

Desarrollando habilidades de modelización matemática temprana en Educación Infantil: un análisis comparativo en 3 y 5 años

Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years

Ángel Alsina 

Universidad de Girona

España

angel.alsina@udg.edu

Ximena Toalongo-Guamba 

Universidad de Girona

España

ximena.toalongo@udg.edu

César Trelles-Zambrano 

Universidad de Cuenca

Ecuador

cesar.trellesz@ucuenca.edu.ec

María Salgado 

Universidad de Santiago de Compostela

España

maria.salgadosomoza@hotmail.com

Resumen. Se comparan dos actividades de Modelización Matemática Temprana (MMT) realizadas por un mismo grupo de alumnos en 3 años y en 5 años respectivamente, con el propósito de analizar las habilidades que van desarrollando los niños y las niñas de Educación Infantil para crear modelos. En ambos casos, la actividad se ha diseñado a partir de un ciclo de modelización de siete fases (Comprensión, Estructuración, Matematización, Trabajo Matemático, Interpretación, Validación y Exposición/Presentación) y ha sido analizada a partir de la *Rubric for the Evaluation of Mathematical Modelling Processes* (REMMP), con indicadores específicos para la Educación Infantil. Los resultados muestran que, progresivamente, el alumnado de las primeras edades va desarrollando habilidades

específicas para crear modelos concretos en función de los conocimientos matemáticos que movilizan. Se concluye que, para promover el desarrollo de habilidades de modelización matemática temprana, es necesario implementar de forma sistemática este tipo de prácticas en el aula desde los primeros niveles de escolarización.

Palabras-clave: Modelización Matemática Temprana; ciclo de modelización; desarrollo de habilidades de modelización; práctica docente; Educación Infantil.

Abstract. Two Early Mathematical Modelling activities implemented to the same group of students in 3 years and 5 years respectively are compared to analyse the skills that students develop to create models. In both cases, the activity has been designed considering a seven-phase modelling cycle (Understanding, Structuring, Mathematization, Mathematical Work, Interpretation, Validation and Presentation) and has been analysed from the Rubric for the Evaluation of Mathematical Modelling Processes (REMMP), with specific indicators for Early Childhood Education. The results show that, progressively, early age students develop specific skills to create concrete models based on the mathematical knowledge they mobilize. It is concluded that to promote the development of early mathematical modelling skills, it is necessary to systematically implement this type of practice in the classroom from Early Childhood Education.

Keywords: Early Mathematical Modelling, modelling cycle, development of modelling skills, teaching practice, Early Childhood Education.

Introducción

La modelización matemática ha ido aumentando progresivamente su presencia en los currículos, principalmente a partir de la Educación Secundaria, debido a su importancia tanto en aplicaciones del mundo real como en la propia educación matemática (Trelles-Zambrano & Alsina). Considerando esta doble función, diferentes organismos y autores han comenzado a sugerir la necesidad de incorporar también la modelización matemática en Educación Infantil y Primaria (Alsina & Salgado, 2020, 2021; CCSSI, 2010; English, 2006, 2010; English & Watson, 2018; English & Watters, 2005; NCTM, 1989, 2000; Ruíz-Higueras & García, 2011; Ruíz-Higueras, García, & Lendínez, 2013; Suh, Matson, & Seshaiyer, 2017; Trelles-Zambrano & Alsina, 2017), para que el alumnado de estas primeras edades pueda ir desarrollando progresivamente habilidades de modelización.

Desde esta perspectiva, nuestro propósito es indagar acerca de la modelización matemática en Educación Infantil debido a que se trata de una agenda de investigación todavía poco desarrollada hasta el momento. Se asume que la modelización matemática es un proceso que utiliza la matemática para representar, analizar, hacer predicciones o proporcionar información sobre los fenómenos del mundo real y realizar un proceso de traducción entre este mundo y las matemáticas (Bliss & Libertini, 2019; Blum & Borromeo-Ferri, 2009), partiendo de la base que:

... no se trata solo de aplicar la matemática a la realidad sino de influir creativamente en la realidad a través de ella y de paso dar sentido (significado) a lo que se aprende matemáticamente, que puede ser interesante en sí, al margen de su uso directo. (Alsina, 2011, p. 2)

Para distinguir la modelización matemática de las actividades que permiten generar modelos iniciales en Educación Infantil, en este artículo se utiliza el término "Modelización Matemática Temprana" (MMT), que pretende enfatizar el conocimiento inicial en el proceso de traducción entre los contextos del mundo real y las matemáticas. Así, pues, no se pretende asociar la modelización matemática exclusivamente al uso de modelos específicos o manipulativos (materiales físicos) o de modelos gráficos y/o visuales (representaciones) para la enseñanza de contenidos, tal como se plantea en el NCTM (2000, p. 400): "utilizar diferentes modelos para desarrollar nociones iniciales sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración". Más bien, concebimos la MMT como un proceso que, en el marco de la resolución de problemas reales, ayuda a crear modelos iniciales para analizar, explicar y comprender la realidad, a partir de un proceso de reflexión que implica constantes idas y venidas entre los contextos reales y las matemáticas utilizadas por el alumnado de los primeros años (Alsina & Salgado, 2021). Adicionalmente, con este término se quiere enfatizar que estos primeros modelos son todavía poco generalizables en el sentido que plantea Alsina (2011). De hecho, el desarrollo cognitivo de los niños y las niñas de Educación Infantil condiciona en buena medida la posibilidad de llegar a la abstracción, ya que su pensamiento es eminentemente concreto y, por lo tanto, los modelos que son capaces de crear también lo son, razón por la cual los denominamos *modelos concretos*.

Desde esta perspectiva, se asume el ciclo de modelización propuesto por Blum y Leiß (2007).

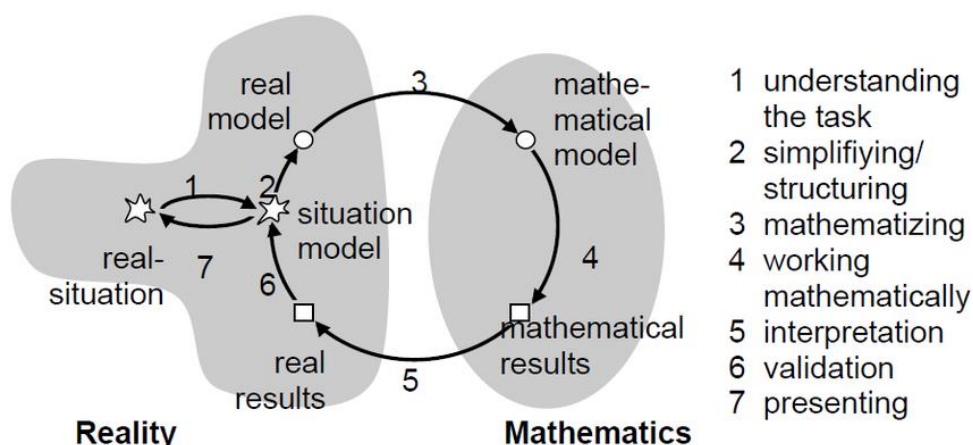


Figura 1. Ciclo de modelización matemática de Blum & Leiß (2007)

Una de las características esenciales del ciclo de modelización de la Figura 1 es que el alumnado puede partir de un punto del ciclo sin necesidad de seguir un orden establecido.

Es precisamente este ir y venir lo que les permite perfeccionar progresivamente el modelo buscado. Además, como puede verse, en la fase final es importante que los niños y las niñas socialicen el modelo con sus compañeros, recojan las observaciones pertinentes y realicen los ajustes necesarios con el objetivo de mejorar progresivamente el modelo.

Los escasos estudios sobre MMT realizados hasta el momento en Educación Infantil (Alsina & Salgado, 2020, 2021; Ruíz-Higueras y García, 2011; Ruíz-Higueras et al., 2013; Toalongo-Guamba, Alsina, Trelles-Zambrano, & Salgado, 2020) ponen en evidencia que el alumnado de esta etapa educativa es capaz de crear unos primeros modelos concretos con base en los conocimientos matemáticos que movilizan. Aun así, son necesarios nuevas investigaciones que permitan ir consolidando esta línea de investigación, aportando datos que permitan conocer mejor cómo se van desarrollando estas habilidades, qué conocimientos tiene el profesorado de Educación Infantil para fomentar el desarrollo de estas habilidades en los niños y las niñas o cuál es la presencia de la modelización matemática en el currículo de esta etapa educativa, entre otros aspectos.

Entre este amplio abanico de cuestiones abiertas, este estudio pretende aportar evidencias empíricas acerca de las habilidades de MMT que empiezan a desarrollar los niños y las niñas en Educación Infantil. Desde este punto de vista, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿qué habilidades de modelización matemática se desarrollan durante en las primeras edades? Para responder a esta pregunta, el objetivo de este estudio es comparar dos actividades de MMT realizadas por un mismo grupo de alumnos en 3 años y en 5 años, respectivamente.

La Modelización Matemática Temprana (MMT)

Para mostrar el panorama contemporáneo de la MMT, en primer lugar, se describen los escasos estudios localizados que analizan procesos de modelización matemática en Educación Infantil y, en segundo lugar, se realiza una revisión de las principales orientaciones curriculares de esta etapa educativa.

Si bien es cierto que, como se ha indicado, la mayoría de los estudios se han centrado en la Educación Secundaria y niveles posteriores, algunos autores han analizado los procesos de modelización en Educación Infantil. Por ejemplo, desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, Ruiz-Higueras y García (2011) han descrito y analizado las praxeologías matemáticas y didácticas que surgen en tareas de modelización de un sistema dinámico de variación, con niños y niñas de 3 a 6 años. En concreto, a partir de una situación con gusanos de seda, se plantea cómo se deben alimentar con hojas de morera para que puedan crecer y desarrollarse adecuadamente. A partir del análisis del proceso de modelización, concluyen que el alumnado de estas edades puede desarrollar procesos de modelización sobre sistemas complejos de variación para construir su conocimiento numérico inicial. En una línea similar, Ruiz-Higueras et al. (2013) describen una actividad para modelizar el espacio

de forma analógica y geométrica en Educación Infantil. Sus principales resultados muestran que ambas permiten establecer conexiones justificadas entre el mundo tangible y un modelo del mismo, cuyo régimen simbólico tiene reglas internas con diferentes niveles de formalización.

A partir del ciclo de modelización matemática de Blum y Leiß (2007) de la Figura 1, Toalongo-Guamba, Trelles-Zambrano y Alsina (2020) han diseñado una rúbrica para analizar procesos de modelización matemática. Este instrumento ha sido diseñado desde la perspectiva de Andrade (2000), que indica que las rúbricas, además de ser guías o escalas de evaluación donde se establecen niveles progresivos de dominio respecto a un proceso o producción determinada, son también herramientas que sirven de guía para la persona que aprende y para la persona que enseña, razón por la que las denomina *instructional rubrics*. La rúbrica, denominada *Rubric for the Evaluation of Mathematical Modeling Processes* (REMMP, por su acrónimo en inglés), contiene indicadores desde Educación Infantil hasta Bachillerato, y ha sido validada mediante el juicio de ocho expertos de España y Estados Unidos y por el Coeficiente de Validez de Contenido (CVR) propuesto por Lawshe (1975), modificado por Tristán-López (2008) a Coeficiente de Validez de Contenido revisado (CVR').

En la Tabla 1 se muestran los indicadores para la Educación Infantil que han sido revisados por expertos tanto en modelización matemática como en educación matemática infantil por lo que, en principio, caracterizan los rasgos generales de la MMT en esta primera etapa: 1) Comprensión: los niños y las niñas vinculan el contenido del problema concreto con sus conocimientos previos y, progresivamente, expresan el problema a sus compañeros y al maestro; 2) Estructuración: identifican los datos del problema concreto; 3) Matematisación: substituyen los elementos del contexto real por objetos matemáticos y explican su uso; 4) Trabajo matemático: usan objetos matemáticos y estrategias para proponer soluciones del problema y obtener un modelo matemático inicial. Además, en función de la edad, empiezan a operar con estos objetos para conseguir dicho propósito; 5) Interpretación: progresivamente, comprueban la coherencia de la solución matemática llevada al contexto real inicial e identifican las posibles limitaciones o restricciones; 6) Validación: justifican el modelo concreto propuesto mediante argumentos y valoran si proporciona una solución parcial o total al problema inicial; 7) Exposición/presentación: comunican las decisiones tomadas durante el proceso de modelización y el modelo concreto obtenido aplicado al contexto real, usando distintos lenguajes y/o representaciones en función del nivel (dibujos, esquemas, tablas de valores, gráficos, símbolos); además, escuchan observaciones y/o sugerencias de los compañeros y/o del maestro.

Tabla 1. Indicadores del instrumento REMMP para la Educación Infantil (Toalongo-Guamba, Trelles-Zambrano, & Alsina, 2020).

Componentes	Indicadores de Educación Infantil (3-6 años)
1. Comprensión	1.1 Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.
	1.2 Plantea preguntas referentes a la situación problemática.
	1.3 Enuncia el tipo de solución que generaría la situación problemática, por ejemplo: un patrón, un número, un gráfico, etc.
	1.4 Representa a través de dibujos las características principales de la situación problemática.
2. Estructuración	2.1 Identifica los principales elementos de la situación problemática.
	2.2 Propone ideas y/o supuestos que contribuyen a la simplificación de la situación problemática.
3. Matematización	3.1 Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos.
	3.2 Explica la utilización de objetos matemáticos.
4.Trabajo matemático	4.1 Emplea diversas estrategias acordes a su edad que permitan proponer soluciones a la situación problemática.
	4.2 Utiliza objetos matemáticos acordes a su edad para solucionar la situación problemática.
	4.3 Obtiene un modelo matemático inicial como consecuencia del trabajo previo.
5. Interpretación	5.1 Compara la solución con la situación problemática inicial.
	5.2 Argumenta la validez de los resultados obtenidos.
6. Validación	6.1 Justifica el modelo propuesto mediante argumentos válidos.
	6.2 Valora si el modelo obtenido proporciona una solución parcial o total a la situación problemática inicial.
7.Exposición/ presentación	7.1 Explica el porqué de las decisiones tomadas a lo largo de cada una de las fases del proceso.
	7.2 Explica el modelo obtenido aplicado en la situación del contexto real, sus alcances y limitaciones mediante un lenguaje acorde a su edad.
	7.3 Utiliza diferentes tipos de ejemplos, representaciones, esquemas, dibujos, gráficas, tablas de valores, lenguaje simbólico, etc.
	7.4 En caso de uso de tecnología en alguna o varias fases del proceso expone claramente en qué momento, cómo y para qué la utilizó.
	7.5 Escucha observaciones y/o sugerencias planteadas por compañeros y/o profesor.
	7.6 Responde a las observaciones y/o sugerencias de compañeros y profesor utilizando un lenguaje acorde a su edad.

Utilizando los indicadores de la Tabla 1, Toalongo-Guamba, Alsina et al. (2020) han analizado una actividad de MMT desarrollada por 19 niños y niñas de 5-6 años, a partir de un problema real cuya finalidad es promover que el alumnado comprenda cómo funciona la temperatura y cómo se mide. En su estudio, concluyen que el alumnado de esta edad es capaz de hacer un trabajo matemático adecuado para generar un primer modelo, pero presenta lagunas en las restantes fases del ciclo de modelización (Comprensión, Estructuración, Matematización, Interpretación y Validación), y estas lagunas se incrementan en la fase de Exposición/Presentación, que es la más débil de todo el proceso. En un estudio posterior, Alsina y Salgado (2021) usan también el instrumento RRMMP para analizar una

actividad de MMT con 19 niños y niñas de 4-5 años, a partir de una pregunta inicial acerca de su comida favorita, que desencadena un problema real para distinguir cuáles son las patatas de mayor calidad en función de sus distintas características. A partir del análisis de las distintas fases del ciclo de modelización matemática, estos autores concluyen que el alumnado de estas edades es capaz de generar un primer modelo: los niños y las niñas clasifican las patatas según su calidad con base en algunas de sus características físicas más evidentes, como el tamaño o el peso, pero nuevamente se evidencian algunas deficiencias durante el proceso de creación del modelo, sobre todo durante las fases finales (Validación y Presentación). Estos primeros datos contribuyen a profundizar en la caracterización de la MMT o, mejor dicho, a distinguir mejor algunos de sus rasgos. Los resultados obtenidos permiten evidenciar, por ejemplo, que los modelos iniciales que crean los niños y las niñas de Educación Infantil son modelos concretos que se basan en casos particulares, ya que su pensamiento es concreto, como se ha indicado en la introducción. Paralelamente, otra peculiaridad de los procesos de MMT es que, en esta primera etapa, por lo general el alumnado parece tener dificultades para validar o refutar los modelos creados, además de exponerlos y darlos a conocer. En definitiva, parece que, a diferencia del alumnado de etapas posteriores, las limitaciones vinculadas a las fases de Validación y Exposición/Presentación en esta primera etapa pueden ser otra característica distintiva de los procesos de MMT.

En relación a la revisión de las orientaciones curriculares, en *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989) se empezó a promover la necesidad de desarrollar la comprensión de los modelos matemáticos aplicables a una variedad de disciplinas, aunque a partir de la etapa 5-8 (11-14 años). En concreto, en dichos estándares se destacaba que los contenidos matemáticos no debían centrarse en la memorización, sino que debían servir, sobre todo, para modelar, describir, analizar, evaluar y tomar decisiones respecto a los problemas. Desde entonces, el término "modelo" ha evolucionado y se ha ampliado hasta que, en *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), se presenta como una noción con diferentes significados: a) para referirse a los materiales físicos con los que trabajan los alumnos (modelos manipulativos); b) para sugerir la ejemplificación o simulación, como cuando se modela el proceso de resolución de un problema; y c) como sinónimo aproximado de "representación". Adicionalmente, se afirma que todos los programas de enseñanza de todas las etapas educativas deben preparar a todo el alumnado para que utilicen representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos:

Desde *Prekindergarten* hasta el nivel 2, los alumnos pueden modelizar cómo distribuir 24 galletas entre 8 niños, utilizando teselas o bloques lógicos, de diferentes maneras. En la etapa 3-5, empiezan a usar representaciones para modelizar fenómenos del mundo que los rodea y les ayuda a reconocer patrones cuantitativos. En los niveles medios, cuando modelizan y resuelven problemas que surgen del mundo real y del matemático, aprenden a usar variables para representar incógnitas y a emplear ecuaciones, tablas y gráficas para representar y analizar

relaciones. Los alumnos de Secundaria crean e interpretan modelos de fenómenos referentes a una amplia gama de contextos, incluyendo los entornos físico y social, para identificar los elementos esenciales del contexto y diseñar representaciones que capten las relaciones matemáticas existentes entre esos elementos (NCTM, 2000, p. 75).

Como se puede observar, el NCTM (2000) anima a los alumnos y las alumnas desde los 3 años a empezar a utilizar representaciones para modelizar fenómenos de distinta naturaleza y, al mismo tiempo, intenta reforzar la idea de que la presencia de la modelización matemática debe aumentar en los niveles posteriores, aunque Hirsch y McDuffie (2016) subrayan que, en términos generales, en los documentos del NCTM de 1989 y 2000 se ha prestado escasa atención a la modelización matemática.

En los CCSSM, se define la modelización matemática como “el uso de las matemáticas o la estadística para producir una descripción (es decir, un modelo) de una situación del mundo real y deducir información adicional sobre la situación mediante cálculos y análisis matemáticos o estadísticos” (*Common Core Standards Writing Team*, 2013, p. 5). Además, el documento del CCSSM es claro al afirmar que la modelización debe ser considerada como un proceso y no como un conjunto de cuestiones aisladas. Sin embargo, no recibe un tratamiento transversal, ya que hay campos en los diferentes niveles educativos que no poseen estándares relativos a un proceso de modelización (Trelles-Zambrano & Alsina, 2017).

Cabe subrayar que, dada su repercusión en los currículos, también se han analizado las consideraciones de *The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA). Esta organización se constituyó en 1983 con el objetivo de promover la investigación y la enseñanza de la modelización matemática y sus aplicaciones en los distintos niveles educativos y, progresivamente, ha ido construyendo un marco que permita unificar criterios para implementar la modelización matemática en el aula. En este sentido, se han establecido parámetros generales para la enseñanza y el aprendizaje de la modelización matemática (Kaiser, Blomhøj, & Sriraman, 2006; Kaiser, Blum, Borromeo-Ferri, & Stillman, 2011; Stillman, Blum & Biembengut, 2015; Stillman, Blum & Kaiser, 2017; Stillman, Kaiser, Blum, & Brown, 2013; Stillman, Kaiser & Lampen, 2020): los objetivos de aprendizaje, las razones fundamentales para alcanzar estos objetivos en los diferentes niveles de los sistemas educativos, ideas probadas sobre cómo apoyar al profesorado en la implementación de objetivos de aprendizaje y los reconocidos retos y dilemas didácticos relacionados con diferentes formas de organizar la enseñanza, análisis teóricos y empíricos de las dificultades de aprendizaje relacionadas con la modelización e ideas sobre diferentes formas de evaluar el aprendizaje de los estudiantes en las actividades de modelización y los obstáculos relacionados. Sin embargo, hasta el momento, estos aspectos se abordan desde la Educación Primaria hasta la formación superior, sin considerar todavía la Educación Infantil.

Considerando estos antecedentes, el objetivo de este estudio es analizar las habilidades que van desarrollando los niños y las niñas durante la Educación Infantil para crear sus

primeros modelos, con base en los conocimientos matemáticos que movilizan. Para lograr este propósito, se comparan dos actividades de MMT realizadas por un mismo grupo de alumnos en 3 años y en 5 años respectivamente.

Método

Se ha diseñado un estudio comparativo (McMillan & Schumacher, 2005) para describir y analizar cómo evolucionan los procesos de modelización matemática en Educación infantil. En concreto, se analizan los procesos de modelización llevados a cabo por un grupo de 18 niños y niñas de 3 años durante el curso escolar 2018-2019 y se compara con los procesos de modelización llevados a cabo por el mismo grupo durante el curso escolar 2020-2021, cuando ya tienen 5 años. La actividad de modelización matemática propuesta es similar en ambos casos y pretende que los niños y las niñas planteen procedimientos que les permitan determinar la temperatura del agua, con base en los conocimientos matemáticos que movilizan. Para ello se utiliza el instrumento *Rubric to Evaluate Mathematical Modeling Processes* (REMMOP) diseñado por Toalongo-Guamba, Trelles-Zambrano y Alsina (2020) que, como se ha indicado, además de ser un instrumento de evaluación sirve también para orientar la práctica del profesorado en relación a la modelización matemática.

Diseño y análisis de la actividad

En el contexto geográfico donde se ubica la escuela (Galicia, España) suelen producirse olas de frío en invierno, con temperaturas que rondan los 0°C. El alumnado escucha como en los medios de comunicación (televisión, radio, etc.) expresan la temperatura con números y, aunque *a priori* no exista una asociación entre la temperatura del exterior y la del agua, se prevé que el alumnado de ambos grupos de edad pueda establecer una relación y que se apoye en resultados de la misma, u otros conocidos como los de la temperatura corporal, para extraer sus propias conclusiones y generalizaciones. En concreto, se pretende que el alumnado descubra que la serie numérica permite graduar la temperatura y, además, que existe una correlación entre el orden de los números de menor a mayor y la gradación de frío a caliente, estableciendo una vinculación entre “números pequeños/frío” y “números grandes/calientes”, pasando por “templado”.

En ambos cursos escolares, la actividad de modelización matemática se trabaja en gran grupo y algunas tareas en pequeños grupos, concretamente en dos grupos de 4 alumnos y dos grupos de 5 alumnos durante tres sesiones y se graba en audio y video. La maestra, que es la misma en ambos grupos, es además matemática y doctora en Didáctica de las Matemáticas, y ha ido adquiriendo paulatinamente conocimientos sobre la perspectiva educativa de la modelización matemática.

En un primer momento, la maestra plantea diversas preguntas a todo el alumnado para dialogar sobre la temperatura, hacer emerger sus conocimientos previos y empezar a

establecer relaciones con datos conocidos: ¿qué temperatura hace?, ¿hace frío o calor?, ¿vosotros tenéis temperatura?, ¿alguna vez estuvisteis calientes?, ¿cuándo?, ¿el agua del grifo cómo es? Seguidamente, se plantea al alumnado la siguiente pregunta guía: ¿Cómo podemos saber la temperatura del agua? A través de la acción, se les invita a explorar primero con los sentidos (gusto y tacto) y seguidamente con utensilios (se les proporcionan termómetros), para poder comparar y extraer conclusiones.

Los registros audiovisuales se transcriben a un fichero de texto. Con el propósito de facilitar el análisis, se codifican los datos, para lo cual se dividen los ficheros de texto en diferentes episodios. El criterio utilizado para definirlos son las unidades temporales, es decir, cada sesión constituye un episodio. Seguidamente, el desarrollo de cada uno de ellos se analiza por separado por los autores a través de los indicadores establecidos (Tabla 1), siendo luego consensuados, siguiendo el procedimiento de Ferrer, Fortuny y Morera (2014), que consiste en analizar en profundidad los episodios para determinar las acciones que los caracterizan.

Resultados

El grupo de niños y niñas de 3 años (curso 2018-2019) comenzaron proponiendo ideas de cómo pueden determinar la temperatura del agua. Una de las principales ideas que surgió de la discusión en gran grupo fue recoger el agua de la lluvia y medir su temperatura utilizando un termómetro, además surgió la idea de compararla con agua calentada en el microondas y con agua de la nevera. El agua de la lluvia, del microondas y de la nevera fue colocada en vasos antes de realizar el proceso de comparación. La comparación fue realizada en grupos de 4 ó 5 alumnos, y cada grupo se identificó con un color (amarillo, rojo, azul y verde). A continuación, se muestran diversas evidencias de las distintas fases del ciclo de modelización identificadas.

En primer lugar, se muestran las evidencias del Equipo Amarillo:

Maestra:	¿Estáis tocando?
Niña Na:	Sí.
Maestra:	¿y cómo es la de la lluvia?
Niña Na:	No es como la de la nevera.
Maestra:	¿No?
Niña Na:	No tan fría, y no tan caliente como esta.
Maestra:	¿Lo medisteis con el termómetro?
Niña Lu:	Tiene números.

Estos diálogos dan cuenta de que los niños utilizan sus conocimientos previos para enfrentarse a la actividad, en concreto se puede evidenciar el cumplimiento del indicador 1.1 – “Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos”.

Se identificaron también algunas evidencias de la fase de Matematización, pero no de Trabajo Matemático propiamente. A modo de ejemplo, en el Equipo Amarillo un niño utilizó objetos matemáticos para la representación, lo cual se corresponde con el indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos*.

Niño H1: Está aquí es el 1 y mmm.
Maestra: Registrarlo vale ese... ese es el 1 y el 0, es el 10.

Otra fase presente en la actividad fue la de Interpretación, que se evidenció en varios equipos. A modo de ejemplo, se muestra un diálogo del Equipo Rojo:

Maestra: ¿Ya medisteis?
Niño H2: Si todos, todos este es frío, este también (el de la lluvia) y este no es frío.

Como se puede notar los alumnos, dan respuesta a las preguntas realizadas por la maestra, que en este caso exige niveles de comparación con la situación inicial, por tanto, se cumple con el indicador 5.1 – *Compara la solución con la situación problemática inicial*.

La secuencia continua, pero en esta ocasión, el proceso se moviliza hacia la fase de Comprensión:

Maestra: Y sino es frío... ¿cómo es?
Niña Nu: Caliente.

La niña da respuesta a la pregunta de la maestra, por medio del cumplimiento del indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos*.

Seguidamente el proceso regresa nuevamente a la fase de Interpretación:

Maestra: Y el de la lluvia... entonces... ¿cuánto es? ¿cómo es?
Niña Al: Menos.
Niño Ga: Menos fría y menos caliente.
Maestra: ¿sí?

Se evidencia el cumplimiento del indicador 5.1 – *Compara la solución con la situación problemática inicial*.

Nuevamente, se regresa a la fase de Comprensión. Un diálogo del Equipo Azul ejemplifica aquello:

Niña Can: Profe estas son iguales, y esta... buf, me quema.
Niña Ya: Mucho.
Maestra: ¿son iguales?
Niña Can: Sí.
Maestra: y el termómetro
Niña Bra: Mira... (observan las rayitas, pero no las consideran).

Las respuestas de los niños permiten observar el cumplimiento del indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Después, se observa el siguiente diálogo en el Equipo Verde:

Niño Ma: Este aquí, y este aquí en esta raya y este aquí arriba (señala los vasos y la escala del termómetro).

Este niño propuso una correspondencia entra cada uno de los vasos con agua y la escala del termómetro, de esta manera se observa el cumplimiento del indicador 2.2 – *Propone ideas y/o supuestos que contribuyen a la simplificación de la situación problemática.*

Maestra: ¿dónde?
 Niño Ma: este vaso estaba abajo la raya...
 Maestra: Ahhhhh... ya entiendo, la rayita del termómetro iba abajo, y ¿la de la lluvia?
 Niño Ru: No, abajo no, aquí.
 Niño Ma: Más grande.
 Maestra: ¿es más grande?
 Niño Ma: Sí.

Como se puede notar, los alumnos dan respuesta a las preguntas realizadas por la maestra, que en este caso exige niveles de comparación con la situación inicial, por tanto, se cumple con el indicador 5.1 – *Compara la solución con la situación problemática inicial.* El diálogo continua:

Maestra: Más caliente. ¿Y cuál es más caliente?
 Niña Ju: Este vaso (señalando el agua del microondas)
 Maestra: ¿Y por qué?
 Niño Ma: Porque tiene números, es caliente.

Sin embargo, vemos que en este caso existe un proceso de argumentación por parte de los alumnos, concretamente se cumple con el indicador 5.2. – *Argumenta la validez de los resultados obtenidos.*

Para finalizar la actividad, después de una discusión en gran grupo, acordaron que el agua de la lluvia no es fría, pues está en el medio, fría es la de la nevera y caliente la del microondas. Uno de los alumnos, H1, manifestó: “El agua de la lluvia mide 10”, la niña Nu dice: “El agua de la nevera es fría entonces será 0 y la del micro será algún número”, se ve claramente que estas afirmaciones de los niños corresponden a la fase de Matematización, concretamente se cumple con el indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos.*

Ya en el curso escolar 2020-2021, con el mismo grupo de niños y niñas pero ahora con 5 años, el inicio de la actividad transcurre de manera similar: dan ideas y propuestas de cómo medir y registrar la temperatura, consensuando que realizarán una comparación entre el agua de lluvia, el agua de la nevera y el agua calentada en el microondas. Asimismo, trabajan

en dos grupos de 4 alumnos y dos grupos de 5 alumnos. Seguidamente, se presentan las evidencias del Equipo Verde obtenidas durante el ciclo de modelización.

Maestra: ¿Ya medisteis alguno?
 Niño Ru: Sí.
 Maestra: Muy bien, me dices entonces lo que registrasteis...
 Niño Ru: Si profe, el de la nevera 1 y 0, y el de lluvia un 2.
 Maestra: ¿Sí?, ¿estáis seguros?
 Niño Ma: Sí, 1 y 0 es 10 el frío. Y el 2 templado.

El diálogo presentado anteriormente evidencia que los alumnos son capaces de expresar en términos matemáticos lo que están percibiendo en la realidad, de esta forma se evidencia el cumplimiento del indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos*.

Maestra: 10 ¿es más o menos que 2?
 Niño Ma: Máaass.
 Maestra: ¿Y entonces?, ¿cómo es un número más pequeño?
 Niño Ru: ¿Lo volvemos a medir?

Se pone en evidencia que los alumnos utilizan sus conocimientos previos para responder a las preguntas de la maestra, así también formulan sus propias preguntas. Se nota el cumplimiento de los indicadores 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos* y del indicador 1.2 – *Plantea preguntas referentes a la situación problemática*.

Maestra: ¡Qué buena idea!
 Niña Ju: Coge el termómetro junto con el niño Ma el vaso de lluvia... miden... y responde... Le falta el 0.

En esta situación vemos como los niños llevan a cabo una acción que permite acercarlos a la solución de la situación problemática, de esta manera, están cumpliendo con el indicador 4.1 – *Emplea diversas estrategias acordes a su edad que permitan proponer soluciones a la situación problemática*.

Niño Ma: 20 entonces...

Continuando con la secuencia anterior, el niño Ma realiza la lectura de una medición y utiliza objetos matemáticos, de esta manera cumple con el indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos*.

Niño Ru: Ya, es más grande...

En este caso, aunque muy brevemente el Niño Ru hace uso de sus conocimientos, se cumple con el indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos*.

Maestra: Claro... fijaros.

En el Equipo Azul se obtuvieron las siguientes evidencias:

Niña Ca: Otro... el caliente ahora...
Niña Ya: Coge termómetro y mide... como sube la raya.

Se observa que los niños realizan acciones encaminadas a buscar soluciones. Se observa la presencia del indicador 4.1 – *Emplea diversas estrategias acordes a su edad que permitan proponer soluciones a la situación problemática.*

Niña Ca: Para, para, para... se va del termómetro...
Niña Ya: Está arriba...

Las niñas interpretan lo observado. Es decir, se cumple con el indicador 5.1 – *Compara la solución con la situación problemática inicial.*

Niña Ca: Si en el 3 y 0. Entonces treinta.

En esta idea, la niña Ca utiliza objetos matemáticos para representar la magnitud temperatura. Se cumple el indicador 3.1 – *Sustituye elementos reales por objetos matemáticos.*

Maestra: Es un número muy grande...
Niña E: Pero no es mil.

Aquí, la niña utiliza su conocimiento de los números, aunque probablemente no tenga clara la noción de orden. Se cumple con el indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Niña Ca: No lo hay en el termómetro.

Se observa el proceso de interpretación de la niña, en este caso contrasta lo observado. Se nota la presencia del indicador 5.2 – *Argumenta la validez de los resultados obtenidos.*

Maestra: Y entonces sino lo hay... habrá algo a 1000 grados de temperatura.
Niña Ca: Se salió de aquí... se quemó...

Las evidencias obtenidas del Equipo Rojo son las siguientes:

Niña Al: Si lo dejamos más igual baja más.
Maestra: ¿O qué?
Niña Al: Es más frío el número de la nevera.

Se regresa a la fase de Comprensión, los niños hacen uso de sus conocimientos previos, y se cumple con el indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Maestra: Ahhh. Tenéis el termómetro en el vaso de la nevera... ¿Y cuánto os dio?

Niña Un: 9.

Se regresa a la fase de Matematización, pues la niña utiliza conocimiento de los números. Se verifica el cumplimiento del indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos.*

Niño H2: Pero estamos esperando a que baje y sea más fría...
 Maestra: Muy bien... avisadme... pero ¿Hasta cuanto creéis que bajará?
 Niño H2: No lo sé profe, por eso estamos esperando para verlo.

Se nota un proceso de estructuración, pues plantean alternativas como parte del proceso para llegar a la solución, de esta manera se cumple con el indicador 2.2 – *Propone ideas y/o supuestos que contribuyen a la simplificación de la situación problemática.*

Maestra: ¿Y la de la lluvia? ¿qué os dio?
 Niño Ga: 11.

Se está en la fase de Matematización, la niña usa sus conocimientos sobre números, se cumple con el indicador 3.1 – *Sustituye los elementos reales por objetos matemáticos.*

Maestra: Vale, 11.
 Niño Ga: Está cerca del 9.

El niño Ga plantea ideas para llegar a la solución. Se verifica el indicador 4.2 – *Utiliza objetos matemáticos acordes a su edad para solucionar la situación problemática.*

Niña Nu: Pero no es 9, es más que 9.
 Maestra.: Si es más, pero no mucho más... ¿entonces?

Se observa que la Niña Nu utiliza conocimientos numéricos. El indicador que se cumple es el 5.2 – *Argumenta la validez de los resultados obtenidos.*

Niña Nu: Poco más, pero no es tan fría como la de la nevera. Es menos.
 Maestra: ¿Menos?
 Niña Nu: Sí, menos. Más caliente.

Regresamos a la fase de Comprensión, la niña hace nuevamente uso de sus conocimientos previos. Se cumple con el indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Finalmente, se exponen las evidencias del Equipo Amarillo:

Niña Lu: Uno y cero es por aquí.

La niña hace uso de objetos matemáticos. Se nota que se cumple con el indicador 4.2 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Niña Na: Si abajo.
 Maestra: ¿esa cuál es?

Niña Na: La de la nevera, es el número más pequeño.

Nuevamente se regresa a la fase de Comprensión, se observa el cumplimiento del indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Maestra: ¿Si?
Niña Na: Sí de estos (señalando a los números)

La niña utiliza números. Se observa el cumplimiento del indicador 4.2 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Maestra: Y los otros... ¿qué os salieron?
Niña Na: Más grandes porque no está fría.
Maestra: ¿Más grandes? ¿mucho?
Niña Na: El del micro mucho, se sale del termómetro.

Se pasa a la fase de Validación, la niña realiza argumentos y se nota el cumplimiento del indicador 6.1 – *Justifica el modelo propuesto mediante argumentos válidos.*

Maestra: ¿Cómo? ¿se sale? ¿a dónde?
Niña Na: Que casi se acaban lo números.

Se regresa nuevamente a la fase de Comprensión, pues la niña hace uso de conocimientos numéricos acordes a su edad, de esta manera se observa el cumplimiento del indicador 1.1 – *Relaciona el contenido de la situación problemática con sus conocimientos previos.*

Maestra: ¿y eso por qué?
Niña Na y Niño Ni: Porque está calentísima.

La actuación se desarrolla en la fase de Validación, pues los niños elaboran un argumento y de esta forma se observa la presencia del indicador 6.1 – *Justifica el modelo propuesto mediante argumentos válidos.*

Finalmente, los niños y las niñas de cada grupo exponen lo trabajado a sus compañeros, a partir de la sugerencia de la maestra: dibujan un termómetro en un papel continuo y en él registran algunos valores de temperatura. De esta forma, se evidencia que, de manera un tanto guiada por la maestra, se cumplen los indicadores de la fase de Exposición/Presentación, concretamente, 7.3 – *Utiliza diferentes tipos de ejemplos, representaciones, esquemas, dibujos, gráficas, tablas de valores, lenguaje simbólico, etc.;* 7.5 – *Escucha observaciones y/o sugerencias planteadas por compañeros y/o profesor;* y, 7.6 – *Responde a las observaciones y/o sugerencias de compañeros y profesor utilizando un lenguaje acorde a su edad.*

Además, como conclusión, asignan valores específicos como por ejemplo el niño Ga, que indica: “Profe el 40 es muy caliente, porque el microondas la calentó”. También desarrollan una noción de intervalo: la niña Na indica que la temperatura de agua de lluvia “es más que

11 y menos que 20". Además, comprueban la validez de sus planteamientos a través de la manipulación de diferentes temperaturas del agua, ubicándolas en categorías de fría, templada y caliente, y asignando a cada una de ellas un valor numérico con base en el trabajo previo.

Un primer análisis comparativo de las habilidades que van desarrollando los niños y las niñas de Educación Infantil para crear modelos evidencia que, progresivamente, van desarrollando habilidades específicas vinculadas a la MMT. En la actividad realizada durante el curso académico 2018-2019, cuando tenían 3 años, las fases del ciclo de modelización más frecuentes son las de Comprensión e Interpretación y, en menor medida, las de Estructuración y Matematización, mientras que las fases de Trabajo Matemático, Validación y Exposición/Presentación son muy escasas o inexistentes. Ello parece indicar que, en este primer nivel y con el apoyo y la guía de la maestra, los niños y niñas empiezan a desarrollar habilidades como, por ejemplo, vincular el contenido del problema con sus conocimientos previos (comprensión) o comparar la solución con el problema inicial de manera que, con base en el trabajo previo, son capaces de responder a lo que pregunta la maestra.

También se han encontrado algunas evidencias que ponen de manifiesto que se inician en el desarrollo de otras habilidades necesarias en un proceso de modelización matemática, como simplificar el problema a través de correspondencias (Estructuración), o bien empezar a utilizar objetos matemáticos para la representación (Matematización). En cambio, de acuerdo a los datos, no se han encontrado evidencias sobre otras fases del ciclo de modelización como el Trabajo Matemático o bien la Validación y la Exposición/ Presentación. Estos datos son relevantes, en el sentido de que insinúan que los niños y niñas de 3 años todavía no tienen la suficiente madurez para utilizar de forma sistemática el trabajo matemático para proponer soluciones del problema y obtener un modelo matemático inicial.

Asimismo, los datos obtenidos sugieren que tampoco tienen desarrolladas todavía otras habilidades del ciclo de modelización como por ejemplo justificar un modelo mediante argumentos válidos y valorar si proporciona una solución parcial o total al problema inicial, o bien comunicar con precisión las decisiones tomadas a lo largo del proceso de modelización y el modelo concreto obtenido aplicado al contexto real, usando distintos lenguajes y/o representaciones (dibujos, esquemas, tablas de valores, gráficos, símbolos). Estas lagunas podrían ser un indicador de que los niños y las niñas de 3 años, en términos generales, tienen pocas habilidades para crear un modelo y, menos aún, para afinarlo durante las fases de Validación y Exposición/Presentación.

En la actividad desarrollada por el mismo grupo durante el curso académico 2020-2021, cuando los niños y las niñas ya tienen 5 años, se han observado algunas diferencias sustanciales. El análisis realizado a través de la rúbrica REMMOP ha puesto de manifiesto que,

en esta edad, las habilidades asociadas a las fases del ciclo modelización correspondientes a la Comprensión y la Estructuración están ya más consolidadas, de manera que son capaces de utilizar de forma sistemática sus conocimientos previos, buscar alternativas, etc. De este modo, se observa una presencia mucho mayor de habilidades asociadas a la Matematización y el Trabajo Matemático, de manera que los niños y las niñas de 5 años substituyen los elementos del contexto real por objetos matemáticos, explican su uso y los empiezan a usar para proponer soluciones del problema y obtener un modelo matemático inicial.

Avanzando en el ciclo de modelización, también se han encontrado algunas evidencias que sugieren que tienen más desarrolladas otras habilidades vinculadas al ciclo de modelización que le permiten contrastar y argumentar lo observado, llegando de esta forma a una mejor interpretación y validación del modelo inicial. En definitiva, estos primeros datos comparativos apuntan que los niños y las niñas de 5 años, a diferencia de los niños y las niñas de 3 años, tienen ya desarrolladas muchas más habilidades de MMT para crear un modelo concreto con base en los conocimientos matemáticos que movilizan.

Consideraciones finales

Las actuales demandas de la educación matemática requieren que la modelización matemática sea atendida cada vez con más importancia, es por ello que la MMT sienta las bases para los futuros conocimientos y el desarrollo de competencias matemáticas del alumnado (Alsina & Salgado, 2020, 2021; Toalongo-Guamba, Alsina, et al., 2020).

Considerando que son abundantes los estudios en Educación Secundaria, Bachillerato y Educación Superior, pero que aún falta profundizar en la investigación en los niveles de Educación Infantil, con nuestra investigación se aporta evidencia de cómo evolucionan los procesos de modelización trabajados por un mismo grupo de alumnos y de alumnas en 3 y 5 años respectivamente. A partir del análisis de los datos mediante la rúbrica REMMOP, se puede notar que, en una primera aproximación al proceso de modelización, los niños y las niñas de 3 años logran trabajar diversas fases del ciclo, como, por ejemplo, Interpretación, Estructuración y Comprensión y, en menor medida, las fases de Matematización y Trabajo Matemático; sin embargo, las fases de Validación y Exposición/Presentación son difíciles aún de alcanzar con niños y niñas de 3 años. Sin embargo, en el trabajo desarrollado por el mismo grupo de niñas y niños, pero ya con 5 años, se puede evidenciar que se fortalece el proceso en las fases mencionadas, y aún más se da pasos importantes en las fases de Validación y Exposición/Presentación. Además, nuestros resultados coinciden con lo que reporta la literatura (Blum & Leiß, 2007; Trelles-Zambrano & Alsina, 2017), en el sentido de que el alumnado, previo a la generación del modelo, transita por las diversas fases del ciclo de modelización de forma desordenada, poniendo en evidencia que este es un proceso no lineal. Estos datos son relevantes y aportan luz a la comprensión de los procesos de MMT durante la etapa de Educación Infantil ya que, si bien tienen una explicación lógica desde un

punto de vista meramente evolutivo, aportan datos objetivos acerca de las fortalezas y debilidades de los niños y las niñas de Educación Infantil al enfrentarse a actividades de MMT.

Desde nuestra perspectiva, estos primeros datos deben ser tomados todavía con cautela, y será necesario el diseño de nuevos estudios longitudinales que permitan confirmar estos hallazgos, junto con analizar también otras variables que pueden jugar un papel importante, como por ejemplo los conocimientos pedagógicos del profesorado de Educación Infantil para implementar actividades de MMT. En este sentido, consideramos que, si se trabaja de forma adecuada la MMT desde las primeras edades, permitirá a los niños y niñas ir adquiriendo progresivamente competencias matemáticas sólidas, teniendo siempre presente la conexión entre el mundo matemático y el mundo real.

Referencias

- Alsina, Á., & Salgado, M. (2020). Early mathematical modelling: First steps in the process of translation between real-world contexts and mathematics. Manuscript submitted for publication.
- Alsina, Á., & Salgado, M. (2021). Introduciendo la modelización matemática temprana en educación infantil: Un marco para resolver problemas reales. *Modelling in Science Education and Learning*, 14(1), 33-56. <https://doi.org/10.4995/msel.2021.14024>
- Alsina, C. (2011). Modelización para formar ciudadanos. *Modelling in Science Education and Learning*, 4(1), 5-14. <https://doi.org/10.4995/msel.2011.3051>
- Andrade, H. G. (2000). Using rubrics to promote thinking and learning. *Educational Leadership*, 57(5), 13-18.
- Bliss, K., & Libertini, J. (2019). What is mathematical modeling? In S. Garfunkel & M. Montgomery (Eds.), *Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education* (pp. 7-21). Consortium for Mathematics and Its Applications and Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can I Be taught and learn? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Cambridge, UK: Woodhead Publishing Limited.
- Common Core Standards Writing Team (2013). *Progressions for the common core standards in mathematics (draft) High school, Modeling*. Arizona: Institute for Mathematics and Education, University of Arizona.
- Common Core State Standards Initiative [CCSSI] (2010). *Common core state standards mathematics*. Washington D.C., USA: National Governors Association Center for Best Practices; Council of Chief State School Officers.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 303-323. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9013-1>
- English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24-47. <https://doi.org/10.1007/BF03217564>
- English, L. D., & Watson, J. (2018). Modelling with authentic data in sixth grade. *ZDM Mathematics Education*, 50, 103-115. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58-79. <https://doi.org/10.1007/BF03217401>

- Ferrer, M., Fortuny, J. M., & Morera, L. (2014). Efectos de la actuación docente en la generación de oportunidades de aprendizaje matemático. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(3), 385-405. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1231>
- Kaiser, G., Blomøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modeling. *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 82-85. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02655882>
- Hirsch, C., & McDuffie, A. (2016). *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo-Ferri, R., & Stillman, G. (Eds.) (2011), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. New York, USA: Springer.
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28(4), 563-575. <https://doi.org/10.1111/j.1744-6570.1975.tb01393.x>
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa 5ª edición*. Madrid, España: Pearson Educación, S.A.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA, USA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, USA: NCTM.
- Ruiz-Higueras, L., & García, F. J. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 41-70.
- Ruiz-Higueras, L., García, F. J., & Lendínez, E. M. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
- Stillman, G. A., Blum, W., & Biembengut, M. S. (Eds.) (2015). *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences*. Cham, Switzerland: Springer.
- Stillman, G. A., Blum, W., & Kaiser, G., (Eds.) (2017), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education*. Cham, Switzerland: Springer.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W., & Brown, J. P. (Eds.) (2013). *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice*. Cham, Switzerland: Springer.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., & Lampen, C. E., (Eds.) (2020). *Sense-making in mathematical modelling and applications educational research and practice*. Cham, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_2
- Suh, J. M., Matson, K., & Seshaiyer, P. (2017). Engaging elementary students in the creative process of mathematizing their world through mathematical modeling. *Education Sciences*, 7 (62), 1-21. <https://doi:10.3390/educsci7020062>
- Toalongo-Guamba, X., Alsina, Á., Trelles-Zambrano, Z., & Salgado, M. (2020). Creando los primeros modelos matemáticos: Análisis de un ciclo de modelización a partir de un problema real en educación infantil. Manuscript submitted for publication.
- Toalongo-Guamba, X., Trelles-Zambrano, C., & Alsina, Á. (2020). *Design, construction and validation of a rubric to evaluate mathematical modeling in the different educational stages*. Manuscript submitted for publication.
- Trelles-Zambrano, C. & Alsina, Á. (2017). Nuevos conocimientos para una educación matemática del S. XXI: Panorama internacional de la modelización en el currículo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 51, 140-163.
- Tristán-López, A. (2008). Modificación al modelo de Lawshe para el dictamen cuantitativo de la validez de contenido de un instrumento objetivo. *Avances en Medición*, 6, 37-48.