# UNIVERSIDAD DE CUENCA

## Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
## Carrera de Matemáticas y Física

## “Estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos”

Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

**AUTORAS:**

Josseline Victoria Asitimbay Jerez
CI: 0107053092
Correo electrónico: josselineasi1997@gmail.com

Joseline Mariela Guichay Villa
CI: 0105320535
Correo electrónico: joshy.guichay@gmail.com

**TUTOR:**

Ing. Fabían Eugenio Bravo Guerrero
CI: 0101654861

Cuenca, Ecuador
04 de enero de 2021

# RESUMEN

El presente trabajo de titulación se refiere al desarrollo de estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos. Diversas investigaciones señalan que la Geometría se centra en la memorización de fórmulas, conceptos y el trazado de figuras en láminas, sin embargo cuando el maestro plantea problemas del contexto a los estudiantes se les dificulta razonar, reflexionar y visualizar el contenido geométrico. Además, mediante la aplicación de una encuesta a los estudiantes de segundo ciclo de la Carrera Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, se corrobora que los recursos utilizados con mayor frecuencia son la pizarra, marcadores y diapositivas, recursos propios de la enseñanza tradicional. Por lo tanto, se elabora una guía didáctica para docentes con estrategias metodológicas activas que sean útiles y adecuadas, con la finalidad de proponer clases innovadoras basadas en el constructivismo y al mismo tiempo, motiven a los estudiantes a identificar, interpretar y comprender definiciones, propiedades, teoremas, etc. para aplicarlos en la resolución de situaciones que se le presenten en su vida. Asimismo, la propuesta se apoya de recursos didácticos ya que favorecen al proceso de enseñanza-aprendizaje, pues se adecuan a cualquier contenido y promueven el logro de aprendizajes significativos.

**Palabras clave:** Estrategias metodológicas. Recursos. Constructivismo. Aprendizajes significativos. Guía didáctica. Problemas del contexto.

## ABSTRACT

The present degree work refers to the development of methodological strategies for teaching congruence and similarity of triangles with the support of didactic resources. Several researches point out that Geometry is focused on the memorization of formulas, concepts and the drawing of figures in plates, however, when the teacher poses problems of the context, students find it difficult to reason, reflect and visualize the geometric content. In addition, by applying a survey to students in the second cycle of the Pedagogy of Experimental Science Career: Mathematics and Physics, it is corroborated that the resources most frequently used are the blackboard, markers and slides, resources typical of traditional teaching. Therefore, a didactic guide for teachers with active methodological strategies that are useful and appropriate is elaborated, with the purpose of proposing innovative classes based on constructivism and at the same time, motivating students to identify, interpret and understand definitions, properties, theorems, etc. to apply them in the resolution of situations that arise in their lives. Likewise, the proposal is supported by didactic resources since they favor the teaching-learning process, since they are adapted to any content and promote the achievement of significant learning.

**Keywords:** Methodological strategies. Resources. Constructivism. Significant learning, Didactic guide. Context problems.

**ÍNDICE**

Cláusula de licencia y autorización para la publicación en el Repositorio Institucional

Josseline Victoria Asitimbay Jerez en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos", de conformidad al Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 04 de enero de 2021

Josseline Asitimbay

Josseline Victoria Asitimbay Jerez

CI: 0107053092

### Cláusula de licencia y autorización para la publicación en el Repositorio Institucional

Joseline Mariela Guichay Villa en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos", de conformidad al Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 04 de enero de 2021

Joseline Mariela Guichay Villa

CI: 0105320535

Cláusula de Propiedad Intelectual

Josseline Victoria Asitimbay Jerez, autora del trabajo de titulación "Estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 04 de enero de 2021

Josseline Asitimbay

Josseline Victoria Asitimbay Jerez
CI: 0107053092

Cláusula de Propiedad Intelectual

Joseline Mariela Guichay Villa, autora del trabajo de titulación "Estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 04 de enero de 2021

Joseline Mariela Guichay Villa

CI: 0105320535

## DEDICATORIA

Este trabajo de titulación en primer lugar se lo dedico a Dios y a la Virgen por darme salud, bienestar y guiar mis pasos para alcanzar mis metas.

Con todo mi corazón dedico este trabajo a mi madre Esperanza, quien a pesar de la distancia ha sido un pilar fundamental en mi vida, dándome consejos y motivándome para lograr todos mis sueños, además de siempre alentarme cuando sentía no poder más, es la persona que siempre confió en mí y hoy en día comparte este logro tanto como yo.

A mis abuelitos Humberto y Enma, quienes han sido como unos padres, siempre apoyándome en los buenos y malos momentos.

A mis hermanas Grace y María, quienes han estado a mi lado compartiendo alegrías, tristezas y sobre todo alentándome para siempre dar lo mejor de mí.

A la memoria de mi padre, quien desde el cielo me protege día a día y a pesar que no esté a mi lado físicamente, sé que está muy orgulloso de este nuevo logro en mi vida.

A mi amiga y compañera de tesis Joseline, quien ha compartido conmigo risas, llantos, secretos y experiencias únicas que quedarán grabadas en mi corazón. Además, quien estuvo cuidándome en un momento muy difícil de mi vida demostrando así una amistad sincera y me acompañó por este largo camino estudiantil.

Josseline Asitimbay.

## DEDICATORIA

Este trabajo de titulación se lo dedico a Dios y a la Virgen María por acompañarme en cada etapa de mi vida e iluminar mi camino.

Se lo dedico especialmente a mis padres Rolando Guichay y Sonia Villa por ser mis modelos a seguir y brindarme apoyo incondicional en mi día a día, por escucharme y aconsejarme para que salga adelante y por amarme con todas mis virtudes y defectos.

A mi hijo por ser mi motivo de superación para que esté muy orgulloso de mí, por acompañarme en la finalización de mi trabajo de titulación y por brindarme felicidad con cada movimiento dentro de mi vientre.

A mis hermanos Estefanía Guichay, Alan Guichay y Steven Guichay por brindarme amor, felicidad y ayudarme en el trayecto de mi vida para poder ser una mejor persona.

A mi mejor amiga Josseline Asitimbay por hacer posible que cumplamos nuestra meta de graduarnos, por escucharme y aconsejarme para que sea una mejor persona, por estar presente en los días buenos y malos haciendo posible que mi formación universitaria sea una etapa inolvidable y quien es una fuente de confianza y admiración.

Joseline Guichay.

# AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecemos a Dios por brindarnos salud, por acompañarnos en nuestra formación personal y académica, por guiarnos para superar todos los obstáculos que se presentan día a día.

A nuestras familias por apoyarnos, motivarnos y aconsejarnos durante toda la vida, haciendo posible cumplir todos nuestros sueños en especial el de ser docentes.

A todos los docentes de la Carrera de Matemáticas y Física por brindarnos sus conocimientos, experiencias y valores que nos servirán en nuestra vida laboral. En especial al Ing. Fabián Bravo por dirigirnos durante el desarrollo de este trabajo de titulación, por su tiempo y consejos que nos han servido para culminar nuestra formación universitaria.

Finalmente, a la Senescyt por incentivar económicamente a nuestro desarrollo académico.

Josseline - Joseline.

# INTRODUCCIÓN

Este trabajo de titulación trata sobre estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos con apoyo de recursos didácticos, para esto se elabora una guía didáctica que aporta con clases innovadoras, materiales físicos y virtuales para que el docente tenga diversas formas de explicar su asignatura y logre un aprendizaje significativo en sus estudiantes ya que el problema de la enseñanza de la Geometría Plana es la existencia de limitaciones metodológicas centradas regularmente en la memorización y mecanización de los contenidos geométricos.

A fin de mejorar esta problemática en las clases de congruencia y semejanza de triángulos se desarrollan actividades del contexto que promuevan la reflexión, razonamiento y visualización para lograr la participación individual y colectiva de los estudiantes y a la vez, se utilizan recursos didácticos que permiten relacionar la teoría con la realidad.

En el Capítulo 1 titulado Fundamentación Teórica, se abordan aspectos de la corriente pedagógica del "Constructivismo" como: la definición, el Constructivismo Social y los aportes de su representante Lev Vigotsky, las cuales permiten plantear actividades motivadoras para que los estudiantes logren un aprendizaje autónomo y significativo. Posteriormente, se abarca la enseñanza de la geometría de una forma tradicional para explicar el problema del docente al impartir sus clases. Además, se detallan las estrategias metodológicas y técnicas para la enseñanza que contribuirán a una planificación más eficaz de las clases.

En el Capítulo 2 "Metodología y Resultados" se realizó una encuesta a los estudiantes de segundo ciclo de la Carrera Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, con el objetivo de identificar cómo el docente imparte las clases de Geometría Plana obtener ideas de estrategias y recursos para la elaboración de la propuesta. Por último, esta técnica de investigación fue analizada mediante tablas y gráficos estadísticos.

En el Capítulo 3 denominado Propuesta, se elaboró una guía del docente que contiene ocho clases desarrolladas en tres momentos: anticipación, construcción y consolidación, las mismas que poseen actividades planificadas con técnicas, recursos didácticos y el método de resolución de problemas con el fin de promover el razonamiento, la observación e interpretación de los temas de congruencia y semejanza de triángulos.

# CAPÍTULO 1

# FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

## 1.1 ¿Qué es el constructivismo?

El currículo de educación general básica y bachillerato general unificado para el área de matemáticas tiene un enfoque pedagógico pragmático-constructivista, entendiéndose por esto la unión de diversas corrientes: pragmatistas, constructivistas, antropológicas, socio-históricas, naturalistas, entre otras (Ministerio de Educación, 2016). En afinidad con esta perspectiva, la propuesta desarrollada se basa en el constructivismo, que trata sobre la construcción del conocimiento propio basado en la interacción de las personas en aspectos cognitivos, afectivos y hasta sociales que se dan en el contexto del ser humano (Rivera, 2016). Por eso, en esta corriente pedagógica el docente promueve la autonomía y la iniciativa del estudiante cuya finalidad es que cree, clasifique, elabore y piense lo que aprende día a día en la interrelación con su entorno.

Otra definición del constructivismo basado en el proceso formativo, es aquel que promueve el pensamiento crítico para la edificación del conocimiento de cada aprendiz con el fin de ir adquiriendo nueva información y atribuirle significado (Aparicio & Ostos, 2018). Es decir, el docente incentiva a los estudiantes para que puedan analizar y evaluar los aprendizajes significativos que adquieren mediante la observación, experiencia, reflexión y razonamiento.

Además, en el constructivismo el docente enseña planteando situaciones reales y del contexto a los estudiantes logrando así la motivación, la autorregulación, la determinación de metas y objetivos para que los alumnos desarrollen de manera autónoma su conocimiento, para ello el maestro se convierte en el mediador del aprendizaje porque puede incorporar herramientas, material didáctico y recursos tecnológicos con el fin de contrastar la teoría con la realidad.

### 1.1.1 El constructivismo social

El constructivismo social o dialéctico es un enfoque constructivista que estipula que el conocimiento del ser humano se origina de las acciones desarrolladas recíprocamente con las personas y el ambiente, entonces los aprendizajes son el reflejo de los procesos cognitivos de cada persona en relación al medio que los rodea y saberes previos (Schunk, 2012), por lo tanto, el docente con esta perspectiva guía al estudiante para que relacione los contenidos nuevos con sus conceptos y experiencias adquiridas anteriormente en su entorno.

Además, esta perspectiva enmarca que el aprender es un procedimiento social; la interacción con otras personas y el ambiente son necesarios para la construcción de conocimiento considerando que el aprendizaje formado es el reflejo del entorno (González, 2012). Entonces, el docente con un enfoque constructivista social debe considerar que cada discente asimila la información de diferentes formas porque depende del medio que les rodea.

El autor del constructivismo social es Lev Vigotsky quien fue un maestro que posteriormente se convirtió en psicólogo, él consideraba que la educación involucra el desarrollo potencial de cada persona, la expresión y el crecimiento histórico de la sociedad humana (Tenutto, et al., 2006), es decir en el proceso de enseñanza y aprendizaje intervienen el docente potencializando las capacidades cognitivas del estudiante y el entorno que contiene la cultura, normas de convivencia complementando la formación integral del estudiante. Además, en la perspectiva constructivista dialéctica se propone que el educando desarrolle su aprendizaje en grupos sociales y realizando conjuntamente trabajos entre pares (Schunk,

2012) ya que, al trabajar colaborativamente se comparten conocimientos, habilidades y experiencias los cuales llevan o permiten la adquisición de nuevos saberes.

**1.1.2 Lev Vigotsky y sus aportes al Constructivismo Social**

Lev Vigotsky planteó la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), la cual se define como: la distancia entre la zona de desarrollo real y la zona de desarrollo potencial, es decir, es la diferencia entre la aptitud de la persona para resolver autónomamente un problema y la capacidad de solucionar una dificultad bajo la orientación de un adulto o con ayuda de un compañero más apto (Tenutto, et al., 2006). Por esto, se ve necesario que el docente conozca la zona de desarrollo real del estudiante para que mediante preguntas, motivaciones y actividades adecuadas logre un desequilibrio cognitivo y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas.

Además, la interacción en la ZDP está encaminada a conocer el mundo y la interrelación de la sociedad en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en los que se adquiere conocimiento haciendo que el estudiante se desarrolle cognitivamente y socialmente; pero las interacciones están organizadas por el docente que es el más experimentado, él aporta con su sapiencia para que los estudiantes desarrollen sus habilidades y las destrezas con criterio de desempeño o contenido (Labarrere, 2016). Por lo tanto, en esta propuesta se diseñan una variedad de actividades para despertar el interés y el conocimiento de los estudiantes, y que a su vez permiten que los discentes trabajen de forma colaborativa con sus compañeros de clase y el docente, con el objetivo de que alcancen su propio aprendizaje y aprendan a resolver problemas.

Otro de los aportes de Lev Vigotsky a la educación es la mediación, la misma que consiste en la intervención social para que el estudiante aprenda de una forma independiente y autónoma (González, 2012). Es por esto, que en la medición participan el docente o compañeros de clases como mediadores sociales apoyándose en instrumentos mediacionales (el lenguaje, símbolos, herramientas) para que el estudiante cree, reflexione y comunique el significado de lo que está aprendiendo.

De acuerdo con este aporte, se han planificado actividades individuales y grupales, en las cuales el docente guiará al estudiante para que construya su propio aprendizaje y desarrolle habilidades de pensamiento crítico y socialización para resolver problemas del contexto con el apoyo de instrumentos mediacionales como: hojas de trabajo, material didáctico, software, entre otros. Además, las actividades propuestas permiten que los alumnos compartan sus conocimientos y reflexionen acerca de los temas relacionados a la congruencia y semejanza de triángulos.

### 1.1.3 Constructivismo Social en la Educación del Ecuador

En la actualidad los estudiantes son los protagonistas de la educación porque ellos van construyendo su conocimiento mediante la participación a través de la acción y la experiencia (Reyero, 2019). Por lo tanto, esta propuesta busca maneras activas de enseñar basándose en la interacción de los alumnos con su entorno, realizando trabajos individuales y/o grupales, juegos lúdicos, actividades virtuales y manejo de software todo esto con la finalidad de lograr la reflexión e interpretación de cada discente.

La Constitución del Ecuador (Asamblea Constituyente, 2008) señala que: "la educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico, (...); estimulará el sentido crítico, el arte y la cultura física, la iniciativa individual y comunitaria, y el desarrollo de competencias y capacidades para crear y trabajar" (p.27). Con esto, se observa que el sistema educativo ecuatoriano basa sus principios en el constructivismo social, con el objetivo de que se desarrollen aptitudes como la creatividad y el liderazgo en los estudiantes, las cuales serán fortalecidas por medio del trabajo individual y colaborativo.

Aunque el Ministerio de Educación ha intentado implementar este modelo en el desarrollo de las clases, este requiere que el docente se encargue de potenciar el aprendizaje integral, autónomo y colectivo de los estudiantes con el fin de adquirir conocimientos mediante la observación, la investigación, reflexiones críticas y la experimentación a través de ejercicios contextualizados (Reyero, 2019). Por lo tanto, para poner en marcha el constructivismo social en las aulas de clases el maestro tiene que fomentar la participación de los alumnos mediante las actividades mencionadas anteriormente y así promover la curiosidad, el dinamismo y la interacción de los aprendices.

### 1.1.4 La enseñanza de la Geometría Plana desde el constructivismo social

La Geometría Plana es una rama de las matemáticas en la que se estudian las figuras geométricas. Esta ciencia ha contribuido al desarrollo de la sociedad desde las civilizaciones más antiguas por ejemplo: Tales de Mileto al calcular la altura de la pirámide de Keops en Egipto; midió la longitud de la base de la pirámide y de un bastón, colocando este en forma vertical delante de la pirámide para medir las sombras que proyectaban, estableciendo así una proporción entre sombras y alturas.

La enseñanza de la Geometría Plana vista desde el constructivismo social se basa en el desarrollo de habilidades espaciales mediante la aplicación de problemas que se involucren en el contexto (Cahuana & Vital, 2019), esto se apoya con la guía del docente porque presenta actividades que contengan figuras geométricas visibles en el entorno para que los estudiantes identifiquen, asimilen y reflexionen lo que aprenden.

En el constructivismo el docente se convierte en un orientador quien motiva a los estudiantes a trabajar de manera colaborativa y activa. Por eso según Rodríguez, Delgadillo y Torres (2019) en este enfoque el proceso de enseñanza debe incorporar actividades relacionadas al contexto, fomentar la participación de los estudiantes en actividades como: trabajos en grupo, la observación, el diálogo y promover múltiples perspectivas dado que los estudiantes tienen diversas formas de pensar para encontrar una solución a un problema.

**1.2 Enseñanza de la Geometría de forma Tradicional**

La geometría es una disciplina que se enseña desde la educación primaria y en la mayoría de los casos se centra en la memorización de fórmulas, definiciones, teoremas, propiedades, etc. para llegar a demostraciones de figuras geométricas o resoluciones de ejercicios descontextualizados. Con lo cual, se apoya a un sistema tradicional de enseñanza donde los estudiantes no pueden razonar, reflexionar, vincular o cuestionar lo que van aprendiendo.

Durante muchos años la enseñanza de la geometría se ha desarrollado de manera memorística ya que se limitaba a la repetición de fórmulas para resolver ejercicios o problemas que no se relacionan con el contexto, de igual manera se constata la deficiencia del manejo de herramientas de dibujo técnico e identificación de figuras planas (Báez & Iglesias, 2007), con esto se puede evidenciar que el razonamiento o visualización de las figuras por parte de los estudiantes era mínima.

De la misma forma, otro autor Goncalves (2006) señala que la enseñanza de esta disciplina se restringe a que los estudiantes conceptualicen las figuras y las tracen en láminas de papel porque los alumnos carecen de material didáctico y de problemas contextualizados que permitan relacionar los contenidos geométricos con el entorno. Entonces, el proceso de educación se dificulta por la falta de utilización de recursos y de aplicaciones reales ocasionando que los discentes no exploren, manipulen y relacionen lo que aprenden a su alrededor.

Por su parte Gamboa y Ballestero (2010) en su investigación afirman que la enseñanza de la geometría es tradicional porque el docente presenta la teoría, resuelve ejemplos y entrega ejercicios para que los estudiantes apliquen conceptos memorísticos y fórmulas. Por esto, el docente muestra a la geometría como una receta de definiciones, propiedades, teoremas, entre otros que sirven para aplicar a ejercicios descontextualizados y deja a un lado los procesos de visualización, razonamiento y reflexión del alumno.

Sin embargo, la geometría es un tema de gran importancia en las matemáticas porque ha contribuido al desarrollo de la humanidad, por eso surge la necesidad por parte del docente de implementar, buscar y/o crear estrategias apoyadas en técnicas como: material didáctico, material concreto, software, etc., que contribuyan al desarrollo y razonamiento intelectual de los estudiantes.

**1. 3 Estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría**

Las estrategias metodológicas son procedimientos o instrumentos que ayudan al docente a desarrollar las destrezas y habilidades de los estudiantes con apoyo de actividades, métodos, recursos y objetivos cuya finalidad es integrar, comunicar y planificar de manera eficaz las clases (Farach, 2016). Por lo tanto, el maestro ocupa este conjunto de herramientas que contribuyen a la participación, reflexión y construcción del aprendizaje.

El uso de estrategias metodológicas en el sistema educativo actual contribuye al proceso de la enseñanza de manera que el docente presente sus clases con creatividad y motivación para que los estudiantes logren identificar enunciados, conceptos y procedimientos causando un interés en su aprendizaje diario.

En la enseñanza de la Geometría Plana especialmente en la congruencia y semejanza de triángulos se puede aplicar las estrategias metodológicas con métodos como: la resolución de problemas y aprendizaje por descubrimiento guiado, el cual puede ser apoyado con técnicas tales como: el trabajo colaborativo, calculadora, software, material didáctico, juegos, etc.

### 1.3.1 Método activo para la enseñanza de la geometría

El método activo es un proceso centrado en el aprendizaje propio de los estudiantes que se compone de dos elementos: actividad y la actitud, cuya finalidad es que el alumno construya su conocimiento y el docente sea un mediador (Guerra, Vélez, & Veliz, 2018). Entonces, el docente debe cumplir un papel de orientador en la formación integral de los alumnos para que desarrollen su pensamiento crítico y reflexivo.

En particular en la enseñanza de la geometría se puede aplicar los siguientes métodos como: el método de resolución de problemas de George Pólya y el método de descubrimiento guiado, con la finalidad de que los docentes desarrollen clases que permitan a los estudiantes utilizar sus conocimientos previos, creatividad y toma de decisiones para encontrar las soluciones de los problemas.

#### 1.3.1.1 Método de resolución de problemas de George Pólya

El método de resolución de problemas es esencial en la enseñanza de las matemáticas porque el docente plantea al estudiante problemas del contexto para que los resuelva utilizando sus conocimientos previos, creatividad, pensamiento crítico y reflexivo con la finalidad de responder a situaciones que se presenten en la vida cotidiana (Álvarez, Alonso, & Salgado, 2016). Por eso, en esta propuesta se aplicará este método para que el docente oriente la interpretación, el proceso y la conclusión de problemas que involucren el entorno de los alumnos.

Además, el método de resolución de problemas se relaciona con el modelo pedagógico del Ecuador porque está basado en el constructivismo y se centra en el aprendizaje de los alumnos (Gamarra, 2016). Entonces, el docente propone problemas mediante un método activo, el cual mejorará el aprendizaje autónomo y/o colaborativo a través de la interacción de los estudiantes con el entorno.

Pólya y Zugazagoitia, (1965) en su libro Cómo plantear y resolver problemas afirma la existencia de cuatro fases para resolver problemas, las cuales son:

- Comprensión del problema: el estudiante lee detenidamente el enunciado para identificar las incógnitas, datos, la condición del problema y si la información es la adecuada para encontrar la solución. (Gamarra, 2016). Además, en esta primera fase el docente responde a las preguntas o dudas que surgen en la interpretación del problema y para complementar esta se indica la realización de un gráfico que tenga los datos e incógnitas.

- Concepción de un plan: se encuentra la relación entre los datos e incógnitas para que el alumno obtenga una idea general de cómo hallar la solución (Gamarra, 2016). Para esto, el docente orienta a que los estudiantes recuerden los conocimientos aprendidos y elaboren una estrategia para trazar el plan.

- Ejecución del plan: se pone en acción el plan con gran rigurosidad, si no tiene éxito el plan, examinar lo correcto de la estrategia o buscar otra forma de encontrar la solución (Mass, Garcés, & González, 2018), el docente y los estudiantes comprueban que todos los pasos realizados conducen a la resolución correcta del problema.

- Visión retrospectiva: se comprueba y se enuncian razones de la solución del problema relacionando y analizando el plan que se ejecutó (Mass, Garcés, & González, 2018). Finalizando esta fase el docente conjuntamente con los estudiantes reflexionan acerca de los caminos que utilizaron para encontrar la solución.

#### 1.3.1.2 Método de descubrimiento guiado

El descubrimiento guiado es un modo de aprendizaje que le permite a los docentes planificar clases en función de las necesidades de cada alumno, a través de un conjunto de preguntas o problemas para impulsar diferentes capacidades como: descubrimiento, innovación y exploración (Arguedas, Brabenec, & Morena, 2020). Aunado a esto, los maestros pueden potencializar ciertas habilidades en los estudiantes, tales como: capacidad de síntesis, construcción de su propio aprendizaje y análisis para encontrar la solución más adecuada.

### 1.3.2 Técnicas para la enseñanza de la geometría

La educación en el Ecuador es un proceso de desarrollo, en el cual el docente prepara a los estudiantes para que mantengan una actitud positiva, comprometida y responsable (Rodríguez, Celorio, & Gutiérrez, 2019), por eso en las clases se debe incorporar técnicas que promuevan, faciliten y complementen el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la enseñanza de la congruencia y semejanza de triángulos el docente puede utilizar técnicas ya que estas son un conjunto de pasos creativos, novedosos que sirven para realizar actividades con el fin de obtener buenos resultados (Gay & Ferreras, 2016). Algunas de las técnicas que el docente puede incorporar en sus clases son: de la pregunta, del trabajo colaborativo, la calculadora, software, material didáctico, juegos lúdicos, etc.

#### 1.3.2.1 Técnica de la pregunta

Utilizar las preguntas como técnica al impartir las clases promueve el análisis, discusión e interacción entre el docente y los estudiantes para que intercambien ideas o pensamientos (Merchán, 2012). Por ejemplo, en esta técnica el docente puede plantear problemas o hipótesis mediante preguntas para que los estudiantes razonen, reflexionen y argumenten las respuestas. Por eso, al momento de plantear las preguntas se debe tener en cuenta que sean comprensibles, claras y precisas para obtener los resultados esperados.

#### 1.3.2.2 Uso de la calculadora

La calculadora es una técnica accesible para comprobar el trabajo matemático en el aula, por eso en la enseñanza de las matemáticas es una herramienta que facilita las labores de los estudiantes (Saucedo, 2018). Además, cuando se utiliza la calculadora se realiza cálculos de manera precisa con el fin de asociarlos a un objeto matemático.

Por ello, se puede utilizar la calculadora dentro de clases para que sean teórico-prácticas y así se contribuye al pensamiento matemático ya que esta herramienta tiene varios usos y es independiente del nivel de cada estudiante (López, 2016). En esta propuesta se implementa el uso de la calculadora para que los estudiantes comprueben el desarrollo de los problemas del contexto y reflexionen si las respuestas encontradas son las correctas y reales.

#### 1.3.2.4 Manejo de Software matemático

El software matemático brinda al docente nuevas maneras de enseñar, por lo tanto ofrece al estudiante otras formas de aprender matemáticas y materias similares para aplicar métodos y conceptos matemáticos (Campaña, Castro, Guerrero, & Hernández, 2018). Este recurso tecnológico al ser utilizado como herramienta de mediación, facilita que el docente tenga interacción con los estudiantes porque permite la representación de lo aprendido, favoreciendo el aprendizaje autónomo y reduciendo el tiempo que el maestro emplea para impartir los conocimientos ya que el alumno aprende con el software.

Un software matemático que se puede utilizar es GeoGebra creado por Markus Hohenwarter que es de libre acceso y de gran utilidad para el aprendizaje en educación general básica y bachillerato (Allan, Parra, & Martins, 2017). En la propuesta se desarrollan aplicaciones de este software que permite la visualización y la representación de construcciones geométricas como triángulos congruentes y semejantes, a su vez es de fácil manejo y experimentación para complementar la enseñanza que el docente promueve a los estudiantes.

#### 1.3.2.5 Material didáctico

Material didáctico también llamado recursos didácticos son un conjunto de elementos o materiales que pueden ser físicos y virtuales los cuales favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje (Morales, 2012). Aunado a esto, se puede incorporar en las clases para que facilite la interpretación y comprensión de los contenidos. También, sigue un orden determinado y responde a los objetivos del currículo para que el docente promueva las destrezas con criterio de desempeño presentadas en el área de Matemáticas (Calderone &

González, 2016). Entonces, el docente puede utilizar recursos didácticos porque se adecuan a cualquier tipo de contenido y promueven el dominio de los aprendizajes requeridos.

Específicamente en la Geometría, los materiales didácticos se utilizan para enseñar, aprender y potencializar diferentes habilidades de comunicación, razonamiento y construcción de los estudiantes (Briceño & Alamillo, 2017). Algunos de estos materiales como el tangram, crucigrama, objetos del entorno real, entre otros son útiles para explicar la congruencia y semejanza de triángulos para que los estudiantes puedan visualizar, manipular y relacionar los contenidos aprendidos en las clases.

**1.3.2.6 El juego en la enseñanza de matemáticas**

Los juegos son actividades lúdicas que fomentan el desarrollo integral de los estudiantes y a su vez permiten que los participantes se diviertan aprendiendo contenidos, valores, actitudes y normas para tener un adecuado ambiente de trabajo. (Gallardo & Gallardo, 2018). Por lo tanto, los juegos implementados en la propuesta de congruencia y semejanza de triángulos están conformados por fichas, reglas, ejercicios de aplicación y actividades en línea (Quizizz y Kahoot) para que los estudiantes resuelvan de manera autónoma y colaborativa, cuya finalidad es recordar y aplicar lo aprendido.

**1.3.2.7 Trabajo colaborativo**

El trabajo colaborativo es una técnica de enseñanza que promueve el razonamiento, a través de la formación heterogénea de pequeños grupos de trabajo para que los integrantes aporten con sus saberes (Collazos, Jiménez, & Revelo, 2017). Además, mediante estos grupos de trabajo el docente puede fomentar el desarrollo de habilidades como: el liderazgo y la socialización debido al intercambio de ideas que se producen entre los integrantes del grupo respetando la opinión de cada uno.

# CAPÍTULO 2

# METODOLOGÍA Y RESULTADOS

## 2.1 Metodología

La investigación de este trabajo de titulación se ha desarrollado desde un enfoque cuantitativo con el objetivo de establecer cómo los docentes imparten las clases de Geometría Plana, específicamente en los temas de Congruencia y Semejanza de Triángulos, y para obtener ideas sobre estrategias y recursos que serán de utilidad en la elaboración de esta propuesta. Para esto, se eligió la encuesta como técnica de investigación para la recolección de la información requerida. La población de estudio de esta investigación fueron treinta y cinco estudiantes de la Carrera Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la malla curricular 2017, pertenecientes al segundo ciclo, tanto matutino como vespertino, estudiantes que fueron seleccionados debido a que cursaron recientemente la asignatura de Geometría Plana y recuerdan claramente cómo se desarrollaron las clases.

La encuesta fue aplicada de manera virtual ya que por la emergencia sanitaria no se lo pudo realizar presencialmente, para esto se elaboró un cuestionario en “Formularios Google” que constó de nueve preguntas algunas de ellas de opción múltiple, otras de escala numérica de 0 a 5, donde 0 es el valor más bajo y 5 significa la puntuación más alta, y otras tipo Likert, con categorías de “no recibí, nada en absoluto, poco, mucho y completamente” o “nunca, a veces, casi siempre y siempre”. Por último, la información recopilada fue procesada en el programa Excel para luego ser presentada mediante gráficos estadísticos y tablas que facilitan la lectura e interpretación de los datos obtenidos.

## 2.2 Resultados

Los resultados de la encuesta tienen la finalidad de conocer cómo los docentes desarrollaban las clases de Congruencia y Semejanza de Triángulos, y si las mismas se inclinaban hacia un enfoque tradicional o constructivista, además saber los conocimientos disciplinares y pedagógicos de los maestros, los recursos y estrategias utilizadas a la hora de impartir y evaluar las clases.

### 2.2.1 Análisis de la encuesta

A continuación se presenta la información recolectada por medio de tablas y figuras con su respectiva interpretación.

**Pregunta 1.** ¿Cuánto recuerda usted sobre los siguientes temas de Geometría Plana?

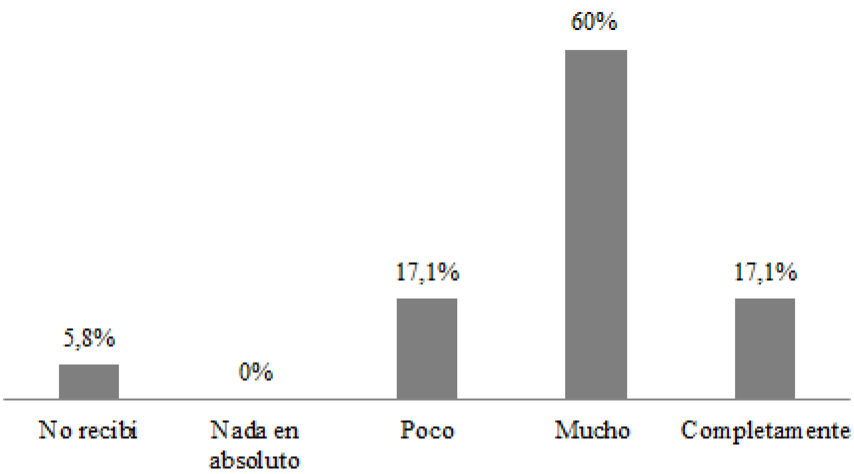



**Figura 1.** ¿Cuánto recuerda usted sobre Congruencia de Triángulos?

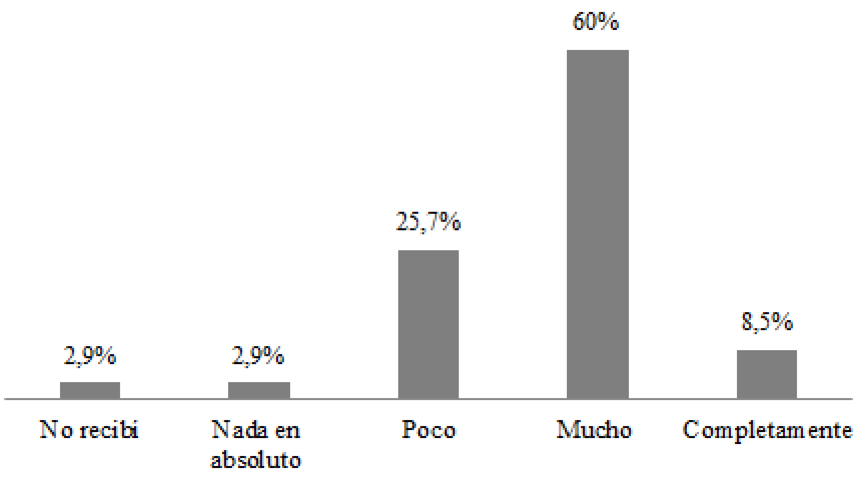



**Figura 2.** ¿Cuánto recuerda usted sobre Semejanza de Triángulos?

Al analizar las figuras 1 y 2 sobre cuánto recuerdan los temas de Geometría Plana se infiere los siguientes resultados: entre "Completamente" y "Mucho" un 77,1% recuerdan Congruencia de Triángulos mientras que un 68,5% recuerdan Semejanza de Triángulos, entonces existe un gran porcentaje que alcanzan los aprendizajes. Por otra parte, entre las variables "Poco", "Nada en absoluto" y "No recibí" existe un 22,9% en Congruencia y 31,5% en Semejanza de estudiantes que tienen dificultades para recordar esos temas, entonces se puede decir que este grupo de encuestados no lograron aprendizajes significativos que son fundamentales y necesarios para continuar con el estudio de la Geometría Plana.

**Pregunta 2.** Al desarrollar su clase ¿El docente demostró dominio en los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos? En la escala de 0 a 5, donde 0 significa no demuestra dominio 5 demuestra dominio.

**Tabla 1**

*El docente demostró dominio en los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos.*

| No demuestra dominio | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Demuestra dominio |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Congruencia | 0,00% | 5,71% | 8,57% | 8,57% | 5,71% | 71,44% | |
| Semejanza | 2,86% | 0,00% | 17,14% | 2,86% | 17,14% | 60,00% | |

En la tabla 1 se calculó la media aritmética entre los valores de 0 a 5 dando como resultado 4,29 en Congruencia de Triángulos y 4,11 en Semejanza de Triángulos, de tal manera que se evidencia el alto nivel de dominio de los temas mencionados por parte de los docentes.

**Pregunta 3.** Al desarrollar su clase ¿El docente relacionó los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos con aplicaciones en el entorno? En la escala de 0 a 5, donde 0 significa no relacionó dominio 5 relacionó.

**Tabla 2**

*El docente relacionó los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos con aplicaciones en el entorno.*

| No relacionó | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Relacionó |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Congruencia | 0,00% | 8,57% | 5,71% | 22,86% | 28,57% | 34,29% | |
| Semejanza | 0,00% | 8,57% | 11,43% | 20,00% | 28,57% | 31,43% | |

Al analizar los resultados de la tabla 2 se calculó la media aritmética entre los valores de 0 a 5 dando como resultado 3,74 de Congruencia y 3,63 de Semejanza, sabiendo que 2,5 es la media entre "No relacionó" y "Relacionó" se infiere que existió una relación entre los temas con aplicaciones del entorno, sin embargo hay un porcentaje de estudiantes que califican entre 1 y 2, que significa que no siempre se relacionan los temas con aplicaciones del entorno al enseñar los temas de Congruencia y Semejanza de Triángulos. Por consiguiente, para el grupo que indicó la falta de relación de contenidos geométricos con ejemplos del contexto, seguramente les dificultó el razonamiento, la visualización y la reflexión para continuar aprendiendo nuevos conocimientos matemáticos.

**Pregunta 4.** ¿Cómo recuerda el conocimiento pedagógico del docente?

**Tabla 3**

*Conocimiento pedagógico del docente.*

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Las clases impartidas por el docente mostraron una planificación previa. | 2,86% | 8,57% | 8,57% | **80,00%** |
| El docente cumplió con los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación). | 2,86% | 8,57% | 37,14% | **51,43%** |
| El docente aplicó diferentes métodos para resolver problemas del contexto en sus clases. | **2,86%** | **17,14%** | 42,86% | 37,14% |
| El docente aplicó diferentes recursos para resolver problemas del contexto en sus clases. | **5,72%** | **20,00%** | 37,14% | 37,14% |

En la tabla 3 se observa que un 80% de los encuestados señalan que "Siempre" los maestros mostraron una planificación previa en las clases impartidas, y esto se evidencia cuando el 51,43% de los estudiantes indican que los docentes cumplieron con la anticipación, construcción y consolidación de los conocimientos.

Además, un 42,86% señalan que "Casi siempre" los docentes aplicaron diferentes métodos, aunque un 20% percibieron que "A veces" y "Nunca" se emplearon métodos en la resolución de problemas del contexto, provocando que se reduzcan las posibilidades de razonar los caminos adecuados para encontrar la solución correcta de los problemas.

Sobre los diferentes recursos para resolver problemas, se evidencia que el 74,28% de los alumnos señalan que "Siempre" y "Casi siempre" se aplicó diversos recursos, sin embargo hay un 25,72% de ellos que indican "A veces" y "Nunca" se empleó varios recursos, provocando que algunos de ellos carezcan de visualización y manipulación de elementos que faciliten la resolución de problemas.

**Pregunta 5.** Las tareas propuestas por el docente correspondían a un enfoque tradicional o constructivista. En la escala de 0 a 5, donde 0 significa tradicional 5 constructivista.

**Tabla 4**

*Las tareas propuestas por el docente correspondían a un enfoque tradicional o constructivista.*

| Tradicional | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Constructivista |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tareas | 8,57% | 5,72% | 8,57% | 40,00% | 37,14% | 0,00% | |

Para interpretar la tabla 4 se utilizó la media aritmética que es 2,91, conociendo que el valor intermedio es de 2,5 entre los valores de 0 a 5, por esta razón se infiere que las tareas propuestas se inclinaban a un enfoque constructivista, pero un 22,86% de encuestados valoran de 0 a 2 indicando que los docentes también propusieron tareas con un enfoque tradicional.

**Pregunta 6.** Al desarrollar su clase ¿El docente promovía actividades constructivistas?

**Tabla 5**

*Actividades constructivistas que promovía el docente.*

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Actividades individuales que generen un aprendizaje autónomo | 0,00% | 17,14% | **54,29%** | 28,57% |
| Actividades colaborativas que favorezcan la socialización | 0,00% | 25,71% | **42,86%** | 31,43% |
| Actividades de investigación que amplíen el conocimiento | 0,00% | 17,14% | 34,29% | **48,57%** |
| Organizadores gráficos que faciliten la comprensión | **8,57%** | **28,57%** | 40,00% | 22,86% |
| Actividades online que motiven el aprendizaje | 11,43% | **34,29%** | 40,00% | 14,28% |
| Actividades con problemas del contexto | 0,00% | **40,00%** | 31,43% | 28,57% |
| Actividades que generen reflexión | 5,72% | 28,57% | **37,14%** | 28,57% |
| Actividades basadas en juegos interactivos | 0,00% | **54,29%** | 25,71% | 20,00% |
| Actividades que fomenten la lectura en los estudiantes | 2,86% | **34,29%** | 45,71% | 17,14% |

La tabla 5 muestra los resultados obtenidos de las actividades constructivistas que promovía el docente, se observa que las actividades de investigación (48,57%) fueron las más aplicadas, seguidas de “Casi siempre” que son actividades individuales (54,29%) que generen un aprendizaje propio y a su vez de actividades colaborativas (42,86%) que ayuden a la socialización del conocimiento. En menor medida se presentaban actividades que generen reflexión (37,14%).

Otras actividades que se aplicaron “Casi siempre” en las clases fueron los organizadores gráficos (40,00%), aunque un 37,14% de encuestados señalaron que “A veces” y “Nunca” se usaban los mismos, seguramente causando dificultades en el aprendizaje y en la construcción del conocimiento ya que los organizadores gráficos permiten percibir, asimilar, resumir y visualizar la información con ayuda de imágenes y figuras.

Además, “Casi siempre” se plantean actividades online que motiven el aprendizaje, sin embargo el 34,29% indican que “A veces” se proponían dichas actividades, al igual que las actividades con problemas del contexto (40,00%) y actividades basadas en juegos interactivos (54,29%), probablemente esto provocó que falte la relación de los contenidos con la realidad, igualmente existe la ausencia de motivación y participación de los estudiante al interactuar en actividades en línea.

Por último, hay una tendencia en “Casi siempre” en las actividades que fomentan la lectura (45,71%), pero “A veces” el 34,29% dieron a entender que se desarrollaban las mismas en las clases, posiblemente el bajo nivel de uso de estas actividades dificultó la interpretación de los contenidos matemáticos que se presentan en una lectura.

**Pregunta 7.** ¿Qué recursos didácticos utilizó el docente en sus clases?

**Tabla 6**

*Recursos didácticos que utilizó el docente en sus clases.*

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Libro de texto | 17,14% | **37,15%** | 28,57% | 17,14% |
| Pizarra y marcadores | 2,86% | 5,71% | 22,86% | **68,57%** |
| Videos | 5,71% | **42,86%** | 40,00% | 11,43% |
| Material concreto | 5,71% | **42,86%** | 31,43% | 20,00% |
| Software | 2,86% | **45,71%** | 28,57% | 22,86% |
| Herramientas de Dibujo Técnico | 25,71% | **51,43%** | 20,00% | 2,86% |
| Diapositivas | 2,86% | 11,43% | 22,86% | **62,85%** |
| Guías | 5,71% | 28,57% | **48,58%** | 17,14% |
| Páginas web | 5,71% | **45,72%** | 42,86% | 5,71% |
| Juegos | 42,86% | **51,42%** | 2,86% | 2,86% |

Como se observa en la tabla 6, se puede decir que existe una tendencia hacia la opción "A veces" en cuanto a los recursos que utilizó el docente como libros de texto (37,15%) y videos (42,86%), los mismos que no son suficientes para generar la curiosidad, dinamismo y la interacción al momento de explicar las clases de Congruencia y Semejanza de Triángulos. Además, otros recursos didácticos empleados con menor frecuencia fueron software (45,71%), material concreto (42,86), páginas web (45,72%), herramientas de Dibujo Técnico (51,43) y juegos (51,42%), lo cual seguramente causa la falta de interacción con el material concreto o virtual afectando a la comprensión e interpretación de los contenidos y a la vez a la participación individual o colectiva de los estudiantes.

Por el contrario, gran parte de los estudiantes seleccionaron "Siempre" indicando que el docente utilizó los recursos como la pizarra, marcadores (68,57%) y diapositivas (62,85%), los cuales son propios de la enseñanza tradicional, pero cabe señalar que el uso de los recursos mencionados aportan a las clases cuando son ocupados adecuadamente y en el momento oportuno. También, un 48,58% de los encuestados señalan "Casi siempre" la opción guías, por esto es necesario plasmar en las mismas contenido adecuado, llamativo y contextualizado que contribuya al proceso educativo.

**Pregunta 8.** Al desarrollar sus clases ¿El docente utilizó diversas formas de evaluar?

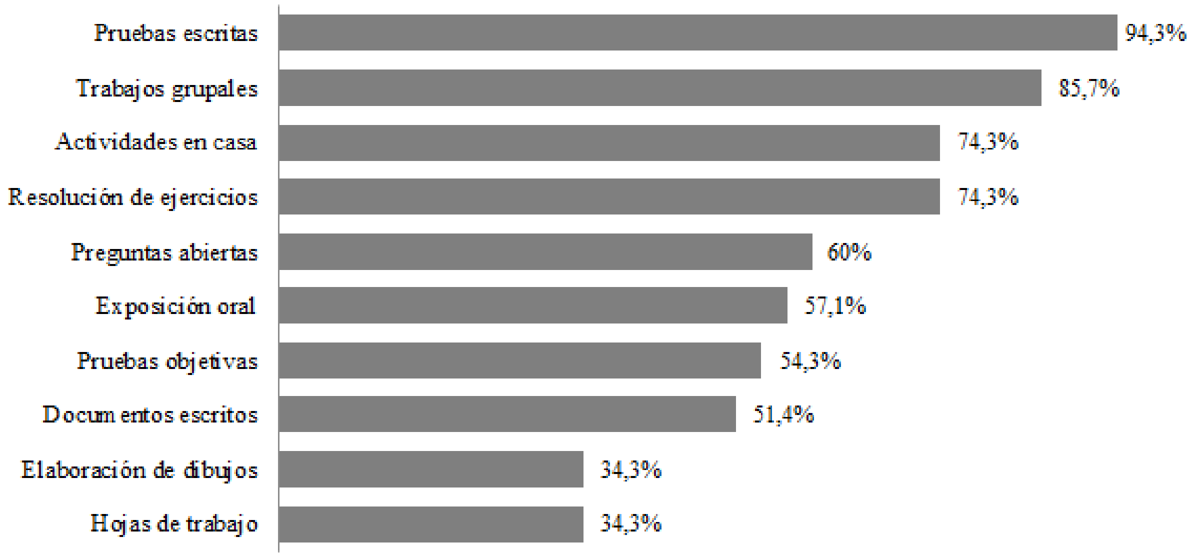



**Figura 3.** ¿Qué formas de evaluar utilizó el docente?

Analizando la figura 3 los estudiantes indican que las clases fueron evaluadas en su mayoría con trabajos grupales y pruebas escritas, entonces se puede decir que estas formas de evaluar son utilizadas frecuentemente por los docentes para conocer si los estudiantes están adquiriendo los conocimientos. Sin embargo, se observa que las preguntas abiertas, exposición oral, pruebas objetivas, documentos escritos, hojas de trabajo y elaboración de dibujos obtienen un porcentaje menor, posiblemente provocando dificultades en la visualización, reflexión y razonamiento de los contenidos geométricos en el momento de evaluar.

**Pregunta 9.** ¿Con qué frecuencia el docente utilizaba la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa en sus clases?

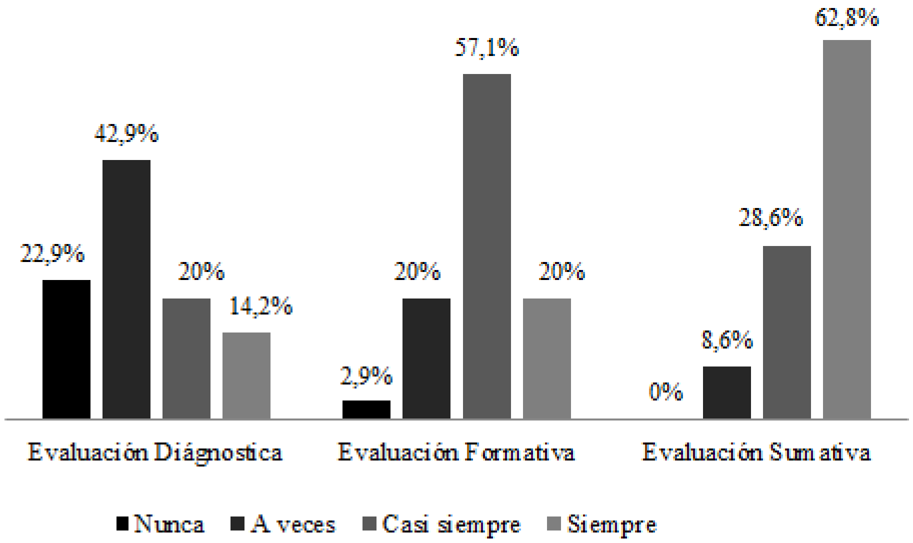



**Figura 4.** ¿Con qué frecuencia el docente utilizaba la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa en sus clases?

La figura 4 recopila la frecuencia de las evaluaciones, con lo que se observa que el docente utilizó “Siempre” la sumativa (62,8%), “Casi siempre” la formativa (57,1%) y solo “A veces” la diagnóstica (42,8%). Por lo tanto, los docentes se centraron en aplicar la evaluación sumativa, ocupando con menor frecuencia la formativa y la diagnóstica, dificultando así conocer si los estudiantes tienen los conocimientos previos para aprender nuevos temas, además posiblemente se obstaculiza la observación y retroalimentación en el proceso de construcción del conocimiento.

### 2.2.2 Reflexión sobre los resultados

Después de analizar las preguntas de la encuesta, se evidencia que un 22,86% en Congruencia y un 31,43% en Semejanza de Triángulos no alcanzan los aprendizajes requeridos debido a que no recuerdan o no recibieron en su totalidad los temas mencionados. Esto se pudo dar porque los principales recursos manejados por el docente fueron la pizarra, marcadores (68,57%) y diapositivas (62,85%), y usó con menor frecuencia las actividades relacionadas a problemas del contexto (40,00%) y juegos interactivos (54,29%), lo que probablemente ocasionó la existencia de inconvenientes en el razonamiento, la visualización y la reflexión de los contenidos matemáticos.

Con respecto a la evaluación, se observó una inclinación hacia la evaluación sumativa, ocupando con menor frecuencia la evaluación formativa y diagnóstica, lo que posiblemente provocó que la evaluación tenga la finalidad de conocer cuánto han aprendido los estudiantes al finalizar el curso, quimestre o unidad de trabajo. También, en el aspecto sobre las diversas formas de evaluar, los docentes utilizaron con mayor medida las pruebas escritas que son propias de la evaluación sumativa, lo que seguramente ocasionó que no se evalúen los conocimientos previos de los estudiantes para introducir nuevos temas y probablemente dificultó la retroalimentación de contenidos en el proceso educativo.

Además, se obtuvieron resultados que destacan la labor del docente en aspectos como: clases planificadas (80%) que cumplan los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación) para que los docentes demuestren el dominio de los temas, lo cual se evidencia en la media aritmética de 4,29 en Congruencia y 4,11 en Semejanza de Triángulos en una escala de 0 a 5, donde 0 es no demuestra dominio y 5 significa demuestra dominio.

De acuerdo a estos resultados, se evidencia que los docentes pueden tener algunas limitaciones relacionados a los recursos, actividades y evaluaciones cuando imparten las clases. Asimismo, se obtuvieron ideas para la elaboración de la propuesta, la misma que se plasmará en una guía didáctica que contenga recursos como: software, material concreto, herramientas de Dibujo Técnico, páginas web y juegos, debido a que se adecuan a cualquier contenido matemático facilitando la visualización, construcción y manipulación de lo que se va aprendiendo en clases. También, se implementarán actividades (individuales, colaborativas, online, de investigación, de lectura, organizadores gráficos y problemas del contexto) para que faciliten la comprensión y la socialización de los temas logrando la participación autónoma y colectiva de los estudiantes. Por último, se propondrán diversas evaluaciones formativas y diagnósticas como: trabajos grupales, resolución de problemas, actividades en casa, preguntas abiertas, documentos escritos y elaboración de dibujos, ya que permiten conocer las habilidades individuales y colectividades de los estudiantes y retroalimentar el proceso educativo para reforzar los contenidos.

# CAPÍTULO 3

# PROPUESTA

## 3.1 Esquema de la Propuesta

En este capítulo se presenta la elaboración de una guía denominada "Congruencia y Semejanza de triángulos" dirigida a los docentes de octavo año de Educación General Básica. Esta guía contiene diversas estrategias metodológicas para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos, basadas en la teoría constructivista de Lev Vigostky.

La propuesta consta de 8 clases: 2 de introducción a los temas de congruencia y semejanza de triángulos y 6 al desarrollo de los mismos, las cuales están planificadas con los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación). Además en las clases se utiliza el método de George Pólya, el método de descubrimiento guiado, varias técnicas y diversos recursos tanto digitales como tangibles tales como: hojas de trabajo, actividades en casa, crucigrama, sopa de letras, tangram recortable, lecturas, organizadores gráficos y fotografías, con la finalidad de presentar a los docentes multiplicidad de opciones para explicar los temas y que a su vez ellos se conviertan en guías de los alumnos durante la construcción del conocimiento.

## 3.2 Estructura de las clases

**Tabla 7**

*Congruencia y semejanza de Triángulos.*

| Congruencia y Semejanza de Triángulos | | | |
|---|---|---|---|
| **Clases** | **Anticipación** | **Construcción** | **Consolidación** |
| 1. Razones y Proporciones | -Técnica de la Pregunta: Preguntas relacionadas a las dimensiones de las televisiones. | -Presentación de un problema del contexto para conceptualizar razones y proporciones.<br>-Elaboración de un organizador gráfico para conceptualizar proporcionalidad directa.<br>-Presentación de un ejemplo para aplicar el teorema fundamental de las proporciones. | -Hoja de trabajo: Resolución de un problema del contexto en parejas utilizando los conceptos aprendidos en clase.<br>-Actividad de refuerzo: Responder a preguntas relacionadas a un video, utilizando un juego en línea realizado en la plataforma Quizizz. |
| 2. Regla de Tres | -Técnica de la Pregunta: Preguntas relacionadas a situaciones de la vida cotidiana para recordar el tema de proporcionalidad directa. | -Hoja de trabajo: Resolución de un problema del contexto en grupos aplicando los cuatro pasos de George Pólya mediante preguntas para conceptualizar la regla de tres simple.<br>- Presentación de diapositivas que tienen la resolución de la hoja de trabajo. | -Juego “Lanza y Aprende”: Resolución de problemas de aplicación en grupos para emplear el concepto aprendido en la clase de una forma entretenida.<br>-Realizar una reflexión relacionada al juego. |
| 3. Congruencia de Triángulos | -Software Geogebra hoja de trabajo: Presentación de un tangram para recordar individualmente los conceptos de triángulo, segmento, ángulo, triángulos iguales e igualdad. | -Software Geogebra: Continuar con la presentación del tangram y socialización de las respuestas de la hoja de trabajo para conceptualizar colaborativamente congruencia, segmentos congruentes, ángulos congruentes y triángulos congruentes. | -Organizador Gráfico: Sintetización gráfica de los temas de la clase.<br>-Realizar una reflexión sobre la congruencia de triángulos en el entorno.<br>-Actividad de refuerzo y ampliación de conocimientos: Presentación de un juego en línea para interactuar con diferentes tangrams y conocer definiciones geométricas. |
| 4. Criterios de Congruencia de Triángulos | Hoja de trabajo: Responder preguntas en parejas para identificar los lados y ángulos de triángulos congruentes. | Socialización de las respuestas de la hoja de trabajo para conceptualizar los tres criterios de congruencia | Juego en línea: Responder preguntas individualmente sobre los temas de la clase mediante la plataforma |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | de triángulos. | Kahoot!<br>-Actividad de refuerzo y ampliación de conocimientos: Observación de un video para conocer las aplicaciones en el entorno de los triángulos y responder una pregunta sobre el mismo. |
| 5. Teorema de Tales | -Hoja de trabajo: Leer en parejas la historia del Teorema de Tales para encontrar el modelo matemático empleado en el cálculo de la altura de la pirámide de Keops. | -Software Geogebra: Presentación de una actividad en este software para conceptualizar colaborativamente el teorema de Tales y la aplicación del teorema de Tales a los triángulos. | -Actividad en casa: Resolución de problemas del contexto para aplicar los conceptos de la clase. |
| 6. Semejanza de Triángulos | -Crucigrama: Resolución del mismo para recordar conocimientos previos. | -Tangram recortable y hoja de trabajo: Responder preguntas utilizando las partes del tangram recortable para conceptualizar colaborativamente semejanza, triángulos semejantes y el teorema fundamental de la semejanza de triángulos. | -Actividad en casa: Resolución de un problema del contexto para aplicar los conceptos de la clase. |
| 7. Criterios de Semejanza de Triángulos | -Técnica de la pregunta: Preguntas relacionadas a dobleces de una fotografía para identificar triángulos semejantes. | Software Geogebra: Presentación de una actividad en este software para conceptualizar colaborativamente los tres criterios de semejanza de triángulos. | -Organizador Gráfico: Sintetización gráfica de los temas de la clase.<br>-Realizar una reflexión sobre la aplicación de un criterio de semejanza de triángulos. |
| 8. Criterios de Semejanza en Triángulos Rectángulos | - Lectura en casa para recordar los elementos de un triángulo rectángulo y conocer los criterios de semejanza en triángulos rectángulos.<br>-Sopa de letras: Resolución de la misma para recordar conocimientos previos. | -Hoja de trabajo: Identificar y conceptualizar en parejas los criterios de semejanza en triángulos rectángulos | -Experimento casero: Realizar un montaje para aplicar un criterio de semejanza en triángulos rectángulos. |

## 3.3 Guía para el docente

# CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS


Josseline Asitimbay

Joseline Guichay


8.° Grado

**Guía para el docente**

# CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

JOSSELINE ASITIMBAY
JOSELINE GUICHAY

*8° Grado*
*Guía para el docente*

# CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

*8° Grado*

*Guía para el docente*

AUTORAS:

JOSSELINE VICTORIA ASITIMBAY JEREZ
JOSELINE MARIELA GUICHAY VILLA

DIRECTOR:

ING. FABIÁN BRAVO GUERRERO

UNIVERSIDAD DE CUENCA

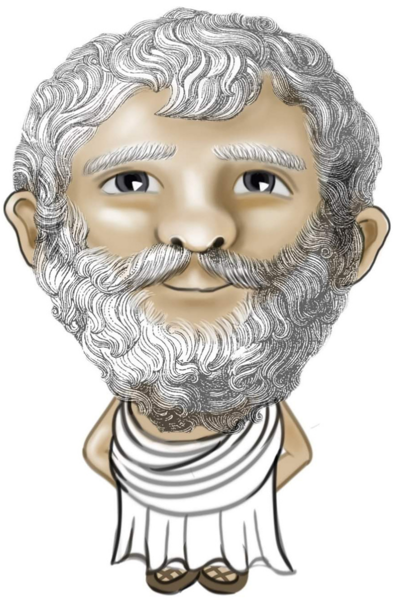
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

# PRESENTACIÓN

**Esta guía está dirigida a los docentes de octavo año de Educación General Básica con el objetivo de desarrollar estrategias metodológicas para la enseñanza de Congruencia y Semejanza de Triángulos. Además, está enfocada en la corriente pedagógica del "Constructivismo" de Lev Vigotsky.**

**La propuesta cuenta con 8 clases planificadas con los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación), 2 introducen a los temas de congruencia y semejanza de triángulos y 6 corresponden específicamente al desarrollo de los temas.**



**Además, incluye estrategias metodológicas apoyadas con objetivos, actividades, métodos y recursos para que los docentes logren la interacción individual y colectiva de los estudiantes con su entorno e instrumentos mediacionales como: hojas de trabajo, crucigramas, lecturas, actividades en casa con problemas de contexto, tangram, software, preguntas, organizadores gráficos, entre otros.**

***Josseline Asitimbay - Joseline Guichay***

# ÍNDICE

# CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**CLASE 1**
RAZONES Y PROPORCIONES

**CLASE 2**
REGLA DE TRES

**CLASE 3**
CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CLASE 4**
CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CLASE 5**
TEOREMA DE TALES

**CLASE 6**
SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**CLASE 7**
CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**CLASE 8**
CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

# ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS DEL TEXTO

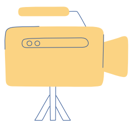
El uso de estrategias metodológicas en el sistema educativo actual contribuye al proceso de la enseñanza ya que son procedimientos o instrumentos que ayudan al docente a desarrollar las destrezas y habilidades de los estudiantes, de manera que el maestro presente sus clases con creatividad y motivación causando interés en el aprendizaje diario de sus alumnos.

A continuación, se presenta las definiciones del método y técnicas utilizadas en esta guía, las cuales deben conocer los docentes para el desarrollo correcto de las clases (anticipación, construcción y consolidación).

**Método de resolución de problemas de George Pólya:**
Este método es esencial en la enseñanza de las matemáticas porque permite al docente plantear problemas del contexto. George Pólya afirma la existencia de cuatro fases para resolver problemas, las cuales son:

- **Comprensión del problema**
  Leer hasta comprender el problema
  Identificar los datos y las incógnitas
  Realizar el diagrama correspondiente
- **Concepción de un plan**
  Encontrar la relación entre los datos e incógnitas para recordar los conocimientos aprendidos y elaborar una estrategia para trazar el plan.
- **Ejecución del plan**
  Poner en acción el plan con gran rigurosidad.
- **Visión retrospectiva**
  Comprobar y enunciar las razones de la solución del problema.

Para complementar este método, se adjunta un video que contiene una explicación más detallada de los cuatro pasos de George Polya para resolver problemas del contexto.



**https://www.powtoon.com/s/g3uaKcv6NJM/1/m**

**Método de descubrimiento guiado:**
Es un modo de aprendizaje que le permite a los docentes planificar clases en función de las necesidades de cada alumno, a través de un conjunto de preguntas o problemas para impulsar diferentes capacidades como: descubrimiento, innovación y exploración (Arguedas, Brabenec & Morena, 2020).

**Técnicas para la enseñanza:**

- **Técnica de la pregunta**
  Utilizar las preguntas como técnica al impartir las clases promueve el análisis, discusión e interacción entre el docente y los estudiantes para que intercambien ideas o pensamientos (Merchán, 2012).
- **Uso de la calculadora**
  La calculadora sirve para comprobar el trabajo matemático en el aula, por eso en la enseñanza de las matemáticas es una herramienta que facilita las labores de los estudiantes (Saucedo, 2018). Los estudiantes comprueban el desarrollo de los problemas de contexto y reflexionen si las respuestas encontradas son las correctas y reales.
- **Manejo de Software matemático**
  Un software de libre acceso es Geogebra, el mismo se utiliza en el desarrollo de las clases permitiendo la visualización y la representación de construcciones geométricas como triángulos congruentes y semejantes, a su vez es de fácil manejo y experimentación para complementar la enseñanza que el docente promueve a los estudiantes.
- **Material didáctico**
  Son un conjunto de elementos o materiales que pueden ser físicos y virtuales los cuales favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje (Morales, 2012). Algunos de estos materiales como el tangram, crucigrama, objetos del entorno real, entre otros son útiles para explicar la congruencia y semejanza de triángulos para que los estudiantes puedan visualizar, manipular y relacionar los contenidos aprendidos en las clases.
- **El juego en la enseñanza de matemáticas**
  Son actividades lúdicas que fomentan el desarrollo integral de los estudiantes y a su vez permiten que los participantes se diviertan aprendiendo contenidos, valores, actitudes y normas para tener un adecuado ambiente de trabajo. (Gallardo & Gallardo, 2018). Los juegos implementados están conformados por fichas, reglas, ejercicios de aplicación y actividades en línea (Quizizz y Kahoot) para que los estudiantes los resuelvan de manera autónoma y colaborativa, cuya finalidad es recordar y aplicar lo aprendido.
- **Trabajo colaborativo**
  Es una técnica de enseñanza que promueve el razonamiento, a través de la formación heterogénea de pequeños grupos de trabajo para que los integrantes aporten con sus saberes (Collazos, Jiménez & Revelo, 2017).

CLASE 1

# RAZONES Y PROPORCIONES

CONTENIDO:

- RAZÓN
- PROPORCIÓN
  - PROPORCIONALIDAD DIRECTA
- TEOREMA FUNDAMENTAL

## OBJETIVO:

**CONCEPTUALIZAR RAZÓN Y PROPORCIÓN PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA.**

## TIEMPO ESTIMADO:

**2 HORAS CLASE.**

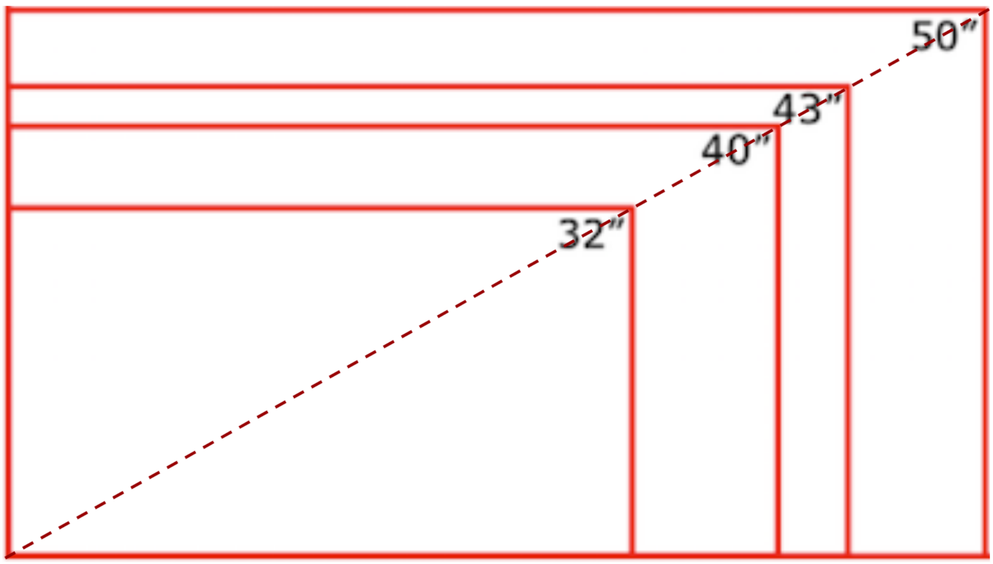
***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente pidió a sus estudiantes que traigan una calculadora.***

# ANTICIPACIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 25 MINUTOS)

Para activar la mente de los estudiantes se realizarán **“PREGUNTAS”**.

El docente presentará en la pizarra esta fotografía de cuatro televisiones con sus respectivas dimensiones.




| Diagonal (pulgadas) | Ancho (pulgadas) | Alto (pulgadas) |
|---|---|---|
| 32” | 27,9” | 15,7” |
| 40” | 34,9” | 19,6” |
| 43” | 37,5” | 21,1” |
| 50” | 43,6” | 24,5” |


**Entrar en el siguiente link para descargar la fotografía.**

## LINK:

**https://n9.cl/zangv**

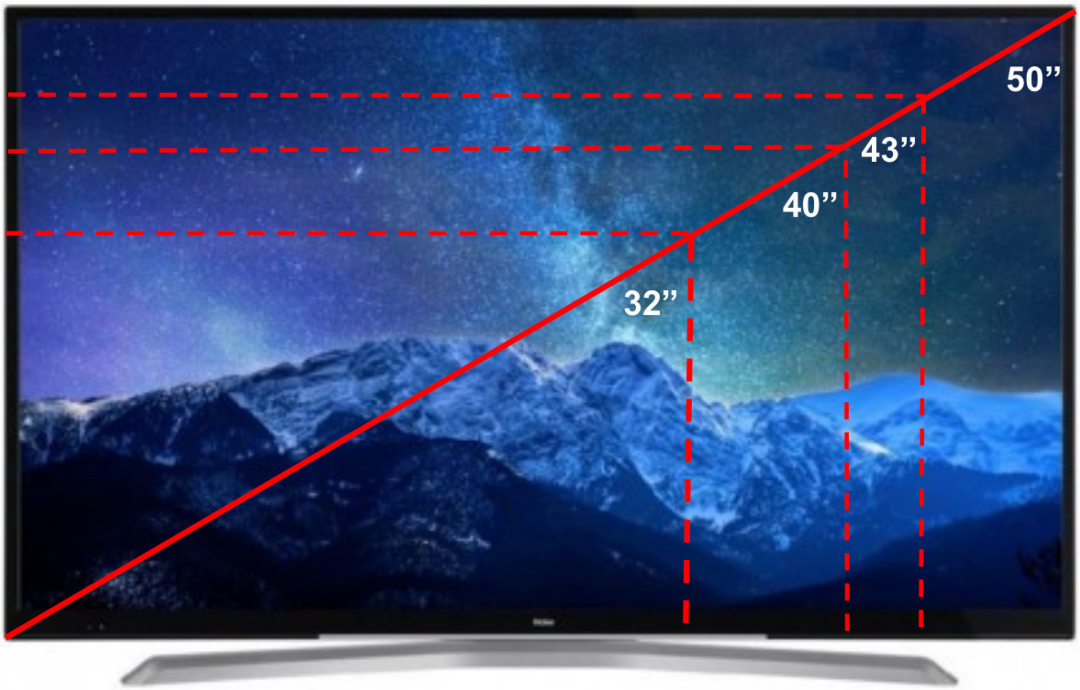
Además, en esta fotografía se trazan sus diagonales, anchos y altos con la finalidad de observar la relación entre ancho y altura.

Luego, se realizarán preguntas exploratorias a los estudiantes relacionadas a la fotografía para relacionar el tema de razones y proporciones con el entorno del estudiante.

## PREGUNTAS:

**¿Qué relación encuentran entre el ancho y el alto de las televisiones? Utilicen la calculadora para encontrar los valores.**


Televisión de 32’’: El cociente entre el ancho y el alto es igual a 1,77.
Televisión de 40’’: El cociente entre el ancho y el alto es igual a 1,77.
Televisión de 43’’: El cociente entre el ancho y el alto es igual a 1,77.
Televisión de 50’’: El cociente entre el ancho y el alto es igual a 1,77.




**¿Qué sucede entre la relación ancho y alto de las televisiones?**

Las relaciones establecidas entre el ancho y alto son las mismas.

**¿Qué sucede entre las diagonales de las televisiones?**

Las diagonales no son las mismas pero crecen a medida que aumentan sus anchos y altos.

# CONSTRUCCIÓN

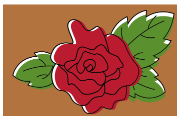
## (TIEMPO ESTIMADO: 35 MINUTOS)

Para continuar con el desarrollo de la clase, el docente presentará un **"PROBLEMA DEL CONTEXTO"**.

**PROBLEMA:**

Durante la época de San Valentín en La Plaza de las Flores, las vendedoras elaboran un arreglo de rosas rojas por dos arreglos de girasoles **¿Qué relación se puede establecer entre los arreglos de rosas rojas y los de girasoles?**

A continuación, se recomienda llenar la siguiente tabla, donde R representa los arreglos de rosas rojas y G los arreglos de girasoles.

| Representación alfanumérica | | |
|---|---|---|
|  | R | 1 |
|  | GG | 2 |

**RECUERDE**

**Representación alfanumérica:** **Simbolizar mediante números y letras.**

El docente y los estudiantes llegan a esta interpretación, la misma que servirá para desarrollar el concepto de razón.

**Interpretación:**

**Por un arreglo de rosas rojas, hay 2 arreglos de girasoles.**

## CONCEPTO DE RAZÓN

**Es una relación entre dos cantidades.**

**Representaciones:**

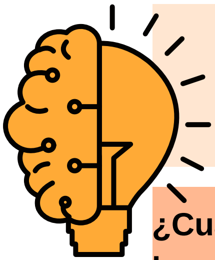
$a : b$

$\frac{a}{b} \quad b \neq 0$

- a y b son números
- Se lee: a es a b
- b es diferente de cero

Utilizando la tabla anterior, escribimos las representaciones de la razón entre los arreglos de rosas rojas y girasoles.

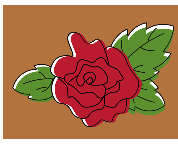
$1 : 2$ ó $\frac{1}{2}$



**¡DESPIERTA LA CURIOSIDAD DE TUS ESTUDIANTES!**

**¿Cuántos arreglos de rosas rojas y girasoles elabora la florista en 4 horas? Considerando que cada hora elabora 1 arreglo de rosas rojas y 2 de girasoles.**

Se recomienda llenar la siguiente tabla para establecer una interpretación:

| | 1 HORA | 2 HORAS | 3 HORAS | 4 HORAS |
|---|---|---|---|---|
|  | R | RR | RRR | RRRR |
|  | GG | GG<br>GG | GGG<br>GGG | RRRR<br>RRRR |

**Interpretación:**

**La florista elabora en:**

- **1 hora: 1 arreglo de rosas rojas y 2 de girasoles.**
- **2 horas: 2 arreglos de rosas rojas y 4 de girasoles.**
- **3 horas: 3 arreglos de rosas rojas y 6 de girasoles.**
- **4 horas: 4 arreglos de rosas rojas y 8 de girasoles.**

Luego, dividimos las razones para obtener la constante de proporcionalidad.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=0{,}5$$

**Observamos que tenemos una igualdad entre las razones, obteniendo un valor llamado CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD "k".**

Una vez establecida la constante de proporcionalidad, se desarrollará el concepto de proporción.

## CONCEPTO DE PROPORCIÓN

**Es la igualdad entre dos o más razones.**

**Representaciones:**

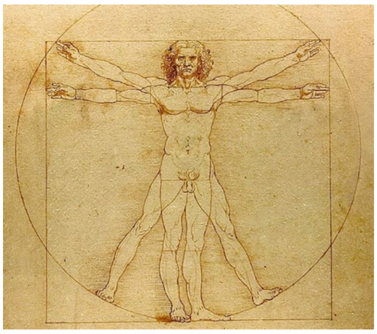
$$a\!:\!b :: c\!:\!d = k$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$a, b, c, d \neq 0$$

- **Se lee: a es a b como c es a d.**
- **a, d : son los extremos de la proporción.**
- **b, c : son los medios de la proporción.**
- **a,b,c,d son diferentes de cero**

### DATO CURIOSO:



Leonardo Da Vinci en 1940 dibujo el conocido "Hombre Perfecto" utilizando las proporciones.

**Por ejemplo:**

El cuello es una vez la mano.

El ombligo es el punto central del cuerpo humano.

Después, el docente conjuntamente con los estudiantes elaborarán un organizador gráfico para visualizar el concepto de proporcionalidad directa con su respectiva gráfica.

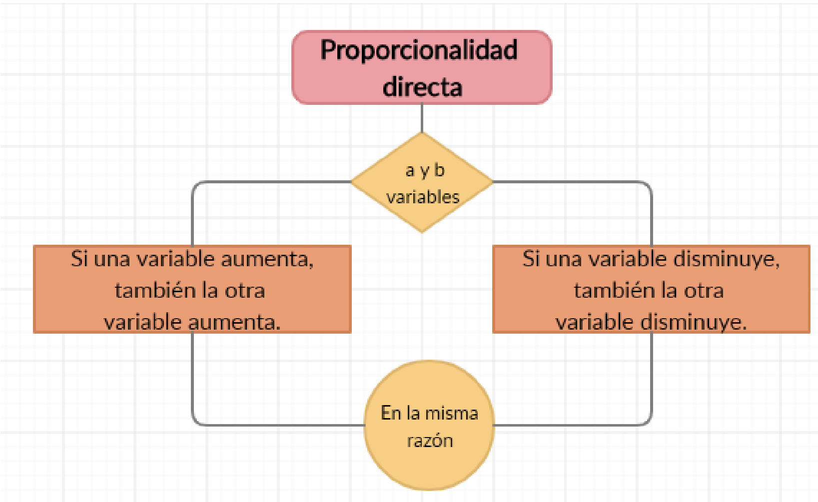
**Entrar en el siguiente link para observar el organizador gráfico. Debe ingresar con su correo electrónico.**

## LINK:

creately

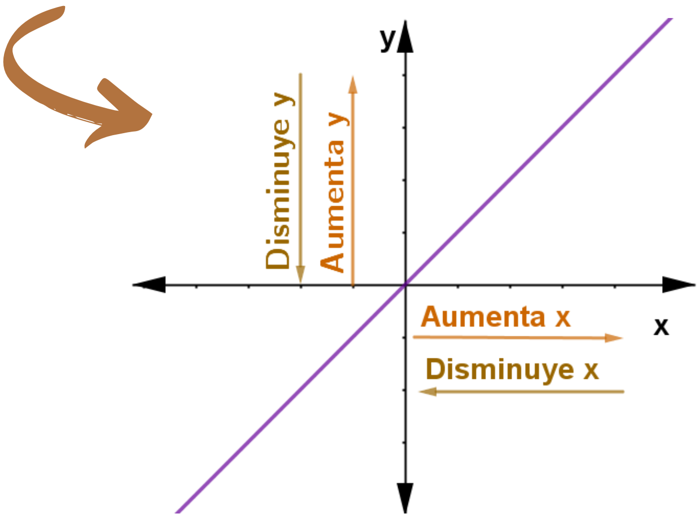
https://app.creately.com/diagram/xyAgVONAJI5/edit

## CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA




### RECUERDE

**Variable:**
**Es toda cantidad que puede tomar distintos valores.**




Se observa en la gráfica que si la variable en el **eje "X" aumenta** de igual manera **aumenta en el eje "Y"** y si variable **disminuye en el eje "X"** también **disminuye en el eje 'Y"**

Una vez que se conozca la representación de las proporciones, se establecerá el teorema fundamental de las proporciones.

## TEOREMA FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

**En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.**

**Representación:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longrightarrow a \cdot d = c \cdot b$$

Se sugiere presentar el siguiente ejemplo a los estudiantes para aplicar el teorema fundamental de las proporciones.

**EJEMPLO:**

En una aula de clases, la razón entre la cantidad de hombres y mujeres es 5 a 2. Si hay 25 hombres, **¿cuántas mujeres hay en el aula de clases?**

h= número de hombre

m=número de mujeres


Finalmente, el docente pide a un estudiante que pase a la pizarra para que establezca la proporción del ejemplo y aplique el teorema fundamental de las proporciones.

$$h : m :: 5 : 2$$

$$\frac{h}{m} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{25}{m} = \frac{5}{2}$$

$$25 \cdot 2 = m \cdot 5 \longrightarrow$$ **teorema fundamental de las proporciones**

$$\frac{50}{5} = \frac{m \cdot 5}{5}$$

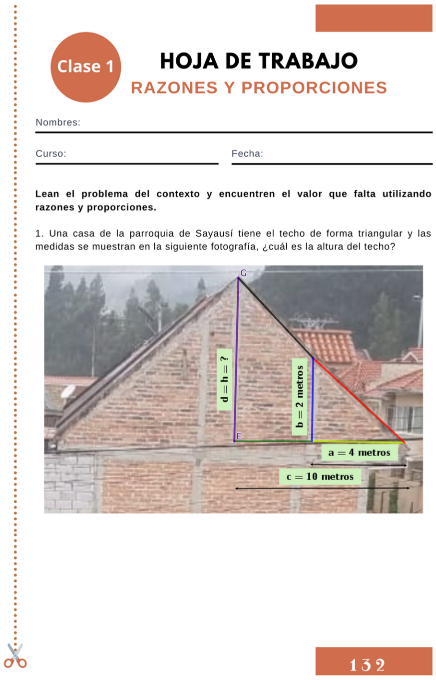
$$5 = m$$

**Respuesta:** En total hay 10 mujeres en el aula de clase.

# CONSOLIDACIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 20 MINUTOS)

Para finalizar con el desarrollo de la clase, se utilizará una **"HOJA DE TRABAJO".**



Clase 1
HOJA DE TRABAJO
RAZONES Y PROPORCIONES

Nombres:

Curso: Fecha:

**Lean el problema del contexto y encuentren el valor que falta utilizando razones y proporciones.**

1. Una casa de la parroquia de Sayausí tiene el techo de forma triangular y las medidas se muestran en la siguiente fotografía, ¿cuál es la altura del techo?



132

- El docente agrupará en parejas a los estudiantes y entregará una hoja de trabajo cuya resolución debe ser presentada en una hoja de cuadros.
- La hoja de trabajo consiste en resolver un problema del contexto utilizando razones y proporciones.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en la página 132.
- Al finalizar la actividad, se sugiere realizar una retroalimentación.

## RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO

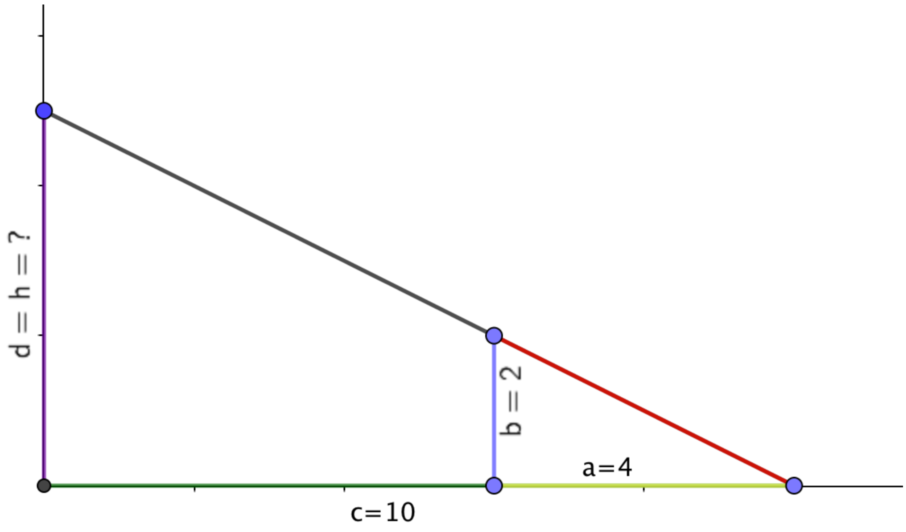
**La hoja de trabajo está resuelta con los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, cuya finalidad es que el docente se relacione con este método.**

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:
a = 4 metros
b = 2 metros
c = 10 metros

Incógnita:
d = h= ?

- Realizamos el diagrama correspondiente




- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar las proporciones para resolver el problema.

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entre las medidas del techo.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{10}{d}$$ → **escribimos la proporción con los datos del problema**

$$4 \cdot d = 2 \cdot 10$$ → **aplicamos el Teorema Fundamental de las Proporciones**

$$\frac{4 \cdot d}{4} = \frac{2 \cdot 10}{4}$$ → **dividimos a ambos lados de la igualdad para 4**

$$d = 5$$ → **la altura d=h del techo es de 5 metros**

- **Visión retrospectiva**
  - Comprobamos que el problema este resuelto correctamente.
  - Analizamos la solución.

**Al establecer una proporción encontramos que la altura del techo es de 5 metros.**

# ACTIVIDAD DE REFUERZO

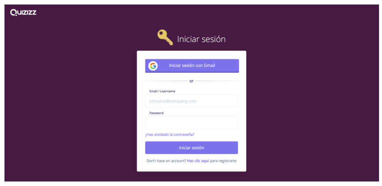
**Presentar a los estudiantes el siguiente link que contiene un problema del contexto para reforzar la clase de razones y proporciones:**


https://n9.cl/yxa67

**Los estudiantes en sus casas observarán el video y realizarán un "JUEGO EN LÍNEA"**

## PASOS PARA EL JUEGO QUIZIZZ

1. El docente ingresa en el siguiente link para registrarse en la plataforma QUIZZIZ:




https://quizizz.com/signup?source=landing_header

2. Después, da cilck en aquí para revisar las preguntas.


3. Luego, programa la fecha y la hora límite dando click en la opción **Asignar tarea** y posteriormente en **Continuar.**



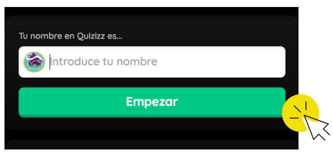
4. Inmediatamente, se genera un código que el docente entregará a los estudiantes para que ingresen al juego.


5. El docente proporcionará el siguiente link a los estudiantes:

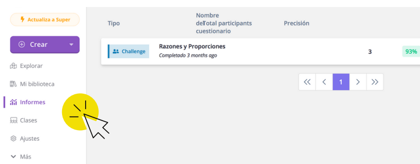
https://quizizz.com/join

6. En seguida indicará que inserten el código correspondiente y den click en **ÚNETE.**


7. Además, solicitará a los estudiantes que escriban su nombre y curso (Diana León 8 A) y den click en **Empezar.**




8. Cuando el juego termine, el docente revisará los resultados de las preguntas de cada estudiante en la parte de **Informes.**



CLASE 2

# REGLA DE TRES

**CONTENIDO:**

- REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

**OBJETIVO:**
**CONCEPTUALIZAR LA REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA.**

**TIEMPO ESTIMADO:**
**2 HORAS CLASE.**

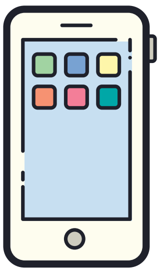
# ANTICIPACIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 20 MINUTOS)

***Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente recordar la clase anterior pidiendo a un estudiante que defina proporcionalidad directa.***

**Definición sugerida:**
**Proporcionalidad directa es una igualdad entre dos o más razones y si la una variable aumenta o disminuye, también la otra variable aumenta o disminuye, respectivamente, en la misma razón.**
.

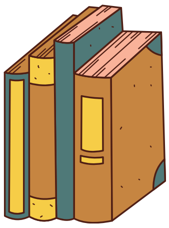
Luego, el docente activará la mente de los estudiantes realizando un **"PREGUNTAS"**, con la finalidad de recordar los conocimientos previos.

El docente pide a los estudiantes que reflexionen ¿por qué las siguientes situaciones son proporciones directas?

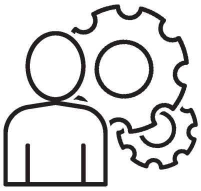


1. El número de minutos hablados en el celular y la cantidad de dinero que hay que pagar por el consumo.
2. La cantidad de cuadernos comprados y el precio que se paga por ellos.

El docente y los estudiantes llegan a estas conclusiones:



1. Si el número de minutos hablados es mayor tendrá que pagar más dinero y viceversa.
2. Si el número de cuadernos comprados es menor tendrá que pagar menos dinero y viceversa.



# CONSTRUCCIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 40 MINUTOS)

**Para continuar con el desarrollo de la clase, se utilizará una "HOJA DE TRABAJO"**

- El docente formará grupos de 3 estudiantes y entregará una hoja de trabajo.
- La hoja de trabajo consiste en resolver un problema respondiendo a preguntas basadas en los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, con los objetivos de conceptualizar la regla de tres simple directa y deducir su modelo matemático.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 133, 134 y 135.
- Al finalizar la actividad, se sugiere realizar una retroalimentación mediante la presentación de las siguientes diapositivas.

**Entrar en el siguiente link para observar resolución de la hoja de trabajo. Debe ingresar con su correo electrónico.**

## LINK:

https://view.genial.ly/5ead8cd678b9ce0d86a5e042/presentation-regla-de-tres-simple-directa

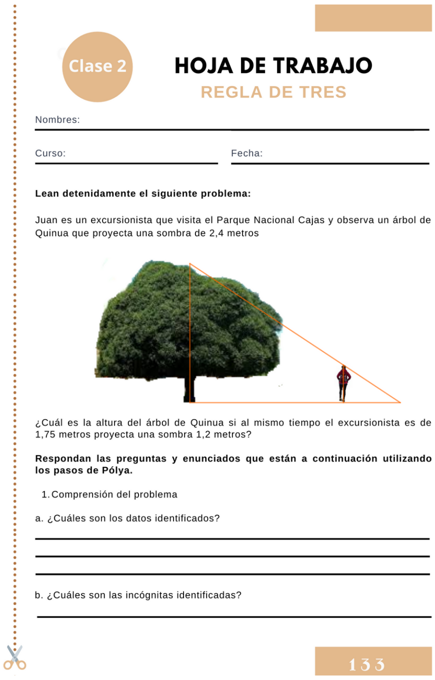
# RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO

1. Comprensión del problema

a. ¿Cuáles son los datos identificados?

**Los datos identificados son:**

**La sombra del excursionista a=1,2 metros**
**La altura del excursionista b=1,75 metros**
**La sombra que proyecta el árbol c=2,4 metros**



Clase 2

HOJA DE TRABAJO

REGLA DE TRES

Nombres:

Curso: Fecha:

**Lean detenidamente el siguiente problema:**

Juan es un excursionista que visita el Parque Nacional Cajas y observa un árbol de Quinua que proyecta una sombra de 2,4 metros

¿Cuál es la altura del árbol de Quinua si al mismo tiempo el excursionista es de 1,75 metros proyecta una sombra 1,2 metros?

**Respondan las preguntas y enunciados que están a continuación utilizando los pasos de Pólya.**

1. Comprensión del problema

a. ¿Cuáles son los datos identificados?

b. ¿Cuáles son las incógnitas identificadas?

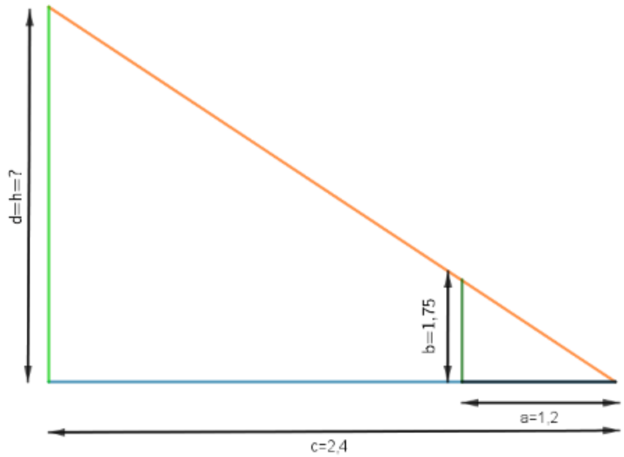
133

b. ¿Cuáles son las incógnitas identificadas?

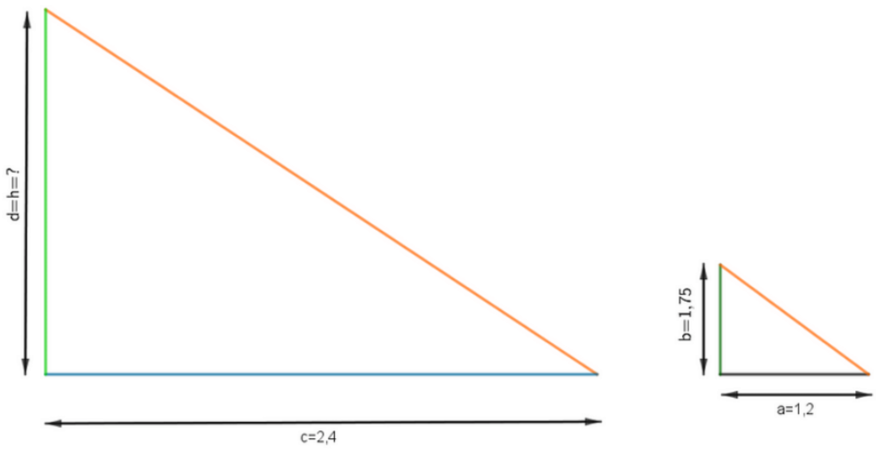
**La incógnita identificada es:**

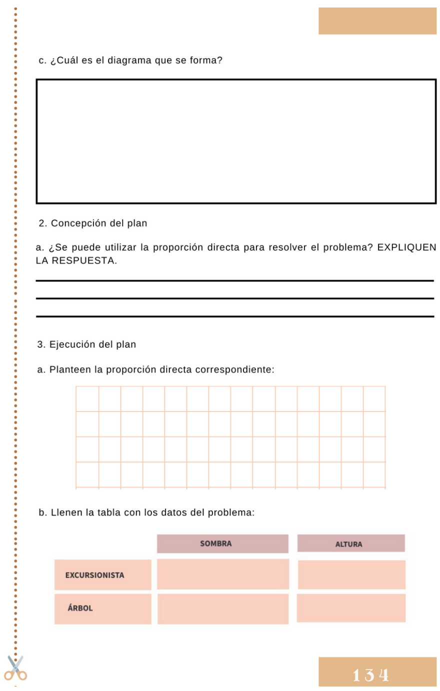
**La altura del árbol d= h= ?**

c. ¿Cuál es el diagrama que se forma?




**El diagrama que se forma son dos triángulos proporcionales.**




c. ¿Cuál es el diagrama que se forma?

2. Concepción del plan

a. ¿Se puede utilizar la proporción directa para resolver el problema? EXPLIQUEN LA RESPUESTA.

3. Ejecución del plan

a. Planteen la proporción directa correspondiente:

b. Llenen la tabla con los datos del problema:

| | SOMBRA | ALTURA |
|---|---|---|
| EXCURSIONISTA | | |
| ÁRBOL | | |

134

2. Concepción del plan

a. ¿Se puede utilizar la proporción directa para resolver el problema? EXPLIQUEN LA RESPUESTA. **Si se puede utilizar porque como observamos los dos triángulos formados son proporcionales.**

Adicionalmente, el docente puede reforzar la proporcionalidad directa con esta figura y las siguientes preguntas.

Nombramos a los dos triángulos formados: $\Delta$ABC y $\Delta$A´B´C´.


$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

## PREGUNTAS:

- **¿Cuántos triángulos hay en la imagen?**

Existen dos triángulos: **$\Delta$ABC** y **$\Delta$A´B´C´**.

- **¿Qué sucede con la base del triángulo, si la altura es mayor?**

Se tendrá una mayor base. Esto se observa en la imagen, el árbol proyecta una sombra mayor.

- **¿Qué sucede con la base del triángulo, si la altura es menor?**

Se tendrá una menor base. Esto se observa en la imagen, el excursionista proyecta una sombra menor.

- **¿Qué se puede concluir observando los triángulos?**

Si las alturas de los triángulos disminuyen o aumentan, también disminuyen o aumentan las bases, respectivamente.

RECUERDE

**Proporción directa:**

**Representación**

$$a : b :: c : d = k$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

3. Ejecución del plan

a. Planteen la proporción directa correspondiente:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \longrightarrow \frac{1{,}2}{1{,}75} = \frac{2{,}4}{h}$$

b. Llenen la tabla con los datos del problema:

**Plantear otra tabla para relacionar la representación de proporción directa con los datos del problema**

| | |
|---|---|
| a | b |
| c | h |

| | SOMBRA (METROS) | ALTURA (METROS) |
|---|---|---|
| EXCURSIONISTA | 1,2 | 1,75 |
| ÁRBOL | 2, 4 | h |

c. Analicen la sombra del árbol con respecto a la sombra del excursionista comparando las respectivas alturas.

**A menor altura menor sombra.**

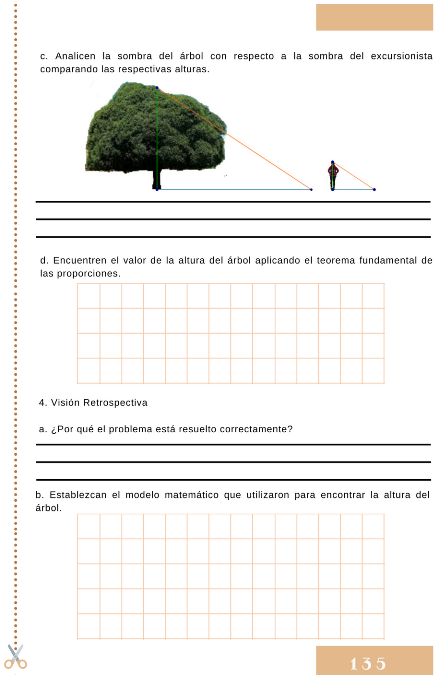
**A mayor altura mayor sombra**

**Por lo tanto, la sombra del árbol será mayor a la sombra del excursionista**

d. Encuentren el valor de la altura del árbol aplicando el teorema fundamental de las proporciones.

| | SOMBRA (METROS) | ALTURA (METROS) |
|---|---|---|
| EXCURSIONISTA | 1,2 | 1,75 |
| ÁRBOL | 2, 4 | h |

Encontrar el valor de la altura con ayuda de esta tabla



c. Analicen la sombra del árbol con respecto a la sombra del excursionista comparando las respectivas alturas.

d. Encuentren el valor de la altura del árbol aplicando el teorema fundamental de las proporciones.

4. Visión Retrospectiva

a. ¿Por qué el problema está resuelto correctamente?

b. Establezcan el modelo matemático que utilizaron para encontrar la altura del árbol.

135

$$1{,}2 \cdot h = 2{,}4 \cdot 1{,}75$$

$$h = \frac{2{,}4 \cdot 1{,}75}{1{,}2}$$

$$h = 3{,}5\ metros$$

4. Visión Retrospectiva

a. ¿Por qué el problema está resuelto correctamente?
**Porque se comprueba matemáticamente que a mayor altura hay mayor sombra.**

b. Establezcan el modelo matemático que utilizaron para encontrar la altura del árbol.

$$d = \frac{c \cdot b}{a}$$

Entrar en el siguiente link que contiene los diagramas empleados en la resolución del problema.

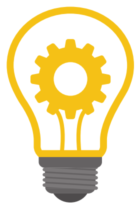
LINK:

https://n9.cl/h6yx

A continuación, se presenta el concepto de regla de tres simple directa y su representación.

## CONCEPTO DE REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

**Consiste en calcular uno de los términos de una proporción directa que involucra dos magnitudes.**



## REPRESENTACIÓN

- El docente preguntará a los estudiantes, ¿cómo se establece una proporción directa?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- Luego, pide a un estudiante que pase a la pizarra y escriba la proporción directa en una tabla.

| | |
|---|---|
| $a$ | $b$ |
| $c$ | $d$ |

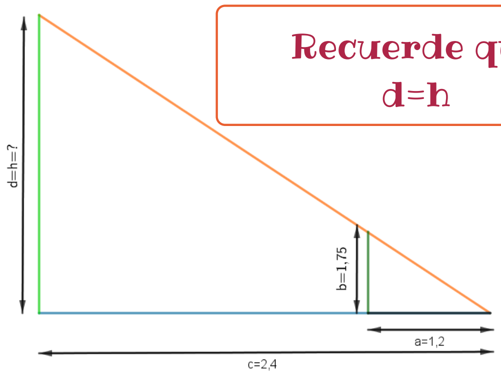
- Ahora, indica al estudiante que aplique el Teorema fundamental de la proporciones para verificar el modelo matemático encontrado en la hoja de trabajo.

$$d = \frac{c \cdot b}{a}$$

- Además, compara el modelo matemático con los datos del problema de la hoja de trabajo.

$$d = \frac{c \cdot b}{a}$$

$$h = \frac{c \cdot b}{a} = \frac{2,4 \cdot 1,75}{1,2}$$




Recuerde que d=h

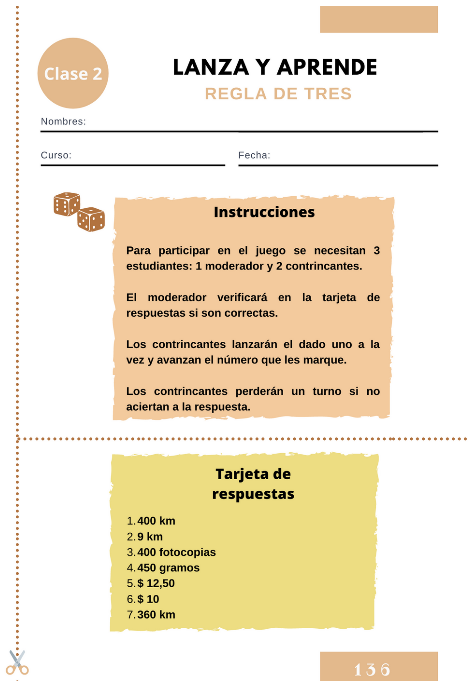
- Por último, el docente con los estudiantes concluyen el modelo matemático de regla de tres simple directa.

$$d = \frac{c \cdot b}{a}$$

# CONSOLIDACIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 20 MINUTOS)

Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará un juego "**LANZA Y APRENDE**", con el objetivo de aplicar el concepto de regla de tres simple directa de una manera entretenida.



Clase 2

LANZA Y APRENDE

REGLA DE TRES

Nombres:

Curso: Fecha:

**Instrucciones**

Para participar en el juego se necesitan 3 estudiantes: 1 moderador y 2 contrincantes.

El moderador verificará en la tarjeta de respuestas si son correctas.

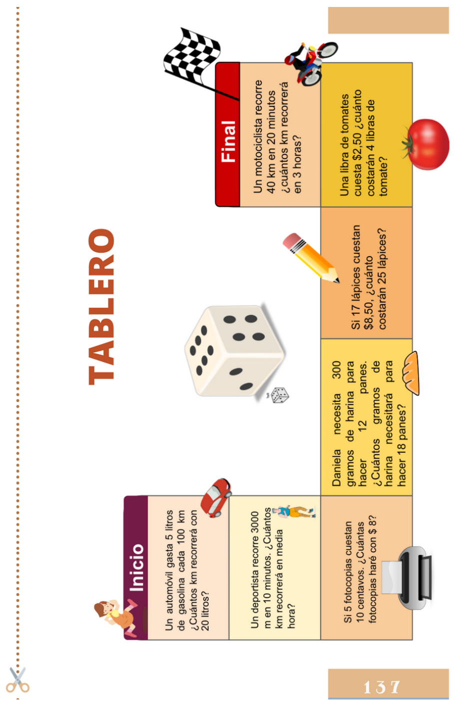
Los contrincantes lanzarán el dado uno a la vez y avanzan el número que les marque.

Los contrincantes perderán un turno si no aciertan a la respuesta.

**Tarjeta de respuestas**

1. 400 km
2. 9 km
3. 400 fotocopias
4. 450 gramos
5. $ 12,50
6. $ 10
7. 360 km

136




- El docente trabajará con los mismos grupos y entregará el juego.
- Además, el juego tiene instrucciones, una tarjeta de respuestas y un tablero.
- Este juego recortable se encuentra en las páginas 136 y 137.
- Al finalizar el juego, el docente plantea a los estudiantes una reflexión.

### Reflexión

**¿Cómo se relacionan las cantidades en la regla de tres simple?**

**Respuesta:**

**Las cantidades se relacionan de la siguiente manera:**

- **Si una cantidad aumenta la otra también aumenta.**
- **Si una cantidad disminuye la otra también disminuye.**

# CLASE 3

# CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CONTENIDO:**

- CONCEPTO DE CONGRUENCIA
- SEGMENTOS CONGRUENTES
- ÁNGULOS CONGRUENTES
- TRIÁNGULOS CONGRUENTES

## OBJETIVO:

**CONCEPTUALIZAR CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS A PARTIR DE LOS CONOCIMIENTOS DE IGUALDAD, SEGMENTOS Y ÁNGULOS.**

## TIEMPO ESTIMADO:

**2 HORAS CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente solicitó el proyector del establecimiento educativo y pidió a sus estudiantes que observen este video acerca de la construcción del tangram.***

https://youtu.be/t9Lf1fWRwMg


# ANTICIPACIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 25 MINUTOS)

Para activar la mente de los estudiantes, se utilizará el software **"GEOGEBRA"** y una **"HOJA DE TRABAJO"**.

- En el software Geogebra, se creó una actividad con el Tangram que facilite la enseñanza de congruencia de triángulos.
- Se recomienda que el docente conozca el propósito que tiene el Tangram.

**El propósito de utilizar este tangram realizado en geogebra es manipular y observar que se forman pares de triángulos congruentes:**

- **Los triángulos naranja y verde claro.**
- **Los triángulos celeste y verde oscuro.**
- **Los triángulos azul y morado que se obtienen al dividir el paralelogramo.**

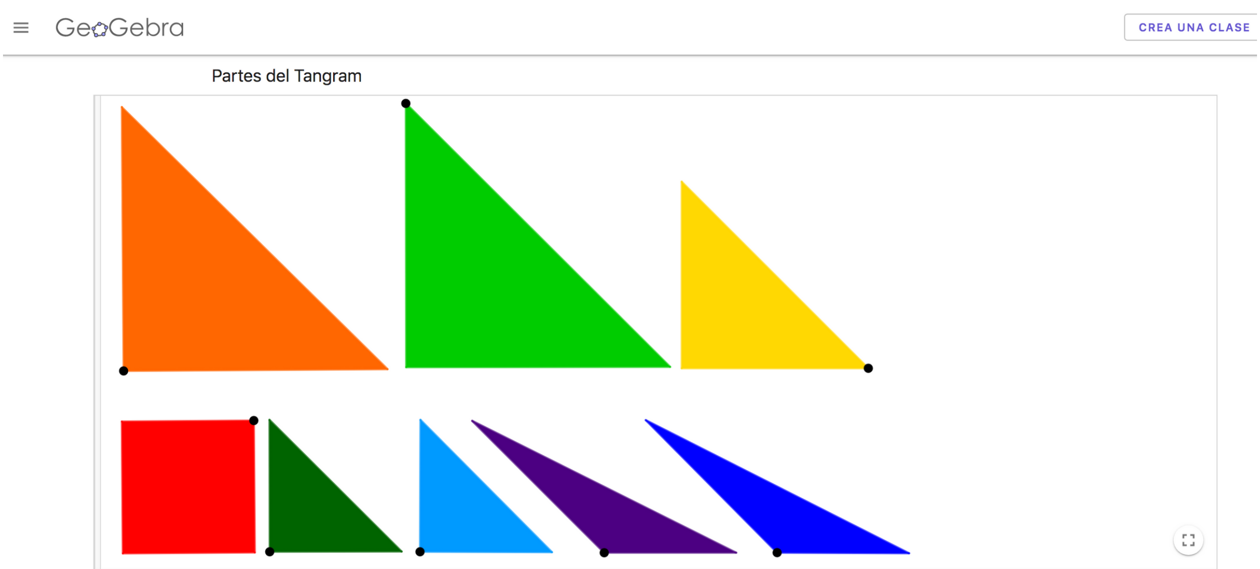
Se sugiere al docente abrir el siguiente link para que los estudiantes conozcan el Tangram trazado en Geogebra.

**Si el establecimiento educativo no cuenta con internet puede descargarse el documento de Geogebra en Línea.**

**LINK:**

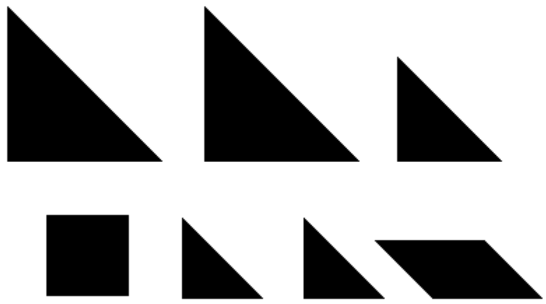
**https://www.geogebra.org/m/tb7bu7tm**


El docente proyectará la gráfica correspondiente a las partes del Tangram.



Luego, se realizarán preguntas en base al video y al material entregado a los estudiantes.

## PREGUNTAS:

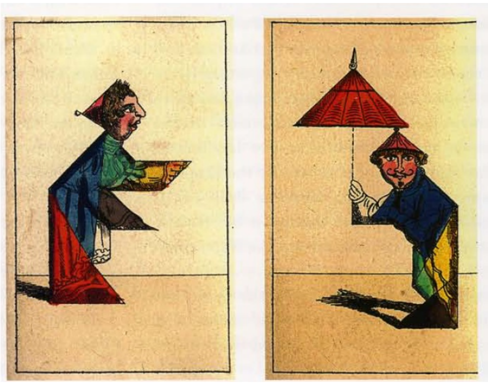


**¿A partir de qué figura se forma el tangram?**
El tangram se forma a partir de un cuadrado.

**¿Qué diferencia existe entre el tangram observado en el video y el tangram presentado en la clase?**
El tangram observado en el video tiene 7 figuras, mientras que el tangram presentado en clases tiene 8 figuras porque se divide al paralelogramo en dos triángulos.

## DATO CURIOSO:

El Tangram es un rompecabezas chino que se compone de siete piezas geométricas, sus primeras apariciones se sitúan en China a principios del siglo XIX, en español significa “TABLA DE LA SABIDURÍA”. Facilita la explicación de la geometría plana e impulsa capacidades como el pensamiento abstracto, la lógica, la resolución de problemas, etc.

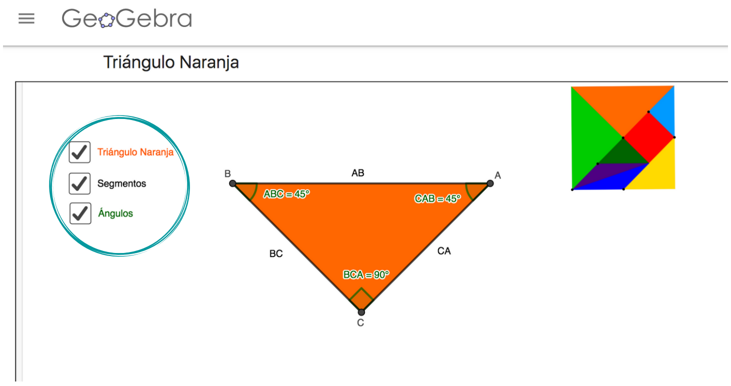


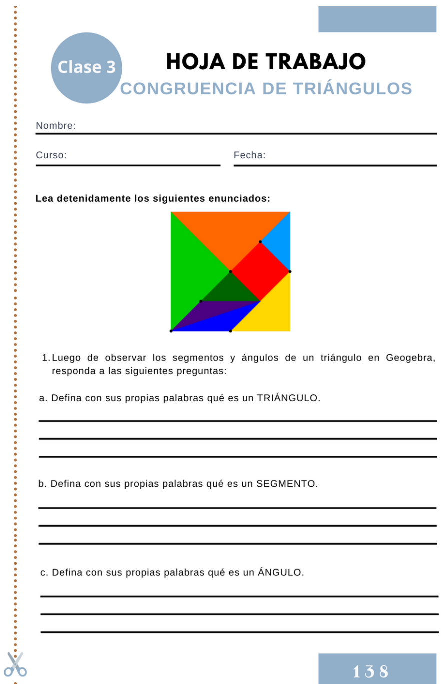
- Después, el docente entregará una hoja de trabajo a cada estudiante.
- La hoja de trabajo consiste en responder una serie de preguntas conforme se presenta la actividad en Geogebra, con el objetivo de recordar los conceptos previos de triángulo, segmento, ángulo e igualdad figuras.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 138 y 139.
- A continuación, como ayuda al docente se presenta la resolución de la hoja de trabajo utilizando la actividad realizada en Geogebra.

# RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO

- El docente proyectará la gráfica correspondiente al Triángulo Naranja.

- Luego, se pide a un estudiante que grafique los segmentos y ángulos de un triángulo, dando click en los botones **Triángulo Naranja**, **Segmentos** y **Ángulos** para responder la pregunta 1 de la hoja de trabajo:

Clase 3

**HOJA DE TRABAJO**

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

**Lea detenidamente los siguientes enunciados:**

1. Luego de observar los segmentos y ángulos de un triángulo en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

a. Defina con sus propias palabras qué es un TRIÁNGULO.

b. Defina con sus propias palabras qué es un SEGMENTO.

c. Defina con sus propias palabras qué es un ÁNGULO.

138

1. Luego de observar los segmentos y ángulos de un triángulo en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

   a. Defina con sus propias palabras qué es un TRIÁNGULO.
   **Porción del plano limitada por rectas que se intersecan una a una en puntos llamados vértices.**

   b. Defina con sus propias palabras qué es un SEGMENTO.
   **Un segmento es una parte de recta limitada por dos puntos no coincidentes.**

   c. Defina con sus propias palabras qué es un ÁNGULO.

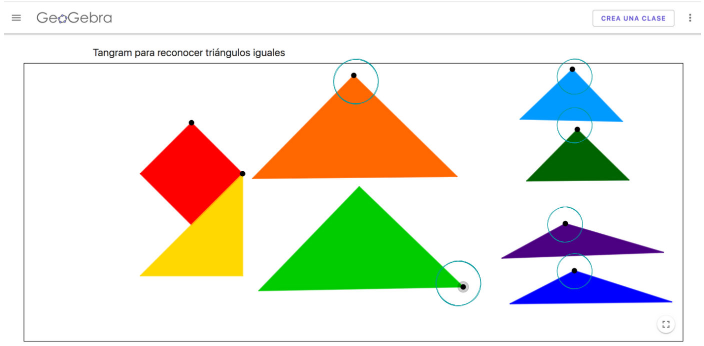
**Un ángulo es la abertura comprendida entre dos semirrectas que tienen un punto en común, llamado vértice.**

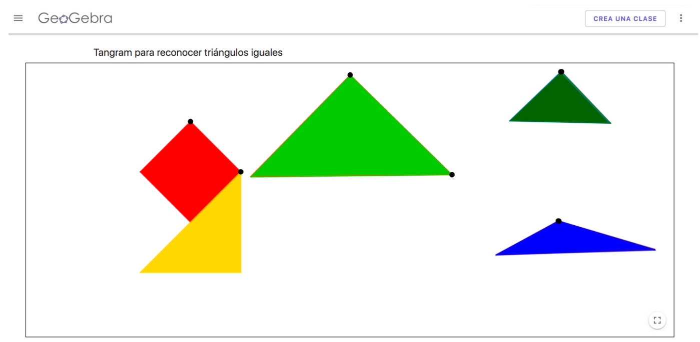
- El docente proyectará la gráfica correspondiente al Tangram para reconocer triángulos iguales.

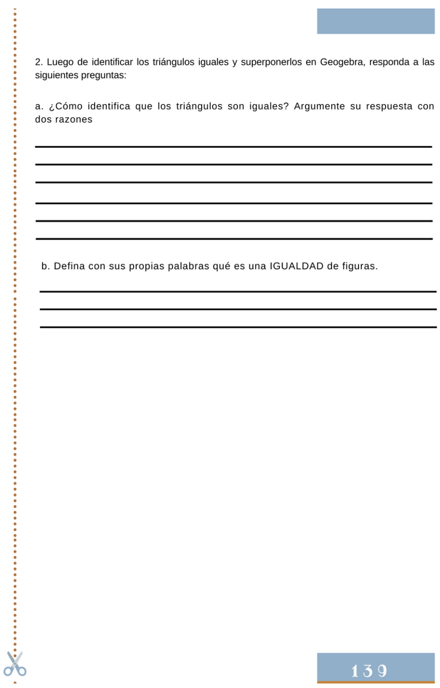
- Posteriormente, pide a tres estudiantes que cada uno mueva un par de figuras iguales y las coloquen una debajo de otra.

- Después, indicará a los estudiantes que deben hacer click en los botones **Negros** para rotar las figuras y hacer click en las figuras para moverlas.

- Finalmente, solicita a un estudiante que superponga los triángulos iguales identificados para responder a la pregunta 2 de la hoja de trabajo.

2. Luego de identificar los triángulos iguales y superponerlos en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

a. ¿Cómo identifica que los triángulos son iguales? Argumente su respuesta con dos razones

b. Defina con sus propias palabras qué es una IGUALDAD de figuras.

139

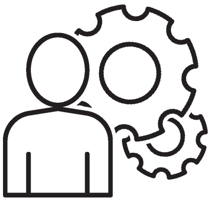
2. Luego de identificar los triángulos iguales y superponerlos en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

a. ¿Cómo identifica que los triángulos son iguales? Argumente su respuesta con dos razones.

- **Al superponer los triángulos, se observó que los ángulos son iguales y tienen la misma medida.**
- **Al superponer los triángulos, se observó que los segmentos son iguales y tienen la misma medida.**

b. Defina con sus propias palabras qué es una IGUALDAD de figuras.

**Dos figuras son iguales cuando tienen sus lados iguales y sus ángulos iguales.**



# CONSTRUCCIÓN

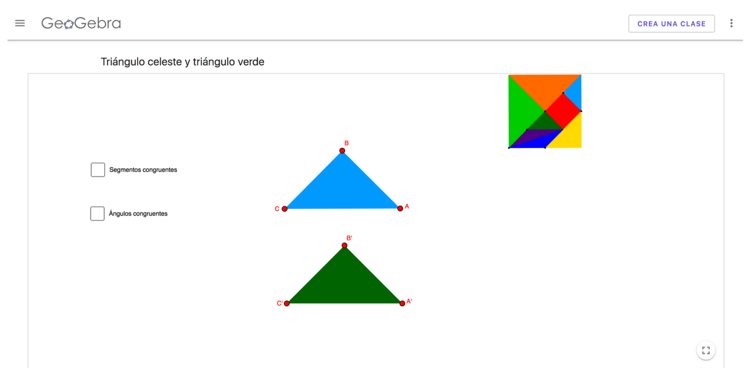
## (TIEMPO ESTIMADO: 30 MINUTOS)

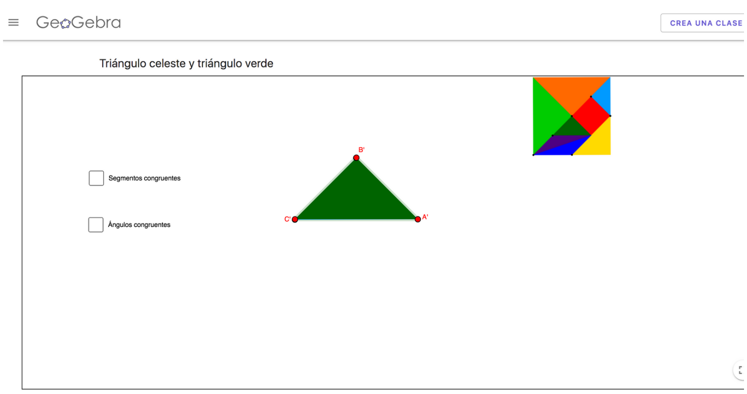
Para continuar con el desarrollo de la clase, se utilizará el software **"GEOGEBRA"**.

- De la misma forma, se utilizará la actividad creada en Geogebra porque permite la visualización y la representación de construcciones geométricas.

- Además, el docente y los estudiantes utilizarán las respuestas de la hoja de trabajo con el objetivo de establecer los conceptos de congruencia, segmentos congruentes, ángulos congruentes y triángulos congruentes

- El docente proyectará la gráfica correspondiente al triángulo celeste y triángulo verde para que un estudiante superponga los triángulos y describa sus características para conceptualizar congruencia.




## RECUERDE

**El lado de un triángulo se puede representar como un segmento de recta**

### Características de los triángulos congruentes

- **Tienen los segmentos iguales**
- **Tienen los ángulos iguales**

# CONCEPTO DE CONGRUENCIA

**Relación de similitud entre ángulos y segmentos de figuras geométricas.**

SÍMBOLO

$\cong$

## RECUERDE

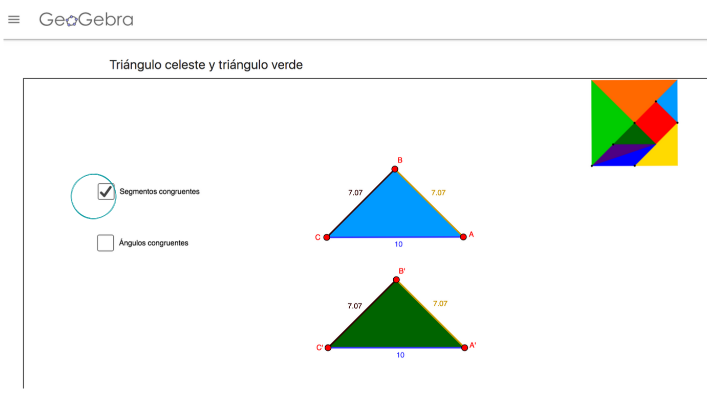
En geometría al término IGUALDAD se le conoce como CONGRUENCIA

## DATO CURIOSO:

La pirámide de Keops en Egipto mide 140 metros de altura y su base es de 230 metros, está compuesta por una base cuadrangular y cuatro caras laterales triangulares que son congruentes.

- Luego, el docente pide a otro estudiante que separe los triángulos y aplaste el botón de **Segmentos congruentes** para conceptualizar segmentos congruentes.

- Después de observar las medidas de los segmentos de los triángulos, escribir en la pizarra los valores correspondientes de la siguiente forma:




$\overline{AB} = 7{,}07\ cm$ | $\overline{A'B'} = 7{,}07\ cm$

$\overline{BC} = 7{,}07\ cm$ | $\overline{B'C'} = 7{,}07\ cm$

$\overline{AC} = 10\ cm$ | $\overline{A'C'} = 10\ cm$

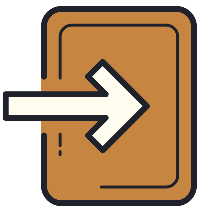
## COMPROBACIÓN

**Se comprueba que los segmentos de los dos triángulos tienen la misma medida respectivamente.**

# CONCEPTO DE SEGMENTOS CONGRUENTES

**Se tiene segmentos congruentes cuando dos segmentos tienen la misma longitud.**


Además, el docente presentar a los estudiantes este cuadro que contiene la representación simbólica de los segmentos congruentes, tomando en cuenta los segmentos $\overline{\mathbf{AC}}$ y $\overline{\mathbf{A'C'}}$**.**

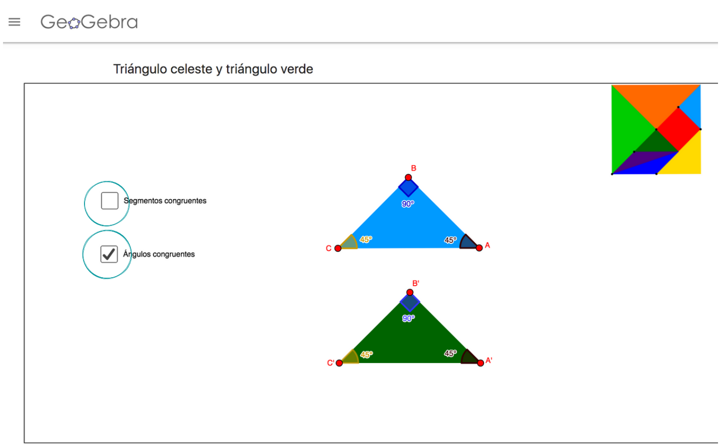


**Siendo los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$**
**Los segmentos congruentes se representan y leen de la siguiente manera:**

**$\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$** **$\overline{AC}$ es congruente a $\overline{A'C'}$**

**Además, al superponer el segmento $\overline{AC}$ en el segmento $\overline{A'C'}$ se comprueba la congruencia.**

De nuevo, pide a otro estudiante que de click en el botones **Segmentos congruentes** y **Ángulos congruentes** para conceptualizar ángulos congruentes.



Luego de observar las amplitudes de los ángulos de los triángulos, escribir en la pizarra los valores correspondientes de la siguiente forma:

$\measuredangle ABC = 90^\circ$

$\measuredangle BCA = 45^\circ$

$\measuredangle CAB = 45^\circ$

$\measuredangle A'B'C' = 90^\circ$

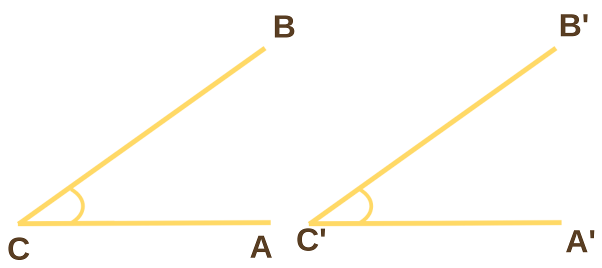
$\measuredangle B'C'A' = 45^\circ$

$\measuredangle C'A'B' = 45^\circ$

### COMPROBACIÓN

**Se comprueba que los ángulos de los dos triángulos tienen la misma amplitud respectivamente.**

## CONCEPTO DE ÁNGULOS CONGRUENTES




**Se tiene ángulos congruentes cuando dos ángulos tienen la misma amplitud o abertura.**

Además, el docente presenta a los estudiantes este cuadro que contiene la representación simbólica de los Ángulos Congruentes, tomando en cuenta los ángulos **∡C** y **∡C'**.

**Siendo los ángulos ∡BCA y ∡B'C'A'**
**Los ángulos congruentes se representan y leen de la siguiente manera:**

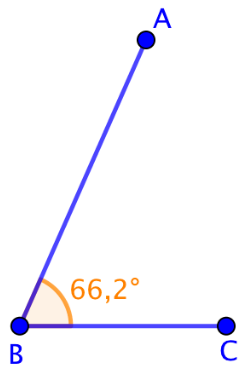
**∡BCA ≅ ∡B'C'A'** **El ángulo C es congruente al ángulo C'**

**De igual manera al superponer los ángulos ∡BCA y ∡B'C'A' se comprueba la congruencia.**

## RECUERDE

**Los ángulos se nombran:**

- **Con las letras del alfabeto griego que representen el vértice.**
- **Escribiendo el vértice con una letra mayúscula del alfabeto latino precedido del símbolo ∡.**
- **Escribiendo las tres letras mayúsculas del alfabeto latino (la letra del vértice en el centro) precedido del símbolo ∡.**



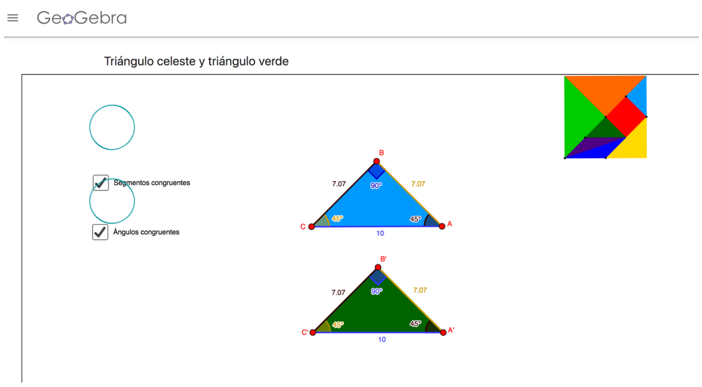

$\alpha = 66{,}2°$

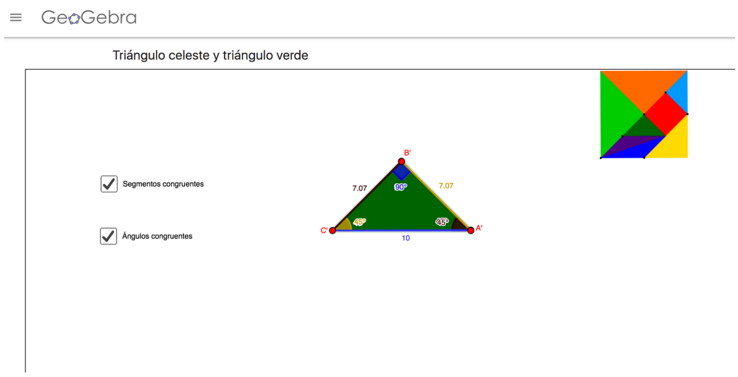
$\measuredangle B = 66{,}2°$

$\measuredangle ABC = 66{,}2°$ o $\measuredangle CBA = 66{,}2°$

El docente pide a otro estudiante que aplaste nuevamente el botón **Segmentos congruentes** para que visualicen los segmentos y ángulos de los triángulos.

También, el maestro indica al estudiante que superponga los triángulos.




## COMPROBACIÓN

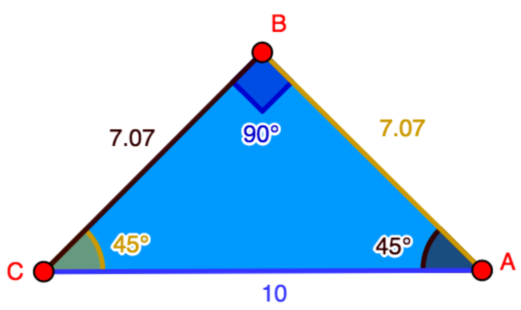
**Como vemos los dos triángulos tienen los segmentos y ángulos congruentes, entonces los triángulos son congruentes.**
**También, observamos que al superponer los dos triángulos son congruentes.**

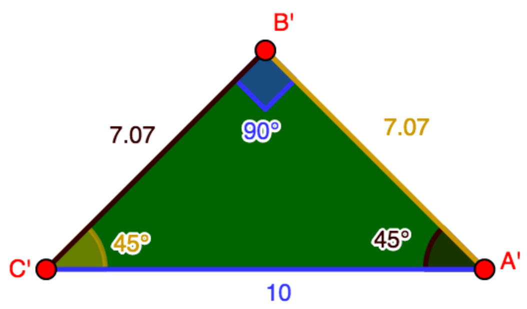
# CONCEPTO DE TRIÁNGULOS CONGRUENTES

**Dos o más triángulos son congruentes cuando tienen sus ángulos y segmentos iguales respectivamente.**

**RECUERDE**

**El triángulo es la única figura geométrica que no se puede deformar.**




Además, el docente presenta a los estudiantes este cuadro que contiene la representación simbólica de los Triángulos Congruentes, tomando en cuenta los triángulos **ΔABC** y **ΔA'B'C'**

**Siendo los triángulos ΔABC y ΔA'B'C'**
**Los triángulos congruentes se representan y leen de la siguiente manera:**

**ΔABC ≅ ΔA'B'C'** **ΔABC es congruente a ΔA'B'C'**

**Al superponer el triángulo ΔABC al triángulo ΔA'B'C' se comprueba la congruencia.**

**Además a los triángulos se los nombran:**

- **De manera antihoraria**

# CONSOLIDACIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 25 MINUTOS)

Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará un **"ORGANIZADOR GRÁFICO"**.

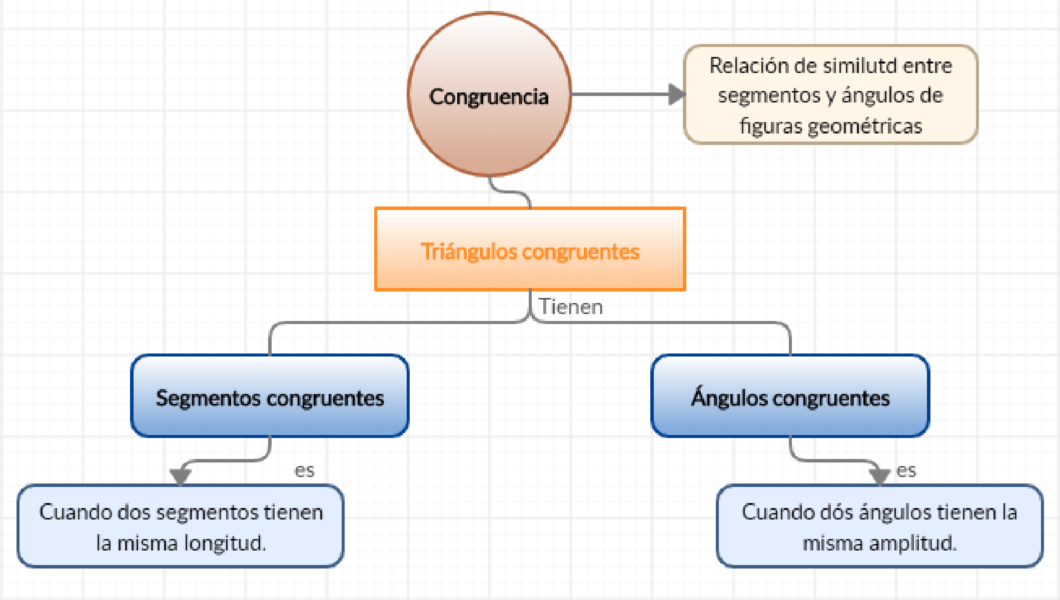
- El docente pedirá a los estudiantes que realicen un organizador gráfico de manera individual.
- El organizador gráfico tiene el objetivo de sintetizar de una manera gráfica los temas de congruencia, segmentos congruentes, ángulos congruentes y triángulos congruentes

**Entrar en el siguiente link que contiene el organizador. Debe ingresar con su correo electrónico.**

## LINK:

https://app.creately.com/diagram/SRpjy1L8phW/edit

**EJEMPLO:**



Cuando los estudiantes terminen el organizador gráfico, se realizará una REFLEXIÓN:

## Reflexión

**¿En qué parte de su entorno ha observado la congruencia de triángulos?**

**Respuesta:**

- **En las construcciones de los puentes, de los techos, de las mesas, en los diseños de cerámicas, en las rampas de bicicletas, etc.**

## Actividad de refuerzo y ampliación de conocimientos

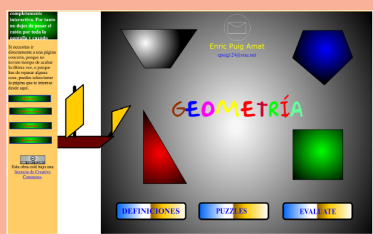
Se sugiere al docente presentar a los estudiantes el siguiente link:

http://www.xtec.cat/~epuig124/mates/geometria/castella/index.htm

Que contiene un juego para incentivar el aprendizaje de cada estudiante.

- El juego consiste en mover polígonos para que encajen en diferentes tangrams.

- Además, se puede encontrar definiciones geométricas que amplíen los conocimientos de los estudiantes.



# CLASE 4

# CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CONTENIDO:**

- CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS
- LLL (LADO,LADO, LADO)
- LAL (LADO, ÁNGULO, LADO)
- ALA (ÁNGULO, LADO, ÁNGULO)

**OBJETIVO:**
**IDENTIFICAR LOS CRITERIOS DE CONGRUENCIA EN DIFERENTES CLASES DE TRIÁNGULOS.**

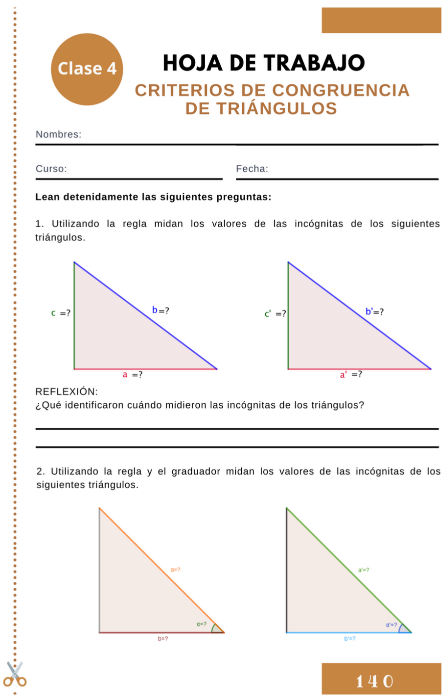
**TIEMPO ESTIMADO:**
**1 HORA CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente pidió a sus estudiantes que traigan una regla y un graduador.***

# ANTICIPACIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 15 MINUTOS)

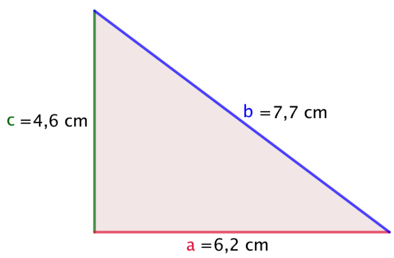
Para activar la mente de los estudiantes, se utilizará con una **"HOJA DE TRABAJO".**

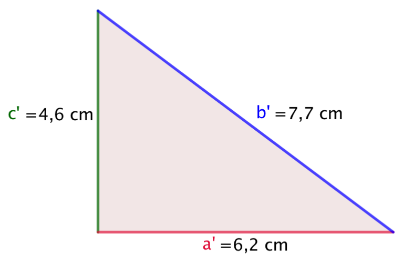
- El docente agrupará en parejas a los estudiantes y entregará una hoja de trabajo.
- La hoja de trabajo consiste en responder tres preguntas con el objetivo de identificar los lados y ángulos de triángulos congruentes.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 140 y 141.


Clase 4
HOJA DE TRABAJO
CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS
Nombres:
Curso: Fecha:
**Lean detenidamente las siguientes preguntas:**
1. Utilizando la regla midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.
REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?
2. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.
140

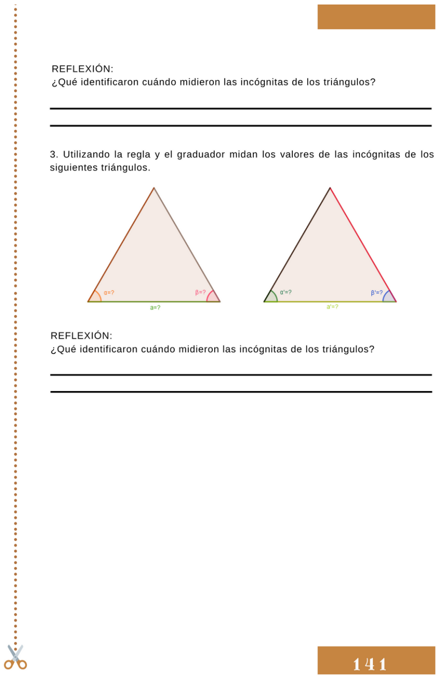
## RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO

1. Utilizando la regla midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.




REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?
**Se identificó que los tres lados de los dos triángulos tienen las mismas dimensiones. Por lo tanto, los dos triángulos son congruentes.**

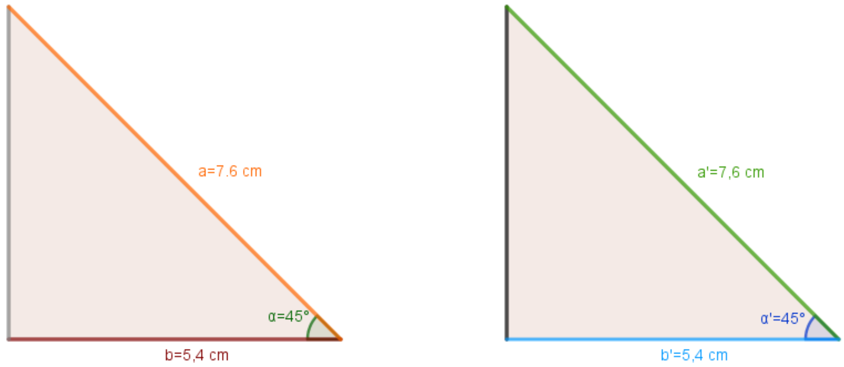

REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?

3. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.

REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?

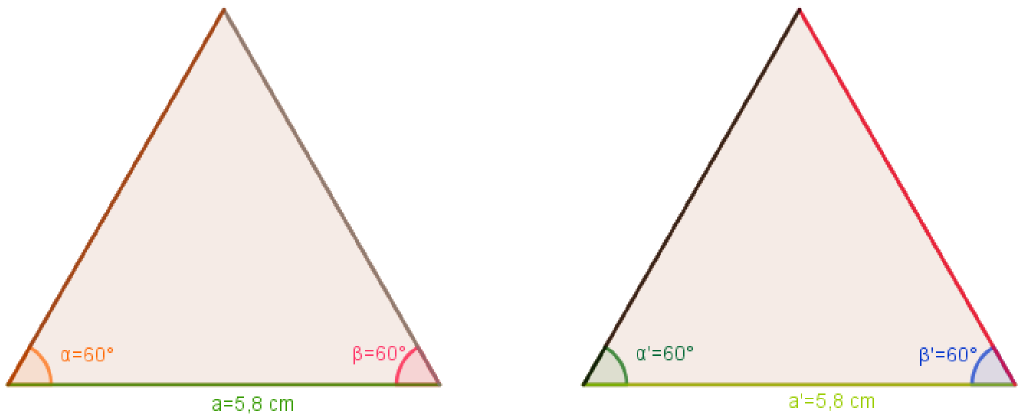
141

2. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.




REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?
**Se identificó que los dos lados y en ángulo en los dos triángulos tienen las mismas dimensiones. Por lo tanto, los dos triángulos son congruentes.**

3. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.




REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?
**Se identificó que los dos ángulos y el lado tienen las mismas dimensiones en los dos triángulos. Por lo tanto, los dos triángulos son congruentes.**

# CONSTRUCCIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 25 MINUTOS)

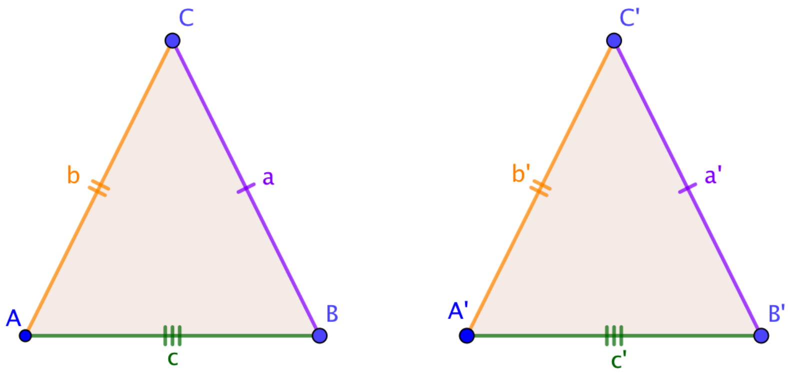
Para continuar con el desarrollo de la clase, se trabajará con las respuestas de la hoja de trabajo para conceptualizar los tres criterios de congruencia de triángulos.

## PRIMER CRITERIO:
## LADO, LADO, LADO (LLL)

El docente con los estudiantes revisan la pregunta 1 de la hoja de trabajo y verifican que los tres lados de los dos triángulos son congruentes para conceptualizar el criterio LLL.

**Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.**

Se sugiere al docente utilizar marcadores de colores para trazar los siguientes triángulos:




Como vemos los tres lados son congruentes:

**a ≅ a'**

**b ≅ b'**

**c ≅ c'**

Entonces, los dos triángulos son congruentes:

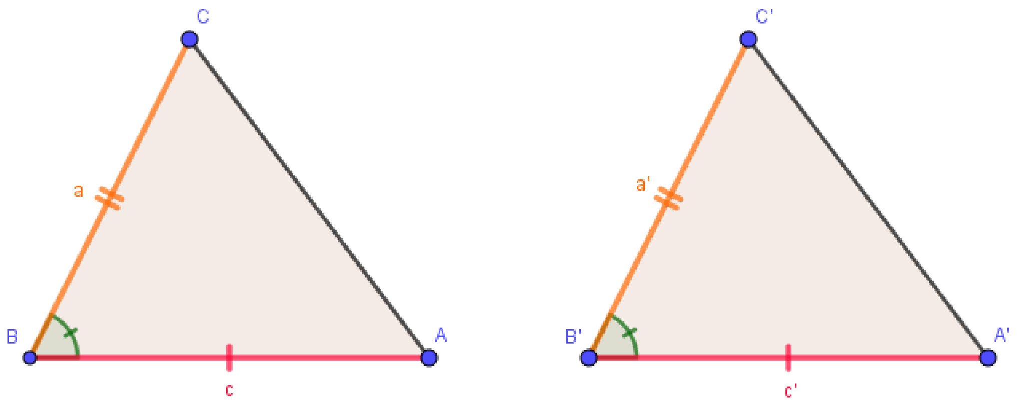
**ΔABC ≅ ΔA'B'C'**

## SEGUNDO CRITERIO:
## LADO, ÁNGULO, LADO (LAL)

El docente con los estudiantes revisan la pregunta 2 de la hoja de trabajo y verifican que los dos lados y un ángulo de los dos triángulos son congruentes para definir el criterio LAL.

**Dos triángulos son congruentes si dos lados tienen la misma longitud y el ángulo comprendido tiene la misma amplitud que los correspondientes del otro triángulo.**

Se sugiere al docente utilizar marcadores de colores para trazar los siguientes triángulos:




**Como vemos los dos lados y el ángulo comprendido son congruentes:**

$a \cong a'$

$\measuredangle B \cong \measuredangle B'$

$c \cong c'$

**Entonces, los dos triángulos son congruentes:**

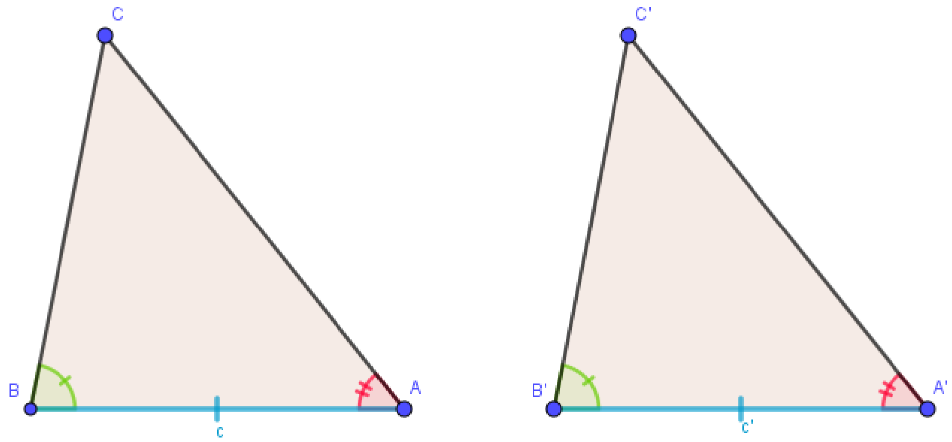
$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

# TERCER CRITERIO:
# ÁNGULO, LADO, ÁNGULO (LAL)

El docente con los estudiantes revisan la pregunta 3 de la hoja de trabajo y verifican que los dos ángulos y un lado de los dos triángulos son congruentes para definir el criterio ALA.

**Dos triángulos son congruentes si dos ángulos tienen la misma amplitud y el lado comprendido tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.**

Se sugiere al docente utilizar marcadores de colores para trazar los siguientes triángulos:




**Como vemos los dos ángulos y el lado comprendido son congruentes:**

**∡A ≅ ∡A'**
**c ≅ c'**
**∡B ≅ ∡B'**

**Entonces, los dos triángulos son congruentes:**

**ΔABC ≅ ΔA'B'C'**

**Entrar en el siguiente link que contiene los imágenes de los Criterios de Congruencia de Triángulos.**

## LINK:

[https://n9.cl/9w60d](https://n9.cl/9w60d)

# CONSOLIDACIÓN

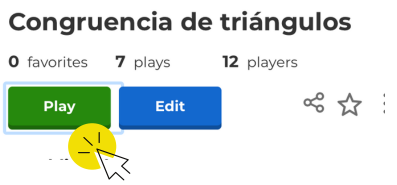
Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará un **"JUEGO EN LÍNEA"**

- El docente pedirá a los estudiantes que realicen un juego en línea de manera individual.
- El juego en línea tiene la finalidad de verificar que los estudiantes hayan alcanzado los aprendizajes de la clase.

Kahoot!

## PASOS PARA EL JUEGO.


1. El docente ingresa en el siguiente link para registrarse en la plataforma kahoot.
[https://create.kahoot.it/login?platform=Web](https://create.kahoot.it/login?platform=Web)

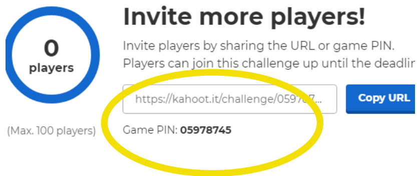



2. Ingresa al siguiente link para revisar las preguntas:
[https://n9.cl/2g3i88](https://n9.cl/2g3i88)

3. Luego, da click en el botón de **Play** (Jugar) y entra **Assign** (Asignar).


4. Programa la fecha y hora del juego dando click en la opción **Crear**.

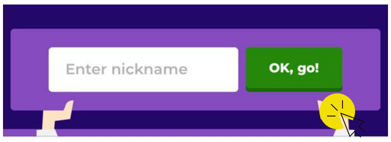
5. Inmediatamente, se genera un código que el docente entregará a los estudiantes para que ingresen al juego.




6. El docente proporcionará el siguiente link a los estudiantes:

[https://kahoot.it](https://kahoot.it)


7. En seguida indicará que inserten el PIN correspondiente y den click en **Enter.**




8. Además, solicitará a los estudiantes que escriban su nombre y curso (Diana León 8 A) y den click en **OK,go!**


9. Cuando el juego termine, el docente revisará los resultados de las preguntas de cada estudiante en la parte de **Informes**.

## Actividad de refuerzo y ampliación de conocimientos

**Los estudiantes revisarán en sus casas el vídeo entrando a este link:**

[https://youtu.be/doqf3bmoUzQ](https://youtu.be/doqf3bmoUzQ)

**Además, el vídeo contiene información que aporta al aprendizaje de los estudiantes.**

**Luego de observar el video deberán responder la siguiente pregunta:**

- **¿Por qué el triángulo lo encontramos en todas partes?**

**Solución**

El triángulo es el único polígono que no se deforma cuando actúa sobre él una fuerza, por eso lo ocupan en construcciones de puentes, techos, tendidos eléctricos, etc.

**La actividad se entregará en la próxima clase en una hoja.**

# CLASE 5

# TEOREMA DE TALES

**CONTENIDO:**

- CONCEPTO DEL TEOREMA DE TALES
- APLICACIÓN DEL TEOREMA DE TALES A LOS TRIÁNGULOS

## OBJETIVO:

**CONCEPTUALIZAR EL TEOREMA DE TALES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL CONTEXTO.**

## TIEMPO ESTIMADO:

**2 HORAS CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente solicitó el proyector del establecimiento educativo y pidió a sus estudiantes que traigan una calculadora.***

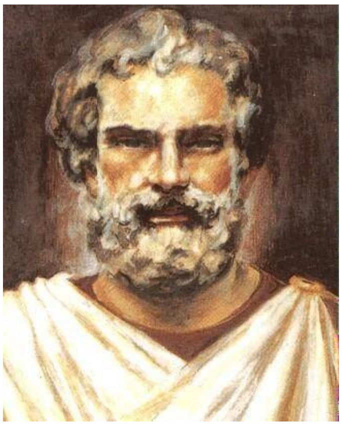
# ANTICIPACIÓN

(TIEMPO ESTIMADO: 30 MINUTOS)

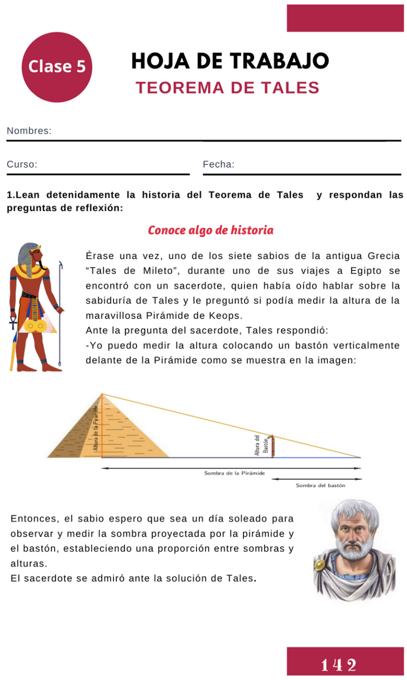
Para activar la mente de los estudiantes, se realizará una **"HOJA DE TRABAJO".**

- El docente agrupará en parejas a los estudiantes y entregará una hoja de trabajo.
- La hoja de trabajo tiene como objetivos presentar la historia del Teorema de Tales mediante una lectura y a su vez encontrar el modelo matemático empleado en el cálculo de la altura de la pirámide de Keops.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 142, 143 y 144.
- Al finalizar la hoja de trabajo, se sugiere realizar una retroalimentación.

### DATO CURIOSO:



Tales de Mileto fue filósofo, astrónomo y matemático griego.
Fundó la llamada geometría de las líneas, por lo que se le considera el descubridor de la geometría abstracta.



Clase 5

HOJA DE TRABAJO
TEOREMA DE TALES

Nombres:

Curso: Fecha:

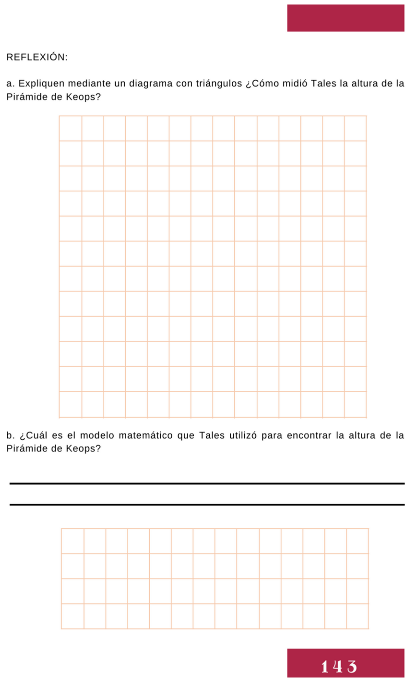
1.Lean detenidamente la historia del Teorema de Tales y respondan las preguntas de reflexión:

*Conoce algo de historia*

Érase una vez, uno de los siete sabios de la antigua Grecia "Tales de Mileto", durante uno de sus viajes a Egipto se encontró con un sacerdote, quien había oído hablar sobre la sabiduría de Tales y le preguntó si podía medir la altura de la maravillosa Pirámide de Keops.
Ante la pregunta del sacerdote, Tales respondió:
-Yo puedo medir la altura colocando un bastón verticalmente delante de la Pirámide como se muestra en la imagen:

Entonces, el sabio espero que sea un día soleado para observar y medir la sombra proyectada por la pirámide y el bastón, estableciendo una proporción entre sombras y alturas.
El sacerdote se admiró ante la solución de Tales.

142

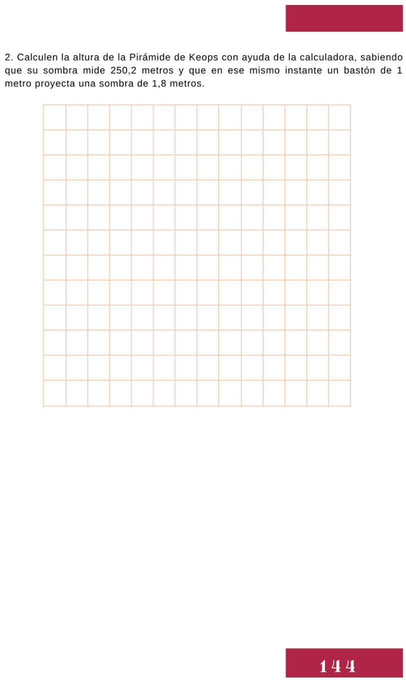


REFLEXIÓN:

a. Expliquen mediante un diagrama con triángulos ¿Cómo midió Tales la altura de la Pirámide de Keops?

b. ¿Cuál es el modelo matemático que Tales utilizó para encontrar la altura de la Pirámide de Keops?

143



2. Calculen la altura de la Pirámide de Keops con ayuda de la calculadora, sabiendo que su sombra mide 250,2 metros y que en ese mismo instante un bastón de 1 metro proyecta una sombra de 1,8 metros.

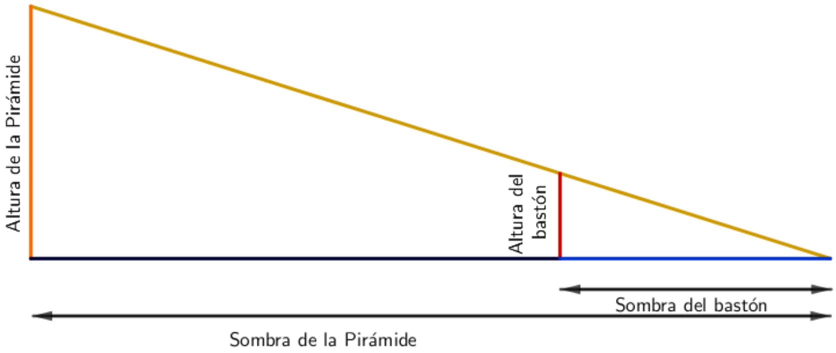
144

# RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO

**1. Lean detenidamente las siguiente lectura y respondan las preguntas de reflexión:**

REFLEXIÓN:

a. Expliquen mediante un diagrama con triángulo ¿Cómo midió Tales la altura de la Pirámide de Keops?




b. ¿Cuál es el modelo matemático que Tales utilizó para encontrar la altura de la Pirámide de Keops?
**El modelo matemático que se forma es una proporción entre las sombras y las alturas de la pirámide y del bastón respectivamente.**

$$\frac{Sombra\ de\ la\ pirámide}{Sombra\ del\ bastón} = \frac{Altura\ de\ la\ pirámide}{Altura\ del\ bastón}$$

2. Calculen la altura de la Pirámide de Keops con ayuda de la calculadora, sabiendo que su sombra mide 250,2 metros y que en ese mismo instante un bastón de 1 metro proyecta una sombra de 1,8 metros.
**Aplicamos el Teorema Fundamental de las proporciones visto en clases anteriores.**

$$\frac{250{,}2}{1{,}80} = \frac{Altura\ de\ la\ pirámide}{1}$$

**Con ayuda de la calculadora encontramos la altura de la pirámide.**

$$Atura\ de\ la\ pirámide = 139\ metros$$

# CONSTRUCCIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 40 MINUTOS)

Para continuar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará el software **"GEOGEBRA".**

- La actividad realizada en Geogebra consiste en presentar el diagrama de la historia del teorema de Tales, el gráfico del teorema de Tales y su demostración, con el objetivo de conceptualizar el teorema de Tales y la aplicación del teorema de Tales a los triángulos.

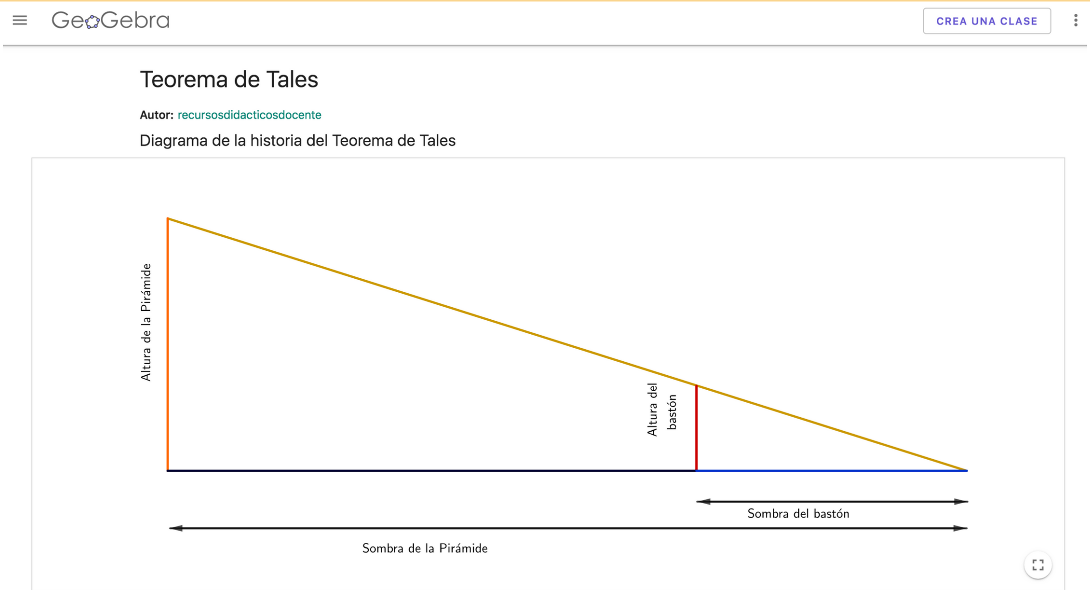
- A continuación, como ayuda al docente se presenta la actividad en Geogebra.

**Si el establecimiento educativo no cuenta con internet puede descargarse el documento de Geogebra en Línea.**

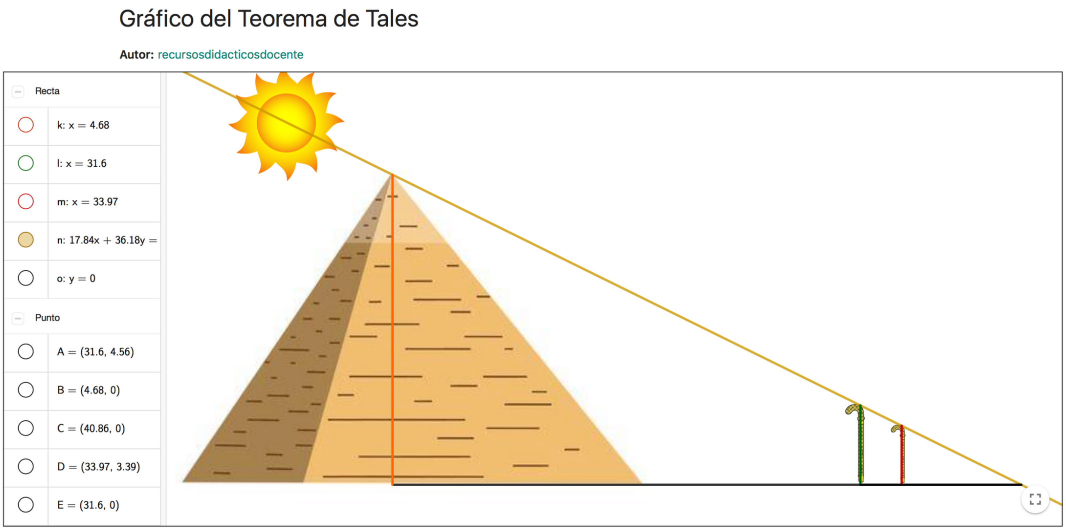
**LINK:**

https://www.geogebra.org/m/fq8fesjd

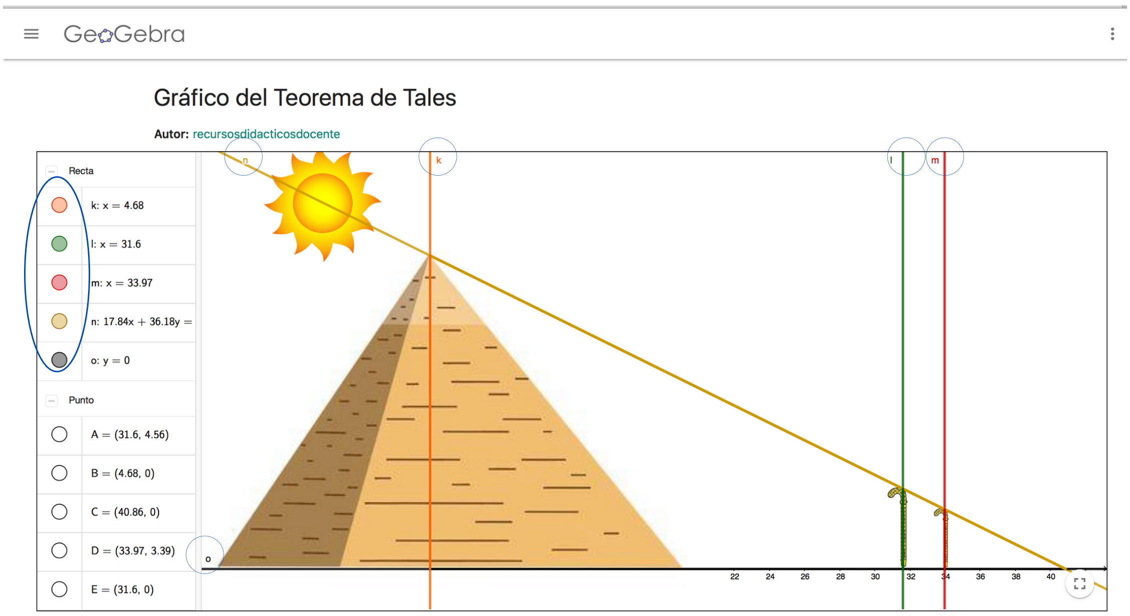
- El docente proyectará el Diagrama de la historia del Teorema de Tales para visualizar que a mayor sombra hay mayor altura y a menor sombra hay menor altura.



Después, proyectará la gráfica correspondiente al Teorema de Tales con un bastón aumentado para vizualizar otra altura.




Luego, se pide a un estudiante que grafique las rectas ubicándose en la sección **Recta**, dando click en los botones **k, l, m** y **o**, para realizar las siguientes preguntas:




## PREGUNTAS:

**¿Qué clase de rectas son k, l y m?**

Las rectas k, l y m son rectas paralelas.

**¿Qué clase de rectas son n y o?**

Las rectas n y o son rectas transversales.

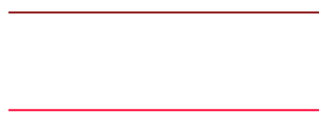
## DATO CURIOSO:

El software GeoGebra fue creado por Markus Hohenwarter.

## RECUERDE

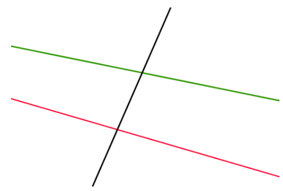
**Rectas paralelas:**

**Son rectas que mantienen una distancia constante entre sí y por más que se prolongan nunca se intersectan.**



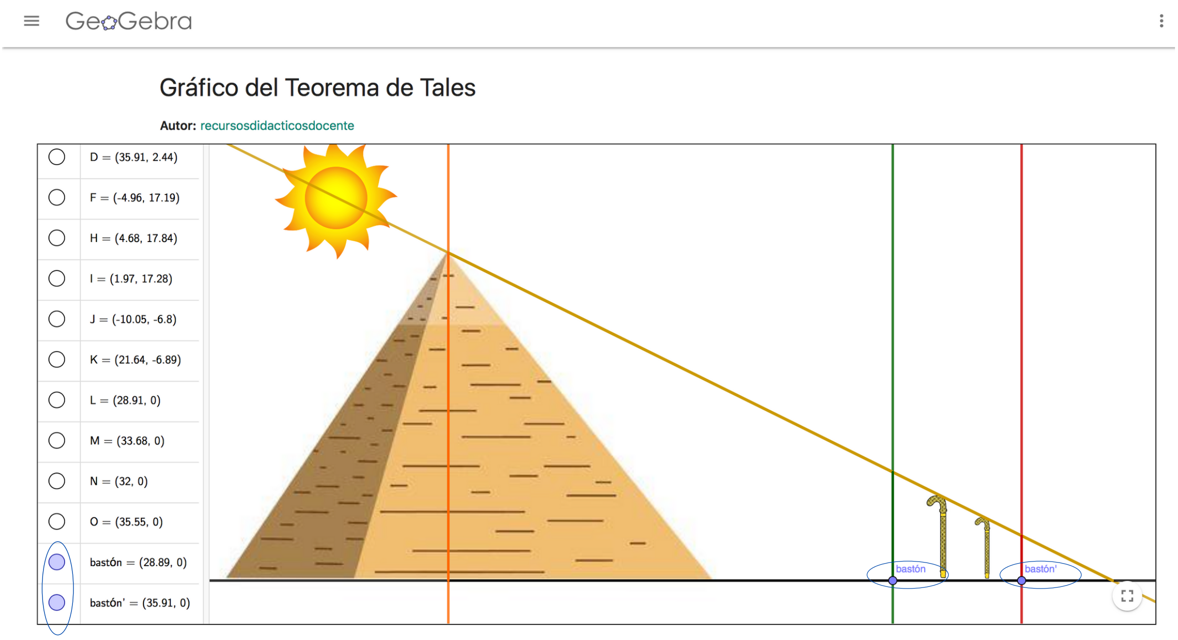
**Rectas tranversales:**

**Son rectas que intersectan a dos o más rectas.**



De nuevo, se pide a un estudiante que grafique los puntos ubicándose en la sección **Punto**, dando click en los botones **bastón** y **bastón’**.

Después, el estudiante se ubica en la gráfica para mover los puntos **bastón** y **bastón’** a la izquierda y a la derecha para realizar la siguiente pregunta:




## PREGUNTA:

**¿Qué sucede con las alturas y las sombras de los bastones?**

Cuando se mueve a la izquierda las alturas y las sombras crecen porporcionalmente.
Cuando se mueven a la derecha las alturas y las sombras decrecen proporcionalmente.

Una vez que realizamos las preguntas, se hará una reflexión para conceptualizar el Teorema de Tales.

## REFLEXIÓN:

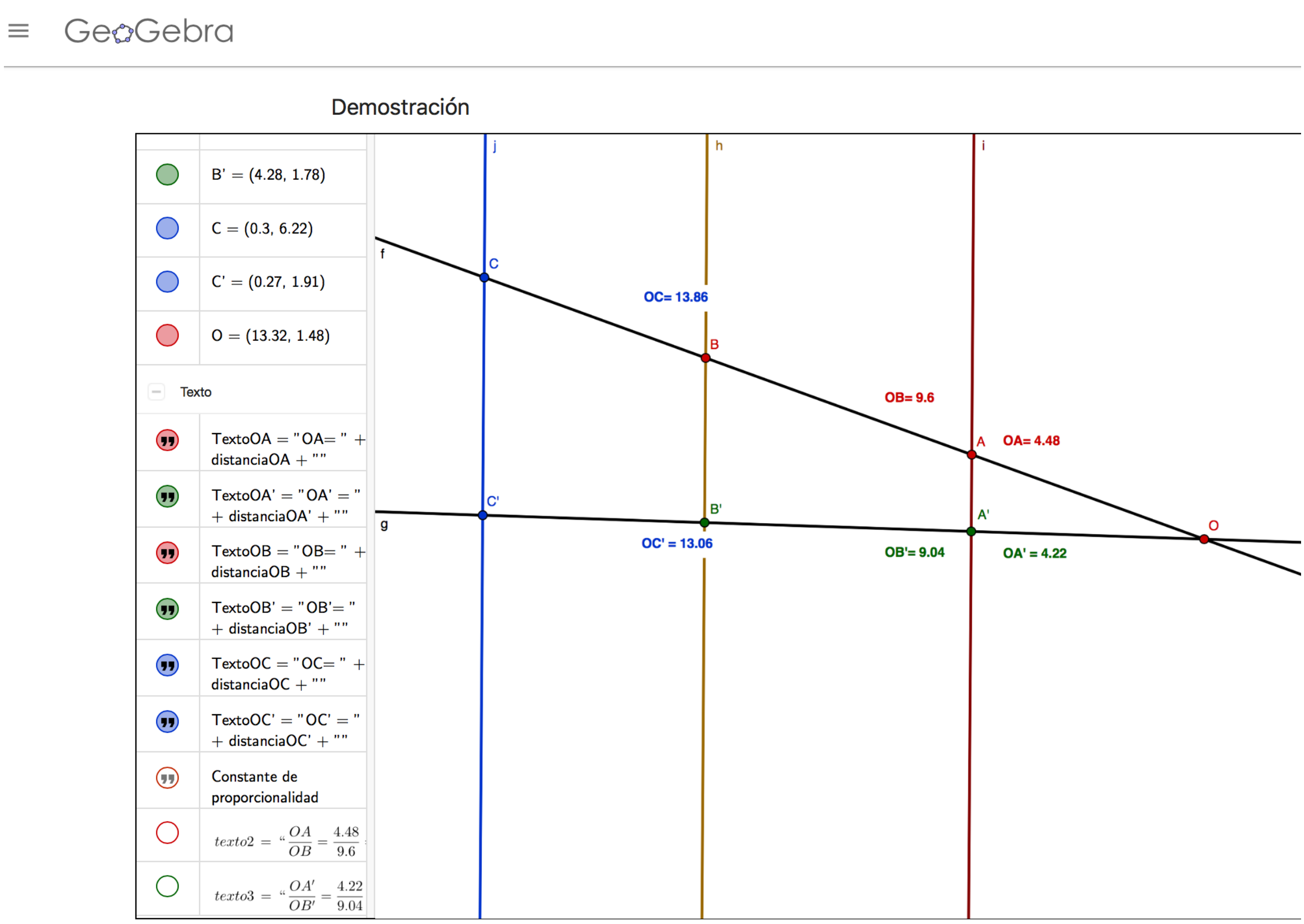
**¿Qué pasa si las rectas paralelas cortan a las rectas transversales?**

Al cortar las rectas paralelas a las rectas transversales forman segmentos proporcionales.

# CONCEPTO DEL TEOREMA DE TALES

**Si se tiene dos o más rectas paralelas y estas cortan a rectas transversales se formará segmentos proporcionales.**

El docente proyectará la gráfica correspondiente a la Demostración para observar los valores de los segmentos proporcionales en el Teorema de Tales.



Después, pide a dos estudiantes que establezcan razones entre los valores de los segmentos:

- $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$
- $\overline{OA'}$ y $\overline{OB'}$

También, el docente indica a los estudiantes que encuentran el valor de la constante de proporcionalidad con ayuda de la calculadora.

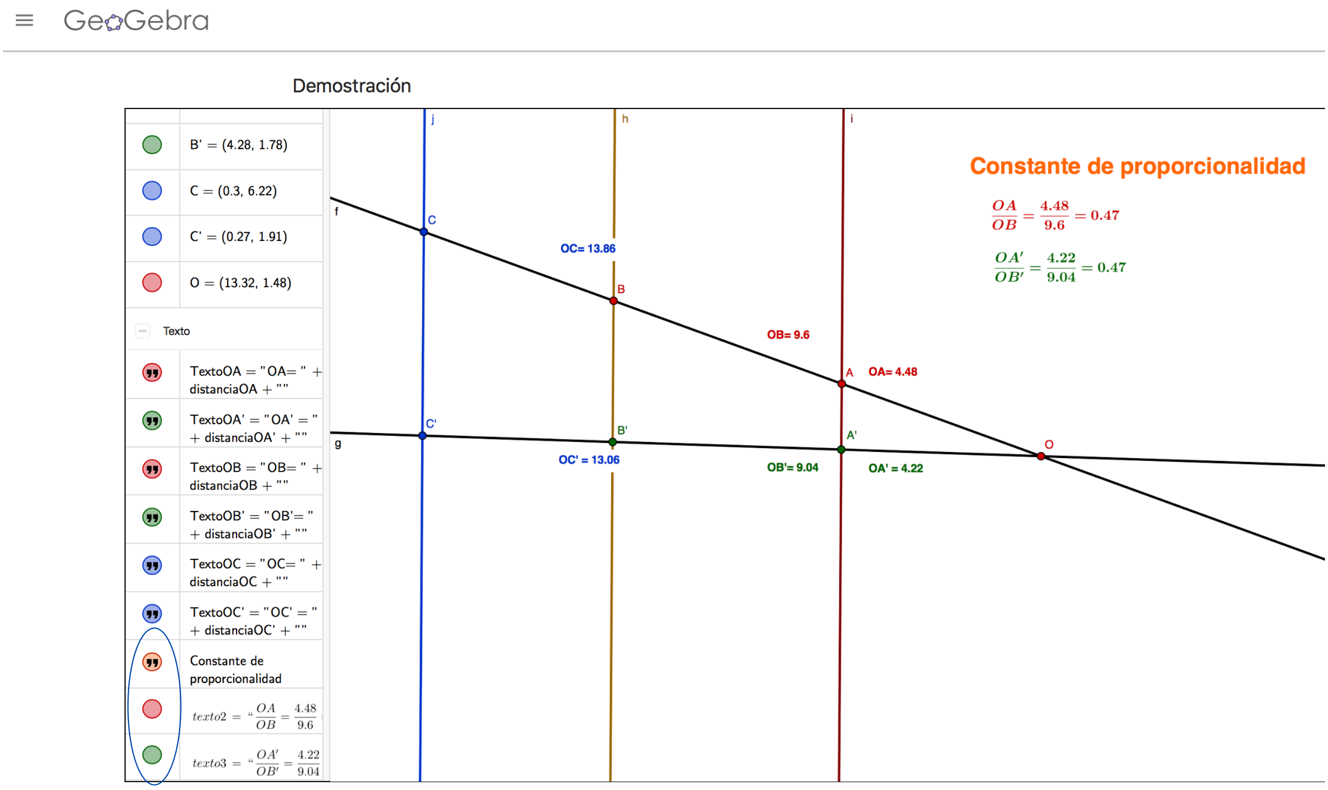
$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{4{,}48}{9{,}6} = 0{,}47$$

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OB'}} = \frac{4{,}22}{9{,}04} = 0{,}47$$

**RECUERDE**

**Constante de Proporcionalidad:**
**Es el cociente de las razones.**

Luego, se pide a otro estudiante ubicarse en la sección **Texto**, de click en los botones **Constante de Proporcionalidad**, **texto 2** y **texto 3** para realizar la siguiente pregunta:

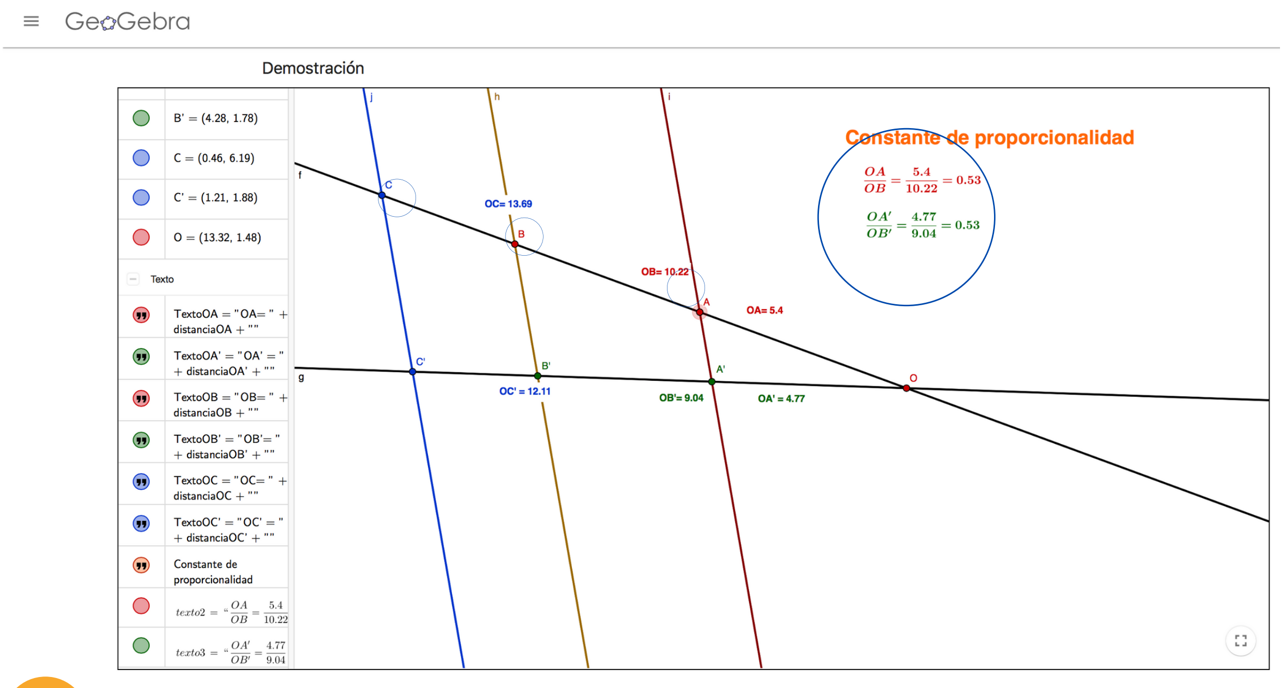


## PREGUNTA:

**¿Qué sucede con los valores de las constantes de proporcionalidad de cada razón?**

Los valores de las constantes de proporcionalidad de cada razón son las mismas que las calculadas.

Después, se pide a un estudiante mover los puntos **A, B** y **C**, para realizar la siguiente pregunta:




## PREGUNTA:

**¿Qué sucede con los valores de las constantes de proporcionalidad de cada razón cuando movemos los tres botones?**

Los valores de las constantes de proporcionalidad de cada razón son las mismas sin importar que sus magnitudes varíen.

Una vez que, realizamos las preguntas se hará una reflexión para verificar el Teorema de Tales.

## REFLEXIÓN:

**¿Qué podemos concluir observando los segmentos y las respectivas razones?**

Los segmentos son proporcionales entre sí en el Teorema de Tales y podemos comprobarlo al observar las constantes de proporcionalidad de las razones.

> Por último, se sugiere al docente realizar esta pregunta para conceptualizar el Teorema de Tales aplicado a los Triángulos.

## PREGUNTA:

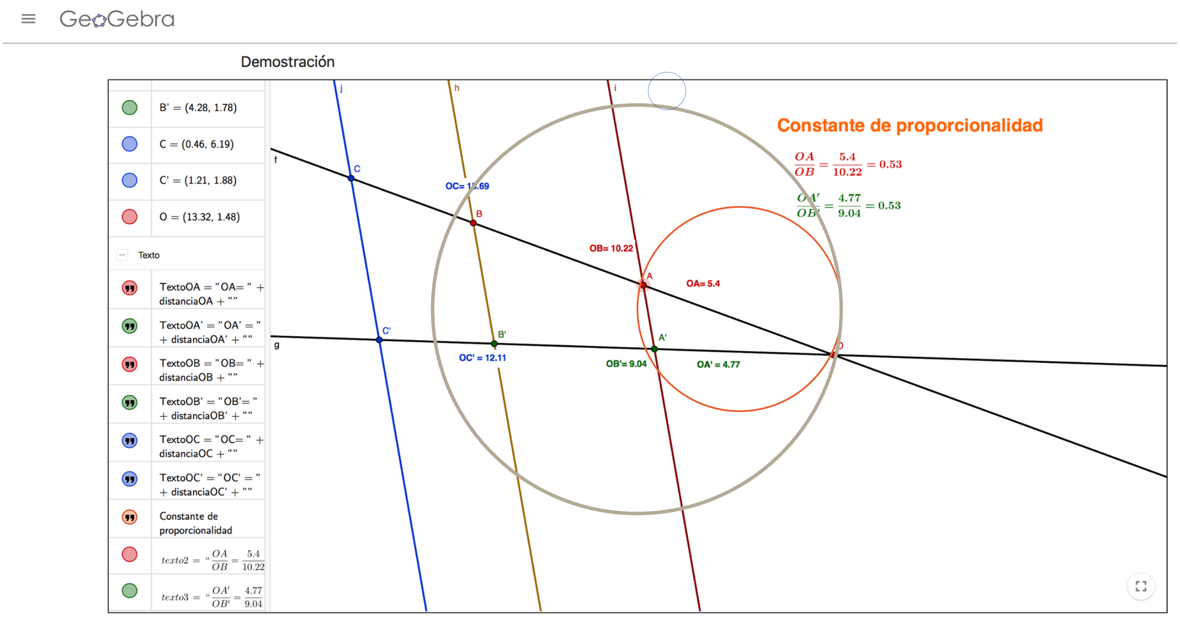
**¿Se puede aplicar el Teorema de Tales a los triángulos? Argumenten su respuesta observando la gráfica.**

Si se puede aplicar el Teorema de Tales a los triángulos porque:

-La paralela **i** divide al triángulo ∆OBB´ en segmentos proporcionales.

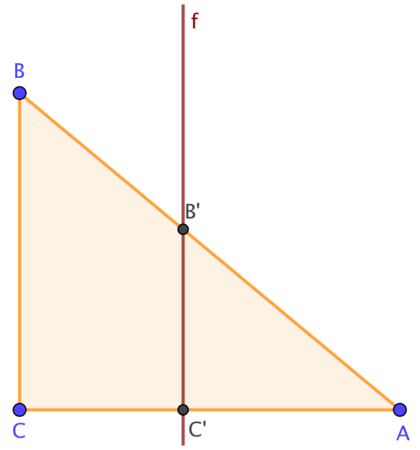
-Los segmentos $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ son proporcionales y a la vez son los lados del triángulo ∆OAA'.

-Los segmentos $\overline{OB}$ y $\overline{OB'}$ son proporcionales y a la vez son los lados del triángulo ∆OBB'.




## APLICACIÓN DEL TEOREMA DE TALES A LOS TRIÁNGULOS:

**Toda paralela a un lado de un triángulo divide a los otros dos lados, en segmentos proporcionales.**



# CONSOLIDACIÓN

Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente indicará a los estudiantes que realizarán una **"ACTIVIDAD EN CASA"**.

Clase 5

**ACTIVIDAD EN CASA**

TEOREMA DE TALES

Nombre: ____________________

Curso: ____________ Fecha: ____________

**Lea los problemas del contexto y encuentren los valores que faltan.**

1. En el parque Paraíso se observa un juego infantil que tiene la siguiente forma con sus respectivas medidas. Encuentre el valor del segmento $\overline{B'C'}$ utilizando la aplicación del Teorema de Tales a los Triángulos

2. En una casa de Challuabamba se observa unas gradas que tienen la siguiente forma con sus respectivas medidas. Encuentre el valor de la altura ($\overline{CD}$) de las gradas utilizando el teorema de Tales



145

- El docente entregará a cada estudiante una actividad en casa cuya resolución debe ser presentada en una hoja de cuadros.
- La actividad en casa consiste en resolver dos problemas del contexto con el objetivo de aplicar los aprendizajes de la clase.
- Esta actividad en casa recortable se encuentra en la página 145.

## RESOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD EN CASA

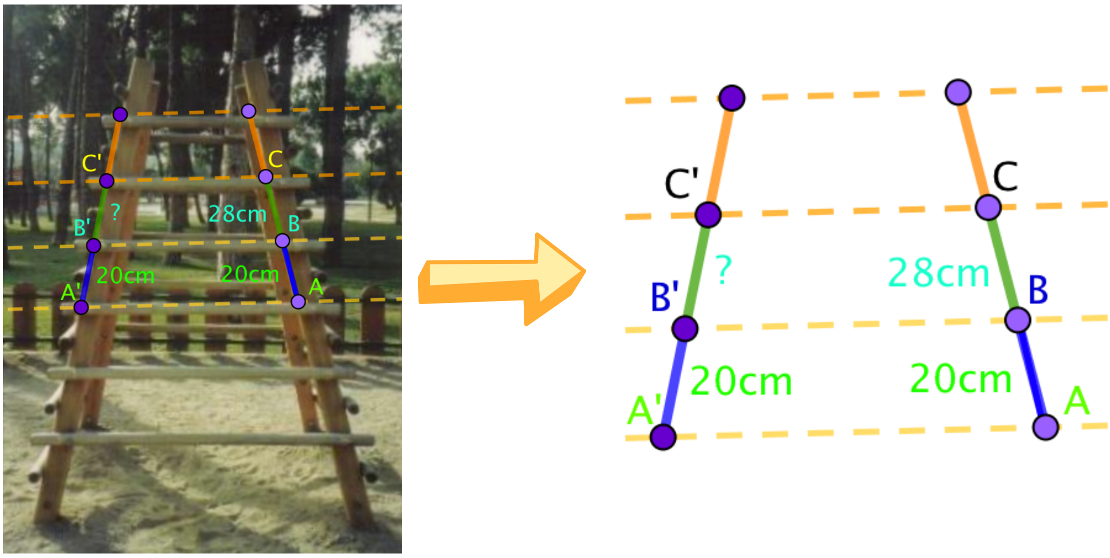
**La actividad en casa está resuelta con los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, cuya finalidad es que el docente se relacione con este método.**

PROBLEMA 1

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

| Datos: | Incógnita: |
|---|---|
| $\overline{AB}$ = 20 cm | $\overline{B'C'}$=? |
| $\overline{A'B'}$= 20 cm | |
| $\overline{BC}$ = 28 cm | |

- Realizamos el diagrama correspondiente




- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el Teorema de Tales con ayuda de las proporciones.

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entres los segmentos proporcionales.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$$

$$\frac{28+20}{20} = \frac{\overline{B'C'}+20}{20}$$

$$\frac{20\cdot(48)}{20} = \overline{B'C'}+20$$

$$\overline{B'C'} = 28\ cm$$

**RECUERDE**

**Proporciones:**

**Es la igualdad entre dos o más razones.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- **Visión retrospectiva**

El segmento $\overline{B'C'}$ mide 28 cm lo mismo que el segmento $\overline{BC}$, este valor se obtuvo aplicando el teorema de Tales formado por los segmentos del juego.

PROBLEMA 2

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:

$\overline{OA}$ = 25 cm

$\overline{AB}$ = 20 cm

$\overline{OD}$ = 300 cm

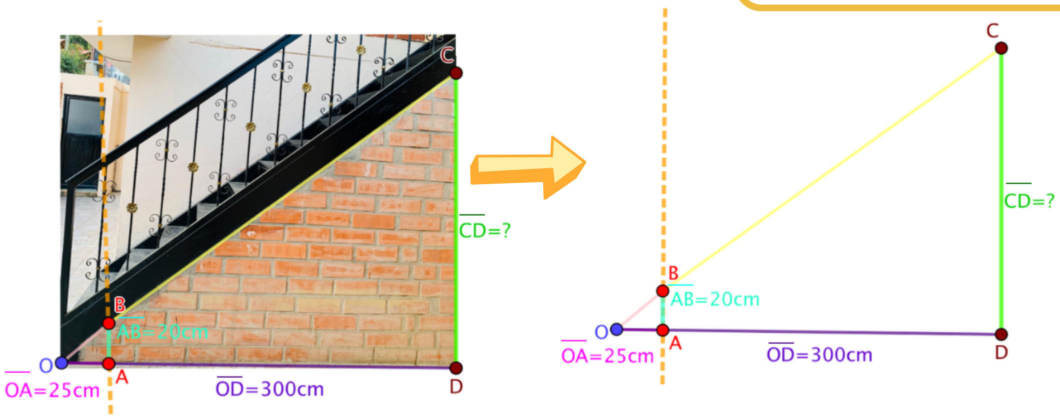
Incógnita

$\overline{CD}$=?

**TOME EN CUENTA QUÉ...**

**La altura de la grada (segmento $\overline{CD}$) es muy alta, por lo tanto es recomendable utilizar el teorema de Tales.**

  - Realizamos el diagrama correspondiente




- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el Teorema de Tales aplicado a los triángulos con ayuda de las proporciones.

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entres los segmentos proporcionales.

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{300}{25} = \frac{\overline{CD}}{20}$$

$$20 \cdot 300 = 25 \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} = 240\ cm$$

- **Visión retrospectiva**

La altura de las gradas $\overline{CD}$ mide 240 cm, este resultado se obtuvo debido a que los dos triángulos son proporcionales, además, para comprobar el resultado realizamos lo siguiente: $12 \cdot 20 = 240\ cm$

Las gradas tienen 12 peldaños y la altura de cada uno mide 20 cm, entonces al multiplicar estos valores se comprueba que la altura es la misma.

# CLASE 6

# SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**CONTENIDO:**

- CONCEPTO DE SEMEJANZA
- TRIÁNGULOS SEMEJANTES
- TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

## OBJETIVO:

**DEFINIR SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL CONTEXTO.**

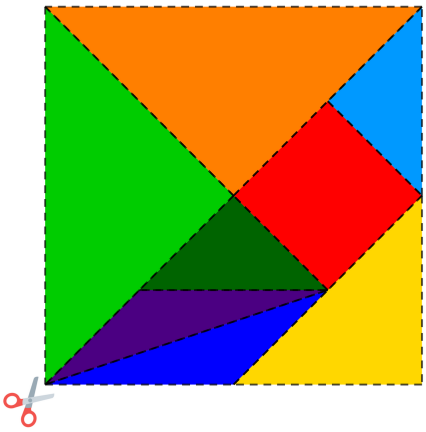
## TIEMPO ESTIMADO:

**2 HORAS CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente pidió a sus estudiantes que traigan una calculadora, regla, graduador y una barra de pegamento.***

***Además, el docente previamente presentó a los estudiantes el siguiente link que contiene un Tangram recortable:***

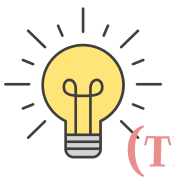
TANGRAM RECORTABLE



LINK:

https://n9.cl/r5sc

- ***Los estudiantes deberán ingresar al link para descargar, imprimir y recortar el Tangram.***
- ***Se sugiere imprimir el Tangram en una cartulina blanca para una mejor manipulación.***

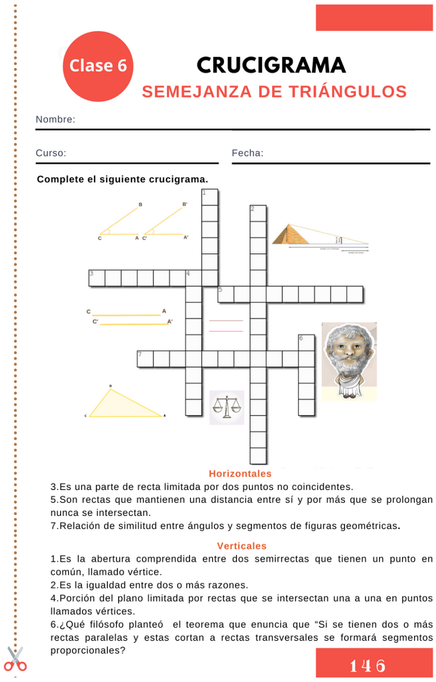


# ANTICIPACIÓN

(TIEMPO ESTIMADO: 20 MINUTOS)

Para activar la mente de los estudiantes, el docente realizará un "**CRUCIGRAMA**".

- El docente entregará un crucigrama a cada estudiante.
- El crucigrama tiene el objetivo de recordar los conocimientos previos de semejanza de triángulos.
- Este crucigrama recortable se encuentra en la página 146.



Clase 6

CRUCIGRAMA

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

Complete el siguiente crucigrama.

Horizontales

3.Es una parte de recta limitada por dos puntos no coincidentes.

5.Son rectas que mantienen una distancia entre sí y por más que se prolongan nunca se intersectan.

7.Relación de similitud entre ángulos y segmentos de figuras geométricas.

Verticales

1.Es la abertura comprendida entre dos semirrectas que tienen un punto en común, llamado vértice.

2.Es la igualdad entre dos o más razones.

4.Porción del plano limitada por rectas que se intersectan una a una en puntos llamados vértices.

6.¿Qué filósofo planteó el teorema que enuncia que "Si se tienen dos o más rectas paralelas y estas cortan a rectas transversales se formará segmentos proporcionales?

146

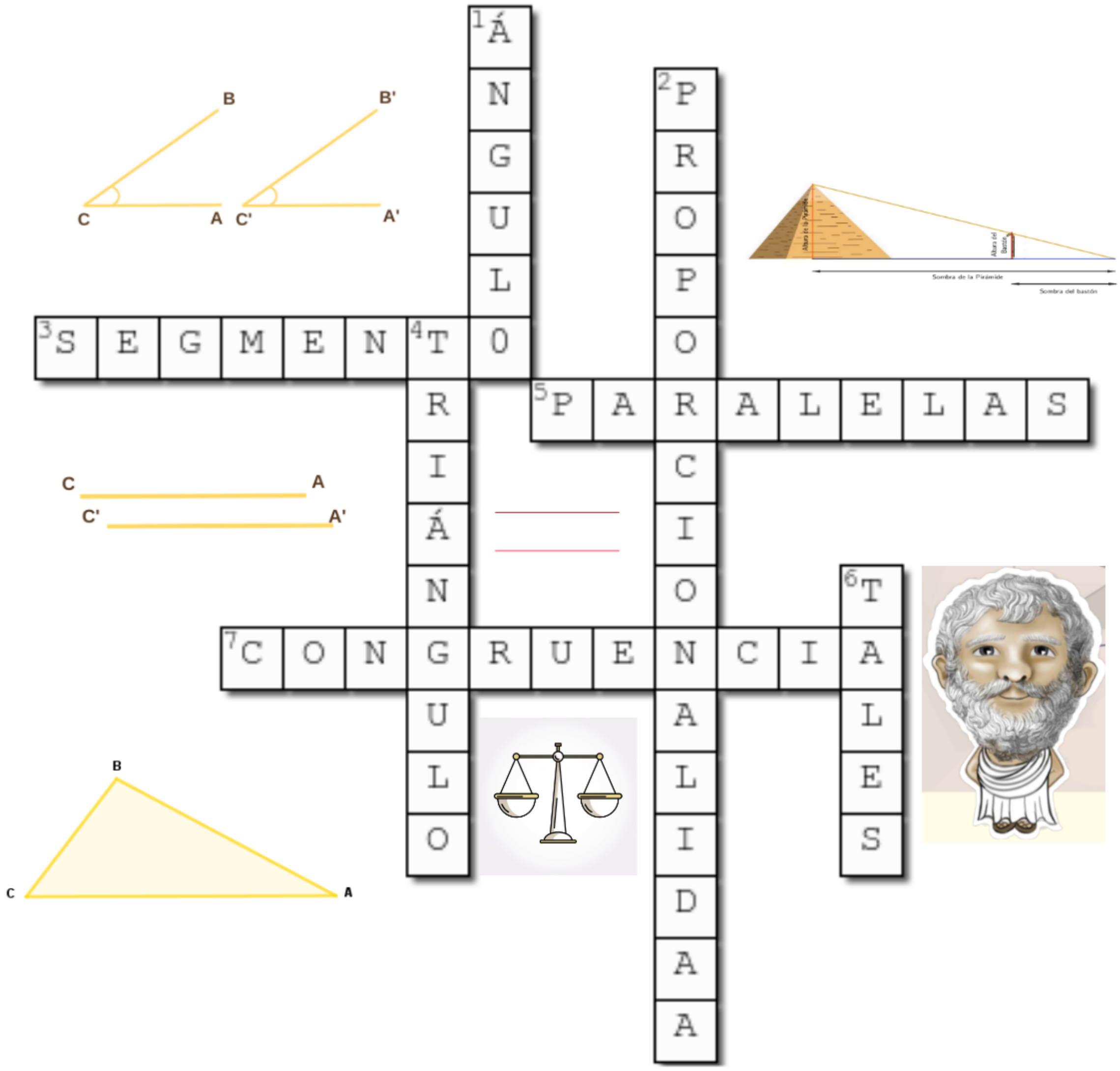
# RESOLUCIÓN DEL CRUCIGRAMA

## Horizontales

3.SEGMENTO
5.PARALELAS
7.CONGRUENCIA

## Verticales

1.ÁNGULO
2.PROPORCIONALIDAD
4.TRIÁNGULO
6.TALES

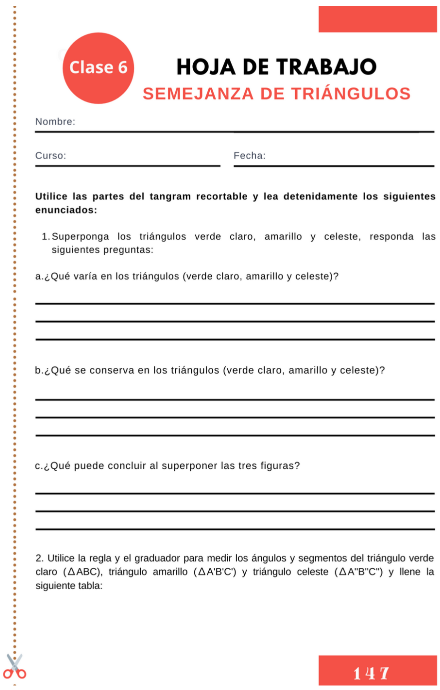


# CONSTRUCCIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 40 MINUTOS)

Para continuar con el desarrollo de la clase, se utilizará el **"TANGRAM RECORTABLE"** y la **"HOJA DE TRABAJO"**

- El docente entregará una hoja de trabajo a cada estudiante.
- La hoja de trabajo consiste en responder preguntas y utilizar las partes del tangram recortable con el objetivo de conceptualizar semejanza, triángulos semejantes y el teorema fundamental de la semejanza de triángulos.
- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 147, 148 y 149.

## RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO


Clase 6

HOJA DE TRABAJO

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

**Utilice las partes del tangram recortable y lea detenidamente los siguientes enunciados:**

1. Superponga los triángulos verde claro, amarillo y celeste, responda las siguientes preguntas:

a.¿Qué varía en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?

b.¿Qué se conserva en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?

c.¿Qué puede concluir al superponer las tres figuras?

2. Utilice la regla y el graduador para medir los ángulos y segmentos del triángulo verde claro (ΔABC), triángulo amarillo (ΔA'B'C') y triángulo celeste (ΔA"B"C") y llene la siguiente tabla:

147

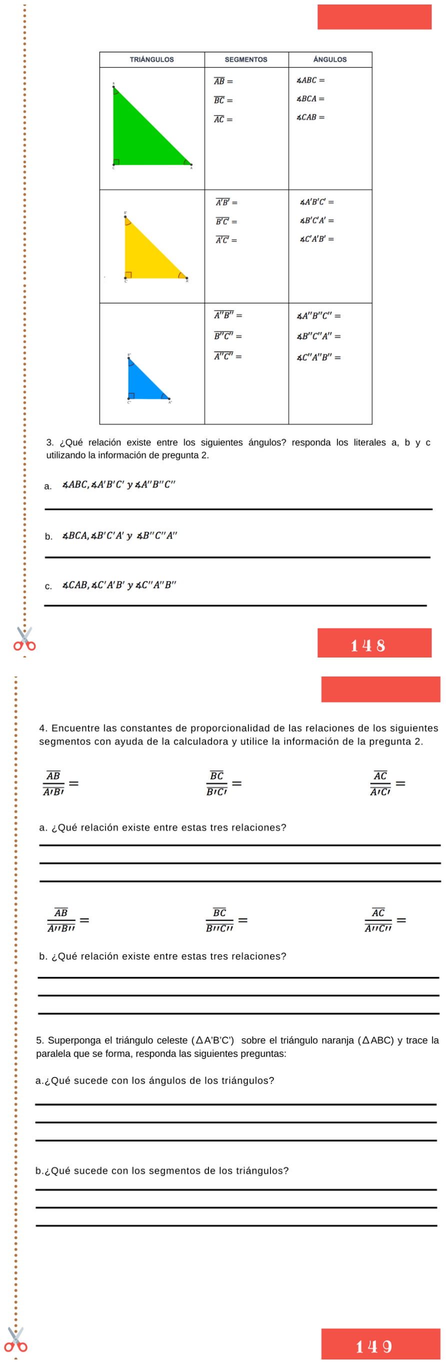
1. Superponga los triángulos verde claro, amarillo y celeste, responda las siguientes preguntas:

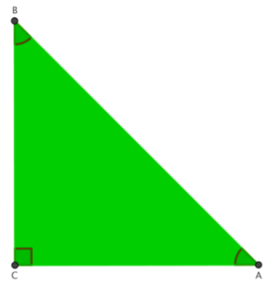
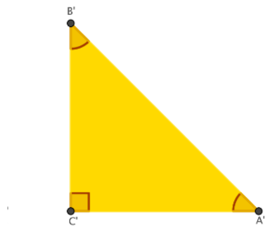
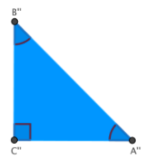
a.¿Qué varía en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?
**Los triángulos (verde claro, amarillo y celeste) varían su tamaño.**

b.¿Qué se conserva en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?
**Los triángulos (verde claro, amarillo y celeste) conservan su forma.**

c.¿Qué puede concluir al superponer las tres figuras?
**Las figuras varían únicamente su tamaño y conservan su forma.**

2. Utilice la regla y el graduador para medir los ángulos y segmentos del triángulo verde claro (ΔABC), triángulo amarillo (ΔA'B'C') y triángulo celeste (ΔA"B"C") y llene la siguiente tabla:



| TRIÁNGULOS | SEGMENTOS | ÁNGULOS |
|---|---|---|
|  | $\overline{AB} = 20\ cm$<br>$\overline{BC} = 14{,}14\ cm$<br>$\overline{AC} = 14{,}14$ cm | $\measuredangle ABC = 45°$<br>$\measuredangle BCA = 90°$<br>$\measuredangle CAB = 45°$ |
|  | $\overline{A'B'} = 14{,}14$ cm<br>$\overline{B'C'} = 10\ cm$<br>$\overline{A'C'} = 10$ cm | $\measuredangle A'B'C' = 45°$<br>$\measuredangle B'C'A' = 90°$<br>$\measuredangle C'A'B' = 45°$ |
|  | $\overline{A''B''} = 10\ cm$<br>$\overline{B''C''} = 7{,}07\ cm$<br>$\overline{A''C''} = 7{,}07\ cm$ | $\measuredangle A''B''C'' = 45°$<br>$\measuredangle B''C''A'' = 90°$<br>$\measuredangle C''A''B'' = 45°$ |

3. ¿Qué relación existe entre los siguientes ángulos? responda los literales a, b y c utilizando la información de pregunta 2.

a. $\measuredangle ABC, \measuredangle A'B'C'\ y\ \measuredangle A''B''C''$

**Estos ángulos son iguales porque todos miden 45°.**

b. $\measuredangle BCA, \measuredangle B'C'A'\ y\ \measuredangle B''C''A''$

**Estos ángulos son iguales porque todos miden 90°.**

c. $\measuredangle CAB, \measuredangle C'A'B'\ y\ \measuredangle C''A''B''$

**Estos ángulos son iguales porque todos miden 45°.**

4. Encuentre las constantes de proporcionalidad de las relaciones de los siguientes segmentos con ayuda de la calculadora y utilice la información de la pregunta 2.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{20}{14{,}14} = 1{,}41 \qquad \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{14{,}14}{10} = 1{,}41 \qquad \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{14{,}14}{10} = 1{,}41$$

a. ¿Qué relación existe entre estas tres relaciones?

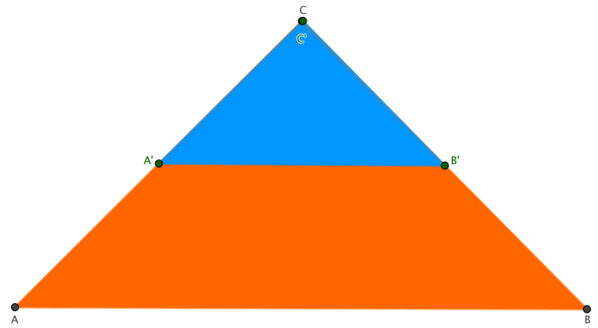
**Las constantes de proporcionalidad son las mismas, por lo tanto los segmentos son proporcionales entre sí.**

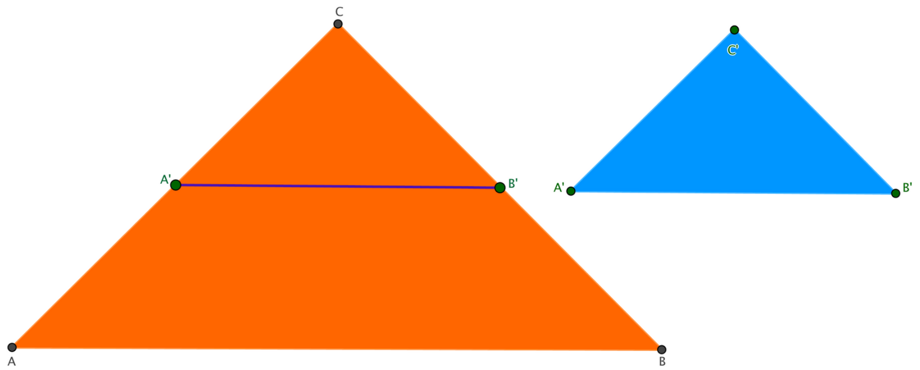
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A''B''}} = \frac{20}{10} = 2 \qquad \frac{\overline{BC}}{\overline{B''C''}} = \frac{14{,}14}{7{,}07} = 2 \qquad \frac{\overline{AC}}{\overline{A''C''}} = \frac{14{,}14}{7{,}07} = 2$$

b. ¿Qué relación existe entre estas tres relaciones?

**Las constantes de proporcionalidad son las mismas, por lo tanto los segmentos son proporcionales entre sí.**

5. Superponga el triángulo celeste (∆A'B'C') sobre el triángulo naranja (∆ABC) y trace la paralela que se forma, responda las siguientes preguntas:




a.¿Qué sucede con los ángulos de los triángulos?

**Se observa que al trazar la paralela al triángulo ∆ABC, los ángulos ∡ABC y ∡A'B'C' son iguales respectivamente.**

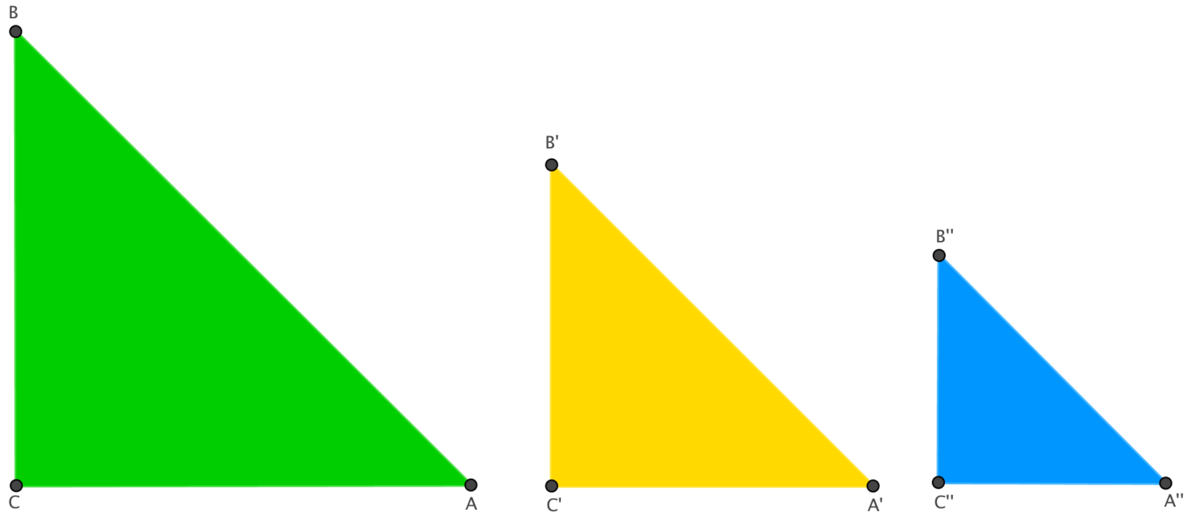
b.¿Qué sucede con los segmentos de los triángulos?

$\overline{AB}$ *y* $\overline{A'B'}$ , $\overline{BC}$ *y* $\overline{B'C'}$, $\overline{AC}$ *y* $\overline{A'C'}$ *son segmentos proporcionales.*

Luego de terminar la actividad el docente con los estudiantes revisan la pregunta 1 de la hoja de trabajo y verifican que al superponer los tres triángulos mantienen su forma pero varían su tamaño, entonces establecemos el concepto de semejanza.

## CONCEPTO DE SEMEJANZA

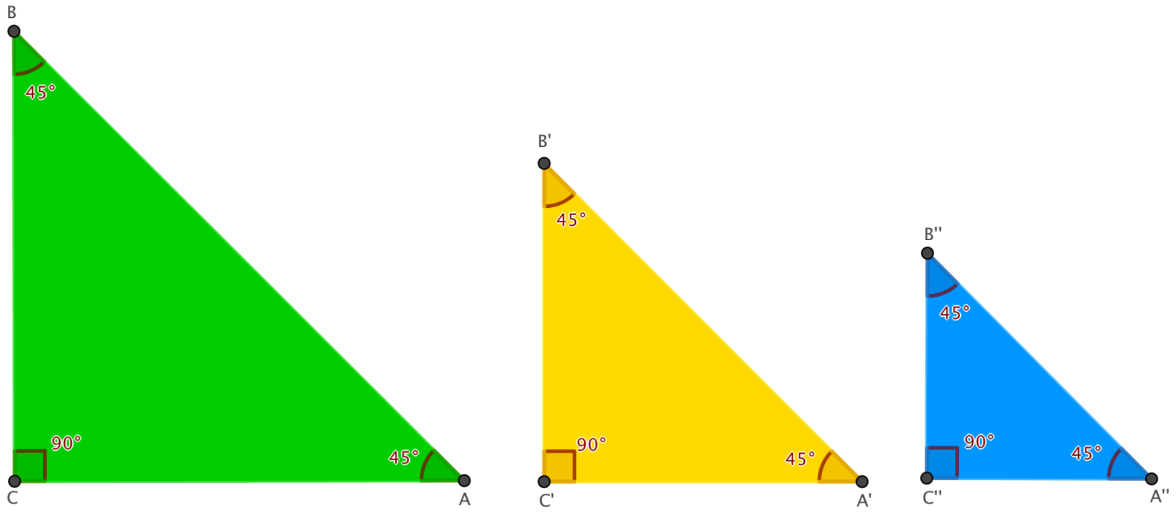

**Son las características y condiciones geométricas para reproducir las figuras, al hacer variar solamente su tamaño y mantener su forma.**




Después, revisan la pregunta 2 de la hoja de trabajo y verifican que los tres triángulos tienen los ángulos iguales y los segmentos son proporcionales entre sí, entonces establecemos el concepto de triángulos semejantes.

## CONCEPTO DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES

**Dos o más triángulos son semejantes cuando sus ángulos son iguales respectivamente y sus segmentos son proporcionales entre sí.**




**ÁNGULOS IGUALES**

$\measuredangle ABC, \measuredangle A'B'C'$ y $\measuredangle A''B''C''$ =45°

$\measuredangle BCA, \measuredangle B'C'A'$ y $\measuredangle B''C''A''$ =90°

$\measuredangle CAB, \measuredangle C'A'B'$ y $\measuredangle C''A''B''$=45°

**SEGMENTOS PROPORCIONALES**

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{20}{14{,}14} = 1{,}41 \qquad \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{14{,}14}{10} = 1{,}41 \qquad \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{14{,}14}{10} = 1{,}41$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A''B''}} = \frac{20}{10} = 2 \qquad \frac{\overline{BC}}{\overline{B''C''}} = \frac{14{,}14}{7{,}07} = 2 \qquad \frac{\overline{AC}}{\overline{A''C''}} = \frac{14{,}14}{7{,}07} = 2$$

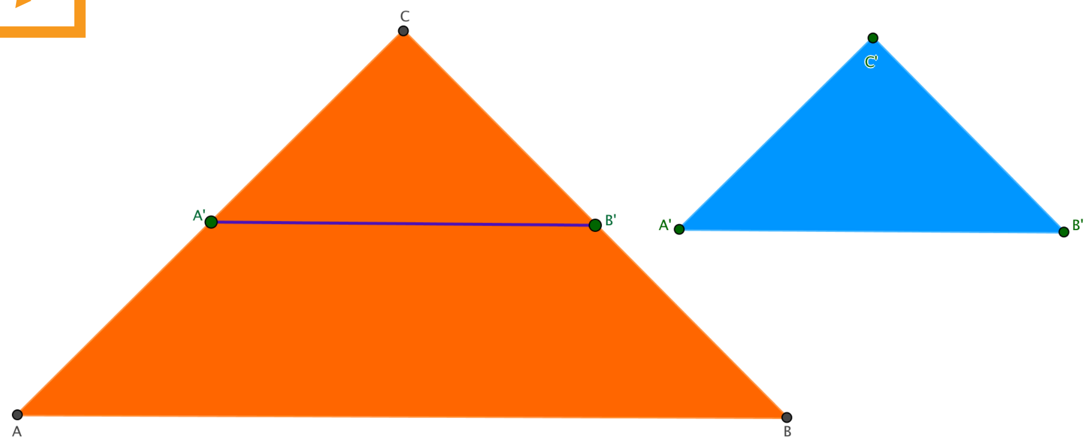
**CONCLUSIÓN:**

**ΔABC~ΔA'B'C'~ΔA''B''C''**

Finalmente, revisan la pregunta 3 de la hoja de trabajo y verifican que al superponer el triángulo ΔA’B’C’ en el triángulo ΔABC se traza una paralela al segmento $\overline{AB}$ obteniendo un triángulo semejante, entonces establecemos el teorema fundamental de la semejanza de triángulos.

# TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**Toda paralela a un lado del triángulo, forma como los otros lados un triángulo semejante al original.**




## CONCLUSIÓN:

**∆ABC~∆A'B'C'**

# CONSOLIDACIÓN

Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará una **"ACTIVIDAD EN CASA"**.

Clase 6

**ACTIVIDAD EN CASA**

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

**Lea el problema del contexto y encuentre los valores que faltan.**

1. En el "Parque de la Luz" se observa un juego infantil que tiene la siguiente forma con sus respectivas medidas, la altura del juego "segmento AB" es muy alta de igual manera el segmento "BC", por lo tanto es recomendable utilizar la semejanza de triángulos.

**Responda la siguiente pregunta.**

2. ¿Por qué los dos triángulos son semejantes? Escriba los triángulos semejantes.

150

- El docente entregará a cada estudiante una actividad en casa cuya resolución debe ser presentada en una hoja de cuadros.
- La actividad en casa consiste en resolver un problema del contexto y responder una pregunta con el objetivo de aplicar los aprendizajes de la clase.
- Esta actividad en casa recortable se encuentra en la página 150.

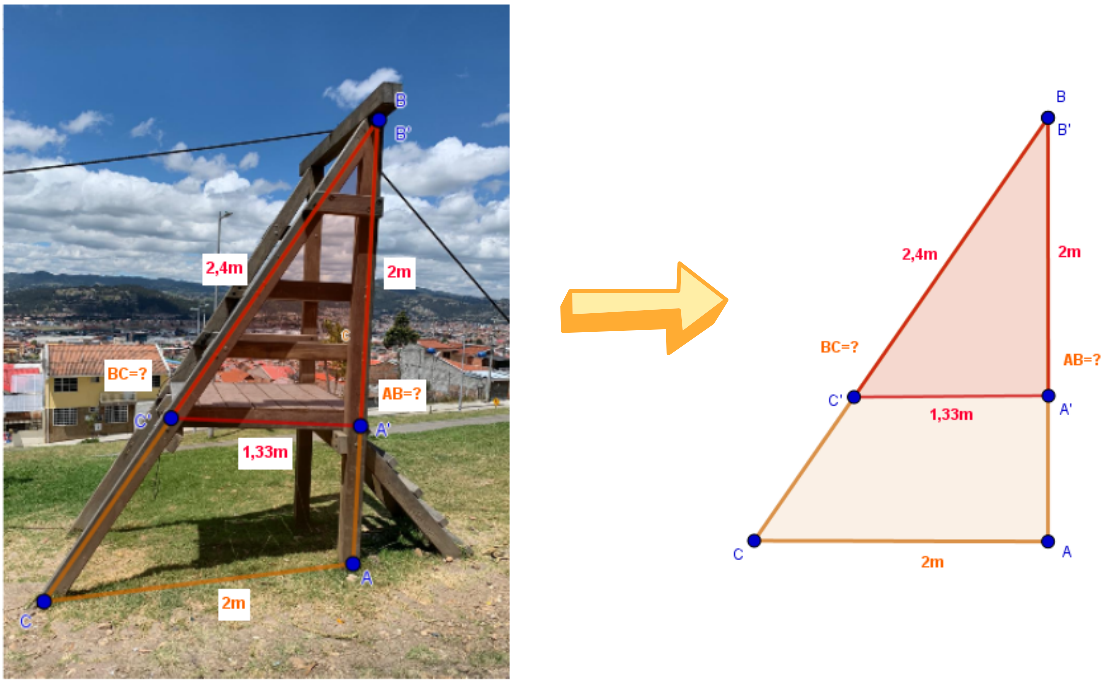
# RESOLUCIÓN DE LA ACTIVIDAD EN CASA

**La actividad en casa está resuelta con los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, cuya finalidad es que el docente se relacione con este método.**

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

| Datos: | Incógnitas: |
|---|---|
| $\overline{AC}$= 2m | $\overline{AB}$=? |
| $\overline{A'B'}$= 2m | $\overline{BC}$=? |
| $\overline{A'C'}$= 1,33m | |
| $\overline{B'C'}$= 2,2m | |

  - Realizamos el diagrama correspondiente




- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el teorema de la semejanza de triángulos con ayuda de las proporciones.

Debido a que el segmento $\overline{A'C'}$ es paralelo al segmento $\overline{AC}$.

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entre los segmentos proporcionales.

- Segmento $\overline{AB}$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{2} = \frac{2}{1{,}33}$$

$$\overline{AB} = \frac{2 \cdot 2}{3}$$

$$\overline{AB} = 3m$$

- Segmento $\overline{BC}$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{2{,}4} = \frac{2}{1{,}33}$$

$$\overline{BC} = \frac{2 \cdot 2{,}4}{1{,}33}$$

$$\overline{BC} = 3{,}61\ m$$

**RECUERDE**

**Proporciones:**

**Es la igualdad entre dos o más razones.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- **Visión retrospectiva**

La altura del juego $\overline{AB}$ mide 3 metros y el segmento $\overline{BC}$ mide 3,61 metros, estos resultados se encontraron porque los dos triángulos son semejantes.

2. ¿Por qué los dos triángulos del problema son semejantes? Escriba los triángulos semejantes.

**En base al teorema fundamental de la semejanza de triángulos (toda paralela a un lado del triángulo, forma como los otros lados un triángulo semejante al original) se observa en el diagrama del problema que el segmento $\overline{A'C'}$ es paralelo al segmento $\overline{AC}$ por lo tanto los dos triángulos son semejantes.**

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

## CLASE 7

# CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

**CONTENIDO:**

- CRITERIO 1
- CRITERIO 2
- CRITERIO 3

**OBJETIVO:**
**CONCEPTUALIZAR LOS CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS EN DIFERENTES TRIÁNGULOS.**

**TIEMPO ESTIMADO:**
**2 HORAS CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente solicitó el proyector del establecimiento educativo y pidió a sus estudiantes que impriman esta fotografía.***

**Entregar el siguiente link a los estudiantes para que impriman la fotografía.**

**LINK:**

https://n9.cl/n55f

# ANTICIPACIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 10 MINUTOS)

Para activar la mente de los estudiantes se realizarán **"PREGUNTAS"** utilizando la fotografía.

- La fotografía tiene la finalidad de formar triángulos semejantes.
- El docente solicitará a los estudiantes realizar los siguientes pasos con la fotografía de la Cruz del Vado para realizar preguntas.

**Pasos:**

1. El docente pide a los estudiantes que doblen la fotografía diagonalmente por la mitad.
2. Solicita que doblen por la mitad al triángulo formado.
3. Pide que repitan el paso 2.

1

2

3

Luego, se realizarán preguntas exploratorias a los estudiantes relacionadas a los dobleces fotografía para recordar los conocimientos previos.

## PREGUNTAS:

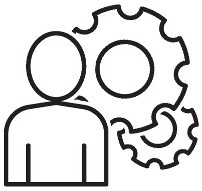
**¿Qué figuras se formaron al doblar la fotografía?**
Al doblar la fotografía se formaron una serie de triángulos.

**¿Cuántos triángulos se formaron al doblar la fotografía?**
Al doblar una vez: Se formaron 2 triángulos.
Al doblar dos veces: Se formaron 4 triángulos.
Al doblar tres veces: Se formaron 8 triángulos.

**¿Al doblar la fotografía observaron triángulos semejantes? Argumente su respuesta.**
Los triángulos de diferentes medidas son semejantes porque varían su tamaño y mantienen su forma

## DATO CURIOSO:

Un papel solo se puede doblar por la mitad siete veces como máximo sin importar su tamaño.



# CONSTRUCCIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 45 MINUTOS)

Para continuar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará el software **"GEOGEBRA"**

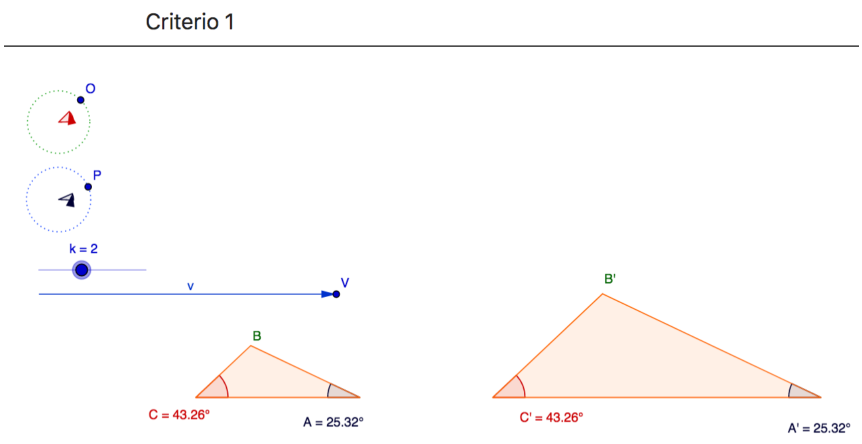
- La actividad realizada en Geogebra tiene el objetivo de conceptualizar los tres criterios de semejanza de triángulos.
- A continuación, como ayuda al docente se presenta la actividad en Geogebra.

**Si el establecimiento educativo no cuenta con internet puede descargarse el documento de Geogebra en Línea.**

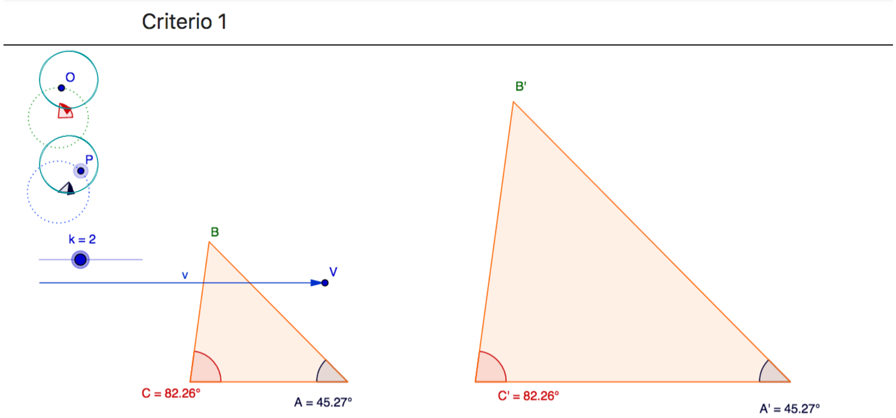
**LINK:**

https://www.geogebra.org/m/kzfwfhye

- El docente proyectará la gráfica correspondiente al criterio 1.
- Luego, pide a un estudiante que se ubique en los puntos **O** y **P** y los deslice uno a uno para realizar las siguientes preguntas:




**Criterio 1**




**Criterio 1**

## PREGUNTAS:

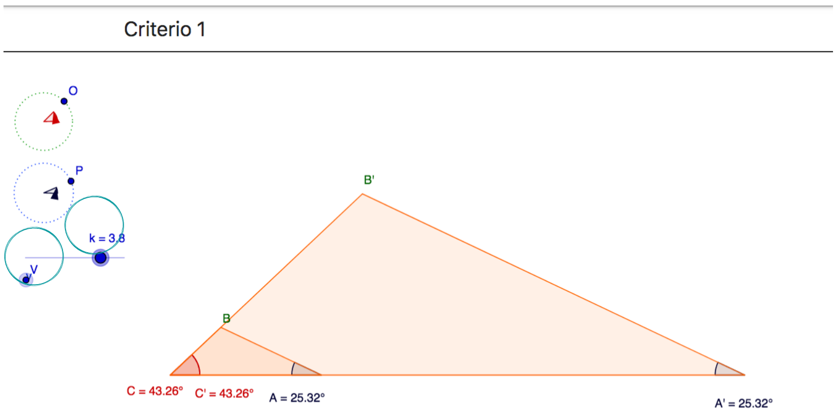
**¿Qué sucede con los ángulos ∡C y ∡C'?**

Al desplazar el punto O los ángulos ∡C y ∡C' crecen y disminuyen de igual manera, por lo tanto los ángulos son iguales.

**¿Qué sucede con los ángulos ∡A y ∡A'?**

Al desplazar el punto P los ángulos ∡A y ∡A' crecen y disminuyen de igual manera, por lo tanto son iguales.

Después, pide a otro estudiante mover los puntos **k** y **V** para realizar las siguientes preguntas:




**Criterio 1**

## PREGUNTAS:

**¿Qué sucede con los ángulos ∡C, ∡C' y ∡A, ∡A'al deslizar el punto k?**

Al deslizar el punto k el ΔA'B'C' aumenta y disminuye proporcionalmente al ΔABC y los ∡C, ∡C' y ∡A, ∡A' son los mismos en ambos triángulos.

**¿Qué sucede al deslizar el punto V a la izquierda?**

Al deslizar el punto V a la izquierda el ΔA'B'C' se superpone al ΔABC comprobando así que el ∡C y ∡C' son iguales por lo tanto los triángulos son semejantes.

Una vez que realiza las preguntas, hace una reflexión para conceptualizar el criterio 1.

## REFLEXIÓN:

**¿Qué podemos concluir observando los ΔABC y ΔA'B'C', considere que los triángulos son semejantes?**

Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales son semejantes.

## CRITERIO 1

**Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.**

Se sugiere escribir en la pizarra los valores de los ángulos que se obtuvieron al deslizar los puntos.

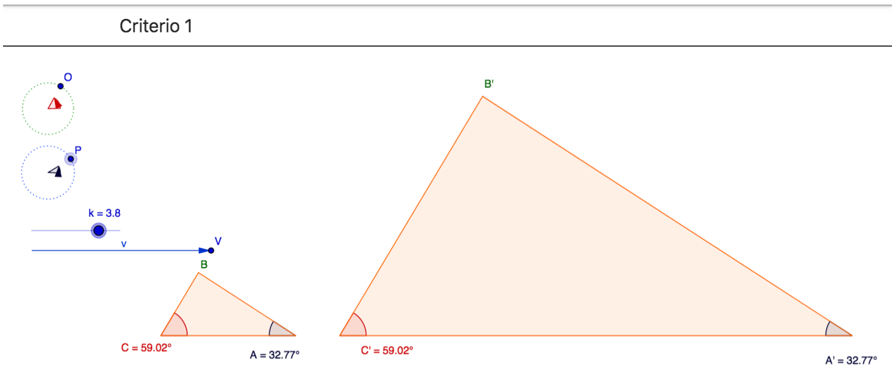
- **ΔABC**

**$\measuredangle$A= 32,77°**
**$\measuredangle$C= 59,09°**

- **ΔA'B'C'**

**$\measuredangle$A'= 32,77°**
**$\measuredangle$C'= 59,09°**

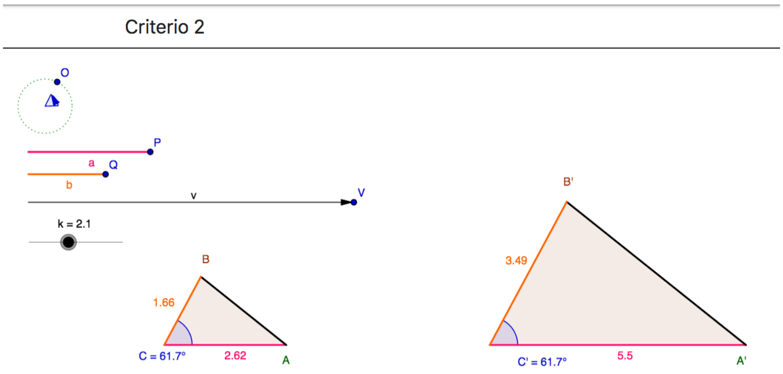
**∴ ΔABC∼ΔA'B'C'**



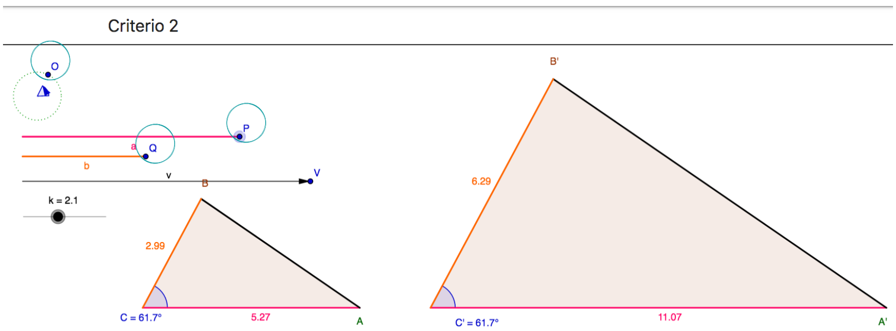

**Criterio 1**

El docente proyectará la gráfica correspondiente al criterio 2.

De nuevo, pide a un estudiante que se ubique en los puntos **O**, **P** y **Q** y los deslice uno a uno para realizar las siguientes preguntas:




**Criterio 2**




**Criterio 2**

## PREGUNTAS:

**¿Qué sucede con los ángulos $\measuredangle$C y $\measuredangle$C'?**

Al desplazar el punto O, los ángulos $\measuredangle$C y $\measuredangle$C' crecen y disminuyen de igual manera, por lo tanto los ángulos son iguales.

**¿Qué sucede con los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$?**

Al desplazar el punto P, los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$ crecen y disminuyen proporcionalmente, por lo tanto los segmentos son proporcionales.

**¿Qué sucede con los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$?**

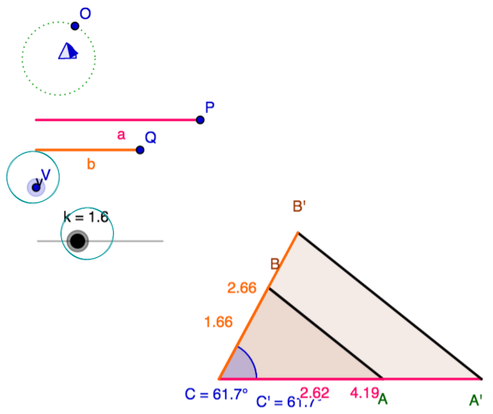
Al desplazar el punto Q, los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$ crecen y disminuyen proporcionalmente, por lo tanto los segmentos son proporcionales.

**¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$ , $\overline{A'C'}$ y $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ que se obtuvieron al deslizar los botones O, P y Q?**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{5{,}27}{11{,}07} = 0{,}47$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{2{,}99}{6{,}29} = 0{,}47$$

Criterio 2




**Criterio 2**

Después, pide a otro estudiante mover los puntos **k** y **V** para realizar las siguientes preguntas:

## PREGUNTAS:

**¿Qué sucede con los ángulos ∡C y ∡C’ y los segmentos de los triángulos al deslizar el punto k?**

Al deslizar el punto k, los segmentos del ∆A'B'C' aumentan y disminuyen proporcionalmente respecto a los segmentos del ∆ABC y los ∡C y ∡C’ son los mismos en ambos triángulos.

**¿Qué sucede al deslizar el punto V a la izquierda?**

Al deslizar el punto V a la izquierda, el ∆A'B'C' se superpone al ∆ABC comprobando así que el ∡C es igual al ∡C’ y que sus segmentos son proporcionales entre sí, por lo tanto los triángulos son semejantes.

Una vez que realiza las preguntas, hace una reflexión para conceptualizar el criterio 2.

## REFLEXIÓN:

**¿Qué podemos concluir observando los ángulos ∡C y ∡C’ y las constantes de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$ y $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ de los ∆ABC y ∆A'B'C', considere que los triángulos son semejantes?**

Los ángulos ∡C y ∡C’ son iguales y las constantes de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$ y $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ son las mismas, por lo tanto si dos triángulos tienen un ángulo igual y dos segmentos proporcionales entre sí son semejantes.

# CRITERIO 2

**Dos triángulos son semejantes si tienen dos segmentos proporcionales entre sí y el ángulo comprendido entre ellos es igual.**

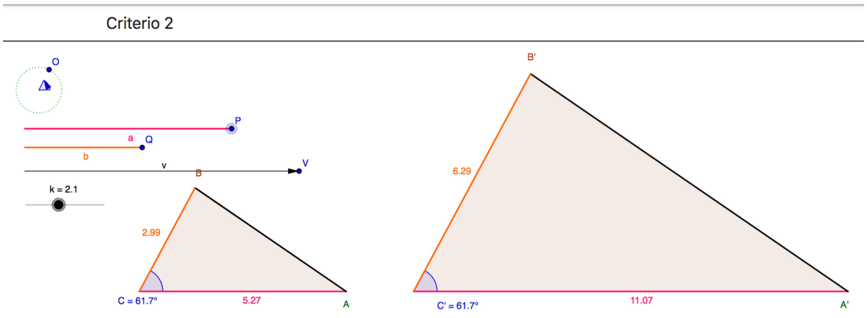
Se sugiere escribir en la pizarra los valores de los ángulos que se obtuvieron al deslizar los puntos y las proporciones entre los segmentos con el valor de las constantes de proporcionalidad.

- **Δ ABC**

**∡C= 61,7°**

- **Δ A'B'C'**

**∡C'= 61,7°**



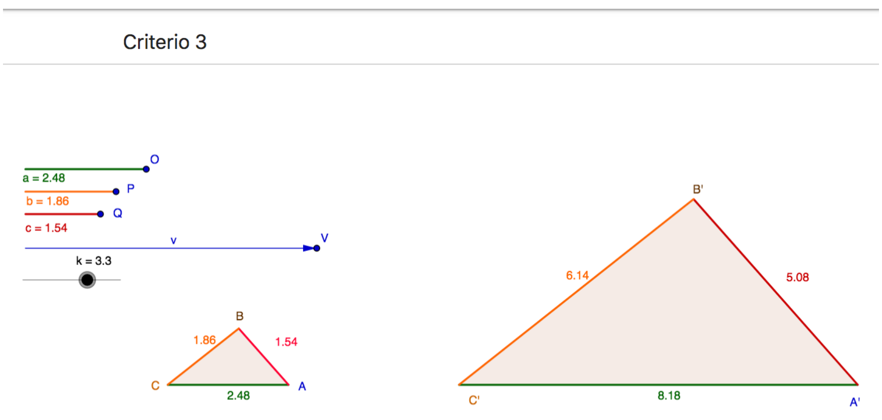

**Criterio 2**

**Constante de proporcionalidad**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{5{,}27}{11{,}07} = 0{,}47$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{2{,}99}{6{,}29} = 0{,}47$$

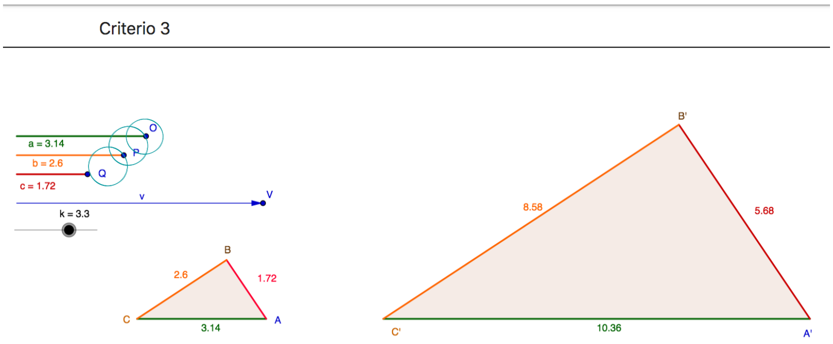
**∴ Δ ABC~Δ A'B'C'**




**Criterio 3**

El docente proyectará la gráfica correspondiente al criterio 3.

Otra vez, pide a un estudiante que se ubique en los puntos **O**, **P** y **Q** y los deslice uno a uno para realizar las siguientes preguntas:




**Criterio 3**

## PREGUNTAS:

**¿Qué sucede con los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$?**

Al desplazar el punto O, los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{A'C'}$ crecen y disminuyen proporcionalmente, por lo tanto los segmentos son proporcionales.

**¿Qué sucede con los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$?**

Al desplazar el punto P, los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$ crecen y disminuyen proporcionalmente, por lo tanto los segmentos son proporcionales.

**¿Qué sucede con los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{A'B'}$?**

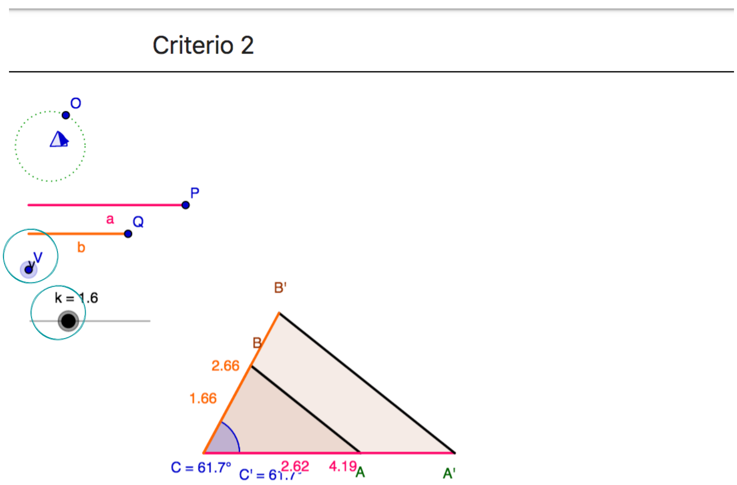
Al desplazar el punto Q, los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{A'B'}$ crecen y disminuyen proporcionalmente, por lo tanto los segmentos son proporcionales.

**¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$ , $\overline{A'C'}$; $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ y $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ que se obtuvieron al deslizar los botones O, P y Q?**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{3{,}14}{10{,}36} = 0{,}30$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{2{,}6}{8{,}58} = 0{,}30$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{1{,}72}{5{,}68} = 0{,}30$$




**Criterio 2**

Por último, pide a otro estudiante mover los puntos **k** y **V** para realizar las siguientes preguntas:

## PREGUNTAS:

**¿Qué sucede con los segmentos de los triángulos al deslizar el punto k?**

Al deslizar el punto k, los segmentos del ∆A'B'C' aumentan y disminuyen proporcionalmente respecto a los segmentos del ∆ABC.

**¿Qué sucede al deslizar el punto V a la izquierda?**

Al deslizar el punto v a la izquierda, el ∆A'B'C' se superpone al ∆ABC comprobando así que sus segmentos son proporcionales entre sí, por lo tanto los triángulos son semejantes.

Una vez que realiza las preguntas, hace una reflexión para conceptualizar el criterio 3.

## REFLEXIÓN:

**¿Qué podemos concluir observando las constantes de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$; $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ y $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ de los ∆ABC y ∆A'B'C', considere que los triángulos son semejantes?**

Las constantes de proporcionalidad de los segmentos $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$; $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$ y $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ son las mismas, por lo tanto si dos triángulos tienen sus tres segmentos proporcionales entre sí son semejantes.

## CRITERIO 3

**Dos triángulos son semejantes si tienen los tres segmentos proporcionales entre sí.**

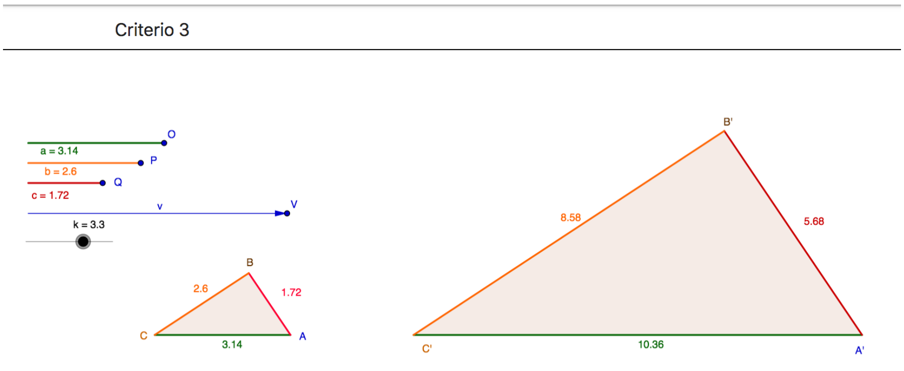
Se sugiere escribir en la pizarra las proporciones entre los segmentos con el valor de las constantes de proporcionalidad que se obtuvieron al deslizar los puntos.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{3{,}14}}{\overline{10{,}36}} = 0{,}30$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{2{,}6}}{\overline{8{,}58}} = 0{,}30$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{1{,}72}}{\overline{5{,}68}} = 0{,}30$$

∴ ∆ABC~∆A'B'C'




Criterio 3

# CONSOLIDACIÓN
## (TIEMPO ESTIMADO: 25 MINUTOS)

Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará un **"ORGANIZADOR GRÁFICO"**.

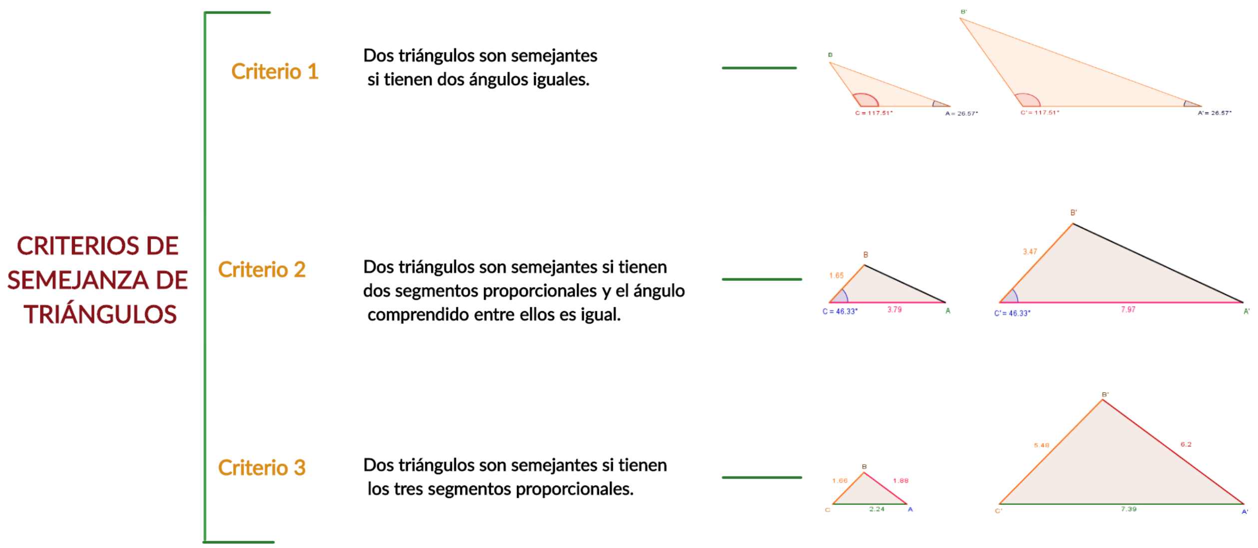
- El docente pedirá a los estudiantes que realicen un organizador gráfico de manera individual.
- Además, indicará que utilicen la nomenclatura de los ángulos y segmentos vista en clase.
- El organizador gráfico tiene el objetivo de sintetizar de una manera gráfica los tres criterios de semejanza de triángulos con su respectivo gráfico cada uno.

**Entrar en el siguiente link que contiene el mapa conceptual. Debe ingresar con su correo electrónico.**

## LINK:

https://app.creately.com/diagram/5HEO42fmEFi/edit

## EJEMPLO:



Cuando los estudiantes terminen el organizador gráfico, se realizará una REFLEXIÓN:

## Reflexión

**Si se conoce que la sombra de la torre de la Iglesia de San Alfonso mide 20,43 metros y el mismo instante, la sombra de un anuncio mide 1,27 metros y su altura es de 2,61 metros ¿qué criterio de semejanza de triángulos utilizarían para encontrar la altura de la torre de la Iglesia de San Alfonso? Argumenten su respuesta.**


**Respuesta:**

- **Se utilizará el criterio 2 (dos triángulos son semejantes si tienen dos segmentos proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual) porque la sombra de la torre de la Iglesia de San Alfonso y la sombra del anuncio son proporcionales entre sí al igual que sus alturas, además, los ángulos comprendidos entre estos segmentos son de 90°.**

# CLASE 8

# CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

**CONTENIDO:**

- CRITERIO 1
- CRITERIO 2
- CRITERIO 3

## OBJETIVO:

**CONCEPTUALIZAR LOS CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL CONTEXTO.**

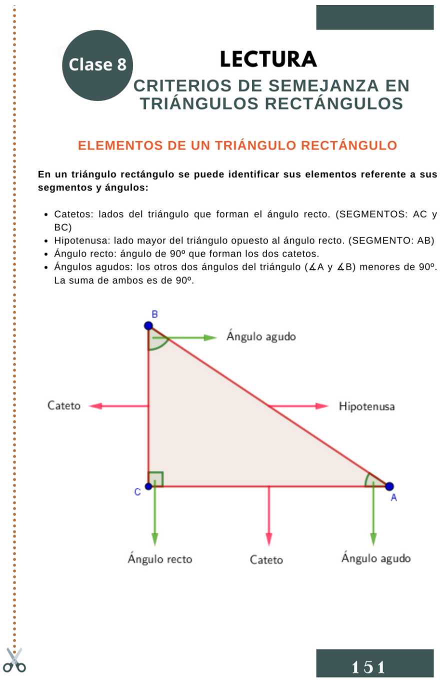
## TIEMPO ESTIMADO:

**I HORA CLASE.**

***Para el desarrollo de esta clase el docente previamente entregó a sus estudiantes una lectura.***

***La lectura tiene los objetivos de recordar los elementos de un triángulo rectángulo y conocer los criterios de semejanza en triángulos rectángulos.***

***La lectura recortable se encuentra en las páginas 151y 152.***



Clase 8

LECTURA

CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

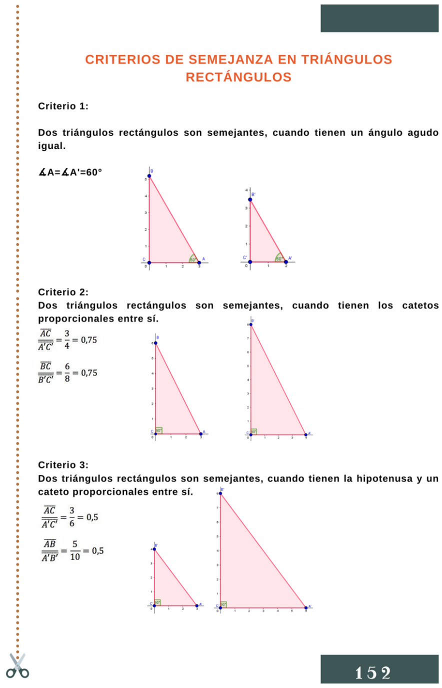
ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

**En un triángulo rectángulo se puede identificar sus elementos referente a sus segmentos y ángulos:**

- Catetos: lados del triángulo que forman el ángulo recto. (SEGMENTOS: AC y BC)
- Hipotenusa: lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto. (SEGMENTO: AB)
- Ángulo recto: ángulo de 90º que forman los dos catetos.
- Ángulos agudos: los otros dos ángulos del triángulo (∡A y ∡B) menores de 90º. La suma de ambos es de 90º.



151



CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

**Criterio 1:**

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual.**

**∡A=∡A'=60°**

**Criterio 2:**
**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí.**

$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{6}{8} = 0{,}75$

**Criterio 3:**
**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales entre sí.**

$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{3}{6} = 0{,}5$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$

152

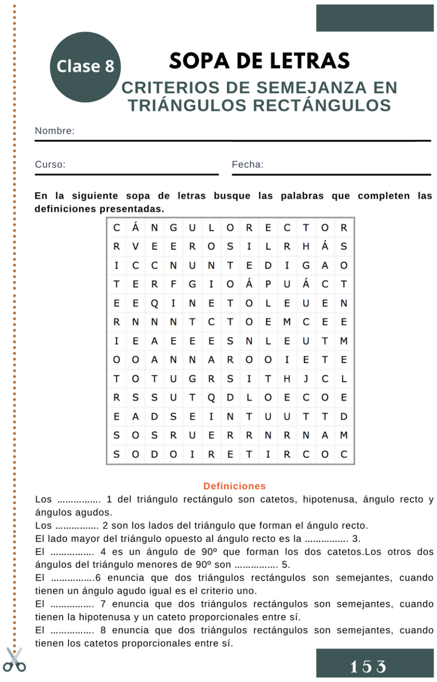
# ANTICIPACIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 10 MINUTOS)

Para activar la mente de los estudiantes se realizará una **"SOPA DE LETRAS"**.

- El docente entregará una sopa de letras a cada estudiante.
- La sopa de letras tiene el objetivo de conocer los conocimientos previos de los estudiantes relacionados a la lectura.
- Esta sopa de letras recortable se encuentra en la página 153.

# RESOLUCIÓN DE LA SOPA DE LETRAS


Clase 8

SOPA DE LETRAS

CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

En la siguiente sopa de letras busque las palabras que completen las definiciones presentadas.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | Á | N | G | U | L | O | R | E | C | T | O | R |
| R | V | E | E | R | O | S | I | L | R | H | Á | S |
| I | C | C | N | U | N | T | E | D | I | G | A | O |
| T | E | R | F | G | I | O | Á | P | U | Á | C | T |
| E | E | Q | I | N | E | T | O | L | E | U | E | N |
| R | N | N | N | T | C | T | O | E | M | C | E | E |
| I | E | A | E | E | E | S | N | L | E | U | T | M |
| O | O | A | N | N | A | R | O | O | I | E | T | E |
| T | O | T | U | G | R | S | I | T | H | J | C | L |
| R | S | S | U | T | Q | D | L | O | E | C | O | E |
| E | A | D | S | E | I | N | T | U | U | T | T | D |
| S | O | S | R | U | E | R | R | N | R | N | A | M |
| S | O | D | O | I | R | E | T | I | R | C | O | C |

Definiciones

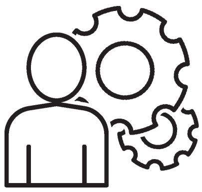
Los ................ 1 del triángulo rectángulo son catetos, hipotenusa, ángulo recto y ángulos agudos.
Los ................ 2 son los lados del triángulo que forman el ángulo recto.
El lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto es la ................ 3.
El ................ 4 es un ángulo de 90º que forman los dos catetos.Los otros dos ángulos del triángulo menores de 90º son ................ 5.
El ................6 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual es el criterio uno.
El ................ 7 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales entre sí.
El ................ 8 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí.

153

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | Á | N | G | U | L | O | R | E | C | T | O | R |
| R | V | E | E | R | O | S | I | L | R | H | Á | S |
| I | C | C | N | U | N | T | E | D | I | G | A | O |
| T | E | R | F | G | I | O | Á | P | U | Á | C | T |
| E | E | Q | I | N | E | T | O | L | E | U | E | N |
| R | N | N | N | T | C | T | O | E | M | C | E | E |
| I | E | A | E | E | E | S | N | L | E | U | T | M |
| O | O | A | N | N | A | R | O | O | I | E | T | E |
| T | O | T | U | G | R | S | I | T | H | J | C | L |
| R | S | S | U | T | Q | D | L | O | E | C | O | E |
| E | A | D | S | E | I | N | T | U | U | T | T | D |
| S | O | S | R | U | E | R | R | N | R | N | A | M |
| S | O | D | O | I | R | E | T | I | R | C | O | C |

PALABRAS

1. ELEMENTOS, 2. CATETOS, 3. HIPOTENUSA, 4. ÁNGULO RECTO, 5. ÁNGULOS AGUDOS, 6. CRITERIO UNO, 7. CRITERIO DOS, 8. CRITERIO TRES



# CONSTRUCCIÓN

## (TIEMPO ESTIMADO: 30 MINUTOS)

**Para continuar con el desarrollo de la clase, se utilizará una "HOJA DE TRABAJO"**

- El docente agrupará en parejas a los estudiantes y entregará una hoja de trabajo cuya resolución debe ser presentada en una hoja de cuadros.

- La hoja de trabajo consiste en resolver tres problemas del contexto con los objetivos de conceptualizar los tres criterios de semejanza en triángulo rectángulos e identificar los mismos en los problemas de aplicación.

- Esta hoja de trabajo recortable se encuentra en las páginas 154 y 155.

# RESOLUCIÓN DE LA HOJA DE TRABAJO


Clase 8

HOJA DE TRABAJO

CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombres:

Curso: Fecha:

**Lean detenidamente los siguientes problemas del contexto y respondan las preguntas utilizando la información de la lectura.**

1. Un universitario vive en la calle Paseo 3 de Noviembre frente a la Universidad de Cuenca, él desea conocer el ancho del río Tomebamba, entonces toma los siguientes datos como se muestra en la imagen.



a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar el ancho del río Tomebamba.

b. ¿Cuál es el ancho del río Tomebamba?

154

**La hoja de trabajo está resuelta con los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, cuya finalidad es que el docente se relacione con este método.**

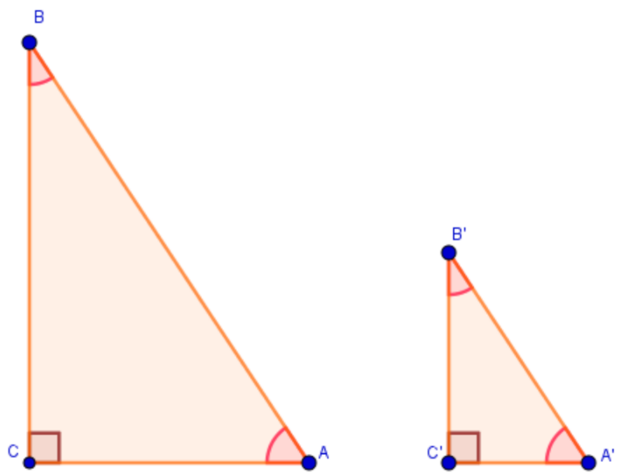
Problema 1

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar el ancho del río Tomebamba.

Se presenta el concepto sugerido del criterio 1.

## CRITERIO 1

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual.**




## RECUERDE

**La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.**

**Los ángulos agudos miden menos de 90°.**

**∡C=∡C'=90°**
**∡A=∡A'= agudo**
**∡B=∡B'= agudo**

**∴ ΔABC~ΔA'B'C'**

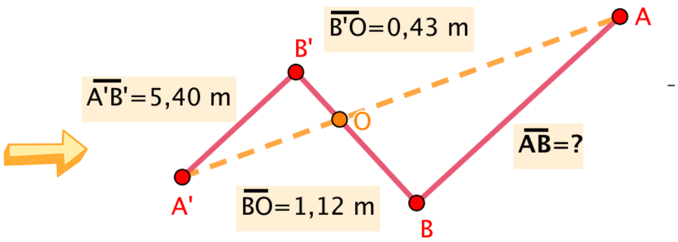
b. ¿Cuál es el ancho del río Tomebamba?

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:
Tenemos los catetos:
$\overline{BO}$=1,12 m
$\overline{B'O}$=0,43 m
$\overline{A'B'}$= 5,40 m

Incógnitas:
Tenemos el cateto:
$\overline{AB}$=?

  - Realizamos el diagrama correspondiente

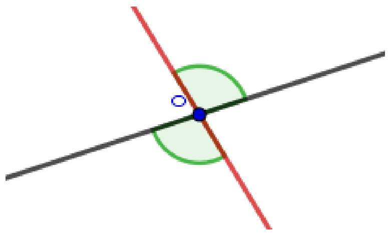



- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el criterio 1 para semejanza en triángulos rectángulos **(dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual)** con ayuda de la regla de tres simple directa.
El **∡AOB** es igual al **∡A'OB'** porque son ángulos opuestos por el vértice. Además, dichos ángulos son agudos.

**RECUERDE**

**Todos los ángulos opuestos por el vértice son iguales.**



- **Ejecución del plan**

Aplicamos la regla de tres simple directa ya que los catetos crecen proporcionalmente.

| | |
|---|---|
| $\overline{BO} = 0{,}43$ | $\overline{A'B'} = 5{,}40$ |
| $\overline{B'O} = 1{,}12$ | $\overline{AB} = ?$ |

$$\overline{BO} \cdot \overline{AB} = \overline{B'O} \cdot \overline{A'B'}$$

$$0{,}43 \cdot \overline{AB} = 1{,}12 \cdot 5{,}40$$

$$\overline{AB} = \frac{1{,}12 \cdot 5{,}40}{0{,}43}$$

$$\overline{AB} = 14{,}06\ m$$

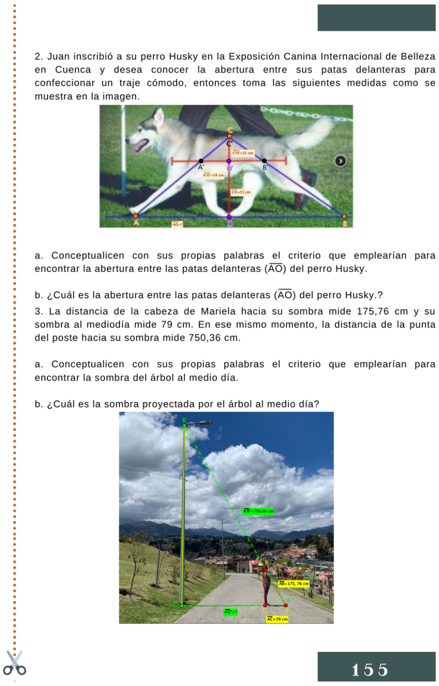
**RECUERDE**

**Regla de tres simple directa**

**Consiste en calcular uno de los términos de una proporción directa que involucra dos magnitudes.**

- **Visión retrospectiva**

El cateto $\overline{AB}$ mide 14,06 m que es el ancho del río Tomebamba en la calle Paseo 3 de Noviembre frente a la Universidad de Cuenca, este resultado se encontró al aplicar el criterio 1 para semejanza en triángulos rectángulos.



2. Juan inscribió a su perro Husky en la Exposición Canina Internacional de Belleza en Cuenca y desea conocer la abertura entre sus patas delanteras para confeccionar un traje cómodo, entonces toma las siguientes medidas como se muestra en la imagen.

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.

b. ¿Cuál es la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.?

3. La distancia de la cabeza de Mariela hacia su sombra mide 175,76 cm y su sombra al mediodía mide 79 cm. En ese mismo momento, la distancia de la punta del poste hacia su sombra mide 750,36 cm.

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la sombra del árbol al medio día.

b. ¿Cuál es la sombra proyectada por el árbol al medio día?

155

PROBLEMA 2

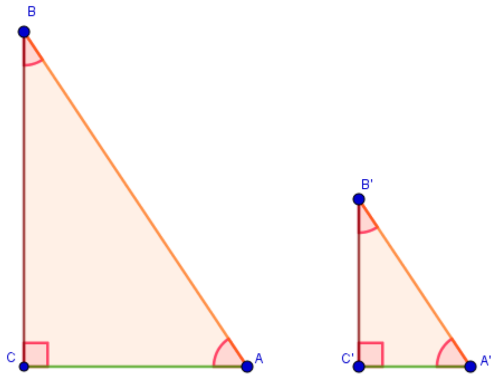
a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.

Se presenta el concepto sugerido del criterio 2.

## CRITERIO 2

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí.**

**∡C=∡C'=90°**




**Catetos proporcionales**

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

**∴ ΔABC∼ΔA'B'C'**

b. ¿Cuál es la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.?

- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:
Tenemos los catetos:
$\overline{CO}$=55 cm
$\overline{C'O'}$=15 cm
$\overline{A'O'}$=14 cm

Incógnitas:
Tenemos el cateto:
$\overline{AO}$=?

  - Realizamos el diagrama correspondiente

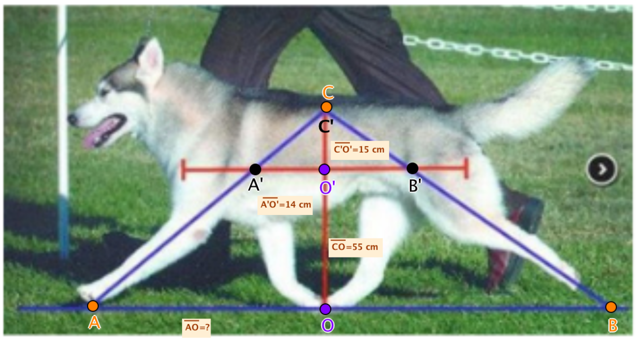
**TOME EN CUENTA QUÉ...**

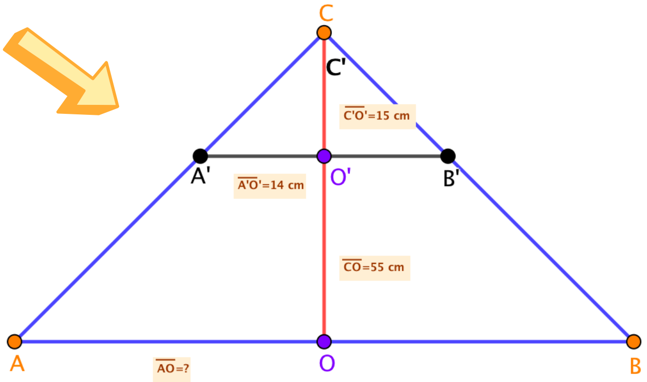
**Los triángulos ΔAOC y ΔOBC son congruentes:**

**ΔAOC≅ΔOBC**

**Los triángulos ΔA'O'C' y ΔO'B'C' son congruentes:**

**ΔA'O'C'≅ΔO'B'C'**



- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el criterio 2 para semejanza en triángulos rectángulos **(dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí)** con ayuda de las proporciones.

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entre los catetos proporcionales.

$$\frac{\overline{AO}}{\overline{A'O'}} = \frac{\overline{CO}}{\overline{C'O'}}$$

$$\frac{\overline{AO}}{14} = \frac{55}{15}$$

$$\overline{AO} = \frac{55 \cdot 14}{15}$$

$$\overline{AO} = 51{,}33\ cm$$

- **Visión retrospectiva**

El cateto $\overline{\text{AO}}$ mide 37,26 cm que es la abertura de las patas delanteras del perro Husky, este resultado se encontró al aplicar el criterio 2 para semejanza en triángulos rectángulos.

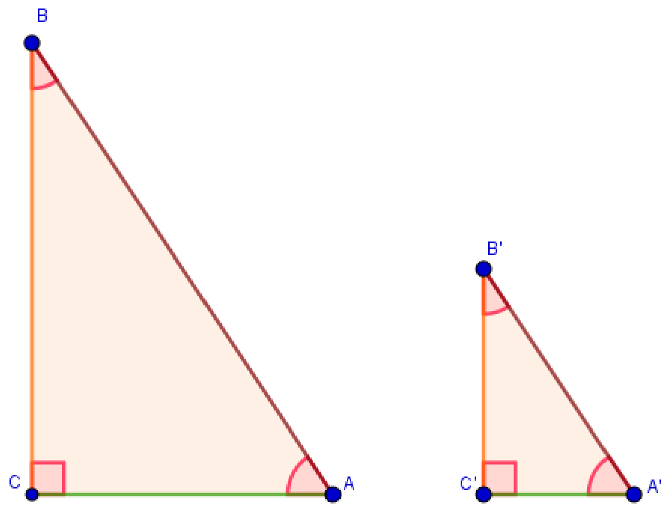
PROBLEMA 3

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la sombra del árbol al medio día.

Se presenta el concepto sugerido del criterio 3.

## CRITERIO 3

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales entre sí.**




**∡C=∡C'=90°**

**Catetos e Hipotenusas proporcionales**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

**∴ ΔABC∼ΔA'B'C'**

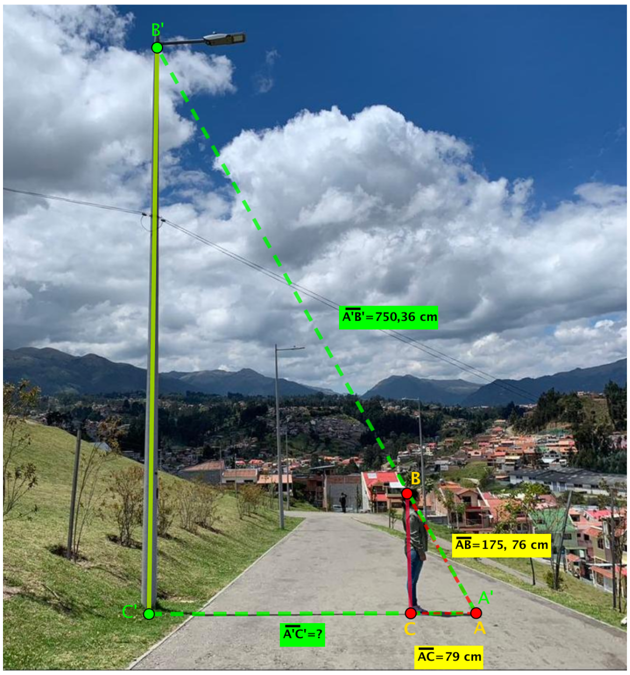
b. ¿Cuál es la sombra proyectada por el árbol al medio día?

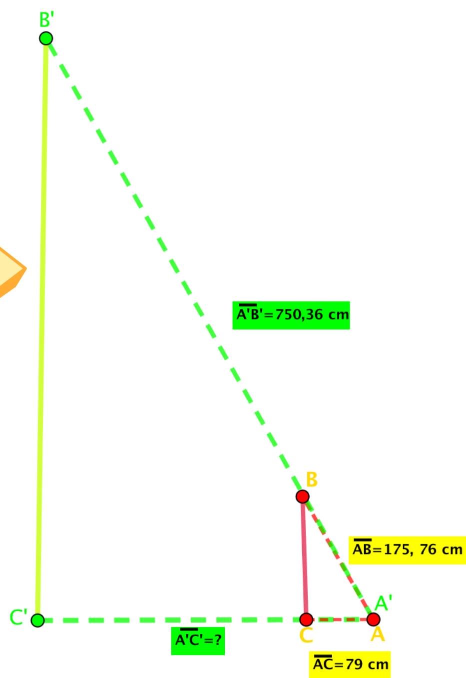
- **Comprensión del problema**
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:
Tenemos las hipotenusas:
$\overline{AB}$=175,76 cm
$\overline{A'B'}$=750,36 cm
Tenemos el cateto:
$\overline{AC}$=79 cm

Incógnitas:
Tenemos el cateto:
$\overline{A'C'}$=?

- Realizamos el diagrama correspondiente



- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el criterio 3 para semejanza en triángulos rectángulos **(dos triángulos rectángulos son proporcionales, cuando tienen hipotenusa y un cateto proporcional)** con ayuda de las proporciones.

- **Ejecución del plan**

Planteamos proporciones entre los catetos e hipotenusas proporcionales.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{\overline{A'B'}}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{\overline{A'C'}}}$$

$$\frac{175{,}76}{750{,}36} = \frac{79}{\overline{\overline{A'C'}}}$$

$$\frac{175{,}76}{750{,}36} = \frac{79}{\overline{\overline{A'C'}}}$$

$$\overline{AC} = \frac{79 \cdot 750{,}36}{175{,}76}$$

$$\overline{AC} = 337{,}26\ cm$$

- **Visión retrospectiva**

El cateto $\overline{A'C'}$ mide 337,26 cm que es la sombra del poste proyectada al medio día, este resultado se encontró al aplicar el criterio 3 para semejanza en triángulos rectángulos.

# CONSOLIDACIÓN

**Para finalizar con el desarrollo de la clase, el docente utilizará una "EXPERIMENTO CASERO".**

- El docente entregará a cada estudiante un experimento casero cuya resolución debe ser presentada en una hoja de cuadros.
- El experimento casero tiene el objetivo de aplicar un criterio de semejanza en triángulos rectángulos.
- Este experimento casero recortable se encuentra en la página 156.


Clase 8 **EXPERIMENTO CASERO**
CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

MEDICIÓN DE ALTURAS CON ESPEJOS Y SOMBRAS

MATERIALES:

Espejo Flexómetro

PROCEDIMIENTO:
1. Elegir un edificio de la ciudad de Cuenca.
2. Colocar el espejo pequeño en el piso frente al edificio.
3. El estudiante se sitúa de tal manera que, erguido, vea reflejado en el espejo el edificio completo.
4. Utilizar el flexómetro para medir la altura del estudiante (desde sus ojos al suelo), la distancia de éste al espejo y la distancia del espejo al edificio.

CONCLUSIONES
1. Calcular la altura del edificio con los datos medidos.
2. Escribir el criterio de semejanza en triángulos rectángulos que empleó para encontrar la altura del edificio.

156

# RESOLUCIÓN DEl EXPERIMENTO CASERO

**La pregunta 1 de las conclusiones del experimento casero está resuelta con los cuatro pasos para resolver problemas de George Pólya, cuya finalidad es que el docente se relacione con este método.**

CONCLUSIONES:

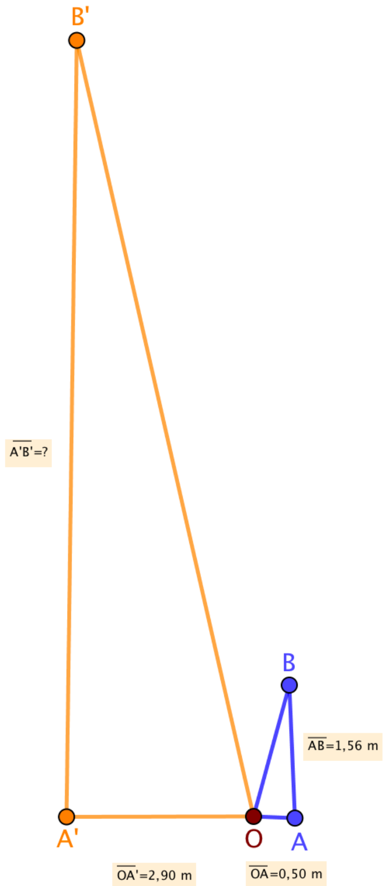
1.Calcular la altura del edificio con los datos medidos.

- Comprensión del problema
  - Leemos hasta comprender el problema
  - Identificamos los datos y las incógnitas

Datos:
Tenemos los catetos:
$\overline{OA}$=0,50 m
$\overline{OA'}$=2,90 m
$\overline{AB}$=1,56 m

Incógnitas:
Tenemos el cateto:
$\overline{A'B'}$=?

- Realizamos el diagrama correspondiente

- **Concepción del plan**

Nuestra estrategia es utilizar el criterio 2 para semejanza en triángulos rectángulos **(dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí)** con ayuda de la regla de tres simple directa..

- **Ejecución del plan**

Aplicamos la regla de tres simple directa ya que los catetos crecen proporcionalmente entre sí.

| | |
|---|---|
| $\overline{OA} = 0{,}50$ | $\overline{AB} = 1{,}56$ |
| $\overline{OA'} = 2{,}90$ | $\overline{A'B'} = ?$ |

$$\overline{OA} \cdot \overline{A'B'} = \overline{OA'} \cdot \overline{AB}$$

$$0{,}50 \cdot \overline{A'B'} = 2{,}90 \cdot 1{,}56$$

$$\overline{AB} = \frac{2{,}90 \cdot 1{,}56}{0{,}50}$$

$$\overline{AB} = 9{,}04\ m$$

**RECUERDE**

**Regla de tres simple directa**

**Consiste en calcular uno de los términos de una proporción directa que involucra dos magnitudes.**

- **Visión retrospectiva**

El cateto $\overline{A'B'}$ mide 9,04 m que es la altura del teatro Pumapungo, este resultado se encontró al aplicar el criterio 2 para semejanza en triángulos rectángulos.

2.Escribir el criterio de semejanza en triángulos rectángulos que empleó para encontrar la altura del edificio.

**Para encontrar la altura del teatro Pumapungo se empleó el criterio 2 de semejanza en triángulos rectángulos (dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí).**

# MATERIAL RECORTABLE

*Clase 1*
- *Hoja de Trabajo*

*Clase 2*
- *Hoja de Trabajo*
- *Lanza y Aprende*

*Clase 3*
- *Hoja de Trabajo*

*Clase 4*
- *Hoja de Trabajo*

*Clase 5*
- *Hoja de Trabajo*
- *Actividad en Casa*

*Clase 6*
- *Crucigrama*
- *Hoja de Trabajo*
- *Actividad en Casa*

*Clase 8*
- *Lectura*
- *Sopa de letras*
- *Hoja de Trabajo*
- *Experimento casero*

*Se presenta el link que contiene el material recortable.*

https://n9.cl/2bfrn

Clase 1

# HOJA DE TRABAJO

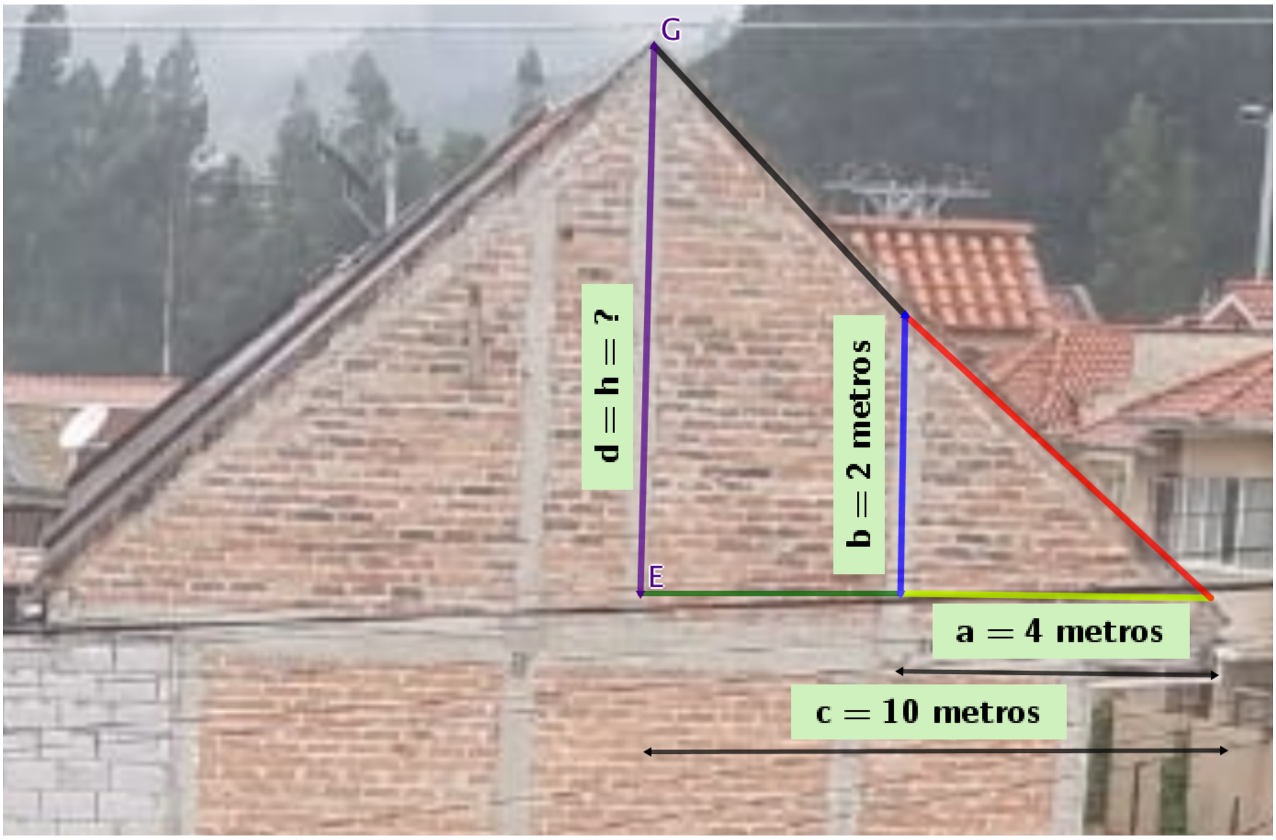
## RAZONES Y PROPORCIONES

Nombres: ______________________________

Curso: ______________________ Fecha: ______________________

**Lean el problema del contexto y encuentren el valor que falta utilizando razones y proporciones.**

1. Una casa de la parroquia de Sayausí tiene el techo de forma triangular y las medidas se muestran en la siguiente fotografía, ¿cuál es la altura del techo?



Clase 2

# HOJA DE TRABAJO

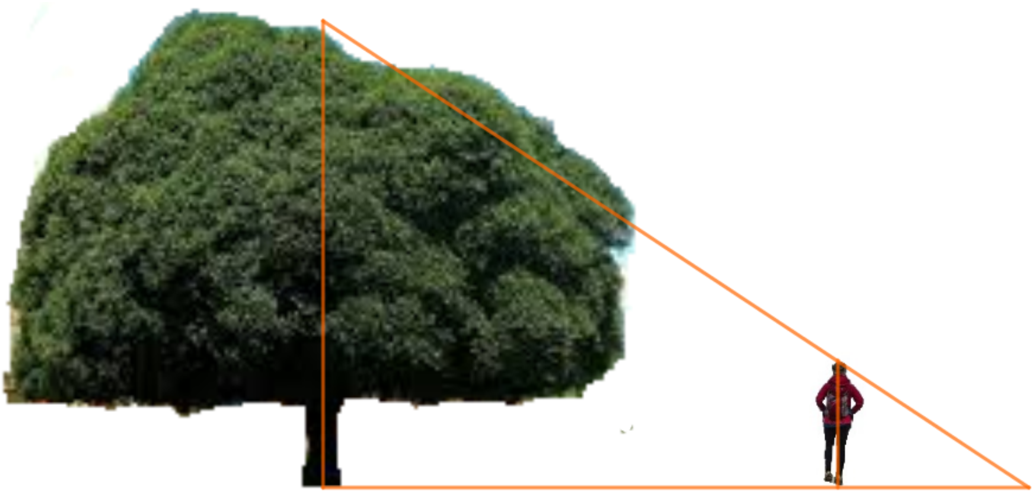
## REGLA DE TRES

Nombres: ______________________________

Curso: ______________ Fecha: ______________

**Lean detenidamente el siguiente problema:**

Juan es un excursionista que visita el Parque Nacional Cajas y observa un árbol de Quinua que proyecta una sombra de 2,4 metros



¿Cuál es la altura del árbol de Quinua si al mismo tiempo el excursionista es de 1,75 metros proyecta una sombra 1,2 metros?

**Respondan las preguntas y enunciados que están a continuación utilizando los pasos de Pólya.**

1. Comprensión del problema

a. ¿Cuáles son los datos identificados?

______________________________

______________________________

______________________________

b. ¿Cuáles son las incógnitas identificadas?

______________________________

c. ¿Cuál es el diagrama que se forma?

2. Concepción del plan

a. ¿Se puede utilizar la proporción directa para resolver el problema? EXPLIQUEN LA RESPUESTA.

3. Ejecución del plan

a. Planteen la proporción directa correspondiente:

b. Llenen la tabla con los datos del problema:

| | SOMBRA | ALTURA |
|---|---|---|
| EXCURSIONISTA | | |
| ÁRBOL | | |

c. Analicen la sombra del árbol con respecto a la sombra del excursionista comparando las respectivas alturas.

d. Encuentren el valor de la altura del árbol aplicando el teorema fundamental de las proporciones.

4. Visión Retrospectiva

a. ¿Por qué el problema está resuelto correctamente?

b. Establezcan el modelo matemático que utilizaron para encontrar la altura del árbol.

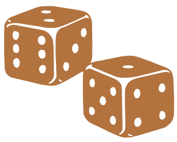
Clase 2

# LANZA Y APRENDE

## REGLA DE TRES

Nombres: ______________________________

Curso: ______________ Fecha: ______________



### Instrucciones

**Para participar en el juego se necesitan 3 estudiantes: 1 moderador y 2 contrincantes.**

**El moderador verificará en la tarjeta de respuestas si son correctas.**

**Los contrincantes lanzarán el dado uno a la vez y avanzan el número que les marque.**

**Los contrincantes perderán un turno si no aciertan a la respuesta.**

### Tarjeta de respuestas

1. **400 km**
2. **9 km**
3. **400 fotocopias**
4. **450 gramos**
5. **$ 12,50**
6. **$ 10**
7. **360 km**

# TABLERO

**Inicio**

Un automóvil gasta 5 litros de gasolina cada 100 km ¿Cuántos km recorrerá con 20 litros?

Un deportista recorre 3000 m en 10 minutos. ¿Cuántos km recorrerá en media hora?

Si 5 fotocopias cuestan 10 centavos. ¿Cuántas fotocopias haré con $ 8?

Daniela necesita 300 gramos de harina para hacer 12 panes. ¿Cuántos gramos de harina necesitará para hacer 18 panes?

Si 17 lápices cuestan $8,50, ¿cuánto costarán 25 lápices?

Una libra de tomates cuesta $2,50 ¿cuánto costarán 4 libras de tomate?

**Final**

Un motociclista recorre 40 km en 20 minutos ¿cuántos km recorrerá en 3 horas?

Clase 3

# HOJA DE TRABAJO

## CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Nombre: ______________________________

Curso: ______________ Fecha: ______________

**Lea detenidamente los siguientes enunciados:**

1. Luego de observar los segmentos y ángulos de un triángulo en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

a. Defina con sus propias palabras qué es un TRIÁNGULO.

______________________________

______________________________

______________________________

b. Defina con sus propias palabras qué es un SEGMENTO.

______________________________

______________________________

______________________________

c. Defina con sus propias palabras qué es un ÁNGULO.

______________________________

______________________________

______________________________

2. Luego de identificar los triángulos iguales y superponerlos en Geogebra, responda a las siguientes preguntas:

a. ¿Cómo identifica que los triángulos son iguales? Argumente su respuesta con dos razones

b. Defina con sus propias palabras qué es una IGUALDAD de figuras.

Clase 4

# HOJA DE TRABAJO

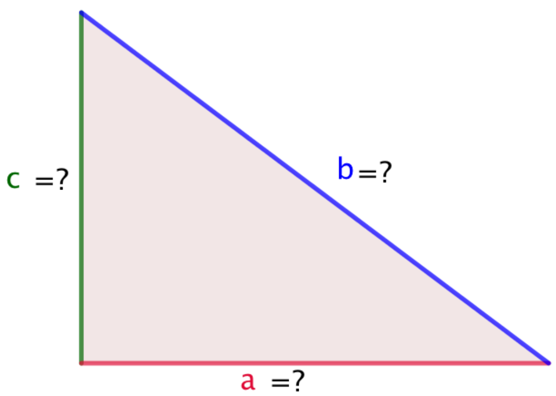
## CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

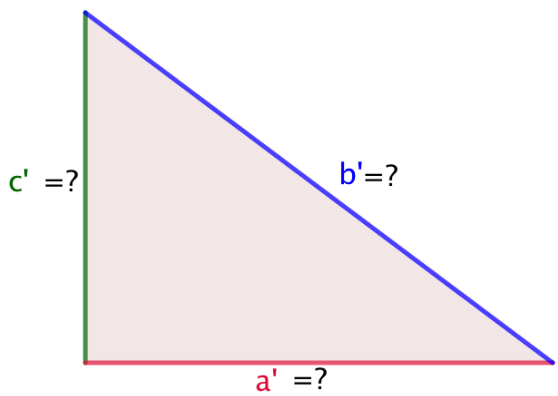
Nombres: ______________________________

Curso: ______________________ Fecha: ______________________

**Lean detenidamente las siguientes preguntas:**

1. Utilizando la regla midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.



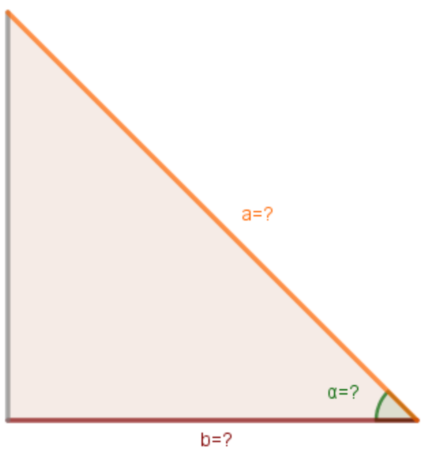



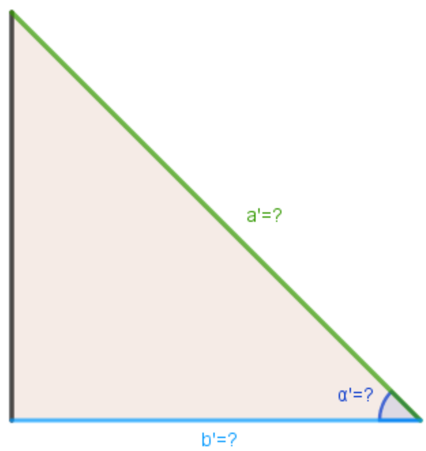

REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?

______________________________

______________________________

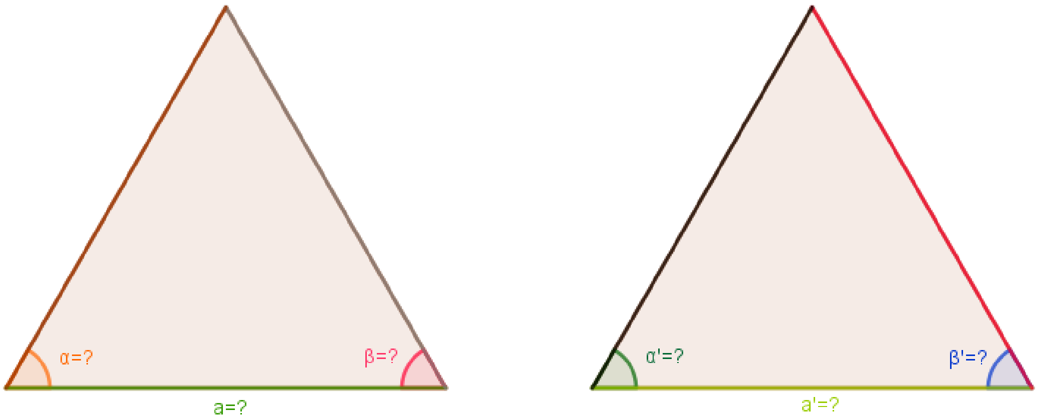
2. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.



REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?

3. Utilizando la regla y el graduador midan los valores de las incógnitas de los siguientes triángulos.




REFLEXIÓN:
¿Qué identificaron cuándo midieron las incógnitas de los triángulos?

Clase 5

# HOJA DE TRABAJO

## TEOREMA DE TALES

Nombres:

Curso: Fecha:

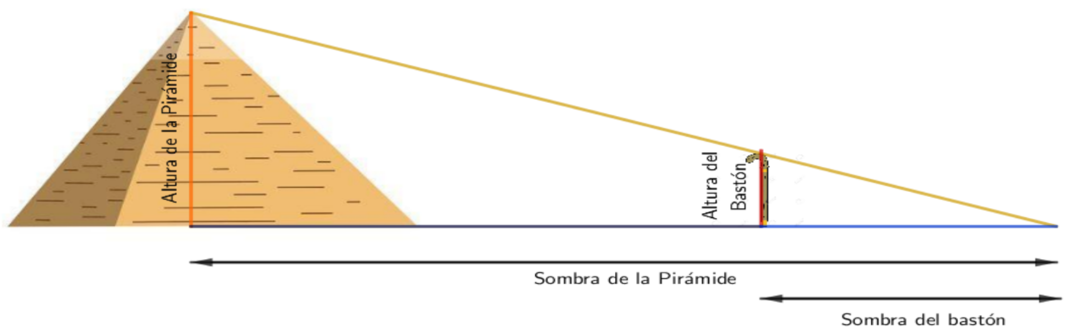
**1.Lean detenidamente la historia del Teorema de Tales y respondan las preguntas de reflexión:**

### *Conoce algo de historia*

Érase una vez, uno de los siete sabios de la antigua Grecia "Tales de Mileto", durante uno de sus viajes a Egipto se encontró con un sacerdote, quien había oído hablar sobre la sabiduría de Tales y le preguntó si podía medir la altura de la maravillosa Pirámide de Keops.

Ante la pregunta del sacerdote, Tales respondió:

-Yo puedo medir la altura colocando un bastón verticalmente delante de la Pirámide como se muestra en la imagen:




Entonces, el sabio espero que sea un día soleado para observar y medir la sombra proyectada por la pirámide y el bastón, estableciendo una proporción entre sombras y alturas.

El sacerdote se admiró ante la solución de Tales.

REFLEXIÓN:

a. Expliquen mediante un diagrama con triángulos ¿Cómo midió Tales la altura de la Pirámide de Keops?

b. ¿Cuál es el modelo matemático que Tales utilizó para encontrar la altura de la Pirámide de Keops?

2. Calculen la altura de la Pirámide de Keops con ayuda de la calculadora, sabiendo que su sombra mide 250,2 metros y que en ese mismo instante un bastón de 1 metro proyecta una sombra de 1,8 metros.

Clase 5

# ACTIVIDAD EN CASA

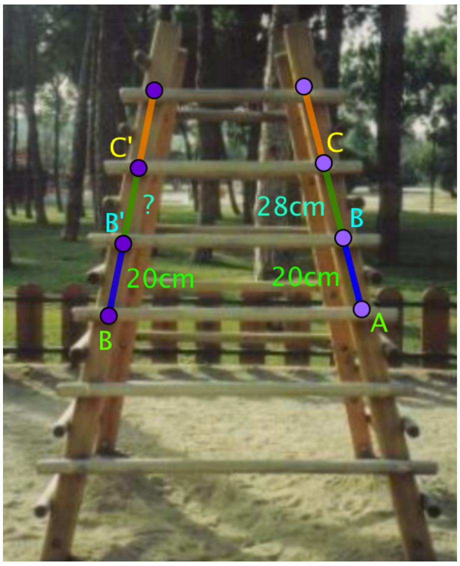
## TEOREMA DE TALES

Nombre: ______________________________

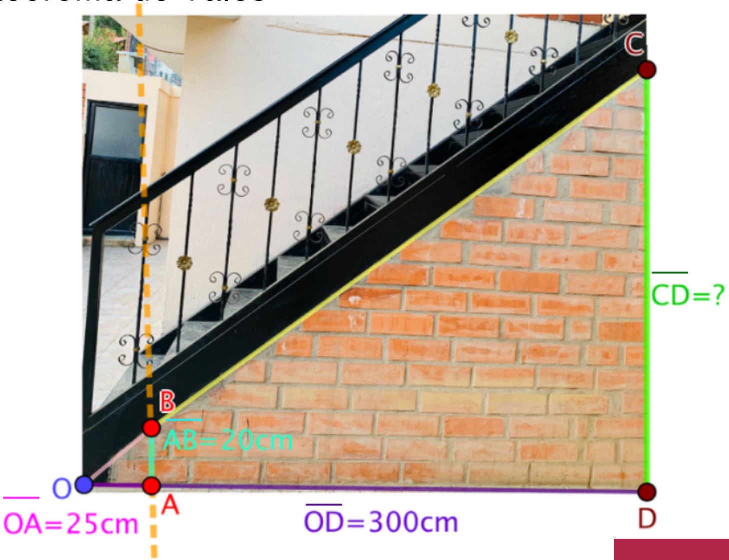
Curso: ______________ Fecha: ______________

**Lea los problemas del contexto y encuentren los valores que faltan.**

1. En el parque Paraíso se observa un juego infantil que tiene la siguiente forma con sus respectivas medidas. Encuentre el valor del segmento $\overline{B'C'}$ utilizando la aplicación del Teorema de Tales a los Triángulos




2. En una casa de Challuabamba se observa unas gradas que tienen la siguiente forma con sus respectivas medidas. Encuentre el valor de la altura ($\overline{CD}$) de las gradas utilizando el teorema de Tales



Clase 6

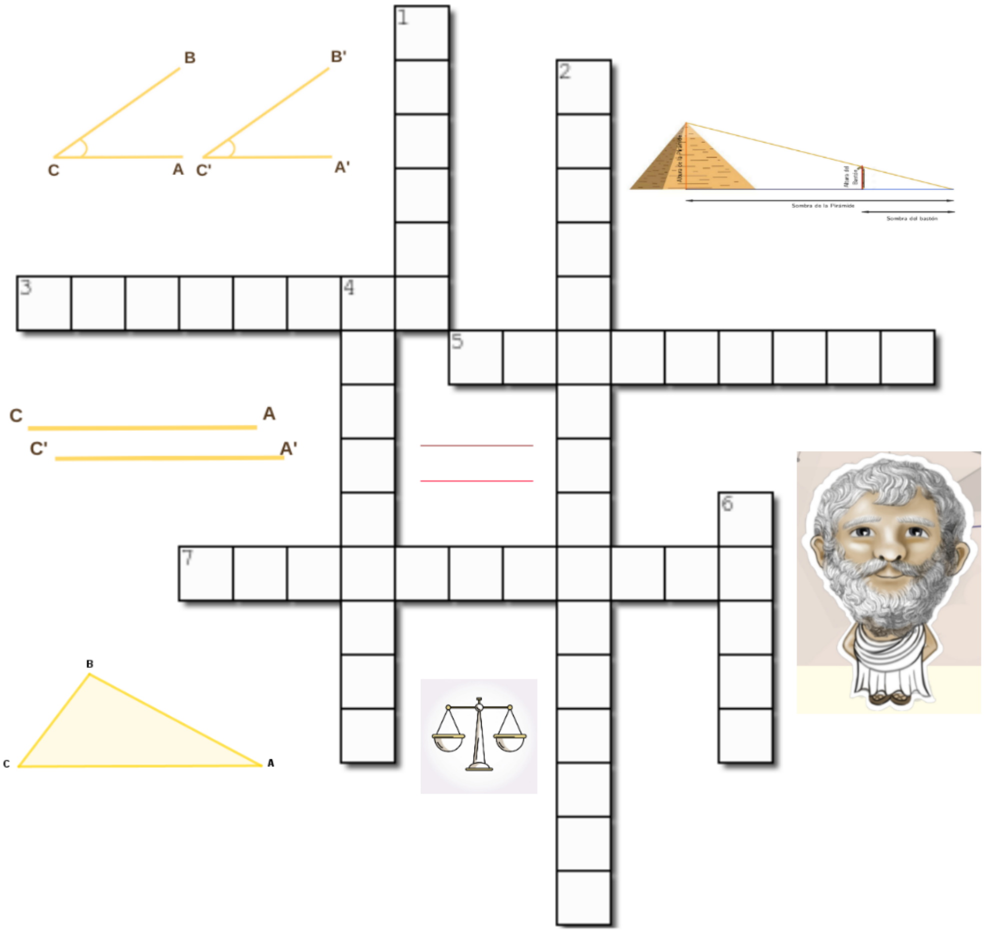
# CRUCIGRAMA

## SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre: ______________________________

Curso: ____________________ Fecha: ____________________

**Complete el siguiente crucigrama.**




### Horizontales

3.Es una parte de recta limitada por dos puntos no coincidentes.

5.Son rectas que mantienen una distancia entre sí y por más que se prolongan nunca se intersectan.

7.Relación de similitud entre ángulos y segmentos de figuras geométricas**.**

### Verticales

1.Es la abertura comprendida entre dos semirrectas que tienen un punto en común, llamado vértice.

2.Es la igualdad entre dos o más razones.

4.Porción del plano limitada por rectas que se intersectan una a una en puntos llamados vértices.

6.¿Qué filósofo planteó el teorema que enuncia que “Si se tienen dos o más rectas paralelas y estas cortan a rectas transversales se formará segmentos proporcionales?

Clase 6

# HOJA DE TRABAJO

## SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre: ______________________________________________

Curso: ______________________ Fecha: ______________________

**Utilice las partes del tangram recortable y lea detenidamente los siguientes enunciados:**

1. Superponga los triángulos verde claro, amarillo y celeste, responda las siguientes preguntas:

a.¿Qué varía en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?

______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

b.¿Qué se conserva en los triángulos (verde claro, amarillo y celeste)?

______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

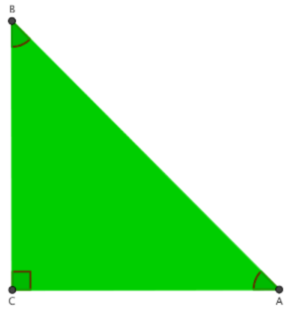
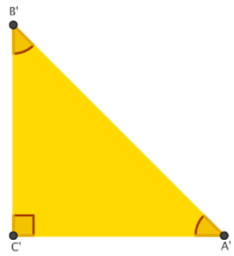
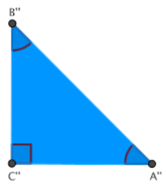
c.¿Qué puede concluir al superponer las tres figuras?

______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

2. Utilice la regla y el graduador para medir los ángulos y segmentos del triángulo verde claro ($\Delta ABC$), triángulo amarillo ($\Delta A'B'C'$) y triángulo celeste ($\Delta A''B''C''$) y llene la siguiente tabla:

| TRIÁNGULOS | SEGMENTOS | ÁNGULOS |
|---|---|---|
|   | $\overline{AB} =$ <br> $\overline{BC} =$ <br> $\overline{AC} =$ | $\measuredangle ABC =$ <br> $\measuredangle BCA =$ <br> $\measuredangle CAB =$ |
|   | $\overline{A'B'} =$ <br> $\overline{B'C'} =$ <br> $\overline{A'C'} =$ | $\measuredangle A'B'C' =$ <br> $\measuredangle B'C'A' =$ <br> $\measuredangle C'A'B' =$ |
|   | $\overline{A''B''} =$ <br> $\overline{B''C''} =$ <br> $\overline{A''C''} =$ | $\measuredangle A''B''C'' =$ <br> $\measuredangle B''C''A'' =$ <br> $\measuredangle C''A''B'' =$ |

3. ¿Qué relación existe entre los siguientes ángulos? responda los literales a, b y c utilizando la información de pregunta 2.

a. $\measuredangle ABC, \measuredangle A'B'C'\ y\ \measuredangle A''B''C''$

_______________________________________________

b. $\measuredangle BCA, \measuredangle B'C'A'\ y\ \measuredangle B''C''A''$

_______________________________________________

c. $\measuredangle CAB, \measuredangle C'A'B'\ y\ \measuredangle C''A''B''$

_______________________________________________

4. Encuentre las constantes de proporcionalidad de las relaciones de los siguientes segmentos con ayuda de la calculadora y utilice la información de la pregunta 2.

$\frac{\overline{AB}}{A'B'} =$ $\frac{\overline{BC}}{B'C'} =$ $\frac{\overline{AC}}{A'C'} =$

a. ¿Qué relación existe entre estas tres relaciones?

$\frac{\overline{AB}}{A''B''} =$ $\frac{\overline{BC}}{B''C''} =$ $\frac{\overline{AC}}{A''C''} =$

b. ¿Qué relación existe entre estas tres relaciones?

5. Superponga el triángulo celeste (∆A'B'C') sobre el triángulo naranja (∆ABC) y trace la paralela que se forma, responda las siguientes preguntas:

a.¿Qué sucede con los ángulos de los triángulos?

b.¿Qué sucede con los segmentos de los triángulos?

Clase 6

# ACTIVIDAD EN CASA

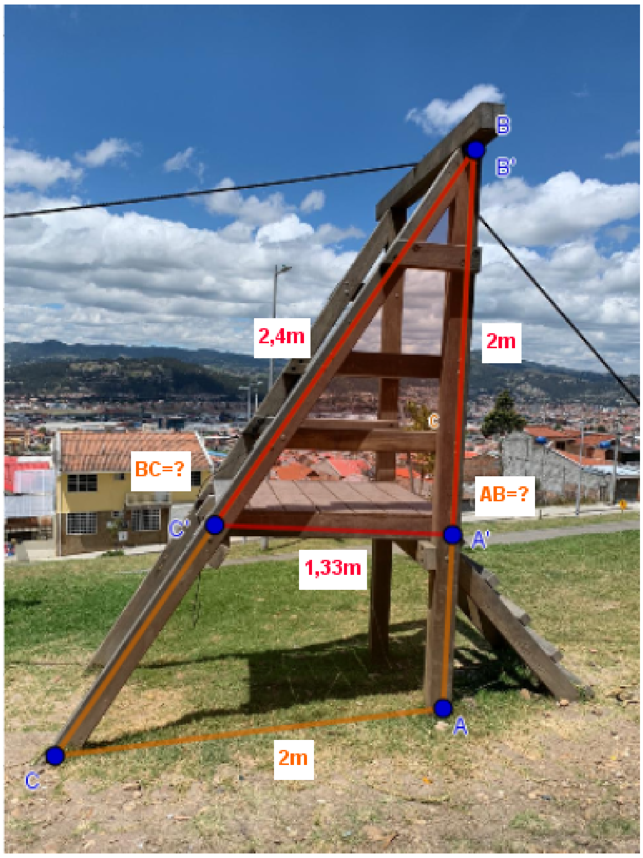
## SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

**Lea el problema del contexto y encuentre los valores que faltan.**

1. En el “Parque de la Luz” se observa un juego infantil que tiene la siguiente forma con sus respectivas medidas, la altura del juego "segmento AB" es muy alta de igual manera el segmento “BC”, por lo tanto es recomendable utilizar la semejanza de triángulos.




**Responda la siguiente pregunta.**

2. ¿Por qué los dos triángulos son semejantes? Escriba los triángulos semejantes.

Clase 8

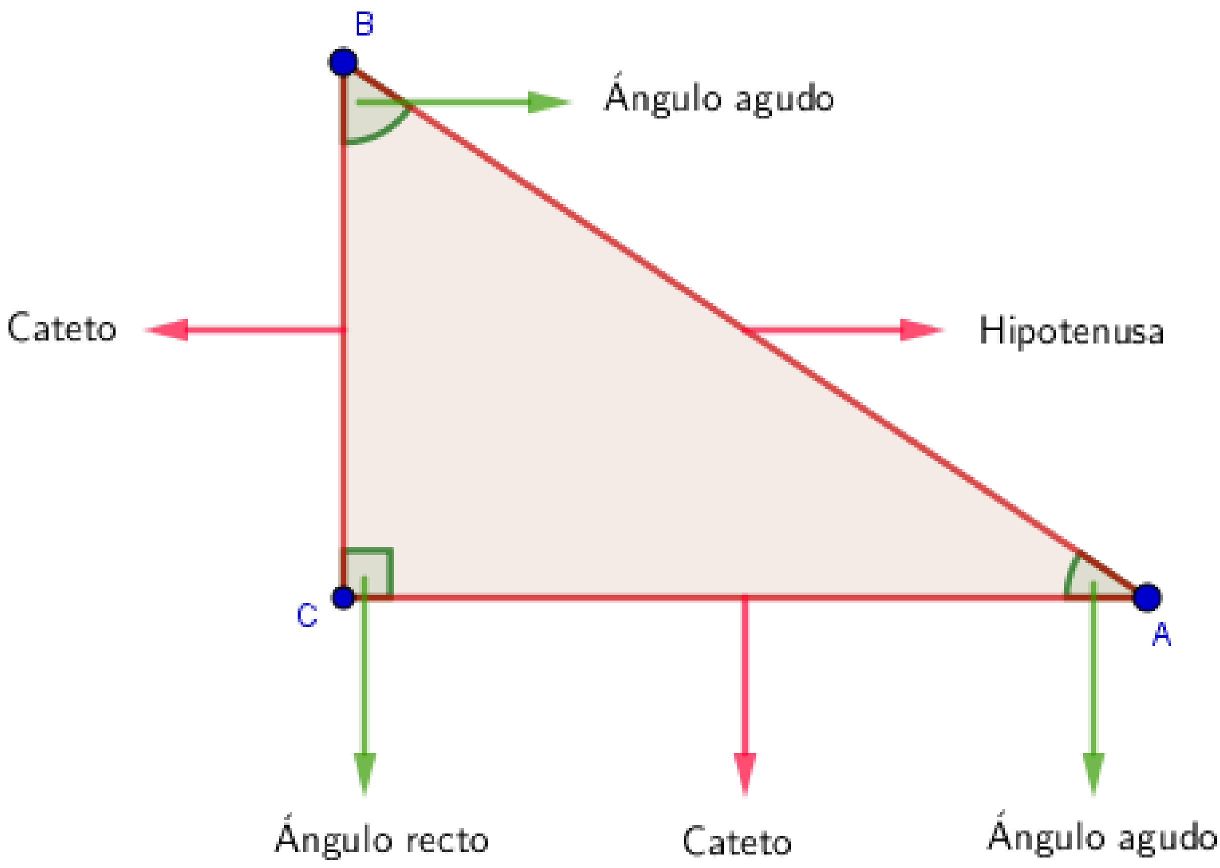
# LECTURA

## CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

### ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

**En un triángulo rectángulo se puede identificar sus elementos referente a sus segmentos y ángulos:**

- Catetos: lados del triángulo que forman el ángulo recto. (SEGMENTOS: AC y BC)
- Hipotenusa: lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto. (SEGMENTO: AB)
- Ángulo recto: ángulo de 90º que forman los dos catetos.
- Ángulos agudos: los otros dos ángulos del triángulo (∡A y ∡B) menores de 90º. La suma de ambos es de 90º.

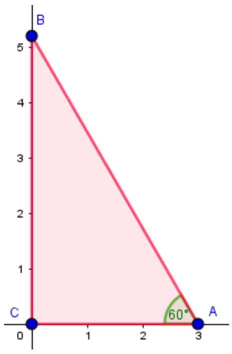


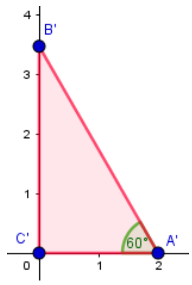
# CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

**Criterio 1:**

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual.**

**∡A=∡A'=60°**



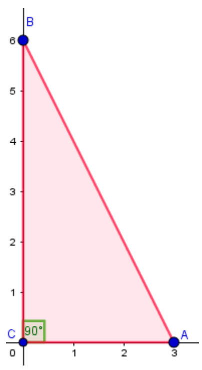



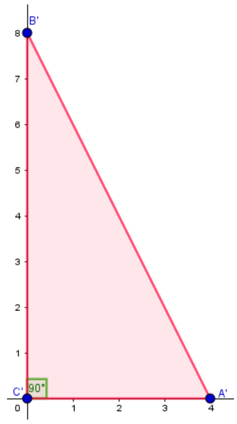

**Criterio 2:**

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí.**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{6}{8} = 0{,}75$$



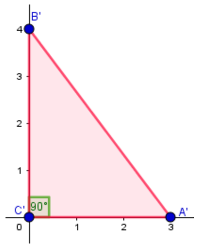



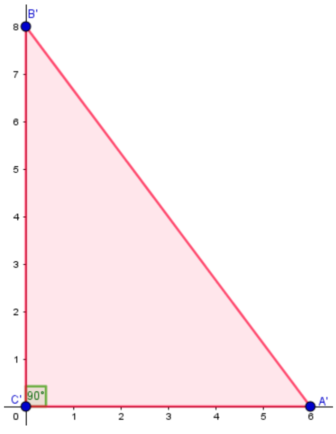

**Criterio 3:**

**Dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales entre sí.**

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{3}{6} = 0{,}5$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$



Clase 8

# SOPA DE LETRAS

## CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombre:

Curso: Fecha:

**En la siguiente sopa de letras busque las palabras que completen las definiciones presentadas.**

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | Á | N | G | U | L | O | R | E | C | T | O | R |
| R | V | E | E | R | O | S | I | L | R | H | Á | S |
| I | C | C | N | U | N | T | E | D | I | G | A | O |
| T | E | R | F | G | I | O | Á | P | U | Á | C | T |
| E | E | Q | I | N | E | T | O | L | E | U | E | N |
| R | N | N | N | T | C | T | O | E | M | C | E | E |
| I | E | A | E | E | E | S | N | L | E | U | T | M |
| O | O | A | N | N | A | R | O | O | I | E | T | E |
| T | O | T | U | G | R | S | I | T | H | J | C | L |
| R | S | S | U | T | Q | D | L | O | E | C | O | E |
| E | A | D | S | E | I | N | T | U | U | T | T | D |
| S | O | S | R | U | E | R | R | N | R | N | A | M |
| S | O | D | O | I | R | E | T | I | R | C | O | C |

### Definiciones

Los ……………. 1 del triángulo rectángulo son catetos, hipotenusa, ángulo recto y ángulos agudos.

Los ……………. 2 son los lados del triángulo que forman el ángulo recto.

El lado mayor del triángulo opuesto al ángulo recto es la ……………. 3.

El ……………. 4 es un ángulo de 90º que forman los dos catetos.Los otros dos ángulos del triángulo menores de 90º son ……………. 5.

El …………….6 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen un ángulo agudo igual es el criterio uno.

El ……………. 7 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales entre sí.

El ……………. 8 enuncia que dos triángulos rectángulos son semejantes, cuando tienen los catetos proporcionales entre sí.

# Clase 8

# HOJA DE TRABAJO

## CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombres:

Curso:                                        Fecha:

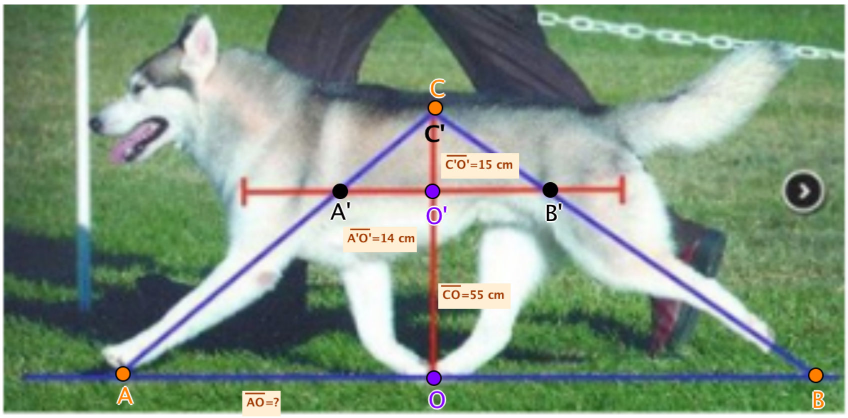
**Lean detenidamente los siguientes problemas del contexto y respondan las preguntas utilizando la información de la lectura.**

1. Un universitario vive en la calle Paseo 3 de Noviembre frente a la Universidad de Cuenca, él desea conocer el ancho del río Tomebamba, entonces toma los siguientes datos como se muestra en la imagen.


a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar el ancho del río Tomebamba.

b. ¿Cuál es el ancho del río Tomebamba?

2. Juan inscribió a su perro Husky en la Exposición Canina Internacional de Belleza en Cuenca y desea conocer la abertura entre sus patas delanteras para confeccionar un traje cómodo, entonces toma las siguientes medidas como se muestra en la imagen.



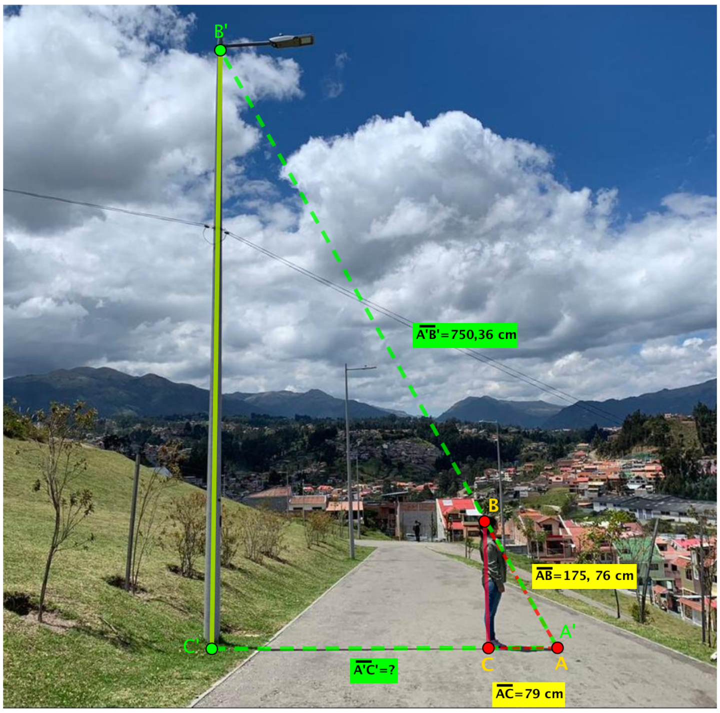

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.

b. ¿Cuál es la abertura entre las patas delanteras ($\overline{AO}$) del perro Husky.?

3. La distancia de la cabeza de Mariela hacia su sombra mide 175,76 cm y su sombra al mediodía mide 79 cm. En ese mismo momento, la distancia de la punta del poste hacia su sombra mide 750,36 cm.

a. Conceptualicen con sus propias palabras el criterio que emplearían para encontrar la sombra del árbol al medio día.

b. ¿Cuál es la sombra proyectada por el árbol al medio día?



# Clase 8

# EXPERIMENTO CASERO

## CRITERIOS DE SEMEJANZA EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Nombre: ______________________________

Curso: ______________ Fecha: ______________

## MEDICIÓN DE ALTURAS CON ESPEJOS Y SOMBRAS

**MATERIALES:**

Espejo

Flexómetro

**PROCEDIMIENTO:**

1. Elegir un edificio de la ciudad de Cuenca.
2. Colocar el espejo pequeño en el piso frente al edificio.
3. El estudiante se sitúa de tal manera que, erguido, vea reflejado en el espejo el edificio completo.
4. Utilizar el flexómetro para medir la altura del estudiante (desde sus ojos al suelo), la distancia de éste al espejo y la distancia del espejo al edificio.


**CONCLUSIONES**

1. Calcular la altura del edificio con los datos medidos.
2. Escribir el criterio de semejanza en triángulos rectángulos que empleó para encontrar la altura del edificio.

# ÍNDICE DE IMÁGENES

# REFERENCIAS


Arguedas, R., Brabenec, S., & Morera, M.  (2020). Efecto de una intervención motriz basada en el método de descubrimiento guiado sobre los patrones básicos de movimiento de un niño de 9 años: estudio de caso. MHSalud: Movimiento Humano y Salud, 17(1), 3.

Collazos, C., Jiménez, J., & Revelo, O. (2017). El trabajo colaborativo como estrategia didáctica para la enseñanza/aprendizaje de la programación: una revisión sistemática de literatura. TecnoLógicas, 21(41), 115-134.

Gallardo, J., & Gallardo, P. (2018). Teorías del juego como recurso educativo. IV Congreso Virtual Internacional sobre Innovación Pedagógica y Praxis Educativa INNOVAGOGÍA 2018. Recuperado de https://rio.upo.es/xmlui/handle/10433/6824

Merchán, M. (2012). Cómo desarrollar los procesos del pensamiento crítico mediante la pedagogía de la pregunta. Actualidades pedagógicas, 1(59), 119-146. Recuperado de https://ciencia.lasalle.edu.co/ap/vol1/iss59/7/

Morales, P. (2012). Elaboración de material didáctico. Estado de México: Red Tercer Milenio

Saucedo, R. (2018).  Satisfacción del uso de la calculadora como un elemento didáctico. Acoyauh, (60) , 19-28. Recuperado de http://200.188.0.180/ojs/index.php/acoyauh/article/view/29/22


# TEXTO DE CONSULTA


Garza, B.  (2015). Geometría y trigonometría.(2ª ed.). México:Pearson

## CONCLUSIONES

La educación ecuatoriana promueve el constructivismo, actuando el docente como orientador y el alumno como protagonista de su propio aprendizaje. Por eso, la propuesta presenta una serie de actividades individuales y/o grupales, juegos lúdicos, actividades virtuales y manejo de software para que el docente desarrolle sus clases constructivistas.

La encuesta aplicada muestra que los docentes tienen prácticas tradicionales que no favorecen el logro de aprendizajes significativos, por eso la propuesta promueve la resolución de problemas contextualizados, elaboración de organizadores gráficos que aportan a la comprensión de los temas, juegos interactivos y actividades online y/o presenciales que motivan y generan reflexión en los estudiantes.

La propuesta permite al docente aplicar en la clase diferentes métodos activos como: el método de resolución de problemas de George Pólya y el método de descubrimiento guiado, el uso de varios recursos didácticos, y diversas técnicas de evaluación aplicadas en los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación) mediante las plataformas kahoot, Quizizz y Geogebra.

## RECOMENDACIONES

Para continuar con el estudio de la Geometría plana se recomienda plantear actividades con problemas relacionados al contexto de los estudiantes con la finalidad de enlazar lo que aprenden en clases con su entorno.

Al aplicar técnicas de investigación en línea se aconseja tener el apoyo necesario de los docentes y estudiantes para no perjudicar el tiempo establecido en el desarrollo del trabajo de titulación.

Se sugiere elaborar guías didácticas con temas específicos de la Geometría Plana para que los docentes tengan diversas maneras de enseñar, utilizando métodos activos, técnicas y variados recursos didácticos que contribuyan a mejorar la comprensión de los contenidos.

Se recomienda utilizar esta guía didáctica en las clases de congruencia y semejanza de triángulos, debido a que tiene problemas relacionados a la ciudad de Cuenca, software, juegos en línea y actividades que fomentan la lectura, y la participación individual y colectiva. Además, permite al maestro potencializar las diferentes habilidades de comunicación, visualización y razonamiento de los estudiantes.

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


Allan, C., Parra, S., & Martins, A. (2017). Objetos de aprendizaje para la interpretación geométrica de métodos numéricos: Uso de geogebra. *TE&ET,* (20), *51-56.* Recuperado de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/64594/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Álvarez, J., Alonso, I. & Salgado, A. (2016). Resolución de problemas matemáticos en la Licenciatura en Educación Matemática-Física. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa,* *4*(1)*,* 67-82. Recuperado de http://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/481/668

Aparicio, O., & Ostos, O. (2018). El constructivismo y el construccionismo. *Revista interamericana de investigación, educación y pedagogía*, *11*(2), 115-120. doi: 10.15332/s1657-107X.2018.0002.05

Arguedas, R., Brabenec, S., & Morera, M. (2020). Efecto de una intervención motriz basada en el método de descubrimiento guiado sobre los patrones básicos de movimiento de un niño de 9 años: estudio de caso. *MHSalud: Movimiento Humano y Salud*, *17*(1), 3.

Asamblea Constituyente. (2008). Constitución de la República del Ecuador. Quito, Ecuador

Báez, R & Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática*, 12-16, 67-86. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/14702/1/Baez2007Principios.pdf

Briceño, E., & Alamillo, L. (2017). Propuesta de una situación didáctica con el uso de material didáctico para la comprensión de la noción de semejanza en estudiantes de segundo de secundaria. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, *8*(15), 111-131. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ierediech/v8n15/2448-8550-ierediech-8-15-111.pdf

Cahuana, J., & Vidal, E. (2019). Pensamiento Computacional para la mejora de las capacidades en Geometría Espacial-una experiencia constructivista con Sphero. *Revista Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, (17), 787-794. Recuperado de https://search.proquest.com/openview/5720c78f2e17a273d8e81e98967c792f/1?pq-origsite=gscholar&cbl=1006393

Calderone, M., & González, A. H. (2016). Materiales didácticos: una metodología para su producción en la era de las TIC. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, (13), 24-35. Recuperado de https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/16204

Campaña, L., Castro, M., Guerrero, L., & Hernández, A. (2018). Utilización de software libre (Dr. Geo y Kig) y su incidencia en el aprendizaje significativo de geometría. *Atlante. Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Recuperado de https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/03/software-libre-geometria.html

Collazos, C., Jiménez, J., & Revelo, O. (2017). El trabajo colaborativo como estrategia didáctica para la enseñanza/aprendizaje de la programación: una revisión sistemática de literatura. *TecnoLógicas, 21*(41), 115-134.

Farach, G.(2016). Estrategias metodológicas para fomentar la comprensión lectora. *Revista científica de FAREM-Estelí*, (20), 5-19. Recuperado de https://portalrevistasunanmanagua.unan.edu.ni/index.php/RCFAREM/article/view/19

Gallardo, J., & Gallardo, P. (2018). Teorías del juego como recurso educativo. IV Congreso Virtual Internacional sobre Innovación Pedagógica y Praxis Educativa INNOVAGOGÍA 2018. Recuperado de https://rio.upo.es/xmlui/handle/10433/6824

Gamarra, R (2016). *Programa de estrategias didácticas con el método Polya desde un enfoque sociocognitivo para desarrollar la capacidad de solucionar* *problemas matemáticos de los alumnos de 5° grado de educación primaria de la IE Santa Maria de la Esperanza, 2015* (Tesis de maestría). Universidad Católica los Ángeles Chimbote, Trujillo, Perú. Recuperado de http://repositorio.uladech.edu.pe/bitstream/handle/123456789/5393/METODO_DE_POLYA_RESOLUCION_GAMARRA_CALDERON_ROITER_SILVESTRE.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Gamboa, R. & Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria. *Revista Electrónica Educare*, *14*(2), 125-142. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933

Gay, A., & Ferreras, M. (2016). *La educación tecnológica*. Editorial Brujas.

Goncalves, R. (2006). Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en geometría. *Revista de Ciencias de la Educación*, *1*(27*)*, 83-98. Recuperado de http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/volIn27/27-5.pdf

González, C. (2012). Aplicación del Constructivismo Social en el Aula. Guatemala.

Guerra, L., Vélez, J., & Veliz, F. (2018). LOS MÉTODOS ACTIVOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DEL IDIOMA INGLÉS EN EL COLEGIO NACIONAL ROCAFUERTE. *REFCalE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa. ISSN 1390-9010*, *6*(1), 207-217.

Labarrere, A. (2016). Zona de desarrollo próximo como eje del desarrollo de los estudiantes: de la ayuda a la colaboración. *Summa Psicológica UST, 13*(1), 45-56. doi:10.18774/summa-vol13.num1-293

López, J. (2016). *La calculadora científico-técnica como herramienta educativa* (Tesis de maestría). Universitat Jaume I, España.

Mass, E. , Garcés, M., & González, J. (2018). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de polya. *PANORAMA*, *11*(21), 52-67. Recuperado de https://journal.poligran.edu.co/index.php/panorama/article/view/1055/920

Merchán, M. (2012). Cómo desarrollar los procesos del pensamiento crítico mediante la pedagogía de la pregunta. *Actualidades pedagógicas*, *1*(59), 119-146. Recuperado de https://ciencia.lasalle.edu.co/ap/vol1/iss59/7/

Ministerio de Educación. (2016). Introducción Matemática. Quito, Ecuador.

Morales, P. (2012). *Elaboración de material didáctico*. Estado de México: Red Tercer Milenio

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Reyero, M. (2019). La educación constructivista en la era digital. Revista Tecnología, Ciencia y Educación, (12), 111-127. Recuperado de: https://tecnologia-ciencia-educacion.com/judima/index.php/TCE/article/view/244

Rivera, N. (2016). Una óptica constructivista en la búsqueda de soluciones pertinentes a los problemas de la enseñanza-aprendizaje. Revista Cubana de Educación Médica Superior, 30(3), 609-614. Recuperado de https://www.medigraphic.com/pdfs/educacion/cem-2016/cem163n.pdf

Rodríguez, A., Celorio, A., & Gutiérrez, J. (2019). Enseñanza de la Matemática básica en la educación general básica de Ecuador (Original). *Roca. Revista científico-educacional de la provincia Granma*, *15*(2), 217-230. Recuperado de https://revistas.udg.co.cu/index.php/roca/article/view/840

Rodríguez, N., Delgadillo, M., & Torres, S. (2019). Los ambientes de aprendizaje constructivistas como alternativa para generar innovación en la universidad. *International Journal of Information Systems and Software Engineering for Big Companies (IJISEBC)*, *5*(2), 41-52. Recuperado de http://uajournals.com/ojs/index.php/ijisebc/article/view/397/293

Schunk, D. (2012). Teorías del aprendizaje, Naucalpan de Juárez, México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Tenutto, M., Klinoff, A., Boan, S., Redak, S., Antolín, M., Sipes, M.,... Cappelletti, G. (2006). *Escuela para maestros: Enciclopedia de Pedagogía Práctica*. Uruguay: Círculo Latino Austral S.A.

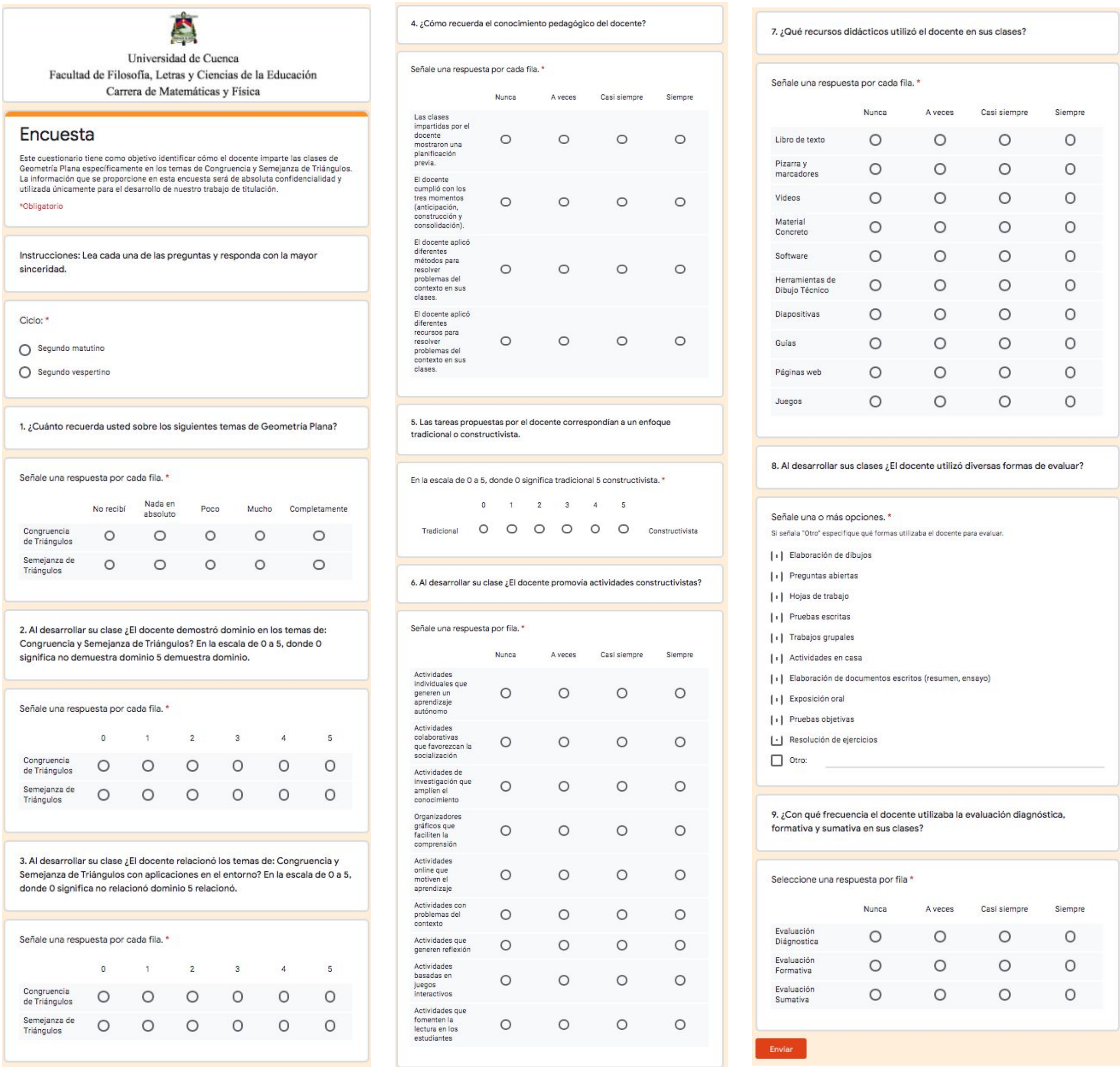
Saucedo, R. (2018). Satisfacción del uso de la calculadora como un elemento didáctico. *Acoyauh,* (60) , 19-28. Recuperado de http://200.188.0.180/ojs/index.php/acoyauh/article/view/29/22

# ANEXOS

Anexo 1. Encuesta en línea

Link de la encuesta:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdCyfKhJtFtQQ8RnMO8RSDR8beoY5SkGa-GsmVBw7qz4jjLAQ/viewform?usp=sf_link



Universidad de Cuenca
Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Carrera de Matemáticas y Física

## Encuesta

Este cuestionario tiene como objetivo identificar cómo el docente imparte las clases de Geometría Plana específicamente en los temas de Congruencia y Semejanza de Triángulos. La información que se proporcione en esta encuesta será de absoluta confidencialidad y utilizada únicamente para el desarrollo de nuestro trabajo de titulación.

*Obligatorio

**Instrucciones: Lea cada una de las preguntas y responda con la mayor sinceridad.**

Ciclo: *

- Segundo matutino
- Segundo vespertino

**1. ¿Cuánto recuerda usted sobre los siguientes temas de Geometria Plana?**

Señale una respuesta por cada fila. *

| | No recibí | Nada en absoluto | Poco | Mucho | Completamente |
|---|---|---|---|---|---|
| Congruencia de Triángulos | | | | | |
| Semejanza de Triángulos | | | | | |

**2. Al desarrollar su clase ¿El docente demostró dominio en los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos? En la escala de 0 a 5, donde 0 significa no demuestra dominio 5 demuestra dominio.**

Señale una respuesta por cada fila. *

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Congruencia de Triángulos | | | | | | |
| Semejanza de Triángulos | | | | | | |

**3. Al desarrollar su clase ¿El docente relacionó los temas de: Congruencia y Semejanza de Triángulos con aplicaciones en el entorno? En la escala de 0 a 5, donde 0 significa no relacionó dominio 5 relacionó.**

Señale una respuesta por cada fila. *

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Congruencia de Triángulos | | | | | | |
| Semejanza de Triángulos | | | | | | |

**4. ¿Cómo recuerda el conocimiento pedagógico del docente?**

Señale una respuesta por cada fila. *

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Las clases impartidas por el docente mostraron una planificación previa. | | | | |
| El docente cumplió con los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación). | | | | |
| El docente aplicó diferentes métodos para resolver problemas del contexto en sus clases. | | | | |
| El docente aplicó diferentes recursos para resolver problemas del contexto en sus clases. | | | | |

**5. Las tareas propuestas por el docente correspondian a un enfoque tradicional o constructivista.**

En la escala de 0 a 5, donde 0 significa tradicional 5 constructivista. *

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tradicional | | | | | | | Constructivista |

**6. Al desarrollar su clase ¿El docente promovia actividades constructivistas?**

Señale una respuesta por fila. *

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Actividades individuales que generen un aprendizaje autónomo | | | | |
| Actividades colaborativas que favorezcan la socialización | | | | |
| Actividades de investigación que amplíen el conocimiento | | | | |
| Organizadores gráficos que faciliten la comprensión | | | | |
| Actividades online que motiven el aprendizaje | | | | |
| Actividades con problemas del contexto | | | | |
| Actividades que generen reflexión | | | | |
| Actividades basadas en juegos interactivos | | | | |
| Actividades que fomenten la lectura en los estudiantes | | | | |

**7. ¿Qué recursos didácticos utilizó el docente en sus clases?**

Señale una respuesta por cada fila. *

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Libro de texto | | | | |
| Pizarra y marcadores | | | | |
| Videos | | | | |
| Material Concreto | | | | |
| Software | | | | |
| Herramientas de Dibujo Técnico | | | | |
| Diapositivas | | | | |
| Guias | | | | |
| Páginas web | | | | |
| Juegos | | | | |

**8. Al desarrollar sus clases ¿El docente utilizó diversas formas de evaluar?**

Señale una o más opciones. *

Si señala "Otro" especifique qué formas utilizaba el docente para evaluar.

- [ ] Elaboración de dibujos
- [ ] Preguntas abiertas
- [ ] Hojas de trabajo
- [ ] Pruebas escritas
- [ ] Trabajos grupales
- [ ] Actividades en casa
- [ ] Elaboración de documentos escritos (resumen, ensayo)
- [ ] Exposición oral
- [ ] Pruebas objetivas
- [ ] Resolución de ejercicios
- [ ] Otro:

**9. ¿Con qué frecuencia el docente utilizaba la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa en sus clases?**

Seleccione una respuesta por fila *

| | Nunca | A veces | Casi siempre | Siempre |
|---|---|---|---|---|
| Evaluación Diágnostica | | | | |
| Evaluación Formativa | | | | |
| Evaluación Sumativa | | | | |

Enviar