UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Maestría en Docencia de las Matemáticas

Comprensión de conceptos y resolución de ejercicios sobre funciones cuadráticas, mediante la aplicación del software Geogebra, en estudiantes del primer año de bachillerato general unificado de una unidad educativa local

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Magíster en Docencia de las Matemáticas

Autor:

Milton Ramiro Vargas Castillo

CI: 0301212726

Correo electrónico: vargasmilton@hotmail.com

Tutora:

Doris Yolanda Suquilanda Villa

CI: 0103271946

Cuenca, Ecuador

31-agosto-2020

RESUMEN:

El presente estudio tuvo el propósito de promover la comprensión de conceptos y la solución de ejercicios sobre funciones cuadráticas mediante el uso del software GeoGebra. Para ello se eligió un diseño metodológico cuasi-experimental con posprueba únicamente y grupo de control. El estudio se realizó en un establecimiento público de la ciudad de Azogues, Ecuador, con 30 estudiantes que pertenecen al grupo de intervención y 30 que pertenecen al grupo de control. Se realizó una evaluación diagnóstica que permitió conocer que los dos grupos se encontraban en igualdad de condiciones. La intervención, en un grupo, consistió en la implementación de 15 horas de clase de BGU con el software GeoGebra en el laboratorio de cómputo del establecimiento, mientras que, en el otro grupo se realizaron las 15 horas de clases en el aula regular sin uso del GeoGebra. Los resultados permitieron establecer que el trabajo con el software influye positivamente en la comprensión de conceptos y en la solución de ejercicios de las funciones cuadráticas. Los resultados sobre 12 puntos evidenciaron que los estudiantes del grupo de control alcanzaron un promedio de 10,20 puntos (D.E. 2,02) y los del grupo de control 6,57 puntos (D.E. 2,47), lo cual se considera una diferencia significativa al realizar una comparación con el estadístico de prueba no paramétrico U de Mann Whitney (z =-4,812, p =0,000, unilateral, d de Cohen 1,61). Se discute la importancia que tiene el software para facilitar la enseñanza de la asignatura de Matemática para los estudiantes del primer año de BGU.

Palabras clave: Aplicación de software. Enseñanza de Matemáticas. Funciones cuadráticas. GeoGebra. TIC.

ABSTRACT:

The present research had the purpose to promote the understanding of concepts and the solution of exercises on quadratic functions through the use of GeoGebra software. For this research, a quasi-experimental methodological design was chosen with only post-test and control group. The study was carried out in a public establishment in the city of Azogues, Ecuador, with 30 students who belong to the intervention group and another group of 30 who belong to the control group. A diagnostic evaluation was carried out which allowed to know that the two groups were in equal conditions. The intervention, in group one, consisted of the implementation of 15 hours class of BGU with GeoGebra software in the establishment's computer lab, while in the other group the 15 hours of classes were held in the regular classroom without using GeoGebra. The results allowed us to establish that working with software has a positive influence about the understanding of concepts and the problem solving related to quadratic functions exercises. The results on 12 points showed that the students of the control group reached an average of 10.20 points (SD 2.02) and those of the control group 6.57 points (SD 2.47), which is considered a significant difference when making a comparison with the non-parametric test statistic U of Mann Whitney ($z = -4.812$, $p = 0.000$, unilateral, Cohen's d 1.61).I The importance of GeoGebra software to facilitate the teaching of the subject of mathematics for the students of the first year of BGU is discussed.

Keywords: Software application. Mathematics Teaching. Quadratic Functions. GeoGebra. ICT.

Índice del Trabajo

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE ANEXOS

Cláusula de Propiedad Intelectual

Milton Ramiro Vargas Castillo, autor del trabajo de titulación "Comprensión de conceptos y resolución de ejercicios sobre funciones cuadráticas, mediante la aplicación del software Geogebra, en estudiantes del primer año de bachillerato general unificado de una unidad educativa local", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 31 de agosto de 2020

Milton Ramiro Vargas Castillo

C.I: 0301212726

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Milton Ramiro Vargas Castillo, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Comprensión de conceptos y resolución de ejercicios sobre funciones cuadráticas, mediante la aplicación del software Geogebra, en estudiantes del primer año de bachillerato general unificado de una unidad educativa local", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 31 de agosto de 2020

Milton Ramiro Vargas Castillo

C.I: 0301212726

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo va dirigido con un afectuoso saludo de respeto y profundo agradecimiento a los catedráticos de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad De Cuenca, aquellos que compartieron sus conocimientos durante los encuentros presenciales durante el desarrollo de la Maestría de Docencia de las Matemáticas y quienes los dirigían; especialmente a la Magister Doris Suquilanda, tutora del trabajo de graduación. También deseo expresar mi gratitud a los directivos y docentes de la Unidad Educativa La Salle de Azogues por permitir realizar el estudio del presente documento, el mismo que pongo a su consideración. Así mismo, mi reconocimiento a mis compañeros, amigos y familiares que me brindaron su apoyo en todo este tiempo, especialmente a mi querida hermana Miriam por su ilimitada y desinteresada contribución y apoyo. Finalmente deseo darle gracias a Dios por las bendiciones y permitirme alcanzar esta nueva meta, lo que me compromete a ponerlo en práctica en mi carrera profesional.

Milton V

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de graduación a mi querida esposa Marina, de quien siempre recibí palabras de aliento y su apoyo incondicional; a mis padres, que seguro estoy, desde su morada celestial, siguen guiándome y sus consejos son ahora un código de mi existencia.

Milton V

INTRODUCCIÓN

En la actualidad se fortalece la idea de buscar formas de empleo y aplicación de herramientas tecnológicas que faciliten la comprensión y adquisición de conceptos específicos y funcionales con prácticas dinámicas y activas, en lugar de procedimientos mecánicos y memorísticos; actividades que pueden ser viables y reforzadas con la utilización de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza de la asignatura.

Es oportuno tomar como punto de partida la información del Instituto Nacional de Evaluación (INEVAL) sobre los resultados de las pruebas Ser Estudiante 2013 que dan cuenta del limitado nivel de desempeño en Matemática. El 25% de estudiantes del cuarto año de educación básica no alcanzan los niveles elementales, un 30% en séptimo y un el 42% y en décimo. Resulta preocupante el tercero de bachillerato cuyo rendimiento en un 30% sigue siendo insuficiente. En las pruebas Ser Bachiller 2014, en el área de las matemáticas el 20% no aprueba, el 31% tiene conocimientos elementales, el 32% es satisfactorio y tan sólo el 12% es excelente.

Ante esta preocupante realidad se requiere un cambio, las herramientas tecnológicas pueden ser un aliado del docente por su versatilidad y posibilidades. Sin embargo, se debe tener presente que no se trata de enseñar cómo utilizar estas herramientas específicas, sino que el docente puede y debe utilizarlas como un medio para enseñar matemáticas (Real, 2001), al tiempo de recomendar aplicaciones informáticas como Xmaxima, GeoGebra, Kig, Kmplot, Geomviewe o applet Descartes.

El uso de las computadoras en escuelas y colegios es una práctica frecuente, las nuevas tecnologías se han incluido rápidamente en la práctica escolar. Además, las exigencias del nuevo Bachillerato General Unificado (BGU), sugieren el uso de programas específicos y herramientas apropiadas para desarrollar destrezas en los estudiantes. En este sentido Salat (2013) considera que la tecnología ha influido en la enseñanza de las matemáticas de dos maneras: 1) la una influye en la definición de los programas de la asignatura, por la capacidad de las computadoras de procesar grandes cantidades de datos y 2) la otra en el sentido que las computadoras se han convertido en un recurso para potenciar el aprendizaje como algo atractivo para el estudiante.

El laboratorio de cómputo, sin desmerecer el trabajo en el aula de clases, se presta mucho más para el aprendizaje desde un enfoque constructivista. En el aula, gran parte del tiempo, el docente juega un papel protagónico mientras que el estudiante juega un papel pasivo, pero al disponer de una computadora personalizada, el docente se convierta en un facilitador de procesos disminuyendo su protagonismo (Ruiz, 2008). En este sentido, el apoyo que ofrecen las tecnologías de la informática para lograr aprendizajes significativos en matemáticas ocurre con mayor celeridad en el laboratorio de cómputo.

A nivel local, en la unidad educativa La Salle Azogues, los resultados de la evaluación en Matemáticas realizada a los primeros años de bachillerato durante tres arrojó los siguientes resultados:

- Año lectivo 2012 – 2013, de 43 estudiantes, en el primer quimestre, período en el que se trabaja el bloque de funciones; 22 estudiantes (51,16%), no alcanzan los aprendizajes; así mismo al finalizar el año, 13 estudiantes (30,23%) deben rendir un examen supletorio.
- Para el lectivo 2013 – 2014, 15 de 38 estudiantes, el 39,47% no alcanzan los aprendizajes en el primer quimestre y el mismo porcentaje debe rendir examen supletorio. Por último, en el año lectivo 2014 – 2015, 23 estudiantes de 45, (51,11%) no alcanzan los aprendizajes y 17 que representan un 37,78% requieren un examen supletorio.

Analizando los instrumentos de evaluación que reposan en el vicerrectorado y los informes de aprendizaje de los docentes; se puede apreciar que las dificultades en la comprensión de conceptos y el escaso desarrollo de destrezas en la solución de problemas, constituyen en factores que pueden influir en los resultados observados. Más aún si se considera que el aprendizaje de funciones cuadráticas nos ayuda a resolver problemas de la realidad; al trabajar con datos reales, aumenta la dificultad de realizar cálculos, gráficos y el análisis de las mismas. La incorporación de recursos tecnológicos es una alternativa que puede contribuir a disminuir este problema. Para saber en qué medida los recursos tecnológicos pueden ayudar a disminuir el problema, es conveniente investigar sus ventajas y su impacto en procesos de enseñanza concretos (Castillo, 2008).

La enseñanza de las matemáticas básicas, en casi todos los tiempos, ha encontrado su mayor dificultad no solo en la enseñanza y uso de conceptos algebraicos, sino en el aprendizaje del estudiante, en cómo acepta y comprende dichos conceptos. Socas (2007), señala que estas dificultades "surgen por las estrategias y reglas personales que los alumnos emplean en la resolución de la situación problemática y son consecuencia de las experiencias anteriores en Matemáticas" (p. 9). Para el autor, inclusive muchos estudiantes con resultados aparentemente satisfactorios, es probable que oculten errores operacionales, estructurales y procesuales, los que, a su vez, dificultarían aprendizajes posteriores lo que va en detrimento de su rendimiento.

Este trabajo de investigación se realizó en la unidad educativa La Salle Azogues, en el primer año unificado del bachillerato, en el lectivo 2016 - 2017 en el tema específico de las funciones cuadráticas, siendo su argumento de peso los avances didácticos en la utilidad del software para la resolución de ejercicios y problemas del tema indicado. El presente trabajo se desarrolló con enfoque cuantitativo con un diseño de investigación cuasi-experimental. Cabe mencionar que se trabajó con dos paralelos de estudiantes del mismo año de bachillerato, pero se aplicó una guía didáctica a un solo grupo de ellos (en el laboratorio de cómputo), a los que llamamos grupo de intervención; en tanto que, con el segundo grupo llamado de control, se trabajó con una metodología sin el apoyo del sofware GeoGebra (en el aula de clases); esto con el propósito de establecer una comparación de los resultados obtenidos en las evaluaciones, sobre todo al final del tema estudiado.

La investigación aporta un diseño de clase con el programa GeoGebra específico en el tema de las funciones cuadráticas con un enfoque significativo en la metodología de enseñanza a través de un método interactivo y participativo de los estudiantes. Este método está basado en el uso del software para el desarrollo y aprendizaje de funciones cuadráticas.

Todo esto se estructuró en un planteamiento inicial del problema o tema a investigar, una secuencia de antecedentes al tema educativo particular, los objetivos planteados y tres capítulos. En el Capítulo I se desarrolla un marco teórico que conlleva toda la información que concierne con la investigación en referencia en el que consideró cinco apartados, el primero aborda en enfoque teórico pedagógico que orienta esta investigación, el segundo considera los ambientes para aprender, el tercero se centra en la enseñanza de las funciones cuadráticas, el cuarto apunta a la enseñanza de la Matemática con el soporte de las TIC y en el quinto se hace de forma específica la revisión de estudios sobre la enseñanza de las funciones cuadráticas con GeoGebra. En el Capítulo II se aborda la metodología de la investigación, en el que se expone la población, la muestra del estudio y el tipo de investigación, la cual se desarrolló en dos etapas: una exploratoria sobre el problema en estudiantes, y la de cierre en estudiantes con la aplicación de la clase del diseño propuesto. En el Capítulo III se presentan los resultados obtenidos en relación a los objetivos específicos planteados en el estudio, así como se discuten las implicaciones pedagógicas del empleo de este recurso. El trabajo cierra con las conclusiones sobre los resultados obtenidos, las recomendaciones generales y el resumen de la implicación pedagógica, como sugerencia educativa del tema de las funciones cuadráticas en el primer año unificado.

Objetivos de la Investigación

Objetivo general

Promover la comprensión de conceptos y la solución de ejercicios sobre funciones cuadráticas mediante el uso del software GeoGebra.

Objetivos Específicos

1) Identificar las deficiencias y errores más frecuentes en la comprensión de conceptos de funciones cuadráticas y en la resolución de ejercicios.
2) Diseñar una guía didáctica sustentada en el uso del software GeoGebra, para la comprensión de conceptos y resolución de ejercicios.
3) Determinar cómo el software GeoGebra influye en la comprensión de conceptos y en la solución de ejercicios de las funciones cuadráticas.

CAPÍTULO 1

EL MARCO TEÓRICO

El continuo avance de la tecnología al servicio de la educación, ha hecho inminente la incorporación de la mediación digital en la programación e implementación de recursos didácticos que, hoy en día, constituyen uno de los ejes del trabajo docente. Esto, respondiendo al surgimiento de "pedagogías emergentes" que consoliden teorías de aprendizaje constructivista y significativo, que van de la mano de la actual era digital; rompiendo esquemas tradicionalistas concentrados en la simple transmisión de conocimientos a través de clases magistrales donde el proceso educativo era dominado únicamente por él, relegando a los estudiantes a la acumulación de contenidos teóricos. En tal sentido, incorporar recursos digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje requiere del análisis previo de la potencialidad de estos recursos, con respecto a los aportes que pueda o no generar para la consolidación de conocimientos en los estudiantes. Por tal razón, en este capítulo, se realiza una revisión de la literatura en torno a las variables asociadas al presente estudio, formulando el sustento teórico que avala el uso de herramientas digitales, como GeoGebra, en la enseñanza de funciones cuadráticas.

1.1. La enseñanza de matemáticas desde el Constructivismo y Aprendizaje Significativo

El modelo pedagógico tradicional, que concibe la enseñanza como transmisión de conocimientos y valores del profesor hacia los estudiantes, apareció a inicios del siglo XVIII, misma época en que la escuela empezó a considerarse una institución, y tomó fuerza en el siglo XIX cuando surge la pedagogía como ciencia (Rodríguez, 2013). Esta enseñanza tradicionalista entendía el conocimiento como un elemento independiente del pensamiento o la construcción del mismo, se creía que, el estudiante solo podía aprender receptando y acumulando lo que el docente le "contaba" en la clase, y si memorizaba los contenidos (Blanco, Miranda y Melero, 1993; De Zubiría, 2006; Rodríguez, 2013).

Es así que, en oposición a este enfoque pasivo del estudiante, el Constructivismo y el Aprendizaje Significativo, aparecen como una corriente epistemológica que se preocupa por entender y atender los problemas que, hasta entonces, presentaba la formación del conocimiento humano, tomando como antecedentes los pensamientos de Vico, Kant, Marx y Darwin, quienes, en general, planteaban que "los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos" (Martínez y Zea, 2004, p. 72).

1.1.1. El modelo constructivista

El verbo *construir* proviene del latín *struere*, que significa "arreglar" o "dar estructura"; siendo este, el principio básico de este modelo, cuya idea central es que el aprendizaje se construye, puesto que, el cerebro elabora nuevos conocimientos a partir de enseñanzas anteriores (Hernández-Requena, 2008). Así, el modelo constructivista se fundamenta en la construcción del conocimiento, no en su reproducción; en tanto que, busca que sea el propio estudiante quien dé forma a su propio conocimiento, recurriendo al educador como un guía y mentor, lo cual, deja al estudiante la libertad necesaria para que explore y descubra (Hernández-Requena, 2008).

Cuando los estudiantes son capaces de construir su propio conocimiento, resulta más sencillo entender la información proporcionada y llevarla a la práctica. Es por ello que, el conocimiento se construye a través de la experiencia; la experiencia conduce a la creación de esquemas; los esquemas son modelos mentales que se almacenan en la mente, se transforman, se reproducen y se vuelven cada vez más sofisticados a través de dos procesos que pueden ser complementarios: la asimilación y el alojamiento (Piaget, 1978).

En el aprendizaje de matemáticas, desde una postura constructivista, Rico (1995) plantea que hay un común acuerdo entre los siguientes puntos:

> 1) Todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva. 2) Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción. 3) Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce a la transformación de

> las estructuras existentes. 4) Reconocer el constructivismo como una posición cognitiva conduce a adoptar el constructivismo metodológico. Y, 5) Por lo tanto, en el proceso de construcción de conocimientos matemáticos aparecerán de forma sistemática errores; los cuales deben ser detectados, corregidos y superarlos mediante actividades que promuevan la crítica sobre las propias producciones. (p.73)

Por tanto, pese a que existen leyes universales en el conocimiento, es menester señalar que el conocimiento de ellas es un constructo cognitivo que las interpreta y perfecciona matemáticamente (Rico, 1995). El conocimiento de la matemática, por lo tanto, no es algo acabado, sino en construcción.

1.1.2. El aprendizaje significativo

En términos de pedagogía actual, el Aprendizaje Significativo propuesta por Ausubel en 1963, se fundamenta en el siguiente planteamiento: “la psicología educativa puede resumirse en un principio básico: el factor de mayor importancia en el aprendizaje, es lo que el estudiante ya sabe, por lo cual, se debe averiguar este conocimiento previo y enseñarle consecuentemente con ello” (Ausubel, 2002, p. 12).

En tal sentido, teoría del aprendizaje significativo aparece como contraposición de las teorías y pedagogías tradicionales basadas en el conductismo; de modo que, el carácter de “significativo” implica que el aprendizaje se ha fundamentado en el descubrimiento y el activismo, el estudiante aprende aquello que descubre y que respalda en los conocimientos que anteriormente ha adquirido del aula y de la vida cotidiana.

De acuerdo con Rodríguez (2011) el aprendizaje significativo tiene el fin de incrementar y preservar los conocimientos, para lo cual, el factor más importante es la integración de los conocimientos existentes en la estructura cognitiva y la nueva información; es ahí donde toma relevancia el rol del docente y las actividades que favorezcan la evolución y estabilidad de dicha estructura cognitiva. Por lo tanto, el éxito en la consecución de un aprendizaje significativo dependerá de los recursos que provea el docente, por un lado, y, de la actitud que manifieste el estudiante hacia el proceso de aprendizaje, esto es, disposición para relacionar los contenidos y los conocimientos de manera intencional, libre y espontánea, no al pie de la letra (Ausubel, 1980).

Desde la enseñanza de matemáticas, el planteamiento de Ausubel se ajusta al proceso de enseñanza de la matemática, ya que permite superar el memorismo tradicional y pasar a implementar nuevos métodos de enseñanza para un aprendizaje significativo, comprensivo y autónomo. Esto permitirá la consolidación de conceptos que, posteriormente, podrán ser llevados a la práctica de las matemáticas y la resolución de problemas asociados a la cotidianidad.

1.2. Ambientes adecuados para el aprendizaje de matemáticas

La escolarización es una de las etapas más significativas en el desarrollo del ser humano, esta iniciación diacrónica constituye una base sobre la cual el individuo da forma a los conocimientos que, a lo largo de su vida, le servirán para desenvolverse en el entorno; por lo tanto, el proceso de desarrollo y su aprendizaje dependerá del contexto escolar: ambiente escolar, clima de aula, apoyo parental, grupo de pares, docente, método de enseñanza, pedagogía del currículo, etc. (Gimeno, 2007; Chan, 2010; Castro, Ezquerra y Argos, 2012).

De acuerdo con el aporte de la Federación de Enseñanza de Andalucía (2012), al igual que la lectoescritura, las matemáticas elementales se configuran como aprendizajes instrumentales básicos que los individuos realizan en las primeras etapas de educación (escuela y colegio); puesto que, el conocimiento matemático les servirá para desenvolverse en situaciones cotidianas de la vida (comprar, organizar objetos, calcular elementos, resolver problemas, etc.); sin embargo, el aprendizaje de las matemáticas y, consecuentemente, el fracaso del mismo, es una constante.

Al respecto, Díaz, García, García y Pacheco (2014) señalan que la asignatura de matemáticas desde siempre ha sido considerada de gran complejidad, lo cual provoca que los estudiantes se predispongan a fallar, y que, los errores presentes en edades tempranas, sean arrastrados año tras año, sin que se le preste mayor atención; entonces, el estudiante se enfoca en aprobar la asignatura, de cualquier forma, pasando por alto los problemas que afectan su capacidad de resolución matemática. Por lo tanto, “el rechazo del estudiante a la matemática se debe en parte, a una actitud heredada a través de generaciones, las cuales han planteado a esta ciencia como materia de gran dificultad para su aprendizaje, y en parte a que efectivamente para algunos resulta difícil” (Navarro-Cupean, 2013, p. 4).

En tal sentido, el docente debe tener en cuenta ciertos elementos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje para que las matemáticas no sean aburridas para los estudiantes, especialmente, se debe generar un ambiente motivador para el aprendizaje, pero, sobre todo, un entorno adaptado al contexto de la educación actual: el aula, el laboratorio de cómputo y el entorno virtual.

1.2.1. El aula de clases

Para Cardoso y Cerecedo (2008), es de conocimiento de los educadores que todas las asignaturas que se imparten a lo largo del sistema escolar, deben contribuir al desarrollo cognitivo, afectivo, emocional y a la formación de la personalidad; sin embargo, es reconocido también que las matemáticas tienen un sitio destacado en la formación de la inteligencia. Por tal razón, señalan estos mismos autores, el aula de matemáticas debe caracterizarse por la presencia de recursos didácticos que favorezcan a la construcción de hábitos y actitudes para el descubrimiento, a través del planteamiento de problemas y situaciones didácticas que se contextualizan a la realidad, de modo que su aplicación sea incluso útil en la vida.

El desarrollo del proceso de aprendizaje de las matemáticas requiere de un aula donde frecuentemente se practique con la aplicación de situaciones didácticas en un contexto creativo, interactivo y colaborativo, de modo que, no sea un proceso unidireccional o receptivo, sino que, se caracterice por un espacio activo donde los estudiantes puedan dar significado a la información provista por su docente y generar nuevos conocimientos; esto, de la mano de sus conocimientos previos, al intercambio de conocimientos entre pares, y a la solución de problemas en conjunto (Cardoso y Cerecedo, 2008).

Para ello, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (2013) ofrece las siguientes recomendaciones para un ambiente de aula que permita una educación matemática de calidad:

- Potenciar el interés y el disfrute natural de los estudiantes hacia las matemáticas, así como, una disposición natural de utilizar las matemáticas para darles sentido en el mundo real.
- Enseñar las matemáticas con base en las experiencias y conocimientos previos de los estudiantes, incluyendo su contexto familiar, cultural, lingüístico, comunitario; así como, sus conocimientos informales.
- Utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan la resolución de problemas y el razonamiento, la representación y la comunicación.
- Promover la interacción profunda y continuada de los estudiantes con las matemáticas.
- Integrar las matemáticas con otras actividades y otras actividades con las matemáticas.
- Proporcionar tiempo y recursos suficientes para que los estudiantes se impliquen en el juego como espacio en que exploran y manipulan con interés las ideas matemáticas.
- Introducir activamente las matemáticas mediante experiencias y estrategias de enseñanza innovadores, creativas e interesantes, mediante el aprovechamiento de las nuevas tecnologías.

Tomando en cuenta todo lo anterior, la propuesta de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en este nuevo milenio, se apega a la posición constructivista de Vygostky, donde el conocimiento se produce con la construcción que realiza el propio ser humano a partir de los esquemas que posee (conocimientos previos) y el medio que lo rodea (Coll, 2010). En definitiva, frente a las limitaciones de acceso a las TIC, es posible realizar un aprendizaje significativo en el aula de clases. No obstante, un laboratorio de cómputo es un recurso adicional para el proceso formativo que tiene grandes ventajas sobre el empleo exclusivo del aula.

1.2.2. El laboratorio de cómputo

De la misma forma en que las tecnologías constituyen un recurso importante para la enseñanza de las matemáticas, recíprocamente, las matemáticas hacen posible la innovación tecnológica y sus variadas aplicaciones (Reimers, 2006). Por lo tanto, podría decirse que las matemáticas y las tecnologías tienen una relación estrecha.

Las metodologías asociadas al uso de TIC en el aula de matemáticas comparten entre sí el hecho de fomentar que los estudiantes experimenten, manipulen, corrijan, conjeturen y socialicen; ponen a disposición de los estudiantes verdaderos “laboratorios de matemáticas” en los que conceptos matemáticos muy abstractos se materializan y el estudiante experimenta con ellos (Reimers, 2006; Cardoso y Cerecedo, 2008). Con lo mencionado hasta ahora parece que es imparable la trasformación paulatina en la manera de enseñar las matemáticas usando las TIC, ya que estas facilitan la interacción de los estudiantes con las matemáticas, lo que permite una mejor comprensión y ayudan a su perfeccionamiento del aprendizaje.

Sobre esto, Nunes y Bryant (2005) señalan que hace cien años una persona era considerada “numéricamente competente” si demostraba dominio de la aritmética y los porcentajes; sin embargo, en el mundo actual, basado en la tecnología, ser competente, en términos matemáticos, involucra entender las relaciones numéricas y espaciales, y comentarlas aplicando sistemas de numeración y medición, así como herramientas tecnológicas y computacionales, propias de la cultura moderna. Por lo tanto. “ya no se discute sobre su necesidad, sino sobre las ventajas que promete su utilización, su incidencia en el conocimiento y procesos del pensamiento de los estudiantes y la forma como impactan en la reestructuración del currículo educativo” (Castillo, 2008, p. 172).

El laboratorio de cómputo permite a los estudiantes trabajar con actividades interactivas aplicando las nuevas tecnologías como parte del proceso didáctico; lo cual, según Cardoso y Cerecedo (2008) ha demostrado en los estudiantes actitudes positivas, como: probar con insistencia, ensayar distintas formas de afrontar el problema planteado y encontrar soluciones creativas que no se habían contemplado. De esta manera, un laboratorio de cómputo ofrece nuevas formas de enseñar y de desarrollar el procesamiento cognitivo, gracias a los grandes volúmenes de información a la que se puede acceder en tiempo real, al desplazamiento de funciones de texto a imágenes, la retroalimentación que permite hacer correcciones inmediatas o redirigir las acciones, la oportunidad de presentar contenidos de manera más atractiva con movimientos, sonidos, entre otras opciones interactivas que permiten generar material para fortalecer el aprendizaje en el aula, en un contexto que en la actualidad los estudiantes dominan.

De tal manera, el aprendizaje de Matemáticas, considerando la complejidad de los procesos, demanda que el docente utilice una diversidad de metodologías para procurar mayor eficacia En este sentido las TIC brindan un aporte esencial a esta asignatura, ya que abren la posibilidad de nuevos ambientes y por lo tanto se pueden desarrollar nuevas técnicas para aprovechar al máximo estos recursos (Arrieta, 2013). Así, el ordendador, el proyector, la pizarra digital, en lo que se refiere a hardware, pueden ser un buen asociado del educador por su versatilidad y posibilidades; y, en cuanto al software, el docente de Matemáticas puede recurrir a programas de software libre, como: Xmaxima, GeoGebra, Kig, Kmplot, Geomviewe. (Real , 2011).

La UNESCO (citado por Avila y Bosco, 2001) en su informe mundial de la educación, señala:

> Los entornos de aprendizaje virtuales constituyen una forma totalmente nueva de Tecnología Educativa y ofrece una compleja serie de oportunidades y tareas a las instituciones de enseñanza de todo el mundo", el entorno de aprendizaje virtual lo define como "un programa informático interactivo de carácter pedagógico que posee una capacidad de comunicación integrada, es decir, que está asociado a Nuevas Tecnologías (p. 2).

En un contexto educativo, los educandos aprenden contenidos de matemáticas, pero también desarrollan habilidades intelectuales relacionadas a esos aprendizajes tales como simbolizar la realidad, obtener juicios de valor, razonar, inventar o resolver problemas de diversos tipos; por lo cual, según Arrieta (2013), las TIC contribuyen al aprendizaje de las matemáticas, ya que:

- La observación de conceptos matemáticos a través de una imagen que puede ser manipulada y que reacciona a las acciones del alumnado ayuda en su comprensión. Por ejemplo, no es lo mismo dibujar la mediatriz de un segmento en papel que dibujarla usando GeoGebra, pudiendo, en este último caso, mover el segmento y que el alumnado pueda observar cómo se desplaza también la mediatriz de dicho segmento, al tiempo que se mantienen las propiedades esenciales de la misma.

- Mejora la capacidad del alumnado en tareas como organizar y analizar datos, así como en la realización de cálculos de forma eficaz. Un ejemplo claro es el uso de algún software como Microsoft Excel, que realiza operaciones complejas con datos y crea gráficas que ayudan a su representación.
- Las TIC se pueden emplear en la enseñanza de los números, las medidas como la longitud, la superficie, el volumen, visualizando los planos o cuerpos geométricos de todo tipo de construcciones e iniciando al alumnado en la geometría espacial, de manera que, a través de la visualización, comiencen a observar e indagar sobre diferentes objetos como conos, cilindros, esferas, pirámides, cubos, distintos poliedros, etc.
- También se pueden aplicar a la estadística mediante la visualización de distintas gráficas con el propósito de comprender cómo se resumen grandes cantidades de datos, para después extraer, mediante el análisis, conclusiones muy precisas que de otra forma sería mucho más laborioso y problemático conseguir.
- Aumentan la capacidad del alumnado para tomar decisiones y comenzar a resolver problemas, permitiendo que los estudiantes interaccionen entre ellos mismos y su profesor/a, aportando su opinión o punto de vista sobre el objeto visualizado. Por ejemplo, sobre el tipo de gráfica, qué es lo que representa, cómo varía al cambiar algún dato, etc., es decir, posibilita también desarrollar el pensamiento crítico.
- Las TIC potencian el desarrollo de la capacidad de razonamiento, la elaboración de modelos y, sobre todo, la preparación para llegar a resolver problemas complejos. (p.19)

El uso de las TIC, además de lo anteriormente reseñado, es muy transcendental porque permite al educando relacionarse con un medio que es familiar y cercano al entorno del estudiantado, consiguiéndose así un transcendental efecto motivador (Camacho, 2015). Así pues, las TIC deben de utilizarse especialmente para estimular las capacidades intelectuales, para desenvolver la capacidad de estudiar una gráfica, una imagen, unos datos y poder desemparejar para luego proceder a comparar cada caso concreto.

1.3. La enseñanza de las funciones cuadráticas

1.3.1. Funciones cuadráticas

Una función cuadrática es una expresión algebraica de la forma: $\mathrm{y} = \mathrm{a}\,\mathrm{x}^2 + \mathrm{b}\,\mathrm{x} + \mathrm{c}$, con $\mathrm{a} \neq 0$ (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016).

Teniendo en cuenta lo anterior, en las instituciones educativas, el bloque correspondiente a la función cuadrática que se debe enseñar en el primer año de bachillerato, incluyen el conocimiento de la historia de las funciones, definición de función cuadrática, gráfica de una función cuadrática, concavidad, concepto de parábola, vértice, eje de simetría, aplicaciones de las funciones cuadráticas, intersección con el eje x, intersección con el eje y, intersección entre parábolas, ecuación canónica de una parábola y lugar geométrico de una parábola (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016).

La primera función del plano es la recta, (llamada función primaria o función lineal), definida como: $y = ax + b$ con dominio y rango de todos los reales; aquí el conocimiento principal para el joven aspirante a ser bachiller es el de la pendiente de la recta y los corte con los ejes coordenados; luego por producto con otras funciones rectas se generan las llamadas funciones cuadráticas, (llamadas así por el exponente al cuadrado, por el producto entre dos funciones rectas o de una función recta al cuadrado) .

Una función cuadrática entonces es definida como aquella que puede escribirse de la forma algebraica: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales cualesquiera y "a" distinto de cero, condición de existencia) (Oaxaca y Valderrama, 2015). Si se representan todos los puntos (x, f(x)) de una función cuadrática, obtenemos siempre una curva llamada parábola. Como ejemplo, la representación de dos funciones cuadráticas sencillas: $f(x) = x^2$, $f(x) = -2x^2$ (Oaxaca y Valderrama, 2015). Si al término cuadrático se le asocia un coeficiente "a" donde el valor absoluto del mismo es mayor o igual que uno, se puede observar que a medida que éste crece, el comportamiento de la función es comprimirse hacia el eje de las ordenadas "y". Los coeficientes "b" y "c" inciden en el desplazamiento horizontal y vertical de la parábola (Oaxaca y Valderrama, 2015).

La resolución o cortes con el eje horizontal, de existir, de toda función cuadrática obedece la fórmula desarrollada por “Baskara” en la edad media, aunque ya los griegos en su mundo obtenían sus raíces, esta ecuación es: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, para los términos indicados (Oaxaca y Valderrama, 2015).

1.3.2. Comprensión de conceptos y resolución de ejercicios sobre funciones cuadráticas

Las funciones cuadráticas son más que curiosidades algebraicas; son ampliamente usadas en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. La parábola con forma de “U” puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente y el botar de una pelota, bajo los efectos de la gravedad terrestre, (movimiento importante de la mecánica clásica, llamada Física), o pueden ser incorporadas en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros (Larson y Hostetler, 2008). Así, las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, graficar el curso de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores mínimos, forma cóncava, y máximos, forma convexa, de la parábola.

Son varios los conceptos que el estudiante necesita comprender, por ejemplo, si la gráfica de la función cuadrática es una parábola, se debe tener claro este concepto, cuándo la parábola es cóncava hacia abajo o convexa hacia arriba, de qué depende; otro elemento es el vértice, cuándo es un máximo o un mínimo y como calcularlo; el eje de simetría; el foco, la directriz, la monotonía, su dominio y recorrido, y los cortes con los ejes (Petris y López, 2005). Por lo tanto, se puede decir que un estudiante comprende estos conceptos cuando es capaz de identificarlos a través de gráficas y de problemas que modelen la función cuadrática y resolverlos.

Para la comprensión del concepto y la resolución de ejercicios sobre funciones cuadráticas el docente debe orientas al conocimiento de las formas de solución de la ecuación cuadrática, así como sus representaciones geométricas para obtener la ecuación a partir de su gráfica y obtener esta ecuación a partir de su representación, interpretando las características de cada parámetro (Oaxaca y Valderrama, 2015).

En tal sentido, el correcto aprendizaje del concepto y resolución funciones cuadráticas concentra su importancia en su aplicación en la vida cotidiana, puesto que, se usan ecuaciones cuadráticas: en situaciones donde dos cosas se multiplican juntas y ambas dependen de la misma variable; en un área, si ambas dimensiones están escritas en términos de la misma variable de medida, se usa una ecuación cuadrática; dado que, una cantidad de un producto vendido normalmente depende del precio, una ecuación cuadrática permite representar las ganancias como un producto del precio y de la cantidad vendida.

1.4. Las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como herramienta en la enseñanza de las Matemáticas

Mucha de la matemática básica es conductista, por ejemplo, la tabla de multiplicar de los primeros 10 números naturales, es en cada quien un acto exclusivo de la memoria; es decir se aprende por modificación de la conducta. Frente a esta situación, la TIC desarrollan pensamientos y aptitudes constructivistas, aunque, no se debe negar que: a) gran parte del mundo matemático es de ideología conductista, y b) todo aprendizaje es un proceso particular propio del individuo (Castillo, 2008).

De este modo, actualizar los sistemas educativos para incorporar las TIC en el aula y en el currículo, requiere, según la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2013), que los docentes vean a las TIC como una oportunidad para mejorar la gestión educativa, puesto que, hablar hoy de educación de calidad, comprende un gran desafío que implica la actualización de los contenidos y las prácticas pedagógicas con orientación a responder a los requerimientos digitales de un contexto globalizado.

1.4.1. Tecnologías de la Información y Comunicación para enseñar funciones cuadráticas

La tecnología hace posible trabajar con funciones de maneras nuevas y explorar nuevas ideas en el currículo y en la práctica escolar. El uso de programas llamados graficadores, es una de las aplicaciones más prometedoras; el software educativo está conformado por programas para computadora que poseen la capacidad de interactuar con el usuario, facilitan el proceso de aprendizaje y ofrecen la oportunidad al estudiante de realizar y explorar curvas con rapidez y en forma precisa (Maheswaran, 2012).

Para ello, en el mercado existen diferentes programas para computadoras que asisten en la enseñanza de la matemática, entre otros, se pueden mencionar: Derive, Calculus, Maple, Eureka, Cactusplot y Mathcad para pre cálculo, cálculo y álgebra lineal; así como graficadores de funciones, se mencionan Cabri y Geómetra (Maheswaran, 2012). Además. existen aplicaciones gratuitas en internet como de las calculadoras gráficas que pueden ser utilizadas tanto por los maestros como por los estudiantes, y otras diferentes aplicaciones de software que facilitan el aprendizaje de las matemáticas.

Así, por ejemplo, para la enseñanza de los conceptos de geometría analítica existen muchas herramientas visuales que ayudan a comprender al estudiantado la construcción de lugares geométricos como es el programa didáctico GeoGebra, el cuál es “un programa dinámico para la enseñanza de las Matemáticas para educación en todos sus niveles, combina dinámicamente geometría, algebra análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente” (García, 2015, p. 2).

1.4.2. Aportes del software GeoGebra para la enseñanza de funciones cuadráticas

El GeoGebra “es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar” (Geogebra, 2019). Además de ser un software libre para la educación en colegios y universidades, resulta interesante porque hace tangible la matemática, crea una conexión entre la geometría y álgebra de un modo completamente visual que se puede ver, tocar, algo así como experimentar la matemática.

El software GeoGebra está escrito en Java transformándolo así en un software multiplataforma, funcionando en cualquier sistema operativo que soporte este lenguaje tanto en Windows como en Mac y Linux, puede ser utilizado tanto on-line como instalado en el computador ya que es un software libre que se rige bajo las normas de las licencias Creative Commons (CC-BY-SA); es decir, que el beneficiario de la licencia tiene el derecho de copiar, distribuir, exhibir y representar la obra, hacer obras derivadas siempre y cuando reconozca y cite la obra de la forma especificada por el autor manteniendo la licencia de la obra original (Bonilla, 2013).

Este software es básicamente un procesador geométrico algebraico, es decir, un compendio de Matemática con software interactivo que reúne geometría, algebra y cálculo, que puede ser usado también en Física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas; permitiendo abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación facilitando la realización de construcciones, modificaciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa (Bonilla, 2013).

GeoGebra se caracteriza porque permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo, así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, entre muchas otras; siendo su gran ventaja, sobre otros programas de geometría dinámica, la dualidad en pantalla: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa (Geogebra, 2019).

Tradicionalmente el proceso de enseñanza para mejorar el aprendizaje de la matemática básica en las aulas se hace enfatizando el manejo de reglas algebraicas que se utilizan en la resolución de problemas típicos; muchas veces se presentan dificultades debido a que los docentes introducen estos temas con ese enfoque y los estudiantes gastan demasiado tiempo asimilando las reglas para aplicarlas (Real, 2011). En cambio, la introducción de un software como el GeoGebra, permite una visión gráfica que puede ser incluso motivadora, ahorra tiempo en realizar cálculos, encontrar los elementos citados en el párrafo anterior y observar lo que sucede cuando las variables de la función cuadrática cambian (Costa y Del Río, 2017)

Para Sánchez y Solis (2006), "GeoGebra es "un software muy útil para el aprendizaje de matemática ofrece numerosas herramientas y opciones que hacen posible trabajar contenidos de geometría, álgebra y estadísticas" (p.105). Sin embargo, quizá una desventaja signifique que el estudiante o el docente no lo vea como una herramienta para desarrollar destrezas y comprender conceptos; o que se crea que el programa por sí solo da la solución a determinado problema (Sánchez y Solis, 2006). Esto precisamente es un factor que lleva a plantear una guía didáctica apoyada en el uso del software GeoGebra, como estrategia para agilitar la resolución de problemas relacionados a la función cuadrática.

Se puede decir, por lo tanto, que existe un aprendizaje significativo cuando los estudiantes tienen la oportunidad de relacionar lo aprendido con su entorno inmediato, lo que se logra por medio del material concreto o por medio de un software como el GeoGebra, con el cual se puede simular situaciones reales y visualizar casi de inmediato el comportamiento de una función cuadrática, cambiar los coeficientes y verificar la variación de las gráficas; pero, también es importante aplicar conceptos cuando enfrenta situaciones nuevas; esto es construir nuevos conocimientos a partir de conocimientos previos (Biembengut y Hein, 2012).

Finalmente, las investigaciones realizadas por Villa y Ruiz (2010) y Torroba et al., (2009) han confirmado que el uso de software como GeoGebra ha conllevado a que se descubran nuevas posibilidades de construcción, potenciando de esta forma el uso del software, y la posibilidad de utilizar herramientas de software para el estudio de los objetos matemáticos permite establecer un diálogo amplio entre la visualización y los procedimientos algebraicos que se realizan con lápiz y papel.

1.5. Estudios de aplicación de Software Geogebra en la enseñanza-aprendizaje de funciones cuadráticas.

El estudio "Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra" realizado por Gómez, Guirette y Morales (2017), propone la interpretación global para la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, mediante el uso del software GeoGebra con un grupo de 14 estudiantes (entre los 16 y 18 años de edad) que cursaban el cuarto semestre del nivel medio superior, inscritos en el Telebachillerato Río Uxpanapa, Veracruz. Los datos para el estudio son las respuestas de los estudiantes a un cuestionario de *tareas de reconocimiento cualitativo* que se aplicó en dos momentos: antes y después de realizar la actividad de GeoGebra para el estudio de tres variables visuales de la parábola que están en correspondencia semiótica con el signo de las unidades simbólicas *a, b* y *c* de la escritura algebraica de la función cuadrática. Los resultados de la evidenciaron que el uso de GeoGebra presenta un gran potencial para el tratamiento de la vía de interpretación global, pues permite discriminar la congruencia entre las características visuales de la parábola y las semánticas de la expresión algebraica que intervienen para la conversión de tales representaciones. Además, los resultados mostraron que no es posible asumir que los estudiantes perciben de manera natural la relación semiótica entre las características visuales y las unidades simbólicas significativas de los registros gráfico y algebraico de la función después de un curso tradicional.

Por otra parte, el estudio denomindado “Los experimentos de diseño y la práctica de modelación: significados para la función” de Briceño y Buendía (2015), se fundamenta en la aplicación de la metodología “experimentos de diseño” en estudiantes de comienzo del bachillerato (12-13 años) utilizando la modelación para la construcción de conocimiento matemático y la resignificación de aspectos variacionales de la función cuadrática, utilizando GeoGebra y dos nuevos software como ayuda para simular el movimiento el Modellus y el Tracker-310 de libre adquisición. La naturaleza cuadrática de la función se retomó a través de la forma de la gráfica y su relación con el tipo de fenómeno trabajado. Dentro de sus resultados, la investigación reconoce que la metodología de los experimentos de diseño permite que se recopilaran datos, argumentaciones procedentes de contextos naturales, se aborden aspectos relativos a la variación y al uso de las gráficas de una función; concluyendo que, la metodología de modelación y experimentación brindan respuestas a algunos interrogantes de la investigación no observables en el discurso escolar cotidiano.

Este artículo “Funciones en contexto: una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva” elaborado por Cruz y Medina (2013), orientado a la aplicación de una estrategia pedagógica en el marco del proyecto de investigación Validación de un recurso interactivo en estudiantes de pregrado para el aprendizaje de funciones, la cual se implementó en estudiantes de primer semestre de Administración de Empresas Comerciales de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca. El estudio indaga, en una primera fase, el aporte pedagógico de una estrategia que parte de una situación del mundo real y se apoya con medios computacionales de modelación y simulación (GeoGebra) en la construcción de modelos funcionales interactivos para fortalecer el aprendizaje significativo de los conceptos relacionados con las funciones lineales, afines, cuadráticas y sus aplicaciones; hacer más visible la relación matemáticas-realidad; y potenciar el desarrollo de competencias matemáticas y e interés de los estudiantes por el estudio de esta ciencia. Al evaluar cuantitativamente los talleres desarrollados por los estudiantes en los tres grupos, valorado con notas de cero a cinco; 25 estudiantes (37%), alcanzaron un nivel de excelente, 28 (42%), logró un nivel bueno y 8 (12%), fueron valorados con nivel aceptable. Es decir, el 91% de los estudiantes aprobó el taller. Solamente 4 (6%), no lo aprobaron y 2 (3%), no lo presentaron. En la valoración cualitativa se obtuvieron resultados mayormente positivos, que aunados a los resultados cuantitativos permiten inferir que la estrategia propuesta ayuda a los estudiantes a mejorar en alto grado los niveles de comprensión sobre las funciones estudiadas y sus aplicaciones; concluyendo que el estudio de funciones apoyado con ambientes computacionales dinámicos e interactivos, genera mayor motivación e interés en los estudiantes, ya que les permite experimentar, comparar y explorar, por sí mismos, relaciones de tipo matemático (Cruz y Medina, 2013).

A nivel nacional, el trabajo de Calderón (2017) plantea en propuesta metodológica de aplicación de secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en el Tercero de Bachillerato "A" de la Unidad Educativa Particular "Hermano Miguel" de la ciudad de Machala; para lo cual, se programaron nueve secuencias didácticas utilizando los laboratorios de informática la instalación del software GeoGebra. Al comparar los resultados cuantitativos y cualitativos que alcanzaron los estudiantes del grupo experimental (Tercero de Bachillerato A) y del grupo de control (Tercero de Bachillerato B) en el pre-test y post-test, se encontró que la propuesta didáctica aplicado al grupo uno incidió favorablemente en la consecución de destrezas con criterio de desempeño de funciones lineales y cuadráticas, puesto que, el promedio de la evaluación final con respecto a la evaluación diagnóstica se incrementó en 1,17 puntos; concluyendo que, el uso del software GeoGebra brindó facilidades y una mejor comprensión en el análisis de las gráficas de funciones lineales y cuadráticas.

CAPÍTULO 2

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se aborda en enfoque y el tipo de investigación cuantitativo empleado, así como se exponen las particularidades de la población y muestra. Además, se describe la técnica empleada para el diagnóstico y verificación del avance de contenidos, así como se realiza una explicación pormenorizada del análisis estadístico que permite comprobar o rechazar hipótesis que dan cuenta de los objetivos de la investigación.

2.1 Enfoque y Tipo de Investigación

El enfoque de investigación empleado es cuantitativo. Según Hernández, Fernández y Baptista (2014), este enfoque "…se utiliza para consolidar las creencias (formuladas de manera lógica en una teoría o un esquema teórico) y establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población".

En lo que respecta a los tipos de investigación el presente estudio es cuasi-experimental, prospectivo, transversal y analítico (Supo, 2014). Considerando el alcance de la investigación, según Hernández et al. (2014), el presente estudio es correlacional. Para una mayor precisión metodológica es necesario identificar el diseño cuasi-experimental empleado: Diseño con posprueba únicamente y grupo de control. "Este diseño incluye dos grupos: uno describe el tratamiento experimental y el otro no (grupo de control). Es decir, la manipulación de la variable independiente alcanza sólo dos niveles: presencia y ausencia" (Hernández et al., 2014, p. 137).

El diseño no se considera un experimento puro debido a que los dos grupos que se estudian no se asignaron al azar, sino que ya estaban "formados antes del experimento: son grupos intactos" (Hernández et al., p. 148).

2.2 Población y muestra

De acuerdo a Vladimirovna (2005), "se llama población al conjunto de todos los elementos de un tipo particular cuyo conocimiento es de interés" (pág. 261). La población de este estudio está conformada por estudiantes del primer año de Bachillerato General Unificado BGU en una unidad educativa de la zona urbana del cantón Azogues, Provincia del Cañar, Ecuador durante el año lectivo 2016-2017. En total el número de estudiantes que cursa el primer año de BGU es de 90.

El tipo de muestra seleccionado se denomina por conveniencia. Este muestreo, “permite seleccionar aquellos casos accesibles que acepten ser incluidos. Esto, fundamentado en la conveniente accesibilidad y proximidad de los sujetos para el investigador” (Otzen y Manterola, 2017, pág. 228). El autor decide emplear dos de los tres paralelos, en cada paralelo se encuentran cursando 30 estudiantes. Por lo tanto, la muestra queda conformada por un total de 60 estudiantes.

Con el propósito de dar cumplimiento al propósito central del estudio que es demostrar el impacto del programa de intervención en un grupo de estudiantes con respecto al otro, se evaluó la calidad de la muestra de los 60 estudiantes. El poder estadístico de la muestra es de un 61% para comparar medias de dos grupos a una cola, el error establecido máximo es del 5% y el tamaño de efecto previsto es de 0.5. Este cálculo se realizó con el Sofware G*Power 3.1 (Faul, 2009).

No existió una razón para decidir qué grupo sería de intervención y qué grupo sería de control, es decir fue una elección al azar.

2.3 Técnicas e instrumentos

Las técnicas conforman la modalidad en la que se recaba la información de campo tanto del grupo de control como del grupo de intervención. Mientras que, los instrumentos, se refieren concretamente a los cuestionarios que se emplearon. A continuación, se detalla la información de las técnicas e instrumentos.

2.3.1 Técnicas

Dentro del esquema planteado por Hernández et al. (2014) se eligió al método cuantitativo de recolección de datos denominado “procedimientos específicos propios de cada disciplina” (p… 253). Se ha considerado que el procedimiento específico es la *evaluación* de carácter diagnóstico y sumativo. Esta evaluación mide el desempeño que tienen los estudiantes para resolver ejercicios y problemas de la función cuadrática.

2*.3.2 Instrumentos*

Se emplearon dos instrumentos de evaluación. El primer instrumento se denomina *evaluación diagnóstica de conocimientos previos sobre funciones cuadráticas* y el segundo se denomina *evaluación sumativa de destrezas sobre funciones cuadráticas*.

La validación de los instrumentos se realizó con la modalidad de criterio de jueces expertos quienes tuvieron "claridad y posicionamiento teórico de la investigación" (Soriano-Rodríguez, 2014, pág. 25). Los cuestionarios fueron leídos y evaluados por dos expertos en la enseñanza de la matemática: 1) Licenciado en Ciencias de la Educación en la Enseñanza de Física y Matemática, y 2) Licenciada en Ciencias de la Educación en la Enseñanza de Física y Matemática y Doctora en Pedagogía. Después de revisar los objetivos y preguntas de investigación hicieron sugerencias verbales al autor de la investigación respecto a los instrumentos propuestos y finalmente dieron un veredicto favorable manifestando que las evaluaciones poseen suficiente validez y competencia en su aplicación señalando que las respuestas que van a permitir concretar la investigación sobre la enseñanza de las funciones cuadráticas con el software GeoGebra en el primer año de BGU (Anexo 1). Ambos cuestionarios son una secuencia de preguntas variadas que buscan indagar sobre conocimientos generales y específicos, así como caracterizaciones sobre las funciones cuadráticas.

La *evaluación diagnóstica de conocimientos previos sobre funciones cuadráticas* está compuesta por un total de 15 ítems agrupados en tres partes. La primera parte contiene cinco ítems que se relacionan a la comprensión de conceptos de la función cuadrática. Estos ítems son: Reconocer una expresión algebraica como una función cuadrática (con un valor de 2 puntos); la gráfica correspondiente a una función cuadrática (1 punto); cómo afecta el valor del coeficiente del término cuadrático e independiente (2 puntos) y concavidad de una parábola (1 punto). La segunda parte contiene seis ítems relacionados con la resolución de ejercicios sobre funciones cuadrática y son: Reconoce vértice de la parábola (1 punto); calcula eje de simetría (1 punto); calcula coordenadas del vértice (1 punto); determina raíces de la función cuadrática

(2 puntos); identifica punto de corte con el eje de las ordenadas (1 punto) y determinar el recorrido de una función cuadrática (1 punto). La tercera parte contiene cuatro ítems que se relacionan con la solución de problemas sobre funciones cuadráticas y son: Identifica la función que modela el problema (1 punto); Resuelve problemas de áreas aplicando funciones cuadráticas (1 punto); Modeliza un problema de función cuadrática (1 punto) y resolución de problemas (1 punto). Finalmente, los resultados de esta evaluación se expresan en una sumatoria que va de un valor mínimo de 0 a un máximo de 18 puntos. Véase instrumento en el Anexo 2.

La *evaluación sumativa de destrezas sobre funciones cuadráticas* está compuesta por un total de 12 ítems, cuyo valor es de 1 punto cada uno y están agrupados en tres partes. La primera parte contiene cuatro ítems que se relacionan a la comprensión de conceptos de la función cuadrática, estos son: Comprende la incidencia del signo del coeficiente del término cuadrático; Comprende la incidencia del valor absoluto del coeficiente del término cuadrático; Comprende la incidencia del término independiente y Comprende la incidencia del coeficiente del término lineal. La segunda parte contiene cinco ítems relacionados con la resolución de ejercicios sobre funciones cuadrática y son: Calcula las coordenadas del vértice; Identifica el punto de corte con el eje "y"; Calcula las raíces de una función cuadrática; Comprende e identifica al eje de simetría y Determina el recorrido de una función cuadrática. La tercera parte contiene tres ítems relacionados con la resolución de ejercicios problemas que se resuelven con funciones cuadrática y son: Deduce la función modelo; Identifica al vértice como máximo o mínimo de una función y Resuelve problema planteado. Finalmente, los resultados de esta evaluación se expresan en una sumatoria que va de un valor mínimo de 0 a un máximo de 12 puntos. Véase instrumento en el Anexo 3.

2.4 Procedimiento aplicado

En la etapa de diagnóstico se aplicó la *evaluación diagnóstica de conocimientos previos sobre funciones cuadráticas* a los dos grupos de estudiantes con ítems relacionados a saberes sobre la función cuadrática, sobre su aplicación y utilidad a corto plazo, para indagar sobre la comprensión de conceptos básicos y su aplicación en problemas o situaciones reales. Para este fin el instrumento se aplicó en primer año de BGU en una unidad educativa fiscomisional de la ciudad de Azogues. Una vez conocido el resultado del diagnóstico se planificó el desarrollo de las destrezas correspondientes a la temática de funciones cuadráticas. Se definió una metodología sin el apoyo del software para el grupo de control y otra con el uso de GeoGebra para el grupo de intervención. Esta etapa permitió obtener información para cumplir con el primer objetivo.

Durante la etapa de aplicación de la propuesta se planeó el momento de trabajo escolar y se registraron las herramientas del GeoGebra que se utilizaron con la finalidad de tener una programación coherente con los objetivos planteados. Se buscó identificar aquellas situaciones reales en las que se pudo aplicar los conceptos de funciones cuadráticas para su resolución con ayuda del software GeoGebra, conforme a las destrezas planteadas para el año y en particular para el bloque correspondiente a funciones cuadráticas. Las guías didácticas elaboradas, se desarrollaron durante tres semanas de clase con 5 períodos de 40 minutos cada semana. Una información con mayor detalle se puede encontrar en el Anexo 4.

Luego se planificó clases con el grupo de control bajo una metodología tradicional y para el grupo de intervención, la aplicación de la guía propuesta; esto nos permitió comparar resultados de los dos grupos. El primer grupo llamado de intervención, recibieron las clases sobre funciones cuadráticas con el apoyo de una guía didáctica y del software GeoGebra, el segundo, llamado de control, con los mismos contenidos, pero con una metodología sin apoyo del software (Anexo 4).

Finalmente, luego de terminar el bloque curricular correspondiente, se aplicó la *evaluación sumativa de destrezas sobre funciones cuadráticas*. Esta evaluación se consideró como una prueba real de fin de bloque correspondiente a la unidad estudiada. Dicha prueba se ejecutó con los dos grupos en hojas impresas, tal como consta en el Anexo 3. Este proceso permitió obtener información para dar cumplimiento al tercer objetivo.

Los resultados de la situación inicial y final se socializaron con los estudiantes entregándoles las notas. Posterior a ello, se ofrecieron tutoriales para el manejo de Geogebra para los estudiantes del grupo de control, además, en aquellos casos que solicitaron, se realizaron clases de refuerzo en horario extra-clase, dentro de la misma institución, esta modalidad atrajo la atención de 15 estudiantes que terminaron aprendiendo a usar el Geogebra para resolver la función cuadrática.

2.5 Procesamiento de la información

Una vez que se llenaron los 60 instrumentos de evaluación *diagnóstica de conocimientos previos sobre funciones cuadráticas* y de *evaluación sumativa de destrezas sobre funciones cuadráticas*, se procedió a codificar cada uno de ellos, conservando en el anonimato los nombres originales de los estudiantes. A continuación, se digitó la información en el software SPSS 22 (Nel, 2014). En él se identificaron el tipo de variables que compone cada pregunta y su respectiva sumatoria a partir de la distribución que presentaron. La distribución de los datos fue analizada con el estadístico de prueba Kolmogorov-Smirnov. Este estadístico facilitó la elección de las pruebas para el análisis que permite dar cumplimiento a los objetivos planteados.

2.6 Análisis estadístico

Con el Software SPSS 22 se generaron resultados descriptivos e inferenciales. En los descriptivos se presentan la media, la desviación estándar, así como el intervalo de confianza al 95% para los resultados del grupo de control, el grupo de intervención y el total. Los resultados inferenciales se calcularon con la prueba t de Student para muestras independientes (bilateral) para comparar la homogeneidad de los grupos evaluados en la situación inicial, previa a la intervención. Para comparar la posprueba se empleó la prueba U de Mann Whitney (unilateral) debido a que un grupo no presentó distribución normal en los resultados. Para cuantificar la magnitud del impacto que ha tenido el programa se empleó el estadístico d de Cohen cuando se verificó la existencia de diferencias significativa (Sawilowsky, 2009). La significancia se estableció en el valor de 0,05.

CAPÍTULO 3
RESULTADOS Y SUS ANÁLISIS

Con el propósito de verificar la influencia del empleo del Geogebra en el dominio conceptual y las habilidades para resolver funciones cuadráticas que tienen los estudiantes, se presentan los resultados en dos apartados. El primero se refiere a la evaluación de las condiciones iniciales mediante un diagnóstico de los estudiantes, ello da cumplimiento al primer objetivo. Y el segundo apartado, se refiere a la influencia del Geogebra en el dominio conceptual y el desarrollo de habilidades tanto en el grupo de intervención como en el grupo de control, lo cual permite cumplir el tercer objetivo del estudio.

3.1. Identificación de deficiencias y errores

El cuestionario tiene tres partes. Los errores y dificultades más frecuentes en la primera parte del cuestionario corresponden a *reconocer cómo afecta el valor del término independiente* y *reconocer el vértice de la parábola* que logran responder acertadamente con los otros ítems que conforman esta parte un 54,4%. En la segunda parte existe una variación en las respuestas, sin embargo, se advierten dificultades en *calcular el eje de simetría*, *calcular coordenadas del vértice* y *el recorrido de una función cuadrática*, cuyos resultados están alrededor del 31,5%, es decir, solamente un quinto de los estudiantes alcanzaría a resolver estos problemas. Sin embargo, el mayor problema no ocurrió en estas dos etapas, sino en la tercera parte del cuestionario, relativa a la resolución de problemas *de áreas aplicando funciones cuadráticas*, *modelización de un problema de función cuadrática* y *resolución general de problemas*. En efecto, el nivel promedio por estos tres ítems es de un 21% que indica que solamente una octava parte de los estudiantes respondieron correctamente. En tal sentido, se concluye que la mayor dificultad que tienen los estudiantes es en solucionar problemas de la función cuadrática, sin embargo, al considerar que para alcanzar esta destreza se requiere de un proceso secuencial, hay que intervenir en todos los tres momentos. En resumen, solamente el 38% del grupo de intervención y el 33% del grupo de control han resuelto con éxito la prueba.

Para conocer que los dos grupos estén en las mismas condiciones, se realizó una comparación de la sumatoria cuyos valores cumplen con la distribución normal (Anexo 5). Por lo que, se decide emplear estadística paramétrica para comparar al grupo de control con el de intervención. Se emplea la prueba t de Student para muestras independientes (Anexo 6). Existe una situación similar entre el grupo de intervención y el grupo de control en la sumatoria de los ítems. Es decir, no hay diferencias significativas en la condición del diagnóstico aplicado a estos dos grupos según el resultado $t(58gl) = 1,306$ $p=0,197$. Sin embargo, a nivel específico se advierten diferencias en tres ítems (Reconoce como afecta el valor del coeficiente del término cuadrático; Determina raíces de la parábola; Resolución de problemas) pues en ellas $p<0,05$. Al considerar que existen 15 ítems y que las diferencias favorecen en un caso al grupo de control y en dos al grupo de intervención, esta se atribuye a una coincidencia que no repercute en la equiparación general de los dos grupos.

Estos resultados se ilustran en la Tabla 1.

Tabla 1.
Evaluación de homogeneidad inicial entre el grupo de intervención y el de control con t de Student.

			N	Media	Desviación estándar	95% del intervalo de confianza para la media		p
						Límite inferior	Límite superior	
Comprensión de conceptos	1. Reconoce una expresión algebraica como una función cuadrática	Control	30	0,80	0,85	0,48	1,12	0,758
		Intervención	30	0,87	0,82	0,56	1,17	
		Total	60	0,83	0,83	0,62	1,05	
	2. Reconoce la gráfica correspondiente a una función cuadrática	Control	30	0,47	0,51	0,28	0,66	0,202
		Intervención	30	0,63	0,49	0,45	0,82	
		Total	60	0,55	0,50	0,42	0,68	
	3. Reconoce como afecta el valor del coeficiente del término cuadrático	Control	30	1,03	0,81	0,73	1,34	0,016*
		Intervención	30	0,50	0,86	0,18	0,82	
		Total	60	0,77	0,87	0,54	0,99	
	4. Reconoce como afecta el valor del término independiente	Control	30	0,13	0,35	0,00	0,26	0,204
		Intervención	30	0,27	0,45	0,10	0,43	
		Total	60	0,20	0,40	0,10	0,30	
	5. Reconoce vértice de la parábola	Control	30	0,33	0,48	0,15	0,51	0,250
		Intervención	30	0,20	0,41	0,05	0,35	
		Total	60	0,27	0,45	0,15	0,38	
Resolución de ejercicios	6. Calcula eje de simetría	Control	30	0,13	0,35	0,00	0,26	0,204
		Intervención	30	0,27	0,45	0,10	0,43	
		Total	60	0,20	0,40	0,10	0,30	
	7. Calcula coordenadas del vértice	Control	30	0,13	0,35	0,00	0,26	0,204
		Intervención	30	0,27	0,45	0,10	0,43	
		Total	60	0,20	0,40	0,10	0,30	
	8. Determina raíces de la parábola	Control	30	0,40	0,50	0,21	0,59	0,002*
		Intervención	30	0,93	0,74	0,66	1,21	
		Total	60	0,67	0,68	0,49	0,84	

	9. Identifica punto de corte en "y"	Control	30	0,33	0,48	0,15	0,51	0,600
		Intervención	30	0,40	0,50	0,21	0,59	
		Total	60	0,37	0,49	0,24	0,49	
	10. Concavidad de una parábola	Control	30	0,30	0,47	0,13	0,47	0,780
		Intervención	30	0,27	0,45	0,10	0,43	
		Total	60	0,28	0,45	0,17	0,40	
	11. Recorrido de una función cuadrática	Control	30	0,10	0,31	-0,01	0,21	0,172
		Intervención	30	0,23	0,43	0,07	0,39	
		Total	60	0,17	0,38	0,07	0,26	
Solución de problemas	12. Identifica la función que modela el problema	Control	30	0,50	0,51	0,31	0,69	0,446
		Intervención	30	0,40	0,50	0,21	0,59	
		Total	60	0,45	0,50	0,32	0,58	
	13. Resuelve problemas de áreas aplicando funciones cuadráticas	Control	30	0,23	0,43	0,07	0,39	0,172
		Intervención	30	0,10	0,31	-0,01	0,21	
		Total	60	0,17	0,38	0,07	0,26	
	14. Modeliza un problema de función cuadrática	Control	30	0,10	0,31	-0,01	0,21	0,286
		Intervención	30	0,20	0,41	0,05	0,35	
		Total	60	0,15	0,36	0,06	0,24	
	15. Resolución de problemas	Control	30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,044*
		Intervención	30	0,13	0,35	0,00	0,26	
		Total	60	0,07	0,25	0,00	0,13	
Total		Control	30	5,00	1,88	4,30	5,70	0,198
		Intervención	30	5,67	2,07	4,89	6,44	
		Total	60	5,33	1,99	4,82	5,85	

Nota: los ítems 1, 3 y 8 se evaluaron sobre 2 puntos, mientras que, todos los demás, sobre 1 punto. Por lo tanto, el rango de evaluación va de 0 a 18 puntos. El p valor fue calculado con la prueba t de Student para muestras independientes.
*Diferencias significativas entre el grupo de control y el grupo experimental.

En la figura 2 se ilustra el comportamiento de los grupos con un intervalo de confianza al 95%. Sobre 18 puntos se encontró que existen una dificultad muy generalizada de todos los estudiantes.

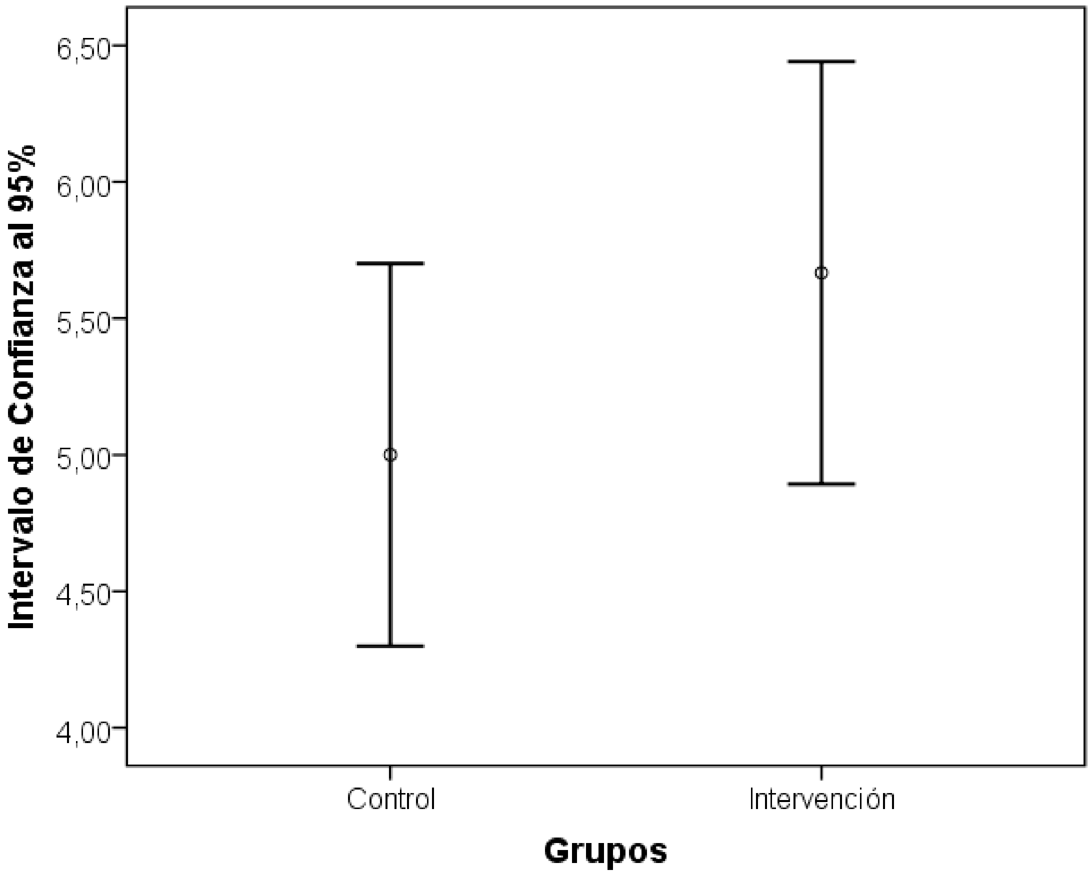


Figura 1. Diagrama de barras de error para la situación inicial de los dos grupos. El círculo en la mitad de la barra representa a la media y la línea horizontal en la parte inferior de la barra representa el límite inferior y en la parte superior el límite superior del intervalo de confianza al 95%.

3.2. Influencia del Geogebra

Para determinar la influencia del Geogebra, se comparó los resultados obtenidos en la evaluación sumativa de los dos grupos. Sin embargo, en el análisis de la normalidad, se comprobó que en un grupo no existe distribución normal (Anexo 7). Por lo tanto, se empleó la prueba no paramétrica denominada U de Mann Whitney (Anexo 8). Los resultados muestran que existe una diferencia significativa a nivel general entre el grupo de control y el grupo de intervención (z =-4,812, p =0,000, unilateral). Ello significa que el grupo de intervención que obtuvo 10,20 puntos (D.E. 2,02) es significativamente más alto que el grupo de control que obtuvo 6,57 puntos (D.E. 2,47 puntos). En porcentajes, el 85% del grupo de intervención y el 55% del grupo de control han resuelto con éxito la prueba. Para evaluar el impacto de la intervención en estas diferencias, se realizó un análisis del tamaño de efecto con d de Cohen, *d =1,61*, que se considera como un efecto de la propuesta de intervención muy alto.

A nivel específico también se encontraron diferencias significativas en nueve ítems que corresponden a comprender *la incidencia del valor absoluto del coeficiente del término cuadrático, la incidencia del término independiente, la incidencia del coeficiente del término lineal y e identifica al eje de simetría*, así como a calcular *las coordenadas del vértice*, deducir *la función modelo* y *el recorrido de una función cuadrática*, identificar *al vértice como máximo o mínimo de una función* y resolver *el problema planteado*.

Sin embargo, no se encontraron diferencias significativas en tres ítems que corresponden a comprender *la incidencia del signo del coeficiente del término cuadrático*, identificar *el punto de corte con el eje "y"* y calcular *las raíces de una función cuadrática*.

Con respecto a las dificultades iniciales, se advierte un cambio importante en los dos grupos. La comprensión de conceptos en el grupo de control es de un 65%, mientras que, en el de intervención es de un 94%; la resolución de ejercicios es de un 63% en el grupo de control y de un 86% en el grupo de intervención y la resolución de problemas en el grupo de intervención es de un 28% en el grupo de control y de un 72% en el grupo de intervención.

Los resultados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2.
Comparación de resultados posprueba entre el grupo de intervención y el de control con t de Student.

			N	Media	Desviación estándar	95% del intervalo de confianza para la media: Límite inferior	Límite superior	p
Comprensión de conceptos	1. Comprende la incidencia del signo del coeficiente del término cuadrático	Control	30	0,97	0,18	0,90	1,03	0,159
		Intervención	30	1,00	0,00	1,00	1,00	
		Total	60	0,98	0,13	0,95	1,02	
	2. Comprende la incidencia del valor absoluto del coeficiente del término cuadrático	Control	30	0,53	0,51	0,34	0,72	0,003*
		Intervención	30	0,87	0,35	0,74	1,00	
		Total	60	0,70	0,46	0,58	0,82	
	3. Comprende la incidencia del término independiente	Control	30	0,57	0,50	0,38	0,75	0,000*
		Intervención	30	1,00	0,00	1,00	1,00	
		Total	60	0,78	0,42	0,68	0,89	
		Control	30	0,53	0,51	0,34	0,72	

	4. Comprende la incidencia del coeficiente del término lineal	Intervención	30	0,87	0,35	0,74	1,00	0,003*
		Total	60	0,70	0,46	0,58	0,82	
Resolución de ejercicios	5. Calcula las coordenadas del vértice	Control	30	0,73	0,45	0,57	0,90	
		Intervención	30	0,93	0,25	0,84	1,03	0,020*
		Total	60	0,83	0,38	0,74	0,93	
	6. Identifica el punto de corte con el eje "y"	Control	30	0,70	0,47	0,53	0,87	
		Intervención	30	0,87	0,35	0,74	1,00	0,060
		Total	60	0,78	0,42	0,68	0,89	
	7. Calcula las raíces de una función cuadrátic	Control	30	0,87	0,35	0,74	1,00	
		Intervención	30	0,97	0,18	0,90	1,03	0,083
		Total	60	0,92	0,28	0,84	0,99	
	8. Comprende e identifica al eje de simetría	Control	30	0,40	0,50	0,21	0,59	
		Intervención	30	0,73	0,45	0,57	0,90	0,005*
		Total	60	0,57	0,50	0,44	0,70	
	9. Determina el recorrido de una función cuadrática	Control	30	0,43	0,50	0,25	0,62	
		Intervención	30	0,80	0,41	0,65	0,95	0,002*
		Total	60	0,62	0,49	0,49	0,74	
Solución de problemas	10. Deduce la función modelo	Control	30	0,10	0,31	-0,01	0,21	
		Intervención	30	0,63	0,49	0,45	0,82	0,000*
		Total	60	0,37	0,49	0,24	0,49	
	11. Identifica al vértice como máximo o mínimo de una función	Control	30	0,33	0,48	0,15	0,51	
		Intervención	30	0,73	0,45	0,57	0,90	0,001*
		Total	60	0,53	0,50	0,40	0,66	
	12. Resuelve problema planteado	Control	30	0,40	0,50	0,21	0,59	
		Intervención	30	0,80	0,41	0,65	0,95	0,001*
		Total	60	0,60	0,49	0,47	0,73	
	Total	Control	30	6,57	2,47	5,64	7,49	
		Intervención	30	10,20	2,02	9,44	10,96	0,000*
		Total	60	8,38	2,89	7,64	9,13	

Nota: los ítems 1, 3 y 8 se evaluaron sobre 2 puntos, mientras que, todos los demás, sobre 1 punto, quedando un rango de valoración que va de 0 a 12 puntos. El p valor fue calculado con la prueba t de Student para muestras independientes.
*Diferencias significativas entre el grupo de control y el grupo experimental.

En la figura 2 se ilustra el comportamiento de los grupos con un intervalo de confianza al 95%. Las dificultades se han modificado significativamente en los dos grupos, sin embargo, existen menos dificultades en el grupo intervenido.

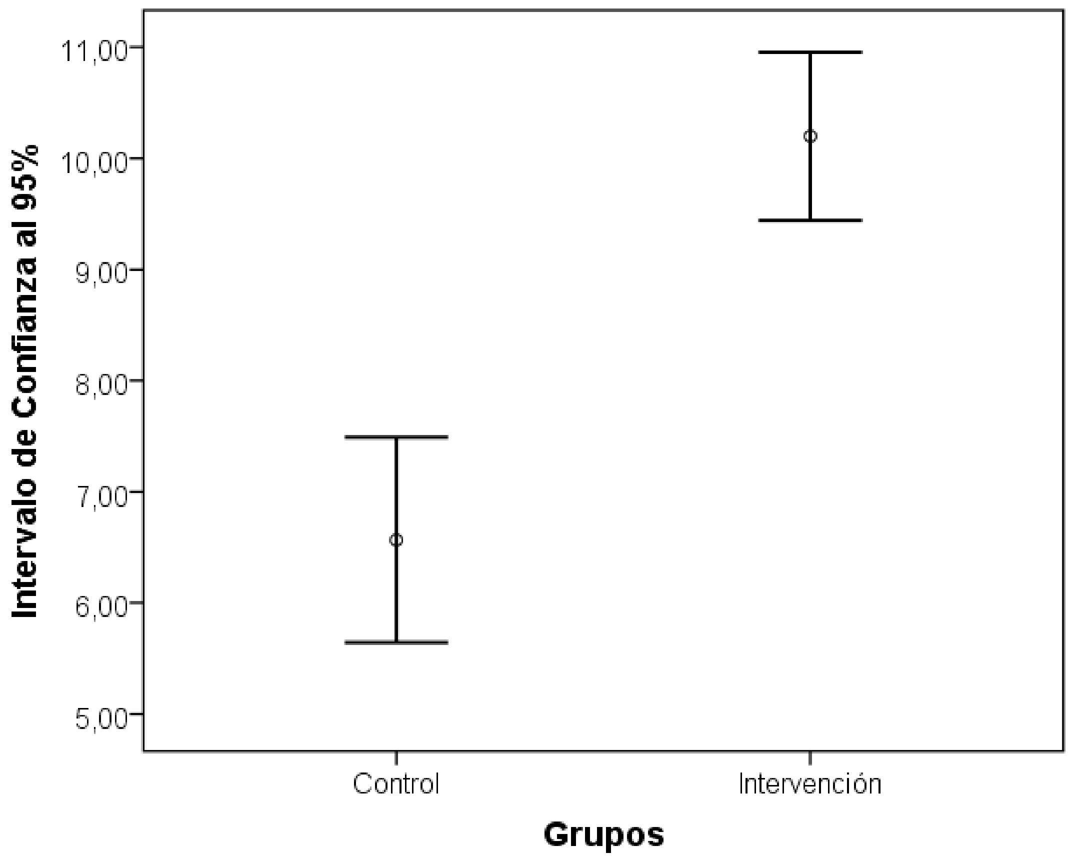


Figura 2. Diagrama de barras de error para la posevaluación de los dos grupos. El círculo en la mitad de la barra representa a la media y la línea horizontal en la parte inferior de la barra representa el límite inferior y en la parte superior el límite superior del intervalo de confianza al 95%.

3.3. Discusión

En cuanto a la identificación de las deficiencias y errores más frecuentes que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la función cuadrática, se ha encontrado que el aspecto más grave ocurre en la solución de problemas sobre funciones cuadráticas, en el que solamente el 21% logra darle una solución, en la resolución de ejercicios el 31,5% y en la parte conceptual únicamente el 52,4%. Al respecto, se debe considerar que la matemática es una ciencia formal secuencial en la que se requiere un dominio conceptual, pero también demanda aprender a resolver ejercicios parcialmente para entender la totalidad del problema (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016). Los estudiantes, el diagnóstico demostraron limitaciones graduales, por lo que su situación era más baja conforme se aproximaban a problemas más complejos (Font, 2019). Según Duval (2002) la comprensión conceptual no se agota en memorizar una definición, sino que demanda una combinación de actividades prácticas pues, lo que es matemáticamente simple y ocurre en la etapa inicial del aprendizaje, puede tornarse cognitivamente complejo en las etapas finales de la construcción del conocimiento si no se han alcanzado los dominios iniciales.

Con respecto a la implementación de una guía didáctica sustentada en el uso del software GeoGebra, se advierten algunas propuestas que han conseguido importantes aportes al campo didáctico. A nivel internacional se han diseñado propuestas en España que plantean que el aprendizaje en secundaria con este software es dinámico, sencillo y claro para aprender geometría, álgebra y funciones (Ruiz-Jerez, 2012). En Uruguay también se ha logrado implementar Geogebra en la educación secundaria para el aprendizaje de rectas, vectores, cónicas, gráficas de funciones, curvas paramétricas y diagramas estadísticos de forma didáctica (Vargas-Villegas, 2010). Sin embargo, las propuestas más cercanas a este estudio son la realizada por Gómez, Guirette y Morales (2017) quienes trabajaron la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ en estudiantes de 16 a 18 años; la propuesta de Briceño y Buendía (2015) que plantearon la construcción de conocimiento matemático y la resignificación de aspectos variacionales de la función cuadrática en estudiantes de 12 a 13 años; así como la propuesta de Calderón (2017) quien planteó la aplicación de secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas en el Tercero de Bachillerato con un grupo de control.

Se ha encontrado un efecto muy importante en el empleo del software GeoGebra en la comprensión de conceptos (el 94% domina la parte conceptual) y en la solución de ejercicios de las funciones cuadráticas (80% logra resolver los problemas) gracias al poder de la visualización de la parábola y sus elementos (vértice, la monotonía, eje de simetría dominio y recorrido). Esta no sería la primera vez que se logra demostrar un hallazgo de esta naturaleza, desde los años noventa, algunos estudios como los de Calderón-Alzati (1990), Jaramillo (2005), Bravo-Reyes (2010) y Alfonzo-Salgado (2012) señalan que existen evidencias de las ventajas de trabajar con software en la enseñanza de la matemática. Todos ellos convergen en la idea de que la tecnología ha influido en la enseñanza de dos maneras: 1) porque es más interesante, atractiva cuando no cautivadora y 2) porque ha permitido sortear dificultades del papel escrito para realizar de manera más versátil la visualización de las funciones cuadráticas. A nivel específico de estudios realizado en colegios, los hallazgos encontrados Gómez, Guirette y Morales (2017) dejan ver que en los adolescentes pudieron discriminar la congruencia entre las características visuales de la parábola y las semánticas de la expresión algebraica, es decir, existen ventajas semióticas que consigue la imagen en la que cobra sentido el álgebra; por su parte el estudio de Briceño y Buendía (2015) también señaló que la modelación visual rinde respuestas a interrogantes que tienen los estudiantes cuando no logran captar inmediatamente la nomenclatura matemática de la función cuadrática, es más, ellos encuentran que la argumentación está mucho más próxima al contexto natural gracias al uso del software que el trabajo realizado con papel y lápiz; por su parte, Calderón (2017) demostró un incremento notoriamente superior en el grupo de intervención que trabajó con GeoGebra que en grupo de control que trabajó solamente en el aula de clases, el delta de este análisis es de 1,17 puntos a favor del grupo intervenido, reconociendo que la visualización de la función es lo que le otorga ventaja al grupo intervenido.

En este sentido, el presente estudio constituye una contribución al campo didáctico de la enseñanza de la matemática demostrando una vez más que existen ventajas superiores para el proceso de enseñanza constructivo con el empleo de las TIC. Sin embargo, esta contribución no está exenta de limitaciones.

Limitaciones

Una importante limitación de este estudio es el no haber empleado el mismo instrumento con el que se hizo la prueba diagnóstica para realizar la evaluación final. Otra limitación constituye la población estudiada que es pequeña y no permite generalizar los resultados hacia otros espacios. Ello, sin embargo, abre una prospectiva para continuar estudiando el aprendizaje de matemáticas con ayuda del Software. Se podría realizar comparaciones entre establecimientos privados que emplean este software y los públicos que no los utilizan.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

1) Previo a la implementación y aplicación de software, se efectuó un diagnóstico sobre los conocimientos relacionados con la temática en los años anteriores; lo que evidenció, escaso desarrollo en la construcción de los conocimientos sobre el tema. Alrededor del 80% de los estudiantes no podían resolver problemas de funciones cuadráticas, mientras que, en la parte de resolución de ejercicios es el 70% y en la parte conceptual alrededor del 50% no lograba acertar en sus respuestas. Se pudo identificar que, las deficiencias existentes y los errores más frecuentes que los estudiantes presentan durante la resolución de problemas de funciones cuadráticas, son la *dificultad para reconocer la función cuadrática, dificultad para identificar la función cuadrática y graficarlas, errores en el desarrollo de factorización y ecuaciones en general*. Esta situación es ampliamente corroborada por la literatura científica en cuanto a la enseñanza del álgebra.

2) Se diseñó y aplicó una guía didáctica que incorporó actividades para propiciar al estudiante un aprendizaje significativo. Las actividades planteadas en las guías diseñadas para la enseñanza de las Matemáticas incorporaron el uso del software GeoGebra de manera que permitieron relacionar aspectos visuales con los analíticos, favoreciendo en el estudiante el razonamiento sobre problemas de funciones cuadráticas. Varios estudios a nivel internacional y solamente a uno a nivel nacional, presentan modelos de intervención específicos sobre las funciones cuadráticas que pueden ser replicados en el diseño de guías de intervención.

3) Las respuestas obtenidas en la evaluación posterior a la aplicación de las guías didácticas, demostró que la comprensión de conceptos, resolución de ejercicios y solución de problemas mejoró significativamente en el grupo de intervención con el 94, 86 y 72%, respectivamente; mientras que, en el grupo de control la situación conceptual, de ejercicios y problemas quedó en un 65, 63 y 28%, respectivamente. El tamaño de efecto de las diferencias encontradas entre los dos grupos es muy alto; el 85% del grupo intervenido resolvió la prueba a diferencia del 55% del grupo de control. Los resultados evidencian la mejora en las evaluaciones al incorporar el uso del software GeoGebra. El software incidió positivamente pues los estudiantes

comprendieron y aplicaron mejor el conocimiento llegando niveles meta-analíticos para dar soluciones discutidas, consensuadas y acertadas en comparación con el grupo de control; hallazgos que han sido corroborados por todos los estudios que han implementado este software en la enseñanza de las funciones cuadráticas.

Recomendaciones

1) Es importante que la institución implemente en la asignatura de Matemáticas, las guías desarrolladas en esta investigación, con el uso del software GeoGebra, pues como se observa en las gráficas, ha quedado demostrado como influye en la comprensión de los conceptos y resolución de problemas, por parte de los estudiantes, de las funciones cuadráticas.

2) Asimismo, se recomienda a la institución, capacitar a los docentes de la asignatura de matemáticas, en el manejo del software GeoGebra para la implementación de las guías desarrolladas en este estudio, pues su gran utilidad ha quedado demostrada.

3) Se recomienda dejar abierto el debate sobre los resultados obtenidos en el grupo "de intervención" de estudiantes evaluados sobre las funciones cuadráticas, en utilidad del GeoGebra, y su implicación en el tema de evolucionar la acción docente con miras a obtener más y mejores aprendizajes, de este tema y de la matemática media en general.

4) Se recomienda a los directivos de la Unidad Educativa La Salle Azogues, considerar los resultados obtenidos en esta investigación, con la finalidad de adecuar espacios para la capacitación docente y la utilización del software GeoGebra en clases de matemática; así como la inclusión del software en el currículo, con la finalidad de ejercitar a los estudiantes en el trabajo con el mismo.

5) Se recomienda realizar investigaciones similares en otros años del bachillerato general unificado y en contenidos totales de los programas de matemática de estos cursos, con el fin de seguir indagando sobre la mejoría que evidentemente ofrece la utilidad de software en la didáctica matemática. No como estrategia de desplazar la enseñanza actual, si no de complementarla y retroalimentarla; es decir las TIC son herramientas adicionales.

REFERENCIAS CONSULTADAS

Alfonzo-Salgado, Z. L. (2012). Didáctica de las funciones lineales y cuadráticas asistidas con computadora. *Didáctica y Educación*, 39-48.

Arrieta, J. E. (2013, junio 24). *Las TIC y las matemáticas, avanzando hacia el futuro.* Retrieved from https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/3012/EliasArrietaJose.pdf?sequence=1

Ausubel, D. (1980). *Psicología Educativa.* México D.F., México: Trillas SA.

Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva.* Barcelona, España: Paidós.

Avila, P., y Bosco, D. (2001, Abril 05). *Ambientes virtuales de aprendizaje una nueva experiencia.* Retrieved from investigacion.ilce.edu: http://investigacion.ilce.edu.mx/panel_control/doc/c37ambientes.pdf

Biembengut, M., y Hein, N. (2012). Métodos de Enseñanza-Aprendizaje. Los desafios para enseñar matemáticas. *Educación matemática*, 105-125.

Blanco, C., Miranda, T., y Melero, J. (1993). *Filosofía y educación.* Castilla-La Mancha, España: Colección Estudios.

Bonilla, G. G. (2013). *Influencia del uso del Geogebra en el rendimeinto académico en geometría analítica plana, de los estudiantes de tercer año de Bachillerato.* Universidad Central del Ecuador, Quito, Ecuador.

Bravo-Reyes, C. (2010). Hacia una didáctica del aula digital. *Revista Iberoamericana de Educación, 51*, 5-25. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Carlos_Bravo_Reyes/publication/41676129_Hacia_una_didactica_del_aula_digital/links/0f317537ebd38a97d2000000/Hacia-una-didactica-del-aula-digital.pdf

Briceño, O., y Buendía , G. (2015). Los experimentos de diseño y la práctica de modelación: significados para la función. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(45), 65-83.

Calderón, R. (2017). *Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra.* Universidad de Cuenca, Cuenca. Ecuador.

Calderón-Alzati, E. (1990). *Los computadores en la educación, desarrollo científico y tecnológico prioritario para el futuro de Iberoamérica.* Bogotá: Universidad de los Andes.

Camacho, C. (2015). *Influencia del uso de las tic en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería civil (Tesis de Grado).* Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

Cardoso, E., y Cerecedo, M. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación, 5*(47), 2-10.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Redalyc, 11*(2), 171-194.

Castro, A., Ezquerra, P., y Argos, J. (2012). La transición entre la Escuela de Educación Infantil y la de Educación Primaria: perspectivas de niños, familias y profesorado. *Revista Española de Pedagogía, 70*(253), 537-552.

Chamorro, M. (2005). *La didáctica de las matemáticas para Educación Infantil.* Madrid, España: Pearson Prentice Hall.

Chan, W. (2010). The transition from kindergarten to primary school, as experienced by teachers, parents and children in Hong Kong. *Early Child Development and Care, 180*(7), 973-993.

Coll, C. (2010). Enseñar y aprender, cosntruir y compartir: procesos de aprendizaje y ayuda educativa. In C. Coll, *Desarrollo, aprendizaje y enseñanza en la educación secundaria* (pp. 31-62). Barcelona, España: GRAÓ.

Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas y Asociación Nacional para la Educación Infantil. (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 1-23.

Costa, V., y Del Río, L. (2017). La noción de función: una introducción utilizando geogebra. *Congreso iberoamericano de educación matemática, 8*(1), 50-56.

Cruz, J., y Medina, Y. (2013). Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva. *Sistemas y Telemática, 11*(26), 59-80.

De Zubiría, J. (2006). *Los modelos pedagógicos: hacia una pedagogía dialogante*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Díaz, C., García, J., García, J., y Pacheco, D. (2014). Dificultades de aprendizaje en las matemáticas, prevención y actuación. En J. García, *Prevención en Dificultades del Desarrollo y del Aprendizaje* (págs. 235-250). Madrid, España: Ediciones Pirámide.

Duval, R. (2002). Un análisis cognitivo de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 1*(2), 1-16.

Edel-Navarro, R. (2010). Entornos virtuales de aprendizaje. La contribución de "lo virtual" en la educación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 7-15.

Faul, F. E.-G. (2009). Statistical power analyses using G*Power 3.1: Tests for correlation and regression analyses. *Behavior Research Methods, 41*(4), 1149-1160. doi:10.3758/BRM.41.4.1149

Federación de Enseñanza de Andalucía. (2012). Dificultades para el aprendizaje de las matemáticas. *Temas para la Educación*(20), 5-15. Obtenido de https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd9325.pdf

Font, V. (2019). Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos. *Conferencia presentada en Ciclo de conferencias en Educación Matemática de Gemad*. Bogotá: Universidad de los Ándes.

García, L. (2015). Uso de sofware interactivo Geogebra y Capri para el aprendizaje de los conceptos de geometría analítica. In Á. Mónica, *Antología de competencias digitales* (p. 2). Ciudad de México, México: EDU@UNID.

Geogebra. (01 de Febrero de 2019). *GeoGebra - Aplicaciones matemáticas*. Obtenido de https://www.geogebra.org/?lang=es

Gimeno, J. (2007). La diversidad de la vida escolar y las transiciones. En S. (. Antúnez, *La transición entre etapas: reflexiones y prácticas* (págs. 13-22). Barcelona, España: GRAÓ.

Gómez, A., Guirette, R. y Morales, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. *Educación matemática*, *29*(3), 189-224.

Hernández, R., Fernádez, C., y Baptista, L. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta ed.). México: McGraw-Hill Education.

Hernández-Requena, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento, 5*(2), 10.

Jaramillo, P. (2005). Uso de tecnologías de información en el aula.¿ Qué saben hacer los niños con los computadores y la información? *Revista de estudios sociales, 1*(20), 27-44.

Larson, R., y Hostetler, R. (2008). *Precálculo* (7 ed.). Ciudad de México, México: Reverté.

Maheswaran, M. (2012). *A catalog of mathematics resources on the WWW*. Obtenido de mthwww.uwc.edu/wwwmahes/files/math01.htm

Martínez, E., y Zea, E. (2004). Estrategias de enseñanza basadas en un enfoque constructivista. *Revista Ciencias de la Educación, 2*(24), 69-90. Obtenido de http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/a4n24/4-24-4.pdf

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Matemática.* Quito, Ecuador: Don Bosco.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Matemática.* Quito: Don Bosco.

Navarro, E. (2013). *El proceso de enseñanza aprendizaje en la matemática desde una propuesta metodológica MERYAD.* Obtenido de http://www.eumed.net/libros-gratis/2013a/1309/1309.pdf

Nel, Q. (2014). *Estadística con SPSS 22.* Lima, Perú: Editorial Macro.

Nunes, T., y Bryant, P. (2005). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño.* Ciudad de México, México: Siglo XXI Editores.

Oaxaca, J., y Valderrama, M. (2015). *Matemática Aplicada.* Obtenido de Colegio de Ciencias y Humanidades: http://www.rua.unam.mx/repo_rua/colegio_de_ciencias_y_humanidades/segundo_semestre/matematicas_ii/_3511.pdf

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2013). *Enfoques estratégicos sobre las TICs en educación en América Latina y el Caribe.* Santiago de Chile, Chile: UNESCO.

Otzen, T., y Manterola, C. (2017). écnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio. *Int. J. Morphol., 35*(1), 227-232. doi:10.4067/S0717-95022017000100037

Petris, R., y López, M. V. (2005). Incorporación de un software de aplicación en la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas. En TICEC'05, *I Congreso en Tecnologías de la Información y Comunicación en la Enseñanza de las Ciencias* (págs. 198-207). Buenos Aires, Argentina: UNLP.

Piaget, J. (1978). *La representación del mundo en el niño.* Madrid, España: Morata.

Real, M. (2001). Las TICs en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. *Jornadas de innovación docente*, 2 - 13.

Real, M. (2011). *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Sevilla, España: CEP de Sevilla.

Reimers, F. (2006). *Aprender más y mejor.* Ciudad de México, México: SEP- FCE.

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, y P. Gómez, *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas* (págs. 69-108). Bogotá, Colombia: Una empresa docente.

Rodríguez, J. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia Universitaria, 3*(5), 36-45. Obtenido de http://eprints.uanl.mx/3681/1/Una_mirada_a_la_pedagog%C3%ADa_tradicional__y_humanista.pdf

Rodríguez, M. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *Revista Electrònica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa, 3*(1), 29-50.

Ruiz, J. M. (2008). *Revista de la OEI*. Recuperado el 6 de Julio de 2015, de http://www.rieoei.org/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf

Ruiz-Jerez, M. (2012). *Geogebra en el aula de clases.* Andalucía: Editorial Anaya.

Salat, R. (12 de Agosto de 2013). Recuperado el 29 de Diciembre de 2014, de http://www.innovacion.ipn.mx/

Sánchez, M., y Solis, R. (2006). *Ámbito cientifico y Matemático programa de mejora del aprendizaje y del rendimiento.* Madrid, España: EDITEX.

Sanchidrián, C., y Ruiz, J. (2010). *Historia y perspectiva actual de la educación infantil.* Barcelona, España: Grao.

Sawilowsky, S. (2009). New Effect Size Rules of Thumb. *Journal of Modern Applied Statistical Methods, 82*(2). doi:10.22237/jmasm/1257035100

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Soriano-Rodríguez, A. M. (2014). Diseño y valicación de instrumentos de medición. *Día-logos, 8*(13), 19-40.

Supo, J. (2014). *Seminarios de Investigación Científica: Metodología de la Investigación.* Arequipa: Bioestadístico.

Torroba, E., Etcheverry, E., y Reid, M. (2009). Explorando el rol de la visualización en experiencias de cátedra. *TE&ET, Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*(3).

Vargas-Villegas, V. (2010). Didáctica de Geogebra en Matemática. *1ra Jornada de Integración de TIC en docencia universitaria.* Temuco: Universidad de La Frontera.

Villa, J., y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-conGeoGebra en la visualización de noción variacional. *Educação Matemática Pesquisa, 12*(3), 514-528.

Vladimirovna, O. (2005). *Fundamentos de Probabilidad y Estadística* (1a ed.). Toluca: UAEM.

ANEXOS

Anexo 1: Validación de instrumentos por criterio

VALIDACION DE INSTRUMENTOS

El instrumento que se somete a valoración por parte de expertos es un cuestionario para identificar destrezas matemáticas en el tema de funciones cuadráticas y la resolución de ejercicios y problemas relacionados con el tema. El cuestionario agrupa 15 ítems divididos en tres grupos que son: Reconocimiento de conceptos relacionados a la función cuadrática; la resolución de ejercicios sobre funciones cuadrática y Solución de problemas de funciones cuadráticas.

RÚBRICA PARA EVALUAR LOS INSTRUMENTOS

CATEGORÍA	CRITERIO
Los ítems permiten evaluar un aspecto central del propósito, constructo teórico y/o dimensiones del instrumento.	1. No es pertinente. 2. Bajo nivel de pertinencia 3. Aceptable grado de pertinencia 4. Alto nivel de pertinencia
Los ítems son comprensibles para los potenciales usuarios y cumple con las normas gramaticales de la lengua	1. No es comprensible. 2. Bajo nivel de comprensión 3. Aceptable grado de comprensión 4. Alto nivel de comprensión
Los ítems guardan relación con las destrezas correspondientes al bloque curricular a evaluarse	1. No guardan relación. 2. Bajo nivel de relación 3. Aceptable grado de relación 4. Alto nivel de relación
Los ítems promueven el desarrollo del pensamiento crítico a través de la resolución de problemas	1. No promueven razonamiento. 2. Bajo nivel de razonamiento 3. Aceptable grado de razonamiento 4. Alto nivel de razonamiento

Quienes suscribimos, en calidad de Vicerrectora de la Unidad Educativa Fiscomisional La Salle y Coordinador del área de Matemática del plantel, certificamos que el instrumento presentado para el diagnóstico y posterior evaluación de aprendizajes sobre Funciones Cuadráticas para estudiantes de primero de bachillerato en el lectivo 2016 – 2017, cuyos resultados serán analizados en el desarrollo de la tesis de maestría del solicitante docente, están acordes a las destrezas del bloque curricular correspondiente por lo que concluimos indicando que los mismos son válidos para su aplicación.

UNIDAD EDUCATIVA LA SAL... AZOGUES

Dra. Marianita García A
VICERRECTORA UELSA

VICERRECTORADO

Lcdo. Remigio Neira N
COORDINADOR AREA

Anexo 2: Evaluación diagnóstica de conocimientos previos sobre funciones cuadráticas

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FACULTAD DE FILOSOFÍA LETRAS y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

CONOCIMIENTOS PREVIOS SOBRE FUNCIONES CUADRÁTICAS

Sírvase contestar las 15 preguntas, marcando con una "x" en cada una de ellas el literal correcto. No es necesario registrar su nombre. Su honestidad permitirá llevar a cabo la investigación de campo previa al desarrollo de la tesis de grado de Maestría en Docencia de las Matemáticas.

1. De las siguientes funciones

$\boldsymbol{I: f(x) = (2-x)^2} \quad \boldsymbol{II: f(x) = 2x^2 + 3x - 5} \quad \boldsymbol{III: f(x) = \sqrt{4x^2}} \quad \boldsymbol{IV: f(x) = \frac{4x^2}{2x}}$

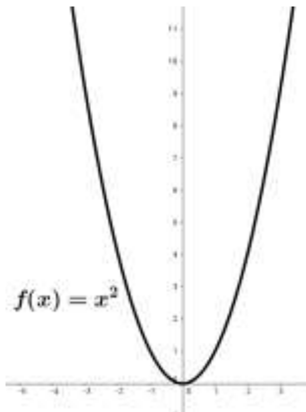
Se puede afirmar que

a) Todas son funciones cuadráticas
b) Sólo I y II son funciones cuadráticas
c) Sólo II es función cuadrática
d) Sólo III y IV son funciones cuadráticas

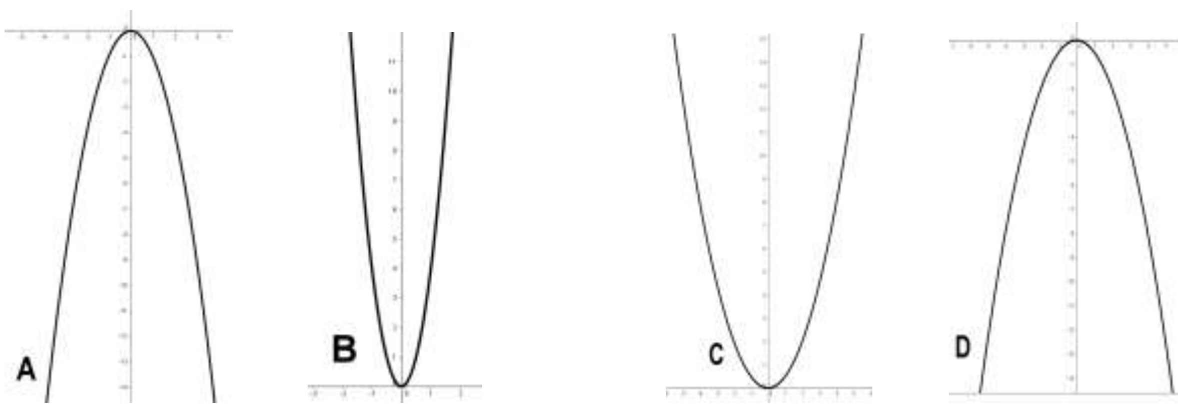
2. La gráfica correspondiente a una función cuadrática es

a) Una recta
b) Una circunferencia
c) Una parábola
d) Una elipse

3. Si la imagen siguiente



Representa la función $f(x) = x^2$; las imágenes que mejor representan a $g(x) = 4x^2$ y $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$ son:



a) A y B respectivamente
b) B y C respectivamente
c) A y C respectivamente
d) B y D respectivamente

4. **La función cuadrática se representa por $f(x) = ax^2 + bx + c$; si el valor de "c" cambia, afecta su gráfica:**

a) Trasladando la misma en forma horizontal
b) Trasladando la misma en forma vertical

c) Trasladando la misma de forma horizontal y vertical

d) No afecta su gráfica

5. El valor máximo o mínimo de una función cuadrática se denomina

a) Vértice	b) Eje de simetría

c) Foco	d) Directriz

6. Dada la función $p(x) = x^2 - 2x - 3$; Su eje de simetría es

a) $x = -4$	b) $x = -1$

c) $x = 3$	d) $x = 1$

7. Dada la función $p(x) = x^2 - 2x - 3$; las coordenadas de su vértice son

a) $(0\,; -3)$	b) $(1 - 4)$

c) $(-1\,;\ 0)$	d) $(3\,; 0)$

8. Dada la función $p(x) = x^2 - 2x - 3$; sus raíces son

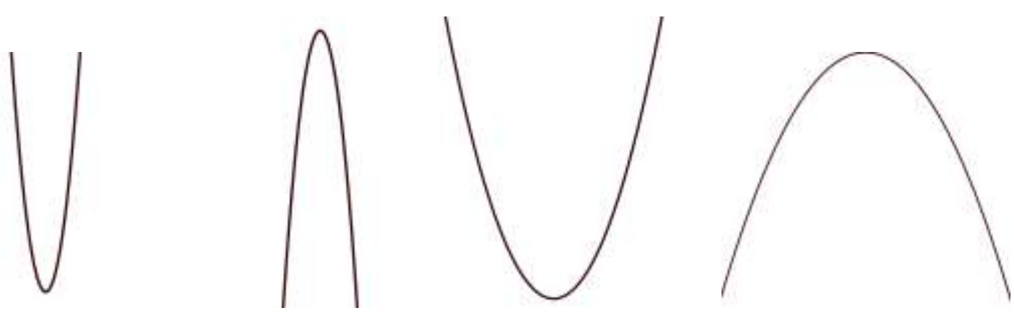
a) $x = -3$	b) $x = 1$

c) $x = -1$	d) $x = 3$

9. Sea la función $f(x) = x^2 + 4x - 5$; el punto de corte con las ordenadas es

$a)$ $(-5\,, 0)$	$b)$ $(1\,, 0)$	$c)$ $(0\,, -5)$	$d)$ $(0\,, 1)$

10. Las imágenes siguientes representan parábolas en su orden



a) cóncava, convexa, cóncava, convexa

b) cóncava, cóncava, convexa, convexa

c) convexa, cóncava, convexa, cóncava

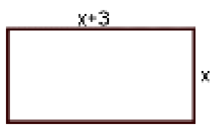
d) convexa, convexa, cóncava, cóncava

11. Dada la función $g(x) = 3x^2 + 6x - 4$; Su recorrido es

a) $(-\infty;\ -\mathbf{7}]$ b) $(-\infty;\ \mathbf{7}]$

c) $(-\mathbf{7};\ \infty]$ d) $(\mathbf{7};\ \infty]$

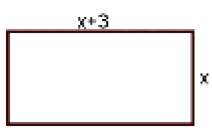
12. La función que modela el área de un rectángulo como la figura es



a) $\boldsymbol{f(x) = 2x + 3}$ b) $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 3}$

c) $\boldsymbol{f(x) = 2x^2 + 3x}$ d) $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 3x}$

13. El área del rectángulo de la figura es 270 metros cuadrados. El largo del rectángulo mide



a) $\mathbf{15}\boldsymbol{m}$ b) $\mathbf{18}\boldsymbol{m}$ c) $\mathbf{21}\boldsymbol{m}$ d) $\mathbf{24}\boldsymbol{m}$

14. Un caballo costó 4 veces el precio de sus arreos y la suma de los cuadrados del precio del caballo y el precio de los arreos es 860625 dólares. Si “c” representa caballo y “a” los arreos, La ecuación que permite hallar el valor de los arreos es

a) $\boldsymbol{17a^2 + 860625 = 0}$ b) $\boldsymbol{17a^2 + 4a - 860625 = 0}$

c) $\boldsymbol{17a^2 + a - 860625 = 0}$ d) $\boldsymbol{17a^2 - 860625 = 0}$

15. Hallar dos números enteros consecutivos tales que el cuadrado del mayor exceda en 91 al triple del menor, plantee y solucione.

Anexo 3: Evaluación sumativa de destrezas sobre funciones cuadráticas

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FACULTAD DE FILOSOFÍA LETRAS y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

EVALUACIÓN SUMATIVA DE DESTREZAS SOBRE FUNCIONES CUADRÁTICAS

Evaluación de los aprendizajes funciones cuadráticas del bloque curricular de BGU, año lectivo 2016-2017

1. **Complete los siguientes cuadros referente a la función cuadrática:**

Función de la forma $f(x) = ax^2$

Si $a > 0$ — La parábola abre hacia ____________________

Si $a < 0$ — La parábola abre hacia ____________________

Si $0 < |a| < 1$ — La parábola se ____________________

Si $|a| > 1$ — La parábola se ____________________

Función de la forma $f(x) = ax^2 + c$

Si c ______ 0 — La parábola se desplaza hacia abajo

Si c ______ 0 — La parábola se desplaza hacia arriba

Función de la forma $f(x) = ax^2 + bx$

Si **a** y **b** tienen………… signo, la gráfica se desplaza hacia la …………………

Si **a** y **b** tienen………… signo, la gráfica se desplaza hacia la …………………

2. **El vértice de la parábola de la función $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ es:**

a) $\left(\frac{3}{4}, \frac{49}{8}\right)$ b) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{52}{9}\right)$

c) $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{49}{8}\right)$ **d)** $\left(\frac{1}{3}, \frac{52}{9}\right)$

3. **El punto de corte de la función $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ con el eje "y" es:**

a) -5 b) (5)

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)$

d) $\left(\frac{5}{6}\right)$

4. Las raíces **de la función** $\boldsymbol{f(x) = 2x^2 + 3x - 5}$ son:

A $\left(-\frac{5}{2}\ ,\ \mathbf{0}\right)$

B $(\mathbf{1}\ ,\mathbf{0})$

C $\left(\frac{5}{2}\ ,\ \mathbf{0}\right)$

D $(\mathbf{-1}\ ,\mathbf{0})$

a) A y B son correctas

b) B y C son correctas

c) C y D son correctas

d) A y D son correctas

5. **Respecto a la simetría de las funciones cuadráticas, se puede afirmar que:**
   a) Todas las funciones cuadráticas son simétricas con respecto al eje "y"
   b) Todas las funciones cuadráticas tienen eje de simetría $= -\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2a}}$
   c) Algunas funciones cuadráticas no tienen eje de simetría
   d) Las funciones cuadráticas son simétricas con respecto al vértice

6. **Dada la función** $\boldsymbol{g(x) = -3x^2 - 6x + 4}$; **Su recorrido** es:

e) $(-\infty;\ -\mathbf{7}]$

f) $(-\infty;\ \mathbf{7}]$

g) $(\mathbf{-7};\ \infty]$

h) $(\mathbf{7};\ \infty]$

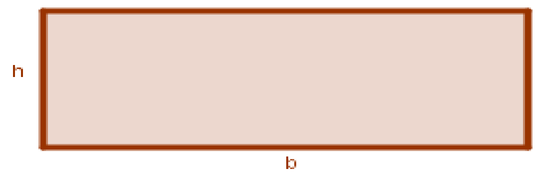
7. Una editorial quiere lanzar una nueva revista al mercado conservando ciertas características de sus otras publicaciones. En todas ellas se verifica que la altura es el doble de la base. Los diagramadores desean saber cuál será la superficie total de la tapa, sabiendo que una franja de 5 Cm de altura, ubicada en la parte superior de la página, será destinada al título de la revista y otra de 3 cm a la derecha para publicidad, como indica el gráfico siguiente

La función que modela el área destinada para noticias y gráfica es:

e) $f(x) = -2x^2 - 5x + 15$ f) $f(x) = 2x^2 - 11x + 15$

g) $f(x) = -2x^2 + 5x$ h) $f(x) = 2x^2 - 8x + 15$

8. Se desea cercar un espacio rectangular al frente de un escenario para alejar al público de los artistas, y se dispone de una cinta de 60 metros de largo; ¿cuáles son las dimensiones del cerco, si se desea tener área máxima?



a) **El área máxima del rectángulo es:**

a) $450\ m^2$ b) $900m^2$

c) $225\ m^2$ d) $200\ m^2$

b) **Las dimensiones del rectángulo con máxima área son:**

a) $15m \times 45m$ b) $20m \times 30m$

c) $20m \times 45m$ d) $15m \times 30m$

Cuestionario similar, al del primer momento, con los cambios de solo 8 preguntas o ítems y con la división del grupo en dos partes de 30 y 30 estudiantes respectivamente; es decir un grupo continua con el aula de clases y el otro bajo el diseño de clase propuesto; en esta oportunidad el instrumento recoge porcentajes de estudiantes que responden correctamente, desde un 100% hasta un 25% de aceptación en el primer ítems, que está dividido en 3 sub ítems que busca la comprensión sobre la función cuadrática en sí, ($f(x) = ax^2 + bx + c$); y en cantidades de estudiantes en ambos grupos que responden, ítems 2 al 7; este instrumento cierra con el ítems 8 dividido en dos sub ítems sobre si se reconoce el vértice como un punto crítico y si se calcula el área de un rectángulo modelado por función cuadrática.

Anexo 4: Propuesta de intervención

GUÍAS PARA DESARROLLAR LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Introducción

El aprendizaje de los conocimientos relacionados con la Matemática en el Álgebra Básica encuentra su dificultad en el uso inmediato de algunas definiciones y en la actitud solo memorística del estudiante ante estos, debido principalmente a que su preconcepción del uso de ellos está radicalizada en que es difícil sin utilidad práctica inmediata y de mucha abstracción para la comprensión lógica. Es por ello que, el presente trabajo se apertura en ilustrar en parte esta problemática bajo el enfoque de resultados de eficiencia observada, porcentajes de aprobados y los llamados instrumentos de evaluación estudiados. Ante este fenómeno de la didáctica matemática, la propuesta plantea la utilidad del software GeoGebra para mejorar y ampliar la acción docente con miras a conseguir mejores resultados de eficiencia (porcentaje de aprobados) y de eficacia (aprendizaje obtenido y evaluado).

La tecnología de información y comunicación ofrece herramientas que pueden ser usadas para una mejor comprensión de las asignaturas abstractas que ayudan al docente a la enseñanza de matemáticas, lógica, física u otras. De nada vale que el maestro sepa mucha matemática, si no logra que los estudiantes comprendan los conceptos e información que desea transmitir.

Las TIC juegan un papel importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sobre todo de las matemáticas, pero estas deben utilizarse de la manera correcta, para evitar que en los estudiantes se originen obstáculos que impidan aún más su comprensión. Las herramientas que se utilicen para la enseñanza son diferentes a las que deben utilizarse para el aprendizaje, porque se puede caer en el error de que se enseñe a manejar la herramienta, pero no a adquirir el conocimiento.

Fundamentación de la propuesta

El papel que cumple el docente en la apropiación del conocimiento es el de mediador de los contenidos, crea las situaciones y construye los dispositivos iniciales susceptibles de plantear problemas útiles al estudiante, y una serie de preguntas que los invita a reflexionar y controlar situaciones para dominar las posibles soluciones precipitadas. Finalmente, cabe mencionar la evaluación, no como un instante único sino como un proceso totalmente dependiente y en estrecha vinculación con los propósitos, objetivos y actividades de la clase. A decir de Gulikers, Bastiaens y Kirschner (2004), el

> Aprendizaje y evaluación son dos caras de la misma moneda, e influyen fuertemente el uno en la otra. Para cambiar el aprendizaje del estudiante en la dirección del desarrollo de competencias auténticas es necesaria una enseñanza basada en competencias auténticas, alienada con una evaluación basada también en competencias auténticas. (párr. 7)

Modificando la manera en que se evalúa el aprendizaje de los estudiantes se tiene la posibilidad de modificar lo que realmente aprenden y, consecutivamente también la oportunidad de cambiar el modo en que se enseña lo que aprenden.

Cada vez, con mayor énfasis y en forma más vertiginosa, van desarrollándose nuevas formas de comunicación y socialización que marcan una profunda modificación en las relaciones interpersonales, y nuestro actual sistema educativo no es ajeno a estas grandes transformaciones, cuyo desafío está centrado en una especie de alfabetización digital para la enseñanza, con fines de mejorar el aprendizaje. Numerosos autores dan cuenta de la importancia de incluir las TIC dentro del proceso educativo, como un elemento que favorece la inclusión y la apropiación de nuevos aprendizajes, respetando las diferentes capacidades y posibilidades de los estudiantes; pero con el debido control del docente, sobre estas.

La matemática del bachillerato es una disciplina cuya estructura está ligada a la interpretación y resolución de problemas, a través de sus diferentes lenguajes: coloquial, algebraico y gráfico. Sus recursos y procedimientos deben estar orientados a promover en los estudiantes una actitud de desafío que los invite a plantear conjeturas, confrontar puntos de vista, discutir ideas y buscar individual y/o grupalmente alternativas para su solución. Es mediante este intercambio de ideas y opiniones que se espera mejorar los aprendizajes, este intercambio es mejor si es que interactúa con otros puntos de vista.

Es importante tener presente lo que el docente desea, es decir ¿qué va a enseñar?, ¿cómo lo va a enseñar?, ¿a quién? y ¿dónde lo va a enseñar? Para ello, es necesario que el educador posea una serie de competencias profesionales, que no sea solo el uso de la herramienta, sino que tenga muy clara la metodología que va a emplear para lograr que el proceso de enseñanza y aprendizaje alcance los objetivos propuestos. Las herramientas TIC que se utilicen deberán ser específicas de la asignatura, por ejemplo: la pizarra digital, como hardware, que tiene una gran versatilidad; el software o aplicaciones como: Xmaxima, GeoGebra, Kig, Kmplot, Geomviewe, entre otros.

En esta propuesta la tecnología a emplearse es el software GeoGebra que, bajo un manejo docente planificado, puede llegar a cumplir, entre otras, las funciones de motivar, despertar y mantener el interés de los estudiantes. Ello ocurre en el aprendizaje de varias destrezas matemáticas alrededor de las funciones cuadráticas, con la perspectiva lógica de su extrapolación a otros temas del álgebra básica, así como de otros contenidos en asignaturas similares.

Trabajar luego con el planteo de situaciones problemáticas modelizadas del conocimiento, en una dinámica grupal o individual, donde la intervención docente sirve de mediador entre el estudiante y los contenidos, forman parte de un proceso de reflexión sobre los diferentes procedimientos de resolución que pudieran haber surgido entre los integrantes de la clase. El uso de GeoGebra podría entonces ser didácticamente potente en este momento de la clase, ya que nos permite experimentar, modificando parámetros, explorar y formular conjeturas, y finalmente generalizar a situaciones análogas. El programa GeoGebra ayuda visualmente al estudiante y facilita la comprobación parar arribar al enunciado de conjeturas.

Objetivos de la propuesta

- Realizar modelicaciones de una situación problémica.
- Graficar cuadriláteros empleando la interfaz visual.
- Plantear hipótesis matemáticas a partir de los gráficos.
- Generar nuevos conocimientos a partir de la interacción estudiantil.

Estructura de la propuesta

En esta propuesta de guías para desarrollar la función cuadrática mediante el programa de GeoGebra está estructurada mediante dos guías para desarrollar la ***Función Cuadrática*** mediante el software ***GeoGebra.*** Con estas dos guías se plantea optimizar el tiempo de comprensión del concepto y funcionamiento de esta función, la realización de la representación gráfica y los elementos resultantes, así como la variación de ésta de acuerdo con los coeficientes de la ecuación general de la parábola.

En definitiva, las guías están orientadas a manejar con facilidad la resolución de situaciones problemáticas como lo son: el funcionamiento, la representación gráfica y los elementos resultantes de dicha función cuadrática. Las guías se elaboraron tomando en cuenta el tiempo que requerirá la realización de cada actividad por clase desarrollada. Cada guía consta de cuatro etapas que se exponen a continuación.

- La primera el docente efectúa una actividad de apertura que tiene una duración de 10 minutos y en la cual, invita a los estudiantes a trabajar con el concepto de la función cuadrática, incorporando el uso del software GeoGebra, que lo ayuda a establecer las conjeturas del enunciado.
- La segunda tiene una duración de 10 minutos, consiste en entregar a los alumnos situaciones problemáticas que se desean desarrollar, para ello se deben tener conocimientos previos relacionados con la actividad. Los estudiantes realizan modelos de la situación presentada construyendo los gráficos requeridos mediante el uso del software GeoGebra, este le permite enunciar hipótesis en función de lo que ellos observan construyendo el conocimiento de manera colaborativa, pero respetando las opiniones de los demás.
- La tercera consiste en el desarrollo de la situación problemática, con una duración de 60 minutos por parte de los estudiantes. Aquí el docente desarrolla con los estudiantes cada una de las actividades previstas para la clase.
- La cuarta es la actividad de cierre, con una duración de 30 minutos, donde el docente realiza las conclusiones sobre el tema tratado y aclaratoria de las dudas, en el caso de que existieran.

Guías de la propuesta

GUIA N° 1
EL CONCEPTO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Actividades. Clase N° 1.

Duración 80 minutos

Actividad de Apertura:(10 minutos)

El docente invita a los alumnos a revisar el ***concepto de función cuadrática, Ecuación general de la parábola. Representación analítica y gráfica. Traslaciones. Máximos o mínimos. Raíces. Cortes con los ejes. Dominio y recorrido.*** Les comunica que deben saber factorizar un trinomio, la fórmula general para resolver cuadráticas y el manejo del programa GeoGebra. A continuación, les comenta la forma como deberán trabajar y le indica las instrucciones a seguir para el logro de los objetivos**.**

Presentación del problema: (10 minutos)

Se entrega a los alumnos la situación problemática que se va a realizar ***Función Cuadrática***, y luego le establece los objetivos de la actividad para estudiar la representación y modificación del gráfico de una función cuadrática al variar los coeficientes de la fórmula polinómica. Por último, procede al paso a paso del programa GeoGebra para que analicen las actividades propuestas y saquen sus propias conclusiones

Actividades en desarrollo (30)

- Ingresar al programa GeoGebra y crear tres deslizadores: $\boldsymbol{a=0, b=0\ y\ c=0}$; caracterizar los deslizadores, luego en la bandeja de entrada insertar la función cuadrática $\boldsymbol{f(x)=ax^2+bx+c}$.
- Cambiar de valor el deslizador “a” y observar y comentar lo que sucede con la gráfica que se creó.
- Mover los deslizadores “b” y “c” y comentar los cambios que ocasiona dichos valores. Preguntar: ¿Qué sucede cuando “a” es negativo? ¿cómo afecta la gráfica cuando “c” cambia? ¿En qué sentido se modifica la parábola cuando cambia el valor de “b”?
- Registrar los datos generados de los comentarios y apoyar los apuntes con la lectura del texto de los estudiantes.
- Ingresar la fórmula $\boldsymbol{x=\frac{-b}{2a}}$ para calcular la coordenada “x” del vértice; también ingresamos $\boldsymbol{y=f\left(\frac{-b}{2a}\right)}$ para calcular la coordenada “y” del vértice; crear punto de intersección de las rectas creadas y comentar sobre el punto de la parábola que coincide con dicha intersección.

- Recalcar que el vértice es un máximo o un mínimo de la función dada, según ésta sea cóncava positiva o negativa.
- Deducir el eje de simetría igual a la coordenada “x” del vértice
- Resolver la ecuación $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ y comparar con los puntos de intersección de la parábola con el eje “x”; asociar esta actividad con $\boldsymbol{f(x)=0}$.
- Calcular $\boldsymbol{f(0)}$ y relacionar con el punto de corte con el eje “y”
- Ocultar la parábola, rectas y puntos creados.
- Insertar diferentes funciones cuadráticas y determinar analíticamente: su vértice, raíces, eje de simetría y corte con el eje de las ordenadas. Comparar con los datos obtenidos en la vista gráfica.
- Utilizar la hoja de cálculo para obtener una tabla de valores de una función; crear los puntos calculados y utilizar el ícono “cónica con cinco puntos” y analizar la parábola.
- Introducir un nuevo deslizador $\boldsymbol{d=0}$ y la ecuación $\boldsymbol{x=d}$; movilizar el deslizador “d” y comentar la intersección de la recta creada con la gráfica de la función analizada y deducir su dominio.
- Con un nuevo deslizador $\boldsymbol{e=0}$ y otra ecuación $\boldsymbol{y=e}$, observar desde y hasta que valor de “e”, la recta última se interseca con la parábola; llamaremos a estos valores, su recorrido.
- Finalmente podemos analizar desde donde y hasta donde la función es creciente y decreciente.

Evaluación de la actividad 1. (30 minutos)

- Primero, con el software GeoGebra se analiza una función dada: su dominio, recorrido, simetría, raíces y corte con el eje “y”; los estudiantes registran los datos en sus hojas de trabajo.
- Luego, cerramos el ordenador y procedemos a verificar el alcance de los aprendizajes de manera analítica y gráfica sin la ayuda del software.

Finalmente se intercambian los resultados y se verifica su comprensión del tema estudiado, y de ser necesario se debe reforzar por parte del docente.

GUÍA 2 CARACTERÍSTICAS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA
Destinatarios: alumnos del 1º año Bachillerato General Unificado

Actividades. Clase N° 1.

Duración 80 minutos

Actividad de Apertura:(10 minutos)

El docente invita a los alumnos a trabajar con el concepto de función cuadrática, ***Dominio, vértice y gráfico. La producción de representaciones de figuras. Elaboración de conjeturas y análisis de argumentos,*** incorporando el empleo de GeoGebra para lograr una mejor visualización y realizar comprobaciones fácilmente que permitan arribar al enunciado de conjeturas.

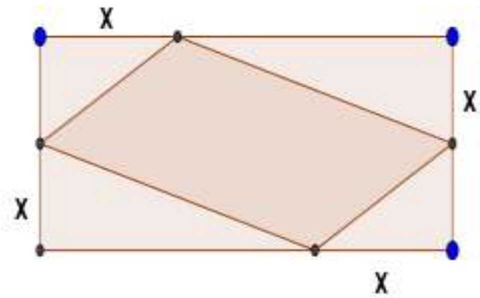
Presentación del problema: (10 minutos)

Se entrega a los alumnos la situación problemática que se desea desarrollar, para ello deberá tener conocimientos previos de Áreas y Perímetros de figuras Geométricas. Clasificación de cuadriláteros. Función cuadrática. Construcción de gráficos de funciones y el Manejo Básico del programa. El alumno deberá, además, realizar modelos de la situación presentada, construir gráficos empleando GeoGebra, que permitan enunciar hipótesis en función de los observado y construir el conocimiento en forma colaborativa respetando opiniones de sus pares. A continuación, el docente leerá el enunciado y resolverán las consignas planteadas:

Situación Problemática (60 minutos)

Dentro de un rectángulo de 6 cm. de base y 4 cm. de altura se construyen distintos cuadriláteros tomando como vértice puntos sobre los lados del rectángulo, que se encuentran a la misma distancia hacia la derecha de cada vértice del rectángulo.
¿Cuál será el cuadrilátero de menor área?

1. **En la figura de análisis, llamar x a cada segmento determinado por el vértice del rectángulo, y el vértice del cuadrilátero, que se encuentra a continuación en el sentido de las manecillas de un reloj.**



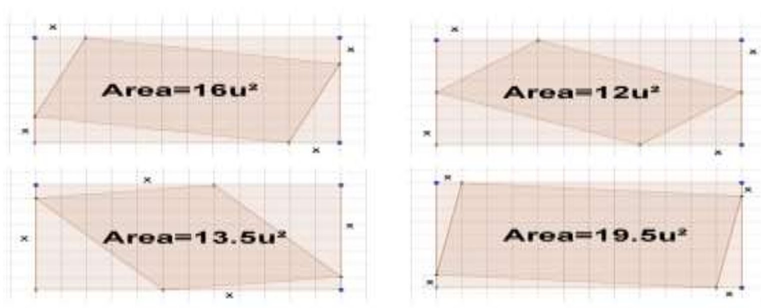
Indicar en el gráfico las medidas de todos los segmentos determinados en los lados del rectángulo.

2. Utilizando el programa GeoGebra, graficar los cuadriláteros para los valores indicados en la tabla. Hallar con GeoGebra las áreas, y completar.

X En U	1	1,5	2	3,5
Área En U^2				

Nombrar a este archivo: Cuadrilátero.

3. ¿Todos los cuadriláteros tienen igual área?



4 ¿Qué tipo de cuadriláteros quedan determinados? ¿Por qué?

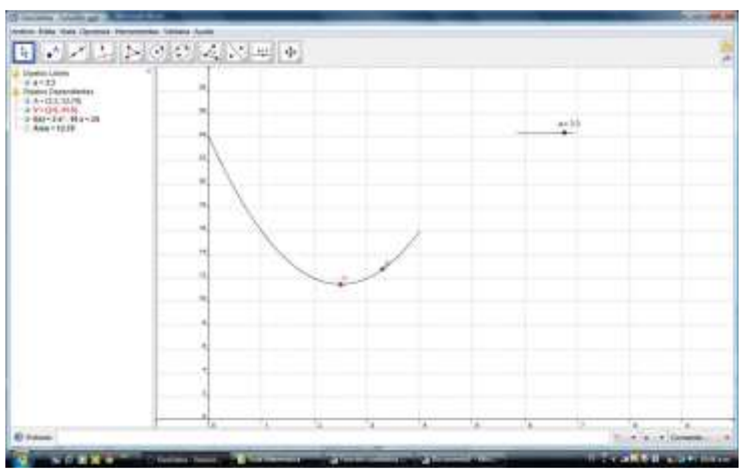
5. Encontrar un procedimiento para hallar el área si x = 2. Cotejar el resultado con el de la tabla

6. Encontrar una fórmula que permita hallar el área, en función de x. ¿Cuál es el dominio de la función encontrada? ¿Qué tipo de función es?

7. Reemplazar en la fórmula los valores dados a x en el ítem 2. Cotejar con la tabla.

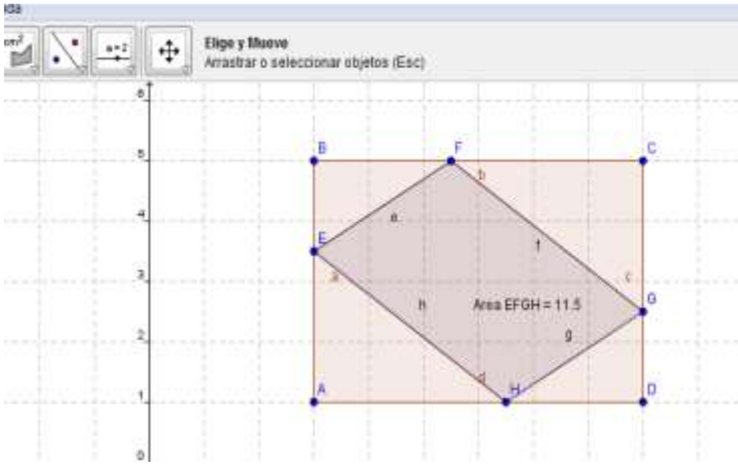
8. En un nuevo archivo de GeoGebra graficar la función obtenida, en el dominio que responda al problema. (Se ingresa: Función[f(x), a,b], siendo a y b los extremos del intervalo).
Incluir un deslizador cuyo intervalo coincida con el dominio de la función. Gráfica el punto (a; f(a)) (Siendo a el nombre del deslizador). Llama a este archivo Solución. ¿Para qué valor de x el área es mínima? ¿Y máxima?

9. ¿Cómo es posible encontrar el vértice de dicha función? Graficarlo.



10. ¿Qué representa el vértice? Guardar los cambios realizados en el archivo.

11. Construir en otro archivo la figura que corresponde a la solución. Llamar a este archivo: Área mínima.



Evaluación de la actividad 1 (:20 minutos)

1. - Encuentra la fórmula para un rectángulo de 30 cm. de base y 20 cm. de altura. Escribe la fórmula si la base mide **a** y la altura **b**.

Actividades. Clase N° 2

Duración: 50 minutos

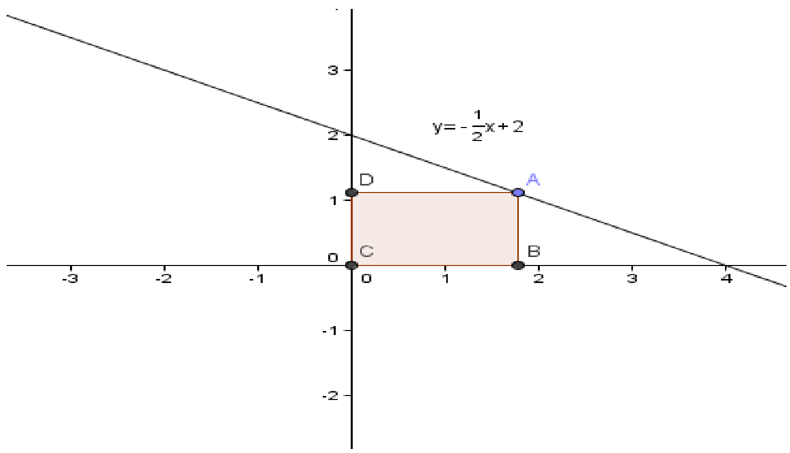
Presentación del problema: (10 minutos)

Se entrega a los alumnos la situación problemática que se desea desarrollar, para ello deberá tener conocimientos previos de Áreas y Perímetros de figuras Geométricas. Clasificación de cuadriláteros. Función cuadrática. Construcción de gráficos de funciones y el Manejo Básico del programa.

Situación Problemática

El alumno deberá observar el siguiente gráfico y realizar lo siguiente:

a. **Calcular el área del rectángulo en función de X**
b. **¿Cuál es el rectángulo de área máxima?**
c. **Realizar la siguiente construcción en GeoGebra**



Luego continuará con el desarrollo de la situación problemática y deberá:

d. **Construir la recta a:** $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 2}$
e. **Ubicar un punto A sobre la recta.**
f. **Trazar la recta b, perpendicular al eje x que pase por A. Hallar el punto B, intersección de la recta b con el eje x.**
g. **Hallar el punto C, intersección de los ejes X e Y.**
h. **Trazar la recta c, perpendicular al eje Y que pase por A. Hallar el punto D, intersección de la recta c con el eje X.**
i. **Construir el cuadrilátero ABCD.**
j. **Ocultar las rectas b y c.**
k. **Calcular el área del rectángulo.**
l. **Mover el punto A sobre la recta a, y observar como varía el área. Guardar este archivo como Rectángulo 1.**
m. **Realizar el gráfico de la función que representa el área del rectángulo con GeoGebra. Guardar el archivo como Área máxima. Indicar el dominio que responde a las condiciones del problema.**
n. **Indicar las dimensiones del rectángulo de área máxima. Justificar.**

Actividad de cierre (30 minutos)

Presentación del problema (5 minutos)

Sea $f(x) = -x^2 + 2$ Hallar un punto **P** de la función en el primer cuadrante, de modo que el rectángulo que tiene a **P** y al origen de coordenadas como vértices opuestos, y que se apoya sobre el eje X y sobre el eje Y, tenga perímetro mínimo.

Situación Problemática (25 minutos)

El alumno deberá realizar lo siguiente

a. Realiza con GeoGebra la construcción que plantea el enunciado del problema.
b. Indica los pasos de construcción. Compáralos con los realizados por tus compañeros.
c. Guarda este archivo como Rectángulo 2.
d. Encuentra la función que representa el perímetro del rectángulo en función de x. Indica el dominio que responde a las condiciones del problema.
e. Grafica con GeoGebra la función. Guarda este archivo como Perímetro.
f. Indica las coordenadas de P, que dan solución al problema. Justifica.

Como conclusión podemos decir que se puede aplicar este software con seguridad en temas del primer año del bachillerato unificado, como el citado en este documento.

Anexo 5: Distribución de la suma del diagnóstico.

Pruebas de normalidad

	Grupos	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Total	Control	,164	30	,039	,937	30	,076
	Intervención	,136	30	,163	,965	30	,410

a. Corrección de significación de Lilliefors

Anexo 6: Reporte de la prueba t de Student para el diagnóstico.

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Reconoce una expresión algebraica como una función cuadrática	Se asumen varianzas iguales	,271	,604	-,310	58	,758	-,067	,215	-,497	,364
	No se asumen varianzas iguales			-,310	57,936	,758	-,067	,215	-,497	,364
Reconoce la gráfica correspondiente a una función cuadrática	Se asumen varianzas iguales	1,829	,182	-1,294	58	,201	-,167	,129	-,424	,091
	No se asumen varianzas iguales			-1,294	57,930	,201	-,167	,129	-,424	,091
Reconoce como afecta el valor del coeficiente del término cuadrático	Se asumen varianzas iguales	,579	,450	2,473	58	,016	,533	,216	,102	,965
	No se asumen varianzas iguales			2,473	57,774	,016	,533	,216	,102	,965
Reconoce como afecta el valor del término independiente	Se asumen varianzas iguales	7,089	,010	-1,287	58	,203	-,133	,104	-,341	,074
	No se asumen varianzas iguales			-1,287	54,403	,203	-,133	,104	-,341	,074
Reconoce vértice de la parábola	Se asumen varianzas iguales	5,458	,023	1,161	58	,250	,133	,115	-,096	,363
	No se asumen varianzas iguales			1,161	56,503	,250	,133	,115	-,097	,363
Calcula eje de simetría	Se asumen varianzas iguales	7,089	,010	-1,287	58	,203	-,133	,104	-,341	,074
	No se asumen varianzas iguales			-1,287	54,403	,203	-,133	,104	-,341	,074
Calcula coordenadas del vértice	Se asumen varianzas iguales	7,089	,010	-1,287	58	,203	-,133	,104	-,341	,074
	No se asumen varianzas iguales			-1,287	54,403	,203	-,133	,104	-,341	,074
Determina raíces de la parábola	Se asumen varianzas iguales	,825	,367	-3,275	58	,002	-,533	,163	-,859	-,207
	No se asumen varianzas iguales			-3,275	50,825	,002	-,533	,163	-,860	-,206
Identifica punto de corte en "y"	Se asumen varianzas iguales	1,069	,305	-,528	58	,599	-,067	,126	-,319	,186
	No se asumen varianzas iguales			-,528	57,914	,599	-,067	,126	-,319	,186
Concavidad de una parábola	Se asumen varianzas iguales	,318	,575	,282	58	,779	,033	,118	-,203	,270
	No se asumen varianzas iguales			,282	57,927	,779	,033	,118	-,203	,270
Recorrido de una función cuadrática	Se asumen varianzas iguales	8,449	,005	-1,385	58	,171	-,133	,096	-,326	,059
	No se asumen varianzas iguales			-1,385	52,286	,172	-,133	,096	-,327	,060
Identifica la función que modela el problema	Se asumen varianzas iguales	1,208	,276	,769	58	,445	,100	,130	-,160	,360
	No se asumen varianzas iguales			,769	57,976	,445	,100	,130	-,160	,360
Resuelve problemas de áreas aplicando funciones cuadráticas	Se asumen varianzas iguales	8,449	,005	1,385	58	,171	,133	,096	-,059	,326
	No se asumen varianzas iguales			1,385	52,286	,172	,133	,096	-,060	,327
Modeliza un problema de función cuadrática	Se asumen varianzas iguales	4,934	,030	-1,077	58	,286	-,100	,093	-,286	,086
	No se asumen varianzas iguales			-1,077	53,783	,286	-,100	,093	-,286	,086
Resolución de problemas	Se asumen varianzas iguales	24,926	,000	-2,112	58	,039	-,133	,063	-,260	-,007
	No se asumen varianzas iguales			-2,112	29,000	,043	-,133	,063	-,262	-,004
Total	Se asumen varianzas iguales	,442	,509	-1,306	58	,197	-,66667	,51043	-1,68840	,35507
	No se asumen varianzas iguales			-1,306	57,426	,197	-,66667	,51043	-1,68862	,35528

Anexo 7: Distribución de la suma del posevaluación.

Pruebas de normalidad

	Grupo	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Total	Control	,130	30	,200*	,952	30	,189
	Intervención	,287	30	,000	,813	30	,000

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

Anexo 8: Reporte de la prueba U de Mann Whitney para la posprueba.

Estadísticos de prueba[a]

	Comprende la incidencia del signo del coeficiente del término cuadrático	Comprende la incidencia del valor absoluto del coeficiente del término cuadrático	Comprende la incidencia del término independiente	Comprende la incidencia del coeficiente del término lineal	Calcula las coordenadas del vértice	Identifica el punto de corte con el eje "y"	Calcula las raíces de una función cuadrátic	Comprende e identifica al eje de simetría	Determina el recorrido de una función cuadrática	Deduce la función modelo	Identifica al vértice como máximo o mínimo de una función	Resuelve problema planteado	Total
U de Mann-Whitney	435	300	255	300	360	375	405	300	285	210	270	270	128
W de Wilcoxon	900	765	720	765	825	840	870	765	750	675	735	735	593
Z	-1,000	-2,794	-4,040	-2,794	-2,061	-1,554	-1,390	-2,583	-2,896	-4,251	-3,079	-3,136	-4,812
Sig. asintótica (bilateral)	,317	,005	,000	,005	,039	,120	,165	,010	,004	,000	,002	,002	,000

a. Variable de agrupación: Grupo