UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

El software Geogebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones: Una propuesta didáctica

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física.

Autor:

Claudia Margarita Fernández Ortega

CI: 0105453476

Correo: rocio_mesias@hotmail.com

Tutor:

Mgt. Freddy Patricio Guachún Lucero

CI: 0105554448

Cuenca-Ecuador

07-abril-2021

RESUMEN

El presente trabajo de titulación tiene como objetivo brindar una alternativa didáctica para el aprendizaje de la unidad de Vectores para los estudiantes de primero de bachillerato general unificado de la unidad Educativa Chordeleg. Se plantea una propuesta de aprendizaje compuesta de 6 clases utilizando como recurso el software Geogebra, con el fin de que los estudiantes alcancen un aprendizaje significativo. Para el análisis de la información se utilizó una metodología mixta con alcance descriptivo, como instrumentos de recolección de información se utilizó una prueba de diagnóstico aplicada a los estudiantes de primero de bachillerato y una entrevista que se aplicó a dos docentes del área de matemáticas del mismo curso. Como conclusiones se pudo evidenciar la falta de conocimientos sobre el tema de vectores en los estudiantes, y la predisposición de los docentes por utilizar herramientas tecnológicas en su aula de clases, lo que demuestra la gran ayuda que puede aportar el incorporar el software Geogebra al proceso de aprendizaje, de modo que se puedan obtener mejores resultados académicos, despertando la motivación y el interés.

Palabras claves: Geogebra. Vectores. Propuesta didáctica. Aprendizaje.

ABSTRACT

The present work has as objective to offer a didactic alternative for the learning of the unit of Vectors for the students of first of General Unified Baccalaureate of the Unidad Educativa Chordeleg. It is raised a proposal of learning composed of 6 classes using as resource the software Geogebra, in order that the students reach a significant learning. For the analysis of the information a mixed methodology with descriptive reach was used, as instruments of information collection a diagnostic test applied to the students of first of baccalaureate was used and an interview that was applied to two teachers of the area of mathematics of the same course. As conclusions it was possible to evidence the lack of knowledge about the subject of vectors in the students, and the predisposition of the teachers to use technological tools in their classrooms, which shows the great help that can contribute to incorporate the Geogebra software to the learning process, so that better academic results can be obtained, waking up the motivation and the interest.

Keywords: Geogebra. Vectors. Didactical proposal. Learning.

ÍNDICE

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Yo, Claudia Margarita Fernández Ortega, autora del trabajo de titulación "EL SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE VECTORES Y SUS OPERACIONES: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 07 de Abril de 2021

Claudia Fernández

…………………………………………………

Claudia Margarita Fernández Ortega

C.I.: 0105453476

CLÁUSULA DE LICENCIA Y AUTORZACIÓN PARA PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Yo, Claudia Margarita Fernández Ortega, en calidad de autor del trabajo de titulación "EL SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE VECTORES Y SUS OPERACIONES: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Así mismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 114 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 07 de Abril de 2021

Claudio Fernández

…………………………………………………………

Claudia Margarita Fernández Ortega

C.I.: 0105453476

Agradecimiento

Mi agradecimiento a la Universidad de Cuenca en especial a la Carrera de Matemáticas y Física y a todo su cuerpo docente que me ofrecieron la oportunidad de realizar mis estudios, por cada consejo, palabra de aliento y conocimiento brindado que posibilitó cumplir con la meta propuesta.

Al Msc. Patricio Guachún por su dirección, paciencia y valiosos consejos que me permitieron alcanzar los objetivos de esta tesis.

Mi eterno agradecimiento a Jonathan, por todo el apoyo, paciencia y ayuda que me brindo durante toda la carrera. Gracias por haberme levantado cada vez que lo necesité.

A todos mis compañeros con los que compartí un aula de clase, materias, angustias y alegrías en especial a Walter Otavalo, Priscila Zumba, Abigail Barrezueta y Jenniffer Belalcázar.

A mi familia y amigos por el apoyo brindado a lo largo del camino.

Dedicatoria

Éste trabajo está dedicado a mis padres Rocío y Mecías, a mis hermanos Valentín y Ariel.

INTRODUCCIÓN

A pesar del constante esfuerzo del sistema educativo por mejorar la calidad de la educación, no han podido superar diversas dificultades, gran parte de este problema atribuido al enfoque tradicionalista de enseñanza que se mantiene en la educación a nivel general en el Ecuador. Hoy en día se intenta cambiar esta realidad, dejando a un lado las recetas mecanicistas de pasos a seguir y orientando la educación hacia un enfoque más participativo para el estudiante. Dificultad que puede ser abordada desde un enfoque analítico y/ó gráfico mediante el uso de la tecnología.

La incorporación de las TIC en la sociedad promete cambios notables y en especial en el ámbito de la educación al dotar a los estudiantes de herramientas y conocimientos necesarios requeridos en el siglo XXI. Estas herramientas proveen diversas formas de aprender a como lo era antes con contenidos más dinámicos que fomentan una actitud positiva y dispuesta del estudiante frente al conocimiento.

Uno de los elementos de aplicación de las TIC en la mejora del aprendizaje de las matemáticas es el software Geogebra, el cual optimiza el aprendizaje de la matemática y de la geometría al relacionar permanentemente símbolos matemáticos y gráficas geométricas, gracias a su doble interfaz, gráfica y algebraica. Permite visualizar los principios, leyes y propiedades matemáticas a través de la manipulación y experimentación (Orozco, 2017), ofrece apoyo pedagógico matemático tanto a docentes como estudiantes. El software Geogebra es atribuido como uno de los mejores en educación matemática ha recibido múltiples premios (Gallardo, 2017).

Al tener presente que la implementación de la tecnología es de gran utilidad y beneficio para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática es necesario aclarar que este tipo de estrategias son provechosas solo si existe un debido análisis técnico y pedagógico previo a su implementación, los cuales deberán caracterizarse por brindarle una verdadera experiencia ilustrativa al estudiante, transformándolo en el protagonista de su proceso de aprendizaje, proporcionándole autonomía en las acciones vinculadas al tema de estudio mediante la manipulación de recursos, estos facilitados mediante la tecnología (Grisales, 2018).

Debido al interés por optimizar el estudio del tema y alcanzar los logros de aprendizaje planteados en la unidad de Vectores surge la necesidad de crear una guía didáctica mediante el uso del software Geogebra. Trabajo compuesto por una serie de actividades de carácter contextual y progresivo que brinda la oportunidad de retroalimentar el aprendizaje de una manera más creativa y motivadora.

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 Educación

Aunque existen diversas maneras de concebir la educación, y más aún de efectuarla, generalmente se la entiende como un proceso sistemático y continuo, el cual facilita el aprendizaje o adquisición de conocimientos, habilidades, valores o actitudes durante toda la vida de las personas. En este proceso, la educación se transmite desde la sociedad hasta el individuo, suministrando herramientas y saberes esenciales para ponerlos en práctica en su vida cotidiana con el fin de formar personas útiles que mejoren y transformen la sociedad.

La educación se produce a través del intercambio de ideas, culturas, conocimientos, etc., siempre dentro de un ambiente de respeto mutuo, pudiendo ésta desarrollarse tanto dentro como fuera de una institución educativa y de forma grupal o individual, proceso en donde se desarrollan capacidades intelectuales, habilidades, destrezas, acciones, sentimientos, valores y actitudes en los seres humanos para convivir en sociedad (Gómez, 2013). Es así como se establece a la educación como el proceso sabio, competente y respetuoso del aprendizaje propiciado en la creencia de que todos deberían tener la oportunidad de compartir la vida y que esto podría permitir a las personas ser felices y prosperar (Smith, 2015).

Finalmente, la educación independientemente de la cultura, se deduce como una constante búsqueda del bienestar social y su crecimiento, basado en la formación intelectual de cada miembro, tanto en la ciencia, el arte, el deporte, el trabajo y el pensamiento filosófico como esfuerzo constante por alcanzar la excelencia y la felicidad humana, inicia desde muy temprano, siendo esta continua y permanente.

1.2 Aprendizaje

El aprendizaje ha sido uno de los procesos más estudiados por la Psicología y la Didáctica desde su consolidación como ciencias independientes a principios del siglo XX. Al revisar obras de investigadores que han abordado el concepto de aprendizaje se establece como el proceso que involucra la modificación y adquisición de habilidades, destrezas, conocimientos, conductas y valores. Es un proceso que nos permite utilizar la información que ha sido enseñada para lograr una mejor adaptación al entorno en el que se desarrolla el ser humano. Años anteriores el aprendizaje era concebido como el simple resultado de la repetición de una determinada actividad que en cierto sentido repercutía con cierta permanencia en el accionar del individuo. Ahora se caracteriza por ser dinámico y significativo, es decir, no se limita a la reproducción del contenido de aprendizaje sino a la comprensión profunda del mismo (Pérez y Hernández, 2014).

Cada persona tiene su propio estilo de aprendizaje al momento de adquirir nuevos conocimientos, cada uno lo hace de manera distinta con estrategias y velocidades diferentes, incluso con mayor o menor eficacia sin importar su motivación, nivel de educación, edad o tema, su forma particular de estudio definirá la correlación que tendrá el individuo con su medio y lo ayudará a enfrentarla (López y Velásquez, 2014). El aprendizaje al ser un fenómeno muy complejo y poseer diferentes formas, revisaremos dos tipos de aprendizajes más comunes dentro del aula.

1.2.1 Aprendizaje Memorístico

Este tipo de aprendizaje se considera como la actividad de estudio más elemental que se ha practicado a través del tiempo, metodología regida bajo la escuela tradicional, como el simple almacenamiento de información, con datos que deben ser aprendidos textualmente sin procesarlos detenidamente ya que no es necesario, como el hecho de aprenderse un número telefónico. Los contenidos memorizados no son comprendidos y tampoco se intenta analizar su significado. Se repiten las veces suficientes hasta que se recuerdan, siendo el olvido un componente de la memorización.

1.2.2 Aprendizaje Significativo

Por otro lado, comprender desde el punto de vista significativo es dar relevancia a la información que se presenta, donde éste tenga conexión con sus conocimientos previos y consecuentemente adquirir una comprensión clara de los conceptos que maneja, es decir, reconstruir los conocimientos ya elaborados. El sujeto que aprende es un procesador activo de la información y el responsable de dicho aprendizaje, en cambio el docente interviene como facilitador y mediador del mismo.

Desde la perspectiva de Ausubel el proceso de aprendizaje es transformar la información de forma sistemática y organizada y no sólo de manera memorística con el fin de construir un conocimiento. Proceso facilitado gracias a la disposición favorable de aprender del alumno y al material de instrucción potencialmente significativo.

Para aprender requerimos de cuatro elementos importantes: inteligencia, conocimientos previos, experiencia y motivación. Al hablar de inteligencia nos referimos a la capacidad cognitiva del estudiante, los conocimientos previos como los conocimientos necesarios para entender ese tema, la experiencia como las técnicas de aprendizaje (saber aprender) y la motivación se manifiesta como el deseo de aprender (Beltrán, 2016).

El ser humano tiene la predisposición de aprender de manera profunda todo aquello que le despierte interés o sentido en su ambiente y tiende a rechazar todo aquello que no le encuentra importancia o sentido estudiarlo. Cualquier otro aprendizaje será puramente mecánico, memorístico y circunstancial. Este tipo de aprendizaje es significativo solo cuando haya un enlace entre el conocimiento nuevo con los previos, en situaciones reales o por medio de la experiencia.

En conclusión, se tiene que el aprendizaje transcurre a lo largo de la vida como una constante adquisición de nuevos saberes, necesarios para nuestro desarrollo personal y social que nos ayudan a enfrentar diversas situaciones de la vida que posteriormente nos dejarán experiencias, las cuales facilitarán la construcción y restablecimiento de lo aprendido favoreciendo la generación de habilidades, actitudes, valores y conocimientos, dadas por diversos factores como la voluntad de aprender y en diferentes ámbitos, dentro o fuera de una institución educativa, con el propósito de formar personas competentes y con mayor desenvolvimiento en todos los aspectos de la vida.

1.3 Tipos de Escuela

Hace menos de un siglo, la escuela era estrictamente conservadora y destinada a un grupo selecto de clase social. Las demás personas tenían un nivel muy escaso de preparación, proveniente de sus familiares o personas más cercanas. A partir del surgimiento de la democracia y del desarrollo industrial se manifestó la necesidad de una instrucción formal para toda la comunidad, estableciéndose como derecho y obligación por parte de las autoridades el garantizar la educación para todos. En los siguientes años la educación empezó a decaer, su carácter autoritario y rígido empezó a desagradar a la población además de caracterizarse por su baja calidad y objetividad, teniendo como consecuencia el aumento del porcentaje de analfabetismo a nivel mundial. Debido a estas razones surgió la idea de reformular la educación, donde ésta busque el desarrollo de habilidades individuales de cada miembro de la sociedad desde una perspectiva más dinámica y flexible, orientado a las necesidades de cada estudiante mediante la motivación (Ribas, 2011).

La Escuela al sufrir una profunda transformación a lo largo de la historia se clasifica en 2 grandes grupos.

1.3.1 Escuela Tradicional

Las características de este tipo de escuela son propias del siglo XIX donde todo giraba en torno a la iglesia, la cual era la encargada de la educación pública, ésta tenía la misión de preparar intelectual y moralmente a sus feligreses. El modelo conservador de esta institución tenía como objetivo principal el mantener el orden de todo y para ello el profesor debía asumir el poder y la autoridad como emisor primordial de conocimientos, quien exige disciplina y obediencia, formando así una imagen autoritaria, coercitiva y paternalista sobre lo que es un docente que se ha mantenido hasta nuestros días (Del Picó, 2011).

El rasgo distintivo de este modelo pedagógico es la acumulación de conocimientos a sus estudiantes como verdades absolutas sin reflexión ni cuestión, siendo éste muy lejano de la experiencia y la realidad del estudiante con contenidos repetitivos y memorísticos. El método principal de esta escuela es el expositivo, el cual se basa principalmente de la comunicación unidireccional del docente con el alumno. El maestro enseña presentando o exponiendo los contenidos a tratar para que el estudiante los aprenda por medio de la escucha atenta y la toma de notas. Las características de este método son: predominio de la actividad del profesor, el proceso didáctico consiste en enseñar, predomina la finalidad informativa, la mayor parte del saber consiste en transmitir temas y el alumno se limita a memorizarlos.

Esta escuela si bien es cierto, tuvo buenos resultados en su época, hoy en día se considera agotada ya que no responde a las exigencias de la sociedad actual en cuanto a capacidades, conocimientos y disciplina, con alumnos que aparentemente no les interesa aprender, profesores que no saben cómo captar su atención, directivos que no pueden administrar una institución y padres que ya no guían a sus hijos. Todos componentes de una crisis que, con distintos niveles de intensidad, afecta a la escuela en gran parte del mundo (García, García y Angulo, 2014).

1.3.2 Escuela Constructivista o Escuela Nueva.

Siendo conscientes que el alumno ya no puede alcanzar los conocimientos requeridos por la sociedad actual solamente por medio de la repetición de un saber que ya se encuentra desarrollado en un texto modelo básico de una escuela tradicional, razón por la cual se realizan múltiples esfuerzos por formar estudiantes que puedan llegar a la comprensión de un saber y como podría mejorarlo a través de la adquisición de habilidades y destrezas, esto relacionado con el aprender a aprender, personas que contribuyan a resolver problemas sociales y laborales de hoy en día (Salazar, 2013).

La escuela nueva inició como un movimiento pedagógico heterogéneo, siendo ésta opuesta a la escuela tradicional y a las relaciones sociales que dominaban en aquella época. Establecida como una propuesta educativa de nuevo perfil y como la vía que conduciría a la paz debido a la reciente guerra mundial, encontró su mayor auge y ánimo renovador de la enseñanza como el medio más idóneo para fomentar la comprensión entre los hombres y naciones, el apoyo humano; incentivar el afecto fraterno sin interesar discrepancias de nacionalidad, de tipo étnico o cultural; que se lograra remediar de forma pasiva los conflictos entre países y grupos sociales.

De este modo, la nueva educación asumiría la responsabilidad de formar personas para la paz, la comprensión y la solidaridad. La nueva escuela tenía el propósito de reformar la escuela tradicional y sus características típicas como: pasividad, intelectualismo, magistrocentrismo y superficialidad, con la intención de establecer un nuevo rol a los diferentes partícipes del proceso educativo. Modelo fundamentado en proyectos de desarrollo de aptitudes con contenidos que partan desde alguna necesidad o interés del niño (Benetti, 2011).

Respecto a la relación maestro–alumno se reajusta de un trato de poder-subordinación en la escuela tradicional a un lazo de afecto y confianza. Ahora el docente como auxiliar del autónomo y espontaneo desarrollo del niño donde la autodisciplina es u componente primordial en esta nueva relación, el profesor confiere el poder a sus estudiantes para situarlos en una postura funcional de autogobierno que los conduzca a entender la importancia de adquirir y seguir reglas.

La responsabilidad del educador será descubrir las necesidades o el interés de sus alumnos y los elementos capaces de satisfacerlos. En ésta escuela se tiene por sentado que las experiencias de la vida diaria son idóneas para generar interés en los estudiantes que las lecciones suministradas por los libros (Beltrán y Cuellar, 2014).

Se trata de enlazar la escuela plenamente en la vida; el entorno, las personas, las diferentes situaciones que transcurren, serán los nuevos contenidos. En consecuencia, al existir cambios en los contenidos, también deberá existir un cambio en la manera de transferirlos, por lo que se implementa una serie de actividades para fomentar la creatividad e iniciativa. Cambiando la idea de que el niño asimilara lo conocido por el proceso de conocer a través de la exploración e investigación. Esto hace necesario conocer a cada alumno, para tratar a cada uno según sus aptitudes, prepara al futuro ciudadano para ser un hombre consciente de la realidad humana. Dentro de esta corriente pedagógica se encuentra el modelo constructivista explicado a continuación.

1.4 Constructivismo

Este enfoque pedagógico se encuentra dentro de la Escuela Nueva ya que para el constructivismo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos es la planificación sistemática de asistencia que tiene como finalidad el promover los procesos de crecimiento personal del alumno, hoy en día, el estudiante como actor protagónico y el maestro como su guía y apoyo dentro de su aprendizaje. El modelo propone entregar al estudiante actividades que desarrollen su capacidad mental y cognitiva a través de la asimilación de nueva información disponible como herramienta útil y necesaria para que éste inicie la construcción de su propio aprendizaje; proceso autónomo dinámico y progresivo de interacción y no de recepción pasiva.

Como figura clave del constructivismo tenemos a Jean Piaget, quién nos habla de cómo se construye el conocimiento partiendo desde la interacción con el medio.

1.4.1 Aprendizaje Significativo de Jean Piaget

Piaget concibe el aprendizaje como una reestructuración cognitiva constante dentro del individuo, proceso que inicia con una situación de cambio, estableciendo un desequilibrio cognitivo en el sujeto, el cual modifica la estructura existente, construyendo nuevas ideas o esquemas, a medida que el humano se desarrolla. Esto ocurre en una serie de etapas que según el orden de sucesión y nivel de complejidad origina una apropiación superior de conocimiento ante el anterior. Dicho proceso se entiende por medio del concepto de equilibrio, como una secuencia de períodos de desequilibrio y estabilidad, donde el desequilibrio es ocasionado por disturbios externos y la acción del individuo lo convierte nuevamente en equilibrio (Piaget, 1969). Eventos que ocurren en una serie de fases determinadas por resolución jerárquica de estructuras intelectuales evolutivas, es decir, en cada una de etapas se origina una adquisición superior al anterior. Para (Saldarriaga, Bravo y Loor, 2016) el desarrollo cognitivo se entiende como el recepto sucesivo de esquemas lógicos cada vez más complejos que subyace en las diferentes situaciones que el individuo supera a medida que crece. En este sentido podemos decir que la inteligencia es una condición innata del hombre y que los seres humanos son inteligentes a cualquier edad, sólo que, de diferente forma, estableciéndose esta cualidad como un elemento primordial para su adaptación al medio.

1.5 Problemas de aprendizaje en matemáticas.

Las matemáticas al ser una asignatura compleja y en ocasiones abstracta da lugar a problemas de aprendizaje como fracaso escolar, al crear en ellos sentimientos de frustración y aversión hacia la materia que podría llevar incluso al abandono escolar.

Existen diferentes factores que impulsan estos problemas uno de ellos es la dificultad propia de la materia. (Valderrama, 2018) explica que, desde una perspectiva psicológica, el cerebro necesita una actitud positiva frente al conocimiento para llegar a comprenderlo ya que el cerebro tiende siempre a economizar energía cognitiva, por lo tanto, si el educando no está presto a esforzarse y a trabajar su intelecto es muy probable que no llegue a entender los procesos que se tratan normalmente en la asignatura.

Como también la característica acumulativa que tiene la materia, la cual se puede comprender si es que se ha asimilado correctamente los aprendizajes previos. (Cánovas, 2015) detalla que, si al momento de aprender el niño no entiende algo, ese aprendizaje será superficial y poco duradero, esto dificultará adquirir nuevos conocimientos sin tener fundamentos, el cual creará una actitud desagradable frente a ella, asociándola a situaciones incómodas como exámenes de suspenso, regaños o castigos, agrandando el problema.

Otro factor presente en las dificultades de aprendizaje es el rechazo de la materia por parte de los estudiantes debido a la manera poco motivadora y desvinculada de la realidad con la que explican los docentes, limitándose únicamente a indicar como resolver problemas mecánicamente. (Ahmed, 2011) menciona que el principal objetivo de la educación debe ser el cultivo de la comprensión y no los procesos mecánicos del cálculo, el cual es uno de los mayores problemas de la enseñanza de las matemáticas.

El tema correspondiente a vectores y sus operaciones tiene un nivel alto de dificultad y abstracción en los estudiantes, debido a que la noción de vector involucra un tratamiento operativo y conceptual diferente al que hasta ese momento estaban acostumbrados, como la relación intrínseca entre número, magnitud y dirección, importante dado sus múltiples aplicaciones (Zea, 2012). Actualmente, esta dificultad ha sido reforzada por el aumento potencial de resoluciones del cálculo mediante calculadoras y ordenadores, reemplazando los métodos de resolución gráficos por métodos analíticos basados en ecuaciones algebraicas. Estos procedimientos hacen que el estudiante no visualice el problema y conciba el tema como otro mecanismo tedioso y sin sentido.

Los problemas de aprendizaje son causados por las diversas maneras que tiene el cerebro de funcionar, y la forma en la cual este procesa la información. Los problemas de aprendizaje son comunes y varían de una persona a otra. Su identificación y tratamiento temprano por parte del docente ayudaría a mejor el rendimiento académico de sus estudiantes logrando en ellos mostrar la importancia que tiene la materia para la vida diaria y que muchos problemas y situaciones reales no tienen solución sin un determinado conocimiento matemático.

1.6 Recursos didácticos

A pesar del constante esfuerzo del sistema educativo por mejorar la calidad de la educación, no han podido superar diversas dificultades. Una de ellas es la complejidad del tema que representa para los estudiantes de primero de bachillerato comprender, visualizar y vincular ciertas magnitudes físicas como magnitudes vectoriales, teniendo como resultado una limitada capacidad para operar con vectores, fundamental en el proceso de aprendizaje de los alumnos para interpretar distintos modelos matemáticos. Dificultad que puede ser abordada desde un enfoque analítico y/ó gráfico mediante el uso de recursos didácticos.

Los recursos didácticos son herramientas que sirven de apoyo pedagógico, favorece el proceso de enseñanza autónoma e incentiva la participación de los estudiantes en la construcción de su propio conocimiento. Además, estimula los sentidos y la imaginación, esenciales para que exista un aprendizaje significativo.

Según (Blanco, 2012) existen diferentes tipos de recursos educativos didácticos que podrían servir al momento de aprender, tales como material impreso, audiovisual, objetos tridimensionales, software educativo, a continuación, su explicación.

Material impreso: recurso que usa como elemento principal papel escrito, donde se encuentran textos, enciclopedias, cuadernos, fichas de actividades, cómics, diccionarios, cuentos, etc. Este tipo de material es predominante en el aula de clase y se caracterizan por recopilar la información mediante la utilización de un lenguaje textual compuesto con representaciones gráficas que pueden ser cortas o contener un número determinado de páginas obedeciendo un orden. Su uso depende evidentemente de la tarea y su fin (Navarro, 2016).

Material audiovisual: material tecnológico que sirven para representar información obtenida mediante sistemas acústicos (música), ópticos (fotografías), o un complemento de ambos (películas) que facilitan la comunicación en la enseñanza. Los instrumentos audiovisuales fomentan el interés, creatividad, retención, y autoaprendizaje en los estudiantes y fueron empleados con mucho éxito en los distintos planes de estudio creados a lo largo del tiempo (Barros y Barros, 2015).

Software educativo: se refiere a aplicaciones o programas computacionales de enseñanza que sirven de apoyo pedagógico tanto a profesores como a estudiantes, la gran variedad de representaciones que existen puede reforzar diferentes temas de diferentes maneras, despertando el interés de los estudiantes y enlazando los contenidos teóricos de la materia con las clases prácticas ya que permite trabajar con varios métodos gráficos como imágenes o construcciones geométricas de una forma moderna y significativa. Esta característica promete disminuir los problemas que presentan los estudiantes al momento de tratar magnitudes físicas de carácter vectorial (Rovira, 2017).

En fin, dentro de todas las funciones que pudiere tener el recurso didáctico, la más importante es la motivación. Indudablemente el docente que desarrolle sus clases con recursos didácticos, disfrutará de un ambiente de interés, en donde los estudiantes se sentirán atraídos hacia los temas que se estén impartiendo, favoreciendo la comprensión del contenido de forma manual y visual, estimulando los sentidos y captando la atención requerida por parte del estudiante para alcanzar el conocimiento de manera significativa.

La elaboración de recursos didácticos requiere de compromiso por parte de la comunidad educativa, sirviendo como mediadores y guías en el proceso de enseñanza y aprendizaje de una manera consciente, intencional y selectiva, velando siempre por las necesidades de los estudiantes y la sociedad actual con la finalidad de ofrecer una educación de calidad y alcanzar el mejor resultado.

1.7 TIC como recurso de aprendizaje de las matemáticas.

Actualmente la mayoría de los centros educativos se enfrentan al reto de incluir en sus métodos de enseñanza la tecnología, la cual promete cambios notables tanto en la forma de enseñar como en la de aprender y consecuentemente el rol que cumple cada uno en este proceso. La idea se desarrolla a raíz de lo poco significativas, aplicables y hasta aburridas que resultan las clases de matemática para los estudiantes, teniendo como consecuente el poco entendimiento, el olvido y el bajo rendimiento.

La incorporación de las TIC en la sociedad y en especial en el ámbito de la educación ha transformado esta realidad abasteciendo a los estudiantes de herramientas y conocimientos necesarios requeridos en el siglo XXI. Estas herramientas proveen de información infinita y diversas formas de aprender a como lo era antes con contenidos más dinámicos que fomentan una actitud positiva y dispuesta del estudiante frente al conocimiento.

La aplicación de estas propuestas pedagógicas en el aula, ha permitido desarrollar competencias y capacidades disciplinares tanto en estudiantes al mejorar considerablemente su rendimiento académico como en docentes, quienes por medio de ello fortalecen y mejoran su práctica profesional (Maraza, 2016).

Rubin (2002) citado en López (2003), agrupa en cinco categorías los elementos de aplicación de las Tics en la mejora del aprendizaje de las matemáticas. Algunos manipulables mediados por las TIC tales como visualizaciones, modelos y simulaciones que permiten mostrar al estudiante que la matemática es una ciencia experimental y un proceso exploratorio significativo dentro de su formación.

Conexiones Dinámicas y Manipulables: las matemáticas al ser de carácter abstracto y simbólico es importante abordarlo mediante recursos visuales manipulables que permitan acercar al estudiante a los conceptos implícitos que se maneja y favorecer la comprensión de estos. Por lo que hoy en día utilizar objetos físicos o aplicaciones virtuales para representar la realidad es muy provechoso. Programas informáticos ofrecen aprender geometría mediante la manipulación de gráficas o simulaciones que permiten descubrir el funcionamiento de las cosas que alguna vez fueron suposiciones facilitando la resolución e interpretación de resultados.

Herramientas Avanzadas: las aplicaciones informáticas que ofrecen los ordenadores como las hojas de cálculo permiten resolver planteamientos numéricos, algebraicos o gráficos al poder manipular, aumentar, disminuir y relacionar con otras operaciones. Además de analizar datos facilitan que el estudiante encuentre pautas implícitas en datos complejos, ayudando a perfeccionar su razonamiento estadístico. En la actualidad estos conocimientos son cada vez más requeridos en las industrias. Hoy, en casi cualquier tipo de trabajo es necesario saber sobre herramientas informáticas. Por lo que, es esencial preparar al estudiante con el fin de que puedan desenvolverse en un mundo de constante evolución.

Comunidades Ricas en Recursos Matemáticos: recursos para fortalecer la práctica docente son muy fáciles de encontrar con ayuda del internet como son: simuladores, planes de clase, calculadoras; software para resolver cualquier planteamiento matemático tanto de forma analítica como gráfica. Los espacios creados en sitios web propician al usuario de información infinita con cientos de posibilidades y formas de aprender matemática.

Herramientas de Diseño y Construcción: otra aplicación matemática son las competencias tecnológicas como el diseño y construcción de artefactos robóticos donde los estudiantes ponen en práctica los conocimientos adquiridos en clase al momento de tomar decisiones sobre materiales a usar, aplicación de conceptos matemáticos y funcionalidad. Varios programas informáticos permiten la creación de proyectos como micro mundos los cuales proveen de ambientes de aprendizaje activo al estudiante, en el cual pueden ejercer control sobre su experiencia al navegar, crear y manipular objetos geométricos.

Herramientas para Explorar Complejidad: otra ventaja importante del uso de la tecnología en las matemáticas es la variedad de herramientas que ofrece para el manejo de fenómenos complejos, destacando softwares de fácil acceso para modelado de sistemas específicos que permite incorporar cierta información y procesarla en forma personalizada. Además, permite crear modelos y simulaciones interactivas para enseñar conceptos de cálculo por medio de micro mundos animados y gráficas dinámicas, optimizando tiempo y esfuerzo en analizar su comportamiento o patrón a seguir mas no en la infinidad de operaciones necesarias para lograr encontrarlo.

Al tener presente que la implementación de la tecnología es de gran utilidad y beneficio para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática es necesario aclarar que este tipo de estrategias son provechosas solo si existe un debido análisis técnico y pedagógico previo a su implementación, los cuales deberán caracterizarse por brindarle una verdadera experiencia ilustrativa al estudiante, transformándolo en el protagonista de su proceso de aprendizaje, proporcionándole autonomía en las acciones vinculadas al tema de estudio mediante la manipulación de recursos, estos facilitados mediante la tecnología (Grisales, 2018).

Otra característica favorable al usar herramientas tecnológicas en el proceso educativo es el tiempo indefinido que posibilita el ejercicio necesario por cada estudiante para llegar al entendimiento del tema por fuera de clase, como también el acceso abierto a gran cantidad de información que permiten aclarar dudas que pueden surgir al momento de resolver ejercicios.

Aunque la relación entre el uso de las TIC con la enseñanza de las matemáticas es considerada como un instrumento de apoyo para efectuar con mayor precisión cálculos y recrear entornos o situaciones de manera dinámica, estos instrumentos no pueden sustituir los conceptos y la aplicación matemática, esto sin desestimar sus propiedades. Actualmente se dispone de diversos instrumentos de mayor eficiencia y competencia que no debemos desestimar, la inclusión de estos instrumentos dentro de la docencia promete ser una potente herramienta de aprendizaje.

1.8 El software Geogebra en el aprendizaje de las matemáticas

Los Software matemáticos constan dentro las TIC como recursos informáticos. Por medio de ellos se pueden crear y guardar archivos educativos que pueden ser de uso personal o compartidos mediante plataformas como YouTube, blogs, foros o repositorios. Algunos autores como (Orozco, 2017) atribuye al aumento del rendimiento académico de estudiantes con problemas de atención, motivación o comportamiento al incluir el uso de Software educativos. Razón por la cual su incorporación dentro del aula podría ser de gran ayuda ya que por medio de ello el estudiante podrá revisar, repasar y encontrar contenidos educativos fácilmente, favoreciendo su comprensión y predisposición hacia la materia.

Aunque existen varios Software matemáticos que son similares, cada uno tiene características especiales que pueden ser usados para diferentes fines, en este caso para realizar construcciones geométricas. Con la intención de realizar gráficas más precisas, optimizar tiempo, y generar una mayor visión espacial en los estudiantes se opta por el uso del Software Geogebra, que por sus cualidades ha sido electo para la realización de este trabajo.

Geogebra es un software matemático, creado en el año 2001 por Markus Hohenwarter como parte de su tesis de masterado. Inicialmente se estableció como un programa de geometría dinámica en su versión 1.0, actualmente transformado y con nuevas funciones en su sexta versión, es de acceso libre (cualquier edad y nivel que se encuentre el estudiante), gratuito y muy fácil de usar, ofrece apoyo pedagógico matemático tanto a docentes como estudiantes en disciplinas como aritmética, álgebra, cálculo, geometría, probabilidad y estadística. El software atribuido como uno de los mejores en educación matemática ha recibido múltiples premios (Gallardo, 2017).

Geogebra al ser un programa de geometría dinámica permite construir, demostrar, apreciar, deducir, examinar, buscar, relacionar y aprender a través de la observación directa puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas, como también permite el ingreso de ecuaciones, funciones y coordenadas. Además, Geogebra se caracteriza por el poder de manejar variables vinculadas a números, vectores y pares, cálculo de derivadas e integrales y brindar un repertorio de comandos, característicos del análisis matemático, que ofrece crear una gran variedad de materiales y recursos estáticos como imágenes, presentaciones, trabajos prácticos, etc. o dinámicos, como demostraciones dinámicas o applets publicados en una página web o blog, incluso permite su utilización en un soporte para tres dimensiones (Instituto Internacional de Geogebra, 2020).

Geogebra al tener doble percepción, gráfica y algebraica permite la relación permanente entre símbolos matemáticos y gráficas geométricas optimizando el aprendizaje de la matemática y de la geometría al permitir visualizar los principios, leyes y propiedades matemáticas a través de la construcción de gráficas de diversas situaciones recreadas con la finalidad de llegar a la comprensión de la teoría abstracta de la matemática a través de la manipulación y experimentación. (Orozco, 2017) explica que el uso de geometría dinámica dentro del aula promueve el razonamiento deductivo a través del análisis visual de los resultados apreciables en la rotación de las figuras.

Este recurso es muy importante debido que a través de las construcciones con Geogebra, el estudiante puede manipular los vectores favoreciendo a la mejor comprensión de lo que sucede con cada tipo de vector, al ser modificado ayuda a comprender mejor los conceptos y aplicaciones al contextualizar o relacionar el tema en diferentes áreas de manera dinámica, lo que a su vez estimula el pensamiento deductivo y analítico mediante la realización de cálculos matemáticos. (Orozco, 2017) en su trabajo doctoral "Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones" afirma que el uso de Geogebra en la enseñanza-aprendizaje de vectores y sus operaciones favorecen el pensamiento abstracto, pues el estudiante, al finalizar el programa es capaz de imaginar y entender los conceptos presentados. Además, estimula el pensamiento matemático y la realización de cálculos favoreciendo a la adquisición de habilidades de cálculos matemáticos de una forma dinámica.

Uno de los factores que dificultan el aprendizaje de las matemáticas es la ausencia de recursos visuales que representen la realidad de un contenido abstracto. Este problema puede ser abordado desde un enfoque más dinámico mediante el uso de Geogebra en la práctica educativa, este software posibilita la virtualización de entornos reales a través de la simulación, despertando el interés, el cual favorece el aprendizaje y mejora el desempeño del estudiante.

1.9 Propuesta didáctica

El sistema educativo del país con el objeto de dinamizar el aprendizaje de las ciencias y la cultura como parte fundamental en el permanente esfuerzo de innovación y mejora del servicio educativo, impulsa la creación de propuestas didácticas para implementar ambientes virtuales de aprendizaje, encaminadas a atender problemas de comprensión en temas complejos que propicien una mejora en las prácticas de enseñanza y aprendizaje.

Márquez, López y Pichardo (2008) en su trabajo: Una propuesta didáctica para el aprendizaje centrado en el estudiante, definen como una propuesta didáctica a

> la elaboración de Módulos Integrales de Aprendizaje (MIA), que consiste en el desarrollo de contenidos disciplinarios por docentes interesados en innovar su práctica educativa quienes, en conjunto con un equipo multidisciplinario de asesores, incorporan recursos didácticos multimedia en apoyo al aprendizaje de estudiantes de alto riesgo académico, con el objeto de favorecer su autoestudio y la autorregulación. (p.66).

La propuesta al ser de carácter educativo tiene la meta de recrear ambientes donde el alumno diseñe, aplique e interprete una situación didáctica. El estudiante como objeto principal de aprendizaje y el profesor como guía que apoya la generación del conocimiento en la inclusión de las TIC dentro de sus procesos de enseñanza.

Las actividades serán diseñadas con el propósito de mejorar resultados y solucionar problemas, considerando las características de los estudiantes, las metas educativas y el enfoque para la enseñanza de la asignatura, como también los lineamientos académicos para el primero de bachillerato. La tarea del estudiante consistirá en vincular los conocimientos con la creatividad y habilidades pedagógicas adquiridas durante la formación inicial, con el objetivo de un mayor desenvolvimiento en el tema.

El diseño de una guía didáctica es indispensable al momento de llevar una clase, ya que permite una eficiente organización del contenido a tratar, desecha la posibilidad de improvisación, aprovecha las prácticas modeladas por los docentes y favorece la aplicación de estilos pedagógicos innovadores, con lo cual fomenta el interés, la motivación, la colaboración y la creatividad en los estudiantes.

(García y de la Cruz, 2014) describen tres funciones fundamentales que cumple una guía didáctica en la educación:

1. Función de orientación: ofrece una serie de actividades organizadas sistemáticamente en base a orientaciones y esquemas que pretenden que el estudiante obtenga conocimientos con alto nivel de generalización.
2. Especificación de las tareas: explica detalladamente las actividades a desarrollar y especifica los problemas a solucionar. Esto complementando con actividades escolares en casa como trabajo independiente del estudiante.
3. Función de autoayuda o autoevaluación: posibilita al estudiante de actividades que puede volver a revisar y retroalimentar su conocimiento ayudando a su progreso.

Para comprender mejor en que consiste una guía didáctica se acude al trabajo de (Sánchez, 2015) el cual sugiere que una guía didáctica debe presentar una estructura que contenga estrategias de inicio, desarrollo y cierre.

Las estrategias de inicio, el profesor explica sistemáticamente conocimientos esenciales que permiten obtener una mirada global del tema a desarrollar con la intención de preparar al estudiante al contexto de estudio, promueven la incorporación de estos conocimientos al intelecto que ya posee. Además, menciona las metas que se aspira lograr, tanto conceptuales como actitudinales, así como los métodos de empleo, cronograma y bibliografía utilizada.

Las estrategias de desarrollo sirven como mentor en el tratamiento de los diferentes materiales. Por último, en las estrategias de cierre, se precisan criterios generales de evaluación que se tomaran para cada actividad. Se propone concluir la guía con frases alentadoras que provoquen en el alumno el deseo de seguir avanzando.

Esta estrategia propone construir un módulo integral de aprendizaje que desarrolle el tema de vectores y sus operaciones con contenidos didácticos multimedia que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes de primero de bachillerato interesados en mejorar su autoestudio y autorregulación, sostenida en la vinculación tecnológica, asociada al aprendizaje lúdico que permita establecer una relación de significatividad del tema abordado.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTACIÓN ESTADÍSTICA

2.1 Metodología

La investigación realizada por este trabajo tuvo la necesidad de aplicar dos técnicas: la prueba de diagnóstico y la entrevista con el objetivo de recolectar información sobre el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes, datos que servirán para identificar y analizar los logros de aprendizaje alcanzados por ellos. Por otro lado, la entrevista permitirá ampliar los conocimientos sobre las dificultades que presentan los estudiantes al abordar la unidad y como esta puede ser superada mediante la utilización del Software Geogebra y actividades que despierten el interés hacia el tema.

2.2 Población y Muestra

Para la prueba de diagnóstico se consideró una muestra por conveniencia de 26 estudiantes que cursan el bachillerato y para la entrevista a 2 docentes del área de matemáticas, esto debido a la situación presentada por la pandemia del virus Covid 19.

2.3 Diseño de la prueba

La prueba constó de 10 preguntas de opción múltiple en las que están incluidas identificación de gráficas y ejercicios, con las que se pretende evaluar los siguientes logros de aprendizaje propuestos en el currículo nacional ecuatoriano:

1. Grafica vectores en el plano; halla su módulo y realiza operaciones de suma, resta y producto por un escalar, resuelve problemas aplicados a la Geometría y a la Física.

2. Realiza operaciones en el espacio vectorial R^2; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector, reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento en problemas físicos, apoyado en las TIC.

El nivel de dificultad del cuestionario fue medianamente fácil, y con la modalidad de opción múltiple.

2.4 Diseño de la entrevista

La entrevista fue diseñada para la obtención de información acerca de las dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo del tema, el uso de las TIC con énfasis en el uso de Geogebra, las dificultades de su incorporación en el aula y los beneficios que aporta su uso. Como también actividades que generen interés por la materia, todo esto basado en las opiniones de los docentes y en su experiencia.

La entrevista tiene como instrumento un cuestionario con trece preguntas abiertas realizadas mediante un diálogo que fue grabado, transcrito y posteriormente examinado para la extracción de sus ideas principales.

2.5 Resultados de la entrevista

El siguiente cuadro permite revisar las ideas más destacadas obtenidas en la realización de la entrevista hecha a dos docentes del área de matemáticas, posteriormente se realiza un breve análisis que concluye en una idea global que representa los resultados adquiridos por la investigación.

Tabla 1

Análisis de entrevista

N°	Pregunta	Profesor A	Profesor B	Análisis
1	**¿Qué dificultades presentan los alumnos ante la asignatura de Matemáticas?**	Los chicos tienen dificultad en los cálculos matemáticos, pero estos pueden ser superados mediante su explicación con la ayuda de gráficas.	Debido a los cambios en las políticas del Ministerio de Educación y la poca exigencia se ha perdido la calidad y el interés por el estudio en los chicos. También atribuye al problema la falta de conocimientos	Los chicos presentan mayor dificultad en los cálculos matemáticos debido a la falta de bases matemáticas.

			previos, estos superados desde las prácticas realizadas en el laboratorio, mediante simuladores o materiales manipulables.	
2	**El tema de vectores. ¿Es una unidad que los alumnos aprenden y asimilan con facilidad?**	Dependiendo la estrategia del maestro. Si el maestro se limita solo a un libro y estos aprenden de forma memorística, se les presentan problemas o ya no entienden al momento de aplicarlos al entorno. Si es que el maestro aplica programas a la clase, con varios textos con nuevas formas de resolverlo y con actividades aplicativas al entorno.	Tienen confusiones debido a los cambios conceptuales y de tratamiento que involucra trabajar con vectores como el cambio de coordenadas, el manejo de ángulos. Estos mayormente evidenciados en ejercicios en tercera dimensión. Dificultades que son superadas al momento de utilizar materiales manipulables y ejemplos aplicados al contexto.	Esto depende mucho de las estrategias del docente y los recursos que use. En los dos casos no tienen mayor dificultad.
3	**¿Qué parte de la unidad de vectores les parece más complicada a los alumnos?**	En los cálculos matemáticos que estos pueden ser abordados luego de representarlos gráficamente, método que ha usado y le ha resultado mejor para que ellos entiendan conceptual y matemáticamente.	Los problemas radican debido a la falta de conocimientos previos y uso mecánico de las fórmulas por parte de los estudiantes, por lo que se debe demostrar, explicar y aplicar estos conceptos para su mejor entendimiento.	El uso mecánico de las fórmulas impide la reflexión y el pronto olvido del tema.
4	**¿Qué porcentaje de alumnos cree que son capaces de representar de manera completa y bien la gráfica de cualquier operación con vectores?**	En su caso al trabajar con Geogebra, los estudiantes no se limitan al papel, no presentan errores en la escala y se les facilita la comprobación de las respuestas por lo que un 75 a 80% no tienen ningún problema. También	Son pocos, esto debido a las diferentes capacidades de entendimiento que tienen los chicos algunos captan con mayor facilidad que otros o por el manejo mecánico de las fórmulas que impide una correcta reflexión	La mayor parte de estudiantes comprende muy bien desde la parte gráfica y el tratar con ejemplos de aplicación, consideran que todo depende de las estrategias docentes.

		depende mucho de las estrategias docentes.	del problema. Situaciones que son superadas mediante la manipulación de objetos que demuestren la razón del concepto o fórmula usada.	
5	**¿Qué recursos usa habitualmente para la explicación de este tema?**	En materiales manipulables: pizarra, juegos geométricos. En materiales tecnológicos: Symbolab, Mapple, y Geogebra principalmente.	Objetos manipulables, ejemplos o situaciones que se encuentran en el medio, pizarra, proyector, plataformas, simuladores. Juegos geométricos	En los dos casos usan materiales propios del aula como también tecnológicos.
6	**¿Ha hecho uso de las TIC en el aula para la explicación de esta unidad?**	Sí, plataformas como Geogebra, Mapple, Symbolab.	Si, simuladores, plataformas, videos, en sí, materiales que ayuden a la recreación de las prácticas de laboratorio o para la demostración de un concepto.	Ambos casos si usan las TIC.
7	**¿Cree que el uso de las TIC en el aula podría ser de ayuda en la explicación de vectores y sus operaciones?**	Sí	Si	Los docentes están de acuerdo que el uso de herramientas tecnológicas es de gran ayuda en el aula.
8	**¿Conoce el programa Geogebra?**	Si	Parcialmente	Los dos lo conocen
9	**¿Ha utilizado dicho software para la unidad de vectores y sus operaciones o en cualquier otra?**	Sí, es muy bueno para la explicación y demostración del tema.	Muy poco, se le hace mucho más fácil y práctico con materiales manipulables.	El docente A esta mucho más familiarizado con la aplicación y lo usa mucho en sus clases, el docente B lo ha usado pero se inclina más por el uso de material didáctico manipulable.
10	**¿Qué dificultades ha tenido el incorporar este**	Las actualizaciones del software ya que es recomendable usar la misma versión, se	No hay dificultades debido a que el Colegio tiene el bachillerato	No tienen mayor dificultad más que el tiempo que tomaría enseñarles a usar el

	programa a sus clases?	trabaja mejor con la versión 5 desde su perspectiva. También el tiempo que tomaría enseñarles a usar el programa antes de empezar el tema. En el caso de los recursos tecnológicos la institución facilita el uso de proyectores o laboratorios con una anticipada notificación o pedido para su uso.	internacional y brinda todas las posibilidades de incorporar estas herramientas gracias a esto, les facilitan computadoras y licencias en programas tecnológicos. En el caso de los estudiantes, se tienen laboratorios los cuales pueden usar en el caso de que deseen practicar o realizar tareas.	programa ya que las mismas instituciones educativas brindan todas las facilidades de uso.
11	**¿Le ha resultado beneficioso o ha notado cambios significativos en sus estudiantes, luego de usar dicho software?**	Ahorra tiempo ya que al ingresar datos nos dibuja los vectores con precisión. Al plantear problemas del entorno incita a la reflexión, luego con geogebra que ya son procedimientos mecánicos se comprueba rápidamente la respuesta. Recomienda menos ejercicios repetitivos.	Les llama muchísimo la atención, existen cambios en su motivación por investigar y jugar con dispositivos electrónicos.	Ahorra tiempo al trazar de una forma precisa las gráficas ayudando a la interpretación y análisis de resultados También ayuda a despertar el interés al interactuar con dispositivos electrónicos, hoy en día muy involucrados en la vida de los jóvenes.
12	**¿Qué actividades considera falten o debería contener los libros de estudio para despertar en los estudiantes interés por la materia?**	Problemas de aplicación donde se tenga que reflexionar la solución, donde evidencien que es aplicable a su entorno o vida	En el libro del Ministerio de Educación existen varios links que te permiten ingresar a los recursos didácticos que ofrecen pero toda actividad lúdica es bienvenida en la clase como juegos o retos que les presentes a los estudiantes que ayuden a despertar la curiosidad y el interés por aprender.	Problemas del entorno que promuevan la reflexión y más actividades lúdicas que despierten el interés en los chicos por aprender.
13	**¿Juegos que haya usado en clase y le**	Según su experiencia no es muy	Cómics, animes, juegos electrónicos	Desde la perspectiva del docente A no le ha

	haya resultado beneficioso su incorporación a la materia?	recomendable ya que los estudiantes no centran y a su edad normalmente no quieren jugar, presentan algo de resistencia generando desorden, indisciplina. Pero como recomendación está muy bien en la gu, ya que ellos decidirán si desean jugar o no. Juegos como dominó, dados, entre otros.	como angry birds, cualquier recurso que despierte el interés del alumno.	funcionado esta técnica ya que ha generado desorden en sus estudiantes, pero recomienda introducirlos como recomendación juegos como dominó, dados, entre otros. Al docente B le ha funcionado muchísimo introducir juegos electrónicos como angry birds, cómics, ánimes, entre otros ya que despierta interés en el alumno.

2.6 Conclusiones entrevista

Los docentes expusieron que los alumnos presentan dificultad por la falta de conocimientos básicos de cálculo matemático, problema que puede ser superado al abordar los temas con estrategias didácticas adecuadas que provoquen reflexión y promuevan la motivación o interés por aprender como es el caso de las herramientas tecnológicas y los materiales didácticos que recrean los problemas planteados y les muestran de una manera muy gráfica la solución. Un ejemplo de ello es el uso de Geogebra, el cual facilita la precisión en el trazo de gráficas ahorrando tiempo y despertando el interés en los estudiantes al salir de lo rutinario como sería hacerlo únicamente en la pizarra. Recomiendan usar varios juegos para la resolución de problemas matemáticos aplicados como angry birds, dominó, animes, cómics, entre otros.

2.7 Resultados de la prueba

La prueba diagnóstica se enfocó en las destrezas de aprendizaje que se espera que los alumnos dominen al momento de terminar el estudio de la unidad de vectores. Se analizará cada pregunta en una tabla por logro de aprendizaje para luego concluir con una tabla que mostrará una manera global los resultados obtenidos.

En la tabla 2 se recopilan los resultados obtenidos de las primeras 5 preguntas, las mismas que evalúa el resultado de aprendizaje: “Grafica vectores en el plano; halla su módulo y realiza operaciones de suma, resta y producto por un escalar, resuelve problemas aplicados a la Geometría y a la Física” Se tiene como número total 26 estudiantes, de los cuales solamente figura el número de estudiantes que respondieron correctamente el tema mencionado.

Tabla 2

Análisis del primer resultado de aprendizaje

Preguntas	Número de estudiantes	Porcentaje
1	9	34,61%
2	4	15,4%
3	6	23,1%
4	18	69,2%
5	8	30,8%
Promedio	9	34,62%

De acuerdo a los resultados de la tabla 2, el 65,38% de los estudiantes tienen dificultad para alcanzar los resultados de aprendizaje esperados.

En la tabla 3 se recopilan los resultados obtenidos de la pregunta 6 a 10, las misma que evalúa el resultado de aprendizaje: “Realiza operaciones en el espacio vectorial R^2; calcula la distancia entre dos puntos, el módulo y la dirección de un vector, reconoce cuando dos vectores son ortogonales; y aplica este conocimiento en problemas físicos, apoyado en las TIC” Igualmente se tiene como total 26 estudiantes mostrándose en la tabla solamente el número de estudiantes que respondieron correctamente a tal resultado.

Tabla 3

Análisis del segundo resultado de aprendizaje

Preguntas	Número de estudiantes	Porcentaje
6	8	30,8%
7	6	23,1%
8	7	26,9%
9	11	42,3%
10	4	15,4%
Promedio	7	27,7%

En la tabla 3 se concluye que el 72,3% de los estudiantes presentan problemas para alcanzar el logro de aprendizaje anteriormente dicho.

2.8 Conclusiones Prueba de Diagnóstico

Cada uno de estos temas correspondientes a la unidad de vectores se estudian en el primero de bachillerato, por lo cual se supone que el estudiante al finalizar el periodo de aprendizaje domine estas destrezas, pero en este caso se puede evidenciar que dichos aprendizajes que son básicos e imprescindibles para avanzar en la materia son fácilmente olvidados impidiendo que se llegue al resultado esperado. Con la finalidad de alcanzar dichos logros y un aprendizaje significativo en los estudiantes se pone énfasis en realizar una guía sobre el tema de vectores mediante la aplicación de diferentes estrategias y metodologías con el uso principal del software Geogebra.

CAPÍTULO 3: PROPUESTA

3.1 Introducción a la propuesta

Esta guía es un material de apoyo para el estudiante diseñado en base a investigación bibliográfica y cualitativa plasmadas en 6 clases que abarca contenidos y actividades que pretenden desarrollar en el estudiante un aprendizaje significativo de los temas correspondientes a la unidad de vectores y sus operaciones para estudiantes de primero de bachillerato.

Tales clases estructuradas en los tres momentos de aprendizaje propuestos por el ministerio de educación: anticipación, construcción y consolidación, así como también orientado por la metodología activa. Propuesta dividida de la siguiente manera: conceptos, clasificación y características generales de los vectores, suma, resta, producto escalar y producto vectorial.

Su realización tiene como objetivo principal el proporcionar a los estudiantes un papel activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje por lo cual se incluye actividades lúdicas con el propósito de generar aprendizajes significativos y ésta puede ser modificada según las necesidades que se presenten en el aula.

Secuencia Didáctica #1

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Vectores y sus componentes

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg–2020

Destreza con criterio de desempeño:

Graficar vectores en el plano (coordenadas), identificando sus características, dirección, sentido y longitud o norma. (ME, 2016)

Introducción al tema

En esta secuencia se abordará el concepto de vector mediante su representación gráfica y algebraica, a partir de diferentes situaciones y ejercicios propuestos en cada actividad con ayuda del software Geogebra.

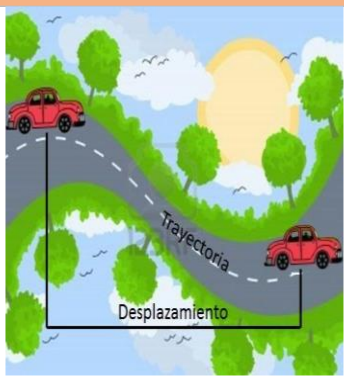
Actividades de apertura

¿Te has fijado que existen magnitudes que con solo decir un número y su unidad de medida están completamente determinadas y sabemos de qué trata?

A continuación, algunos ejemplos:

1. Tiempo	2. Temperatura	3. Longitud
 Public Domain Pictures.net. Reloj, línea de tiempo, reloj de arena. [Figura]. Recuperado de: https://www.publicdomainpictures.net/es/viewimage.php?image=262941&picture=reloj-linea-de-tiempo-reloj-de-arena	 MultiCiencias. Termómetro Ambiental De Pared. [Figura]. Recuperado de: https://multiciencias.com/product-details/termometro-ambiental-de-pared/	 Xataxia Ciencia, (2007). La expresión génica de la estatura. [Figura]. Recuperado de: https://www.xatakaciencia.com/biologia/la-expresion-genica-de-la-estatura
Me demoré 20 minutos en regresar a casa.	Esta noche el termómetro marcó 6° C.	Mi hermano mide 1,85 metros.
¿En qué crees que se mida el tiempo según el Sistema Internacional?	¿En qué crees que se mida la temperatura según el Sistema Internacional?	¿En qué crees que se mida la temperatura según el Sistema Internacional?

Sin embargo, existen otras magnitudes que requieren de otros datos para poder identificarlos correctamente

<table>
<tr><th>1. Velocidad</th><th>2. Desplazamiento</th><th>3. Fuerza</th></tr>
<tr><td>
Google Sites. (2016). Velocidad. [Figura]. Recuperado de: https://sites.google.com/a/iessantodomingo.com/educacionfisica/velocidad</td><td>

Ciencia para todos. (2013). Movimiento. [Figura]. Recuperado de: http://cienciasporsiempre.blogspot.com/2013/07/movimiento.html</td><td>
ARQUYS. (2020). Características de la fuerza. [Figura]. Recuperado de: https://www.arqhys.com/caracteristicasdelafuerza.html</td></tr>
<tr><td>Imagina ser uno de los competidores en una carrera ¿Qué necesitarías saber?
…………………………….
…………………………….
…………………………….</td><td>Imagina estar situado en el parque Calderón y deseas desplazarte al Terminal Terrestre.
¿Qué datos necesitarías para dirigirte a aquel lugar?
………………………….
………………………….
………………………….</td><td>¿Alguna vez tus padres te pidieron que cambies de lugar un mueble?
¿Sabías hacia dónde moverlo?
¿Qué datos necesitaste para cumplir su pedido?
………………………….
………………………….
………………………….</td></tr>
<tr><td colspan="3">¿En qué crees que se midan estas magnitudes según el Sistema Internacional?</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Conclusiones de la actividad.

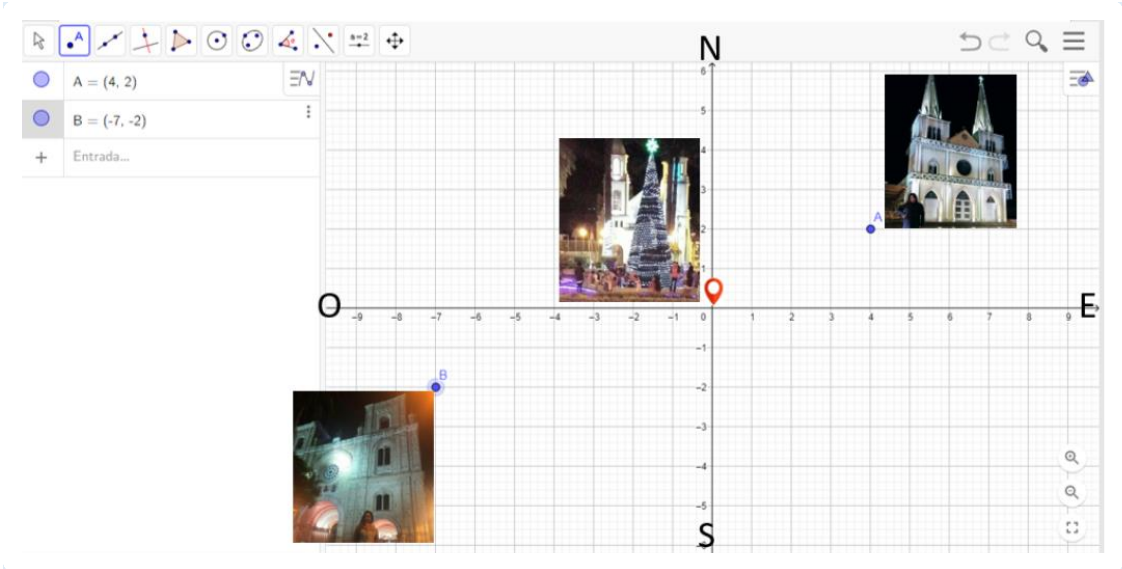
A las magnitudes físicas que pueden ser descritas únicamente por ……………………... reciben el nombre de magnitudes escalares. Algunos ejemplos son: ……………………………………………………………………………………………

A las magnitudes físicas que no pueden ser descritas únicamente por …………………. sino que necesariamente requieren de …………………………………………………... reciben el nombre de magnitudes vectoriales. Entre algunos ejemplos tenemos: ……………………………………………………………………………………………

Actividades de desarrollo

Ahora usaremos datos de situaciones cotidianas para realizar gráficos e identificar sus características, esto con ayuda del Software Geogebra.

Vamos a imaginar que estamos en Gualaceo y queremos desplazarnos hacia 2 ciudades que deseamos visitar.



Fuente y elaboración propia.

Si quieres dirigirte de Gualaceo a cualquiera de las 2 ciudades. ¿Cómo lo representarías gráficamente?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería el origen de tu desplazamiento?

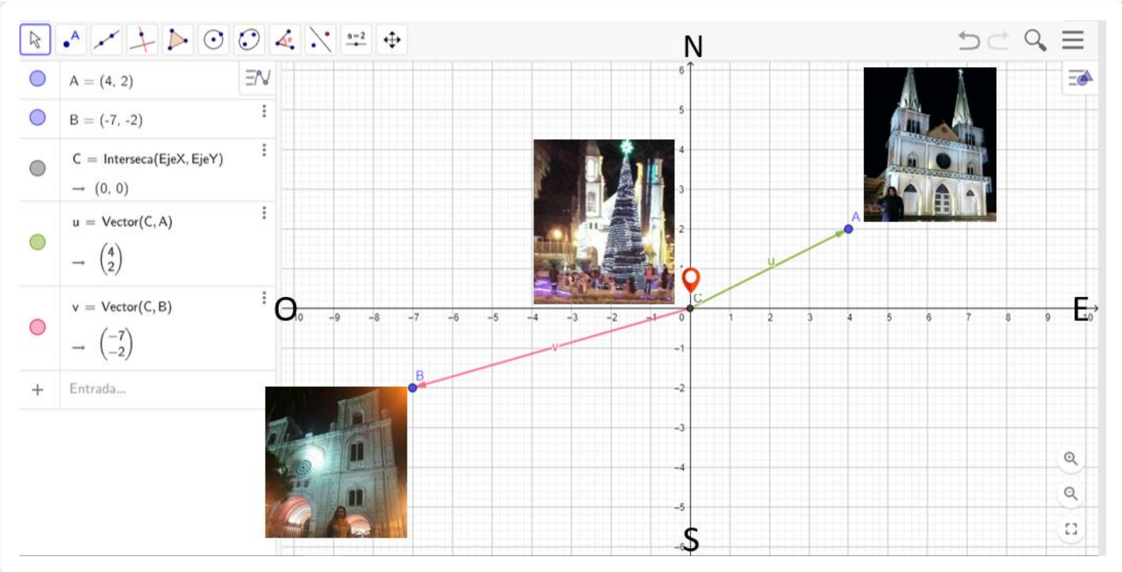
…………………………………………………………………………………………….

Si eligieras como primer destino Cuenca. ¿Qué punto crees que representaría en tu desplazamiento?

…………………………………………………………………………………………….

¿Cómo representarías simbólicamente este desplazamiento?

…………………………………………………………………………………………….

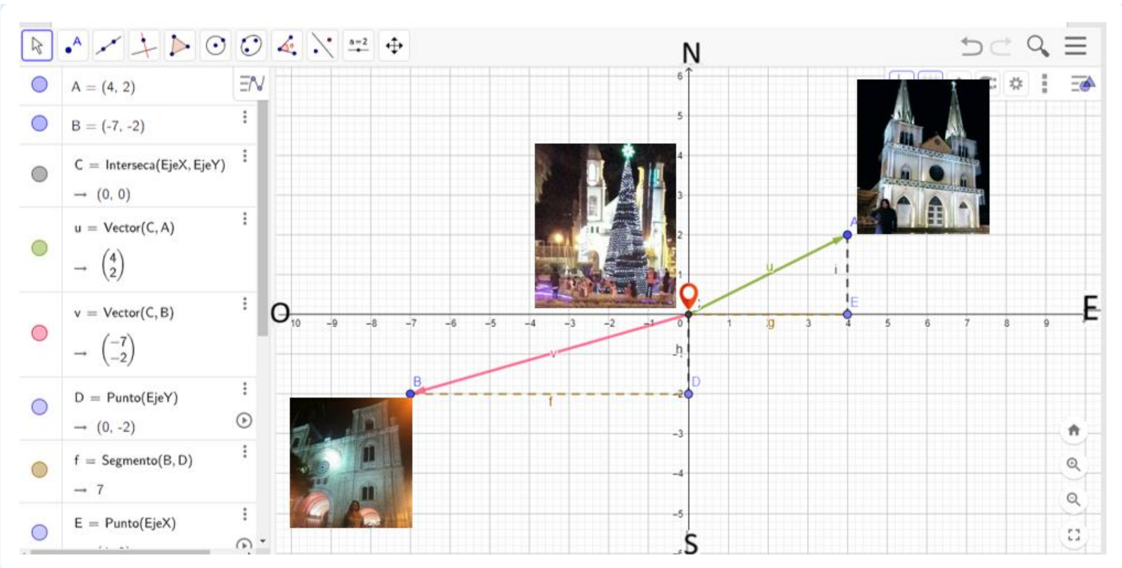


Fuente y elaboración propia

Observa en la imagen los vectores trazados y escribe las diferencias que encuentres.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia

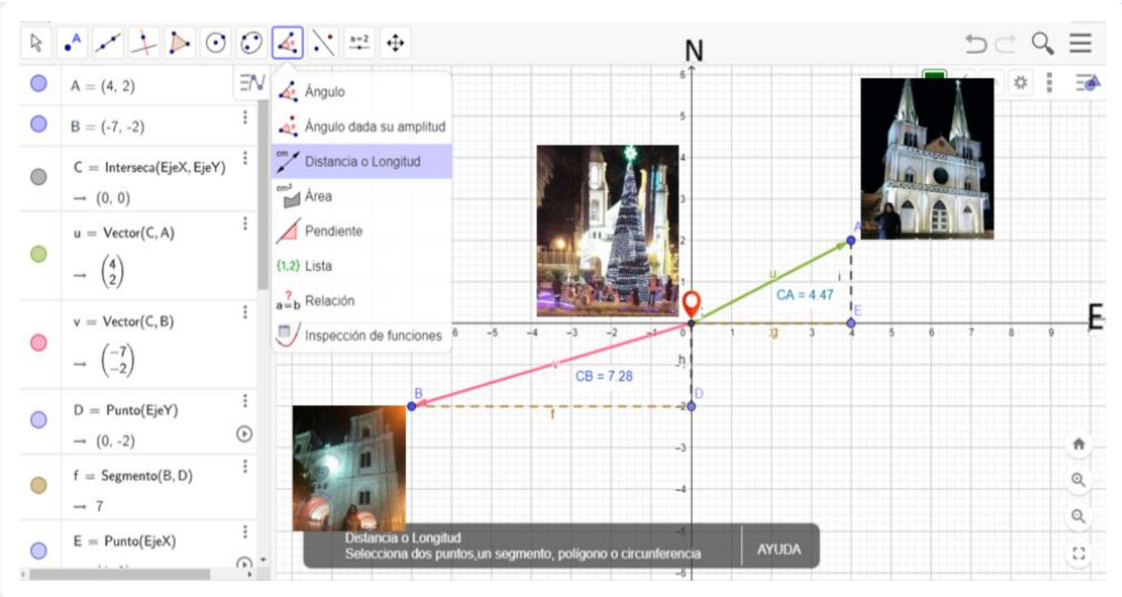
¿Qué piensa usted que represente las coordenadas de cada vector? ……………………………………………………………………………………………

Si desearía saber la distancia exacta que debería recorrer entre cada ciudad ¿de qué fórmula te ayudarías para hallarla? Subrayelo.

- La fórmula general
- Teorema de Pitágoras
- Función trigonométrica

¿Qué distancia crees que deberías recorrer para llegar hacia cada ciudad?

- ☐ Chordeleg ………………………………………………………...……………
- ☐ Cuenca ……………………………………………………………………………

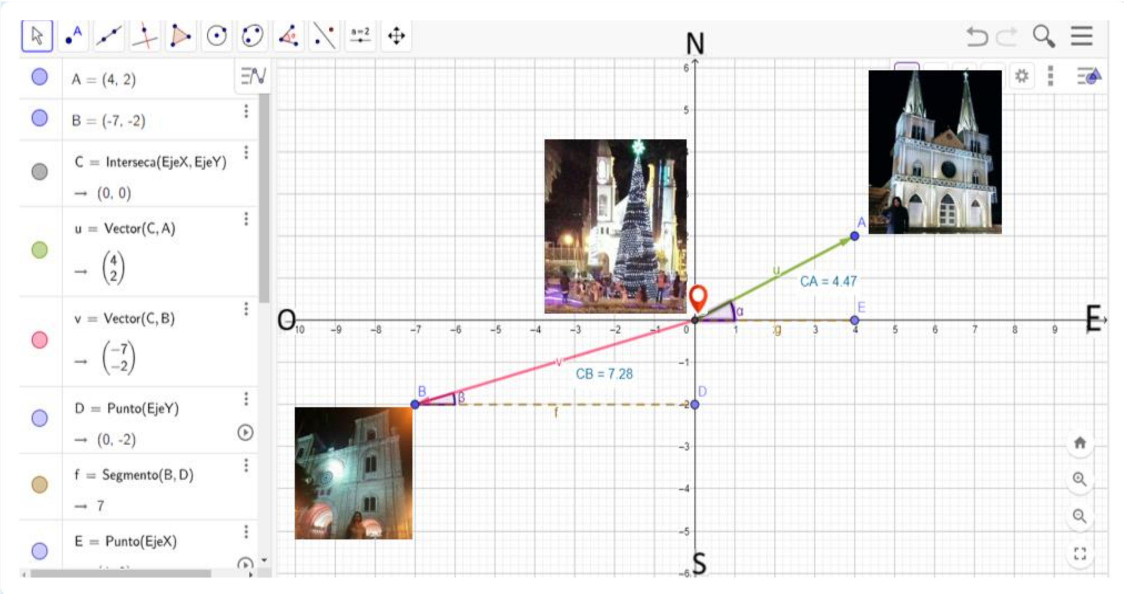


Fuente y elaboración propia

Para hallar la distancia o módulo de cada vector con ayuda de Geogebra debemos dar clic en la opción Distancia o Longitud situada en la barra de herramientas y seleccionar 2 puntos que en este caso sería el punto inicial y final del vector.

En el caso del ángulo β. ¿Desde dónde se me haría más fácil calcularlo? ¿Porqué?

………………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia

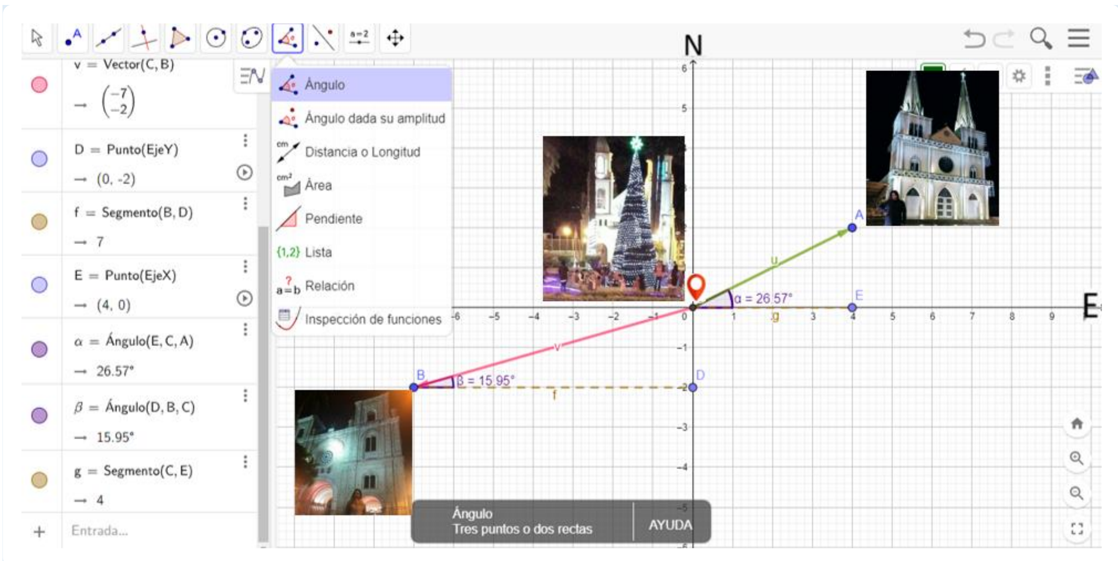
Si desearía hallar el ángulo de inclinación que forma cada vector. ¿Qué fórmula crees que me ayudaría?

- La fórmula general
- Teorema de Pitágoras
- Función trigonométrica

¿A qué ángulos crees que estarían ubicados cada ciudad desde Gualaceo?

……………………………………………………………………………………………

Igualmente, con la ayuda de Geogebra damos clic en la opción Ángulo ubicado en la barra de herramientas para luego seleccionar 3 puntos que lo formarán.



Fuente y elaboración propia

Mediante los puntos cardinales ¿hacia dónde crees que apunte cada vector?

……………………………………………………………………………………………

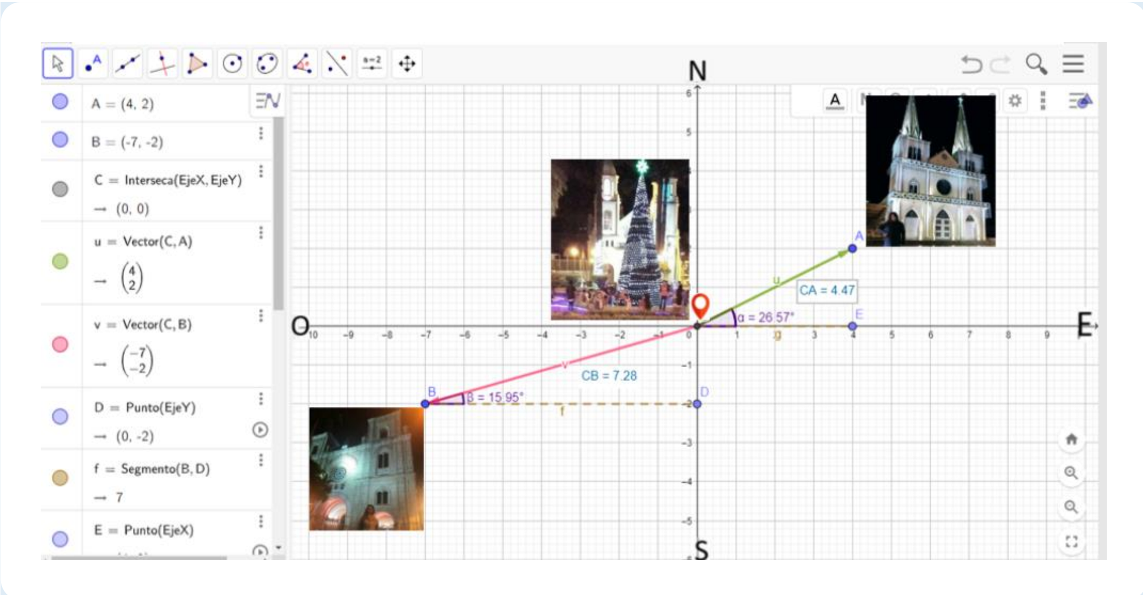
¿Qué parte del vector nos indica ir de derecha a izquierda o viceversa?

……………………………………………………………………………………………

Esto significa que el cantón Chordeleg se encuentra en sentido ……………..... y la ciudad de Cuenca en sentido …………………... Lo cual nos indica que pueden existir sentidos …………….

Sabías que el término vector proviene del latín *vector*, *vectoris*, cuyo significado es "el que conduce", o "el que transporta"

Conclusiones



Fuente y elaboración propia

Representación gráfica y simbólica

Un vector se traza como una …….......... que va desde un punto ……… hasta un punto ……… representándolo simbólicamente como ………………… y con una flechita encima que indica su ………….. Ejemplo: $\overrightarrow{AB}$

Elementos de un vector

¿Qué crees que representaría en un vector que Cuenca esté a 7,28 m de Gualaceo?

……………………………………………………………………………………………

¿Qué crees que representaría en un vector que Chordeleg esté a 26,57° Noroeste de Gualaceo?

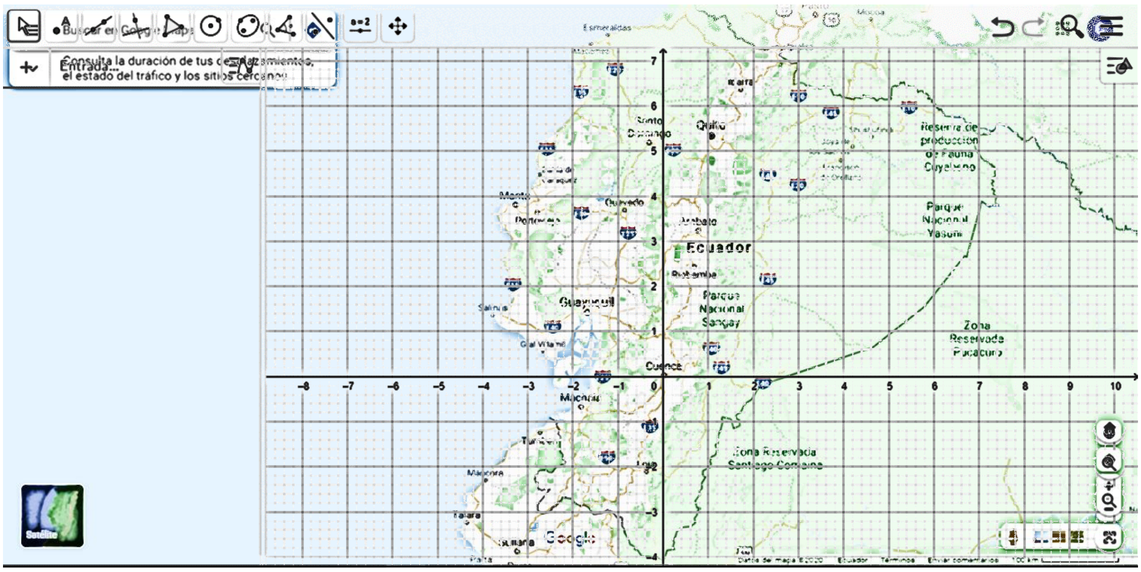
…………………………………………………………………………………………………

Concepto

Se llama vector al segmento de …….. orientado, es decir que tiene …………..,
…………. y …………

Construcción

Si al encontrarme en Cuenca deseo desplazarme a Manta para disfrutar mis vacaciones.



Referencia: Google Maps

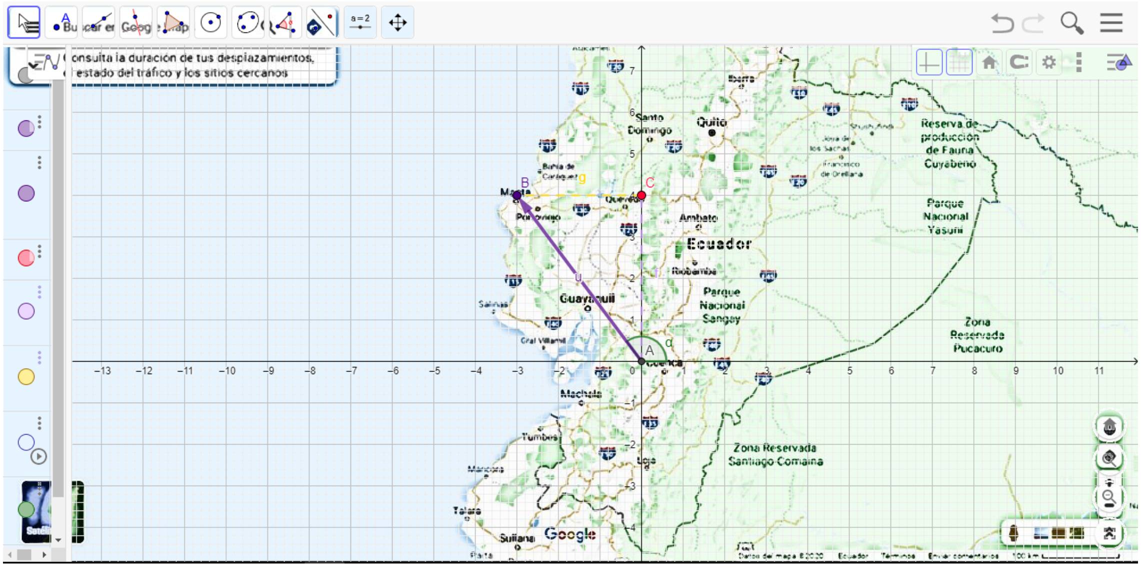
Representación gráfica

¿Cuál crees que sería mi punto de partida?

…………………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería mi punto de llegada?

…………………………………………………………………………………………………



Referencia: Google Maps

Elementos del vector

¿Qué crees que debería hacer para calcular la distancia a la que se encuentra tal ciudad?

…………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería la distancia que debería recorrer para llegar a Manta?

…………………………………………………………………………………………

¿Desde qué eje crees que debería medir mi ángulo para dirigirme hacia Manta?

…………………………………………………………………………………………

¿Desde qué eje o punto crees se me haría más sencillo medir éste ángulo?

…………………………………………………………………………………………

Si tengo como referencia un triángulo rectángulo. ¿Qué fórmula trigonométrica usaría?

…………………………………………………………………………………………

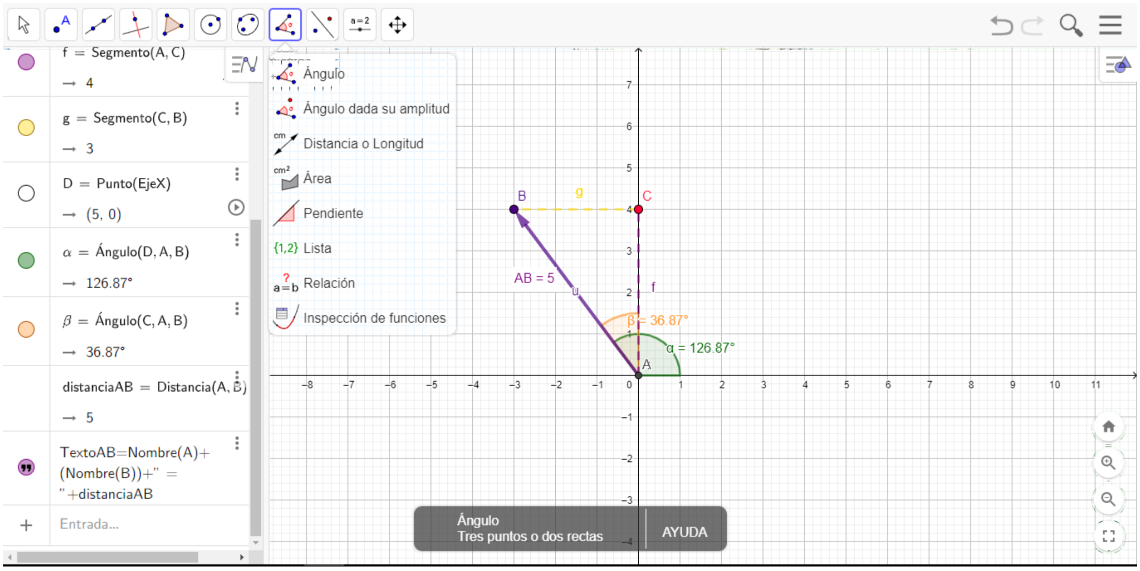
¿Qué ángulo crees que debería tomar para dirigirme hacia Manta?

…………………………………………………………………………………………

Según los puntos cardinales. ¿Qué sentido crees que debería tomar hacia Manta?

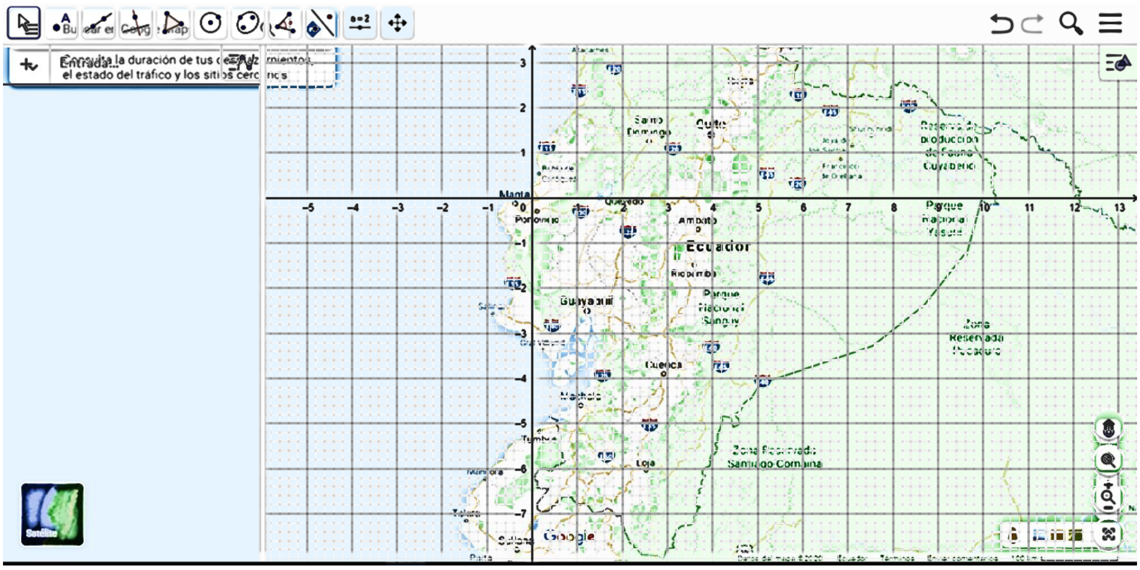
……………………………………………………………………………………….....

Para hallar los elementos de un vector con ayuda de Geogebra, dirigente a la barra de herramientas, ahí encontrarás la opción Distancia o Longitud para sacar la medida del vector y la opción Ángulo para sacar su dirección.



Referencia: Google Maps

En el caso de mi regreso de Manta hacia Cuenca



Referencia: Google Maps

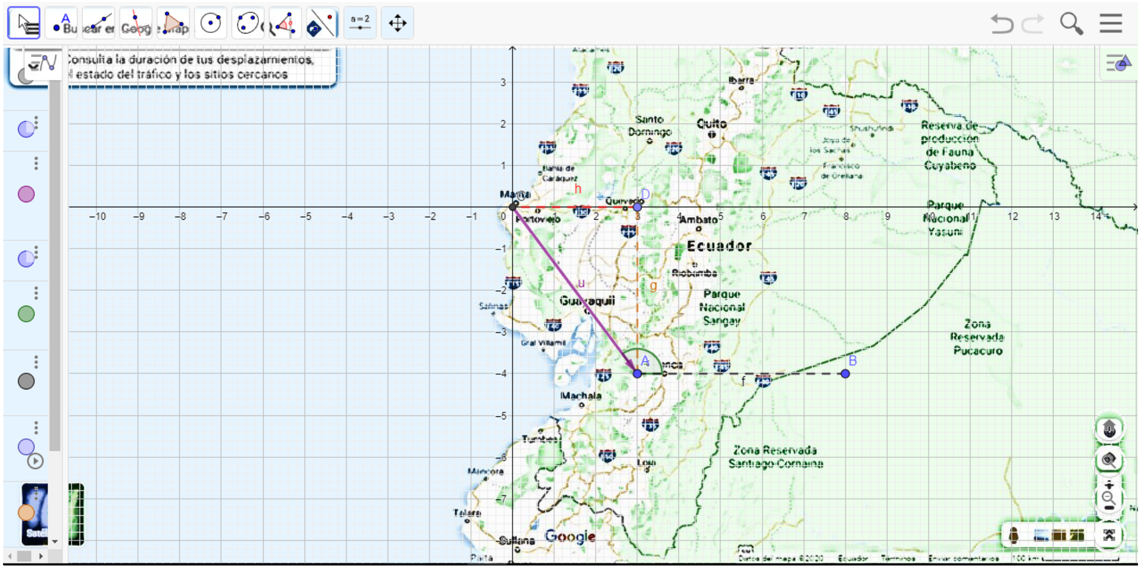
Representación gráfica

¿Cuál sería mi punto de partida?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuál sería mi punto de llegada?

……………………………………………………………………………………………



Referencia: Google Maps

Elementos de mi nuevo vector

¿Qué crees que debería hacer para calcular la distancia a la que se encuentra mi destino?

……………………………………………………………………………………………

¿Desde qué eje crees que debería medir mi ángulo para dirigirme hacia Cuenca?

……………………………………………………………………………………………

¿Desde qué eje o punto se me haría más sencillo medir dicho ángulo?

……………………………………………………………………………………………

Si tengo como referencia un triángulo rectángulo. ¿Qué fórmula trigonométrica me ayudaría a encontrarlo?

……………………………………………………………………………………………

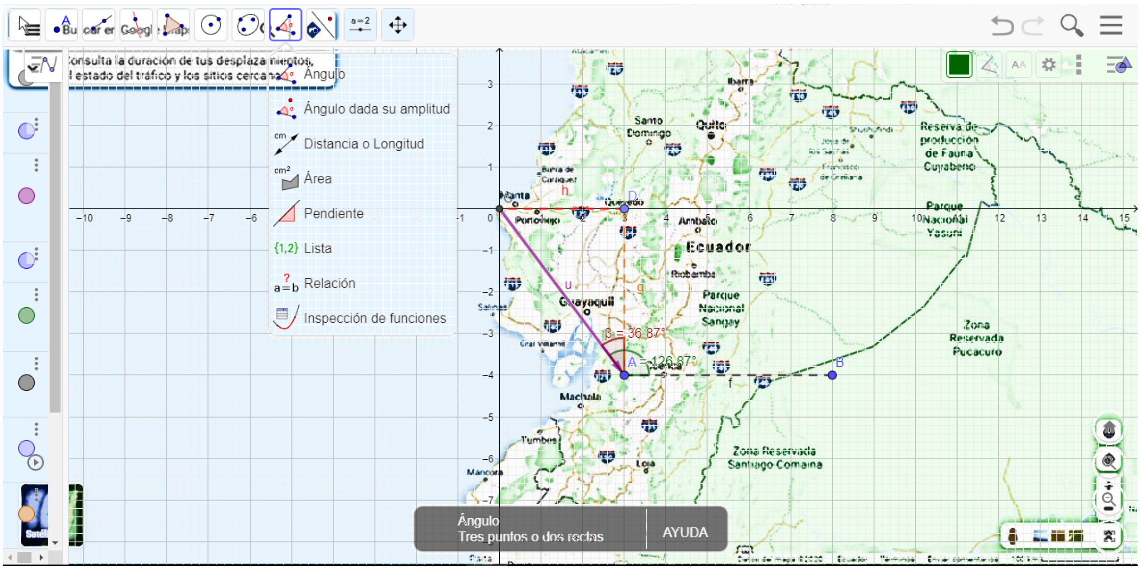
¿Qué ángulo crees que debería tomar para dirigirme hacia Cuenca?

……………………………………………………………………………………………

Según los puntos cardinales. ¿Qué sentido crees que debería tomar hacia Cuenca?

……………………………………………………………………………………………

Con ayuda de Geogebra hallaremos los valores de los elementos de nuestro vector seleccionando en la barra de herramientas las opciones Distancia o Longitud para la medida del vector y la opción Ángulo para su dirección.



Referencia: Google Maps

Conclusiones de la actividad

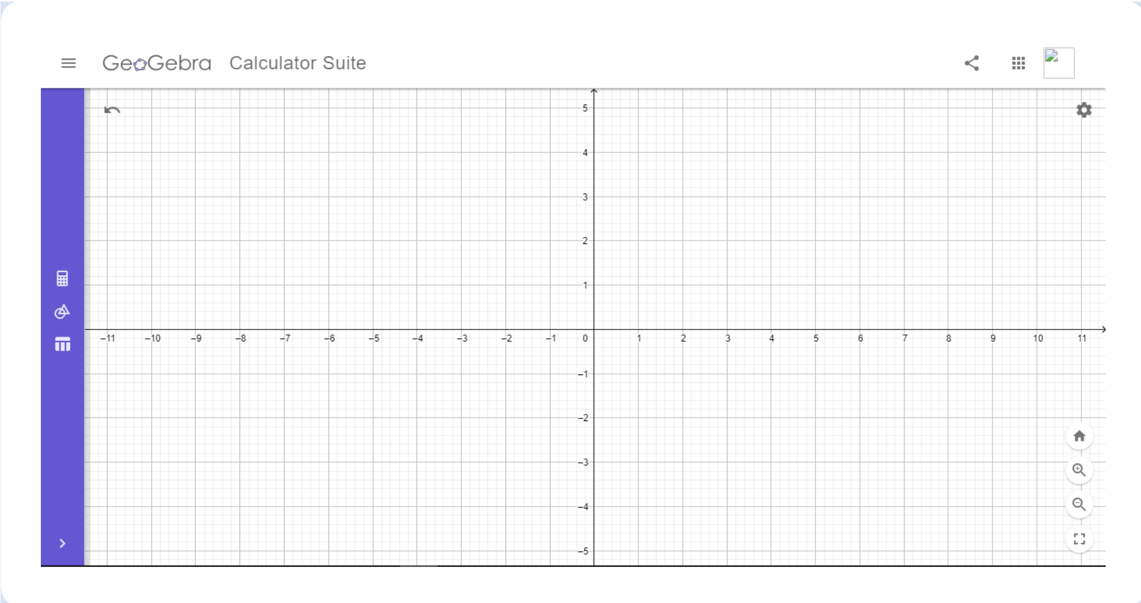
Viaje hacia Manta		
Módulo	Dirección	Sentido
Viaje hacia Cuenca		
Módulo	Dirección	Sentido

Pueden existir vectores con igual …………... pero diferente ……..……... y ……………

En la siguiente imagen tenemos una de las constelaciones más conocidas de nuestro universo llamada "Osa Mayor"

Dreamstime. Ilustración de la constelación la Osa Mayor sobre cielos nocturnos. [Figura]. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=tYeXkiIjky8

Con la ayuda de Geogebra reconstruiremos nuestra constelación en base a vectores, las cuales estarán debidamente dibujados y nombrados en la siguiente imagen y tabla.



Vector	Módulo	Dirección	Sentido

¿Qué diferencias puedes observar que existen entre vectores?

………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………….

Concluyendo que:

Pueden existir vectores con igual ………….. pero diferente …………. y ……………...

Pueden existir vectores con igual ………….. y ………… pero diferente ………………

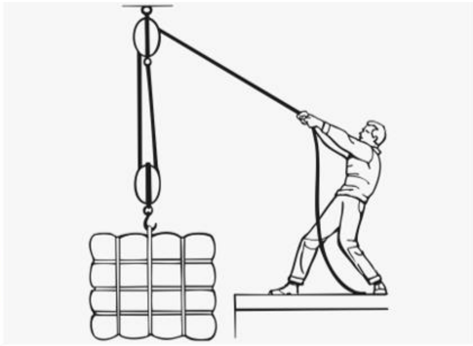
Pueden existir vectores con igual ………… y ………….. pero diferente ………………

¿Sabías que los vectores se encuentran en casi todas las actividades que realizamos?

A continuación, mencionaremos algunos ejemplos y con ayuda de tu tutor identifica y coloca donde se están aplicando vectores.

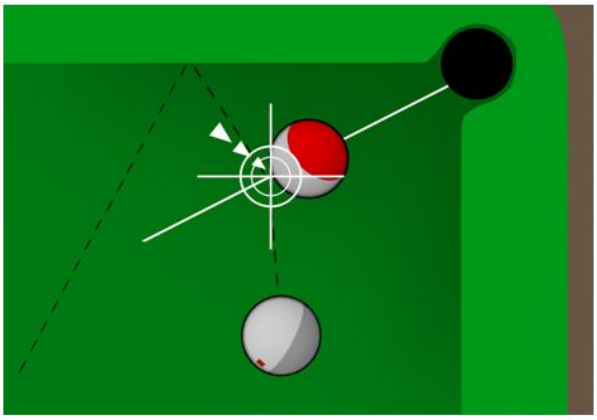
En la construcción

Eesy. Truck semi trailer delivery and transportation of construction. [Figura]. Recuperado de: https://www.vecteezy.com/vector-art/489242-truck-semi-trailer-delivery-and-transportation-of-construction-machinery-concept-vector-illustration



PNGitem. [Figura]. Recuperado de: https://www.pngitem.com/middle/omxJwJ_man-lifting-a-pack-with-a-pulley-clip/

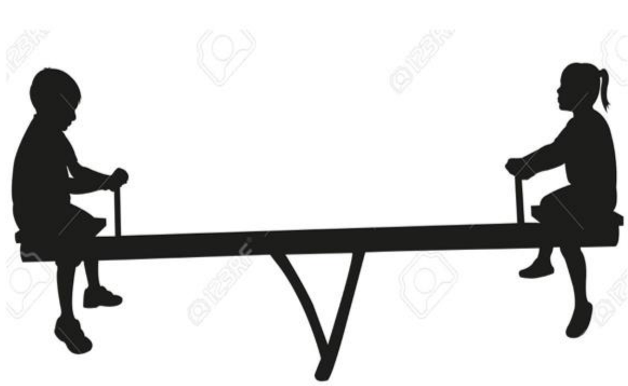
En el deporte



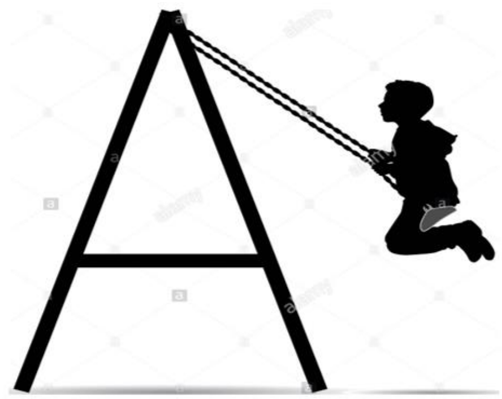
Wikihow. Cómo jugar billar como un matemático. [Figura]. Recuperado de: https://es.wikihow.com/jugar-billar-como-un-matem%C3%A1tico

Can Stock Photo Inc. [Figura]. Recuperado de: https://www.canstockphoto.es/mujer-golf-juego-hombre-37957586.html

En los juegos

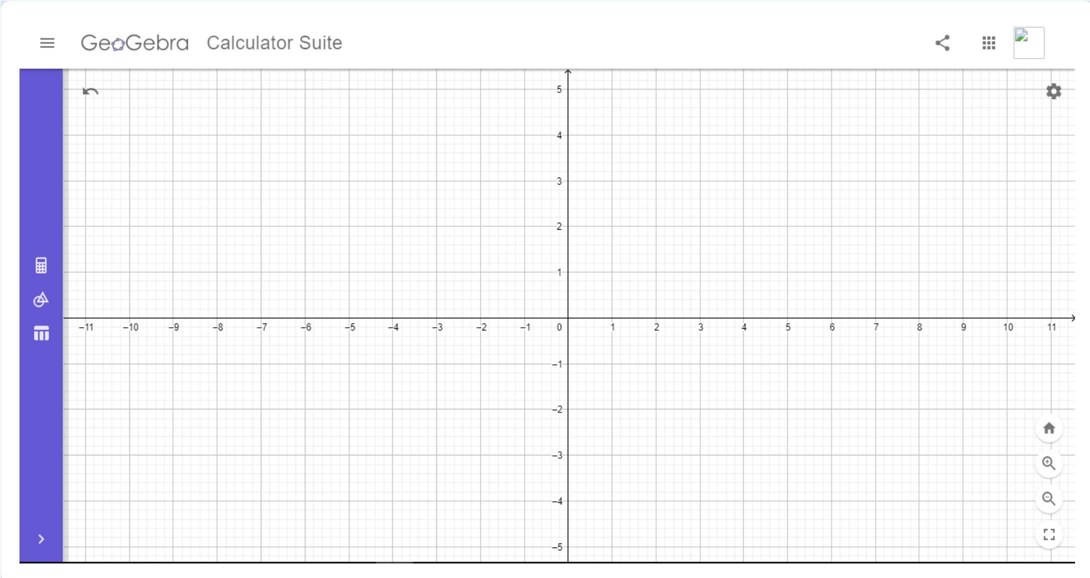


Alamy Ltd. Niño en el columpio oscilante. [Figura]. Recuperado de: https://www.alamy.es/nino-en-el-columpio-oscilante-image189184563.html



123RF. Niños jugando, sube y baja, la silueta de vectores. [Figura]. Recuperado de: https://es.123rf.com/photo_55482287_ni%C3%B1os-jugando-sube-y-baja-la-silueta-de-vectores.html

Con cualquiera de los ejemplos ya expuestos represéntalo con un gráfico en Geogebra y encuentra los elementos que necesitas para determinar el vector.



Luego de realizado el ejercicio describa algunas de las características que presenta un vector.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Forme un concepto de lo que es un vector.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

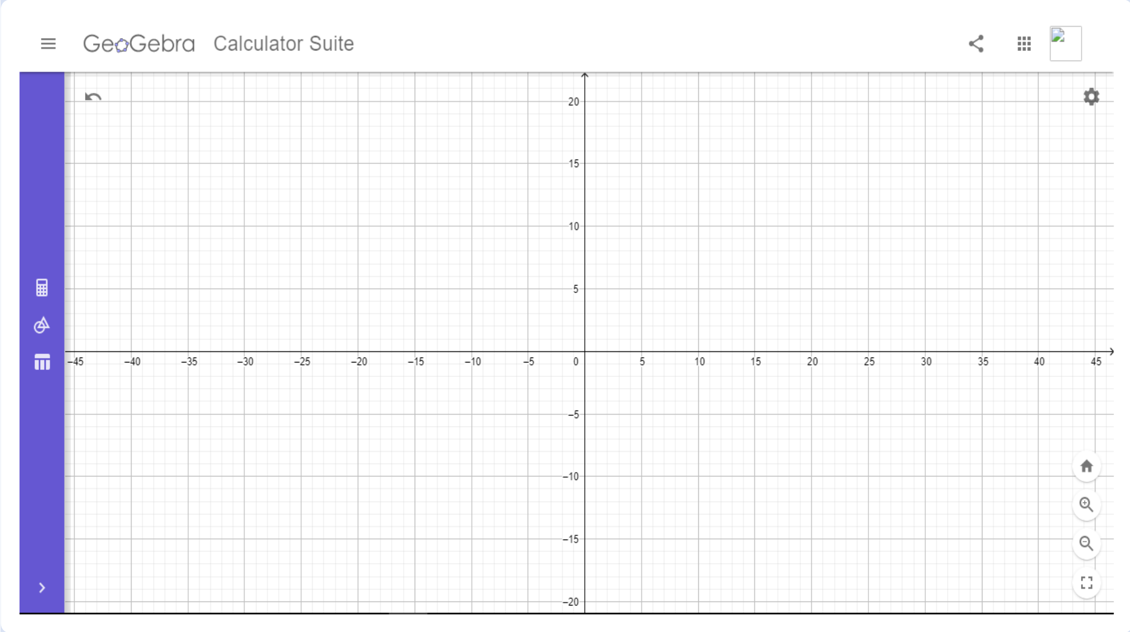
Actividades de cierre

Lea la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas.

Resuelva lo solicitado:

1. Un excursionista inicia caminando 15km al sureste con dirección 45° desde su base. El segundo día camina 18km en dirección 60° al noreste, punto en el cual descubre la torre de un guardabosque.

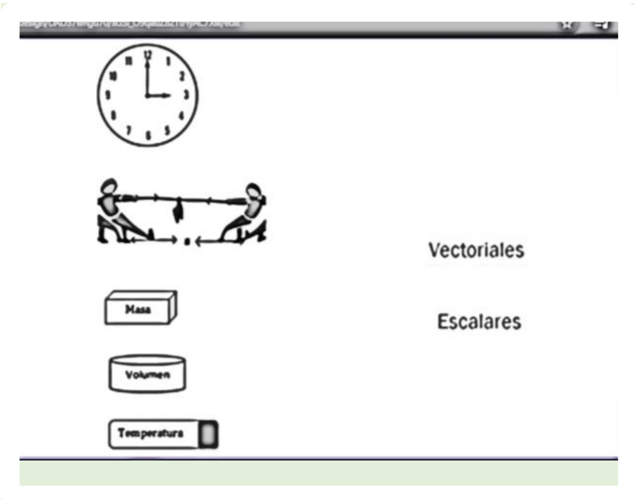
a) Represéntelo gráficamente en Geogebra.



b) Determine la componente del desplazamiento diario.

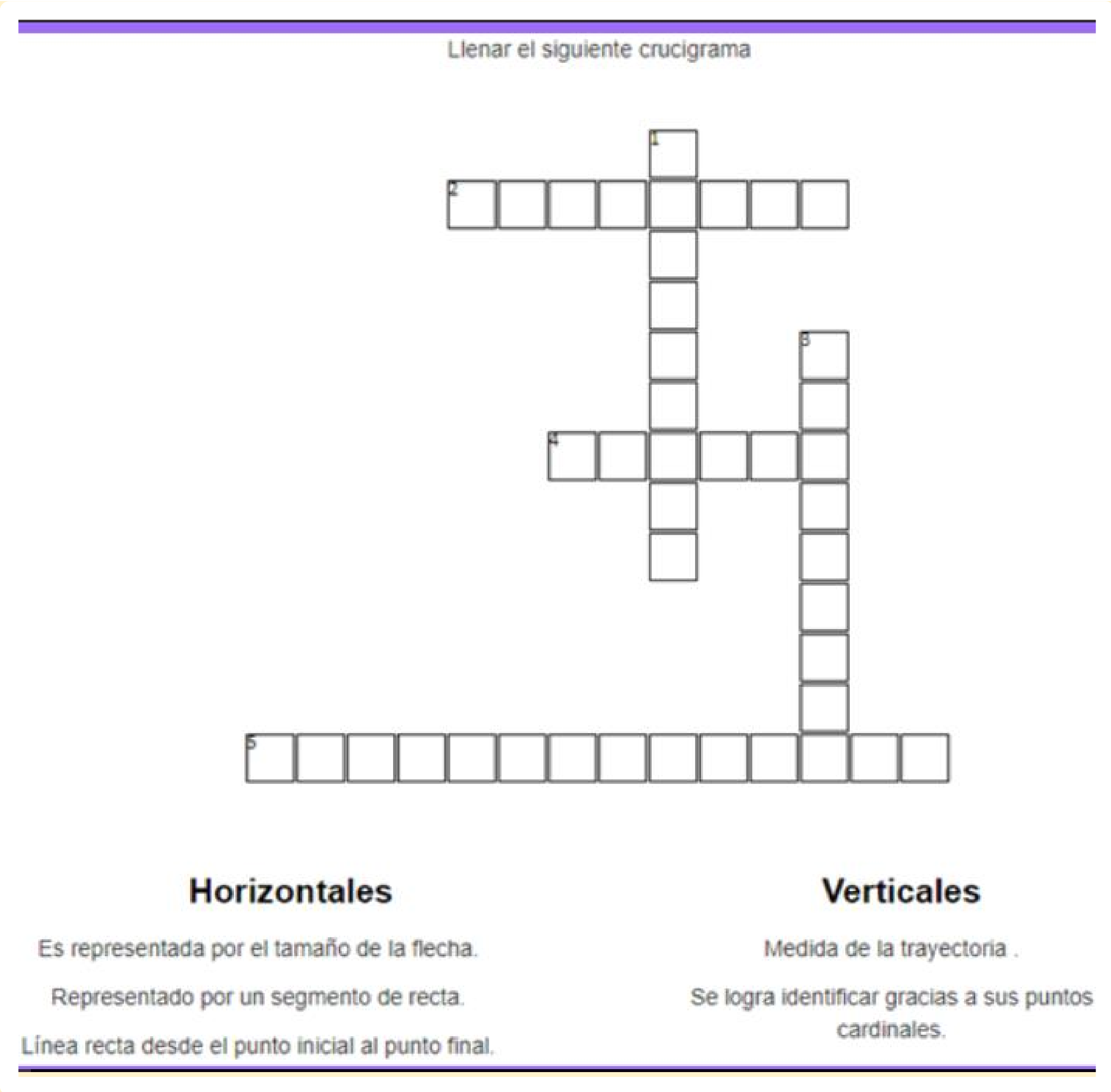
c) La magnitud y dirección del desplazamiento total.

2. Empareje cada elemento con su respectiva magnitud.



Fuente y elaboración propia.

3. Llene el siguiente crucigrama acerca del tema: Vectores



Fuente y elaboración propia.

Conclusiones

1. ¿A qué llamamos vector?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

2. ¿Cuáles son los elementos que definen un vector, descríbalos?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………...

3. ¿Qué fórmula uso para llamar el módulo de un vector?

   ………………………………………………………………………………………….

4. ¿Qué fórmula uso para llamar la dirección de un vector?

   ………………………………………………………………………………………….

5. Compare su concepto de vectores y sus características con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

¿Qué es vector?

Un vector es un ente matemático que se representa mediante un segmento de recta, contado a partir de un punto del espacio como su origen, cuya longitud representa a escala una magnitud, en una dirección determinada y en uno de sus sentidos.

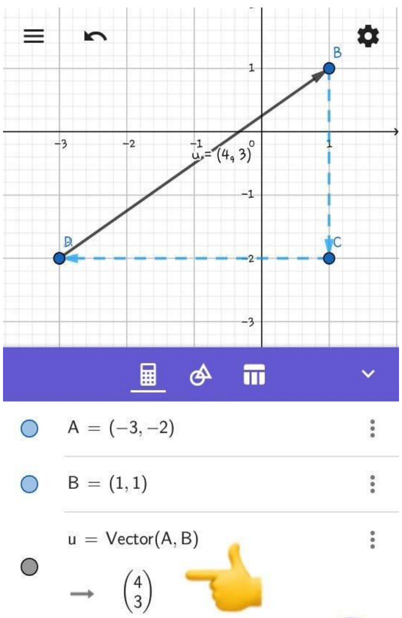
Elementos que definen un vector

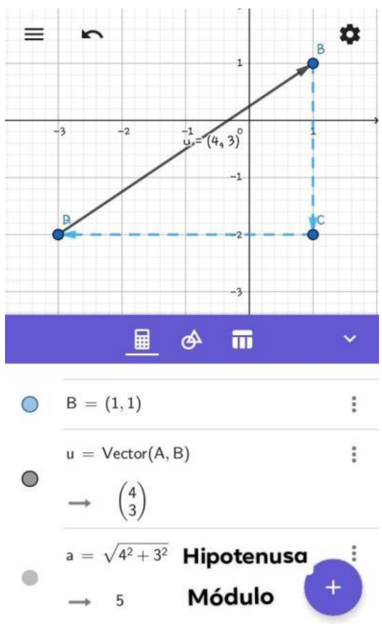
a) Módulo: es la longitud del vector. Ésta siempre será positiva y se la calcula mediante la fórmula: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2+y^2}$

   El módulo de un vector es la raíz cuadrada de la coordenada «x» al cuadrado más la coordenada «y» al cuadrado.

¿Te suena familiar esta fórmula?

   a) Es la misma fórmula para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo y por ende se aplica el teorema de Pitágoras en el triángulo que se forma entre el vector y sus componentes, donde el vector sería la hipotenusa:

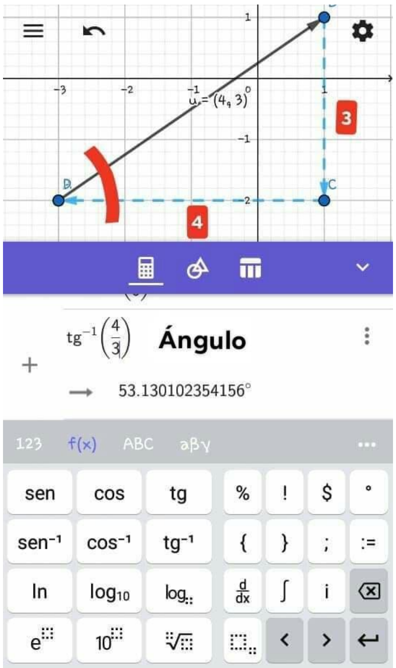


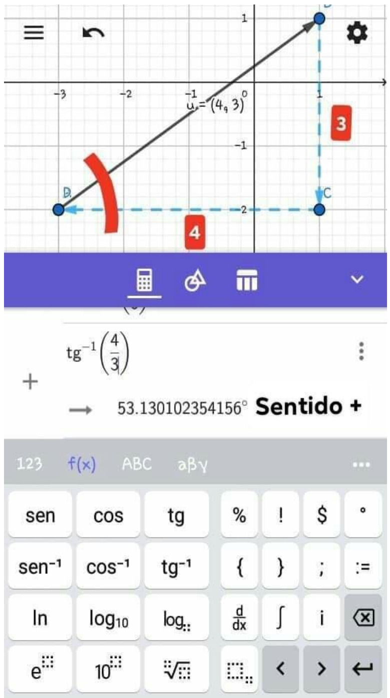


Fuente y elaboración propia

b) Dirección: es el ángulo de inclinación de dicho vector, este se calcula mediante el inverso tangente entre el desplazamiento vertical y el horizontal.

c) Sentido: El sentido del vector se refiere al elemento que describe cómo va el punto A hacia el extremo B.





Fuente y elaboración propia

Secuencia Didáctica #2

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Tipos de Vectores

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg – 2020

Destreza con criterio de desempeño:

Reconocer los tipos de vectores que existen en el plano (coordenadas), identificando sus características, dirección, sentido y longitud o norma. Ref. (ME, 2016)

Introducción al tema

En esta secuencia descubriremos la existencia de las distintas clasificaciones que pueden tener los vectores, en función de la característica en que nos fijemos y si lo relacionamos o no con otros vectores.

Actividades de apertura

Observe detenidamente el diseño que tiene la casa y responda las siguientes preguntas.

Get Drawings. Casa Vector. [Figura]. Recuperado de: http://getdrawings.com/casa-vector

¿Qué tipo de semi rectas conoces?
………………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..

c) ¿Cuál de ellas pudiste identificar de las semi rectas que forman la casa?
………………………………………………………………………………………………..
………………………………………………………………………………………………..

d) ¿Cuáles crees que son las características de una semi recta que las hacen iguales o similares a otras?

…………………………………………………………………………………………….…

………………………………………………………………………………………..........

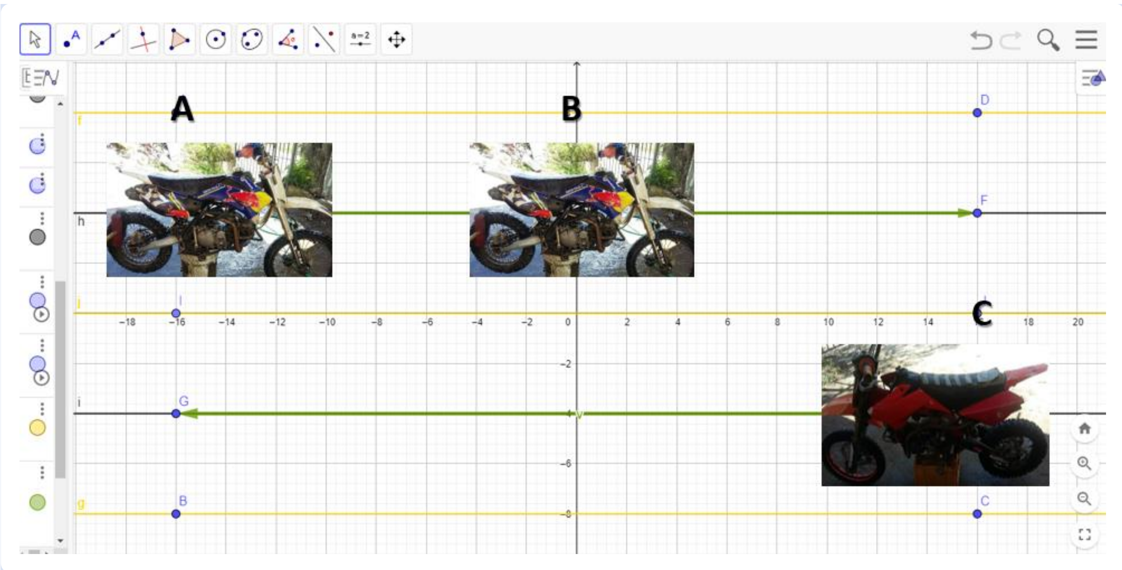
e) ¿Qué características de una semi recta crees que compartan con las de un vector?

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………….......

Actividades de desarrollo

La imagen expuesta representa una avenida en la cual circulan 3 motos (A,B,C) a igual rapidez



Fuente y elaboración propia.

Para identificar qué tipo de vectores forman, llenaremos la siguiente tabla.

Escriba las diferencias o semejanzas que puedas notar entre las velocidades		
Módulo	Dirección	Sentido
A = C		A ≠ C

Según la tabla podemos tener vectores:

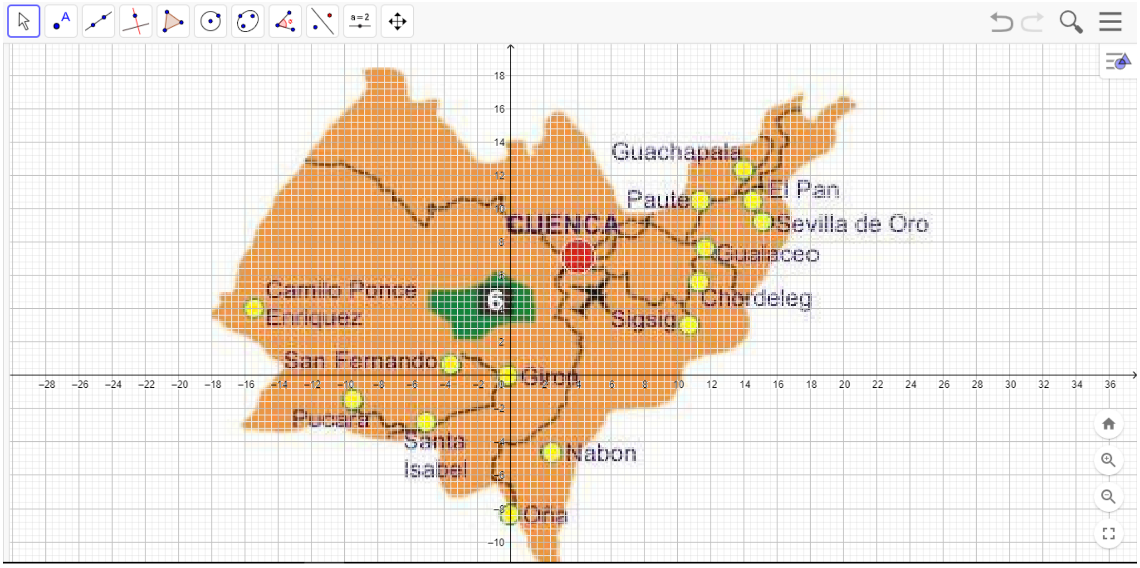
a) De igual …………, ……………. y ……………

A estos se les llama **equipolentes**.

b) De igual …………, ……………. Pero diferente ……………

A estos se les llama **opuestos**.

La siguiente imagen nos muestra el mapa del Azuay en el cual:



Ecured. Provincia del Azuay (Ecuador). [Figura]. Recuperado de: https://www.ecured.cu/Provincia_de_Azuay_(Ecuador)

Si te desplazaras de Girón a Paute.

¿Cuál crees que sería tu punto de partida? …………………..

¿Cuál crees que sería tu punto de llegada? …………………......

¿Cómo representarías simbólicamente este desplazamiento? ……………………

Al regresar de Paute a Girón.

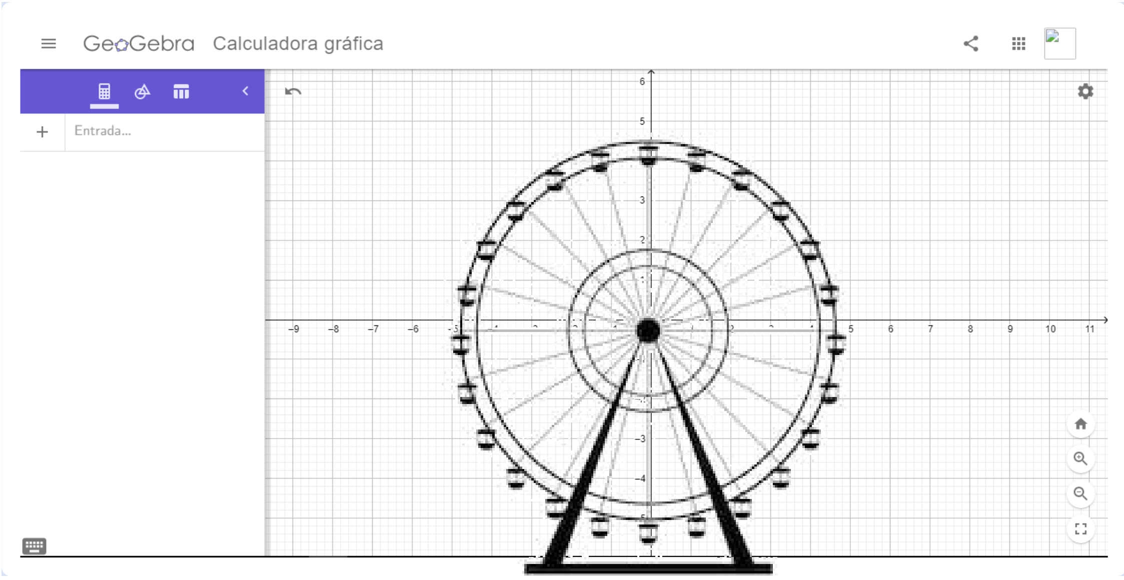
¿Cuál crees que sería tu punto de partida? …………………..

¿Cuál crees que sería tu punto de llegada? …………………......

¿Cómo representarías simbólicamente este desplazamiento? …………………….

¿Crees que el orden de los puntos importe? ……………..

Un vector **fijo** es un par de ………. en el espacio, dados en un cierto ……., el primero como ………. y el segundo como ……….. del vector **fijo**.



Shutterstock. Ferris wheel silhouette, circle. Carnival. Funfair background.Carousel, motion. Vector illustration. [Figura]. Recuperado de: https://es.365psd.com/istock/vector-illustration-ferris-wheel-carnival-funfair-background-1030758

Escoge 4 cabinas de la rueda ferris, para dibujarlos como vectores en Geogebra.

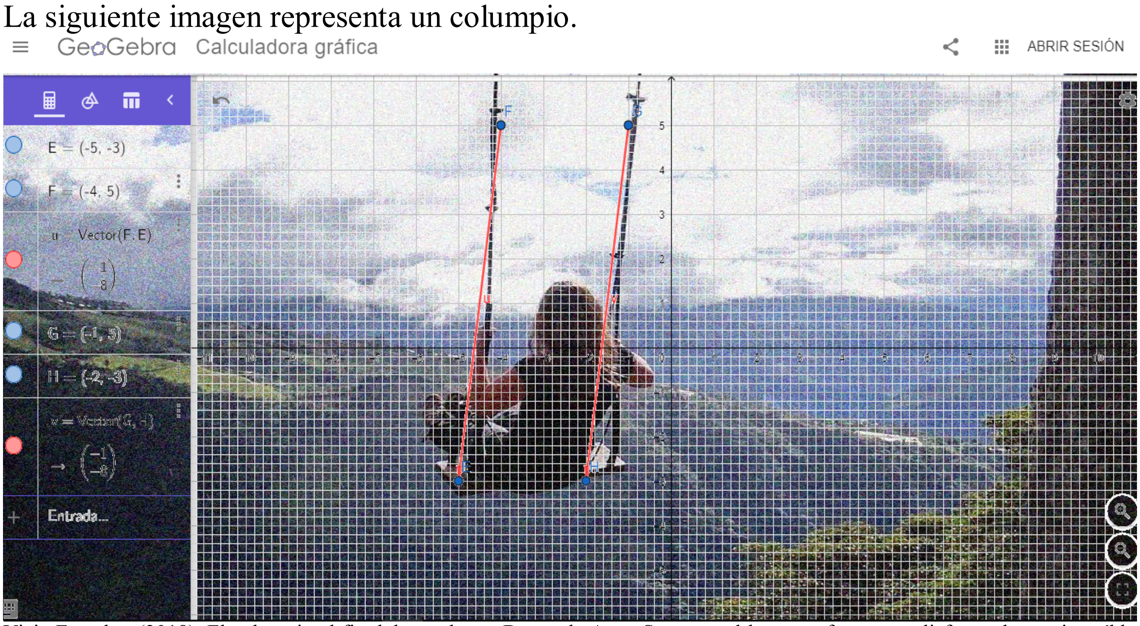
¿Cuál crees que es la principal característica de este conjunto de vectores?

……………………………………………………………………………………………

Se llaman vectores **concurrentes** aquellos que tengan …………………… en común sin importar su …………... o ………… incluso su ……………

Construcción

La siguiente imagen representa un columpio.



Viaja Ecuador. (2018). El columpio al fin del mundo, en Baños de Agua Santa, es el lugar perfecto para disfrutar de una increíble vista del volcán Tungurahua. [Figura]. Recuperado de: https://twitter.com/viajaprimeroec/status/949770491421773826?lang=de

¿Cuáles crees que serían los vectores que soportan el peso del columpio?

…………………………………………………………………………………………......

¿Cuáles crees que serían las características de estos vectores?

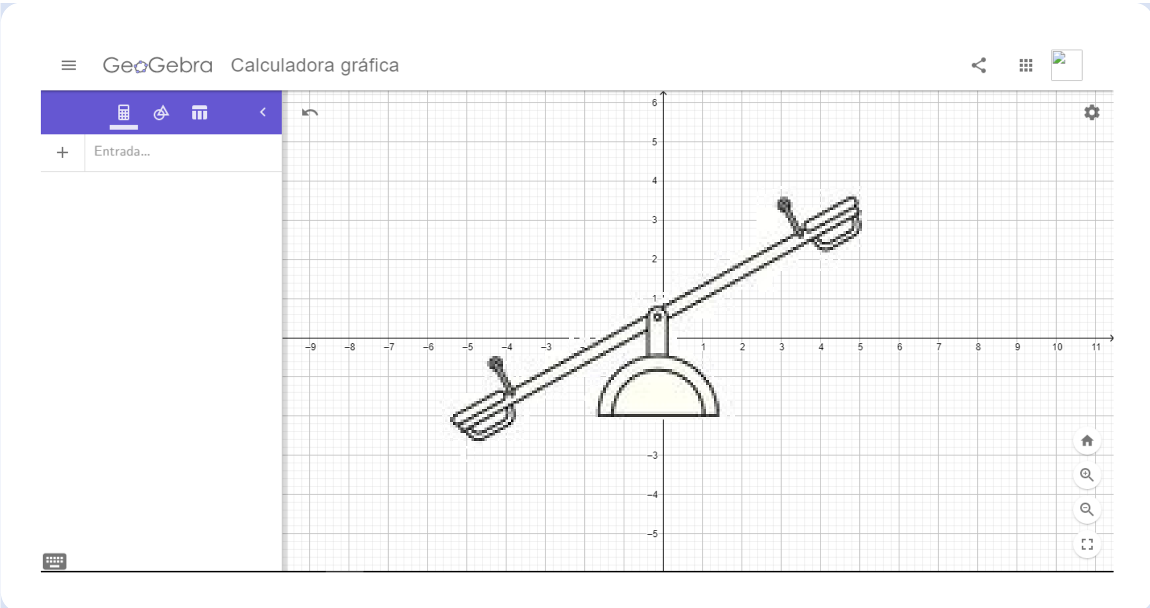
………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

¿Qué tipos de vectores crees que sean?

………………………………………………………………………………………………

El siguiente gráfico representa un balancín o sube y baja.



Can Stock Photo. Seesaw Boceto Icono. [Figura]. Recuperado de: https://www.canstockphoto.es/balanc%C3%ADn-bosquejo-icon-44903853.html

¿Cómo representarías gráficamente los vectores implicados?

………………………………………………………………………………………………

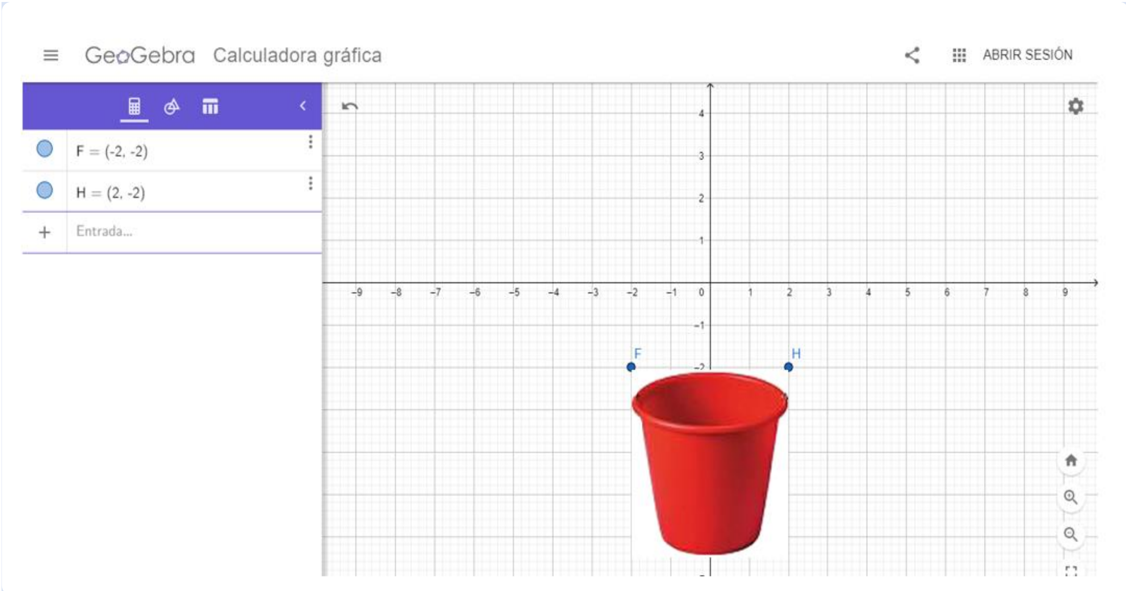
Con ayuda de Geogebra identifica sus características.

	Módulo	Dirección	Sentido
Vector A			
Vector B			
Iguales o diferentes			

¿Qué tipos de vectores crees que serían?

……………………………………………………………………………………………………

En la siguiente imagen tenemos un balde, el cual deseamos cambiar de lugar.



Pycca. Balde Balde plástico rojo 10 litros. [Figura]. Recuperado de: https://www.pycca.com/hogar-tachos-y-cestos-n29763/p?sc=1

Los puntos graficados en el plano representan las orejas de dicho balde.

¿Cómo graficarías cada vector para sostener el balde?

……………………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería el punto que soportaría su peso?

……………………………………………………………………………………………………

Escriba las similitudes y diferencias que puedes identificar de cada vector.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

¿Qué tipo de vectores crees que serían?

……………………………………………………………………………………………………

En el caso de tener un macetero de 4 colgantes

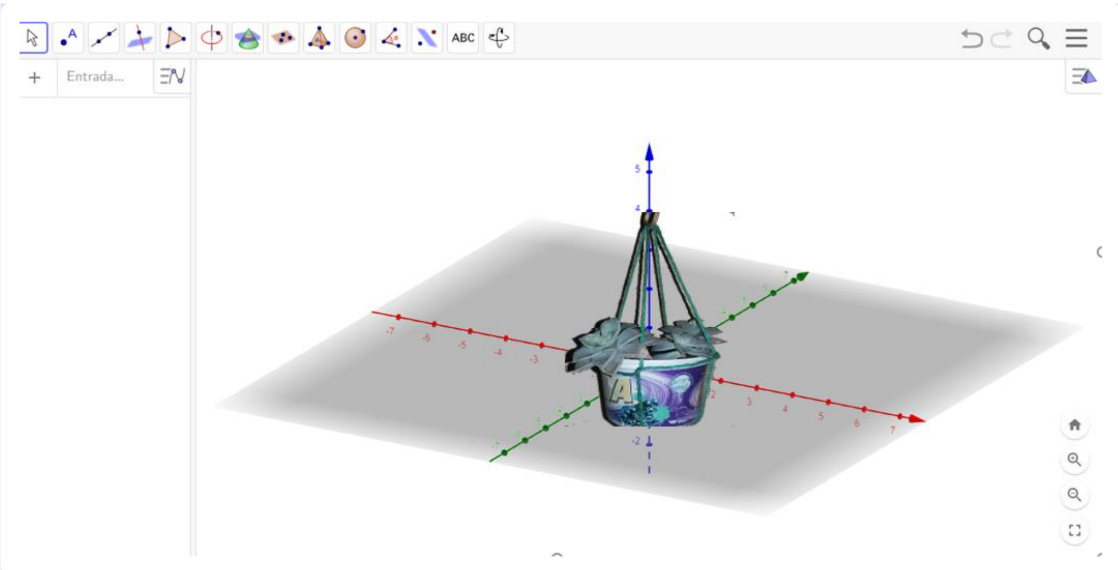
Fuente y elaboración propia

¿Te serviría un plano para dibujarlo?

- Si
- No

¿Por qué? ……………………………………………………………………………………

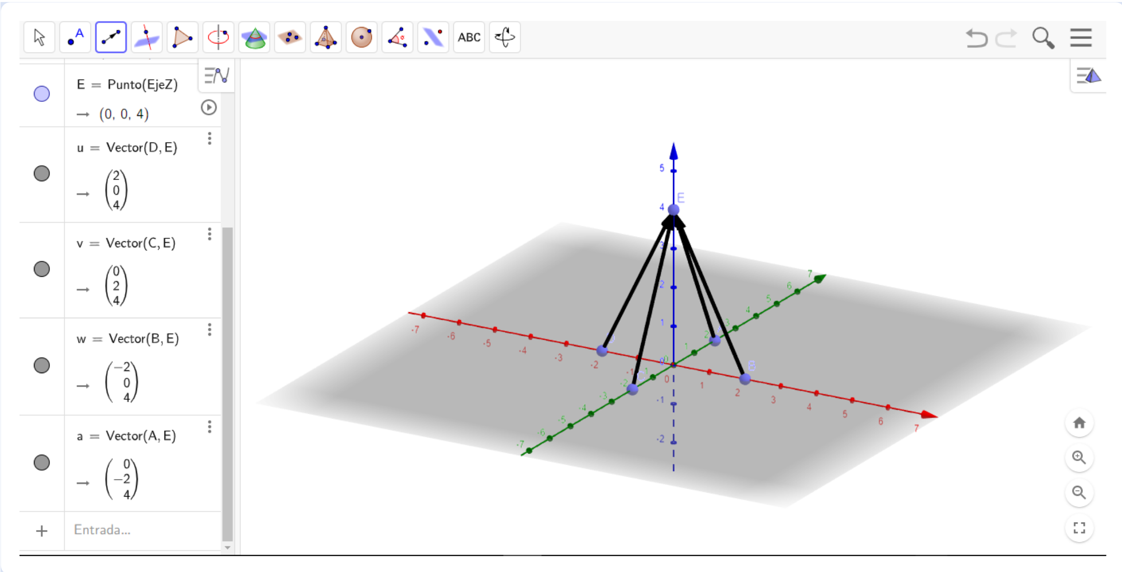
Para estos casos Geogebra tiene la opción de Gráfica 3D en la parte izquierda de la barra de herramientas.



Fuente y elaboración propia

Esta opción te permite dibujar vectores en 3 dimensiones largo (eje x) ancho (eje y) y alto (eje z).

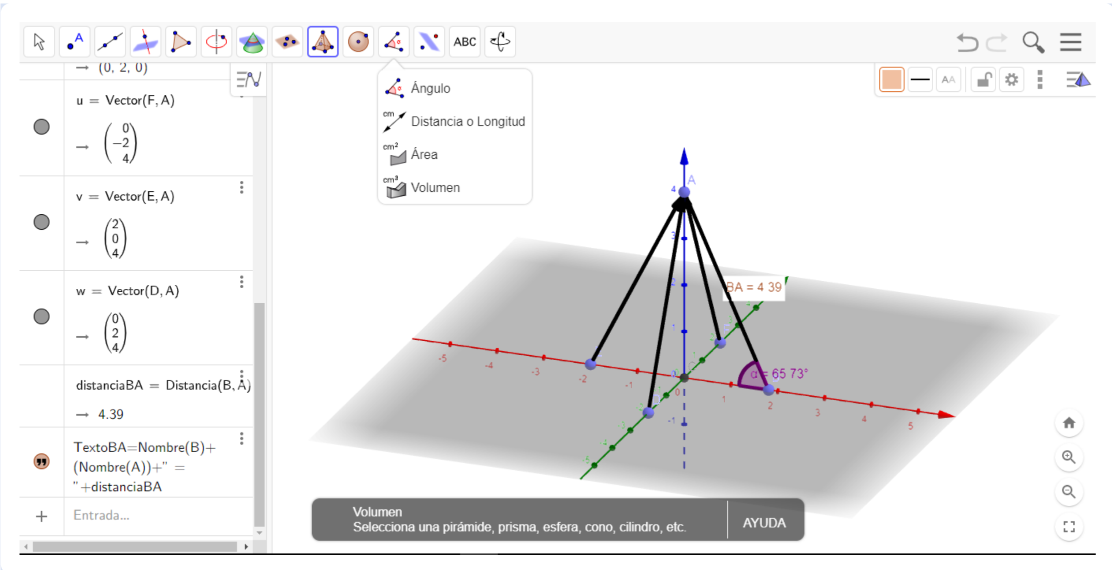
Para dibujar las cuerdas de la maceta, ubica en el eje z un punto que represente el soporte del macetero y en los ejes x y y para ubicar los puntos de agarre del macetero.



Fuente y elaboración propia.

Observa la parte izquierda de la ventana del software, llamada vista algebraica. ¿Qué crees que representen en el gráfico?

………………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

Con la ayuda del software halla los elementos de algunos vectores.

¿En qué elemento crees que cambió la fórmula o forma de hallarlo?

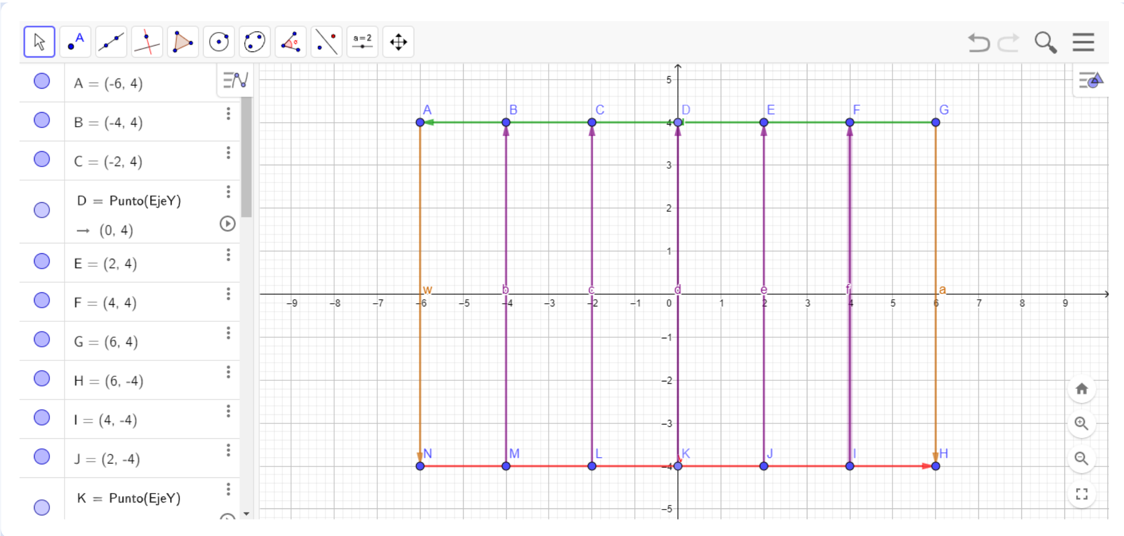
………………………………………………………………………………………………

¿Qué tipo de vectores crees que sean?

……………………………………………………………………………………………

Actividades de cierre

Con el programa Geogebra representaremos con vectores la protección de una ventana.



Fuente y elaboración propia.

Llenaremos las siguientes tablas sobre los elementos de cada vector con ayuda de Geogebra para encontrar los tipos de vectores repasados.

Vector	Módulo	Dirección	Sentido
GA			
NH			

Conclusión:

Los vectores GA y NH tienen ……… módulo, ………. dirección ………… sentido por lo tanto son vectores ……………..

Vector	Módulo	Dirección	Sentido
AN			
GH			

Conclusión:

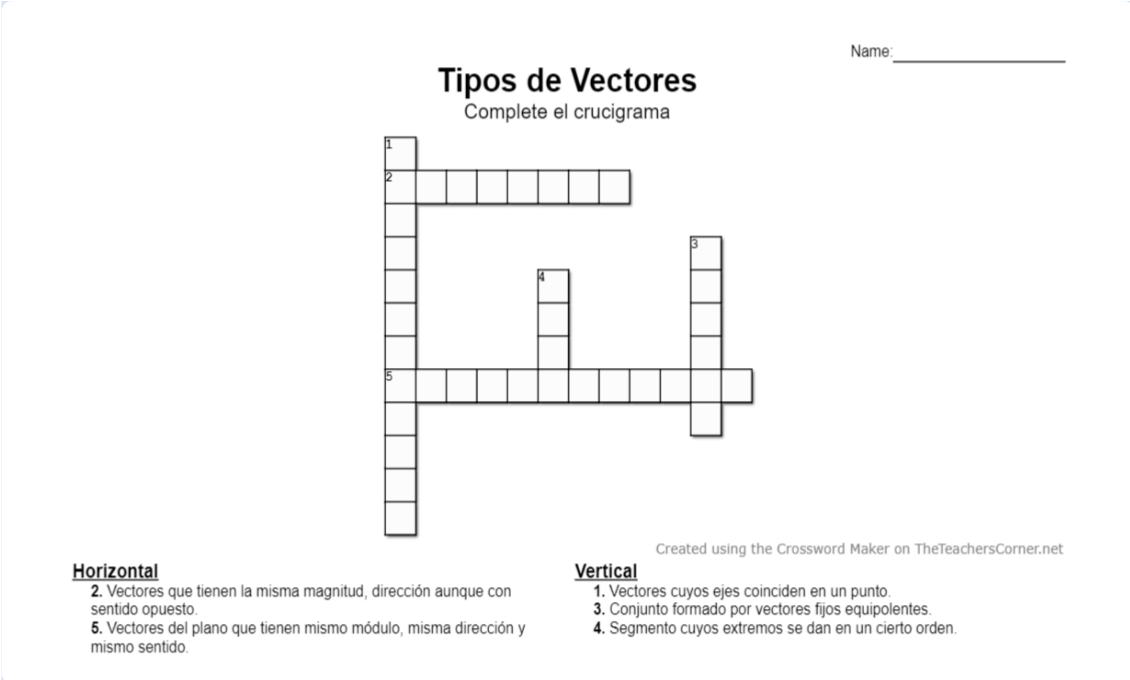
Los vectores AN y GH tienen ……… módulo, ………. dirección ………… sentido por lo tanto son vectores ……………..

Vector	Módulo	Dirección	Sentido
AH			
NH			

Conclusión:

Los vectores MB y LC tienen ……… módulo, ………. dirección ………… sentido por lo tanto son vectores ……………..

Resuelve el siguiente crucigrama.



Fuente y elaboración propia.

Conclusiones

1. ¿Cuáles son los tipos de vectores vistos?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

2. ¿Qué características definen a cada uno?

………………………………………………………………………………………

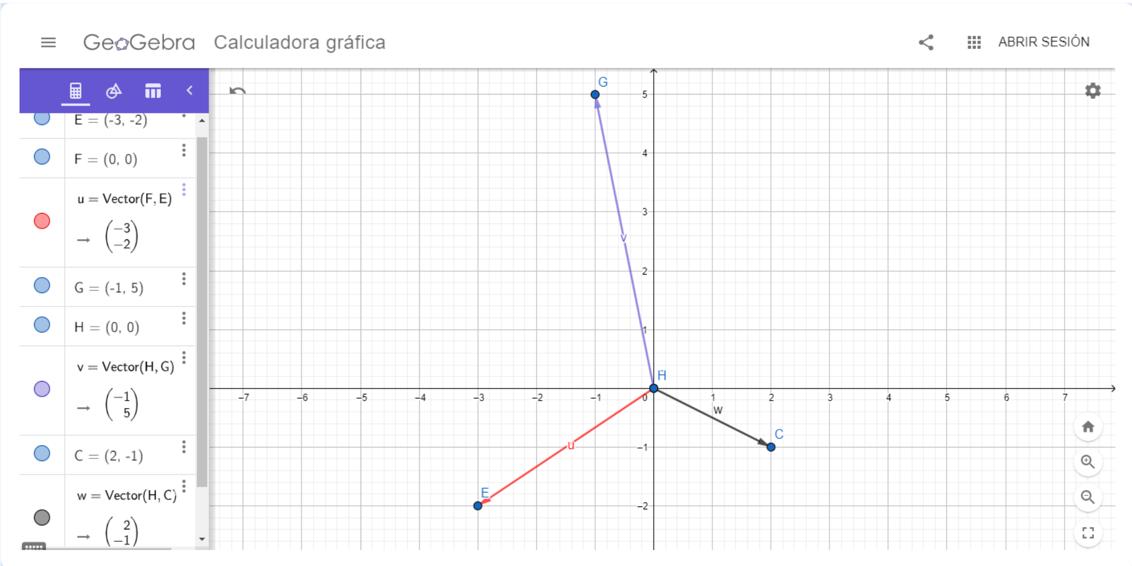
………………………………………………………………………………………

3. Compare sus respuestas y sus características con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

Tipos de Vectores

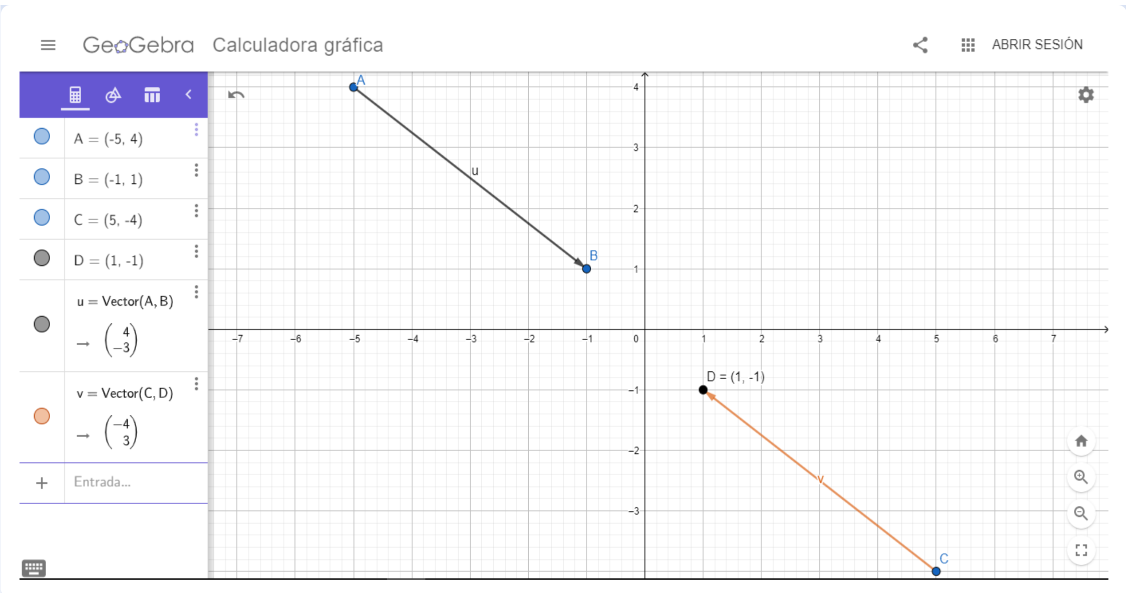
Existen distintas clasificaciones para los vectores, en función de sus característica o relación que tengan con otros vectores. Veamos algunas:

Vector fijo: es aquel que tiene un punto de aplicación fijo en el espacio y cuyos extremos se dan en un cierto orden.



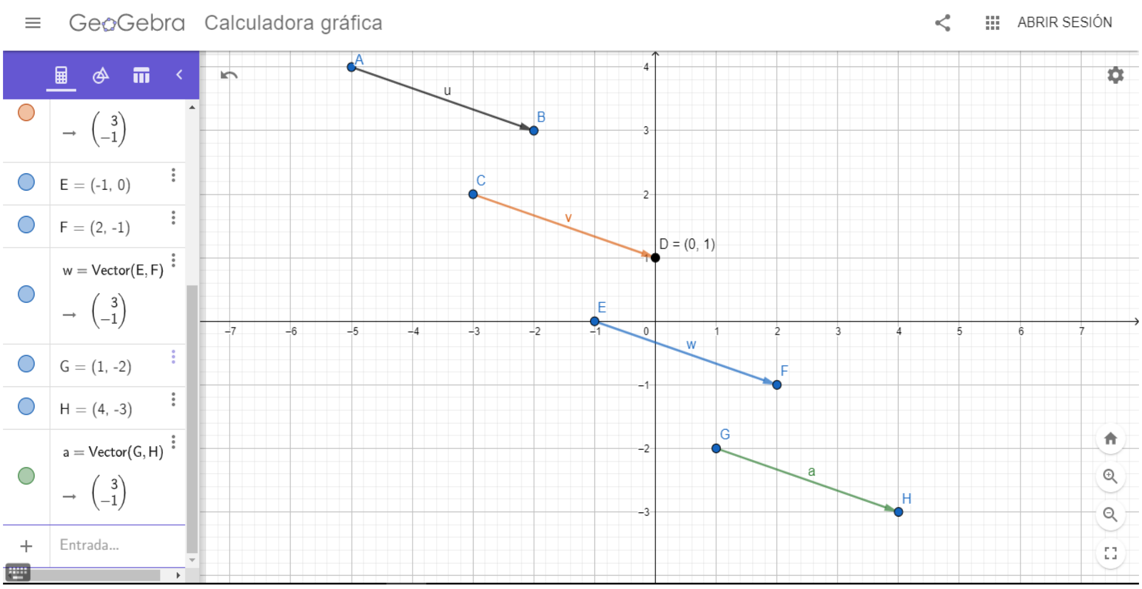
Fuente y elaboración propia

Vectores opuestos: son aquellos que tienen el mismo módulo y dirección, pero sentidos opuestos.



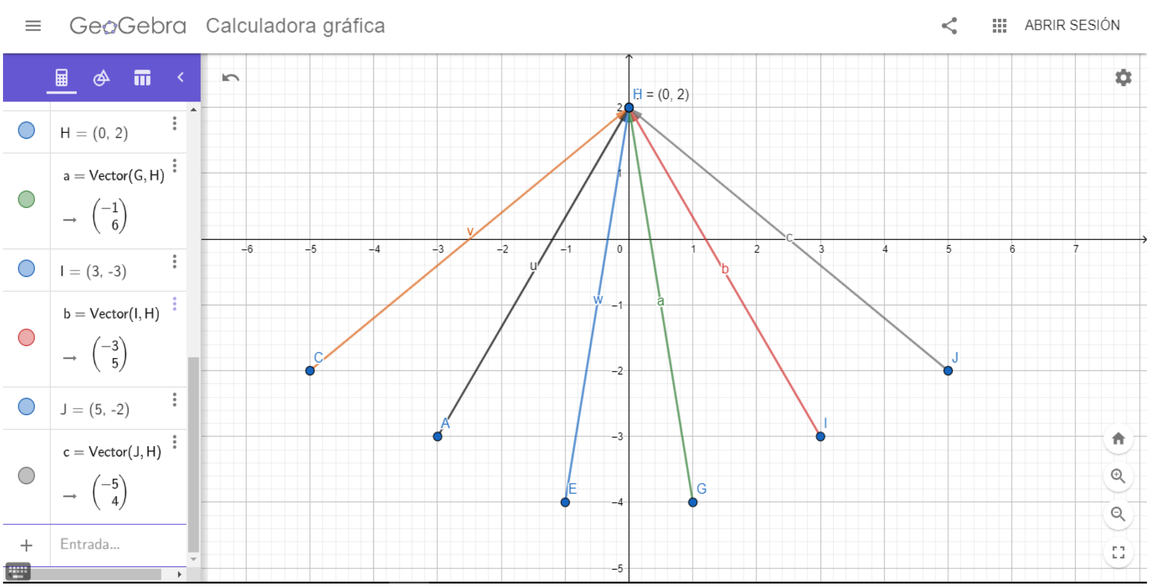
Fuente y elaboración propia

Vectores equipolentes: son aquellos que tienen el mismo módulo, dirección y sentido.



Fuente y elaboración propia

Vectores concurrentes: son aquellos que atraviesan o acontecen un mismo punto.



Fuente y elaboración propia

Secuencia Didáctica #3

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Suma de Vectores

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg – 2020

Destreza con criterio de desempeño:

Sumar vectores de forma geométrica y de forma analítica aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano. (ME, 2016)

Resolver y plantear problemas de aplicaciones geométricas y físicas (posición, velocidad, fuerza entre otros) de los vectores en el plano e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contenido del problema. (ME, 2016)

Introducción al tema

Teniendo los vectores módulo, dirección y sentido, la suma de vectores no sigue las reglas de una suma tradicional, como en el caso de los escalares, por lo que a continuación, descubriremos dos sencillas formas de hacerlo.

Actividades de apertura

Observe detenidamente la imagen expuesta y responda las siguientes preguntas:

Revista Calle Mayor. (2015). Jorge Ibáñez, subcampeón de España de Mushing en trineo con 4 perros nórdicos. [Figura]. Recuperado de: https://www.revistacallemayor.es/jorge-ibanez-subcampeon-de-espana-de-mushing-en-trineo-con-4-perros-nordicos/

Según las características de las correas de los perros. ¿Qué tipo de vectores crees que sean?

……………………………………………………………………………………………….

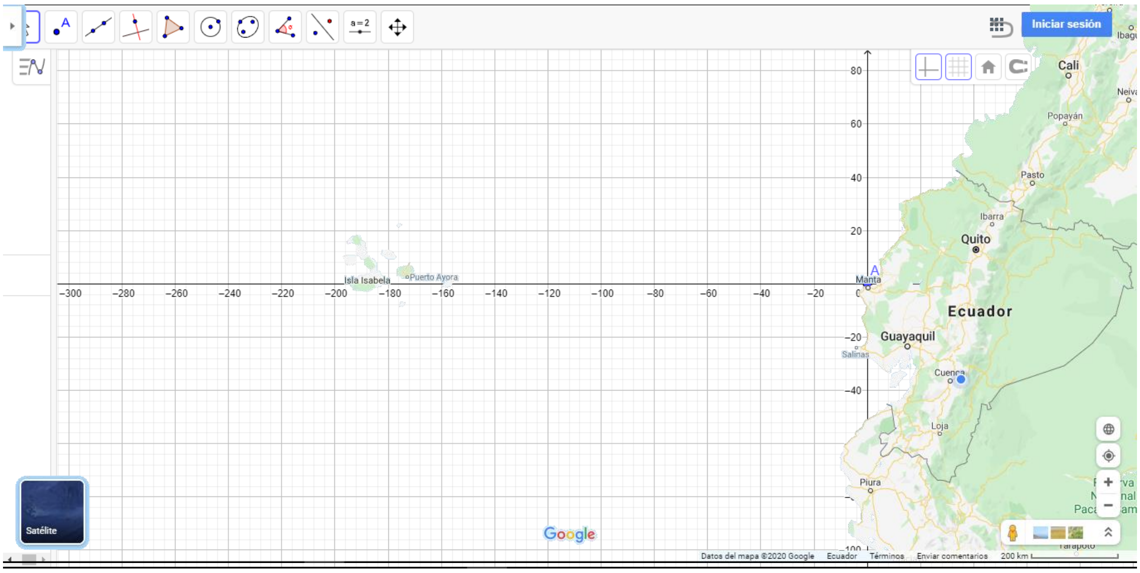
¿Qué operación crees que te ayudaría a encontrar la fuerza total con la que se mueve el trineo?

……………………………………………………………………………………………….

Actividades de desarrollo

Con ayuda de GeoGebra, graficaremos algunos casos que vivimos en nuestro día:

Varias son las medidas que se toman para proteger la vida animal sobre todo de aquellos que están en peligro de extinción como es el caso de las ballenas. Una de estas medidas es la colocación de un dispositivo de rastreo el cual informa la ubicación del animal.



Referencia: Google Maps

Sobre el mapa colocarás y hallarás la ubicación de la ballena con la siguiente información.

La colocación del dispositivo de rastreo a la ballena se la hizo en Manta. ¿Qué punto crees que sería con respecto al desplazamiento? ……………………………………………

Durante 3 días la ballena registra 120 km recorridos con dirección noroeste 120°.

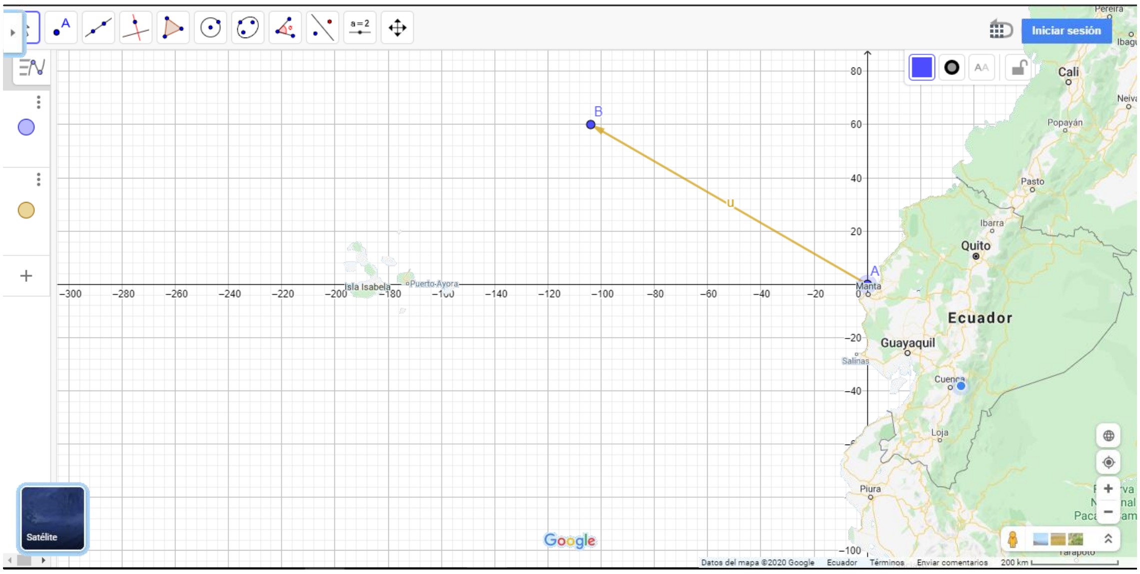
¿Qué ecuación crees necesitar para hallar su recorrido tanto horizontal como vertical?

- Algebraica
- Trigonométrica
- Cuadrática

¿Cuál crees que sería la ubicación aproximada de la ballena en el mapa?

……………………………………………………………………………………………………

Siendo su ubicación en coordenadas: ………………………



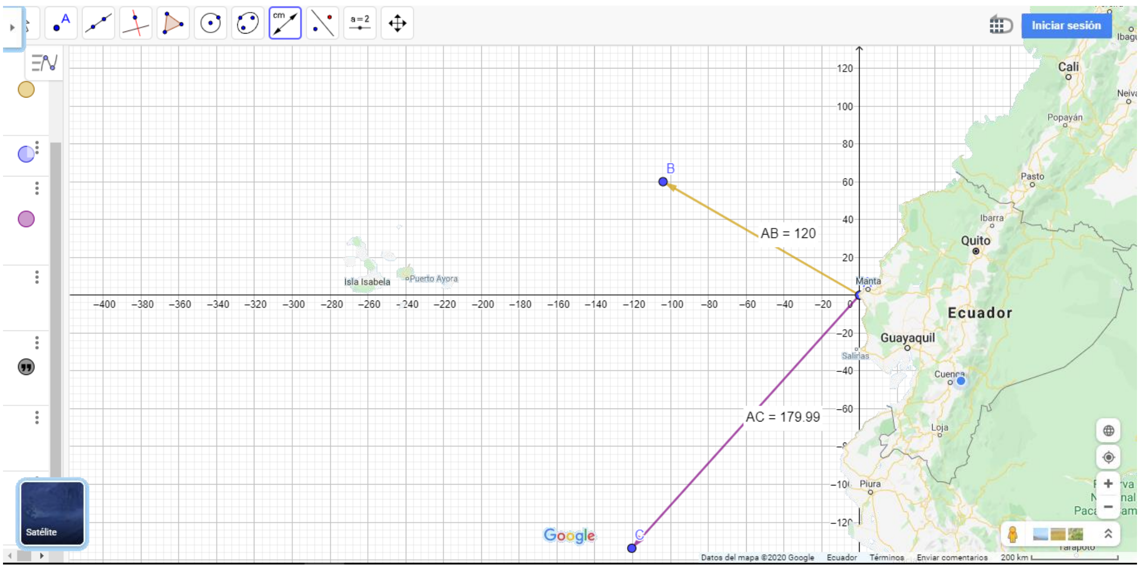
Referencia: Google Maps

En los siguientes 5 días la ballena registra un recorrido de 180 km con dirección 222° suroeste. Dibuja en el mapa el recorrido aproximado de la ballena desde su ubicación.

¿Qué ecuación crees que te ayudaría a hallar su desplazamiento horizontal y vertical?

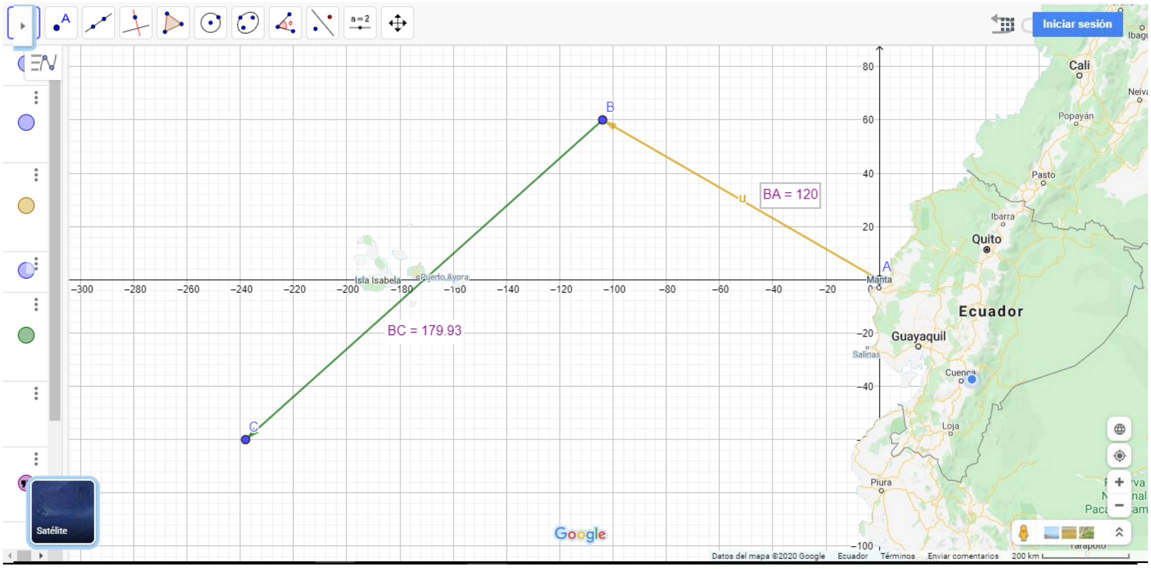
…………………………………………………………………………………………

¿Qué coordenada te resultaría? …………………………………………………….......



Referencia: Google Maps

¿Qué operación crees que te falta hacer para sacar la coordenada final que dibujaste como recorrido de la ballena? ……………………………………………………………



Referencia: Google Maps

Realiza la operación ayudándote de la siguiente tabla.

	Desplazamiento en x	Desplazamiento en y
Coordenada recorrida en los 3 primeros días.		
	+	+
Coordenada recorrida en los 5 días posteriores.		
	=	=
Coordenada final cumplidos 8 días		

¿Cuál crees que sería el vector desplazamiento de la ballena? Dibújalo sobre el mapa.

¿Qué operación usarías para hallar los km recorridos?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuántos km crees que recorrió la ballena desde la colocación del dispositivo de rastreó?

..…………………………………………………………………………………

¿Qué ecuación crees que te ayudaría a hallar la distancia en la que se encuentra la ballena desde Manta? ………….……………………………………………………….

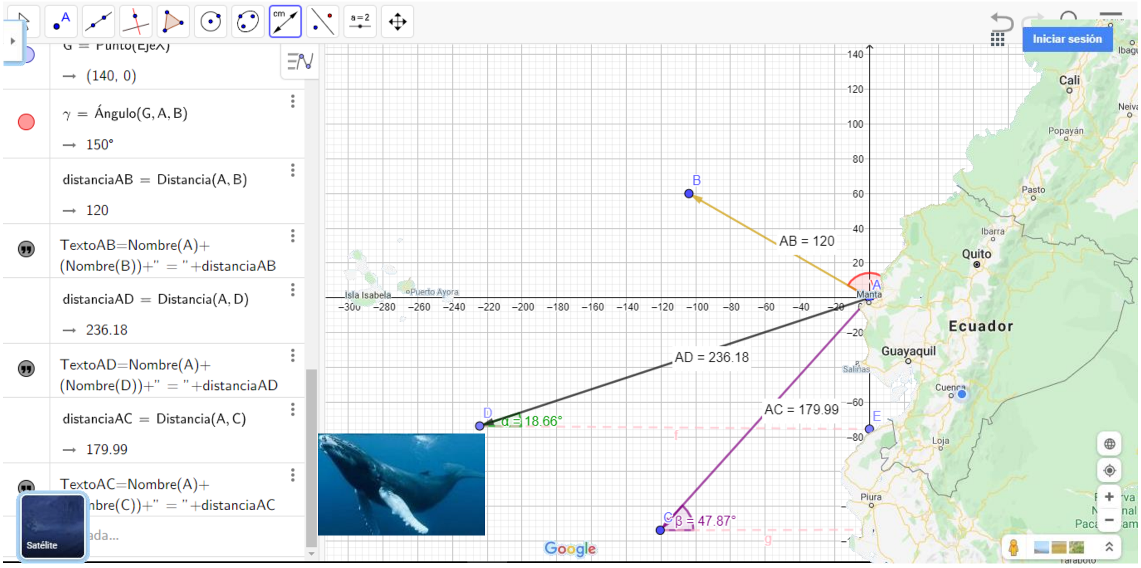
¿Cuál crees que sería su dirección o ángulo con respeto a su punto de partida?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería su sentido? ………………………

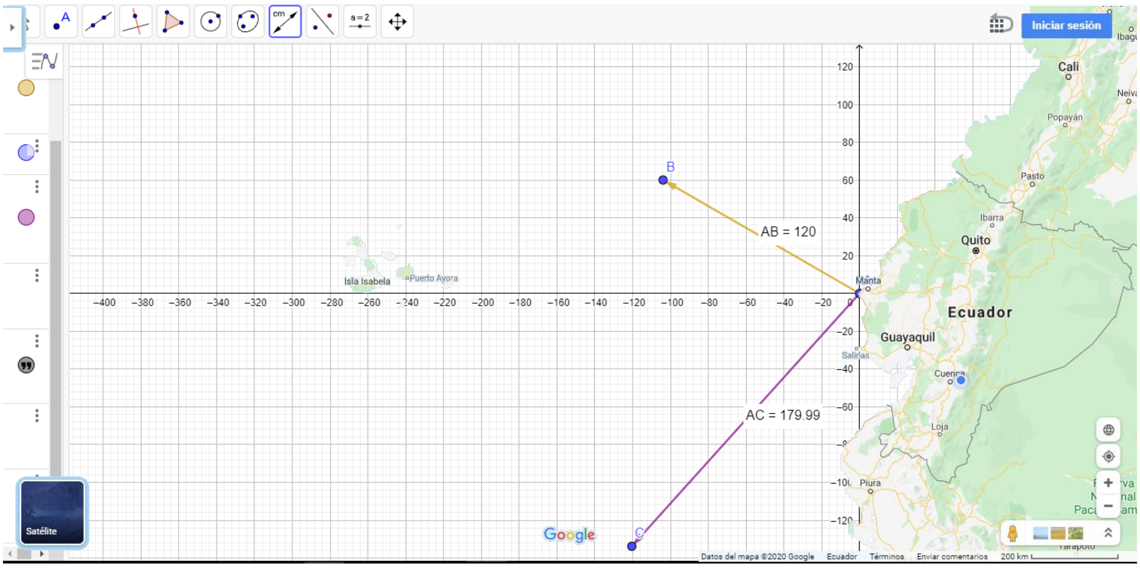
Conclusiones:

La Ballena se encuentra a ……. de distancia, con dirección …… con sentido …………..



El Comercio. (2019). El tamaño de las ballenas está limitado por su alimentación, según estudio. [Figura]. Recuperado de: https://www.elcomercio.com/tendencias/tamano-ballenas-factores-alimentacion-estudio.html.

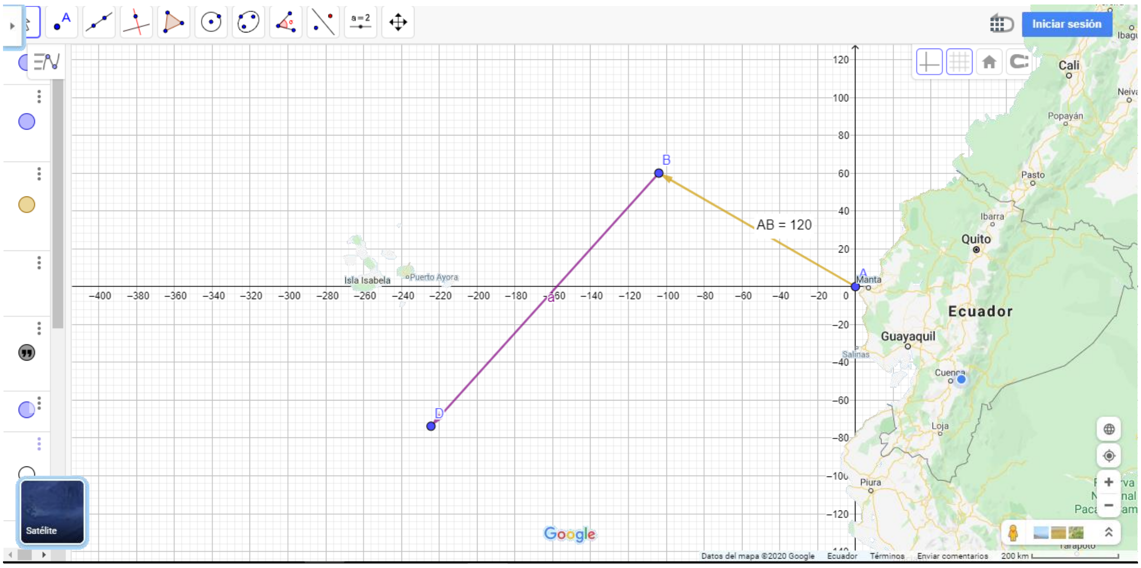
Otro método de resolución que nos facilita Geogebra es el método gráfico.



Referencia: Google Maps **(1)**

Tenemos 2 vectores que corresponden a los movimientos de la ballena:

$$AB = (60\sqrt{3}, 60) \qquad AC = (-120.44, -133.76)$$

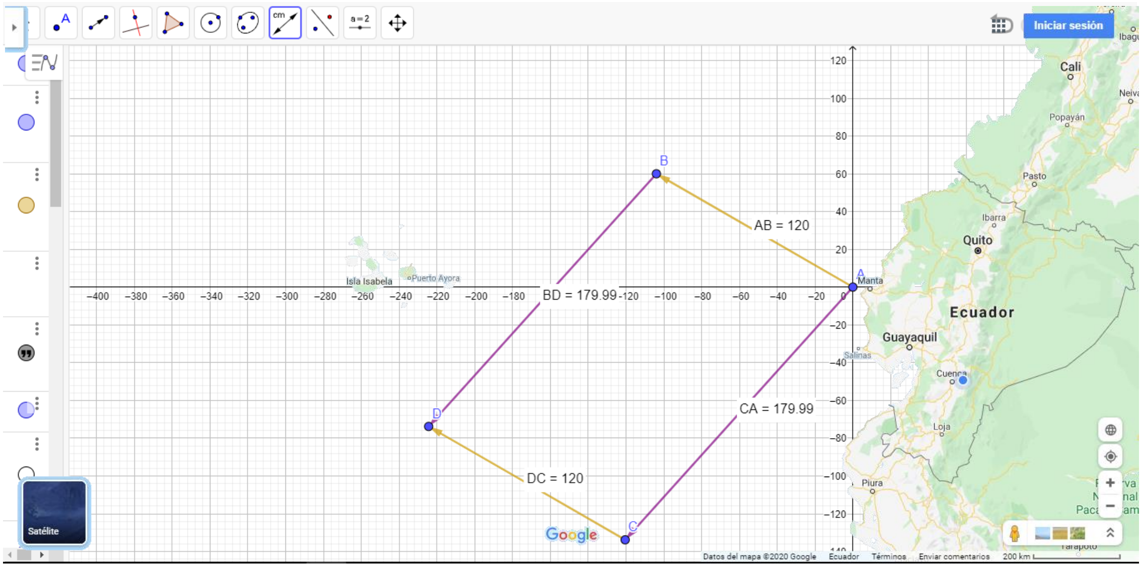


Referencia: Google Maps **(2)**

Y si trazamos el primer vector y desde su punto final, trazamos el segundo. ¿Qué coordenada crees que hallaríamos?

…………………………………………………………………………………………......

Y si sobreponemos la primera imagen sobre la tercera. ¿Llegaríamos coordenada hallaríamos? ………………………...

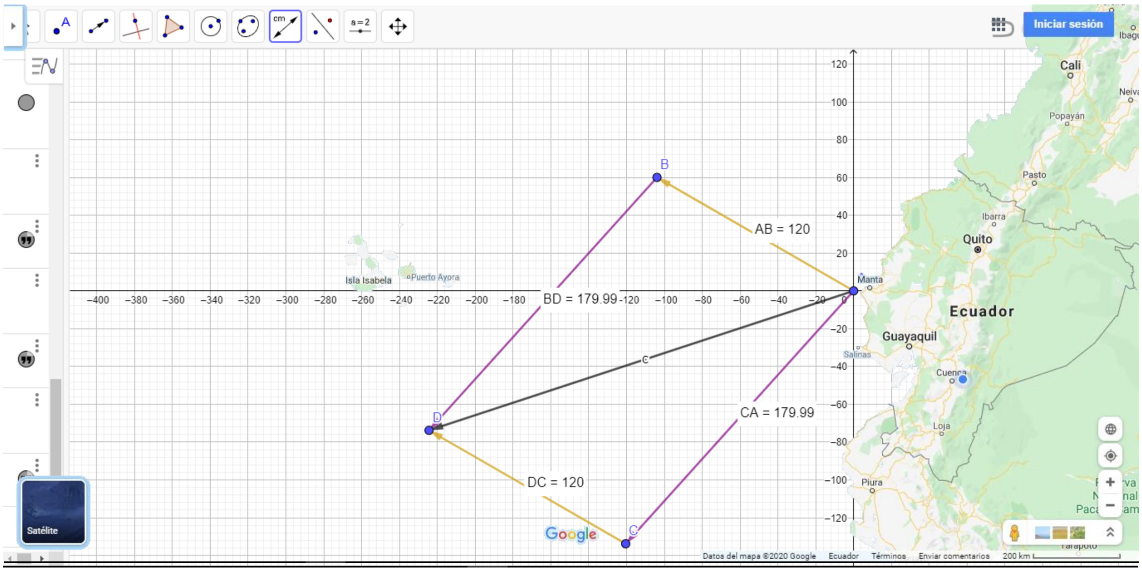


Referencia: Google Maps Referencia: Google Maps

¿Qué característica principal puedes observar que existe entre los vectores?

………………………………………………………………………………………………

¿Qué tipo de figura crees que forman estos vectores? ……………………………………



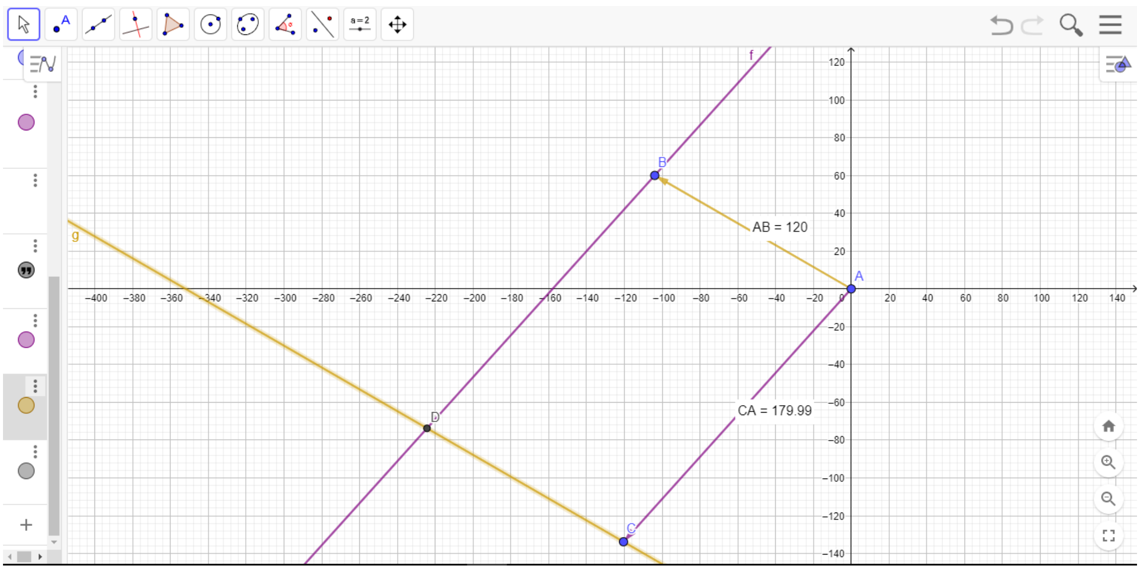
Referencia: Google Maps

¿Cuál crees que sería el vector resultante? ……………………………………………….

Conclusiones:

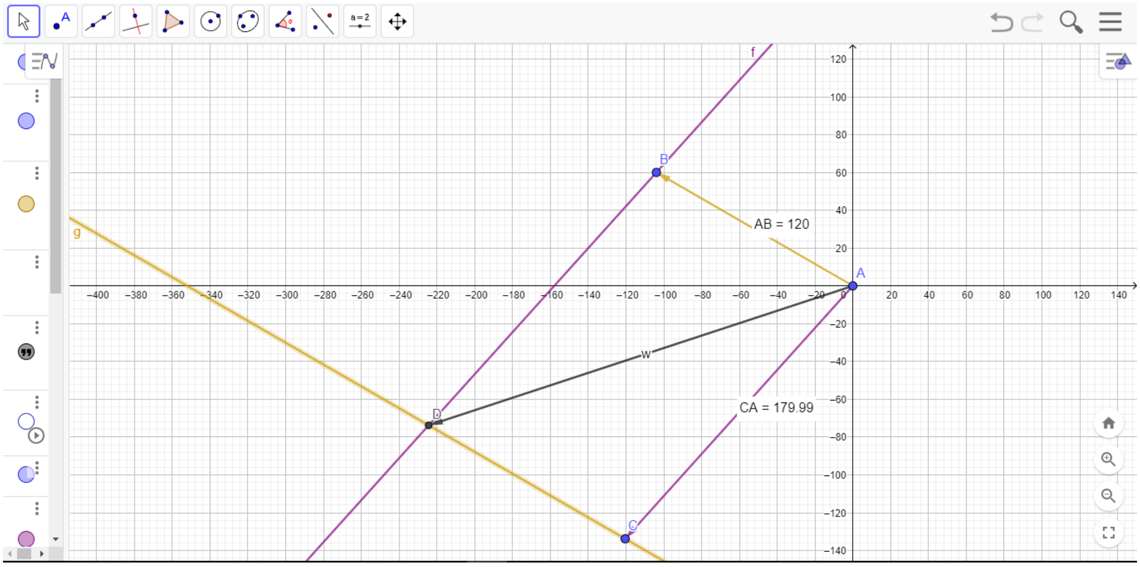
El método gráfico consiste en trazar vectores ………… a los dos vectores ……………. formando un …………….. donde la unión de tales vectores da como resultado la ………….. de otro vector llamado …………….

En Geogebra trazamos los vectores y creamos rectas paralelas a ellos.



Fuente y elaboración propia

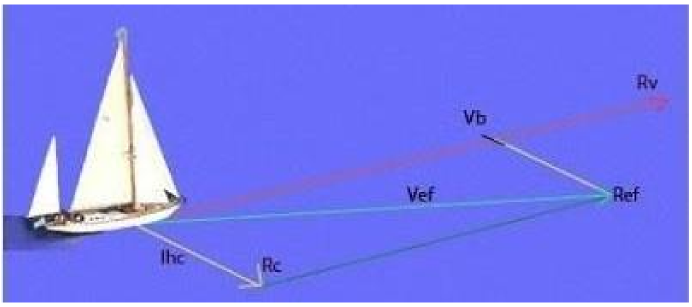
La intersección de esas rectas nos dará la coordenada del vector resultante.



Fuente y elaboración propia

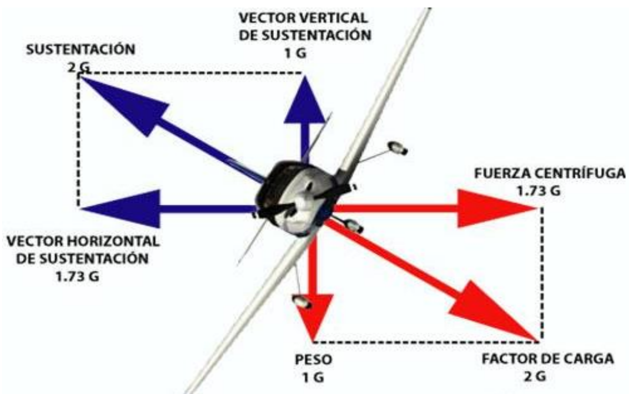
A continuación, algunos ejemplos donde se aplican la suma de vectores:

Para saber el rumbo de la embarcación donde influyen factores como el viento o la corriente.



Escola Port. Navegación Carta. [Figura]. Recuperado de: http://aulanautica.org/unidad/4-navegacion-carta/

Para que un avión pueda despegar, girar o aterrizar se toma en cuenta vectores como el peso, sustentación del avión en el aire, entre otros.



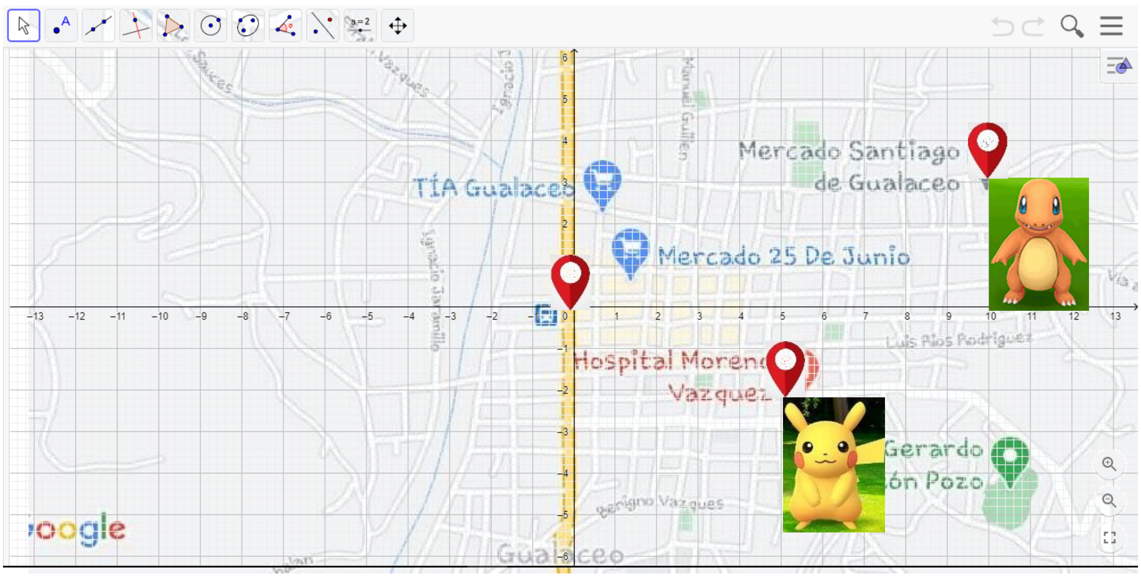
Academia de aviación. (2018). El factor de carga en el avión. [Figura]. Recuperado de: http://www.pasionporvolar.com/el-factor-de-carga-en-el-avion/

Construcción

Atraparemos a 2 Pokémon con ayuda del programa Pokémon Go y Geogebra.

Referencia: Pokémon Go

Para atraparlos necesitaremos desplazarnos en el mapa de la ciudad.



Referencia: Pokémon Go, Google Maps

¿Cuál crees que sería nuestro primer vector si elegiríamos al Pokémon más cercano?

……………………………………………………………………………………………....

¿Cuál crees que sería tu ubicación actual después de atrapar al primer Pokémon?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería el segundo vector desplazamiento y a cuál de los 2 pokémon crees que pertenecería? Dibújalo

……………………………………………………………………………………………

¿Qué operación crees que deberías realizar para saber tu desplazamiento total?

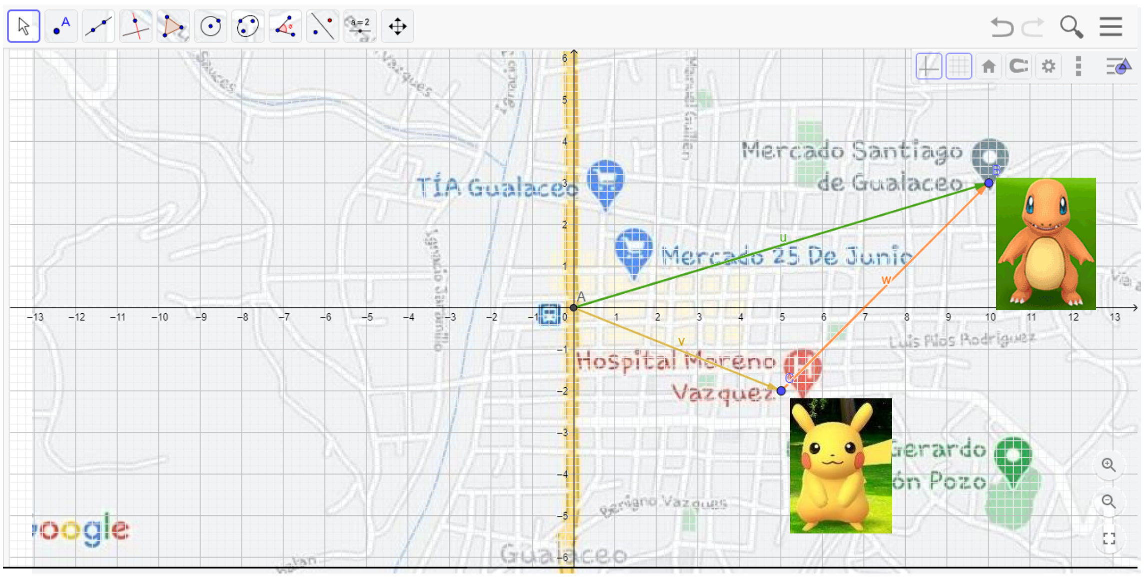
……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería tu desplazamiento total? Dibújalo.

……………………………………………………………………………………………

Ahora realicemos la operación con ayuda de la siguiente tabla:

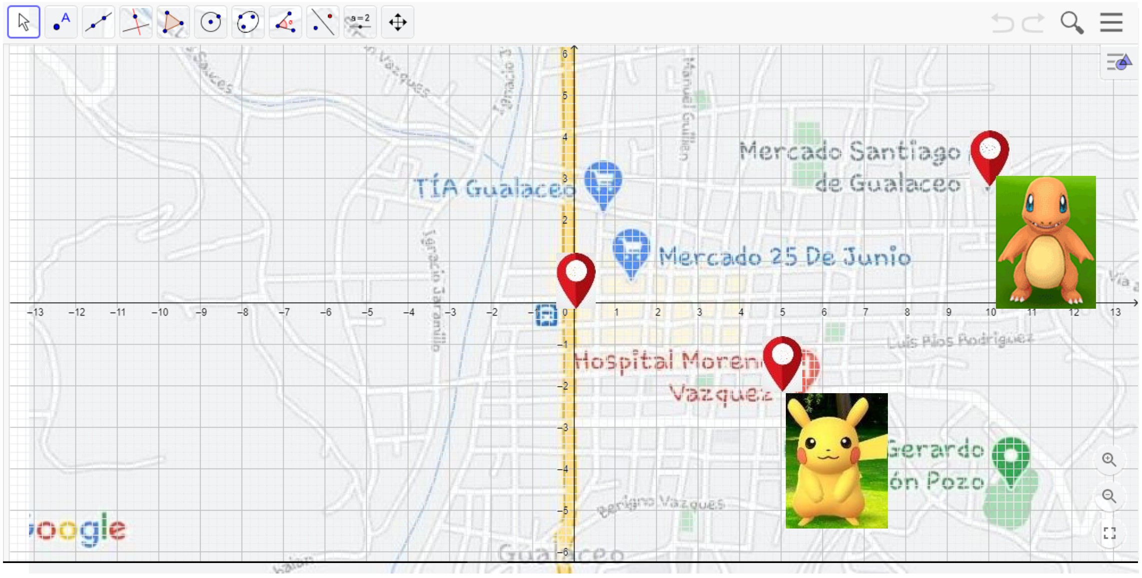
	Coordenada	Coordenada en y
Primer vector		
+	+	+
Segundo vector		
=	=	=
Vector resultante		



Referencia: Pokemón Go, Google Maps

Ahora lo resolveremos mediante el método gráfico

1. Ubica en el mapa los vectores que representan tus movimientos desde un mismo punto. En este caso el origen.



Referencia: Pokemón Go, Google Maps

2. ¿Qué tipo de vectores crearías para formar la figura que resulta de este método?

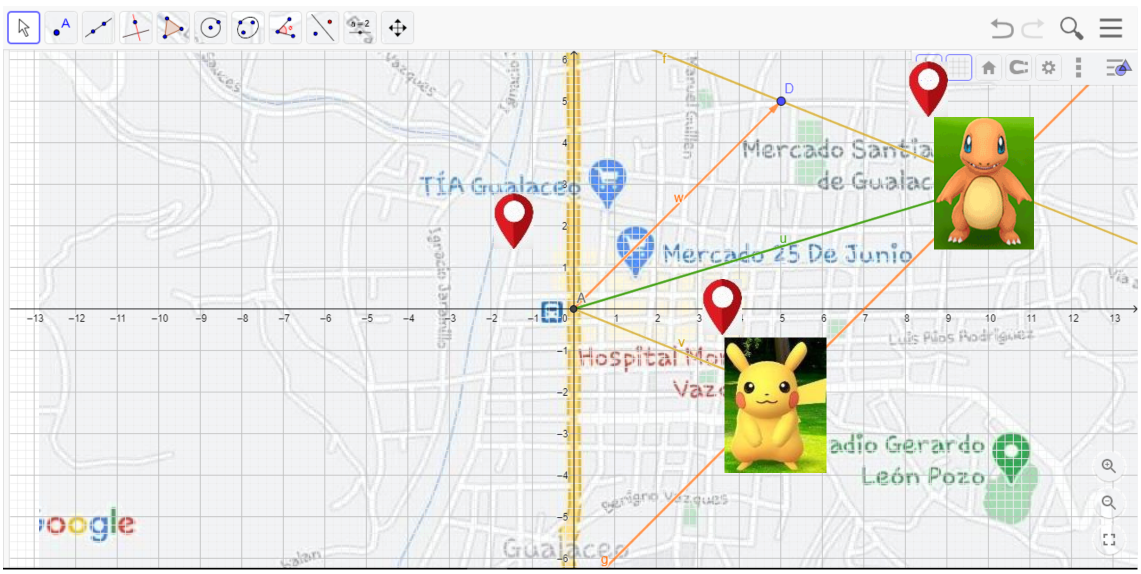
   ……………………………………………………………………………………

3. ¿Qué parte del paralelogramo crees que nos da como resultado las coordenadas del vector desplazamiento?

   ……………………………………………………………………………………

4. ¿Qué tan lejos crees que te encuentras de tu punto de partida?

   ……………………………………………………………………………………

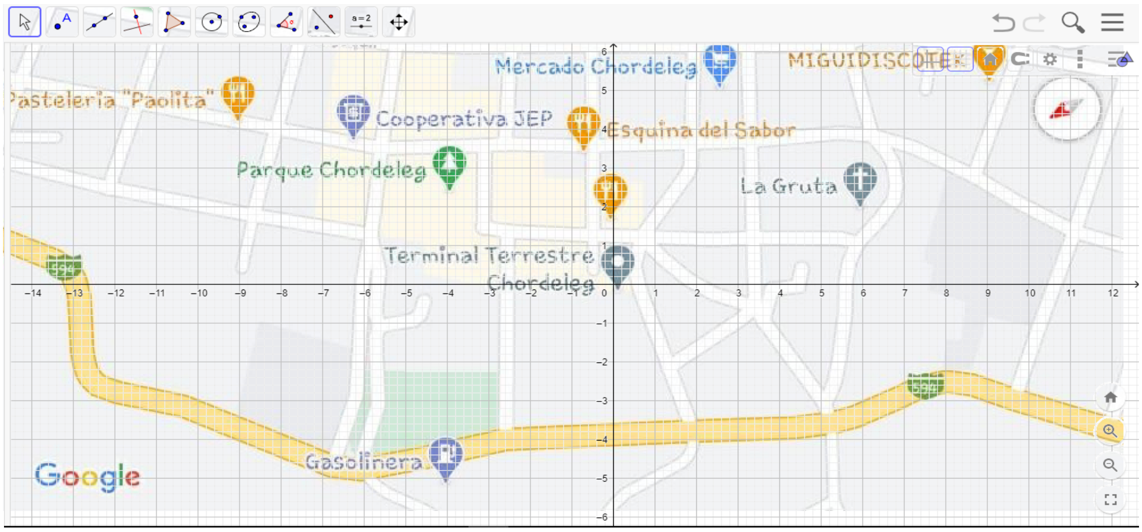


Referencia: Pokemón Go, Google Maps

Actividades de cierre

Realizar las actividades propuestas con ayuda del programa Geogebra.

Llegué a Chordeleg porque hoy el cumpleaños de mi hermana y antes de llegar su casa que es en “La Gruta” deseo comprarle una torta.



Referencia: Google Maps

Llene el siguiente cuadro como ayuda para responder las siguientes preguntas:

Vectores	Coordenada en x	Coordenada en y
Desplazamiento 1		
+	+	+
Desplazamiento 2		
=	=	=
Resultante		

	Coordenada	Módulo	Dirección	Sentido
Desplazamiento 1				
Desplazamiento 2				
Resultante				

¿Cuántos metros debería desplazarme desde el terminal terrestre hasta la pastelería?

…………………………………………………………………………………………………

¿Cuántos metros habría recorrido antes de llegar a casa de mi hermana?

…………………………………………………………………………………………………

¿A cuántos metros se encuentra la casa de mi hermana del terminal terrestre?

…………………………………………………………………………………………….

Un barco para llegar a su destino necesita hacer una escala en una isla que se encuentra a 17,2 m en dirección 54,46° para luego desplazarse hacia un puerto que se encuentra a 20,88 m en dirección 196,7.

Dibuja los triángulos que te ayudarían a encontrar las magnitudes que te faltan de los vectores.

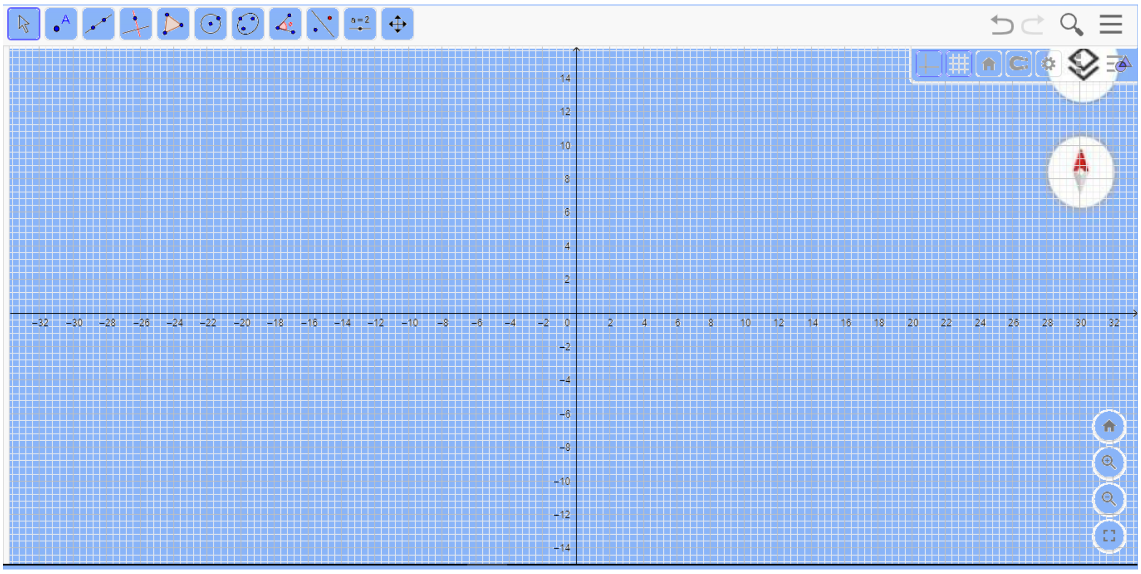
¿Con qué ecuación trigonométrica hallarías las coordenadas de los vectores?

…………………………………………………………………………………………….

¿Qué representan tales magnitudes para los vectores desplazamiento?

…………………………………………………………………………………………….

Ubica cada vector en el plano.



¿Qué operación realizarías para hallar el vector desplazamiento total?

…………………………………………………………………………………………….

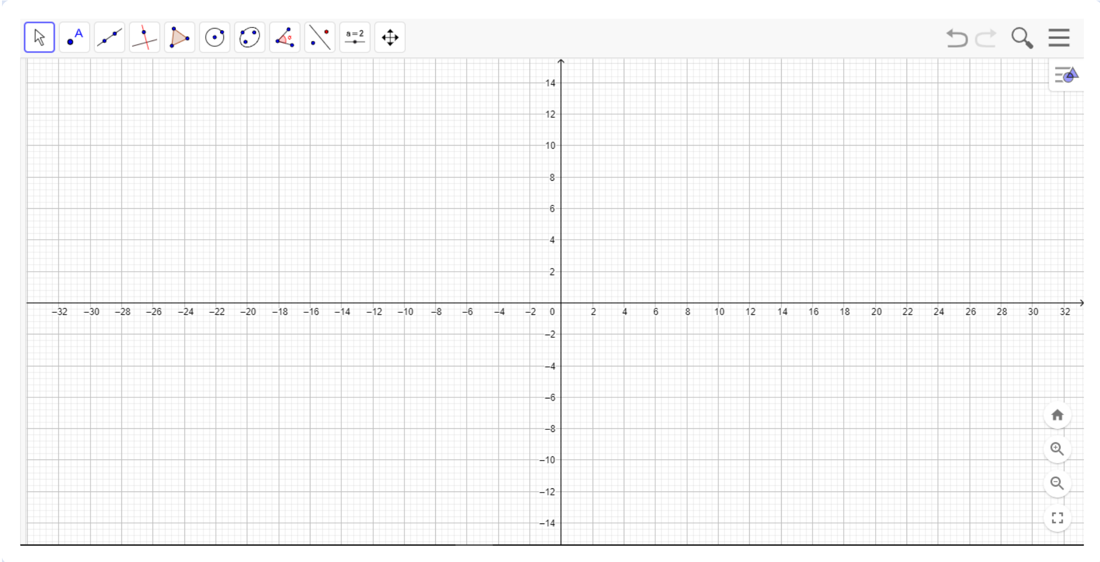
Con ayuda de Geogebra llenarás el cuadro para hallar las componentes de cada vector.

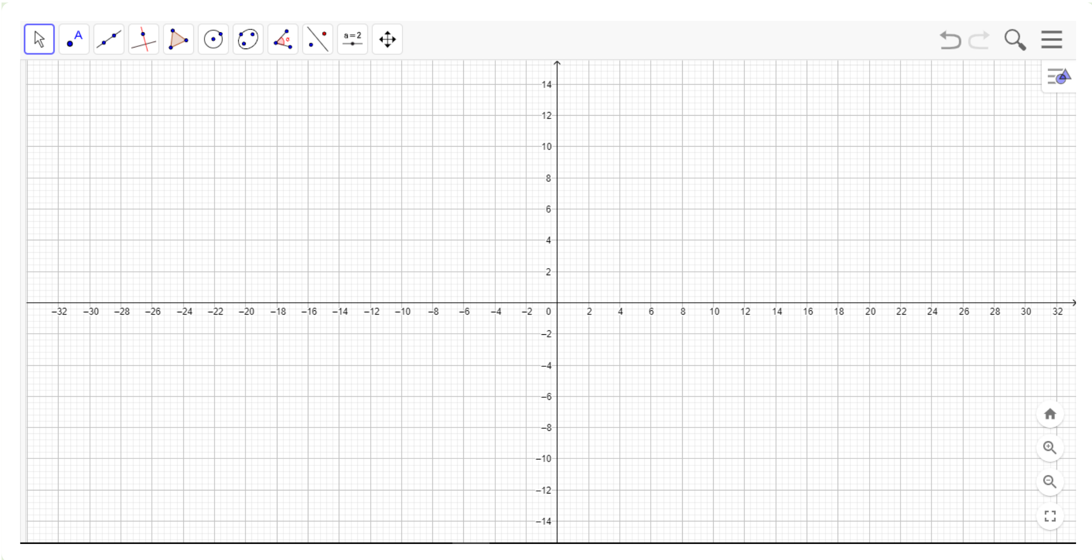
Vectores	Coordenada	Módulo	Dirección	Sentido
Desplazamiento 1				
Desplazamiento 2				
Resultante				
	Coordenada en x		Coordenada en y	
Desplazamiento 1				
+	+		+	
Desplazamiento 2				
=	=		=	
Resultante				

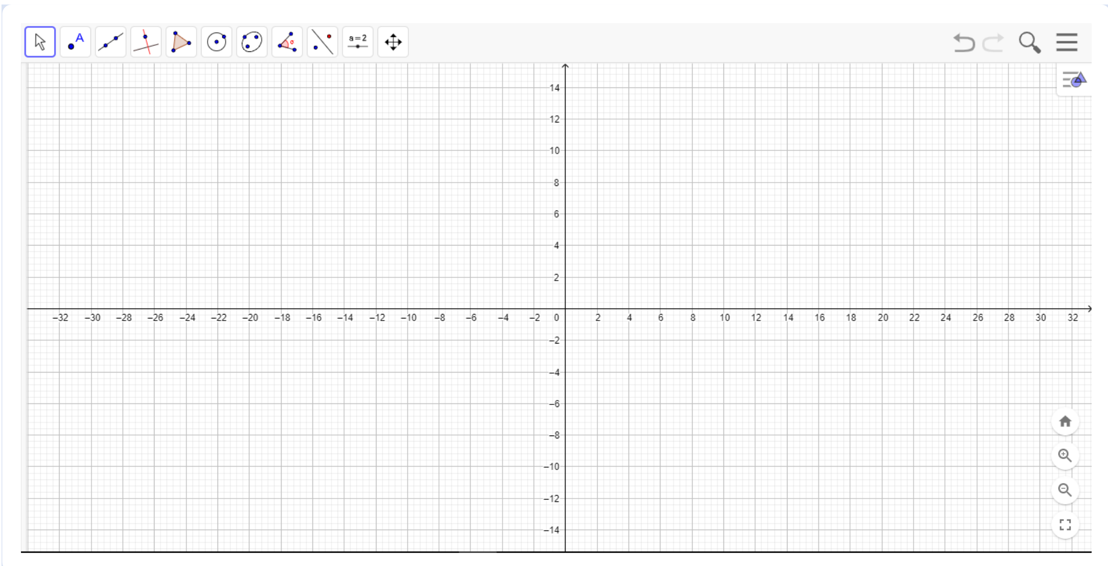
Resolver la suma de los vectores: H (-2,5); S (2,6); G (0,-4) en los cuadros marcados, luego graficarlos en Geogebra.

2S	+	H	+	3G	=	
+		+		+		+
G	+	3S	+	2H	=	
=		=		=		=
	+					

Vectores	Coordenada en x		Coordenada en y	
+	+		+	
+	+		+	
=	=		=	
Resultante				
	Coordenada	Módulo	Dirección	Sentido
Resultante				


a=2
14 12 10 8 6 4 2 0 −2 −4 −6 −8 −10 −12 −14
−32 −30 −28 −26 −24 −22 −20 −18 −16 −14 −12 −10 −8 −6 −4 −2 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32


a=2
14 12 10 8 6 4 2 0 −2 −4 −6 −8 −10 −12 −14
−32 −30 −28 −26 −24 −22 −20 −18 −16 −14 −12 −10 −8 −6 −4 −2 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32


a=2
14 12 10 8 6 4 2 0 −2 −4 −6 −8 −10 −12 −14
−32 −30 −28 −26 −24 −22 −20 −18 −16 −14 −12 −10 −8 −6 −4 −2 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32

Resolver la siguiente sopa de letras.

Suma de Vectores

Encuentra las siguientes palabras acerca del tema tratado.

Y	T	S	C	E	T	N	Q	B	V	H	P	A	M
X	C	D	J	H	R	Y	R	C	Q	X	A	L	É
Y	O	I	S	F	I	G	E	O	H	M	R	G	T
K	M	R	E	V	Á	E	S	O	I	O	A	E	O
E	P	E	N	V	N	O	U	R	P	R	L	B	D
X	O	C	T	E	G	G	L	D	O	I	E	R	O
T	N	C	I	C	U	E	T	E	T	G	L	A	S
R	E	I	D	T	L	B	A	N	E	E	O	I	K
E	N	Ó	O	O	O	R	N	A	N	N	G	C	B
M	T	N	O	R	Q	A	T	D	U	E	R	O	Z
O	E	Z	O	E	T	P	E	A	S	O	A	W	G
N	S	O	C	S	D	Q	Y	S	A	U	M	B	S
M	A	G	N	I	T	U	D	L	N	T	O	V	A
F	A	A	N	A	L	Í	T	I	C	O	K	A	N

www.educima.com

algebraico	analítico
componentes	coordenadas
dirección	extremo
geogebra	hipotenusa
magnitud	métodos
origen	paralelogramo
resultante	sentido
triángulo	vectores

Fuente y elaboración propia.

Conclusiones

1. Al sumar dos vectores se obtiene ……………. llamado ………………
2. ¿En qué consiste el método algebraico en suma de vectores?

………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………..

3. ¿En qué consiste el método gráfico en suma de vectores?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

4. ¿Cuál es el orden de la suma de vectores y como se representa simbólicamente?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Secuencia Didáctica #4

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Resta de Vectores

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg – 2020

Destreza con criterio de desempeño:

Restar vectores de forma geométrica y de forma analítica aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano. (ME, 2016)

Resolver y plantear problemas de aplicaciones geométricas y físicas (posición, velocidad, fuerza entre otros) de los vectores en el plano e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contenido del problema. (ME, 2016)

Introducción al tema

Al concluir el tema suma de vectores se procede de la misma manera su resta, siempre teniendo en cuenta las características fundamentales de cada vector y su orden existiendo dos sencillas formas de hacerlo mediante el método matemático y el gráfico.

Actividades de apertura

Por adquirir una receta médica en una la farmacia, me cobraron $13.85 y yo fui con $20.

¿Qué operación crees que tendría que hacer para saber cuánto es mi cambio?

…………………………………………………………………………………………

¿Cuánto crees que recibiría de cambio por mi compra?

…………………………………………………………………………………………

¿Crees que el orden de la operación que realizaste importe? ¿Porqué?

…………………………………………………………………………………………

Complete el siguiente texto:

La …….. de números escalares consiste en ………. el signo de la …………. cantidad y quitar tal cantidad de la ………...

¿Sabías que de la misma manera se operan vectores?

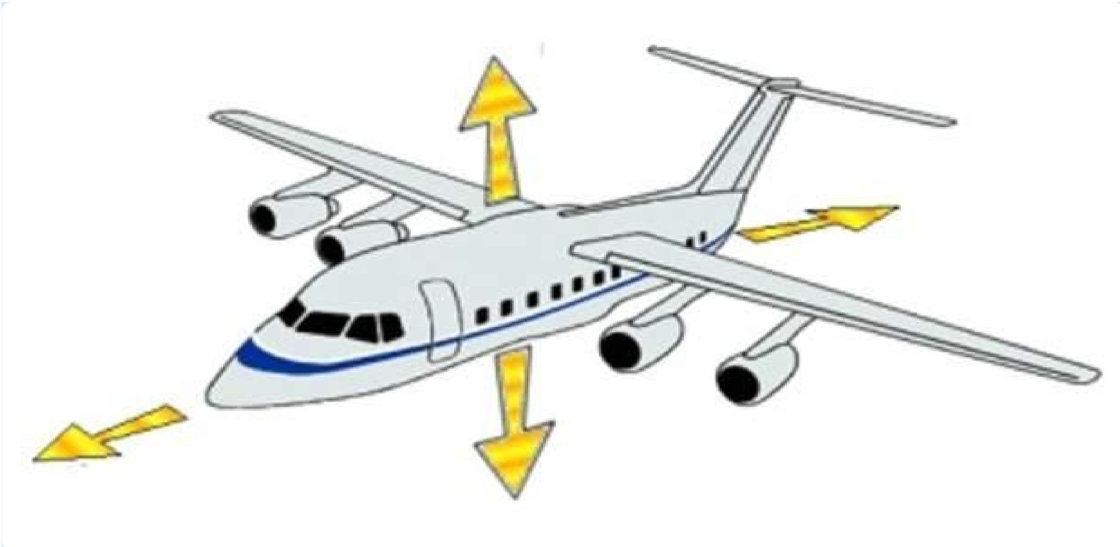
Veamos un ejemplo:

Datos como la trayectoria, posición y velocidad de un avión son muy importantes durante el vuelo y estos son controlados por la aerolínea.

Investigue cuales son y en qué consisten las fuerzas que el piloto debe controlar para mantener un vuelo seguro y eficiente.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Coloque las fuerzas que intervienen en el vuelo e identifique que tipo de vectores son.



Curriculum Nacional. Diagrama de fuerzas en un avión en vuelo. [Figura]. Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/614/w3-article-23104.html

Señale lo correcto:

- La fuerza de empuje es un vector.
- La resistencia tiene la misma dirección que la fuerza de sustentación.
- La sustentación debe ser mayor al peso del avión.
- El peso es opuesto a la resistencia

Complete:

El ……….. ha de superar la …………. que opone el avión a avanzar, y la …………… superar el ……… del avión para mantenerse en el aire.

¿Qué operación crees que deberíamos realizar para saber si esto se cumple?

…………………………………………………………………………………………….

Actividades de desarrollo

Como habíamos mencionado uno de los datos importantes que reporta un aeroplano en un tiempo determinado es su ubicación.

Revisaremos los datos de un vuelo de Santiago de Chile hacia Lima-Perú y con ayuda del software GeoGebra, graficaremos el ejemplo.

Flight Aware. (2020). Rastreo de vuelos en vivo. [Figura]. Recuperado de: https://es.flightaware.com/live/flight/LAN1958

Ya que los datos del rastreo casi son por minuto, graficaremos las reseñas del avión en Geogebra cada media hora tanto en latitud como en longitud.

Horario (EDT)	Latitud	Longitud	Curso	nudos	km/h	metros	Tasa	Centro de informes:
lun 07:25:10 PM	-33.4990	-70.8713	←139°	277	513	1.852	745 ↑	FlightAware ADS-B (SCL / SCEL)
lun 07:55:01 PM	-30.3791	-72.2887	↑133°	450	834	11.582		FlightAware ADS-B (LSC / SCSE)
lun 08:25:42 PM	-26.6944	-73.7012	↑100°	465	861	11.582	5 ↑	FlightAware ADS-B (ANF / SCFA)
lun 08:55:17 PM	-22.9996	-74.8892	→ 87°	470	871	11.582	-6 ↓	FlightAware ADS-B (ANF / SCFA)
lun 09:55:12 PM	-15.6070	-77.0587	→ 87°	460	851	12.192	-6 ↓	FlightAware ADS-B (PIO / SPSO)
lun 10:25:13 PM	-11.9863	-78.0535	↑ 84°	446	270	160	-8 ↓	FlightAware ADS-B (PIO / SPSO)

Flight Aware. (2020). Rastreo de vuelos en vivo. [Figura]. Recuperado de: https://es.flightaware.com/live/flight/LAN1958

Para trazar la trayectoria de vuelo esta plataforma usa como latitud la línea ecuatorial y como longitud la línea de Greenwich.

En Geogebra como latitud el eje x y como longitud el eje y. Debido a que estos países se encuentran en el hemisferio sur y dirección oeste, se manejan datos negativos.

Los puntos de salida y llegada estarán dibujados, los demás los puedes graficar en la siguiente imagen.

Recomendación: Redondea números.

Referencia: Flight Aware

Grafica cada punto y después de unirlos contesta las siguientes preguntas:

¿Qué crees que represente la gráfica que acabas de dibujar?

a) Desplazamiento
b) Trayectoria

Según la gráfica ¿Cuál sería tu punto de partida y cuál tu punto de llegada?

………………………………………………………………………………………………

¿Qué operación tendrías que hacer para sacar la distancia recorrida por el avión?

………………………………………………………………………………………………

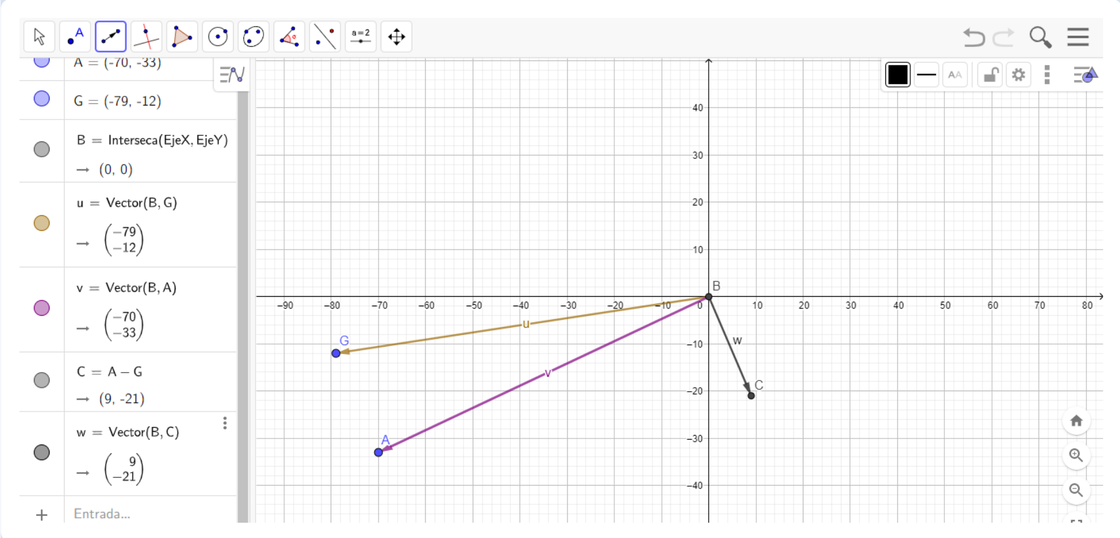
¿Cuál sería el primer vector y cuál sería el segundo en la operación? Dibújalos

………………………………………………………………………………………………

Para hallar el vector desplazamiento del avión en latitud y longitud nos ayudaremos de la siguiente tabla.

Vector	Latitud (x)	Longitud (y)
Final		
-	-	-
Inicial		
=	=	=
Resultante		

Al dibujar los 3 vectores obtenemos la siguiente gráfica:



Fuente y elaboración propia

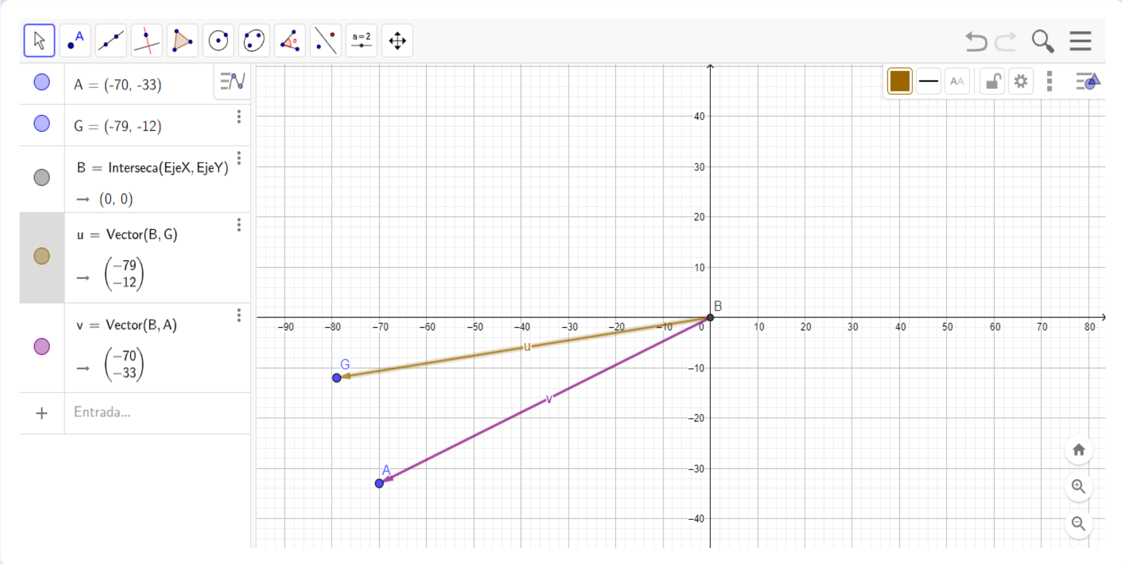
Dibuje el vector desplazamiento que realizó el avión y compárelo con las características del vector resultante.

Vectores	Módulo	Dirección	Sentido
Desplazamiento			
Resultante			
Comparación			

Conclusiones:

El vector resultante es el vector ………… al vector desplazamiento al tener el mismo ……….. y ………. pero ……….. opuesta. Éste es siempre dibujado desde ……………

Otra manera de hallar el vector resultante es el método gráfico:



Fuente y elaboración propia.

Tenemos 2 vectores: $\vec{v} = (\ldots , \ldots)$ y $\vec{u} = (\ldots, \ldots)$

¿Qué crees que representen estos vectores en el vuelo?

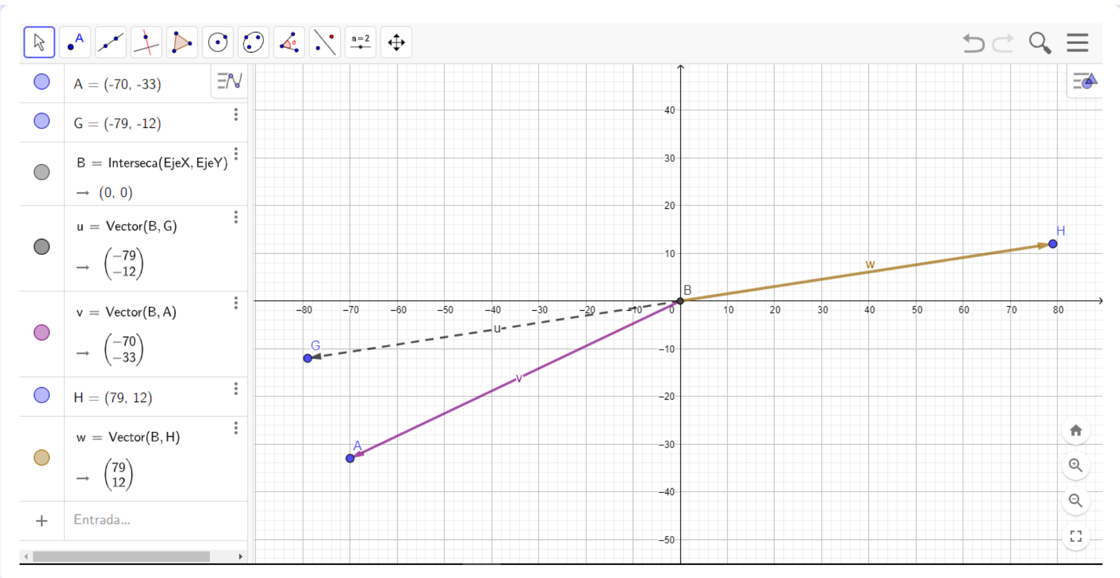
....

¿Cuál crees que sería el vector minuendo y cuál el sustraendo?

....

Por lo tanto. ¿Cuál sería el vector al que tendríamos que cambiar de signo?

....



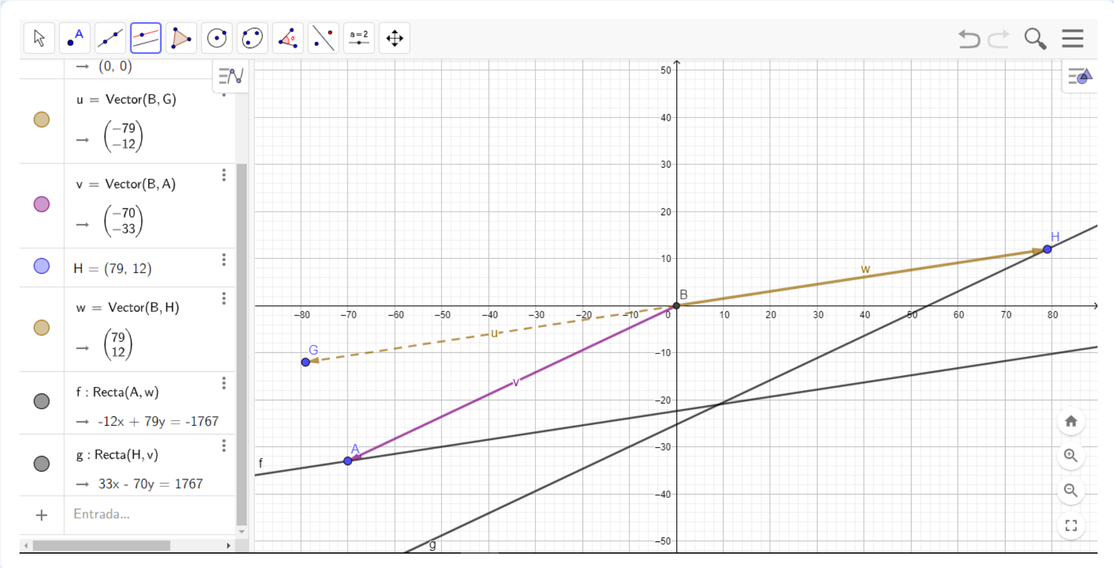
Fuente y elaboración propia.

Según el método gráfico ¿qué figura deberías formar?

…………………………………………………………………………………………………

¿Con qué tipo de rectas crees que se pueda formar tal figura?

…………………………………………………………………………………………………

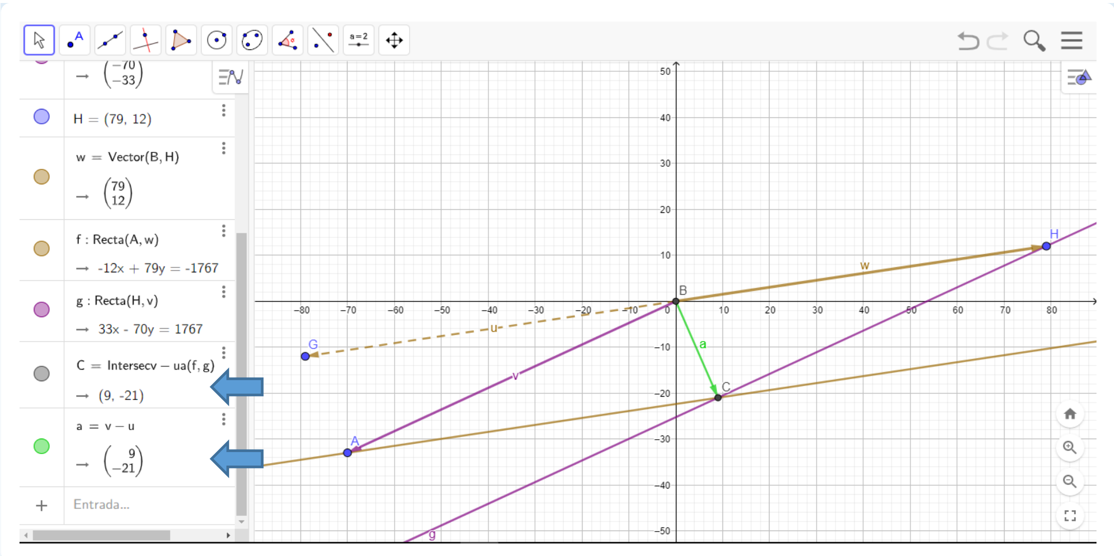


Fuente y elaboración propia.

¿Qué parte de estas rectas crees que te dé la coordenada del vector resultante?

…………………………………………………………………………………………………

En Geogebra al dibujar 2 vectores, su resta la encuentras simplemente colocando en entrada $vector = (vi - vf)$, enter y te dibuja el vector resultante.



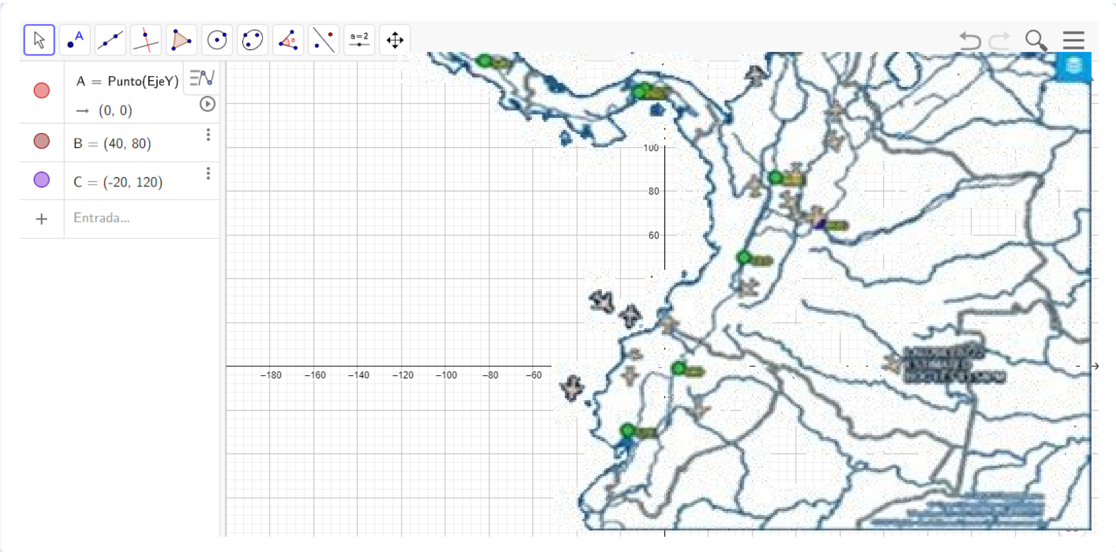
Fuente y elaboración propia.

Conclusión

El método gráfico en la resta de 2 vectores consiste en formar un ………………. con los vectores …….. y ……., éste con ………. opuesto, siendo la ………… de estas rectas, la coordenada del vector …………….

Construcción

La empresa Tame en Ecuador está rastreando a uno de sus aviones que partió del aeropuerto "El Dorado" de Colombia al aeropuerto "Tocumen" en Panamá.



Fuente y elaboración propia.

¿Cuál crees que serían tus vectores inicial y final?

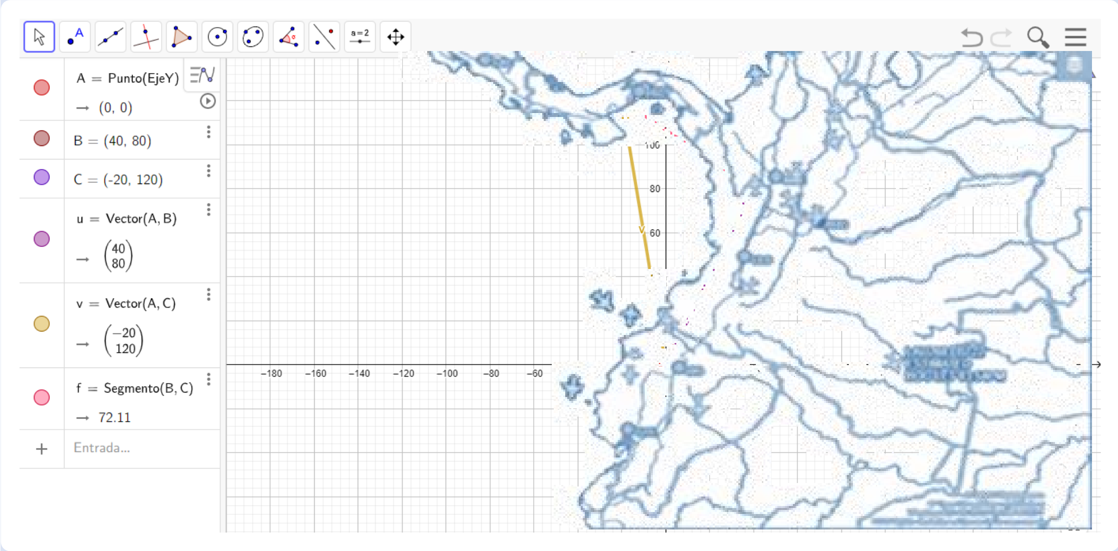
…………………………………………………………………………………………....

¿Cuál crees que sería el vector que describirían las características entre los 2 aeropuertos?

…………………………………………………………………………………………....

¿Qué operación crees que te ayudaría a hallar tal vector?

………………………………………………………………………………………….



Referencia: Flight Aware

Encontremos tal operación con ayuda de la siguiente tabla.

Vector	Latitud (x)	Longitud (y)
El Dorado		
-	-	-
Tocumen		
=	=	=
El Dorado-Tocumen		

¿Qué crees que represente las coordenadas del vector resultante?

....

¿Cómo hallarías el módulo de tal vector?

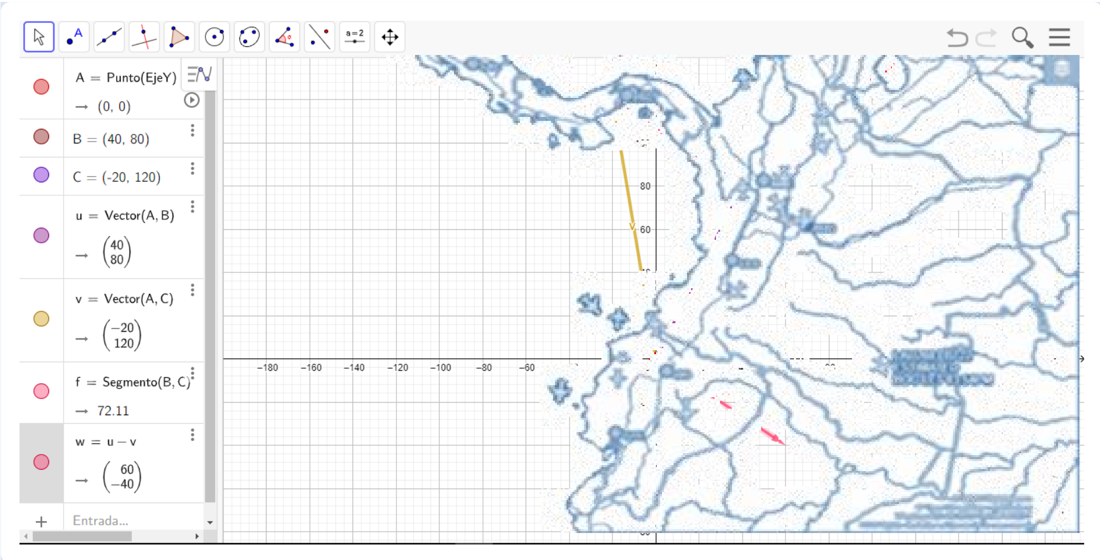
....

¿Cuál crees que sería su dirección?

....

¿Cuál crees que sería su sentido?

....



Referencia: Flight Aware

Y si el vuelo fuera desde Panamá hacia Colombia. ¿Qué crees cambiaría en el vector desplazamiento y resultante?

Vector	Latitud (x)	Longitud (y)
Tocumen		
-	-	-
El Dorado		
=	=	=
Tocumen-El Dorado		

¿Qué crees que represente las coordenadas del vector resultante?

…………………………………………………………………………………………

¿Cómo hallarías el módulo de tal vector?

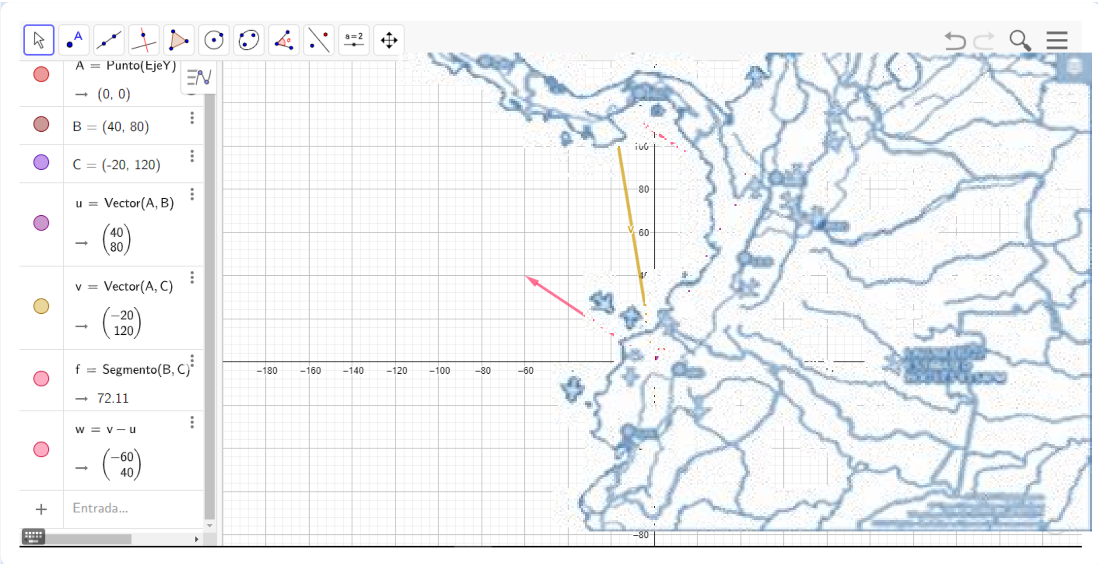
…………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería su dirección?

…………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería su sentido?

…………………………………………………………………………………………



Referencia: Flight Aware

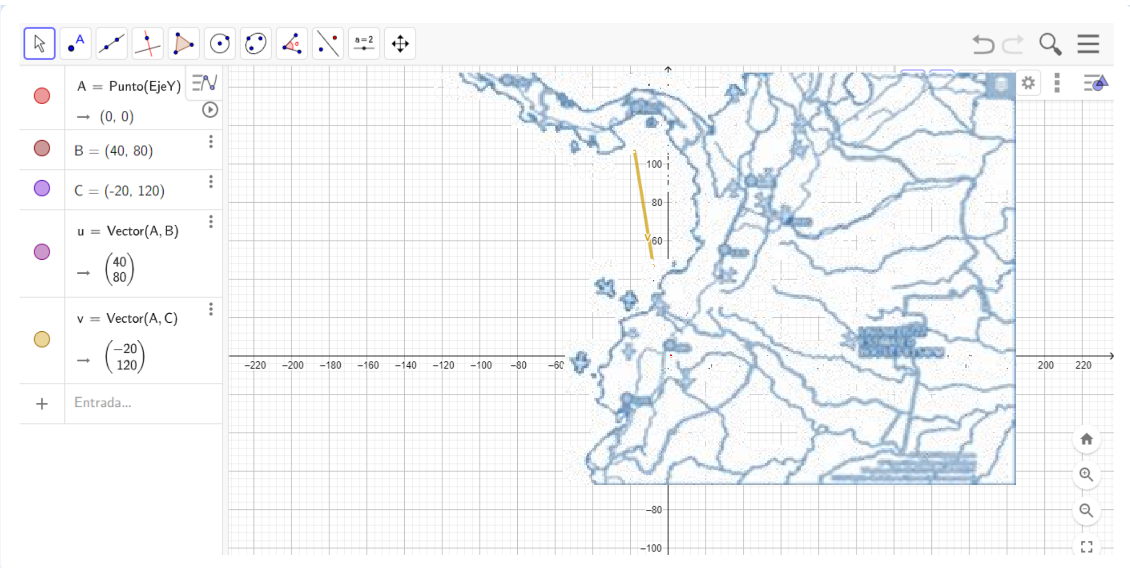
Compara las características de cada vector con la ayuda de la siguiente tabla

Vectores	Módulo	Dirección	Sentido
El Dorado-Tocumen			
Tocumen-El Dorado			
Comparación			

¿Cuál crees que es el único dato que puedes hallar sin que importe el orden de los vectores en la operación?

…………………………………………………………………………………………......

Método gráfico



Referencia: Flight Aware

Tenemos 2 vectores:

- $u = (\dots, \dots)$
- $v = (\dots, \dots)$

¿Qué crees que representen estos dos vectores?

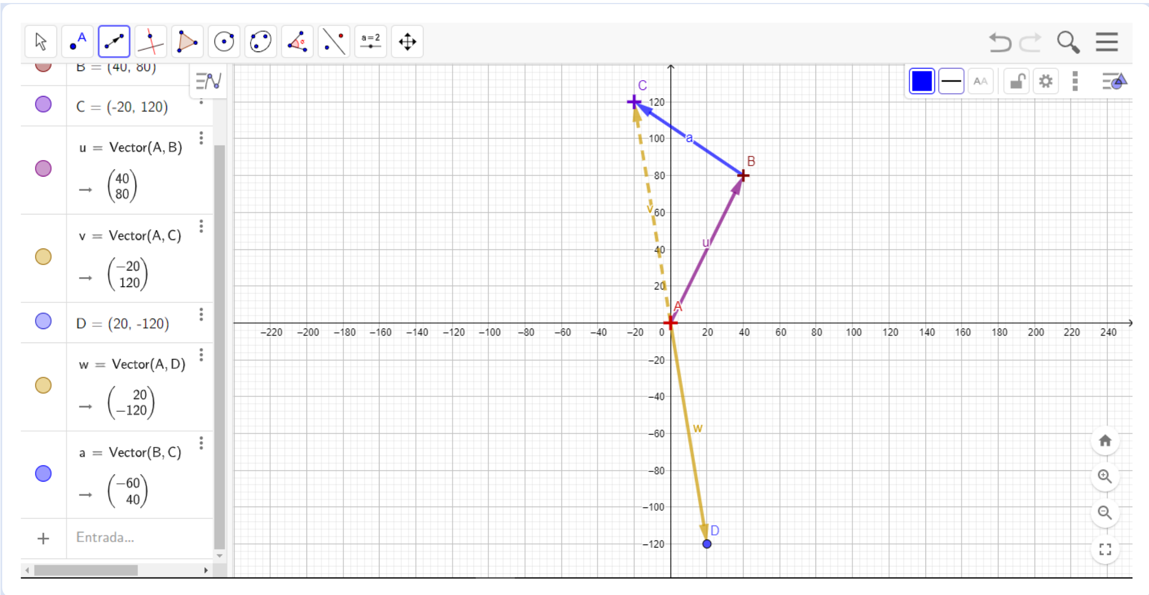
……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sea el sentido del desplazamiento del vuelo?

……………………………………………………………………………………………

¿Cuál crees que sería el vector a anteponer el signo negativo?

Dibujando los vectores tenemos:



bgvfcgvReferencia: Flight Aware

¿Qué figura crees que debería formar el método gráfico?

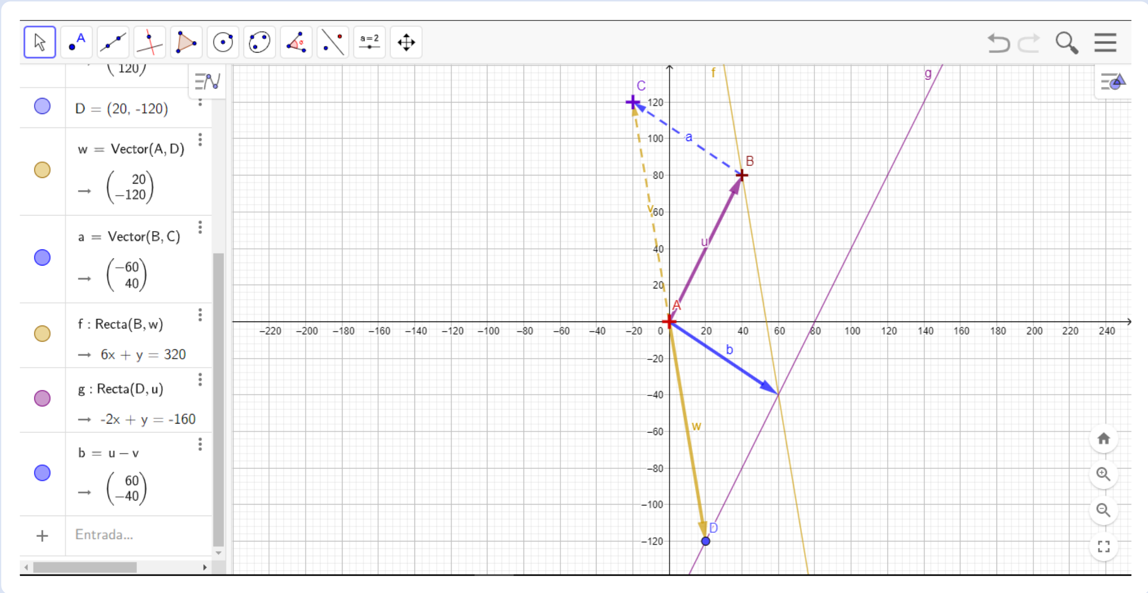
……………………………………………………………………………………………

¿Con qué tipo de rectas crees que se puede formar este tipo de figura?

……………………………………………………………………………………………

¿En qué parte de estas rectas crees que nos da las coordenadas del vector resultante?

……………………………………………………………………………………………



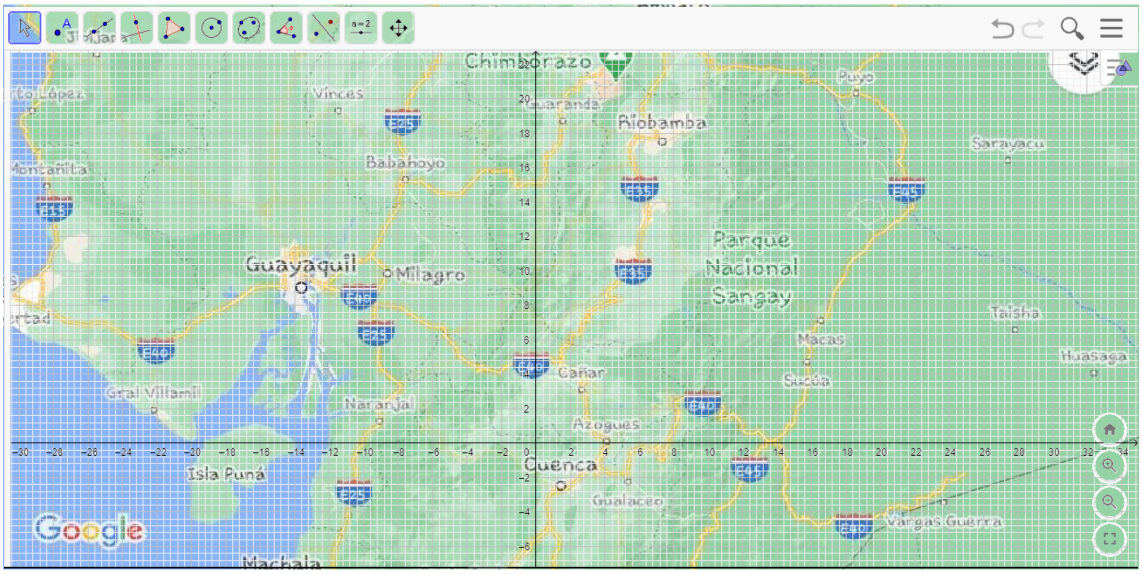
Referencia: Flight Aware

Actividades de cierre

En Ecuador su animal ícono, el cóndor está en peligro de extinción por lo que algunos de ellos son monitoreados mediante dispositivos de rastreo con el fin de garantizar sus procesos reproductivos y fortalecer sus condiciones de vida.

Metro Ecuador. (2019). Ecuador celebra hoy el Día Nacional del Cóndor Andino. [Figura]. Recuperado de: https://www.metroecuador.com.ec/ec/noticias/2019/07/07/ecuador-celebra-hoy-es-el-dia-del-condor-andino.html

En el parque nacional “El Cajas” fue colocado un dispositivo de rastreo a un cóndor de mediana edad, dispositivo que indica que después de 3 meses su ubicación se encuentra en el parque nacional “Sangay” y luego de 6 meses colocado el dispositivo, el cóndor registra como ubicación la reserva ecológica “Chimborazo”.



¿Cómo representarías en el mapa estos 2 desplazamientos?

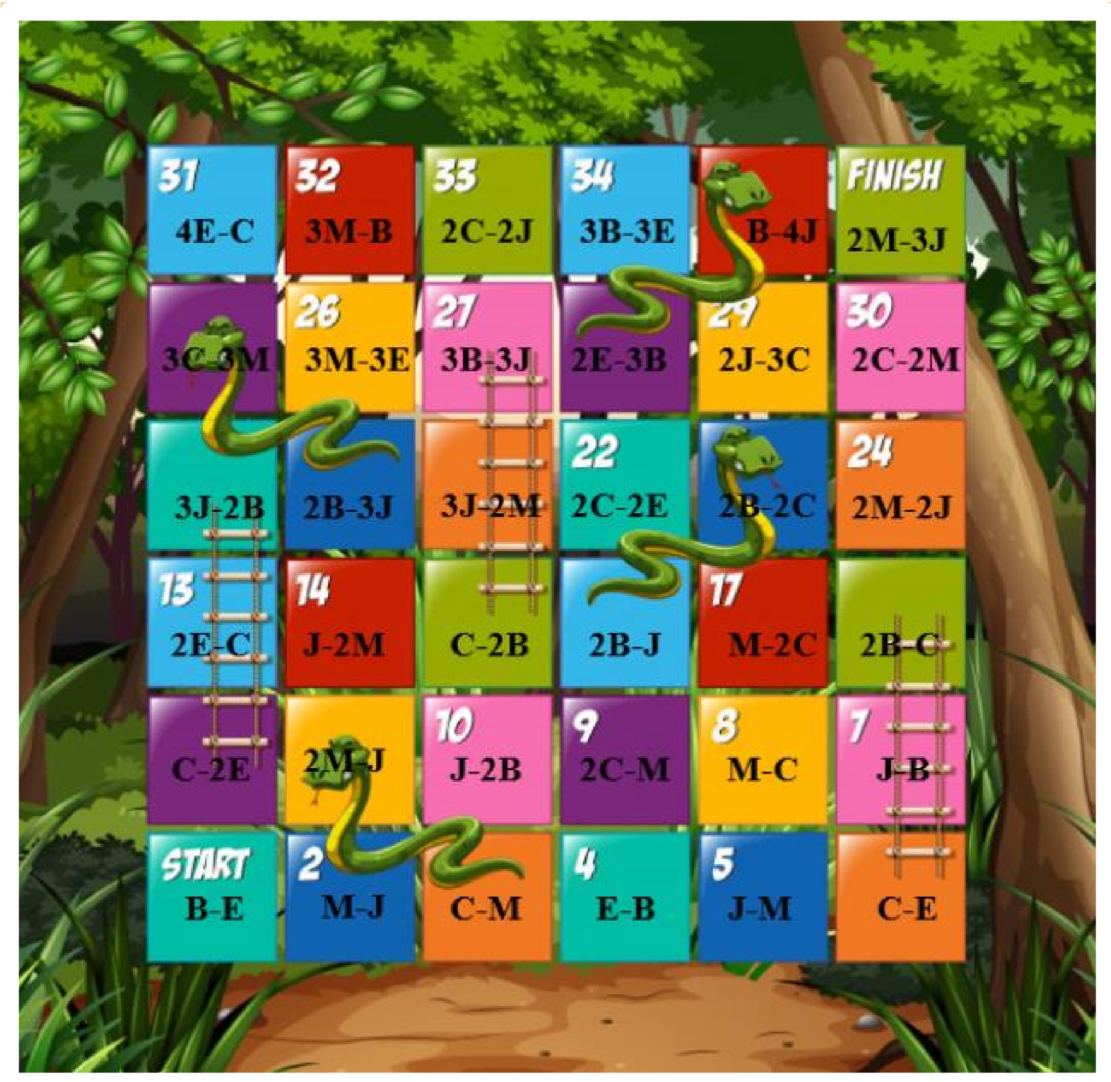
Realice su resta algebraica y gráficamente de estos vectores, halle sus elementos característicos y compárelos.

Resolver las siguientes operaciones con los vectores: H (-2,3); S (1,2); G (8,-3) en los cuadros marcados, luego graficarlos en Geogebra.

S	-	H	+	G	=	
-		+		-		+
G	+	S	-	H	=	
=		=		=		=

Forma un grupo con 4 compañeros más y realiza el juego de la serpiente para resolver la resta de los vectores: C (-2,3); E (1,2); J (5,-3); B (-1,-1); M (3,4)

La persona de turno lanza el dado, avanza los casilleros que le tocó y si no responde regresa al lugar donde estaba, si responde correctamente se queda en el casillero o avanza al casillero que la serpiente o la escalera le indique. Gana el que llegue primero al final. Suerte!



Freepik. Juego de mesa serpiente y escalera. [Figura]. Recuperado de: https://www.freepik.es/vector-gratis/juego-mesa-serpiente-escalera_1430152.htm

Conclusiones

1. Al restar dos vectores se obtiene ……………. llamado ………………

2. ¿En qué consiste el método algebraico sobre resta de vectores?

………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

3. ¿En qué consiste el método gráfico sobre resta de vectores?

………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

4. ¿Cuál es el orden de la resta de vectores y como se representa simbólicamente?

………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

Comprobación de respuestas

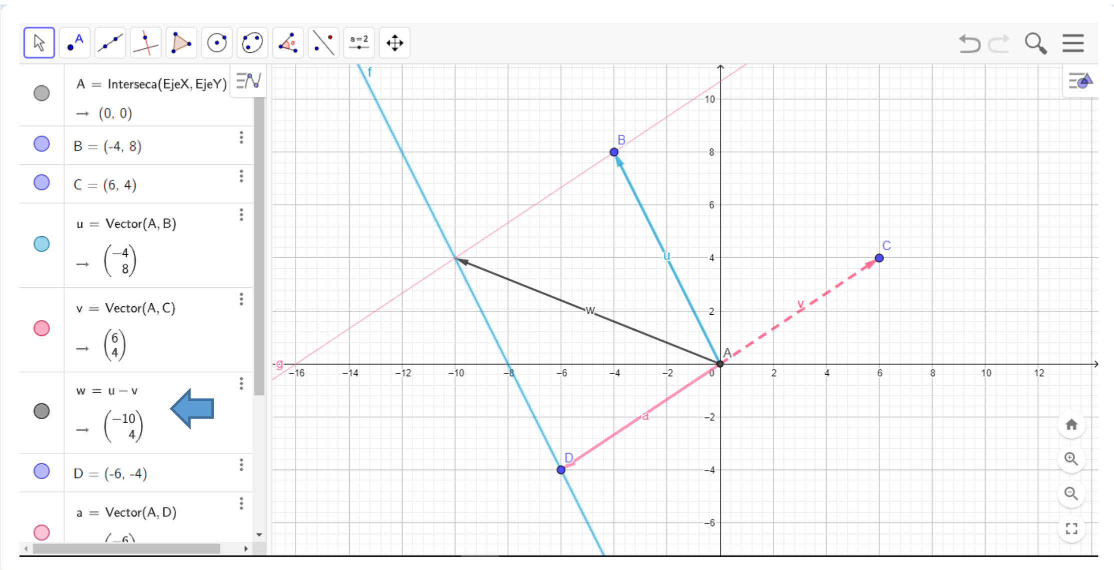
1. Al restar dos vectores se obtiene **otro vector** llamado **resultante.**
2. ¿En qué consiste el método matemático sobre resta de vectores?

   La resta de vectores consiste en **cambiar** el signo del **segundo** vector y operar normalmente como en el caso de la suma.
3. ¿En qué consiste el método gráfico sobre resta de vectores?

   Primero se dibuja el vector inicial, luego el vector trayectoria y con signo diferente trazamos su opuesto y por medio del método del paralelogramo o gráfico encontramos las coordenadas del vector resultante.
4. ¿Cuál es el orden de la resta de vectores y como se representa simbólicamente?

   Primero se tienen las coordenadas del primer vector y para restar otro vector, se antepone el signo negativo al segundo y se procede normalmente como la resta de una cantidad escalar.

   Su representación simbólica siempre será la letra del vector minuendo seguida del vector sustraendo. Ejemplo: $\vec{w} = (u - v)$



Secuencia Didáctica #5

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Producto Escalar de Vectores

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg–2020

Destreza con criterio de desempeño:

Calcular el producto escalar entre dos vectores y la norma de un vector para determinar distancia entre dos puntos A y B en R como la norma del vector AB. (ME, 2016)

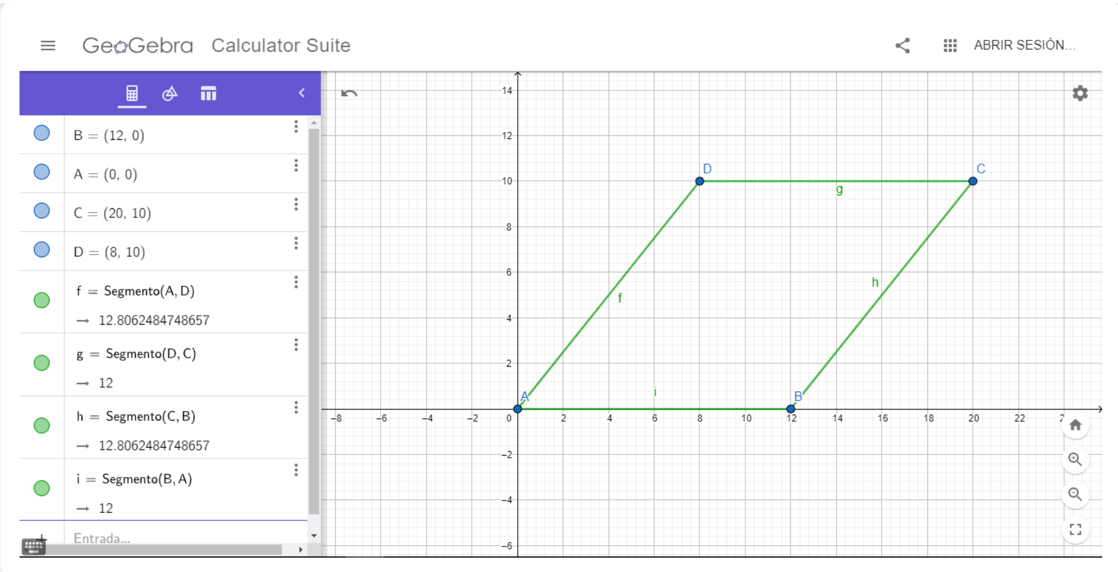
Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver y plantear aplicaciones geométricas con operaciones y elementos de R2 apoyándose en el uso de las TIC. (ME, 2016)

Introducción al tema

En esta clase definiremos el producto escalar de dos vectores del plano real, sus propiedades y resolvemos paso a paso algunos ejemplos. Como aplicación, también definimos y calculamos el ángulo que forman dos vectores.

Actividades de apertura

Imagina tener un terreno con estas simetrías:



Fuente y elaboración propia

¿Qué datos crees que podrías obtener a partir de la figura?

…………………………………………………………………………………………

¿Qué figura crees que forma el terreno?

…………………………………………………………………………………………

¿Te acuerdas de la fórmula para calcular el área de un cuadrado?

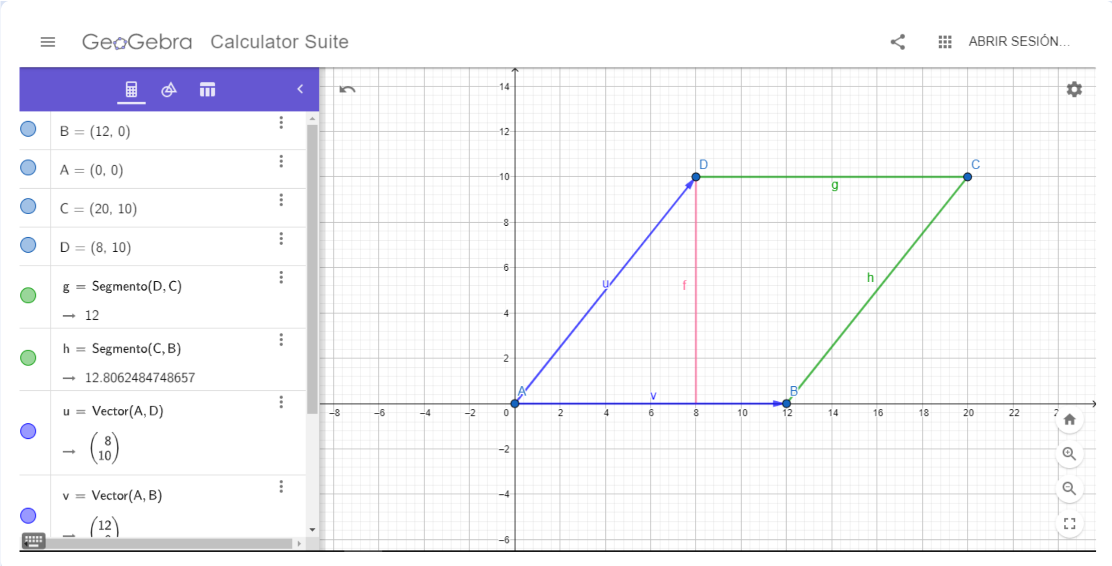
....

¿Crees que puedas usarla para hallar el área de esta figura?

....

Por lo tanto el área de un paralelogramo es ....

Basándonos en ésta fórmula calcularemos el área de un paralelogramo con vectores.



Fuente y elaboración propia

Los vectores que forman la figura son ……….. , ………… y sus semirectas …………..

Observando la imagen:

¿Cuál crees que representaría la base del paralelogramo?

....

¿Cómo lo hallarías?

....

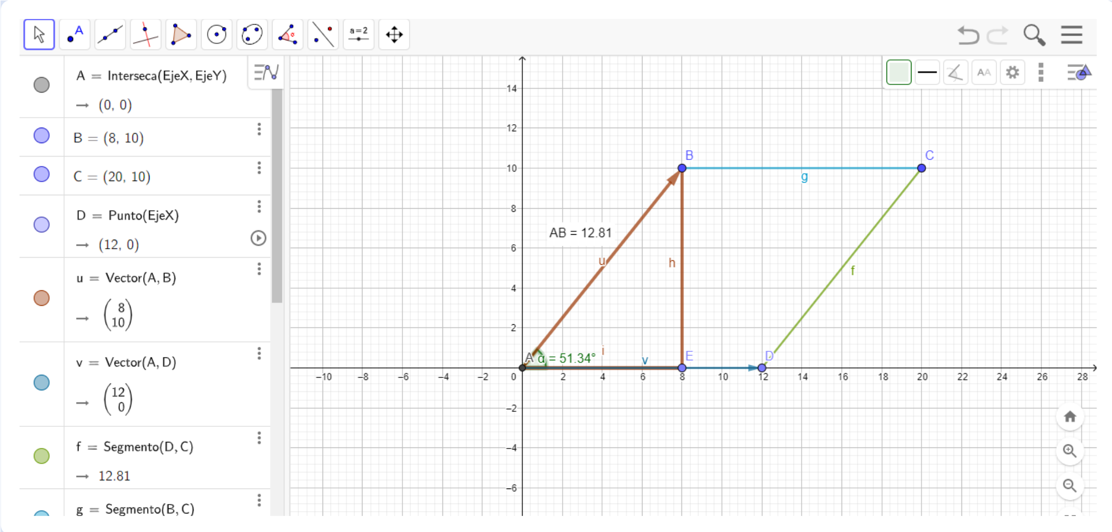
¿Cuál crees que representaría la altura del paralelogramo?

....

¿Qué dato crees que nos falte?

....

¿Cuál crees que sería la parte del paralelogramo que podríamos trabajar para hallar su altura? Trázalo.



Fuente y elaboración propia

¿Cuál crees que sería la fórmula para hallar la altura y por qué?

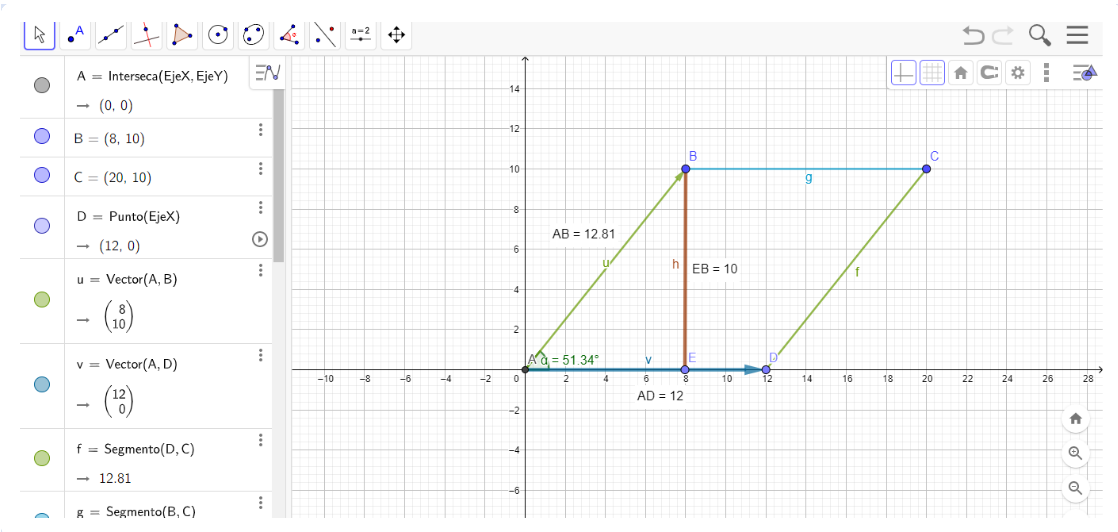
- Algebraica

  ……………………………………………………………………………......................

- Trigonométrica

  ……………………………………………………………………………………………

Despejando, la altura se hallaría con la fórmula ………………………………………..........



Resultando ser la fórmula: ……………………….

Donde la base resultaría ser ………………………..

La altura ………………….

Reemplazando la fórmula tenemos: (……) . (…….) . (…………)

El área del terreno sería: ………………………..

Otra forma de hallarlo es multiplicar las coordenadas de sus vectores, siendo estos:

- $\vec{u}$ =
- $\vec{v}$ =

Multiplicación de vectores	Coordenadas en x	+	Coordenadas en y	=	Resultado
$\vec{\mathbf{u}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$	(…) . (…)	+	(…) . (…)	=	
$\vec{\mathbf{u}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$	(…)	+	(…)	=	

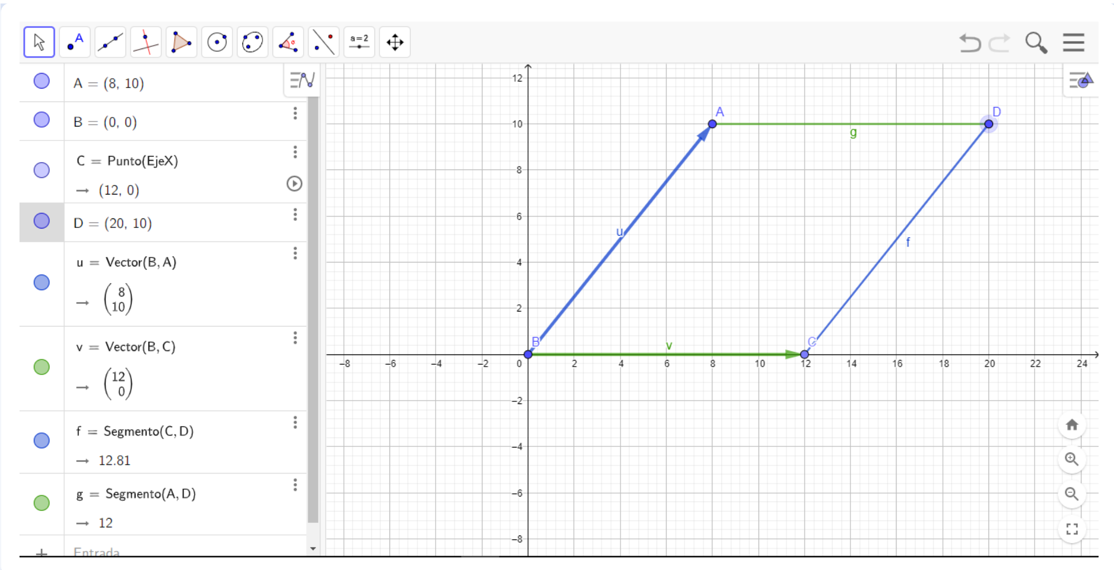
¿Cuál fue el resultado al multiplicar vectores en los 2 casos?

- Otro vector
- Un escalar

Por lo tanto ¿cómo crees que se llamaría esta operación?

…………………………………………………………………………………………………

Tal operación también puede ser hallada fácilmente con ayuda del programa Geogebra.

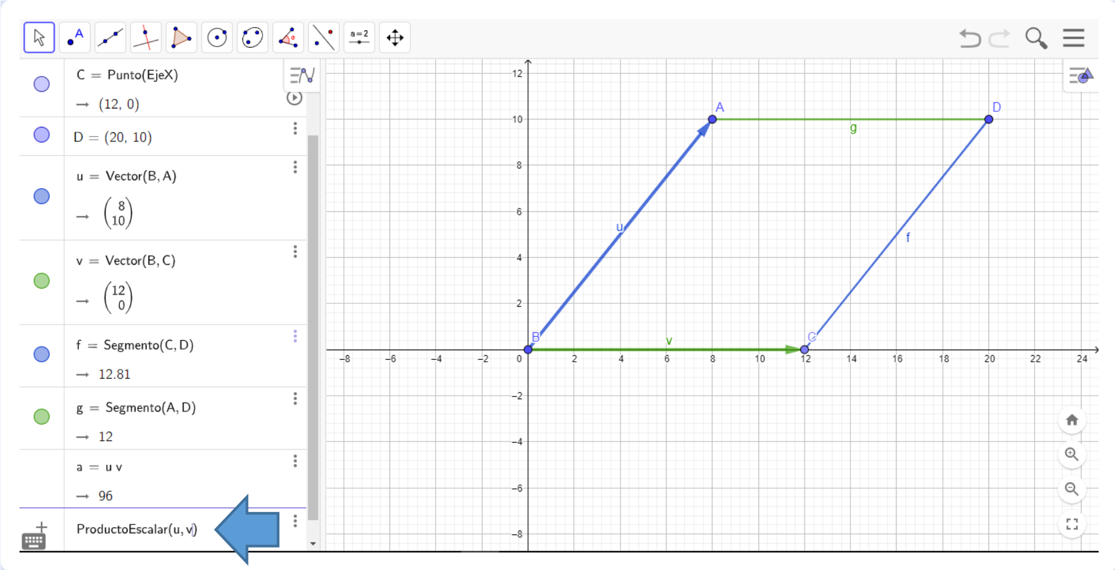


Fuente y elaboración propia.

En el cual tenemos dos vectores:

- $\vec{u}$
- $\vec{v}$

Ingresaremos en el comando entrada como ProductoEscalar y entre paréntesis los nombres de los vectores

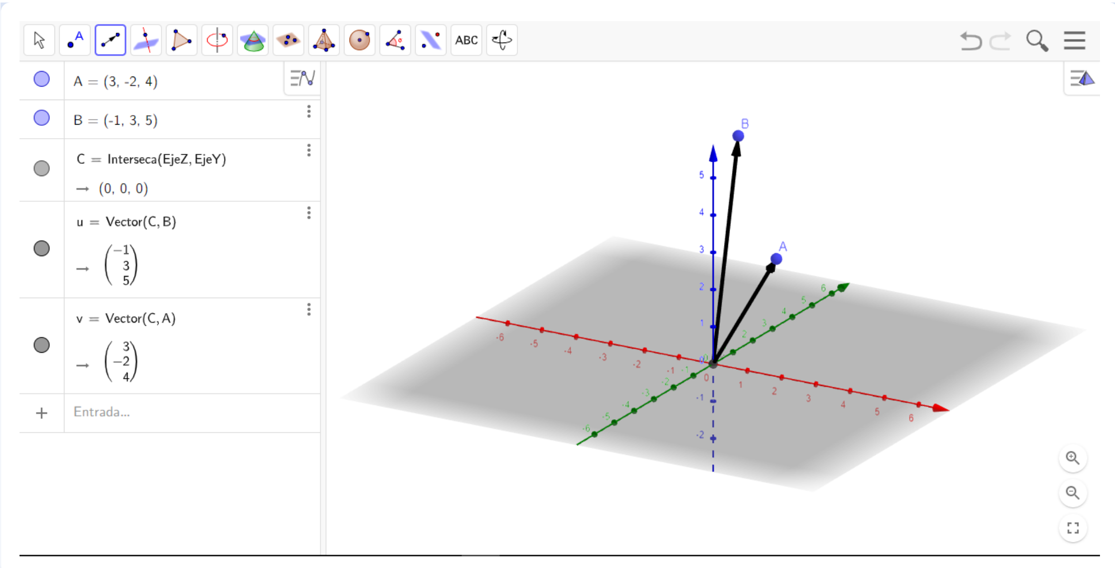


Fuente y elaboración propia.

En el caso de tener vectores en 3D Coordenadas (x, y, z)

Ejemplo:

- $\vec{u} = (3, -2, 4)$
- $\vec{v} = (-1, 3, 5)$



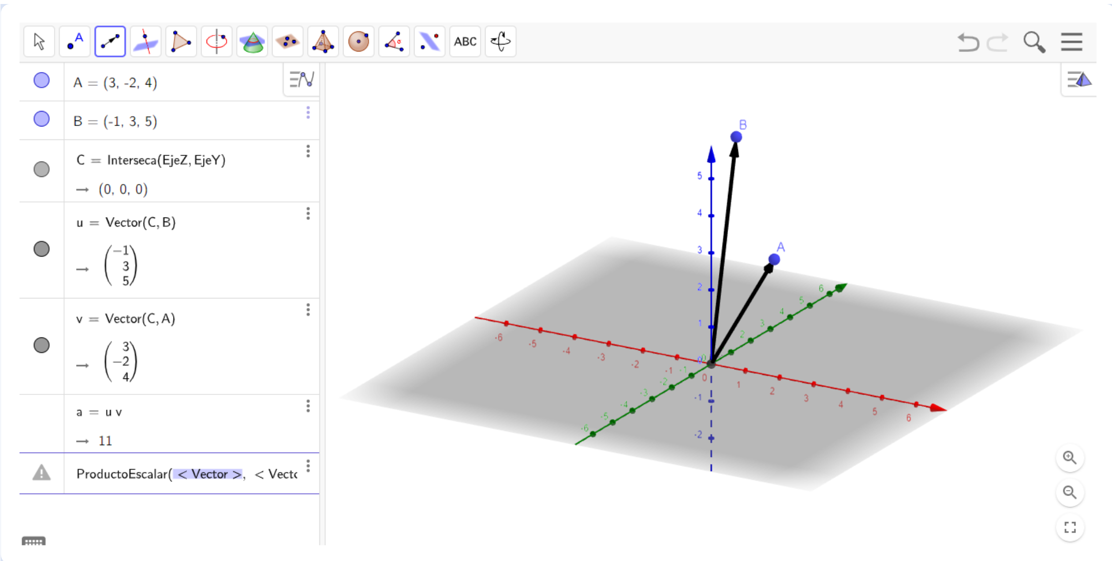
Fuente y elaboración propia.

Realizamos el mismo procedimiento:

Vector	Coordenadas		
	x	y	z
u			
v			

Procedemos a multiplicar

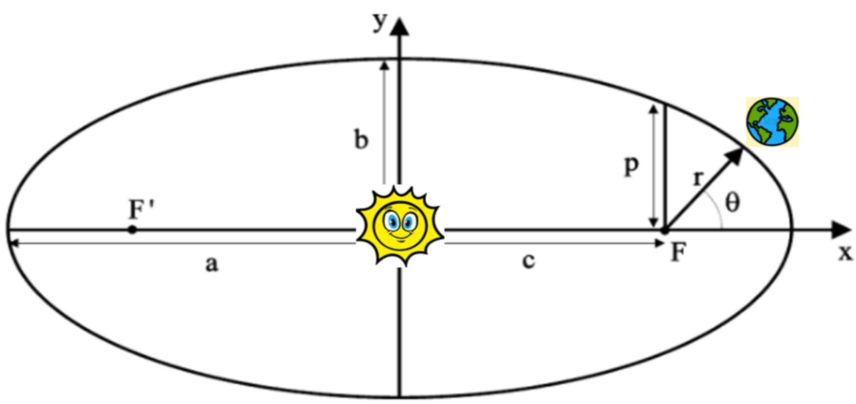
(u).(v)	(…, …, …). (…, …, …)
(u).(v)	[(…)(…)] + [(…)(…)] + [(…)(…)] [(…)] + [(…)] + [(…)] = …. m^2



Fuente y elaboración propia.

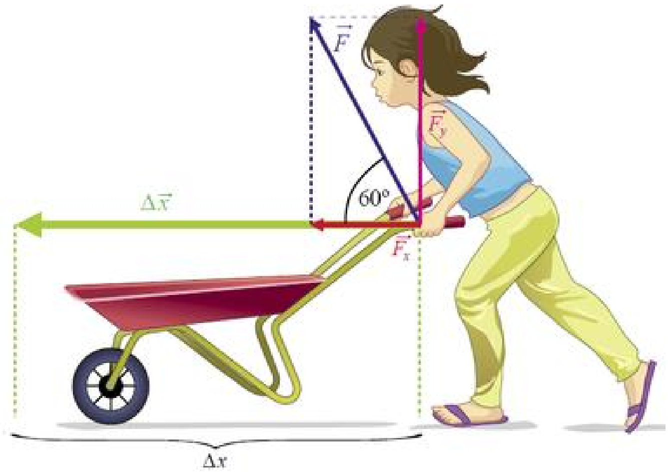
Algunos ejemplos donde el producto escalar de vectores ayuda a calcular:

La distancia de la Tierra al Sol.



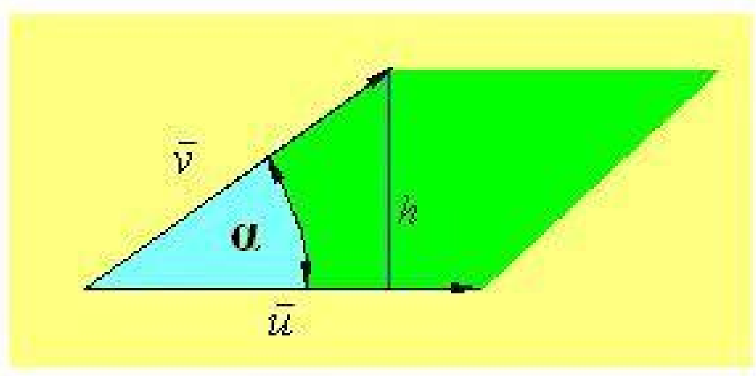
Interacción gravitatoria y eléctrica. Leyes de Kepler. Figura. Recuperado de: http://lafisicafacil.weebly.com/leyes-de-kepler.html

El trabajo o fuerza que realizamos para mover un objeto.



Toxic Alo. (2016). Hallar el área de un paralelogramo conociendo los vectores que forman sus lados. [Figura]. Recuperado de: http://elmcufisica1.blogspot.com/2016/04/trabajo-mecanico-y-resultante.html

El área de un terreno en forma de paralelogramo o triángulo

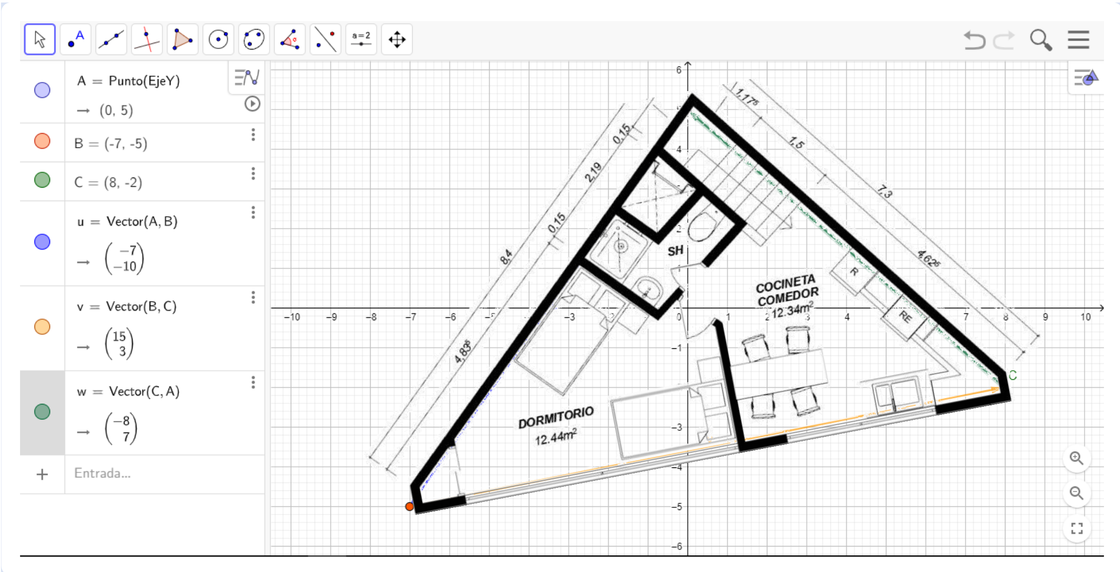


Aula Fácil. (2016). Trabajo Mecánico y Resultante. [Figura]. Recuperado de: https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas/vectores-en-el-plano-y-en-el-espacio/hallar-el-area-de-un-paralelogramo-conociendo-los-vectores-que-forman-sus-lados-l10792

Construcción

Resolveremos algunas situaciones propuestas a continuación:

Tenemos el plano de las dimensiones de un terreno triangular en el cuál construiremos una casa y queremos saber sus ángulos.



Arq & Diseño. Proyectos en terrenos difíciles. [Figura]. Recuperado de: https://arvecsa-arquitectura-y-diseno.webnode.es/proyectos-en-terrenos-dificiles/

Ya que tenemos tres vectores que forman tres ángulos, hallaremos uno a uno y compararemos para saber cuál es el mayor.

1. Ángulo A

   a) ¿Cuál crees que serían los vectores que forman el ángulo?

   ……………………..

   ……………………..

   b) De la fórmula del producto escalar de vectores:

   $$\vec{u} \cdot \vec{v} = |u| \cdot |v| \cdot cos\alpha$$

   c) ¿Qué datos crees te ayudarían a hallar $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

   ……………………………………………………………………………………...

Realiza la operación con la ayuda del siguiente cuadro:

Multiplicación de vectores	Coordenadas en x	+	Coordenadas en y	=	Resultado
u . v	(…) . (…)	+	(…) . (…)	=	
u . v	(…)	+	(…)	=	

d) ¿Qué fórmula crees que te ayudaría a encontrar el módulo de los vectores ($|u|$ y $|v|$)?

……………………………………………………………………………………

Realiza la operación para hallarlos:

e) ¿Qué dato crees que nos falta hallar? …………

Al despejar tenemos: a =

f) Reemplazando los datos obtenidos tenemos:

$$a = (cos \wedge -1)\frac{(\ldots).(\ldots) + (\ldots).(\ldots)}{\sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2} + \sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2}}$$

g) Donde el ángulo a resultaría ser:

2. Ángulo B

a) ¿Cuál crees que serían los vectores que forman el ángulo?

……………………

……………………

b) De la fórmula del producto escalar de vectores:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |u| \cdot |v| \cdot cos\mathrm{b}$$

c) ¿Qué datos crees que te ayudarían a hallar $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

……………………………………………………………………………………...

Realiza la operación con la ayuda del siguiente cuadro:

Multiplicación de vectores	Coordenadas en x	+	Coordenadas en y	=	Resultado
u . v	(…) . (…)	+	(…) . (…)	=	
u . v	(…)	+	(…)	=	

d) ¿Qué fórmula crees que te ayudaría a encontrar el módulo de los vectores ($|u|$ y $|v|$)? …………………………………………………………………...

Realiza la operación para hallarlos:

e) ¿Qué dato nos falta hallar? ………….

Al despejar tenemos: b =

f) Reemplazando los datos obtenidos tenemos:

$$b = (cos ^ - 1)\frac{(\ldots).(\ldots)+(\ldots).(\ldots)}{\sqrt{(\ldots)^2+(\ldots)^2}+\sqrt{(\ldots)^2+(\ldots)^2}}$$

g) Donde el ángulo b resultaría ser:

3. Ángulo C

a) ¿Cuál crees que serían los vectores que forman el ángulo?

……………………..

……………………..

b) De la fórmula del producto escalar de vectores:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = |u|\cdot|v|\cdot cos\theta$$

c) ¿Qué datos crees que te ayudarían a hallar $\vec{u}\cdot\vec{v}$?

…………………………………………………………………………………...

Realiza la operación con la ayuda del siguiente cuadro:

Multiplicación de vectores	Coordenadas en x	+	Coordenadas en y	=	Resultado
u . v	(…) . (…)	+	(…) . (…)	=	
u . v	(…)	+	(…)	=	

d) ¿Qué fórmula crees que te ayudaría a encontrar el módulo de los vectores ($|u|$ y $|v|$)?

……………………………………………………………………………………

Realiza la operación para hallarlos:

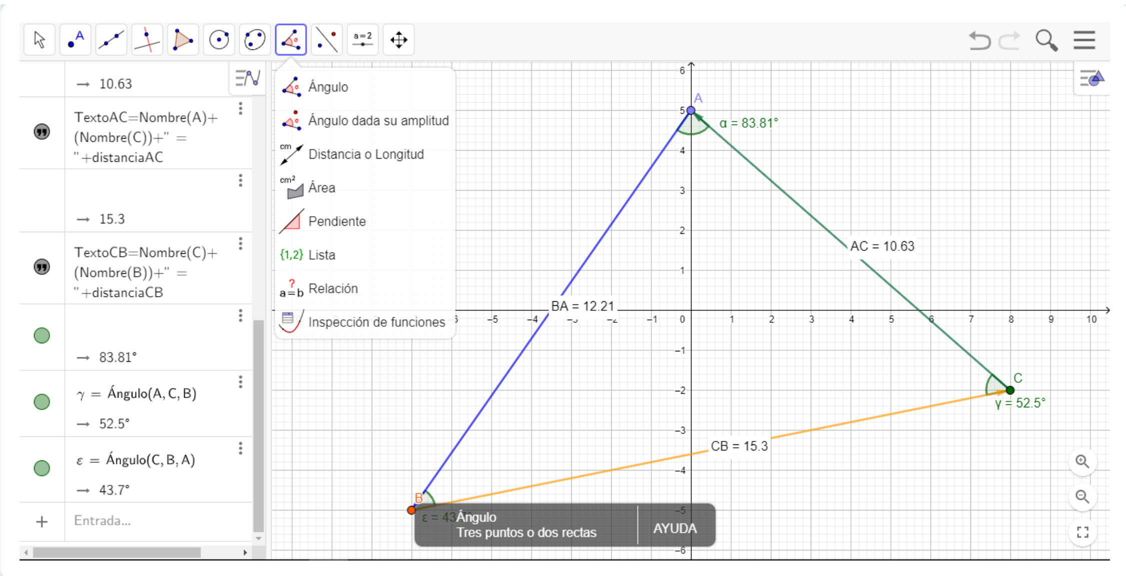
e) ¿Qué dato crees que nos falta hallar? …………

Al despejar tenemos: θ =

f) Reemplazando los datos obtenidos tenemos:

$$\theta = (cos\,^\wedge - 1)\frac{(\ldots).(\ldots) + (\ldots).(\ldots)}{\sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2} + \sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2}}$$

g) Donde el ángulo θ resultaría ser:



Fuente y elaboración propia

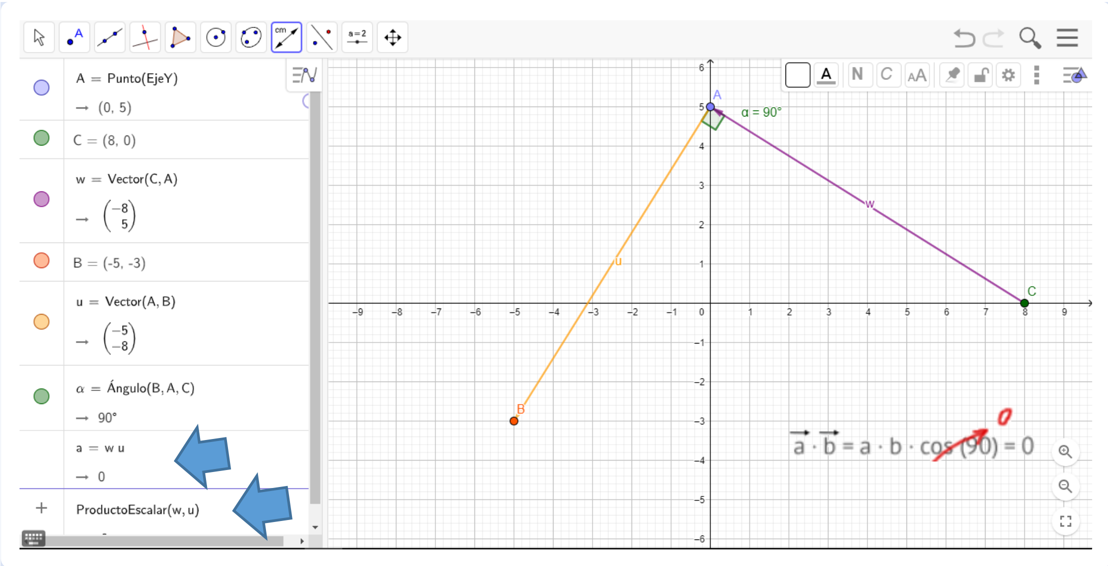
Otro dato que nos facilita el producto escalar es el identificar vectores perpendiculares o paralelos.

¿Qué ángulo crees que formen 2 vectores perpendiculares?

…………………………………………………………………………………………………

Al reemplazar en la fórmula: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |u| \cdot |v| \cdot cos\alpha$

El cos (….) que es igual a …….. Por lo tanto, el producto escalar de 2 vectores perpendiculares entre sí, siempre dará como resultado ………..



Fuente y elaboración propia.

¿Qué ángulo(s) crees que tengan los vectores paralelos?

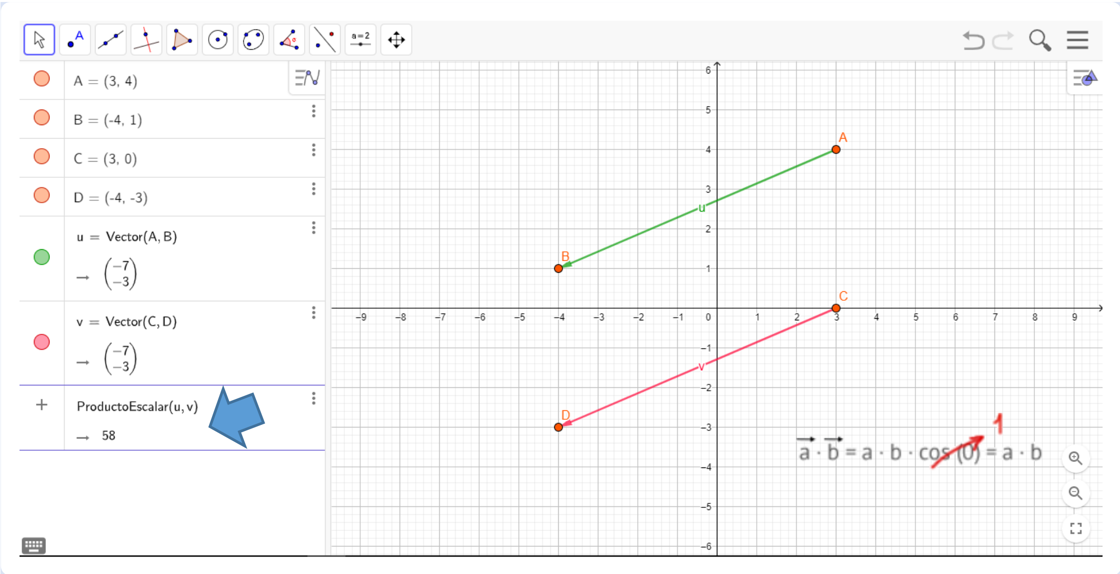
…………………………………………………………………………………………………

Al reemplazar en la fórmula: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |u| \cdot |v| \cdot cos\alpha$

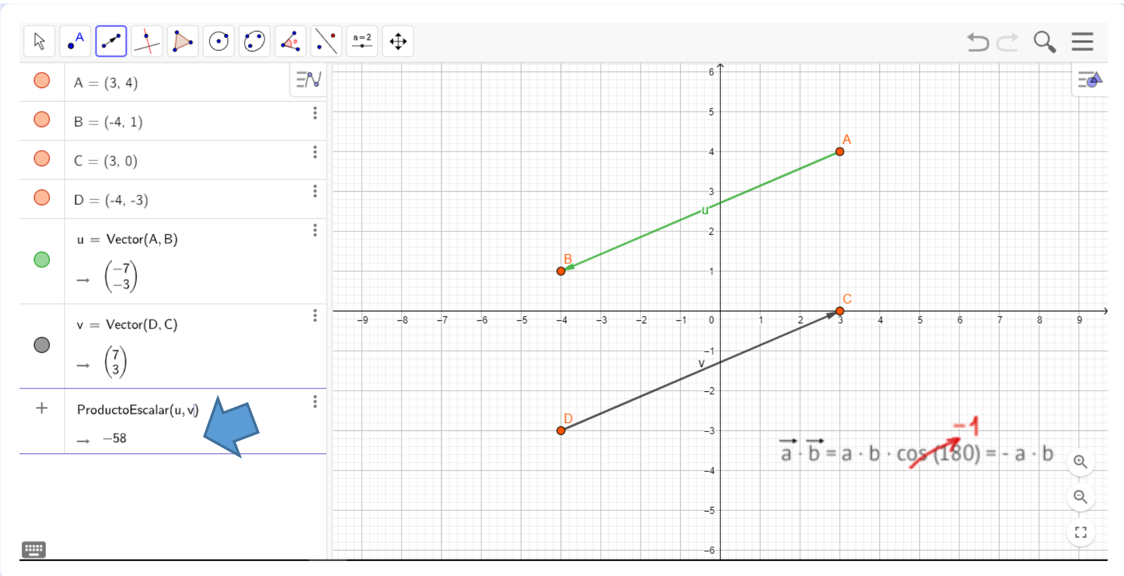
Tenemos 2 opciones:

El cos (….) que es igual a ……..

El cos (….) que es igual a ……..



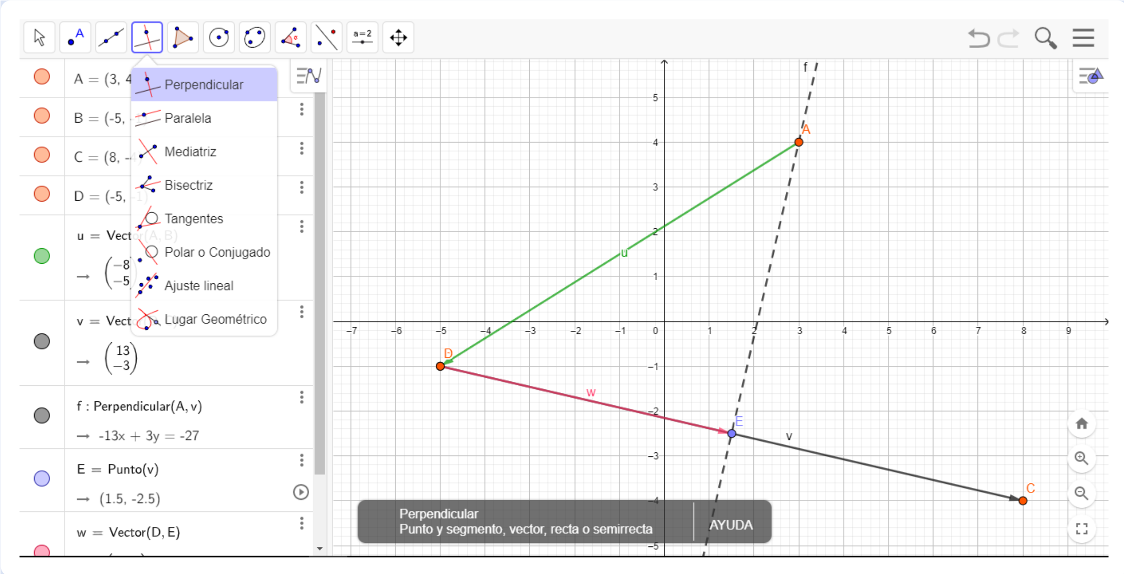
Fuente y elaboración propia



Fuente y elaboración propia

Por lo tanto, el producto escalar de 2 vectores paralelos entre sí, siempre tendrá como resultado …………….. con la diferencia …………………………………………………...

Una aplicación más del producto escalar es la proyección de un vector sobre otro:



Fuente y elaboración propia

¿Qué características tiene la recta que proyecta el vector u sobre el vector v?

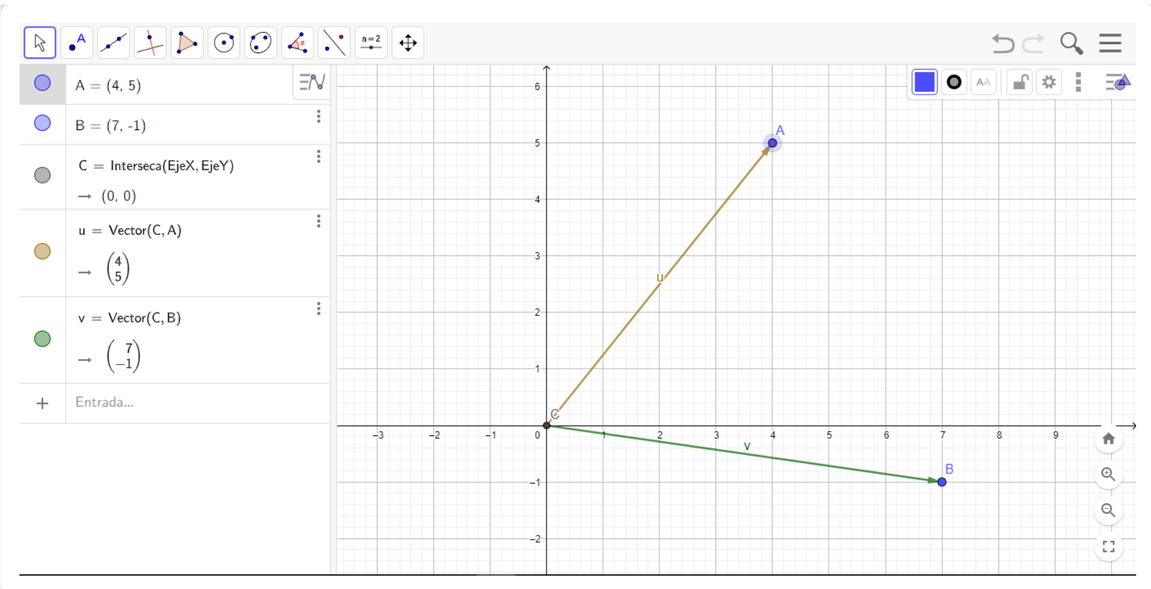
………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

¿Cuál sería la proyección del vector u sobre el v?

………………………………………………………………………………………

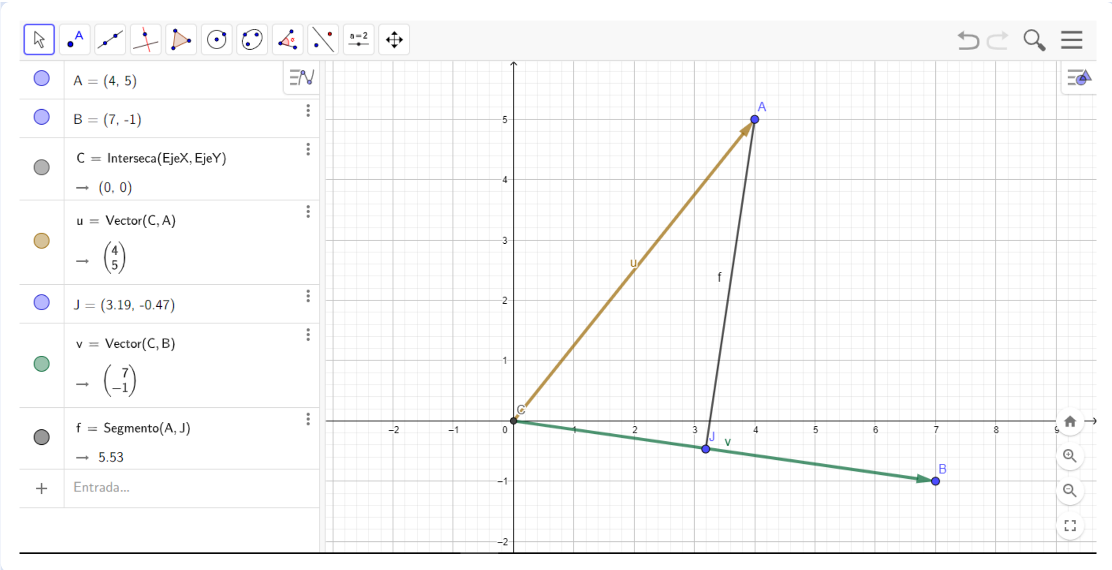
A continuación, un ejemplo:



Fuente y elaboración propia

¿Cómo proyección que tipo de segmento de recta crees que podría crear entre estos 2 vectores?

…………………………………………………………………………………………..…



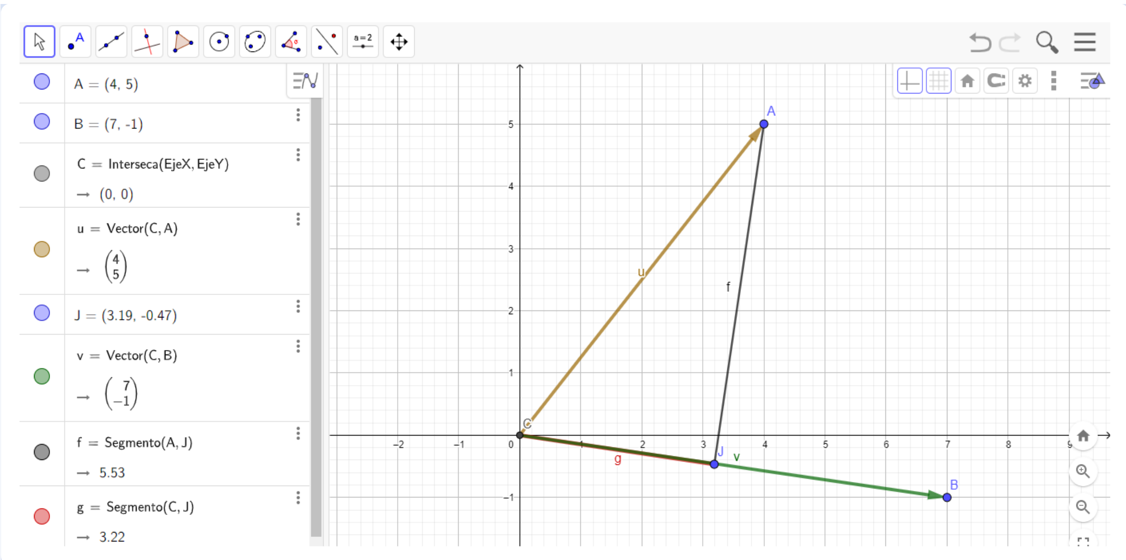
Fuente y elaboración propia.

¿Qué ángulo crees que forme el segmento de recta (proyección) y sobre qué vector?

……………………………………………………………………………………………

Al trazar este segmento de recta. ¿Qué figura crees que se forme?

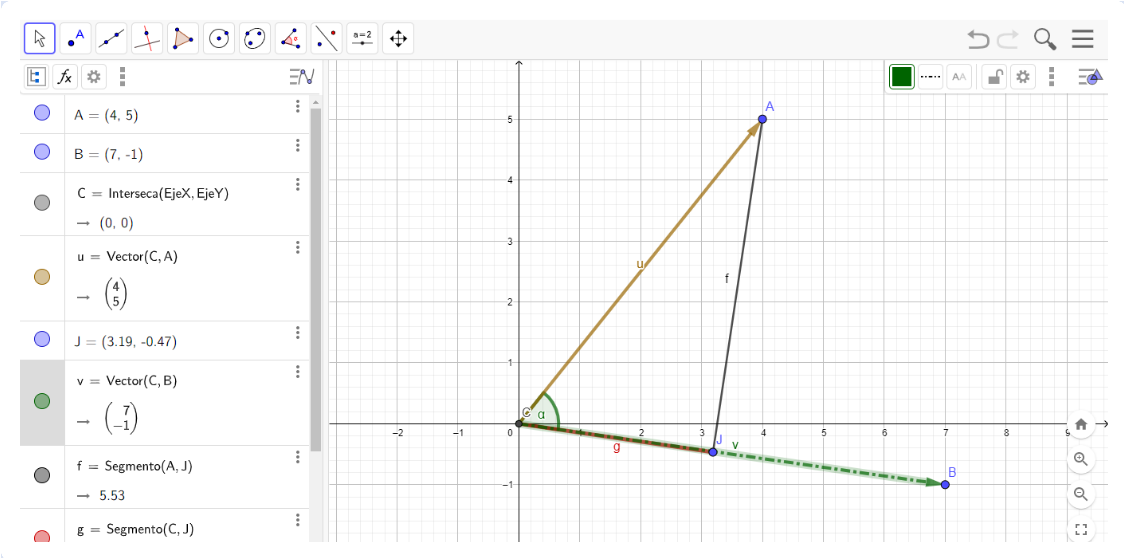
……………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

- Donde la base sería el segmento …………………

- La altura el segmento ………………
- Y la hipotenusa ………………



Fuente y elaboración propia

¿Qué segmento crees que representaría la proyección del vector u en el vector v?

…………………………………………………………………………………………

¿Cómo sacarías el módulo de la hipotenusa?

…………………………………………………………………………………………

¿Qué fórmula usarías para hallar la medida de la proyección?

…………………………………………………………………………………………

¿Porque crees que la fórmula trigonométrica no resuelve el problema?

$$CosA = \frac{|\ldots|}{|\ldots|}$$

…………………………………………………………………………………………

¿Crees que la fórmula trigonométrica del producto escalar nos sirva?

$$cosA = \frac{(\ldots).(\ldots)}{|\ldots| + |\ldots|}|$$

…………………………………………………………………………………………

Y si reemplazamos la primera con la segunda. ¿Qué dato crees que obtengas?

$$\frac{|\ldots|}{|\ldots|} = \frac{(\ldots).(\ldots)}{|\ldots| + |\ldots|}$$

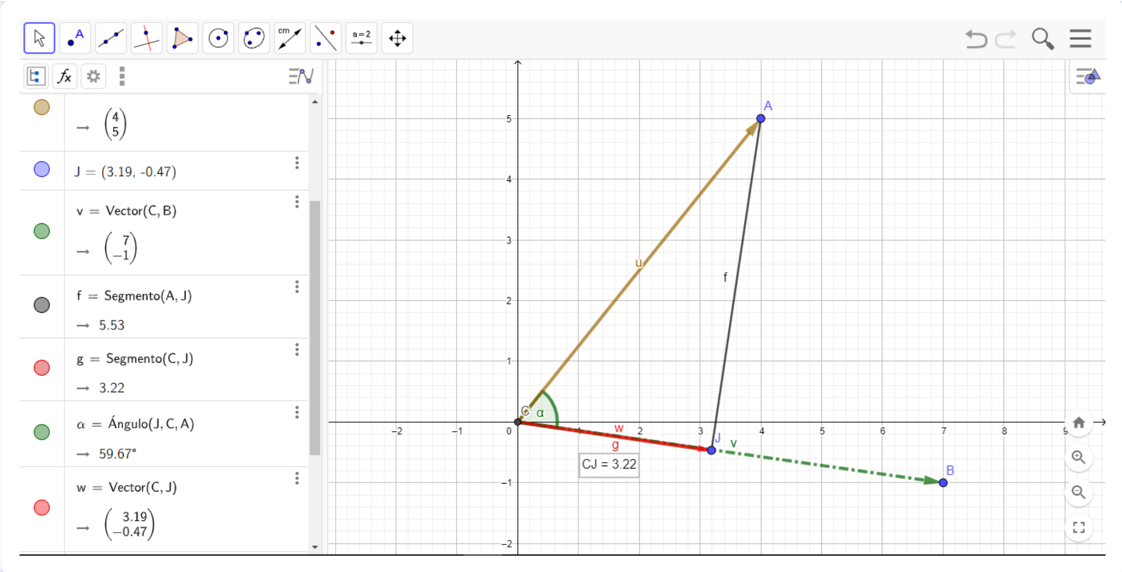
……………………………………………………………………………………………

Despejando tenemos:

$$|w| = \frac{(\ldots).(\ldots)}{|\ldots|}$$

$$|w| = \frac{(\ldots).(\ldots)}{|\ldots|}$$

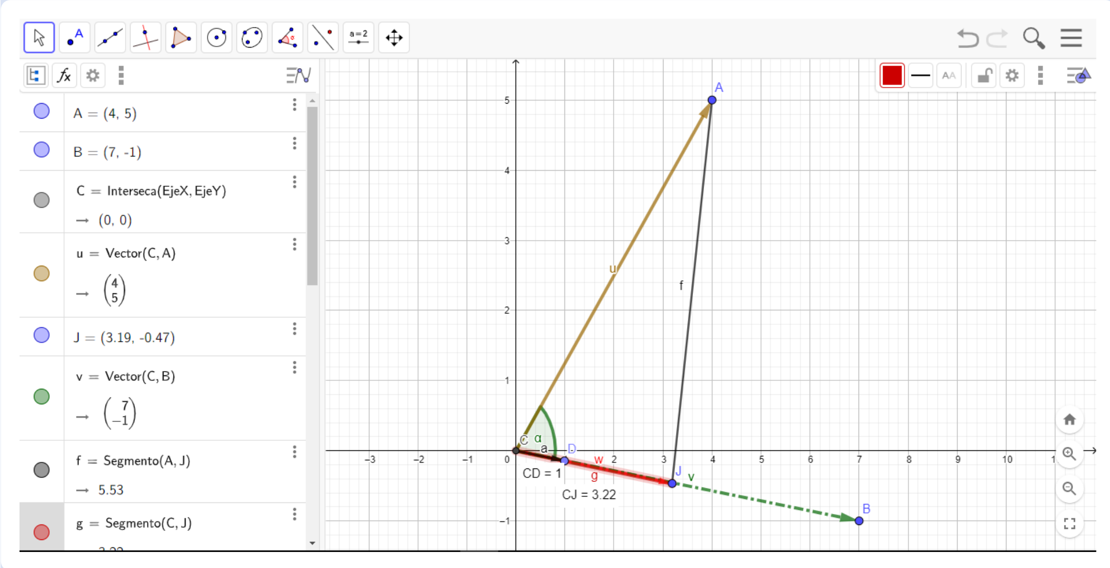
$$|w| = (\ldots)$$



Fuente y elaboración propia

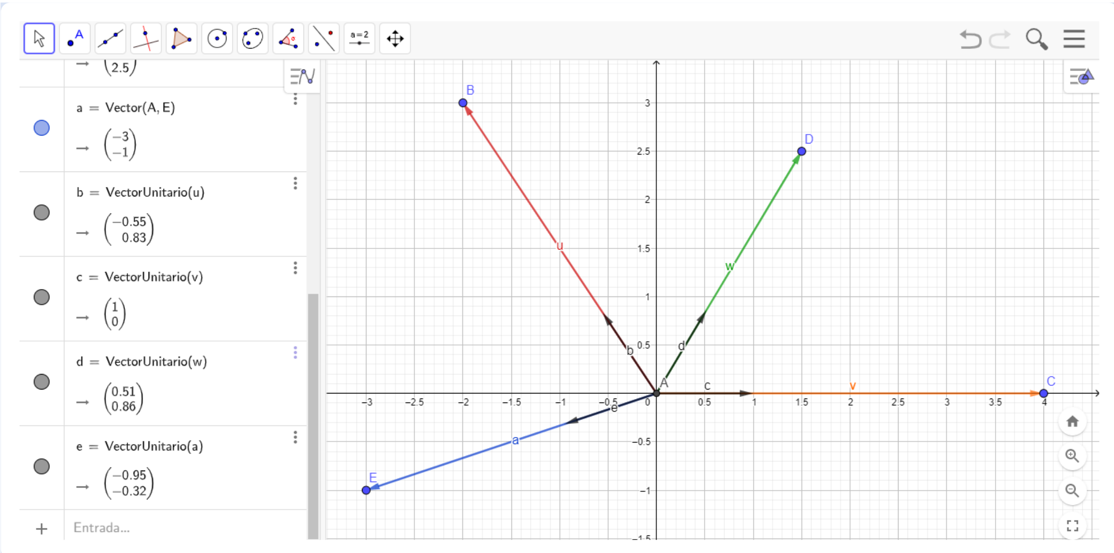
Ya tenemos el módulo del vector proyección, pero no sus coordenadas, por lo que nos valdremos del vector v para hallarlo.

1. Hallaremos su vector unitario.



Fuente y elaboración propia

Antes, construiremos el concepto de vector unitario mediante algunos ejemplos:



Fuente y elaboración propia.

Compara 2 de los 4 vectores presentados y llena la siguiente tabla.

Características	Módulo	Dirección	Sentido
Vector principal			
Vector unitario			
Vector principal			
Vector unitario			

Conclusiones:

El vector unitario tiene como módulo ……… como dirección y sentido ……………….. de su vector principal.

Al tener sus mismas características a diferencia de su ………. éste se puede encontrar al ………… las veces que mida su vector principal.

Datos necesarios para hallar el vector unitario del vector v.

- Módulo …………
- Coordenadas ……………
- Fórmula: $u_v = \frac{v_x}{|v|}, \frac{v_y}{|v|}$

Donde:

- v_x es:
- v_y es:
- $|v|$ es:

Reemplazando tenemos:

$$u_v = \text{—}, \text{—}$$

Resultando como coordenadas del vector unitario:

$$u_v = \ldots\ , \ldots$$

Para hallarlo en Geogebra basta con ingresar en inicio la siguiente palabra:

Fuente y elaboración propia

Las coordenadas será el punto que señale el fin del vector.

¿Qué vectores crees que comparten las mismas características con el vector unitario?

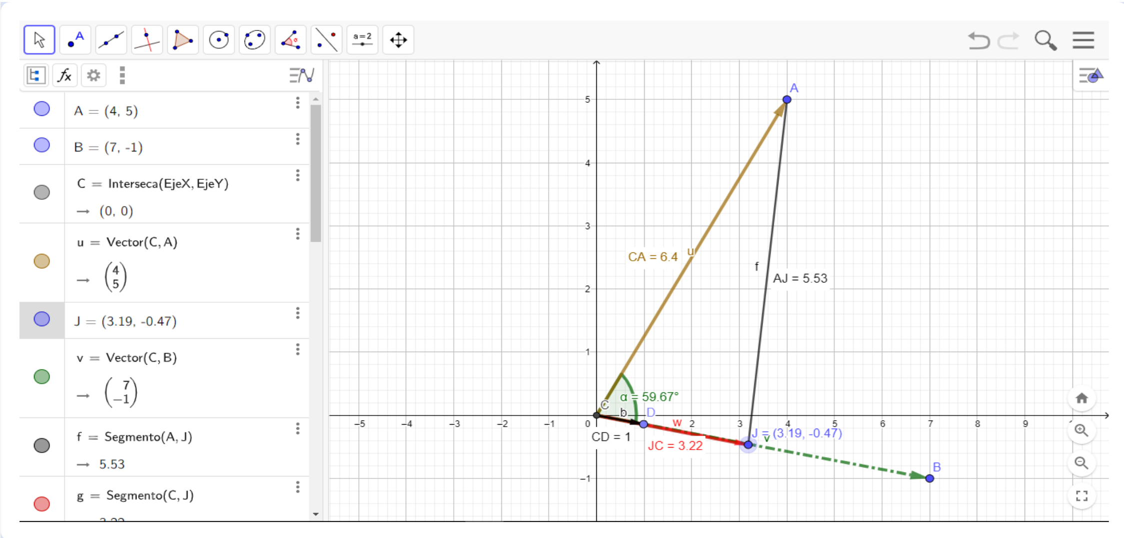
…………………………………………………………………………………………………

¿Qué característica diferencia entre estos vectores?

…………………………………………………………………………………………………

Si multiplicaras el vector unitario por el módulo del vector proyección. ¿Qué dato crees que obtendrías?

…………………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

Repasemos lo aprendido:

Se consideran los vectores I (1,n) y M (3,-2). Calcular el valor de n para que:

a) Los vectores I y M forme un ángulo de 90°
b) Los vectores I y M tengan el mismo módulo.

Opción a:

1. Siguiendo la fórmula del producto punto: Al multiplicar cualquier número por Cos90° ¿Cuál es su resultado? ………..
2. Por lo tanto el producto escalar de I . M es ……
3. Aplicando la fórmula tenemos:
   ……… = (…. • ….) + (n • ….)
4. Despejando n tenemos que su valor es = ……..

Revisemos tus respuestas:

1. Al multiplicar cualquier número por cos(90) este siempre sería igual a:

   0

   1

   A las coordenadas del vector

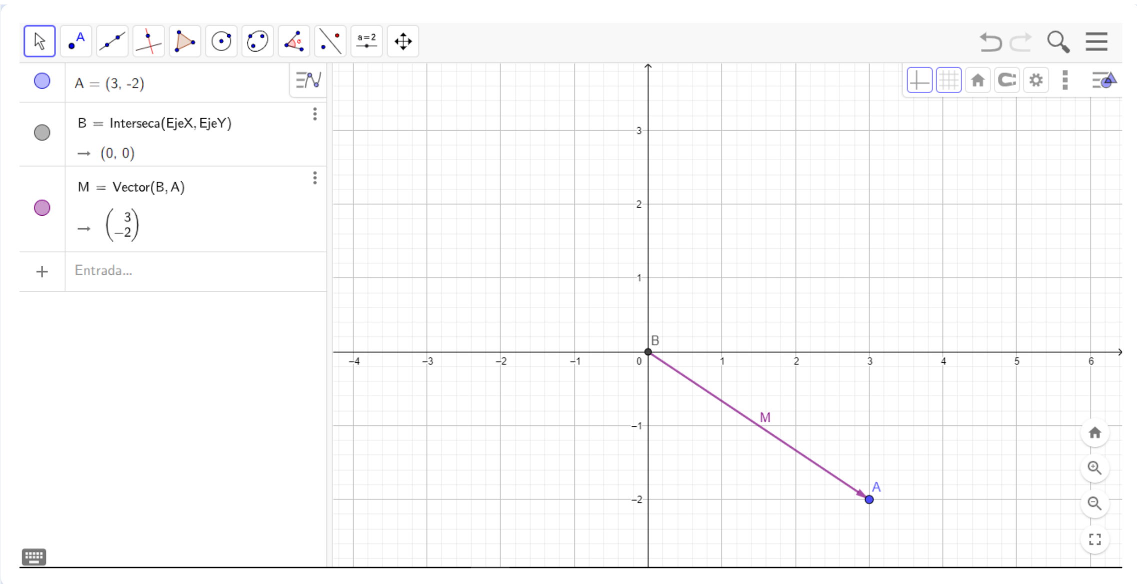
2. Si dos vectores tienen un ángulo de noventa entre sí, estos serían:

   a) Paralelos

   b) Perpendiculares

   c) Concurrentes

Opción a:



Fuente y elaboración propia

Tenemos el vector M

¿Qué tipo de recta crees que deberíamos crear a partir del vector M para que cumpla la característica requerida?

…………………………………………………………………………………………….....

¿Qué crees que deberías ubicar sobre la recta creada?

……………………………………………………………………………………………….

Teniendo como resultado que la coordenada en y del punto I es ……..

Opción b y c:

1. Hallamos los módulos de cada vector

   |I| = √((….)^2 + (n)^2)

   |I| =

   |M| = √((….)^2 + (….)^2)

   |M| =

2. ¿Qué crees que deberías hacer para que los 2 vectores tengan el mismo módulo?

   ……………………………………………………………………………………………………

3. Por lo tanto, tenemos:

   ……….. = ..………

4. Despejando n nos queda:

   n = ……

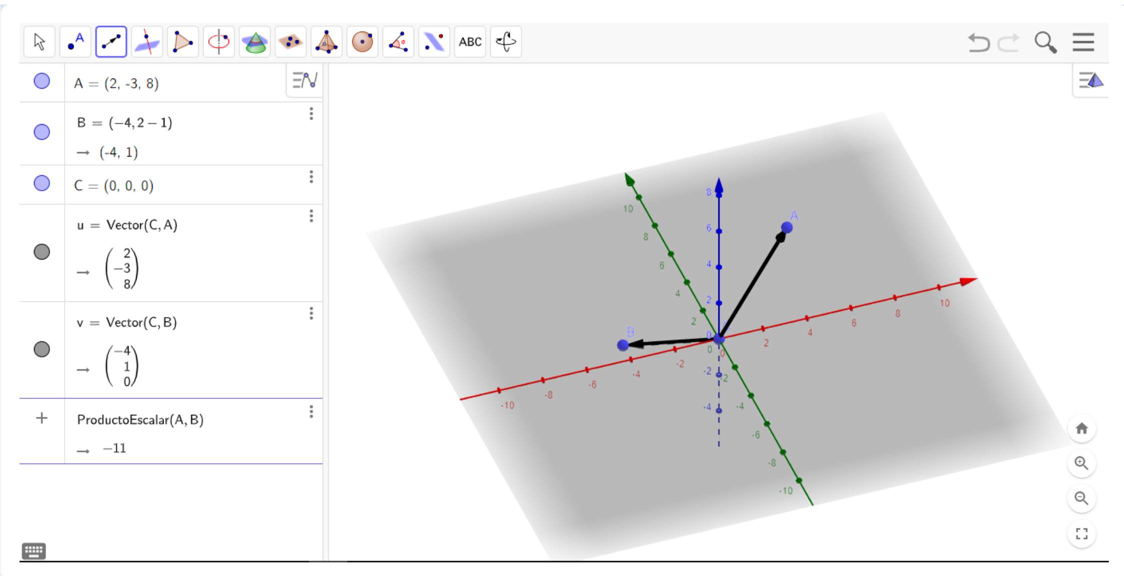
Si tenemos 2 vectores en 3 dimensiones (espacio) y deseamos hallar su producto punto.

A = (2,-3,8)

B = (-4,2,-1)

(A . B) = (…. . ….) + (…. . ….) + (…. . ….)

(A . B) = ……



Fuente y elaboración propia.

Actividades de cierre

Realice los cálculos de la siguiente actividad en la hoja y luego realícelo en Geogebra.

Hallar k si el ángulo que forma el vector F = (3, k) con O = (2, −1) vale:

1. 90°
2. 0°
3. 45°

Opción 1:

Opción 2:

Opción 3:

Marque la opción correcta

1. El producto punto de dos vectores es un:

a) Escalar

b) Vector

2. El vector posición tiene como punto inicial el origen del sistema de referencia.

a) Verdadero

b) Falso

3. Si dos vectores son perpendiculares, entonces su producto escalar es

a) 0

b) 90

4. ¿Qué ángulo da como resultado -1 en el producto punto de 2 vectores?

a) 90

b) 180

c)

5. Si dos vectores son paralelos y tienen el mismo sentido, su producto escalar es:

a) Cero

b) El producto de sus módulos

Conclusiones

¿Que nos permite determinar el producto escalar?

…………………………………………………………………………………………......

....…...............

¿Qué pasa si el producto escalar es cero?

……………………………………………………………………………………………

¿Cómo se calcula el producto punto dada las coordenadas de los vectores?

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

Secuencia Didáctica #6

Peque, J. (2018). Seis premisas para enfrentar y resolver problemas. [Figura]. Recuperado de: https://movlim.com/website/articulos/marketing-y-publicidad/6-premisas-para-enfrentar-y-resolver-problemas/

Autor: Claudia Fernández

Área: Matemáticas

Temática: Producto Cruz de Vectores

Curso: Primero de Bachillerato General

Chordeleg – 2020

Destreza con criterio de desempeño:

Calcular el producto vectorial entre dos vectores para hallar el área y volumen de figuras de caras planas.

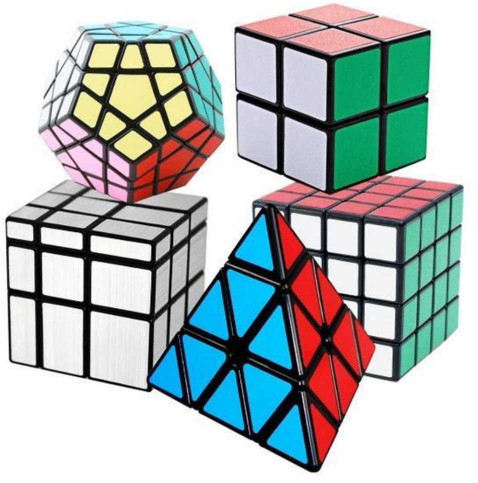
Resolver aplicaciones geométricas en R3. (ME, 2016)

Introducción al tema

Mediante el uso de actividades lúdicas y del software Geogebra estudiaremos el producto vectorial como un modo para encontrar ángulos y áreas de paralelepípedos determinados por dos vectores, muy útil al momento de expresar volúmenes fácilmente.

Actividades de apertura

Una de las aplicaciones del producto cruz de vectores es el encontrar áreas y volúmenes de figuras de caras planas como los cubos de Rubik o de un edificio.



Kimquys. COOJA Cube Pack 2x2 3x3 4x4, Speed Cube Fibra Carbono Cubo Velocidad Puzzle Cubos Juegos Inteligencia. [Figura]. Recuperado de: https://www.kimquys.com/index.php?main_page=product_info&products_id=616018

Interpretación geométrica del producto mixto. [Figura]. Recuperado de: http://www.cienciasfera.com/materiales/matemáticas/matematicas02/tema11/23_midiendo_volumenes_con_vectores.html

¿Qué datos necesitas para hallar el volumen de cualquiera de las figuras presentadas?

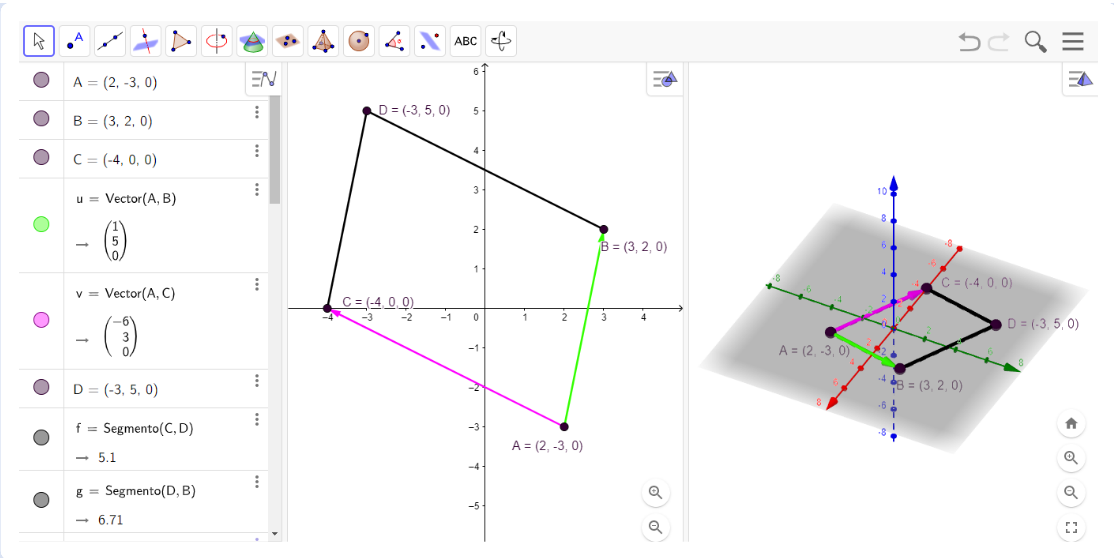
……………………………………………………………………………………………

¿De cuantas dimensiones crees que necesita un plano para hallar el volumen de cualquiera de las figuras anteriores?

……………………………………………………………………………………………

Actividades de desarrollo

Tenemos la siguiente imagen que representa el área de la base de un edificio.



Fuente y elaboración propia

Formada por los vectores:

- u =
- v =

Si el área de un paralelogramo se halla mediante la fórmula …………………

¿Cuál crees que sería la base? ……………………………………………………………

¿Cuál crees que sería la altura? ....

¿Cuál crees que sería la fórmula trigonométrica para llamar la altura? …………………

Teniendo que el área de un paralelogramo es:

$$a_p = base * altura$$

$$a_p = \ \dots\dots\dots \ * \ \dots\dots\dots$$

Siendo ésta la fórmula del producto cruz de vectores:

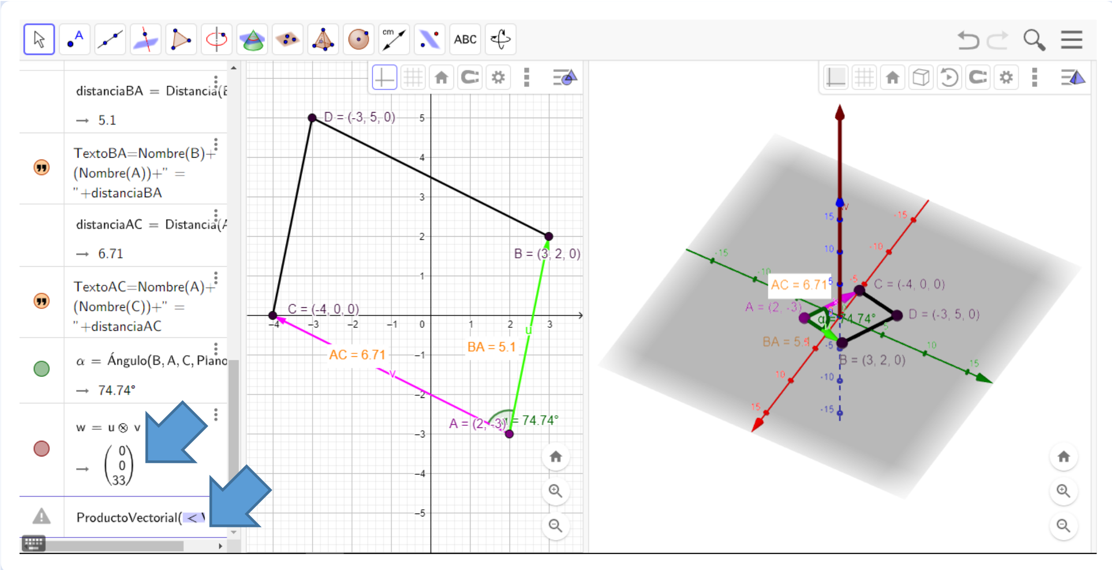
$$ABxAC = |AB|.|AC|sena$$

Reemplazando datos tenemos que el área de la base del edificio es:

$$ABxAC = |\ldots|\,.\,|\ldots|sen(\ldots)$$

$$ABxAC = \ldots . m\hat{}2$$

Con ayuda de Geogebra hallaremos el producto cruz ingresando en entrada la siguiente palabra:



Fuente y elaboración propia.

Según la imagen:

¿Cuál es el producto cruz de 2 vectores?

- Un escalar
- Un vector

¿Qué elemento del vector resultante crees que te ayudaría a hallar su área?

……………………………………………………………………………………………

¿Qué tipo de vector crees que sea el vector resultante con respecto a los vectores operantes?

……………………………………………………………………………………………

Teniendo las coordenadas del vector resultante. ¿Qué fórmula crees que te puede ayudar a hallar su módulo?

……………………………………………………………………………………………

El área del edificio sería: $|M| = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 + (\dots)^2}$

$|M| = \dots m\text{^}2$

Otra forma de hallar el producto cruz de 2 vectores es mediante la multiplicación de sus coordenadas, operaciones que las realizaremos con ayuda de las siguientes tablas.

Vector	Coordenadas		
	x	y	z
u = B-A			
v = C-A			

Para no confundir las coordenadas con variables o incógnitas cambiaremos x, y, z por i, j, k en la realización del producto cruz, vista en la siguiente tabla.

Producto cruz	Coordenadas		
u	i	j	k
x			
v			

Al resultar del producto cruz de 2 vectores, otro vector. ¿Cuantas coordenadas crees que debería contener el vector resultante? ……………………………………………………

Por lo tanto, tendremos que realizar 3 cálculos ayudándonos de la siguiente tabla.

u X v	Para la resultante i, se multiplicarán las coordenadas en j y k		
	j	k	
		<	i

Para la resultante j, se multiplicarán las coordenadas en i y k		
i	k	
		j

Para la resultante k, se multiplicarán las coordenadas en i y j		
i	j	
		k

En este caso los signos de cada coordenada son alternados empezando con el signo +

u X v	Multiplicación en diagonal			Multiplicación en diagonal			Multiplicación en diagonal		
Signos alternados	j	k		i	k		i	j	
+			i -			j +			k
Celeste-Tomate									

En cada operación ésta deberá ser de forma diagonal como lo indica el cuadro

u x v	[(…).(…) – (…).(…)]	i -	[(…).(…) – (…).(…)]	j +	[(…).(…) – (…).(…)]	k

u x v	[(…) – (…)]	i -	[(…) – (…)]	j +	[(…) – (…)]	k
u x v	(…)	i -	(…)	j +	(…)	k

El vector resultante del producto cruz entre los vectores u x v es:

- Igual
- Equipolente
- Ortogonal

Siendo su módulo: $|M| = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 + (\dots)^2}$

$|M| = \dots m\text{^}2$

Para hallar el volumen del edificio ¿Qué datos crees que necesitemos?

……………………………………………………………………………………….....

¿En qué crees que se mida el volumen de un objeto? …………………………………

¿En qué crees que se mida el área de un objeto? ………………………………………....

¿Qué crees que represente el área del edificio de los datos requeridos?

………………………………………………………………………………………….

Por lo tanto la fórmula para hallar el volumen es: $v = (\dots\dots\dots\dots\dots.) \, . \, (\dots\dots\dots.)$

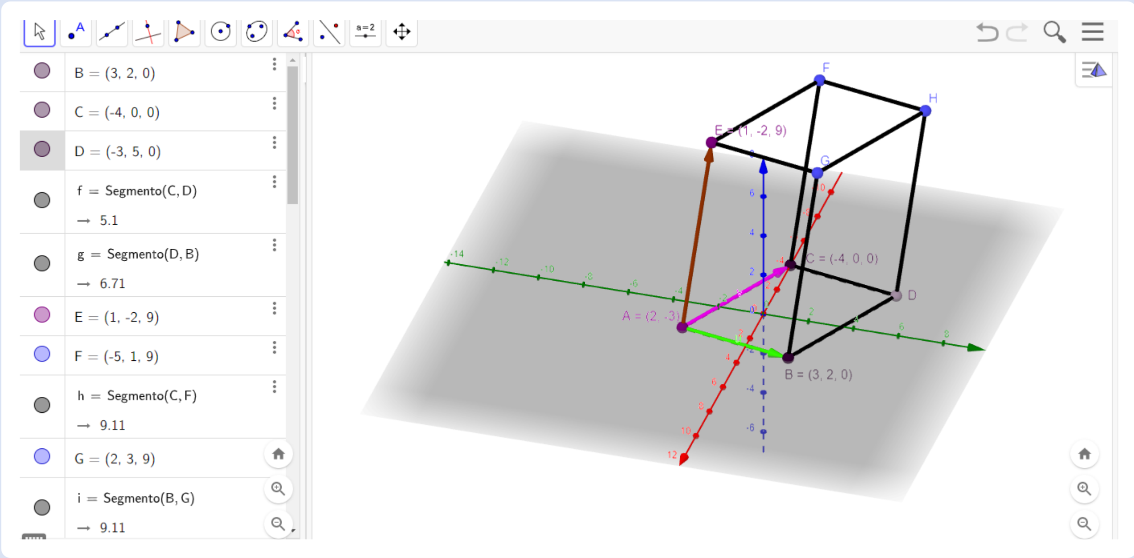
Siendo el área de la base ………….... y la altura el módulo del vector …………………..

Al multiplicar un escalar por un vector. ¿Cuál crees que es su resultado? ……………….

¿Qué fórmula crees que te ayudaría a hallar sus metros cúbicos?

………………………...

El resultado sostiene que el volumen que ocupa el edificio es de ….. m^3

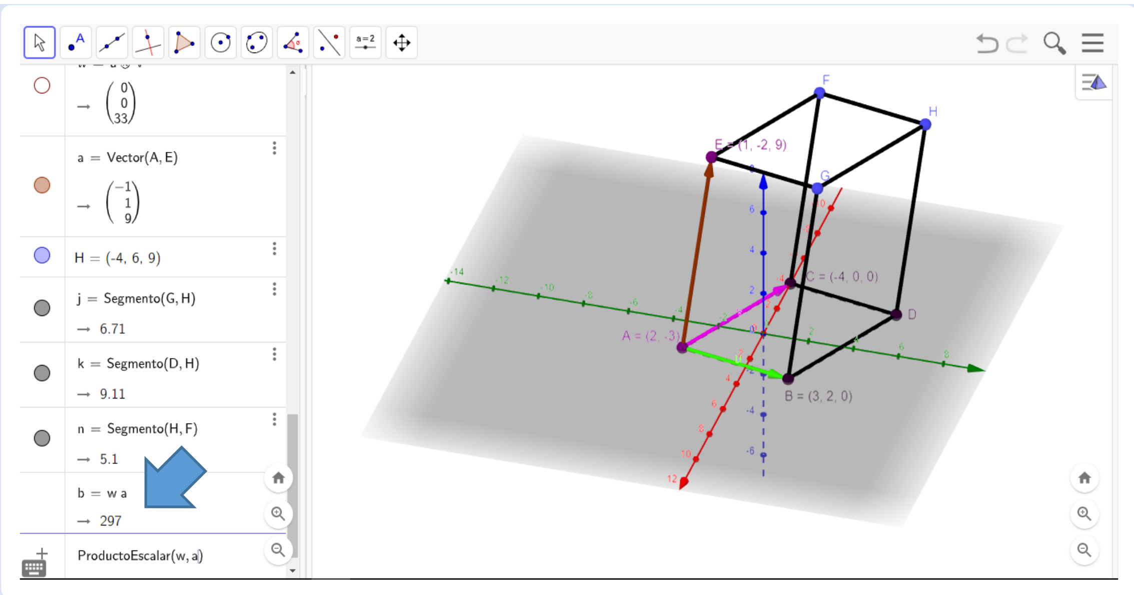


Fuente y elaboración propia.

Hecho de otra forma tenemos:

Vector	Coordenadas
u x v	(…i, …j, …k)
a(AE)	(…i, …j, …k)
(u x v).(a)	(…i, …j, …k). (…i, …j, …k)
La multiplicación entre componentes (i).(i), (j).(j) y (k).(k) es 1.	
(u x v).(a)	[(…)(…)] + [(…)(…)] + [(…)(…)] [(…)] + [(…)] + [(…)] = …. m^3

Mediante la ayuda de Geogebra ingresamos en entrada la siguiente palabra:



Fuente y elaboración propia.

Donde (w) representa ………………. y (a) representa …………………

Conclusiones

¿Qué datos nos permite hallar el producto cruz?

……………………………………………………………………………………….

¿Con cuántos vectores puedes hallar el área de un paralelepípedo? …………………......

¿Con cuántos vectores puedes hallar el volumen de un paralelepípedo? ………………...

Para hallar el área mediante este método existen 2 formas:

La fórmula trigonométrica ……………..

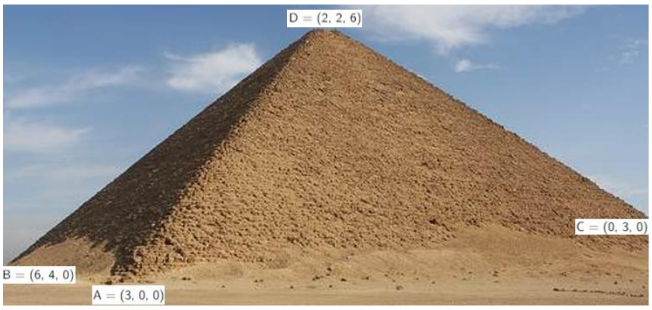
La fórmula algebraica …………………………………………………...

Para hallar el volumen se necesita un cálculo matemático mixto donde involucra tanto …………….. como ……………. Obteniendo como fórmula …………………………...

El producto cruz de 2 vectores es ……………., siendo este ……………. a ellos

Construcción

Para calcular el volumen de la siguiente pirámide de base triangular, se tomó fotografías que indican como vértices lo siguiente.



Sobre Egipto. Dahshur, las otras pirámides de Egipto. [Figura]. Recuperado de: https://sobreegipto.com/2014/03/17/dahshur-las-otras-piramides-de-egipto/

a) ¿Qué dato(s) crees que tenemos sobre los vectores? Escríbelos

A = ………………………………

B = …………………………….....

…………………… C = ………………………………

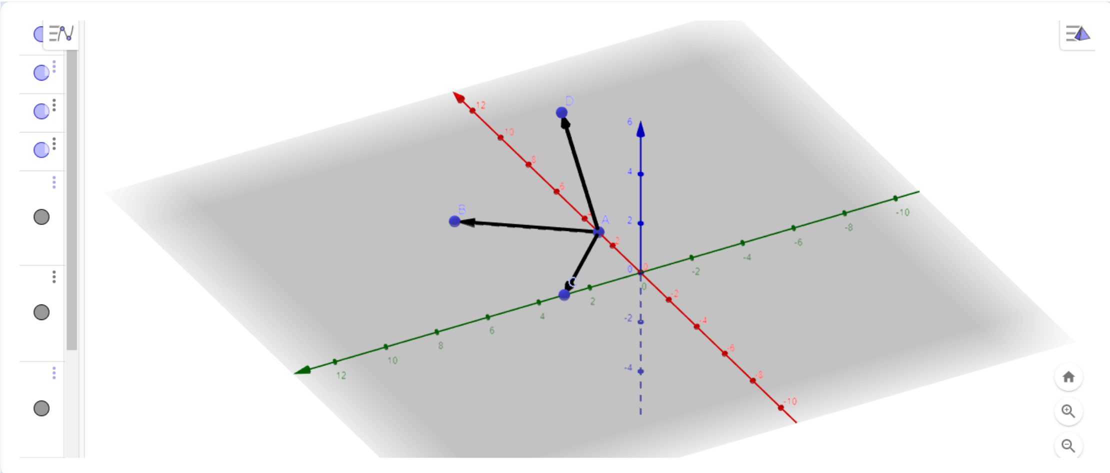
D = ………………………………

b) ¿Cómo determinarías los vectores formados con los puntos indicados?

v (AB) = ……………………………

u (AC) = ……………………………

w (AD) = ……………………………



Fuente y elaboración propia.

c) ¿Qué vectores representarían el área de la pirámide?

………………………………………………………………………………

d) ¿Qué fórmula crees que te ayudaría a hallarla?

………………………………………………………………………………

e) ¿Recuerdas la fórmula para hallar el volumen de un paralelepípedo?

………………………………………………………………………………

f) ¿Qué vectores crees que necesitas para hallar su volumen?

………………………………………………………………………………

Realizamos la operación con ayuda de la siguiente tabla.

Vector	Coordenadas
u x v	(…i, …j, …k)
a=(AE)	(…i, …j, …k)
(u x v).(a)	(…i, …j, …k). (…i, …j, …k)
La multiplicación entre componentes (i).(i), (j).(j) y (k).(k) es 1.	
(u x v).(a)	[(…)(…)] + [(…)(…)] + [(…)(…)] [(…)] + [(…)] + [(…)] = …. m^3

Resultando que la Pirámide tiene como volumen ………

Hecho de forma algebraica

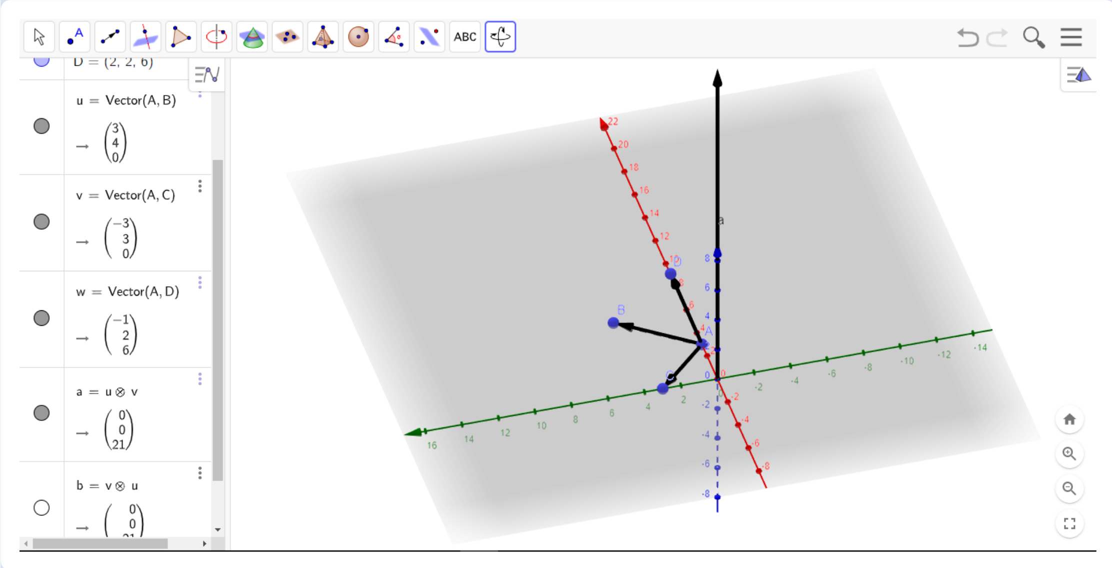
Producto cruz	Coordenadas		
	i	j	k
u			
v			

u X v	Para la resultante i, se multiplicarán las coordenadas en j y k			Para la resultante j, se multiplicarán las coordenadas en i y k			Para la resultante k, se multiplicarán las coordenadas en i y j		
	j	k		i	k		i	j	
			i			j			k

u X v	Multiplicación en diagonal			Multiplicación en diagonal			Multiplicación en diagonal		
Signos alternados	j	k		i	k		i	j	
+			i -			j +			k
Celeste-Tomate									

u x v	[(…).(…) – (…).(…)]	i -	[(…).(…) – (…).(…)]	j +	[(…).(…) – (…).(…)]	k
u x v	[(…) – (…)]	i -	[(…) – (…)]	j +	[(…) – (…)]	k
u x v	(…)	i -	(…)	j +	(…)	k

El vector resultante del producto cruz entre los vectores u x v es:



Fuente y elaboración propia.

¿Qué características crees que tiene y diferencia de los otros vectores?

…………………………………………………………………………………………

¿Qué crees que represente el módulo del vector resultante?

…………………………………………………………………………………………

$$|M| = \sqrt{(\ldots)^2 + (\ldots)^2 + (\ldots)^2}$$

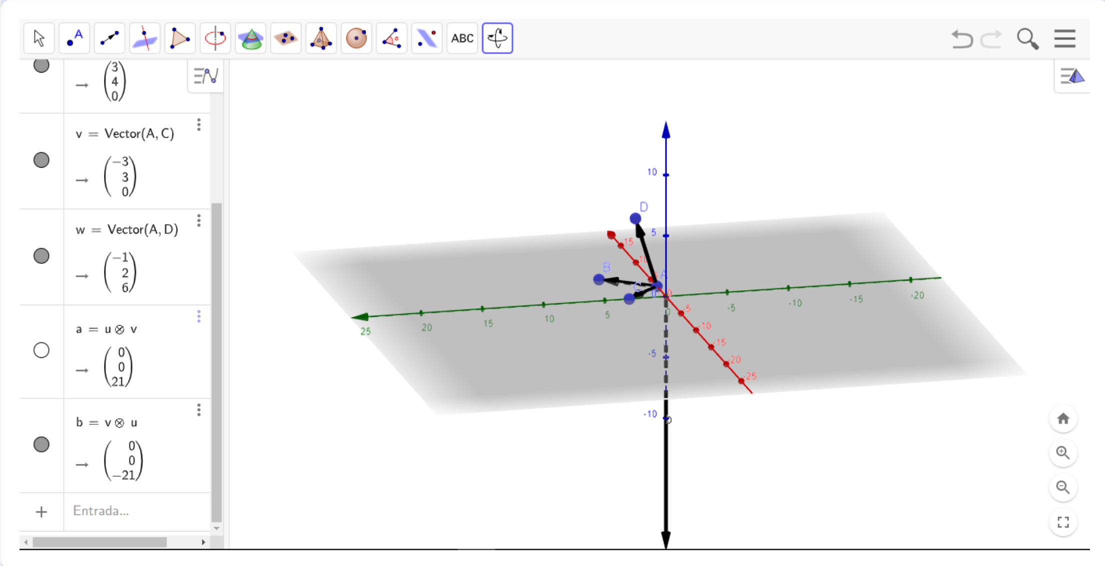
$$|M| = \ldots\ldots m^2$$

Si realizáramos la misma operación, pero cambiando el orden de los vectores ¿Crees que se alteraría la respuesta? ¿Porqué?

…………………………………………………………………………………………

Si el vector resultante cambiará. ¿Cuál de sus elementos crees que se verían afectados?

…………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

¿Crees que importe el orden de los vectores en esta operación?

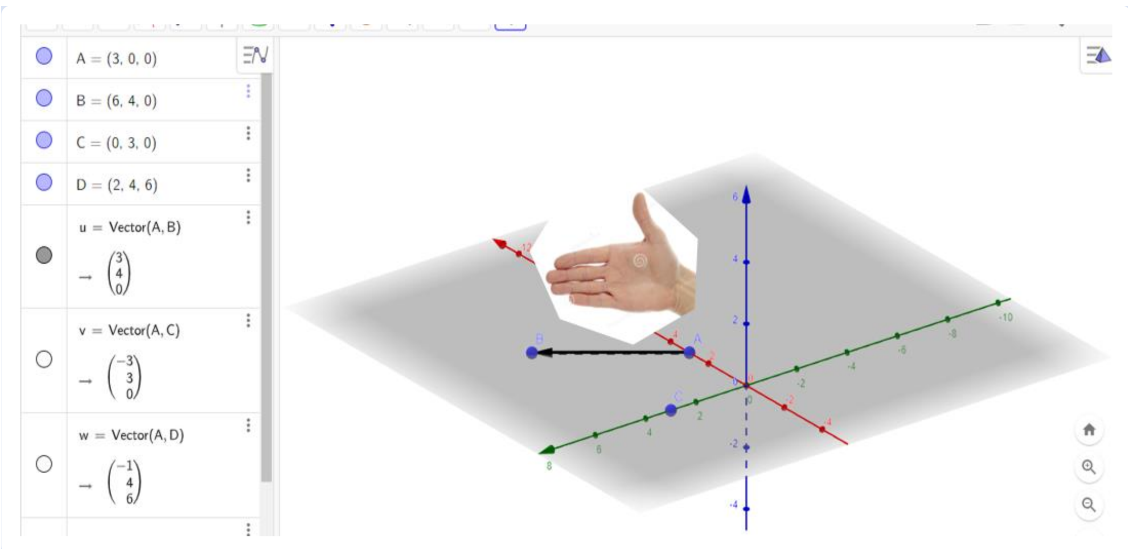
…………………………………………………………………………………………………

¿Qué características crees que diferencia del vector resultante uxv con el vector vxu?

……………………………………………………………………………………….....

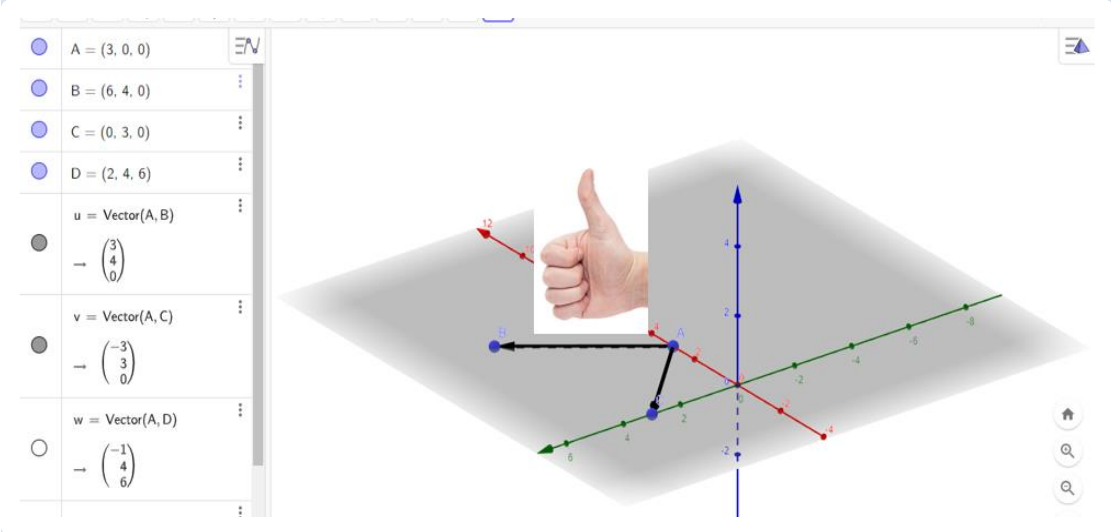
¿Crees que se podría determinar el sentido del vector resultante con ayuda de una mano? …….…... Te mostraremos cómo.

Estira los dedos de tu mano derecha en dirección y sentido del primer vector.



Dreamstime. Mano masculina extendida para un apretón de manos aislado en el fondo blanco. [Figura]. Recuperado de: https://es.dreamstime.com/mano-extendida-para-un-apret%C3%B3n-de-manos-aislado-en-fondo-blanco-masculina-el-image141716487

Cierra tu mano en dirección y sentido del segundo vector.



iStockphoto. Botón pulgar levantado la mano derecha. [Figura]. Recuperado de: https://www.istockphoto.com/es/foto/bot%C3%B3n-pulgar-levantado-la-mano-derecha-gm538065227-58087442

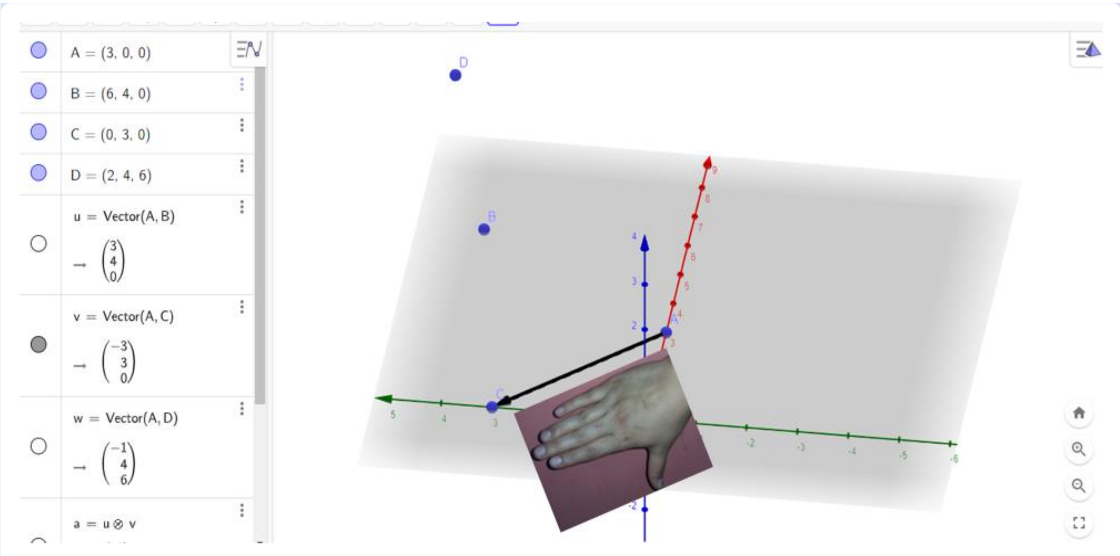
¿Qué crees que señale tu dedo pulgar?

……………………………………………………………………………………………

Realicemos la operación cambiando el orden de la operación.

¿En dirección y sentido de que vector estaría estirada tu mano?

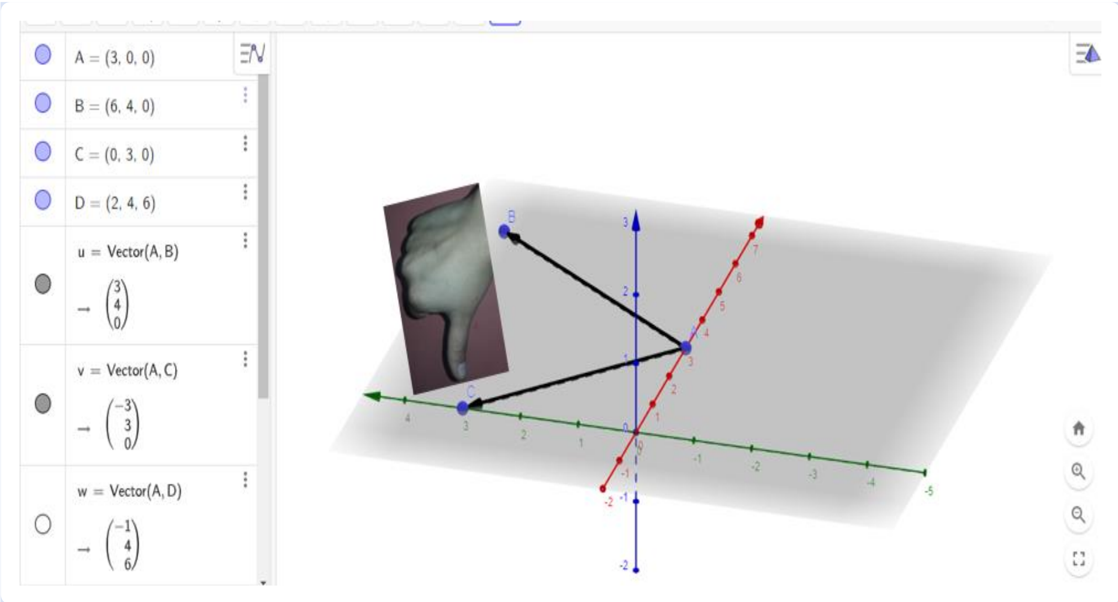
……………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

¿En dirección de que vector cerrarías tu mano?

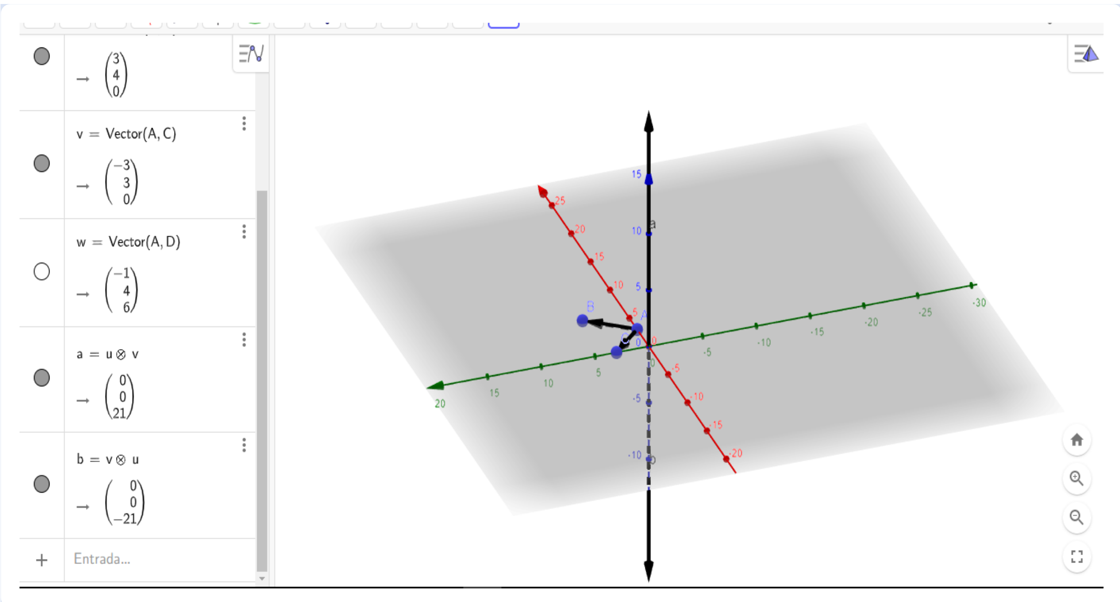
……………………………………………………………………………………………



Fuente y elaboración propia.

¿Qué crees que señale el pulgar de la mano?

………………………………………………………………………………………………

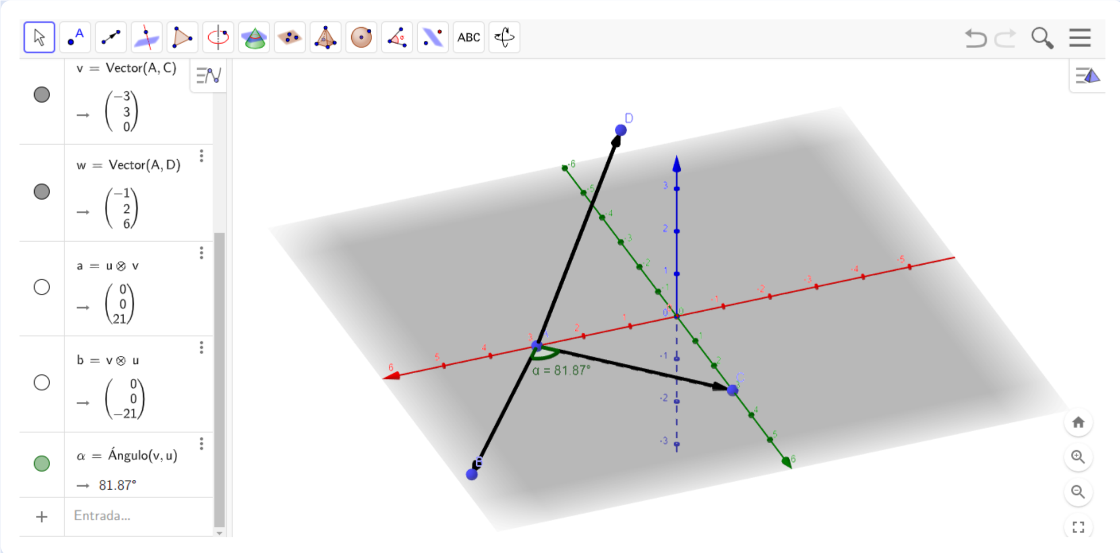


Fuente y elaboración propia.

¿Qué crees que diferencie en el resultado final al cambiar el orden de la operación?

………………………………………………………………………………………………

Si se requeriría hallar los ángulos formados entre cada vértice de la pirámide.



Fuente y elaboración propia.

Ángulo a

a) ¿Cuáles crees que serían los vectores que forman tal ángulo?

……………………..

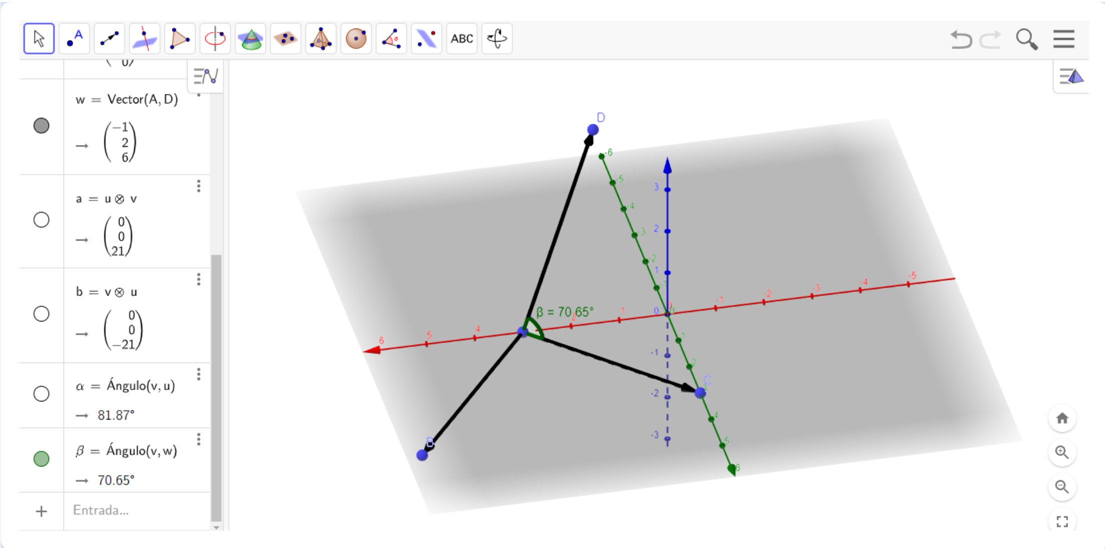
……………………..

b) Reemplazamos en la fórmula:

$$\cos \hat{A} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

$$cosa = \frac{(\dots).(\dots) + (\dots).(\dots)}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} + \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}}$$

a =



Fuente y elaboración propia.

Ángulo β

a) Los vectores que forman el ángulo son:

……………………

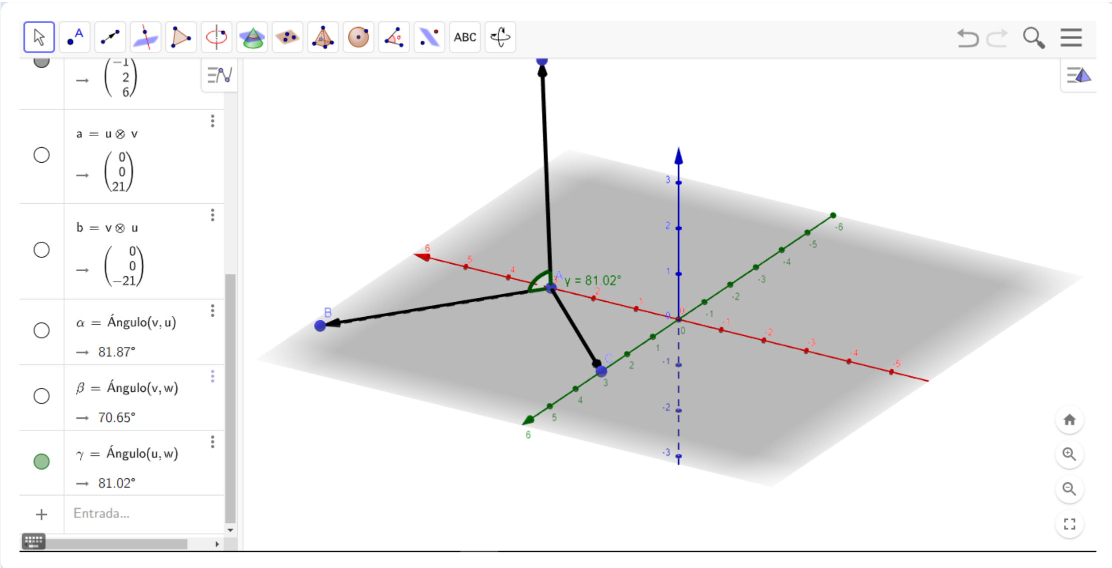
……………………

b) Reemplazamos en la fórmula:

Cos(β)=

$$cos(\beta) = \frac{(\dots).(\dots) + (\dots).(\dots)}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} + \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}}$$

$$\beta =$$



Fuente y elaboración propia.

Ángulo C

a) Los vectores que forman el ángulo son:

……………………

……………………

c) Reemplazamos en la fórmula:

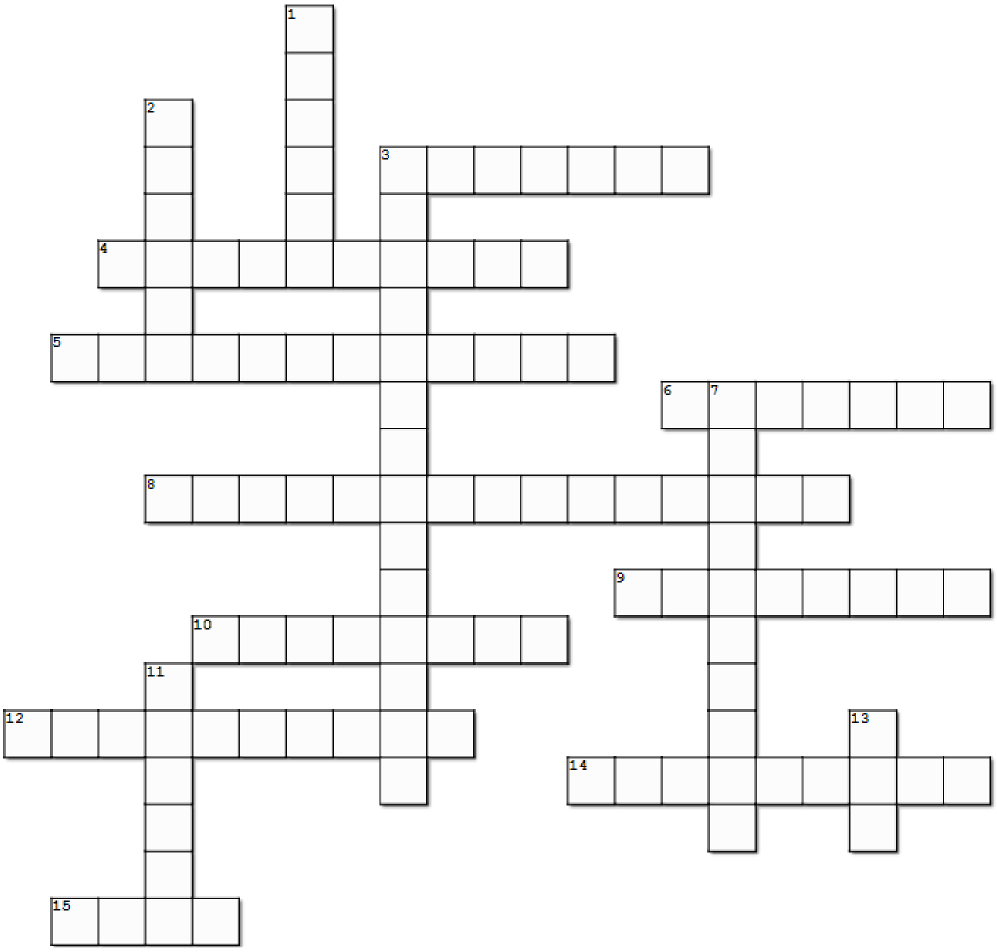
Cos(γ) =

$$cos(\gamma) = \frac{(\dots).(\dots) + (\dots).(\dots)}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} + \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}}$$

γ =

Actividades de cierre

Realiza el siguiente crucigrama sobre los temas vistos.



Horizontal

3. Producto vectorial de i x j
4. Tipos de productos de vectores
5. La proyección de un vector en otro se halla mediante
6. C . | AXB |=U^3 es la fórmula del
8. Vectores que se cortan y forman un ángulo recto.
9. El producto de un escalar por un vector es
10. Vector cuyo módulo es igual a la unidad.
12. Magnitud escalar y nos da el área
14. Tipo de vector resultante del producto vectorial de dos vectores
15. Producto vectorial entre dos vectores paralelos es

Vertical

1. Se usa trigonométrica para hallarlo.
2. Se usa pitagoras para hallarlo
3. Se obtiene dividiendo el vector sobre su módulo
7. El producto cruz entre dos vectores es igual a
11. Segmento de recta orientado
13. El producto escalar de i. j es

Fuente y elaboración propia

Conclusiones

¿Que nos permite determinar el producto vectorial?

…………………………………………………………………………………………......

....

¿Cómo se obtiene la dirección y sentido del vector A x B?

…………………………………………………………………………………………....

¿Cuál sería el resultado al multiplicar A x A?

……………………………………………………………………………………………

¿Qué representa el módulo del vector producto cruz?

……………………………………………………………………………………………

CONCLUSIONES

La evolución educativa abre la posibilidad de incorporar en el aula distintos tipos de recursos didácticos que brinden ayuda pedagógica tanto para el docente como para el estudiante en diferentes temas desde un enfoque más dinámico como el que nos brinda el software Geogebra ya que posibilita la virtualización de entornos reales a través de la simulación, despertando así el interés, el cual favorece el aprendizaje y mejora el desempeño del estudiante

Con la recolección de datos mediante una prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, se pudo constatar que la mayor parte de estudiantes no logran alcanzar los resultados de aprendizaje esperados, conocimientos básicos y necesarios para continuar con los procesos planeados de la asignatura, evidenciando la necesidad de implementar nuevas estrategias educativas dentro del aula. Por otro lado, los docentes entrevistados consideran muy útil el uso de Geogebra en sus clases. Recomiendan el agregar ejercicios de contextualización, como también la utilización de material didáctico conjuntamente con actividades lúdicas.

Su uso promueve un aprendizaje significativo al generar reflexión al presentar como real, un contenido abstracto. Es por ello, la creación de ésta guía didáctica enfocada a cimentar los conocimientos en los estudiantes mediante diferentes actividades con ayuda del software Geogebra y metodologías activas, las mismas que permitan optimizar el proceso de enseñanza al mejorar sus habilidades visuales y matemáticas sobre el tema.

Aunque el trabajo está encaminado al uso estudiantil, el acompañamiento y orientación docente es muy importante, pues él será quien despeje las dudas y verifique el correcto desarrollo del aprendizaje en los estudiantes. Finalmente, se espera que el trabajo contribuya de una manera motivacional y académica al aprendizaje de vectores y sus operaciones.

RECOMENDACIONES

Es importante que el docente conozca las características y personalidades de su grupo de estudiantes para utilizar o adaptar éste trabajo si fuese necesario.

Sería muy útil realizar a menudo este tipo de actividades con los estudiantes de la carrera en clase para así mejorar las habilidades de enseñanza con diferentes métodos.

Promover en la familia educativa la implementación de ciertos recursos tecnológicos como un medio facilitador del aprendizaje dentro y fuera del aula.

BIBLIOGRAFÍA

Ahmed, Y. (2011). Aprendizaje de las matemáticas. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, 14(1), 1-*8*.

Barros, C., y Barros, R. (2015). Los medios audiovisuales y su influencia en la educación desde alternativas de análisis. *Revista Universidad y Sociedad*, *7*(3), 26-31.

Beltrán, L. (2016). *El aprendizaje significativo como estrategia en el fomento del pensamiento crítico bajo un ambiente de aprendizaje* (Master's thesis, Universidad de La Sabana).

Beltrán, R., y Cuellar, M. (2014). La modernización de los contenidos y métodos de enseñanza: reflexiones sobre la Escuela Nueva en Colombia. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, *16*(22), 157-172.

Blanco, M. (2012). Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía. Aplicación a la Unidad de Trabajo "Participación de los trabajadores en la empresa".

Cánovas, A. (2015). *Cerebro, números y educación.* Universidad de Almería.

Cherry, K. (2019). The Psychology of How People Learn. *Verywellmind.*

Gallardo, M. C. (2017). *Estudio de las operaciones de vectores en R x R mediante el uso del geogebra* (Bachelor's thesis, ciencias de la educación mención matematicas).

García, I., y de la Cruz Blanco, G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Edumecentro,* 6(3), 162-175.

García, E. García, A. y Angulo, J. (2014). Relación maestro alumno y sus implicaciones en el aprendizaje. *Ra Ximhai,* 10(5), 279-290.

García-Valcárcel Muñoz-Repiso, A. (2016). Recursos digitales para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje.

Gómez, P. (2013). *Influencia de la metodología docente, en el aprendizaje de los estudiantes de la escuela Benjamín Araujo, durante el año lectivo 2008* (Master's thesis).

Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado, 14(2)*, 198-214.

Guerrero, G., y Paulina, J. (2016). *Elaboración y diseño de material didáctico para la concientización del cuidado del medio ambiente en niños de 6 a 10 años de edad en la escuela San Antonio de Padua en Pomasqui* (bachelor's thesis).

Instituto Internacional de Geogebra. (2020). Acerca de Geogebra. Obtenido de Instituto Internacional de Geogebra: https://www.geogebra.org

Jurado, R. (2018). *Valorar el empleo de las TICS para realizar cálculos y resolver operaciones con vectores utilizando geogebra para 1° año de Bachillerato General Unificado (1º BGU)* (Master's thesis, Universidad Nacional de Educación).

León, A. R. (2012). Los fines de la educación. *Orbis. Revista Científica Ciencias Humanas, 8(23),* 4-50.

López, J., y Velásquez, F. (2014). Estudio de la autopercepción y los estilos de aprendizaje como factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Revista de Educación a Distancia,* (44).

Márquez, F., López, L., y Pichardo, V. (2008). Una propuesta didáctica para el aprendizaje centrado en el estudiante. *Apertura*, (8).

Mazara, B. (2016). Aprendiendo a aprender Matemáticas, con ayuda de las TIC. *Educación 3.0.*

Navarro, A. (2016). *Materiales Impresos en Ciencias Naturales, 7mo Grado "A" turno vespertino, Instituto Eddy Alonso, municipio Sébaco II Semestre, 2015* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua).

Orozco, C. (2017). *Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones* (Doctoral dissertation, Universidad de Salamanca).

Pérez, K. y Hernández, J. (2014). Aprendizaje y comprensión. Una mirada desde las humanidades. *Humanidades Médicas, 14(3)*, 699-709.

Piaget, J. (1969). Psicología y Pedagogía. Los métodos nuevos: sus bases psicológicas. *Barcelona. Ariel*, 48-79.

Piquer, P. y Escalada, C. (2017). La vigencia de Hannah Arendt y John Dewey en la acción docente del siglo XXI. *FORO de Educación, 15(22),* 1-23.

Ribas Torres, O. (2011). De la escuela tradicional a la escuela constructivista.

Rodríguez, L. (2014). Metodologías de enseñanza para un aprendizaje significativo de la histología.

Rovira, I. (2017). Software educativo: tipos, características y usos.

Salazar, M., (2013). Pedagogía tradicional versus pedagogía constructivista. *Universidad de Quilmes, Ecuador. Doi, 10.*

Saldarriaga, P., Bravo, G., & Loor, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Dominio de las Ciencias*, *2*(3 Especial), 127-137.

Sánchez, B., Chamoso, J., Cáceres, M., Rodríguez, M., Salomón, M. y Astudillo, M. (2017). Creación de material manipulativo por futuros docentes de infantil, primaria y secundaria para el aprendizaje de matemáticas.

Sánchez, L. (2015). Desarrollo de guías didácticas con herramientas colaborativas para cursos de bibliotecología y ciencias de la información. *e-Ciencias de la Información*, 1-19.

Siemens, G., & Weller, M. (2011). La enseñanza superior y las promesas y los peligros de las redes sociales. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *8*(1), 157-163.

Smith, M. K. (2015). What is education? A definition and discussion. *The encyclopedia of informal education.*

Valderrama, R., y Lizeth, Y. (2018). La Lúdica como Potenciador para la Orientación de las Matemáticas.

Vergara, C. (2017). Vygotsky y la teoría sociocultural del desarrollo cognitivo. *Recuperado de: www.actualidadenpsicología.com/vygotsky-teoría-sociocultural*.

ANEXOS

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía Letras y Ciencia de la Educación

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FISICA

PRUEBA ESTRUCTURADA: VECTORES

A continuación, usted encontrará una serie de preguntas destinadas a conocer sobre el nivel de logro alcanzado por los estudiantes de bachillerato en el tema de Vectores.
Por favor lea las instrucciones de cada pregunta y conteste la alternativa que usted considere correcta.
Sus respuestas son confidenciales. Gracias por llenar este cuestionario.

1. Dirección de correo electrónico *

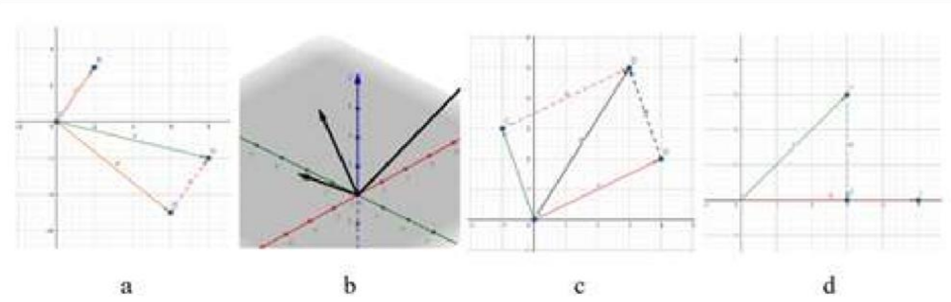
Evaluación de Resultado de Aprendizaje I.M.5.6.1

1. Relaciona cada fila con su respectiva columna sobre los elementos de un vector *

Selecciona todos los que correspondan.

	Ángulo	Signo	Longitud
Dirección	☐	☐	☐
Sentido	☐	☐	☐
Módulo	☐	☐	☐

2 Elija la opción correcta. *



Marca solo un óvalo.

- a)resta, b)suma, c)productovectorial, d)productoescalar
- a)suma, b)resta, c)productoescalar, d)productovectorial
- a)productoescalar, b)productovectorial, c)suma, d)resta
- a)resta, b)productovectorial, c)suma, d)productoescalar

3. Seleccione la respuesta que usted considere resuelve el siguiente problema. *

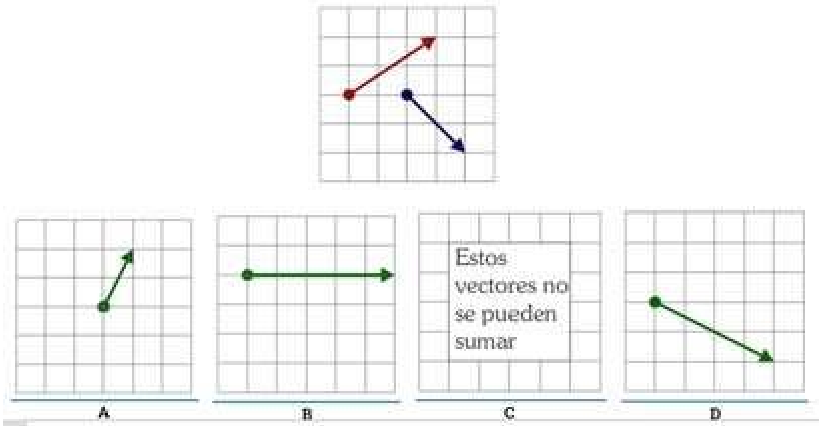
3. Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos:
   a) Recuerda las fórmulas para calcular la magnitud de un vector es $|\vec{v}|=\sqrt{v_1^2+v_2^2}$ y la velocidad v = d/t.

En las vacaciones pasadas mi familia y yo visitamos Salinas, viaje que nos tomó 9h desde Chordeleg, viajando 2h hacia el norte con una velocidad de 80km/h, luego hacia el este con una velocidad de 75km/h por 4h y finalmente al norte con una velocidad de 90km/h por 3h. ¿Cuánto tiempo nos tomó regresar a Chordeleg a mi familia y a mí, si decidimos tomar el camino más corto a una velocidad de 100km/h?

Marca solo un óvalo.

- 3,08h
- 4,89h
- 5,24h
- 6,57h

5 4 Dado los siguientes vectores, identifique su suma vectorial *



Marca solo un óvalo.

- A
- B
- C
- D

5. Escoja la respuesta que usted considere resuelve el problema. *

5. Determine la proyección de $\overrightarrow{AB}$ sobre $\overrightarrow{AC}$. Los puntos son A = (6, 0), B = (3, 5) y C = (−1, −1).

a) Recuerda la fórmula para hallar la proyección AD = $\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$

Marca solo un óvalo.

- 2,263
- 3
- -2,356
- -7

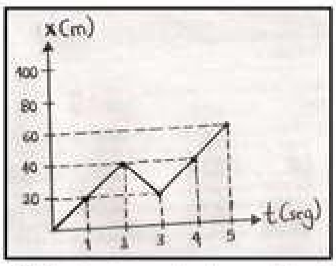
Evaluación de Resultado de Aprendizaje I.M.5.6.2

6 Si al multiplicar dos vectores de forma vectorial, el resultado es cero, podemos asegurar que: *

Marca solo un óvalo.

- Son equipolentes
- Son ortogonales
- Son opuestos
- Son concurrentes

8. 7. En base en la siguiente gráfica responda las preguntas a y b. *



a) ¿Cuánto es su desplazamiento?
b) ¿Cuánto vale la distancia recorrida?

Marca solo un óvalo.

- a)100, b)60
- a)60, b)100
- a)60, b)5
- a)5, b)60

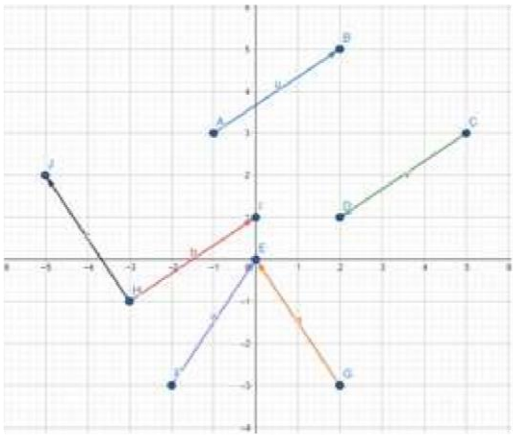
8 Seleccione la respuesta que usted considera resuelve el problema. *

8. Un jugador de billar quiere lanzar una bola blanca situada en el punto A=(-5,3) para que golpee la bola roja que está en el punto B=(4,6). ¿Cuál es el ángulo con el que debe situar el taco para conseguirlo? (origen en centro de mesa).

Marca solo un óvalo.

- 12,93°
- 15,24°
- 18,43°
- 23,19°

9. Escoja la opción correcta sobre tipos de vectores *



Marca solo un óvalo.

- Opuestos: AB y HJ, Concurrentes: HJ y HI, Equipolentes: AB y DC, Ortogonales: GE y FE
- Opuestos: AB y CD, Concurrentes: FE y GE, Equipolentes: AB y HI, Ortogonales: HJ y HI
- Opuestos: HI y HJ, Concurrentes: GE y AB, Equipolentes: FE y DC, Ortogonales: FE Y GE
- Opuestos: FE y HI, Concurrentes: AB y HJ, Equipolentes: HJ y GE, Ortogonales: AB y DC

10. Indique la opción que usted considera resuelve el problema. *

10. Dado el vector $\vec{v} = (6,-8)$. Hallar los vectores ortogonales a $\vec{v}$ con el mismo módulo de $\vec{v}$.

Marca solo un óvalo.

- Los vectores: (8,-6);(-8,-6)
- Los vectores: (6,8); (-6-8)
- Los vectores: (-6,-8); (6,8)
- Los vectores: (-8,-6); (8,6)