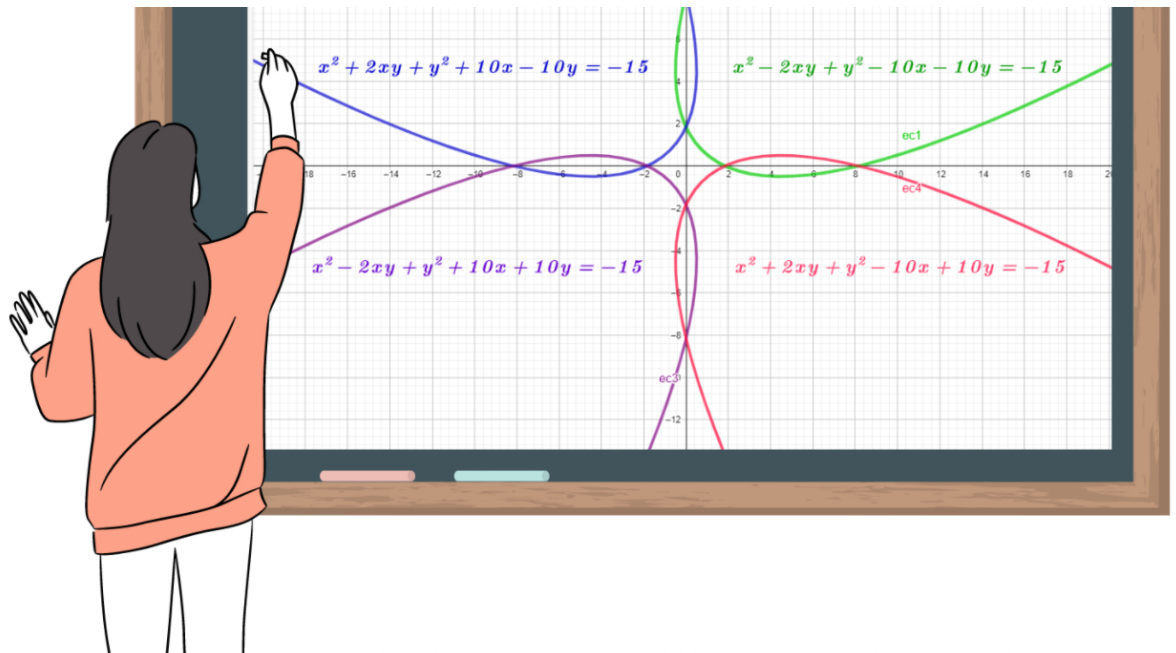
Pues para expresar este tipo de parábolas se usa la ecuación general de la parábola, cuya fórmula es la siguiente:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

La ecuación anterior se trata de una parábola si, y solo si, los coeficientes A y C no son simultáneamente nulos y, además, se cumple la siguiente condición:

$$B^2 - 4AC = 0$$





$$\bullet \overline{PD} = \overline{PF}$$

El trazo PD nace en el punto  $(x, y)$  y termina en el punto  $(-p, y)$  y podemos usar la fórmula para calcular distancia entre dos puntos

$$\bullet \overline{PD} = \sqrt{(x - (-p))^2 + (y - y)^2}$$

$$\bullet \overline{PD} = \sqrt{(x + p)^2}$$

El trazo PF nace en el punto  $(x, y)$  y termina en el punto  $(p, 0)$ , y también podemos usar la fórmula para calcular la distancia entre ellos:

$$\bullet \overline{PF} = \sqrt{(x - p)^2 + (y - 0)^2}$$

$$\bullet \overline{PF} = \sqrt{(x - p)^2 + y^2}$$

Sustituyendo en la expresión de distancias  $\overline{PD} = \overline{PF}$  resulta:

$$\bullet \sqrt{x + p^2} = \sqrt{(x - p)^2 + y^2}$$

Elevando ambos miembros de la ecuación al cuadrado y desarrollando, se tiene

$$\bullet (x + p)^2 = (x - p)^2 + y^2$$

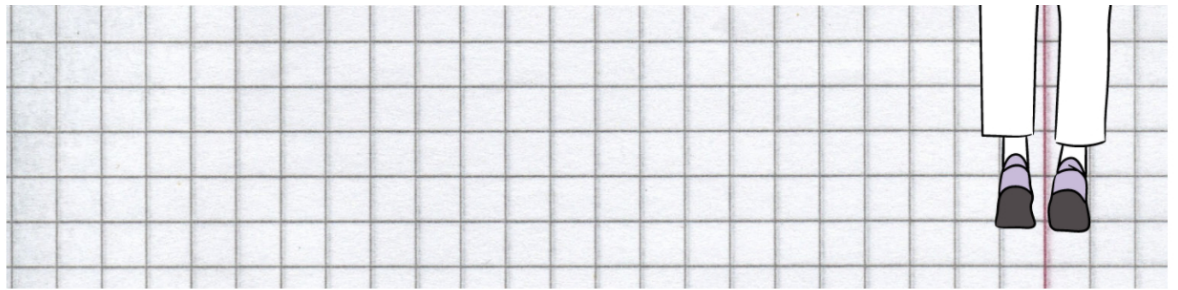
$$\bullet x^2 + 2px + p^2 = x^2 - 2px + p^2 + y^2$$

$$\bullet x^2 + 2px + p^2 - x^2 + 2px - p^2 = y^2$$

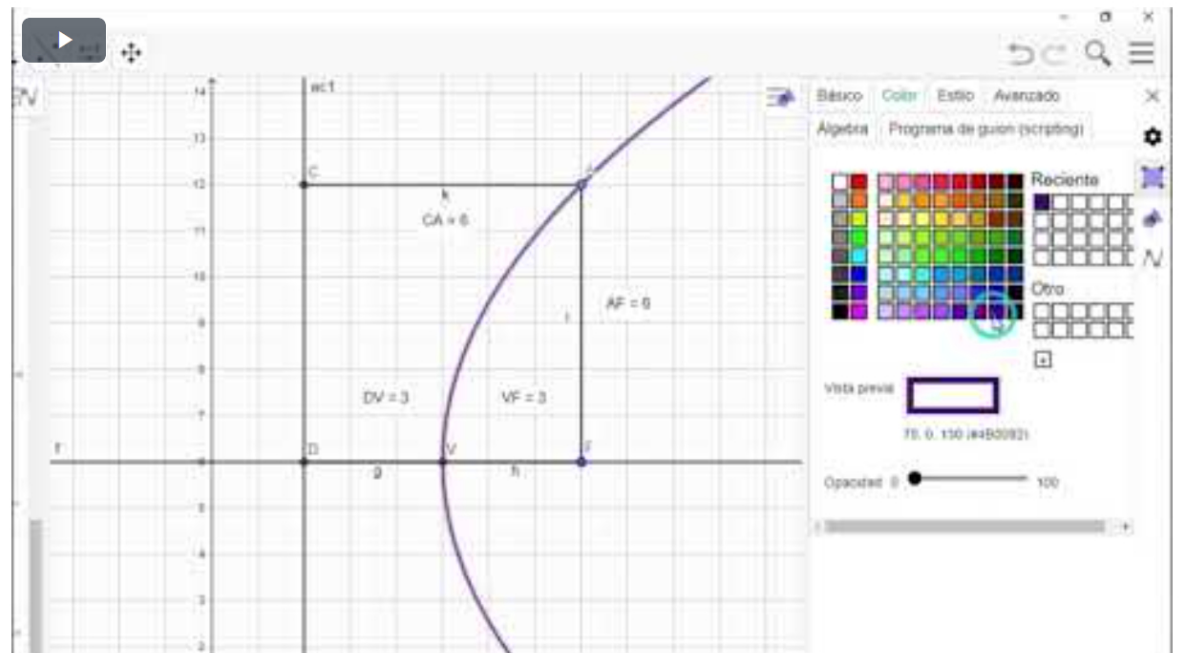
Simplificando términos semejantes y reordenando la expresión, se obtiene:

$$\bullet y^2 = 4px$$



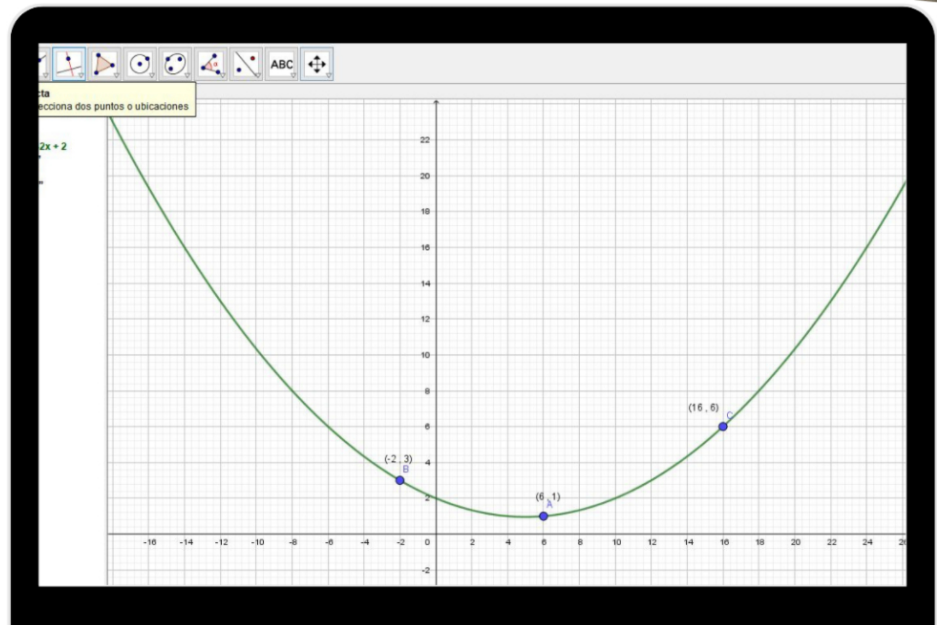


Con ayuda del video tutorial el docente puede mejorar, pulir y desarrollar las destrezas necesarias para usar GeoGebra en el tema de la Parábola



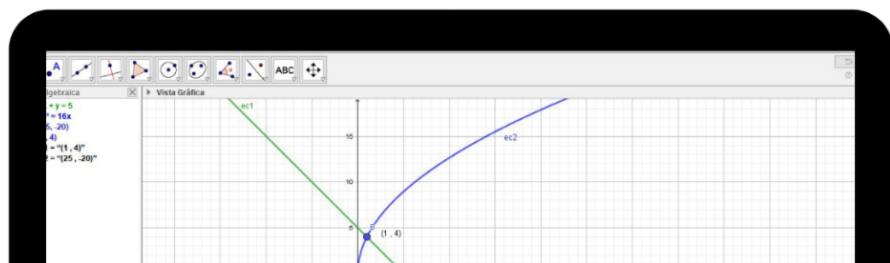
## EJEMPLOS DE EJERCICIOS DE LA ELIPSE CON AYUDA DE SOFTWARE GEOGEBRA

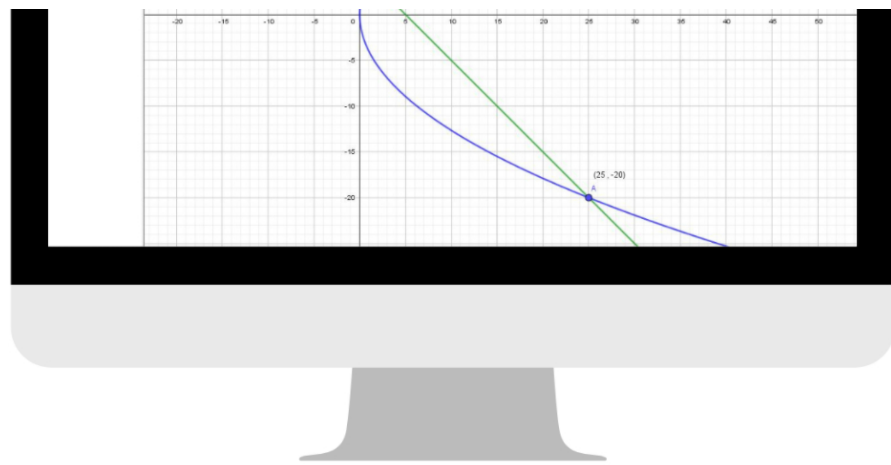
- Hallar la ecuación de la parábola de eje vertical y que pasa por los puntos: A(6, 1), B(2, 3) y C(16, 6)



## PARÁBOLA Y SUS ELEMENTOS

- Calcular la posición relativa de la recta  $R=x+y-5=0$  respecto a la parábola  $y^2=16x$ .





CREADO POR

**ANTHONY  
GILER**

**GEOMAT**

PARÁBOLA  
Y SUS ELEMENTOS

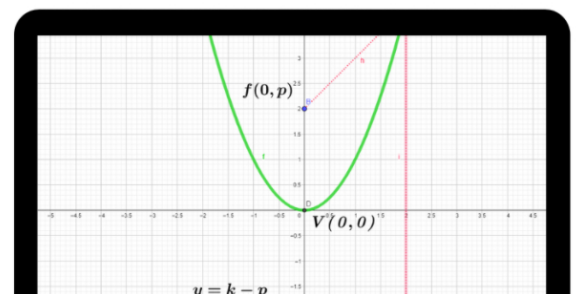


## Recomendación y ejemplos de actividades y ejercicios para los alumnos

El docente puede realizar las siguientes actividades como deberes, actividades o tarea en clase y los alumnos pueden desarrollar estas actividades con ayuda del software GeoGebra

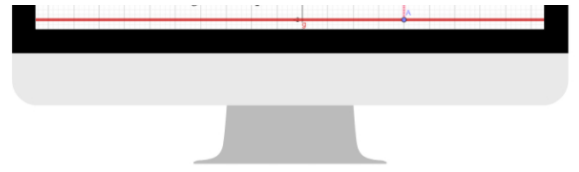
Determina las ecuaciones de las parábolas que tiene, y con ayuda de la aplicación GeoGebra realizar cada una de las graficas.

- De directriz  $x = -3$ , de foco  $(3, 0)$ .
- De directriz  $y = 4$ , de vértice  $(0, 0)$ .
- De directriz  $y = -5$ , de foco  $(0, 5)$ .
- De directriz  $x = 2$ , de foco  $(-2, 0)$ .
- De foco  $(2, 0)$ , de vértice  $(0, 0)$ .





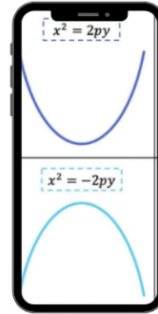
- De foco(3, 2), de vértice(5, 2).
- De foco(-2, 5), de vértice(-2, 2).
- De foco(3, 4), de vértice(1, 4).



Se pueden realizar diferentes graficas en la aplicación GeoGebra, en las graficas los alumnos pueden reconocer sus elementos .

Determinar, en forma reducida, las ecuaciones de las siguientes parábolas, indicando el valor del parámetro, las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz.

- $6y^2 - 12x = 0$
- $2y^2 = -7x$
- $15x^2 = -42y$

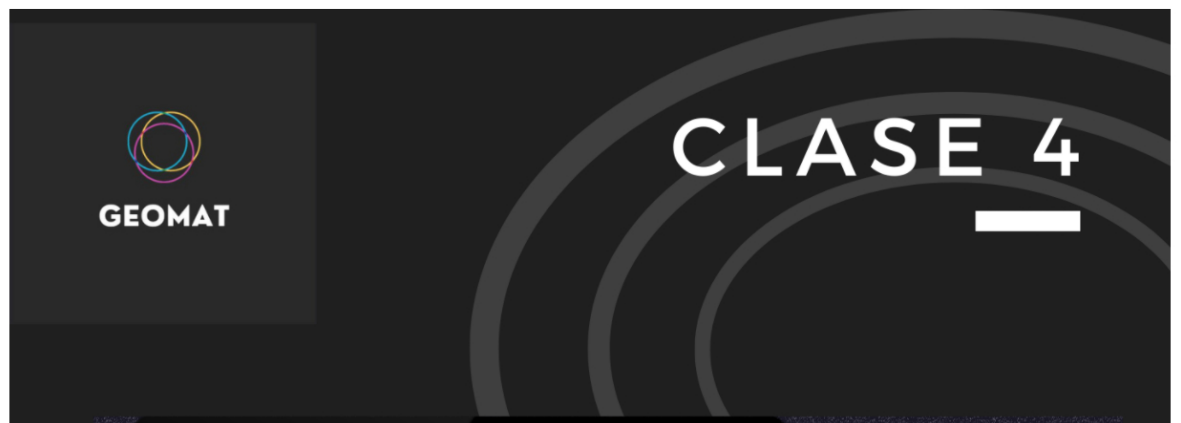


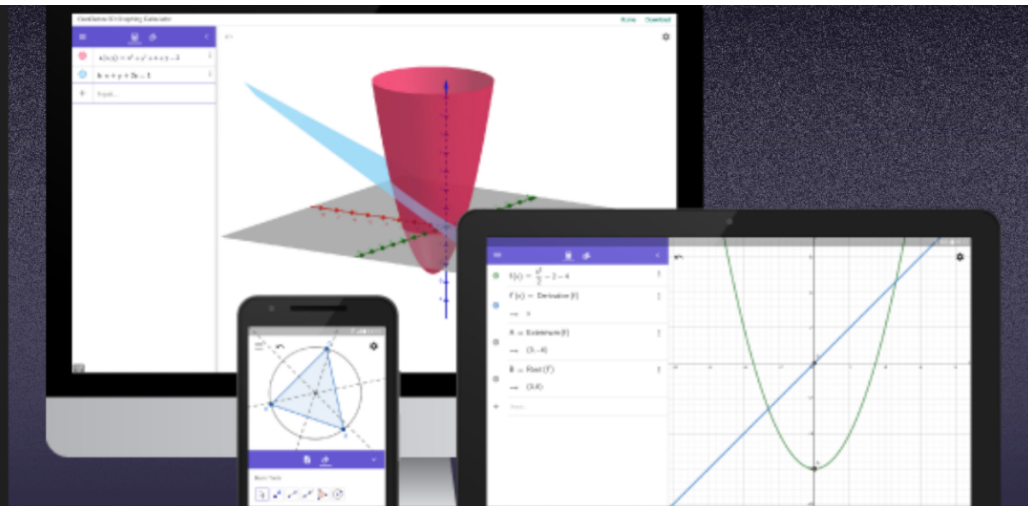
[+ Añadir una actividad o un recurso](#)

[+ Elipse](#)

[Editar](#)

En este apartado aprenderemos mas acerca de la aplicación **GeoGebra** una vez ya descargada, con ello nos enfocaremos en el primer tema de las cónicas que en este caso es la **Elipse**





# ELIPSE

## Y SUS ELEMENTOS

"LAS MATEMÁTICAS NO CONOCEN RAZAS O LÍMITES GEOGRÁFICOS. PARA LAS MATEMÁTICAS, EL MUNDO CULTURAL ES UNA PAÍS"

David Hilbert

### ELIPSE Y SUS ELEMENTOS

---

### Ejemplos de Objetivos para el plan de clase

- Reconocer las propiedades de la elipse a través de la construcción de gráficos mediante GeoGebra.
- Deducir la ecuación para la elipse con ayuda del software educativo GeoGebra.
- Comprender conceptos, propiedades e identificar criterios asociados a la elipse y sus aplicaciones.
- Resolver los problemas Geométricos y Algebraicos de la elipse, construyendo las diferentes gráficas con ayuda de GeoGebra.
- Identificar las diferentes formas de la ecuación de una elipse y resolver ejercicios y problemas que vinculen los contenidos y su entorno.
- Manejar e interpretar sus ecuaciones y propiedades.



- Identificarlas en diferentes contextos

## Recomendación para "ANTICIPACIÓN"

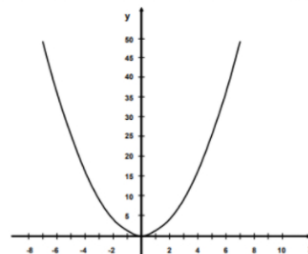
El docente antes de abordar el tema de la elipse, realizar la siguientes anticipación, para que los alumnos puedan llegar al conocimiento requerido.

### Lugares Geométricos

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos que satisfacen una determinada condición. La solución de un problema de lugares geométricos es una ecuación, la ecuación de todos los puntos que cumplen la dicha condición.

Por ejemplo, el lugar geométrico formado por la condición  $y = x^2$

X	y
-7	49
-6	36
-5	25
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49



El lugar geométrico se forma a partir de todos los puntos que satisfacen la condición, es decir, su gráfica representa la unión de una infinidad de puntos. Sin embargo, en la práctica se toma como referencia las parejas ordenadas que se obtienen de la tabulación y se unen. Para el ejemplo anterior son:  $(-5,25)$ ,  $(-4,16)$ ,  $(-3,9)$ ,  $(-2,4)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(2,4)$ ,  $(3,9)$ ,  $(4,16)$  y  $(-5,25)$ .

Puede apreciarse que el punto  $A(-5,-15)$  no pertenece al lugar geométrico, ya que si se sustituyen los valores, no satisface la ecuación.

### DISCUSIÓN DE UNA CURVA

Para trazar una gráfica, el procedimiento consiste en localizar puntos derivados de una tabulación y dibujar una línea continua que pasa por todos ellos. Sin embargo, no todas las gráficas son continuas y por lo tanto, este procedimiento no es válido ya que se introducirían errores en el trazado de las gráficas.

Para evitar errores de este tipo se debe realizar una investigación preliminar de la ecuación antes de trazar la curva. A esto se le conoce como discusión de una curva a través del método de los seis pasos.

Las características por analizar son:

1. Intersecciones con los ejes
2. Simetría

3. Extensión o campo de variación
4. Asíntotas
5. Tabulación
6. Trazado de gráfica.



Se recomienda entrar al siguiente link como apoyo

[HTTP://132.248.164.227/PUBLICACIONES/DOCS/APUNTES\\_MATEMATICAS/18.%20UGARES%20GEOMETRICOS.PDF](http://132.248.164.227/PUBLICACIONES/DOCS/APUNTES_MATEMATICAS/18.%20UGARES%20GEOMETRICOS.PDF)

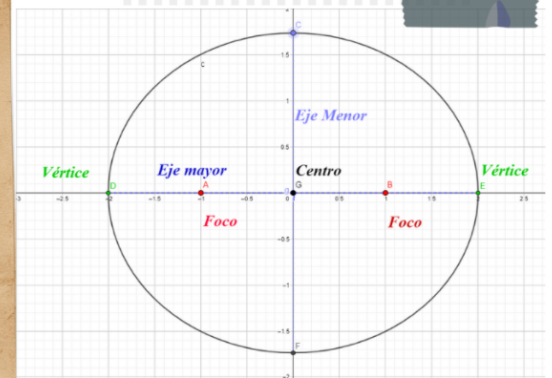
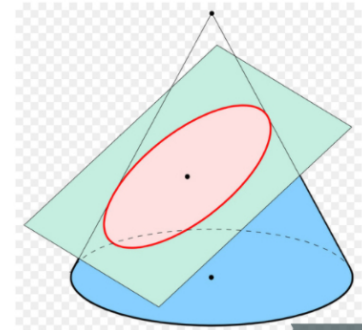


## Recomendación para "Construcción de conocimiento"

### Elipse definición



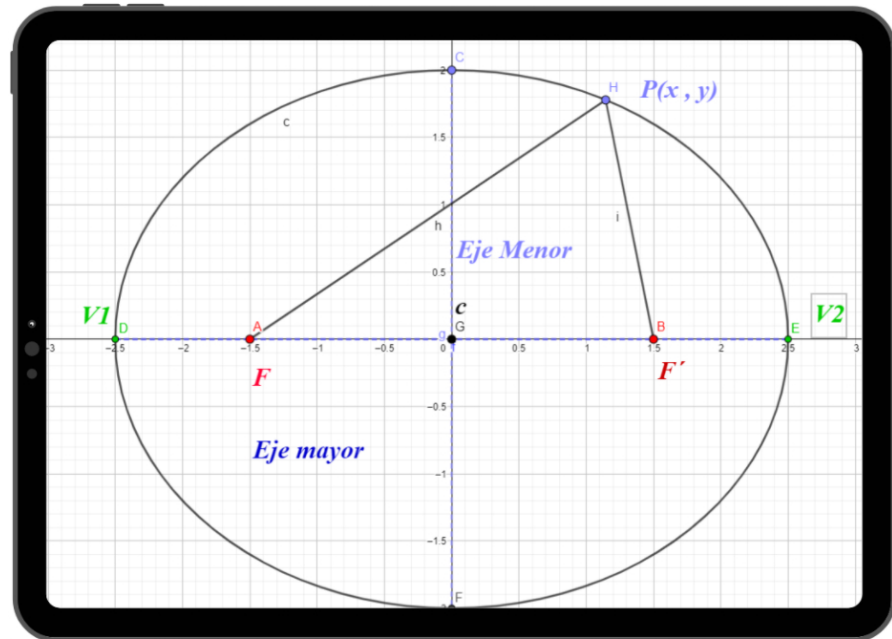
- Una elipse es una curva plana, simple y cerrada con dos ejes de simetría que resulta al cortar la superficie de un cono por un plano oblicuo al eje de simetría con ángulo mayor que el de la generatriz respecto del eje de revolución.
- Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.
- Lehmann define la elipse como el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de ese plano es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre los puntos.



A los dos puntos fijos  $F$  y  $F'$  se les llama focos. La recta  $l$  que pasa por los focos, eje focal. El eje focal corta a la elipse en otros dos puntos  $V_1$  y  $V_2$  llamados vértices de la elipse, el segmento que une los vértices se llama eje mayor, el punto medio de este segmento " $c$ " será el centro de la elipse. La recta perpendicular al eje mayor y que pasa por el punto medio se llama eje menor y corta a la elipse en dos puntos

## Elementos de la elipse:

- Focos: Son los puntos fijos  $F$  y  $F'$ .
- Eje focal: Es la recta que pasa por los focos.
- Eje secundario: Es la mediatriz del segmento  $FF'$ .
- Centro: Es el punto de intersección de los ejes.
- Radios vectores: Son los segmentos que van desde un punto de la elipse a los focos:  $PF$  y  $PF'$ .
- Distancia focal: Es el segmento segmento de longitud  $2c$ ,  $c$  es el valor de la semidistancia focal.
- Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes:  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  y  $B'$ .
- Eje mayor: Es el segmento segmento de longitud  $2a$ ,  $a$  es el valor del semieje mayor.
- Eje menor: Es el segmento segmento de longitud  $2b$ ,  $b$  es el valor del semieje menor.
- Ejes de simetría: Son las rectas que contienen al eje mayor o al eje menor.
- Centro de simetría: Coincide con el centro de la elipse, que es el punto de intersección de los ejes de simetría.



## FÓRMULA DE LA ECUACIÓN DE LA ELIPSE

La fórmula de la ecuación de la elipse en coordenadas cartesianas es la siguiente:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

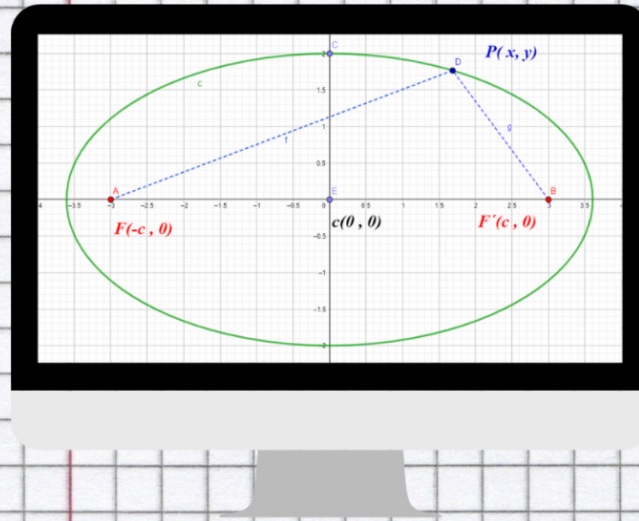
Donde:

$x_0$  y  $y_0$  son las coordenadas del centro de la elipse:  $C(x_0, y_0)$

$a$  es el radio horizontal de la elipse.

$b$  es el radio vertical de la elipse.

Elipse con centro en el origen y eje focal sobre alguno de los ejes coordenados



Eje focal coincidiendo con el eje "X". Siendo  $FF' = 2c$ , las coordenadas de  $F'$  y  $F$  son:  $F(-c, 0)$ ,  $F(c, 0)$ .

Si el punto  $P(x, y)$  es un punto arbitrario de la elipse, se debe cumplir por definición que  $PF' + PF = 2a$ .

Aplicando la fórmula de la distancia entre 2 puntos del plano:

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

La expresión representa la ecuación de la elipse con las características antes expuestas, para hallar una forma más simple de esta ecuación, se efectúan operaciones algebraicas como sigue: asilando el primer radical y elevando al cuadrado ambos miembros

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$[\sqrt{(x+c)^2 + y^2}]^2 = [2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}]^2$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 4a^2 - (x+c)^2 - y^2 + (x-c)^2 + y^2$$

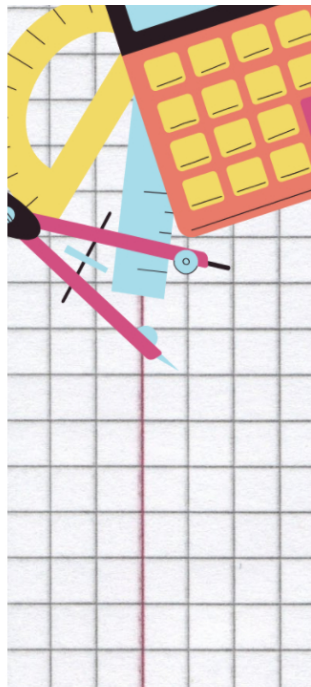
$$4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 4a^2 - x^2 - 2cx - c^2 - y^2 + x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 4a^2 - 4cx$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - cx$$

$$[a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}]^2 = (a^2 - cx)^2$$

$$a^2[(x-c)^2 + y^2] = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2$$



$$a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2$$

$$a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2 = a^4 - a^2c^2$$

$$(a^2 - c^2)x^2 - a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

$$\text{Como } b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

Dividiendo la ecuación entre  $a^2b^2$

$$\frac{b^2x^2 + a^2y^2}{a^2b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



APLICANDO LA FÓRMULA DE LA DISTANCIA OBTENEMOS QUE :

$$F'P + PF = 2A$$

$$\sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x+c)^2 + (y+0)^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y+0)^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2}$$

$$(\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2})^2 = (2a - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2})^2$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}) + x^2 - 2xc + c^2 + y^2$$

$$4a(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}) = 4a^2 - 4xc$$

$$a(\sqrt{(x-c)^2 + y^2}) = a^2 - xc$$

luego de simplificaciones y dividiendo la igualdad entre el producto

$$a^2(a^2 - c^2)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

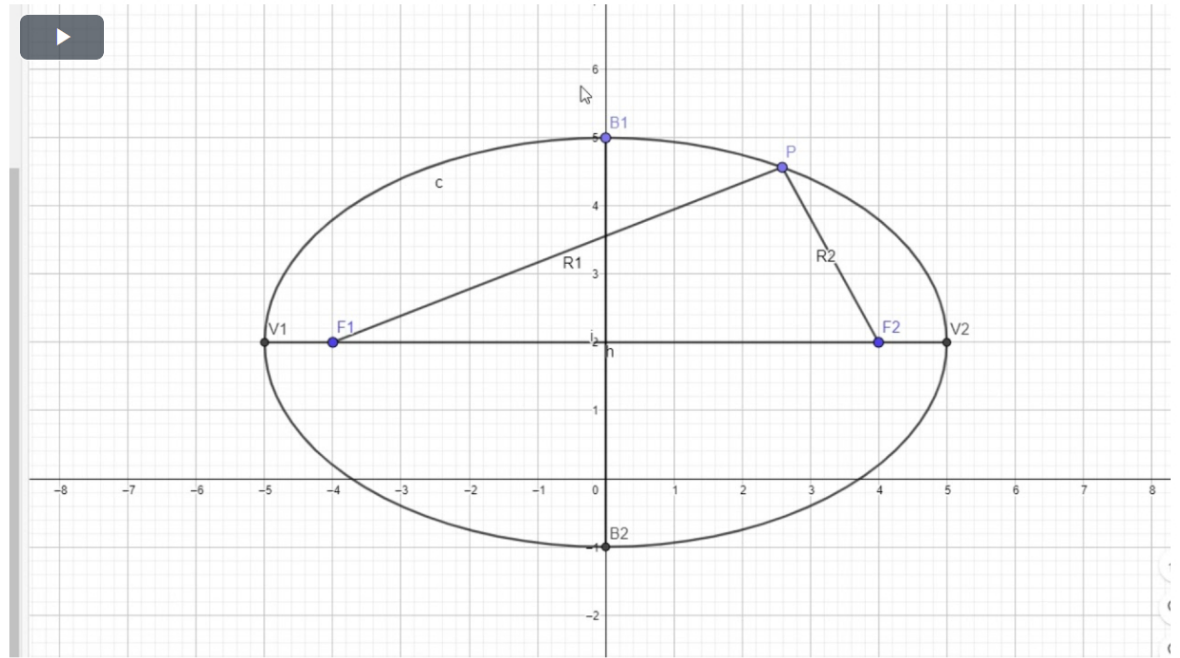
Teniendo en cuenta que  $a^2 > c^2$  se puede asegurar que  $a^2 - c^2 > 0$  de donde hacemos  $b^2 = a^2 - c^2$  para obtener finalmente

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Con ayuda del video tutorial el docente puede mejorar, pulir y desarrollar las destrezas necesarias para usar GeoGebra en el tema de la Elipse

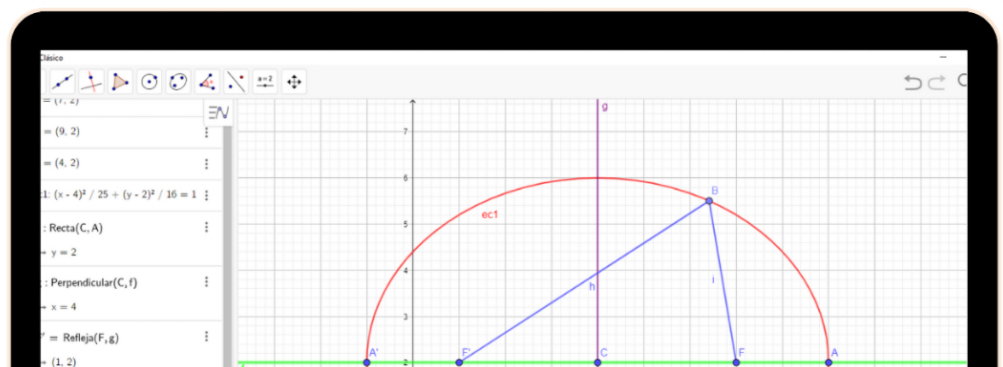
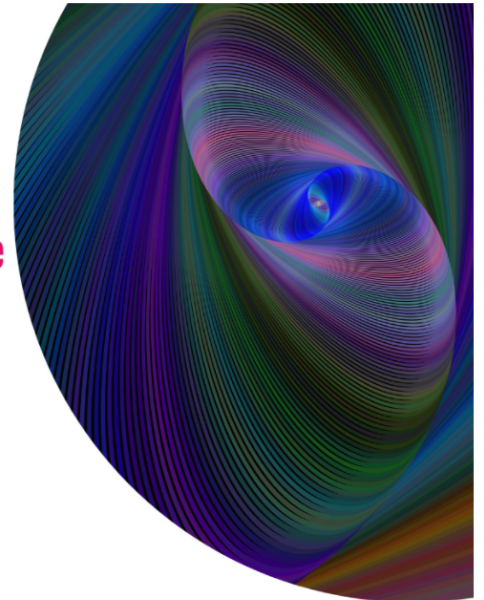




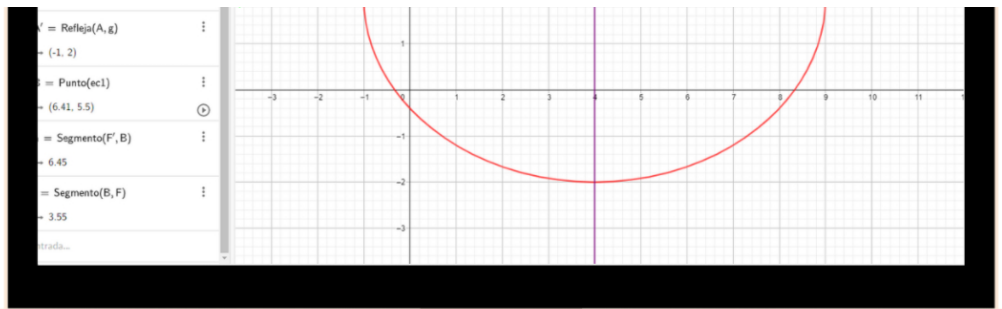
## ELIPSE Y SUS ELEMENTOS

### Ejemplos de ejercicios de la elipse con ayuda de Software GeoGebra

- Hallar la ecuación de la elipse de foco  $F(7, 2)$ , de vértice  $A(9, 2)$  y de centro  $C(4, 2)$ .



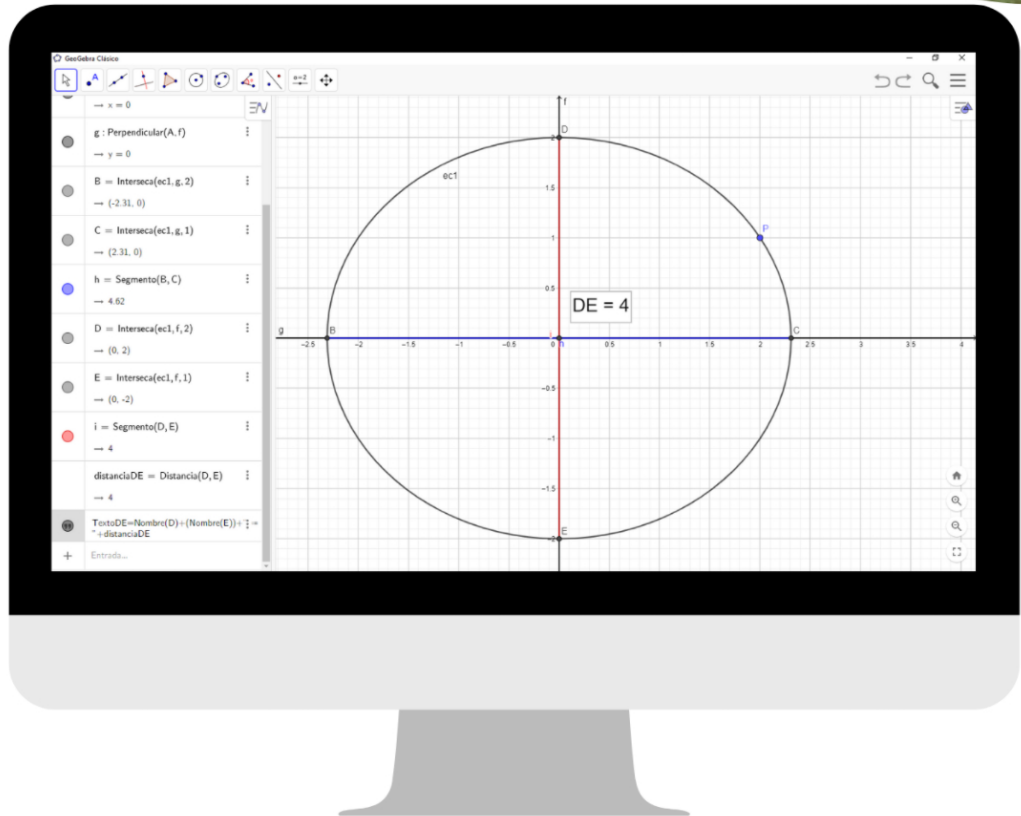




## ELIPSE Y SUS ELEMENTOS

---

- Escribe la ecuación reducida de la elipse con centro en el origen, que pasa por el punto  $P(2, 1)$  y cuyo eje menor mide 4 y este es vertical.



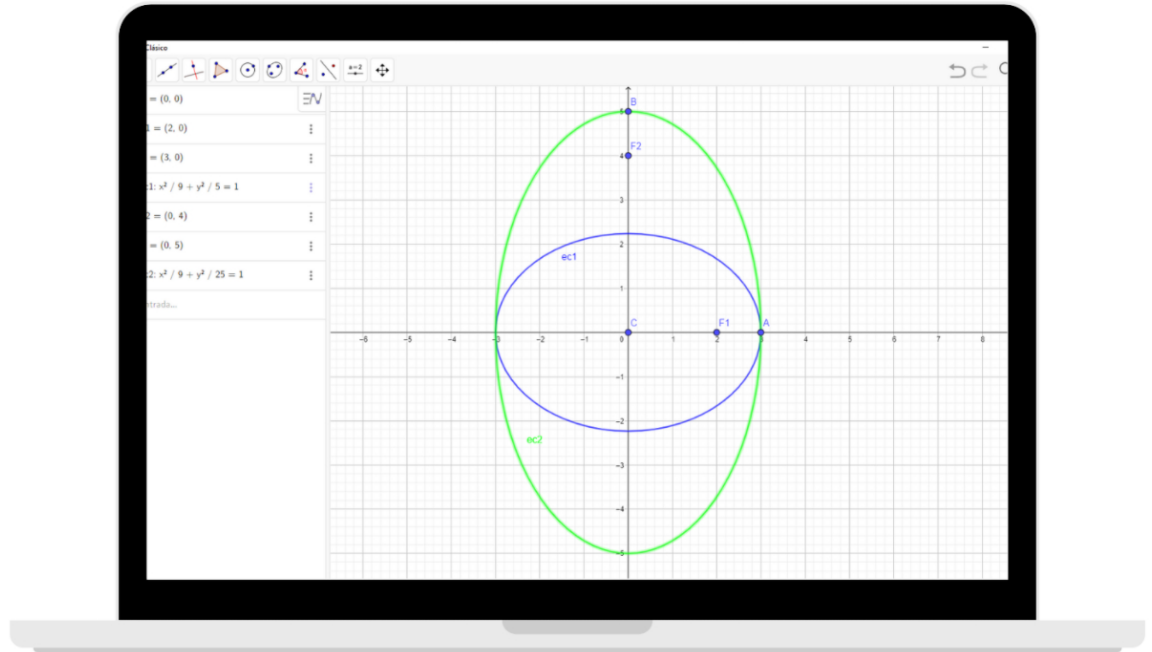
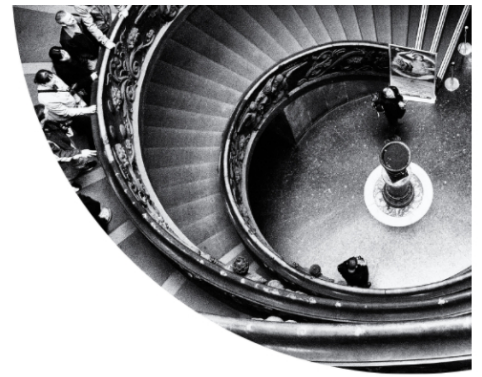
## ELIPSE Y SUS ELEMENTOS

---



Halla la ecuación de la elipse conociendo que:

- $C(0,0)$ ,  $F(2,0)$ ,  $A(3,0)$
- $C(0,0)$ ,  $F(0,4)$ ,  $A(0,5)$



[https://www.youtube.com/watch?v=MKn6i1e7JnE&ab\\_channel=GeoMat](https://www.youtube.com/watch?v=MKn6i1e7JnE&ab_channel=GeoMat)



Innovación Docente

# ¡Gracias por tu visita!

Dale Me gusta y suscríbete para más tutoriales

ELIPSE  
Y SUS ELEMENTOS

## Recomendación y ejemplos de actividades y ejercicios para los alumnos

El docente puede sugerir realizar las siguientes actividades como deber o tarea en clase y los alumnos pueden desarrollar estas actividades con ayuda del software GeoGebra

- Halla la ecuación de la elipse conociendo que, y con ayuda de la aplicación GeoGebra realizar cada una de las graficas.

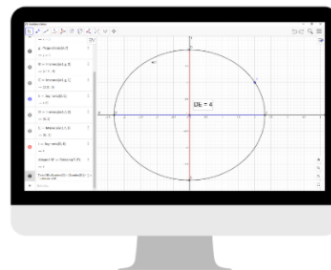
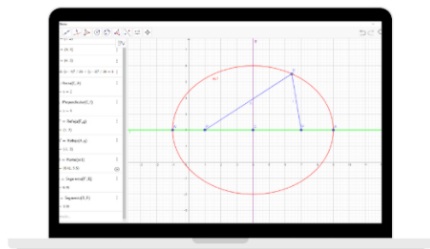
- $C(0,0)$ ,  $F(2,0)$ ,  $A(3,0)$
- $C(0,0)$ ,  $F(0,4)$ ,  $A(0,5)$
- $C(1,-1)$ ,  $F(1,2)$ ,  $A(1,4)$
- $C(-3,2)$ ,  $F(-1,2)$ ,  $A(2,2)$



Se pueden realizar diferentes graficas en la aplicación GeoGebra, en las graficas los alumnos pueden reconocer sus elementos

Halla las ecuaciones en forma reducida de las elipses determinadas de las siguientes maneras:

- a)  $F(-4, 0)$  y  $F(4, 0)$  y longitud del eje menor 6
- b)  $F(0, -2)$  y  $F(0, 2)$  y cuya excentricidad es igual a 0,4
- c) El eje mayor sobre el eje X es 12 y pasa por el punto  $(4, 4)$
- d) El eje mayor sobre el eje Y es 4 y su excentricidad es  $1/6$



## + Hipérbola

Editar 

En este apartado aprenderemos mas acerca de la aplicación **GeoGebra** una vez ya descargada, con ello nos enfocaremos en el primer tema de las cónicas que en este caso es la **Hipérbola**.



# CLASE 5



# HIPÉRBOLA

## Y SUS ELEMENTOS

“LA MATEMÁTICA ES EL TRABAJO DEL ESPÍRITU HUMANO QUE ÉSTA DESTINADO TANTO A ESTUDIAR COMO A CONOCER, TANTO A BUSCAR LA VERDAD COMO A ENCONTRARLA”

**Evariste Galois**

## HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS

### Ejemplos de Objetivos para el plan de clase

- Reconocer las propiedades de la hipérbola a través de la construcción de gráficos mediante GeoGebra.
- Deducir la ecuación para la hipérbola con ayuda del software educativo GeoGebra.
- Comprender conceptos, propiedades e identificar criterios asociados a la hipérbola y sus aplicaciones.
- Resolver los problemas Geométricos y Algebraicos de la hipérbola, construyendo las diferentes gráficas con ayuda de GeoGebra.
- Identificar las diferentes formas de la ecuación de una hipérbola y resolver ejercicios y problemas que vinculen los contenidos y su entorno.
- Analizar la ecuación general de una cónica e identificar su gráfico, a partir de los coeficientes que la componen.
- Manejar la relación Gráfica - Ecuación, desde su forma canónica a partir de los parámetros que la rigen.



### Recomendación para "ANTICIPACIÓN"

El docente antes de abordar el tema de la hipérbola, realizar la siguientes anticipación, para que los alumnos puedan llegar al conocimiento requerido.

#### INTERSECCIONES CON LOS EJES

Son los puntos en que la gráfica del lugar geométrico corta a los ejes coordenados.

Para hallar la intersección con el eje  $x$  se hace  $y = 0$  en la ecuación dada y se despeja la variable  $x$ .

Análogamente, para hallar la intersección con el eje  $y$  se hace  $x = 0$  y se despeja  $y$ .

#### SIMETRÍA

Existen tres casos posibles de simetría para un lugar geométrico:

a) Una curva es simétrica con respecto al eje  $x$  si para cada valor de  $x$  se obtienen dos valores iguales pero de signos contrarios de  $y$

b) Una curva es simétrica con respecto al eje  $y$  si para cada valor de  $y$  se obtienen dos valores iguales pero de signos contrarios de  $x$

c) Una curva es simétrica con respecto al origen si para cualquier punto que pertenezca al primer cuadrante equidista de otro punto que esté en el tercer cuadrante o, si para cualquier punto que se ubique en el segundo cuadrante, equidista de otro punto que se localice en el cuarto cuadrante.

## EXTENSIÓN

La extensión de una curva es la determinación de los intervalos de variación para los cuales los valores de las variables  $x$  y  $y$  son reales.

## ASÍNTOTAS

Si para una curva dada existe una recta tal que a medida que un punto de la curva se aleja indefinidamente de su origen, la distancia de ese punto a la recta decrece continuamente y tiende a cero, dicha recta se llama asíntota de la curva.

Las asíntotas pueden ser horizontales o verticales

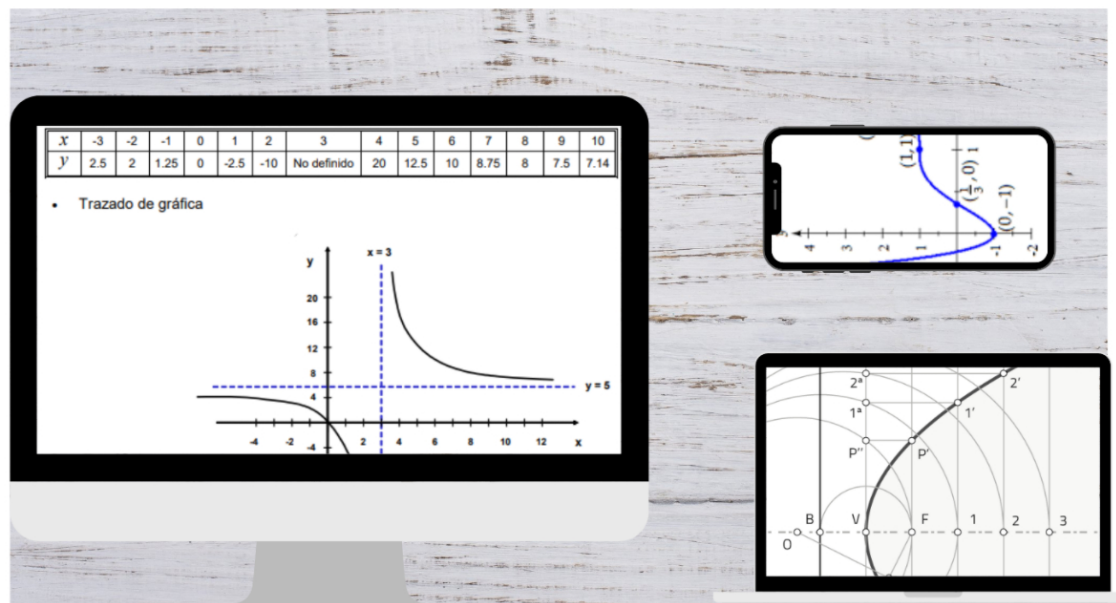
- Una asíntota vertical cuando crece indefinidamente si  $x$  tiende a un valor finito.
- Una asíntota horizontal cuando a medida que  $x$  crece indefinidamente, la función tiende a un número finito.
- 

## TABULACIÓN

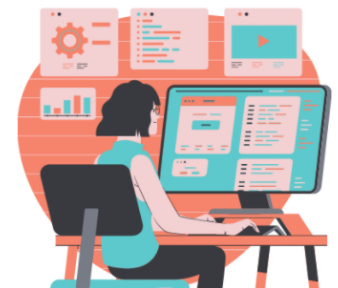
Es el cálculo de las coordenadas de un número suficiente de puntos (al menos diez) para obtener una gráfica adecuada. Por lo general, se sustituye el valor de  $x$  en la ecuación despejada para  $y$  en el paso tres. Siempre deben darse los valores de  $x$  con base en la extensión obtenida y así obtener  $y$ , o viceversa.

## TRAZADO DE LA CURVA

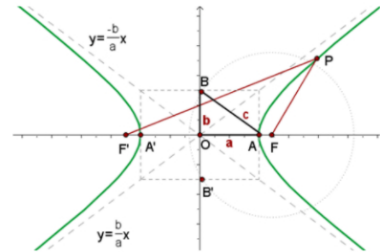
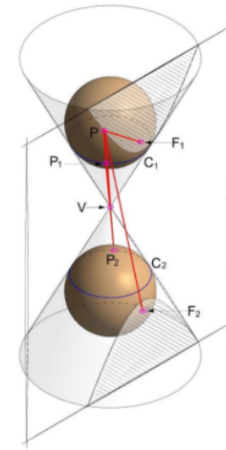
Una vez efectuada la tabulación, se procede a localizar los puntos encontrados en el quinto paso y unirlos mediante una línea continua. Debe tenerse cuidado en trazar por anticipado las asíntotas



Recomendación para  
"Construcción de conocimiento"  
Hipérbola definición



- Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.
- Una hipérbola, es el lugar geométrico de todos los puntos del plano de coordenadas  $(x, y)$  tales que, el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos  $F_1$  y  $F_2$  llamados focos es igual a la distancia entre los vértices, la cual es constante.
- Las hipérbolas también son definidas como secciones cónicas que son obtenidas en la intersección de un plano con un par de conos. El plano corta a ambas bases de los conos a un cierto ángulo.



## Elementos de la hipérbola:



Las características de una hipérbola dependen de los siguientes elementos:

1. **Focos:** Son los puntos fijos  $F$  y  $F'$ .
2. **Eje principal o real:** Es la recta que pasa por los focos.
3. **Eje secundario o imaginario:** Es la mediatriz del segmento  $FF'$ .
4. **Centro:** Es el punto de intersección de los ejes.
5. **Vértices:** Los puntos  $A$  y  $A'$  son los puntos de intersección de la hipérbola con el eje focal.
6. **Radios vectores:** Son los segmentos que van desde un punto de la hipérbola a los focos:  $PF$  y  $PF'$ .
7. **Distancia focal:** Es el segmento  $FF'$  de longitud  $2c$ .
8. **Eje mayor:** Es el segmento de longitud  $2a$ .
9. **Eje menor:** Es el segmento de longitud  $2b$ .
10. **Ejes de simetría:** Son las rectas que contienen al eje real o al eje imaginario.
11. **Asíntotas:** Son las rectas de ecuaciones:
12. **Relación entre los semiejes:**  $c^2 = a^2 + b^2$

Los puntos  $B$  y  $B'$  se obtienen como intersección del eje imaginario con la circunferencia que tiene por centro uno de los vértices y de radio  $c$ .



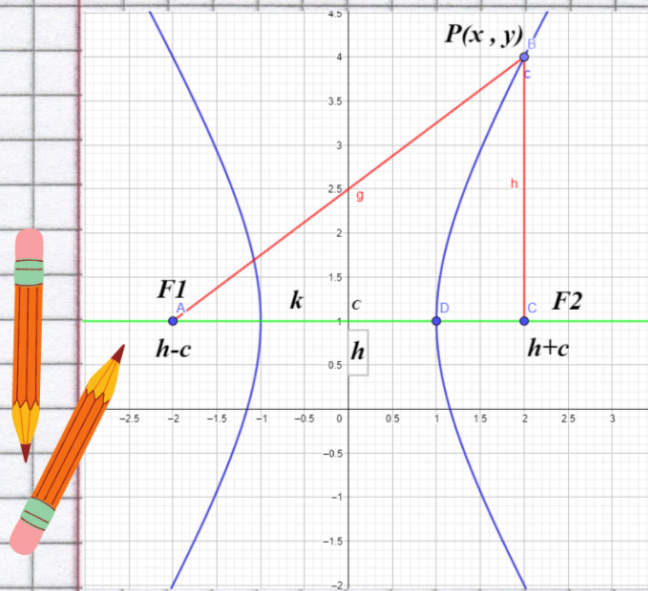
**CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LA HIPÉRBOLA**

- Las hipérbolas tienen dos puntos focales, llamados los focos.
- La excentricidad de las hipérbolas es mayor que 1.
- La diferencia de cada distancia desde un punto en la hipérbola a los dos focos es constante.
- Las hipérbolas tienen dos ejes de simetría, un eje pasa a través de los focos y el otro eje es perpendicular al primero.
- La intersección de los ejes de simetría es el centro de la hipérbola.
- Las hipérbolas tienen dos líneas asíntotas, hacia las cuales se acercan, pero nunca tocan.
- Las asíntotas también intersecan en el centro de la hipérbola.



## ECUACIÓN DE LA HIPÉRBOLA CON CENTRO FUERA DEL ORIGEN DE COORDENADAS

Si el centro lo tuviésemos en el punto  $(x, y)$  coordenadas la ecuación sería:



La ecuación de la hipérbola con eje focal paralelo al eje X u horizontal, centro en  $C(h, k)$ , distancia focal  $2c$  y constante positiva  $2a$ , es de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$a < c$$

$$\bullet \sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} - \sqrt{(x - (h - c))^2 + (y - k)^2} = \pm 2a$$

$$\bullet \sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} = \pm 2a + \sqrt{(x - (h - c))^2 + (y - k)^2}$$

$$\bullet (x - h)^2 - 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2 = 4a^2 + (x - h) + 2c(x - h) + c^2 + (y - k)^2 \pm 4a^2 \sqrt{((x - h) + c)^2 + (y - k)^2}$$

$$\bullet \pm 4a^2 \sqrt{((x - h) + c)^2 + (y - k)^2} = 4a^2 + 4c(x - h)$$

Simplificando por 4 y elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad, se



tiene que

$$\bullet a^2((x-h)^2 + 2c(x-h) + c^2 + (y-k)^2) = a^4 + c^2(x-h)^2 + 2a^2c(x-h)$$

$$\bullet a^2(x-h)^2 + 2a^2c(x-h) + a^2c^2 + a^2(y-k)^2 = a^4 + c^2(x-h)^2 + 2a^2c(x-h)$$

Reduciendo términos semejantes, asociando convenientemente y efectuando factorizaciones adecuadas obtenemos

$$\bullet (c^2 - a^2)(x-h)^2 - a^2(y-k)^2 = a^2(c^2 - a^2)$$

Pero por hipótesis sabemos que  $a < c \Rightarrow a^2 < c^2$ , por lo que  $c^2 - a^2 > 0$

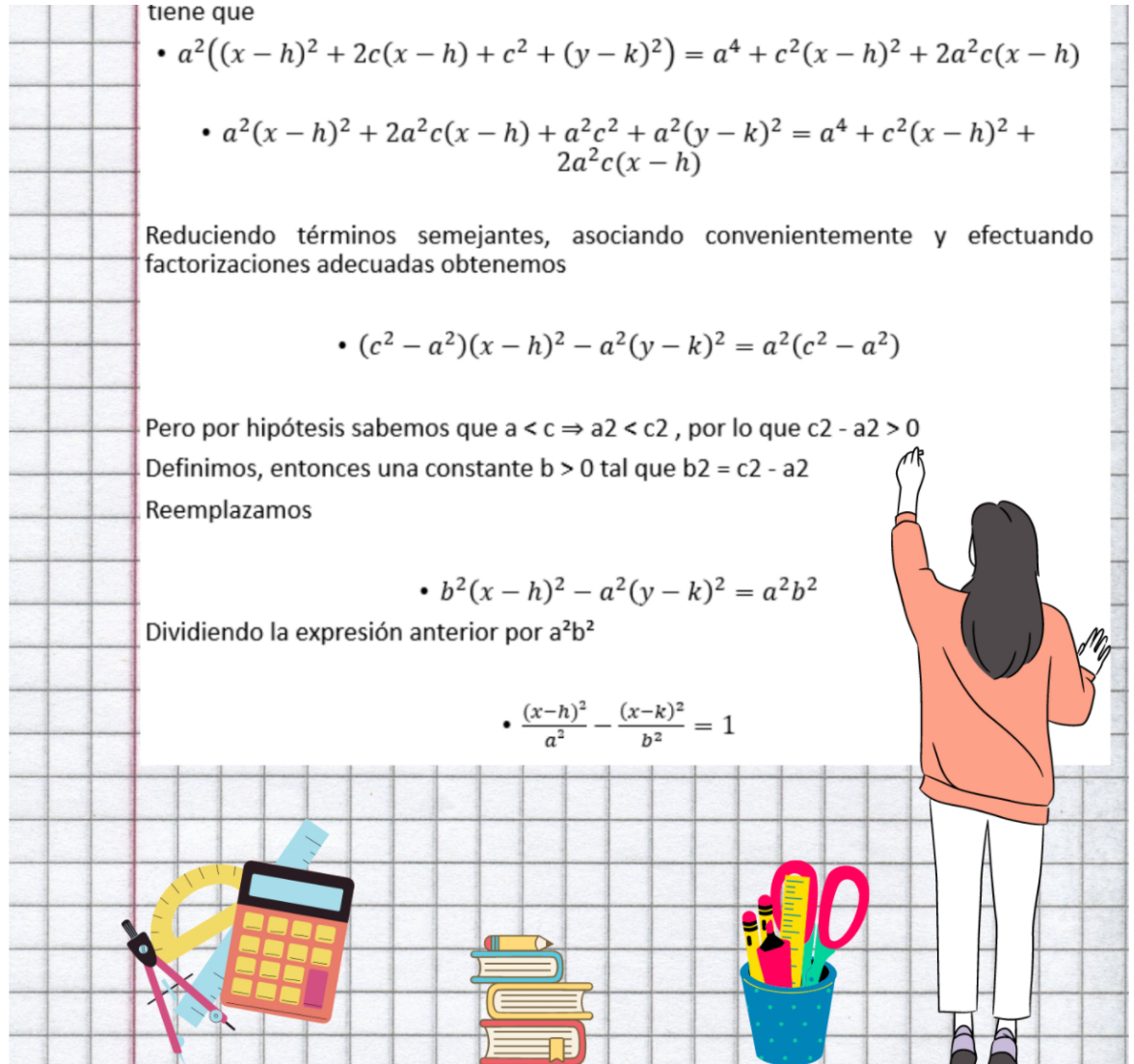
Definimos, entonces una constante  $b > 0$  tal que  $b^2 = c^2 - a^2$

Reemplazamos

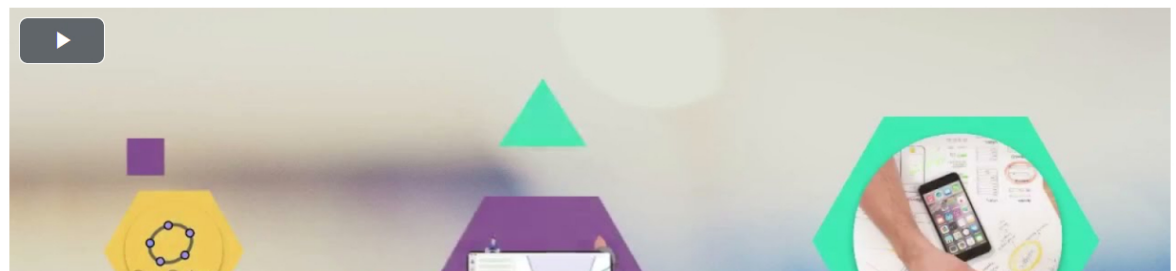
$$\bullet b^2(x-h)^2 - a^2(y-k)^2 = a^2b^2$$

Dividiendo la expresión anterior por  $a^2b^2$

$$\bullet \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



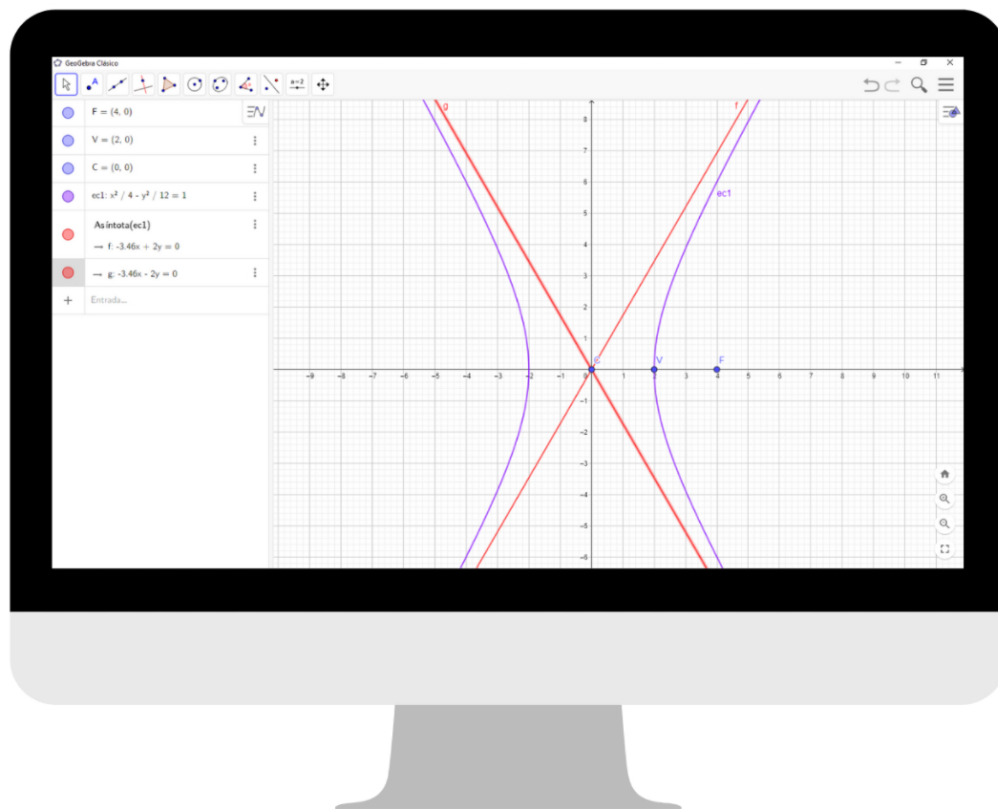
Con ayuda del video tutorial el docente puede mejorar, pulir y desarrollar las destrezas necesarias para usar GeoGebra en el tema de la Hipérbola



## HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS

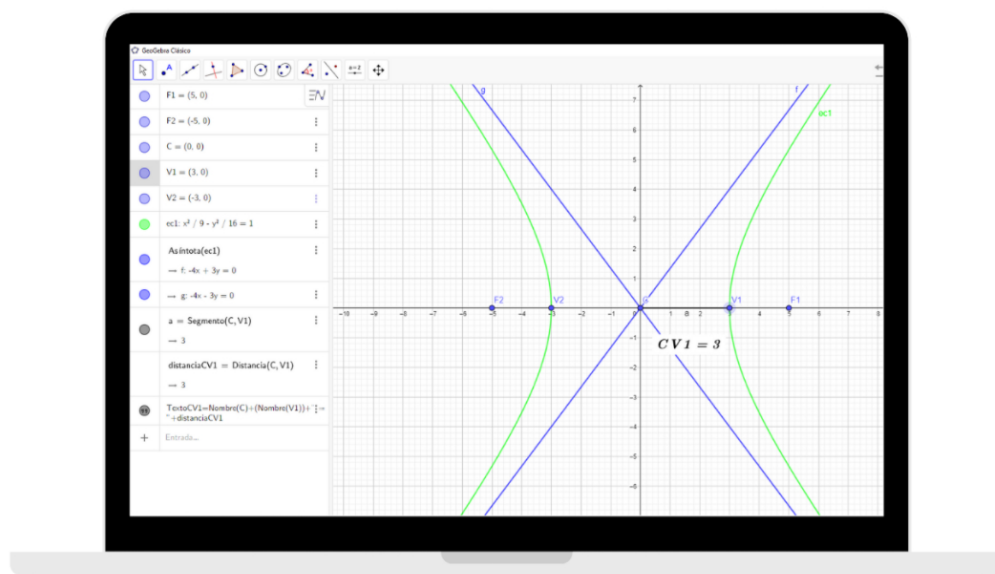
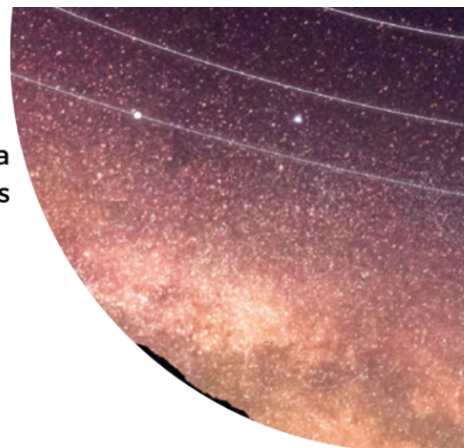
### EJEMPLOS DE EJERCICIOS DE LA ELIPSE CON AYUDA DE SOFTWARE GEOGEBRA

- Hallar la ecuación de la hipérbola de foco  $F(4, 0)$ , de vértice  $A(2, 0)$  y de centro  $C(0, 0)$ .



## Y SUS ELEMENTOS

Hallar la ecuación y la excentricidad de la hipérbola que tiene como focos los puntos  $F'(-5, 0)$  y  $F(5, 0)$ , y un eje real con valor de 6.

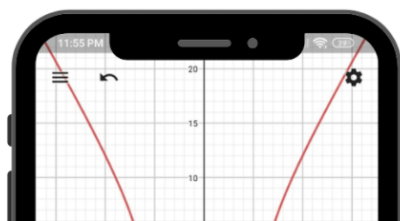
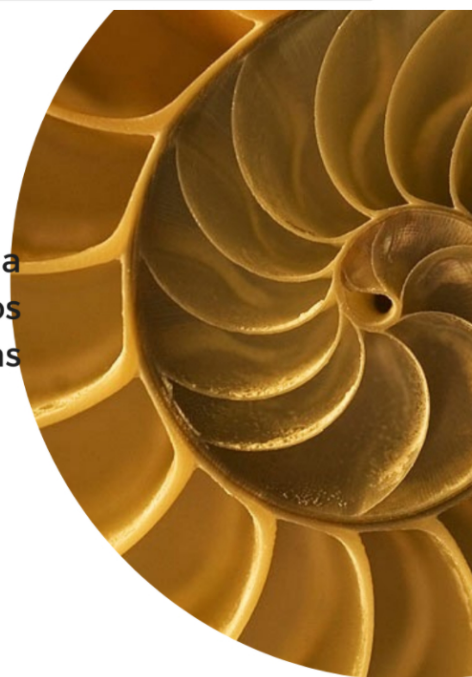


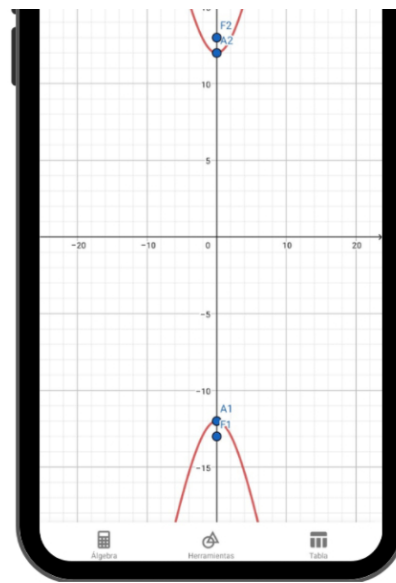
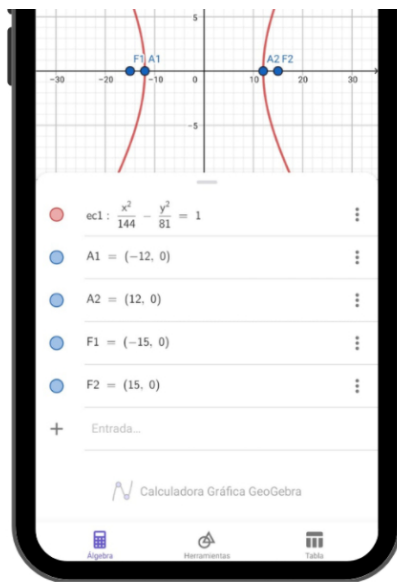
## HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de las siguientes hipérbolas:

1  $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = 1$

2  $\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{25} = 1$





**EJERCICIO DE LA HIPÉRBOLA**

Hallar la ecuación y la excentricidad de la hipérbola que tiene como focos los puntos  $F'(-5, 0)$  y  $F(5, 0)$ , y un eje real con valor de 6.

CREATED USING POWTOON

**HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS**



**Recomendación y ejemplos de actividades y ejercicios para los alumnos**

El docente puede realizar las siguientes actividades como deberes, actividades o tarea en clase y los alumnos pueden desarrollar estas actividades con ayuda del software GeoGebra

Representa gráficamente y determina las coordenadas de los focos, de los vértices y la excentricidad de las siguientes hipérbolas, y con ayuda de la aplicación GeoGebra realizar cada una de las graficas.

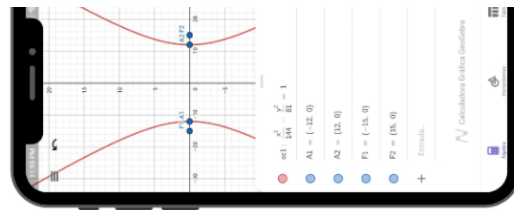
$$2x^2 - 3y^2 = 30$$



$$9y^2 - 16x^2 = 1296$$

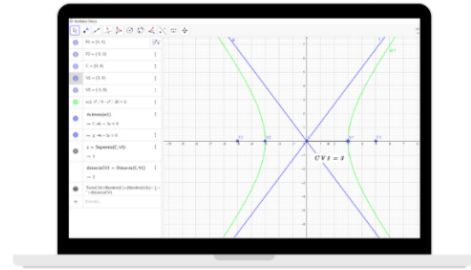
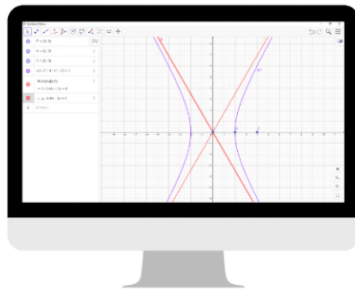
$$4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$$

$$y^2 - 2x^2 - 4x - 4y = 0$$



Se pueden realizar diferentes graficas en la aplicación GeoGebra, en las graficas los alumnos pueden reconocer sus elementos .

- ¿Cuál es la ecuación de la hipérbola con centro en el punto (-1,3), una longitud del semieje real de 3 unidades y una longitud del semieje imaginario (paralelo al eje Y) de 7 unidades?
- Calcula la ecuación de la hipérbola con centro en el origen de coordenadas sabiendo que la diferencia de distancias desde un punto de la hipérbola hasta los focos F(-4,0) y F(4,0) es de 6 unidades.



[+ Añadir una actividad o un recurso](#)

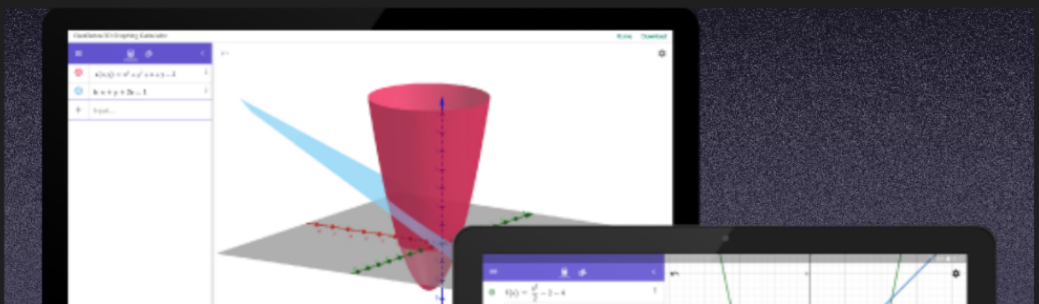
#### [+ Recomendaciones y Sugerencias](#)

[Editar](#)

Hemos concluido con el Curso, recomendamos que se una a la gran comunidad de GeoGebra y que sigan perfeccionando sus habilidades en el futuro con mas cursos.



# CLASE 6





# RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

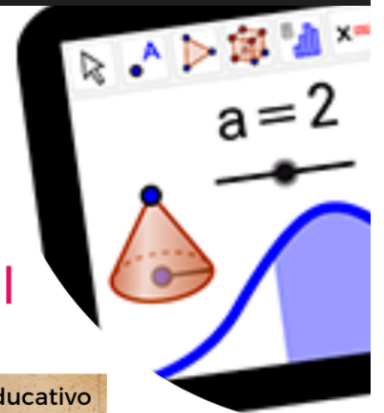
"SIN MATEMÁTICAS, NO HAY NADA QUE PUEDES HACER. TODO A TU ALREDEDOR ES MATEMÁTICAS. TODO A TU ALREDEDOR SON NÚMEROS"

Shakuntala Devi.

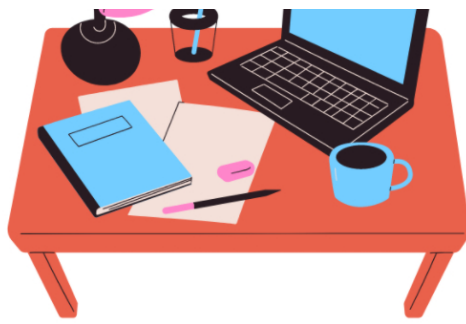
## RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

### Recomendaciones y sugerencias para el uso de GeoGebra dentro de clases

- Antes de comenzar con las clases aplicando el software educativo GeoGebra, realizar una explicación de cada uno de los componentes del programa y su forma de uso.
- Se recomienda implementar el uso del programa GeoGebra en las clases de Geometría Analítica Plana, para permitir visualizar de forma dinámica los lugares geométricos de las cónicas.
- Incluir la aplicación del programa GeoGebra en las tareas de los estudiantes, con el propósito de vincularlos adecuadamente en el uso de la tecnología dentro de la educación.
- Para emplear el programa GeoGebra es conveniente descargar el programa en el ordenador y que los estudiantes lo tengan instalado en sus teléfonos móviles



Los estudiantes actuales son nativos digitales y prefieren recibir información de forma



rápida, aprenden a partir de las imágenes y juegos sin considerar grandes extensiones de texto y su principal característica es que requieren de un teléfono celular para realizar sus actividades

## RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS



(Carvajal, Rincón, Zúñiga, & García, 2017, pág. 60), hallaron que el uso de GeoGebra generó un ambiente distinto al de la enseñanza tradicional en matemáticas lo que benefició en gran medida el grado de motivación y disposición en las actividades propuestas para cada sesión.

Díaz et. al. (2018) encontraron que el empleo de esta herramienta en la secundaria tuvo efectos importantes en los estudiantes de secundaria en lo referido al fortalecimiento de sus capacidades de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas y que también vienen efectos colaterales como facilitar el trabajo en equipo y favorecer los procesos de colaboración en el aprendizaje.



## Temas relacionados

Explora los maravillosos recursos GeoGebra para Educación Media. GeoGebra puede ser utilizado para explorar, descubrir, experimentar, construir y ¡mucho más!

- Álgebra
- Aritmética
- Geometría
- Estadística y Probabilidad
- Geometría analítica



- Pre cálculo y cálculo
- Álgebra lineal

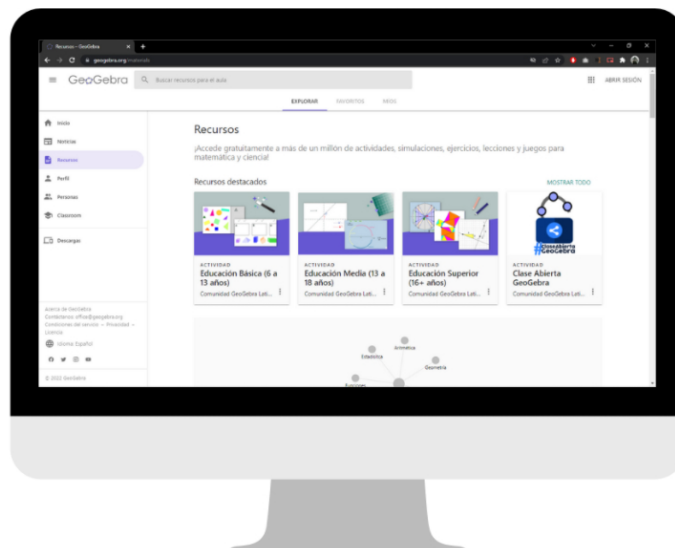
Se recomienda entrar al siguiente link como apoyo



EL PUNTO CLAVE: LA COMUNIDAD Y LOS PROYECTOS YA EXISTENTES

La comunidad de creadores y usuarios de GeoGebra tiene mucha culpa de la magnitud y calidad del soporte. Los foros de usuarios y el manual son fundamentales, para el crecimiento de la aplicación

Pero más allá de la ayuda en GeoGebra también encontramos un enorme repositorio de proyectos ya creados por otros usuarios, y que podemos utilizar para nuestras clases. Este buscador en la web permite que encontremos recursos didácticos que expliquen todo tipo de temas, como los que ya hemos visto





+ Añadir una actividad o un recurso

+ Añadir secciones

[Moodle Docs para esta página](#) | [Support Forums](#) | [MoodleCloud FAQ](#)

Usted se ha identificado como [Anthony Giler](#) ([Cerrar sesión](#))

[Página Principal](#)

[Resumen de retención de datos](#)

[Descargar la app para dispositivos móviles](#)

[Políticas](#)



## Conclusiones

Luego del desarrollo del presente trabajo de titulación, se puede concluir lo siguiente:

El mundo está en un constante cambio, la educación no es la excepción a la regla, lo cual nos abre la posibilidad de incorporar en el aula diferentes tipos de recursos tanto didácticos como tecnológicos, que son un apoyo pedagógico para el docente en diferentes temas, es por ello que el capacitarse para mejorar sus habilidades y afinar sus destrezas e innovar la enseñanza de las matemáticas utilizando tecnología para lograr un aprendizaje significativo con todos sus alumnos.

Los resultados obtenidos en base a las encuestas aplicadas a los estudiantes de la unidad educativa “Cesar Dávila Andrade” se pudo constatar que un considerable porcentaje de estudiantes vean al tema de cónicas como difícil, especialmente en las cónicas de mayor complejidad gráfica elipse e hipérbola, además de confirmar que aún se mantiene una educación tradicionalista, no obstante, los estudiantes admitieron que su grado de satisfacción en el tema de cónicas aumentaría si en este se implementara TIC específicamente el Software educativo GeoGebra. Por otro lado, los docentes entrevistados consideran muy útil el uso de GeoGebra en sus clases ya que ayudara a despertar el interés de los estudiantes, el cual favorece a el aprendizaje y mejora el desempeño.

Cabe mencionar que el uso de GeoGebra, junto a un curso virtual al cual todos puedan acceder de manera fácil y gratuita, permitirá al docente generar nuevas destrezas en el uso del software, las mismas que podrá implementar en sus clases y le permitirán optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje.



## **Recomendaciones**

Los docentes deben de capacitarse constantemente, en el uso de la tecnología educativa ya que es un facilitador para el proceso de enseñanza-aprendizaje en todos los niveles educativos.

Promover a los estudiantes el uso del Software Educativo GeoGebra dentro y fuera del aula con actividades guiadas para que sea el protagonista de su aprendizaje mediante la utilización de este software.

Crear y desarrollar nuevas metodologías, actividades, tareas y evaluaciones que estén adaptados al uso de GeoGebra dentro y fuera del aula.

Es importante mencionar que la comunidad de GeoGebra es enorme y que es muy activa en los foros por todos los usuarios, por lo que recomiendo unirse a ella y explorar todas las posibilidades que nos brinda este Software



## Bibliografía

- Blaco R y Messina G. (2000). *Innovación Educativa: Estado del arte sobre las innovaciones educativas en América Latina* . Santiago: Azucena Martinez-Soporte Editorial.
- Bravo F., Trelles C., Barrazueta J. (2017). Reflexiones sobre la evolución de la clase de matemáticas en el bachillerato ecuatoriano. *INNOVA Research Journal*, 1-12.
- Carretero, M. (2010). *Constructivismo y educación*. España: Editorial Progreso.
- Gonzales N, Trelles C y Mora J. (2017). Manejo Docente de las Tecnologías de la Información y Comunicación. Cuenca, Ecuador. *INNOVA Research Journal*, 61-72.
- Hernández, J. J. (2014). Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) aplicadas a la docencia. *Boletín Científico Logos*, 25-26.
- Lloyd, G. M. (2014). Research into teachers' knowledge and the development of mathematics classroom practices. *J Math Teacher Educ*, 393-395.
- Moreira, M. (2016). BUENAS PRÁCTICAS DE AULAS VIRTUALES EN LA DOCENCIA UNIVER-SITARIA SEMIPRESENCIAL. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 10-15.
- Núñez N, Palma H, Cardona A. (2016). Gestión tecnológica del conocimiento: herramienta moderna para la gerencia de instituciones educativas. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 25-36.
- Ruiz J., Martínez M., y Sánchez M. (2015). El impacto de las TICs en la calidad de la educación superior. *Revista de Investigación en Ciencias Contables y Administrativas*, 28-44.



Sánchez, L. (2006). El uso de las TIC's: tecnologías de la información y la comunicación. *Alfaomega*, 15-16.

Soler, E. (2006). Constructivismo, innovación y enseñanza efectiva. *Equinoccio*, 14-20.

Téliz, F. ( 2015). Uso didáctico de las TIC en las buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas. Estudio de las opiniones y concepciones de docentes de educación secundaria en el departamento de Artiga. *Cuadernos de Investigación Educativa*, Vol. 6, 13-31.

Ahumada Guerra, W. (1983). *Mapas Conceptuales Como Instrumento para Investigar a Estructura Cognitiva en Física*. Sao Paulo: Disertación de Maestría Inédita. Instituto de Física Universidad.

Ausubel, D. (1983). *Educa Informatica*. Recuperado el 2021 de junio de 21, de <http://www.educainformatica.com.ar/docentes/tuarticulo/educacion/>

García López, M. d. (2011). Almería: Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Almería.

GeoGebra. (30 de 07 de 2021). *GeoGebra*. Obtenido de <https://www.geogebra.org/about?lang=es>

Instituto Ecuatoriano de Estadísticas y Censos (INEC). (2017). *ecuadorencifras*. Recuperado el 18 de 08 de 2021, de [https://www.ecuadorencifras.gob.ec/documentos/web-inec/Estadisticas\\_Sociales/TIC/2017/Tics%202017\\_270718.pdf](https://www.ecuadorencifras.gob.ec/documentos/web-inec/Estadisticas_Sociales/TIC/2017/Tics%202017_270718.pdf)

Instituto Ecuatoriano de Estadísticas y Censos (INEC). (2018). Recuperado el 18 de 08 de 2021, de <https://www.ecuadorencifras.gob.ec/documentos/web->



inec/Estadisticas\_Sociales/TIC/2018/201812\_Principales\_resultados\_TIC\_Multi  
proposito.pdf

Parsad, B., Lewis, L., & Farris, E. (2001). *Teacher preparation and professional development: 2000*. Washington, DC, EEUU: Washington, DC: National Center for Education Statistics. Recuperado el 18 de 08 de 2021

Pérez Sánchez, L., & Beltrán Llera, J. (s.f.). *Ministerio de educacion y ciencia de España*. (G. I. Torres, Ed.) Recuperado el 19 de junio de 2021, de <http://ares.cnice.mec.es/informes/08/documentos/5.htm>

Rico, L., & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.



# Anexos



## Entrevista Freddy Chalco



## Entrevista Jannet Berrezueta







entrevista Pablo Segarra

0:02:56 0:20:14

Entrevista Sandra Arevalo

0:01:00 0:10:13



# UNIVERSIDAD DE CUENCA

## Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación

### Encuesta

Estimado estudiante del Colegio Cesar Davila Andrade, desde la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad Cuenca se está realizando una encuesta con el objetivo de conocer los conocimientos previos y adquiridos en cuanto al uso, manejo y aplicación de las TIC por parte de docentes y estudiantes, le agradeceremos brindarnos un minuto de su tiempo y responder las siguientes preguntas.

Los datos que en ella se consignen se tratarán de forma anónima:

Sexo \*

Masculino

Femenino

Edad \*

Texto de respuesta corta

1. ¿Cuántas horas a la semana se conecta a (internet, youtube, zoom, redes sociales, etc.) para realizar actividades educativas? Colocar solo el numero de horas. \*

Texto de respuesta corta



2. Considerando que las siglas TIC significan Tecnologías de la Información y Comunicación, desde su perspectiva, ¿qué importancia merece la utilización de estos recursos, como apoyo didáctico en los procesos de enseñanza? \*

- Muy Importante
- Importante
- Poca Importancia
- Sin Importancia

3. ¿Piensa usted que el uso de los Entornos Virtuales de Aprendizaje nos hace dependientes de la tecnología y poco reflexivos al momento de utilizarla como apoyo en el aula? \*

- No
- Si

4. ¿Considera necesarios cursos especiales de formación en el uso de las TIC para los profesores? \*

- Sí
- No



5. Considera que el uso de las TIC en clase, asigna un valor a cada literal sabiendo que 4 es el grado más alto y 1 el más bajo. \*

	1 Mas Bajo	2	3	4 Mas Alto
Es un factor deter...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es una moda dada ...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es una herramienta...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es una herramienta...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es un recurso impo...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Promueve el interé...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Facilita el trabajo e...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6. ¿Conoce o ha utilizado alguna vez el software educativo GeoGebra? \*

- Sí
- No

7. El docente que impartió la asignatura de Matemáticas, en el tema de Cónicas, para mejorar su explicación utilizó(puede señalar varias opciones):

- X
- Resolución de problemas
- Métodos de Proyectos
- Mapas conceptuales
- Formulación de hipótesis
- Elaboración de ilustraciones.
- Elaboracion de Graficos



8. ¿Cuál es el grado de dificultad que ha tenido al estudiar los diferentes temas de Cónicas? \*  
Escoja el grado de dificultad de los temas de acuerdo al siguiente orden, sabiendo que 1 es muy fácil y 6 es muy difícil.

	Muy Facil 1	2	3	4	5	Muy Dificil 6
Circunferencia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Elipse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Parábola	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Hipérbola	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

9. Señale como fue impartida la asignatura de Matemáticas en el tema de cónicas.(puede señalar uno o más opciones)

	X
Teoría, conceptos	<input type="radio"/>
Demostración de teoremas	<input type="radio"/>
Resolución de problemas	<input type="radio"/>
Ejercicios de aplicación	<input type="radio"/>
Dibujo de gráficas	<input type="radio"/>
Construcción de sólidos	<input type="radio"/>
Material concreto	<input type="radio"/>
Recursos audiovisuales	<input type="radio"/>
Aplicación de software	<input type="radio"/>



10. ¿Cuál sería el grado de satisfacción si su clases sobre cónicas fueran impartidas con un software específico para estos temas como GeoGebra?. Sabiendo que 4 es muy satisfactorio y 1 es nada satisfactorio. \*

	1	2	3	4	
Nada satisfactorio	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Muy satisfactorio