



## RESUMEN

En el trabajo presentado a continuación se detalla paso a paso el cálculo de losas doble T prefabricadas-pretensadas con extremos rígidos. Esta es una técnica que mezcla el diseño en hormigón pretensado con el diseño de hormigón armado convencional, debido a que los elementos además de cables para el preesfuerzo pueden contar con acero convencional (pasivo) en la parte superior. Este acero es utilizado para soportar momentos negativos que surgen debido a una continuidad que los elementos adquieren, trabajando como elementos semi-empotrados y no como elementos isostáticos.

El método de las cabezas rígidas se consigue mediante el diseño de losas con sección variable, que en el tramo central tienen una sección constante T o doble T y en los extremos son macizos de hormigón que proporcionan la capacidad de absorber momentos negativos.

Para emplear el método de las cabezas rígidas, se proporcionan los conocimientos teóricos que intervienen en el cálculo de los elementos prefabricados-pretensados, se resumen las principales características de los materiales así como las pérdidas tanto instantáneas como a lo largo de su vida útil.

Luego se aborda el cálculo de esfuerzos a los que el elemento estará sometido en las diferentes etapas, así como el diseño a última resistencia, fuerza cortante y un control de deflexiones, para asegurarse del buen comportamiento del elemento durante las etapas de construcción y durante su funcionamiento.

Además se desarrollará un ejemplo práctico correspondiente a los elementos utilizados en el nuevo edificio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca.

## PALABRAS CLAVE

Hormigón, pretensado, prefabricado, cabezas rígidas, losas, preesfuerzo, torones, cables, métodos constructivos, diseño, estructuras.



## ÍNDICE

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES .....	15
ÍNDICE DE TABLAS .....	16
SIMBOLOGÍA.....	17
RESUMEN .....	11
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....	21
1.1 Antecedentes .....	21
1.2 Objetivo General .....	21
1.3 Objetivos específicos .....	21
1.4 Resumen de contenidos .....	22
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO.....	23
2.1 INTRODUCCIÓN AL HORMIGÓN PREESFORZADO .....	23
2.2 MATERIALES DEL HORMIGÓN PREESFORZADO.....	24
2.2.1 Hormigón.....	24
2.2.2 Acero .....	24
2.3 CONSIDERACIONES ESPECIALES PARA EL DISEÑO .....	26
2.3.1 Hipótesis de apoyo de los elementos .....	26
2.3.2 Introducción y descripción del método cabezas rígidas .....	27
2.3.3 Aproximación empírica para estimar la distribución de momentos considerando el aporte de las cabezas rígidas .....	29
2.3.4 Ancho efectivo .....	30
2.4 PÉRDIDAS EN LA FUERZA DEL PREESFUERZO .....	30
2.4.1 Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón .....	31
2.4.2 Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas .....	33
2.4.3 Pérdida por retracción del hormigón.....	33
2.4.4 Pérdida por fluencia plástica del hormigón.....	34
2.4.5 Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo .....	34
2.5 TEORÍA DE DISEÑO PARA ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN .....	35
2.5.1 Comportamiento al momento de cortar los cables .....	38
2.5.2 Comportamiento al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado .....	40
2.5.3 Comportamiento bajo cargas de servicio .....	41
2.5.4 Cálculo de esfuerzos en la carpeta hormigonada in situ .....	42
2.5.5 Diseño a flexión en resistencia última .....	43



2.6	CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.....	46
2.7	TEORÍA DE DISEÑO / REVISIÓN POR CORTANTE.....	46
2.8	DEFLEXIONES.....	49
2.8.1	“Camber” y deflexiones .....	49
2.8.2	Método de los multiplicadores para estimar deflexiones a largo plazo...51	
CAPÍTULO 3: DISEÑO DE ELEMENTOS .....		52
3.1	REQUERIMIENTOS ARQUITECTÓNICOS AL DISEÑO ESTRUCTURAL	52
3.2	SELECCIÓN PRELIMINAR DE RESISTENCIA DE HORMIGÓN, TIPO DE ACERO, PREDIMENSIONAMIENTO Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN .....	53
3.2.1	Resistencia del Hormigón.....	53
3.2.2	Tipo de Acero .....	53
3.2.3	Predimensionamiento de la sección .....	53
3.2.4	Área de la sección transversal .....	55
3.2.5	Centro de gravedad.....	56
3.2.6	Inercia.....	57
3.2.7	Radio de Giro .....	57
3.2.8	Módulo de la Sección .....	57
3.2.9	Excentricidad.....	59
3.3	CÁLCULO DE CARGAS Y MOMENTOS.....	59
3.3.1	Peso Propio.....	59
3.3.2	Carpeta.....	61
3.3.3	Trabajo .....	62
3.3.4	Tabiquería .....	64
3.3.5	Viva .....	65
3.4	PÉRDIDAS EN LA FUERZA DE PREESFUERZO .....	66
3.4.1	Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón al momento de cortar los cables.....	67
3.4.2	Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas .....	68
3.4.3	Pérdida por retracción del hormigón.....	68
3.4.4	Pérdida por fluencia plástica del hormigón.....	69
3.4.5	Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo .....	69
3.5	ANÁLISIS DE ESFUERZOS .....	70
3.5.1	Al momento de cortar los cables .....	70



3.5.2	Al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado.....	71
3.5.3	Bajo cargas de servicio .....	72
3.6	DETERMINACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ESFUERZOS EN LAS DIFERENTES ETAPAS.....	75
3.7	REVISIÓN A RESISTENCIA ÚLTIMA. FACTOR DE SEGURIDAD DEL DISEÑO REALIZADO. ....	77
3.8	VERIFICACIÓN DE LÍMITES EN LA CUANTÍA DE ACERO.....	78
3.8.1	Acero mínimo en una sección de hormigón pretensado.....	78
3.8.2	Acero máximo en una sección de hormigón pretensado.....	79
3.9	CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.....	79
3.10	CÁLCULO DEL CORTANTE .....	81
3.11	CÁLCULO DE DEFLEXIONES.....	83
3.12	IMPLEMENTACIÓN DE UNA HOJA ELECTRÓNICA DE CÁLCULO .....	85
CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....		88
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....		91
REFERENCIAS.....		94
BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA.....		96



## UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, FRANCISCO FERNANDO CALDERÓN PERALVO, autor de la tesis "DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOSAS TT PREFABRICADAS-PRETENSADAS CON EXTREMOS RÍGIDOS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 3 de abril de 2013

FRANCISCO FERNANDO CALDERÓN PERALVO  
CI: 0104550033-0

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316  
e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103  
Cuenca - Ecuador



## UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, RUBÉN SANTIAGO ORTEGA TOLEDO, autor de la tesis "DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOSAS TT PREFABRICADAS-PRETENSADAS CON EXTREMOS RÍGIDOS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 3 de abril de 2013

RUBÉN SANTIAGO ORTEGA TOLEDO

CI: 010456621-1

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador



## UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, RUBÉN SANTIAGO ORTEGA TOLEDO, autor de la tesis "DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOSAS TT PREFABRICADAS-PRETENSADAS CON EXTREMOS RÍGIDOS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 3 de abril de 2013

RUBÉN SANTIAGO ORTEGA TOLEDO  
CI: 010456621-1

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail cdjby@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador



UNIVERSIDAD DE CUENCA  
Fundada en 1867

Yo, FRANCISCO FERNANDO CALDERÓN PERALVO, autor de la tesis "DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOSAS TT PREFABRICADAS-PRETENSADAS CON EXTREMOS RÍGIDOS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 3 de abril de 2013

FRANCISCO FERNANDO CALDERÓN PERALVO  
CI: 010455033-0

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316  
e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103  
Cuenca - Ecuador



**UNIVERSIDAD ESTATAL DE CUENCA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**“DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOSAS TT PREFABRICADAS –  
PRETENSADAS CON EXTREMOS RÍGIDOS”**

DISERTACIÓN DE TESIS, PRESENTADA  
A LA FACULTAD DE INGENIERÍA PREVIO  
A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

**AUTORES:**

FRANCISCO FERNANDO CALDERÓN PERALVO  
RUBÉN SANTIAGO ORTEGA TOLEDO

**TUTOR:**

ING. ÁNGEL PINO VELÁZQUEZ M.sc

**COTUTOR:**

DR. NELSON NAVARRO CAMPOS

CUENCA. ECUADOR

Abril del 2013



## **AGRADECIMIENTOS**

Hacemos extensivo nuestro más sincero agradecimiento a las siguientes personas e instituciones que hicieron posible la consecución del presente trabajo de tesis:

Al Dr. Nelson Navarro Campos, por su invaluable colaboración y predisposición para impartir de manera sobresaliente todos los conocimientos necesarios a lo largo del desarrollo de la presente tesis.

Al Msc. Ángel Pino Velázquez, por hacer posible este trabajo mediante su asesoría y dirección.

Al M.Sc. Fabián Carrasco Castro, autor del libro “Hormigón Pretensado: diseño de elementos isostáticos”, ya que éste fue la base teórica fundamental para la realización de nuestra tesis.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, por el soporte institucional brindado tanto a lo largo de la carrera como en el desarrollo de la presente tesis.

A todos los amigos, familiares y personas cercanas que de una manera u otra siempre estuvieron presentes brindándonos su apoyo.



## **RESUMEN**

En el trabajo presentado a continuación se detalla paso a paso el cálculo de losas doble T prefabricadas-pretensadas con extremos rígidos. Esta es una técnica que mezcla el diseño en hormigón pretensado con el diseño de hormigón armado convencional, debido a que los elementos además de cables para el preesfuerzo pueden contar con acero convencional (pasivo) en la parte superior. Este acero es utilizado para soportar momentos negativos que surgen debido a una continuidad que los elementos adquieren, trabajando como elementos semi-empotrados y no como elementos isostáticos.

El método de las cabezas rígidas se consigue mediante el diseño de losas con sección variable, que en el tramo central tienen una sección constante T o doble T y en los extremos son macizos de hormigón que proporcionan la capacidad de absorber momentos negativos.

Para emplear el método de las cabezas rígidas, se proporcionan los conocimientos teóricos que intervienen en el cálculo de los elementos prefabricados-pretensados, se resumen las principales características de los materiales así como las pérdidas tanto instantáneas como a lo largo de su vida útil.

Luego se aborda el cálculo de esfuerzos a los que el elemento estará sometido en las diferentes etapas, así como el diseño a última resistencia, fuerza cortante y un control de deflexiones, para asegurarse del buen comportamiento del elemento durante las etapas de construcción y durante su funcionamiento.

Además se desarrollará un ejemplo práctico correspondiente a los elementos utilizados en el nuevo edificio de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca.

## **PALABRAS CLAVE**

Hormigón, pretensado, prefabricado, cabezas rígidas, losas, preesfuerzo, torones, cables, métodos constructivos, diseño, estructuras.



## ÍNDICE

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES .....	15
ÍNDICE DE TABLAS .....	16
SIMBOLOGÍA.....	17
RESUMEN .....	11
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....	21
1.1 Antecedentes .....	21
1.2 Objetivo General .....	21
1.3 Objetivos específicos .....	21
1.4 Resumen de contenidos .....	22
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO.....	23
2.1 INTRODUCCIÓN AL HORMIGÓN PREESFORZADO .....	23
2.2 MATERIALES DEL HORMIGÓN PREESFORZADO.....	24
2.2.1 Hormigón.....	24
2.2.2 Acero .....	24
2.3 CONSIDERACIONES ESPECIALES PARA EL DISEÑO .....	26
2.3.1 Hipótesis de apoyo de los elementos .....	26
2.3.2 Introducción y descripción del método cabezas rígidas .....	27
2.3.3 Aproximación empírica para estimar la distribución de momentos considerando el aporte de las cabezas rígidas .....	29
2.3.4 Ancho efectivo .....	30
2.4 PÉRDIDAS EN LA FUERZA DEL PREESFUERZO .....	30
2.4.1 Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón .....	31
2.4.2 Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas .....	33
2.4.3 Pérdida por retracción del hormigón.....	33
2.4.4 Pérdida por fluencia plástica del hormigón.....	34
2.4.5 Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo .....	34
2.5 TEORÍA DE DISEÑO PARA ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN .....	35
2.5.1 Comportamiento al momento de cortar los cables .....	38
2.5.2 Comportamiento al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado .....	40
2.5.3 Comportamiento bajo cargas de servicio .....	41
2.5.4 Cálculo de esfuerzos en la carpeta hormigonada in situ .....	42
2.5.5 Diseño a flexión en resistencia última .....	43



2.6	CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.....	46
2.7	TEORÍA DE DISEÑO / REVISIÓN POR CORTANTE.....	46
2.8	DEFLEXIONES.....	49
2.8.1	“Camber” y deflexiones .....	49
2.8.2	Método de los multiplicadores para estimar deflexiones a largo plazo...51	
CAPÍTULO 3: DISEÑO DE ELEMENTOS .....		52
3.1	REQUERIMIENTOS ARQUITECTÓNICOS AL DISEÑO ESTRUCTURAL	52
3.2	SELECCIÓN PRELIMINAR DE RESISTENCIA DE HORMIGÓN, TIPO DE ACERO, PREDIMENSIONAMIENTO Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN .....	53
3.2.1	Resistencia del Hormigón.....	53
3.2.2	Tipo de Acero .....	53
3.2.3	Predimensionamiento de la sección .....	53
3.2.4	Área de la sección transversal .....	55
3.2.5	Centro de gravedad.....	56
3.2.6	Inercia.....	57
3.2.7	Radio de Giro .....	57
3.2.8	Módulo de la Sección .....	57
3.2.9	Excentricidad.....	59
3.3	CÁLCULO DE CARGAS Y MOMENTOS.....	59
3.3.1	Peso Propio.....	59
3.3.2	Carpeta.....	61
3.3.3	Trabajo .....	62
3.3.4	Tabiquería .....	64
3.3.5	Viva .....	65
3.4	PÉRDIDAS EN LA FUERZA DE PREESFUERZO .....	66
3.4.1	Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón al momento de cortar los cables.....	67
3.4.2	Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas .....	68
3.4.3	Pérdida por retracción del hormigón.....	68
3.4.4	Pérdida por fluencia plástica del hormigón.....	69
3.4.5	Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo .....	69
3.5	ANÁLISIS DE ESFUERZOS .....	70
3.5.1	Al momento de cortar los cables .....	70



3.5.2	Al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado.....	71
3.5.3	Bajo cargas de servicio .....	72
3.6	DETERMINACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ESFUERZOS EN LAS DIFERENTES ETAPAS.....	75
3.7	REVISIÓN A RESISTENCIA ÚLTIMA. FACTOR DE SEGURIDAD DEL DISEÑO REALIZADO. ....	77
3.8	VERIFICACIÓN DE LÍMITES EN LA CUANTÍA DE ACERO.....	78
3.8.1	Acero mínimo en una sección de hormigón pretensado.....	78
3.8.2	Acero máximo en una sección de hormigón pretensado.....	79
3.9	CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.....	79
3.10	CÁLCULO DEL CORTANTE .....	81
3.11	CÁLCULO DE DEFLEXIONES.....	83
3.12	IMPLEMENTACIÓN DE UNA HOJA ELECTRÓNICA DE CÁLCULO .....	85
CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....		88
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....		91
REFERENCIAS.....		94
BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA.....		96



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<b>Ilustración 1:</b> Curva esfuerzo – deformación de los aceros utilizados en hormigón armado y pretensado .....	25
<b>Ilustración 2:</b> Condiciones reales de apoyo.....	27
<b>Ilustración 3:</b> Fotografía de losas con cabezas rígidas pertenecientes al estacionamiento del “Parque de la Madre” .....	28
<b>Ilustración 4:</b> Sección rellena al momento de homigonar la carpeta in situ.....	28
<b>Ilustración 5:</b> Acero utilizado para brindar continuidad a los elementos.....	28
<b>Ilustración 6:</b> Distribución de momentos para diferentes condiciones de apoyo .....	29
<b>Ilustración 7:</b> Distribución de deformaciones en una sección sometida a flexión .....	35
<b>Ilustración 8:</b> Deformaciones y esfuerzos resultantes en una sección a flexión.....	36
<b>Ilustración 9:</b> Distribución de los esfuerzos de compresión y tracción en losas de hormigón armado .....	36
<b>Ilustración 10:</b> Convención de signos utilizados para esfuerzos y momentos.....	37
<b>Ilustración 11:</b> Losas de excentricidad variable.....	39
<b>Ilustración 12:</b> Deformaciones unitarias para una falla por flexión .....	46
<b>Ilustración 13:</b> Diagramas de diseño por cortante .....	48
<b>Ilustración 14:</b> Inercia efectiva.....	50
<b>Ilustración 15:</b> Geometría del elemento .....	53
<b>Ilustración 16:</b> Detalle de las cabezas rígidas .....	54
<b>Ilustración 17:</b> Detalle de la sección T correspondiente al tramo central constante .	54
<b>Ilustración 18:</b> Diagrama de cargas distribuidas para peso propio.....	60
<b>Ilustración 19:</b> Diagrama de fuerza cortante y momento por peso propio .....	60
<b>Ilustración 20:</b> Diagrama de fuerza cortante y momento debido al peso de la carpeta .....	62
<b>Ilustración 21:</b> Diagrama de fuerza cortante y momento debido a la carga de trabajo .....	63
<b>Ilustración 22:</b> Diagrama de fuerza cortante y momento por tabiquería.....	65
<b>Ilustración 23:</b> Diagrama de fuerza cortante y momento por carga viva .....	66
<b>Ilustración 24:</b> Diagramas de esfuerzos al final de las cabezas para las diferentes etapas .....	76
<b>Ilustración 25:</b> Diagramas de esfuerzos al centro de la luz para las diferentes etapas .....	76
<b>Ilustración 26:</b> Diagrama de deformaciones unitarias .....	79



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1:</b> Cables utilizados comúnmente para pretensar.....	25
<b>Tabla 2:</b> Clasificación de las pérdidas .....	31
<b>Tabla 3:</b> Límites del esfuerzo al cortar los cables.....	38
<b>Tabla 4:</b> Límites de la fuerza de pretensado.....	39
<b>Tabla 5:</b> Clasificación de los elementos según el esfuerzo de tracción.....	40
<b>Tabla 6:</b> Límites del esfuerzo al colocar la carpeta.....	41
<b>Tabla 7:</b> Deflexiones máximas permitidas de acuerdo al ACI .....	49
<b>Tabla 8:</b> Multiplicadores del PCI, para estimar el “camber” y deflexiones a largo plazo, en elementos de hormigón pretensado .....	51
<b>Tabla 9:</b> Resumen de las pérdidas .....	70



## SIMBOLOGÍA

$A_i$  = Sección transversal del elemento sub  $i$

$A$  = Área de la sección transversal de las losas con sección  $T$

$A_c$  = Área de la sección transversal compuesta de las losas con sección  $T$

$A_p$  = área efectiva del torón de preesfuerzo

$A_{ps}$  = área de acero preesforzado en la zona de tracción por flexión

$b_w$  = espesor del alma de una viga o vigueta

$C_t$  = coeficiente de deformación plástica, para una edad  $t$  en días

$C_u$  = relación de deformaciones unitarias de flujo plástico y elástica instantánea.

$c_b$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la fibra inferior

$c^t$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la fibra superior

$c_c^t$

= distancia desde el centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra superior de la losa

$c_{bc}$

= distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra inferior de la losa

$c_{cs}^t$

= distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra superior de la carpeta

$c_{bcs}$

= distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra inferior de la carpeta

$d$  = distancia del centroide de acero, a la fibra extrema en compresión

$d_b$  = diámetro nominal del torón

$d_p$  = distancia desde la fibra extrema en compresión, al centroide del acero preesforzado

$E_{cc}$  = módulo de elasticidad de la carpeta hormigonada in situ

$E_c$  = módulo de elasticidad de la losa

$E_{ci}$  = módulo de elasticidad de la losa al momento de cortar los cables

$E_p$  = módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo

$e$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la altura de los cables

$f_b$  = esfuerzo en la fibra inferior

$f_c$  = esfuerzo de compresión promedio en el hormigón



$f'_c$  = esfuerzo de compresión especificada del hormigón (resistencia), usualmente a los 28 días

$f'_{c_c}$  = resistencia a los 28 días del hormigón de la carpeta hormigonada in situ

$f'_{ci}$  = resistencia a la compresión del hormigón al momento de cortar los cables

$f_{cp}$  = esfuerzo en el hormigón a la altura de la excentricidad  $e$  del cable

$f_{pi}$  = esfuerzo inicial en el cable de pretensado

$f_{ps}$  = esfuerzo nominal en flexión en  $kg/cm^2$

$f_{se}$  = esfuerzo efectivo luego de las pérdidas en  $kg/cm^2$

$f^t$  = esfuerzo en la fibra superior

$f^{ts}$  = esfuerzo en la fibra superior de la carpeta

$f_{bs}$  = esfuerzo en la fibra inferior de la carpeta

$f_{yt}$  = resistencia a la fluencia del refuerzo de cortante

$h'_c$  = altura equivalenete de la carpeta hormigonada in situ

$h_c$  = altura de la carpeta hormigonada in situ

$I$  = momento de inercia de la sección de hormigón

$I_c$  = momento de inercia de la sección compuesta de hormigón

$L$  = longitud del cable de bancada a bancada

$l$  = luz de diseño

$l_d$  = longitud de desarrollo en  $cm$

$M_{CL}$  = momento flector en el centro de la luz del elemento

$M_D$  = momento flector por peso propio

$M_{D(+)}$  = momento flector por carga de tabiquería y fachada

$M_L$  = momento flector por carga viva

$M_{SD}$  = momento flector por peso de la carpeta

$M_T$  = momento flector por la carga de trabajo

$M_u$  = momento flector último (cargas mayoradas)

$M_x$  = momento flector en un punto cualquiera de la viga



$n$  = relación entre módulos de elasticidad

$P_i$  = fuerza de tensado inicial

$P_e$  = fuerza efectiva de tensado, es decir luego de todas las pérdidas

$P_{ei}$  = Pérdida inicial por acortamiento del hormigón y ajuste de cuñas

$r^2$  = radio de giro al cuadrado de la sección

$S_b$  = módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra inferior

$S^t$  = módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra superior

$S_c^t$  = módulo resistente de la sección compuesta, con respecto a la fibra superior

$S_{bc}$  = módulo resistente de la sección compuesta, con respecto a la fibra inferior

$S_{cs}^t$  = módulo resistente de la sección compuesta a la altura superior de la carpeta

$S_{bcs}$  = módulo resistente de la sección compuesta a la altura inferior de la carpeta

$s$  = espaciamiento del acero transversal de cortante

$t$  = tiempo

$V_c$  = resistencia nominal a cortante en una sección, debida al hormigón

$V_s$  = resistencia nominal al cortante en una sección, debida al refuerzo

$V_u$  = fuerza cortante última (mayorada)

$w$  = Carga uniformemente distribuida

$y_g$  = Centro de gravedad del elemento

$y_{gc}$  = Centro de gravedad del elemento compuesto

$y_{gi}$  = Centro de gravedad del elemento sub  $i$

$v$  = corrimiento total de cuñas

$\delta$  = elongación total del torón

$\varepsilon$  = deformación unitaria en el cable de pretensado

$\varepsilon_r$  = deformación unitaria por retracción

$\Delta_c$  = acortamiento en el hormigón producto de la fuerza transferida al momento de cortar los cables.

$\Delta f_{cf}$  = pérdida por fluencia plástica del hormigón



$\Delta f_{cr}$  = *pérdida por retracción del hormigón*

$\Delta f_{pa}$  = *pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas*

$\Delta f_{pe}$  = *pérdida por acortamiento elástico instantáneo del hormigón*

$\Delta f_{pt}$  = *pérdida total en los torones expresada en kg/cm<sup>2</sup>*

$\Delta f_R$  = *pérdida por relajación del acero de preesfuerzo*



## CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

Debido a la reciente incorporación y aceptación del uso de elementos prefabricados-pretensados en el medio local, surge la necesidad de profundizar los conocimientos de diseño estructural impartidos en los estudios de pregrado, con la teoría y práctica del diseño de hormigón pretensado.

Para el cálculo de elementos isostáticos se utilizó como base teórica fundamental el libro: “Hormigón Pretensado: diseño de elementos isostáticos” del autor Fabián Carrasco Castro, fue éste el punto de partida para luego ir adaptando el cálculo de elementos hiperestáticos.

Para realizar dicha adaptación, se contó con la invaluable colaboración del Dr. Nelson Navarro Campos, el cual impartió personalmente los conocimientos necesarios a lo largo del proceso.

El método de las cabezas rígidas fue utilizado originalmente en Cuba y localmente sólo se ha aplicado en las obras correspondientes al “Parque de la Madre”, proyecto en el cual tuvo participación como diseñador estructural el mencionado Dr. Navarro.

### 1.2 Objetivo General

En términos generales, con el presente trabajo de tesis se pretende comprender a cabalidad todos los procesos, consideraciones, ventajas referentes al hormigón pretensado, así como las mejoras que presta el método de las cabezas rígidas; para posteriormente aplicarlos en un problema real.

### 1.3 Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se persiguen con la presente tesis son los siguientes:

- Comprender los preceptos y los diferentes conceptos que rigen el comportamiento de un elemento constituido por hormigón pretensado.
- Aplicar los conocimientos adquiridos al diseño de un elemento en hormigón pretensado.
- Entender el método hiperestático de las cabezas rígidas para poder acoplarlo a la teoría convencional de diseño de hormigón pretensado en elementos isostáticos.
- Evaluar los beneficios que ofrece el optar por el hormigón pretensado como solución constructiva.
- Implementar un programa de cálculo en Microsoft Excel, mediante el cual se pueda optimizar y automatizar el proceso de diseño.



## 1.4 Resumen de contenidos

El presente trabajo de tesis está estructurado mediante cinco capítulos, los cuales son:

- Introducción
- El marco teórico de estudio
- El diseño de los elementos
- Análisis de resultados y discusión
- Conclusiones

El segundo capítulo expone a detalle la base teórica sobre la cual se sustenta el diseño en hormigón pretensado, abordando: materiales constituyentes, pérdidas en la fuerza de preesfuerzo, comportamiento del elemento en diferentes etapas, momentos negativos, cortante y deflexiones.

Adicionalmente, el segundo capítulo incluye una sección en la que fundamentalmente se explican las diferentes consideraciones adicionales que se tomó para introducir el método de las cabezas rígidas.

El tercer capítulo es la aplicación de la base teórica como solución a un problema real de construcción: El nuevo edificio de la Facultad de Ingeniería, para lo cual se cuenta con los estudios arquitectónicos que aportan los datos de partida para el diseño estructural.

Además, el tercer capítulo contiene una breve descripción e imágenes de captura de pantalla del programa automatizado de cálculo desarrollado en Microsoft Excel.

El cuarto capítulo consta de un análisis de los resultados obtenidos con el diseño, así como la validez de los mismos, incluyendo una breve comparación con el hormigón armado.

El quinto y último capítulo aporta las conclusiones generales y recomendaciones respecto al presente trabajo.



## CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

### 2.1 INTRODUCCIÓN AL HORMIGÓN PREENFORZADO

El desarrollo moderno del hormigón preesforzado se le atribuye al francés Eugene Freyssinet el cual comenzó a usar cables de acero de alta resistencia para vigas pretensadas en el año de 1928. (Ref. 2.1). El hormigón pretensado toma fuerza alrededor de los años 40 en EEUU ya que surge como solución constructiva para puentes, parqueaderos u otras estructuras en las que es necesario salvar grandes luces y a su vez minimizar la cantidad de columnas.

El hormigón preesforzado se define como la técnica de diseño y construcción de elementos de hormigón a los cuales, previo a su puesta en servicio, se les induce una fuerza de compresión mediante cables de alta resistencia.

Una de las mayores ventajas constructivas del hormigón pretensado consiste en la capacidad de controlar en fábrica la calidad de los materiales, la construcción del elemento, así como reducir probables errores de factor humano que siempre están presentes en obra. Entre las ventajas funcionales o prácticas se puede recalcar: como ya se mencionó antes se consigue salvar luces muy grandes, controlar con relativa facilidad las deflexiones, bajo nivel de agrietamiento evitando la corrosión del acero, además de la disminución del peralte, ya que en general se puede decir que en los elementos de hormigón pretensado la relación peralte-luz, comparada con la del hormigón armado es de un 65% a un 80% para un mismo diseño de carga y luz. (Ref. 2.2), lo que implica elementos más livianos y con una menor sollicitación sísmica.

Adicionalmente entre las condiciones desfavorables se debe tomar en cuenta que los elementos, al ser construidos en fábrica, requieren de un transporte cauteloso al sitio de la obra, actividad que implicaría un elevado costo en caso de que la fábrica se encuentre muy distante de la obra. Situación similar ocurre al momento del izado ya que se requieren grúas de capacidad suficiente para dicha actividad.

Para llevar a cabo este método constructivo se parte de la utilización de cables de alta resistencia, razón por la cual es necesario trabajar con hormigones de una resistencia relativamente alta, para poder equilibrar las fuerzas internas entre el hormigón y el acero. Al momento de someter la losa a fuerzas externas (cargas) se puede notar la ventaja de este método ya que dichas fuerzas tienen que eliminar primero a la fuerza interna de pretensado.

El proceso comúnmente realizado en fábrica consiste en la colocación de los cables en moldes prefabricados (usualmente metálicos), para su tensado por medio de gatos hidráulicos montados sobre bancadas, posteriormente se vierte el hormigón en el molde y luego se somete a vibración. Se realiza el curado durante un tiempo que



generalmente es de 7 días, dependiendo de las especificaciones de diseño, para finalmente proceder a cortar los cables.

Entre los elementos más utilizados están la losa T o losa TT, por lo que se ha elegido los mismos como solución constructiva para el nuevo edificio de la facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, y son por lo tanto objeto del presente estudio. Se pretende conseguir un mayor alcance que el diseño convencional de elementos isostáticos, ampliándolo hacia el diseño de losas continuas, cuyos extremos serán macizos rígidos y su tramo central conformado por la sección constante a utilizar.

## 2.2 MATERIALES DEL HORMIGÓN PREESFORZADO

### 2.2.1 Hormigón

Una de las ventajas de elaborar los elementos en fábrica es que se tiene un mejor control de las condiciones de producción, por ejemplo se suele realizar el curado del hormigón mediante vapor de agua con lo que se obtiene altas resistencias a muy temprana edad, factor de importancia tomando en cuenta que se utilizan hormigones de alta resistencia que con el uso adecuado de aditivos pueden llegar fácilmente a 400 o 500 kg/cm<sup>2</sup>.

Además factores a tomar en cuenta para una buena calidad del hormigón son: contar con relaciones agua/cemento del orden 35%, adicionalmente se deberá contar con agregados de buena calidad que cumplan con la norma ASTM C33 (Ref. 2.3).

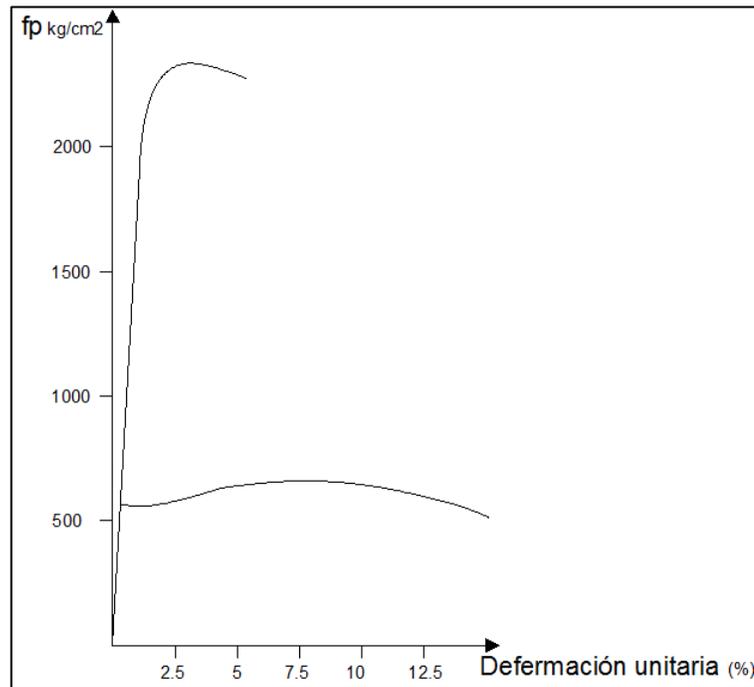
Al igual que el hormigón armado, el hormigón a ser preesforzado debe presentar buenas características con respecto a los siguientes aspectos:

- Resistencia a la compresión
- Resistencia a la tracción
- Resistencia al corte
- Rigidez, que para el hormigón es el módulo de elasticidad  $E_c$ .
- Retracción, es la contracción del hormigón debido a cambios químicos que ocurren al secarse durante el proceso de endurecimiento. La retracción depende de la humedad y del tiempo, mas no de los esfuerzos aplicados.
- Fluencia lenta, depende del tiempo y ocurre por la presencia de esfuerzos permanentes, por lo que es de interés su estudio, el cual se realizará más adelante al determinar las pérdidas.

### 2.2.2 Acero

En cuanto a materiales la condición fundamental que diferencia al hormigón pretensado del hormigón armado convencional, es que se utilizan cables de alta resistencia en lugar de barras de acero. La razón por la que se utiliza cables de alta resistencia para el preesfuerzo se debe a que la deformación final que tendrá el

hormigón absorbe parte del esfuerzo y en el caso del acero normal prácticamente se perdería toda la fuerza del preesfuerzo, en cambio con los cables de alta resistencia se consigue que luego de las pérdidas producidas por la deformación del hormigón, aún se cuente con buen porcentaje del esfuerzo de compresión inicial. Los cables más utilizados son de acero de baja relajación, los mismos que deben cumplir con la norma ASTM A416 (Ref. 2.4)



**Ilustración 1:** Curva esfuerzo – deformación de los aceros utilizados en hormigón armado y pretensado

En el hormigón preesforzado adicionalmente se utiliza acero convencional para reforzar la sección en caso de que las tracciones excedan los límites permisibles. Por lo tanto se denomina acero activo a aquel que es tensado para transmitir la fuerza de preesfuerzo y acero pasivo a aquel que se coloca de la forma convencional.

<b>TIPOS DE CABLES UTILIZADOS PARA PARA PRETENSAR</b>					
Grado fpu Ksi	Diámetro pulgadas	Grado fpu kg/cm2	Diámetro mm	Área cm2	Masa kg/m
250	1/4	17600	6.35	0.232	0.179
250	3/8	17600	9.53	0.526	0.403
250	1/2	17600	12.7	0.929	0.731
250	3/5	17600	15.24	1.294	1.104
270	3/8	19000	9.53	0.548	0.432
270	1/2	19000	12.7	0.987	0.79
270	3/5	19000	15.24	1.387	1.104

**Tabla 1:** Cables utilizados comúnmente para pretensar



Un problema que afecta a los cables con mayor repercusión que a las varillas, es la corrosión, ya que los cables se corroen más fácilmente y más aún en presencia de tensiones, por lo que se deben tomar las medidas necesarias, como por ejemplo el recubrimiento mediante pintura.

Otro inconveniente es la relajación que sufre el acero, y no es más que la pérdida de la fuerza de preesfuerzo a lo largo del tiempo, siendo esta mayor al periodo inicial de la vida útil del elemento y mínima conforme avanza el tiempo, por lo que es de importancia su estudio más adelante en la determinación de las pérdidas.

Una de las condiciones fundamentales que deben cumplirse para el buen funcionamiento de los elementos preesforzados, es la correcta adherencia entre los cables y el hormigón, para de esta manera asegurar la transmisión de la fuerza al momento de cortar los cables, por lo que se debe verificar la longitud de transferencia, para lo cual el ACI (Ref. 2.5), brinda una fórmula para calcular la longitud de desarrollo para torones de preesfuerzo de 7 hilos:

$$l_d = \left( \frac{f_{se}}{210} \right) d_b + \left( \frac{f_{ps} - f_{se}}{70} \right) d_p$$

$l_d$  = longitud de desarrollo en cm

$f_{se}$  = esfuerzo efectivo luego de las pérdidas en  $kg/cm^2$

$f_{ps}$  = esfuerzo nominal en flexión en  $kg/cm^2$

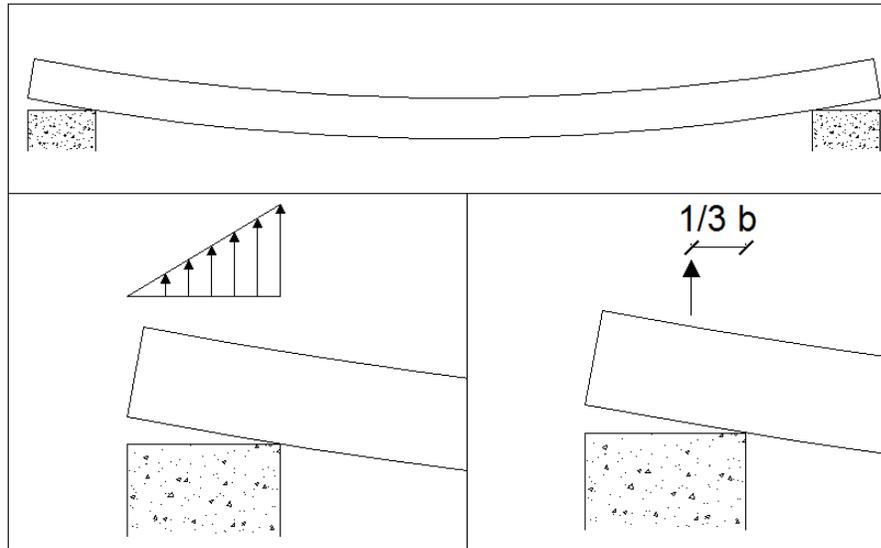
$d_b$  = diámetro nominal del torón en cm

## 2.3 CONSIDERACIONES ESPECIALES PARA EL DISEÑO

### 2.3.1 Hipótesis de apoyo de los elementos

Al momento de determinar la luz de diseño a utilizar en el cálculo, surge la interrogante respecto a la posición real de la reacción de apoyo. Normalmente esta condición se pasa por alto y simplemente se utiliza la luz física del elemento.

Dado que en el hormigón pretensado, resulta contraproducente tanto el sobredimensionamiento como el subdimensionamiento, es decir, utilizar la luz física sería sobredimensionar y utilizar la luz del vano sería subdimensionar. Por ello se ve la necesidad de estar lo más apegado posible a las condiciones reales, para dicho fin se analizará lo siguiente:



**Ilustración 2:** Condiciones reales de apoyo

Como se puede apreciar en el gráfico, los elementos sometidos a flexión experimentan una deformación o flecha. Esto implica que a lo largo de la superficie de contacto entre la losa y el apoyo, la reacción no es puntual como se asume comúnmente, sino tiene una distribución no uniforme.

Para este caso se considera que a la altura de la cara del apoyo, se verá una reacción máxima que varía linealmente hasta llegar a cero en el inicio de la losa, resultando una distribución triangular. Por lo tanto, para efectos de determinar la luz de diseño del elemento, ahora si se concentrará la reacción de apoyo en el centro de gravedad del triángulo mencionado anteriormente.

### 2.3.2 Introducción y descripción del método cabezas rígidas

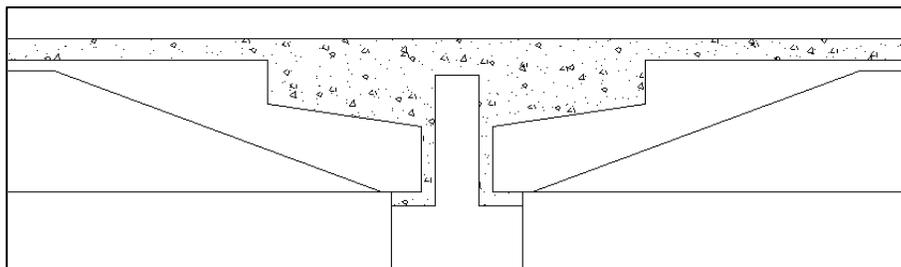
Como se mencionó anteriormente en este trabajo, se busca expandir la teoría convencional del cálculo de elementos prefabricados-pretensados isostáticos hacia el cálculo de elementos estáticamente indeterminados o hiperestáticos, mediante el método conocido como el de “Cabezas Rígidas”.

Al igual que el cálculo de elementos isostáticos, el método de cabezas rígidas consiste en un análisis por etapas de los esfuerzos de tracción y compresión de las fibras superior e inferior del elemento. En las etapas iniciales conocidas como “momento de cortar los cables” y “momento de hormigonar la carpeta”, el elemento se comporta como isostático y es a partir del estado conocido como “cargas de servicio” que se considera la acción de los momentos negativos producto de un semiempotramiento en los extremos de las cabezas.



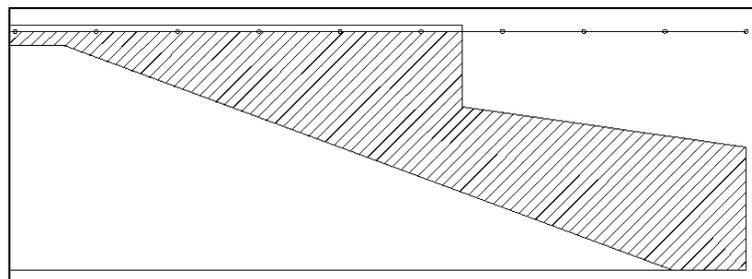
**Ilustración 3:** Fotografía de losas con cabezas rígidas pertenecientes al estacionamiento del “Parque de la Madre”

Se conoce con el nombre de cabezas rígidas a las secciones correspondientes a los extremos de los elementos, los mismos que son variables a lo largo de su longitud, de tal forma que al hormigonarse la carpeta se rellena la sección entre elementos adyacentes, conformando un macizo con gran capacidad de resistencia a cortante y a momento negativo. El tramo central del elemento está conformado por una sección constante T o doble T.



**Ilustración 4:** Sección rellena al momento de homigonar la carpeta in situ

El semiempotramiento en los extremos de las cabezas se consigue mediante el uso de barras de acero corrugado embebidas en las losas, las cuales se anclan con una adecuada longitud de desarrollo a los elementos, al momento del hormigonado de la carpeta.



**Ilustración 5:** Acero utilizado para brindar continuidad a los elementos

Es necesario comprobar los esfuerzos tanto en el centro como en los extremos del elemento, debido a que en los extremos, los momentos no tienen mayor influencia, pudiendo producirse altas tracciones en la fibra superior.

Debido a que los macizos presentan una gran resistencia a esfuerzos de compresión, tracción y cortante, en este método resulta innecesario realizar las comprobaciones de los esfuerzos en las cabezas, por lo que se comprueban en el punto donde se localiza la transición de cabeza a sección T.

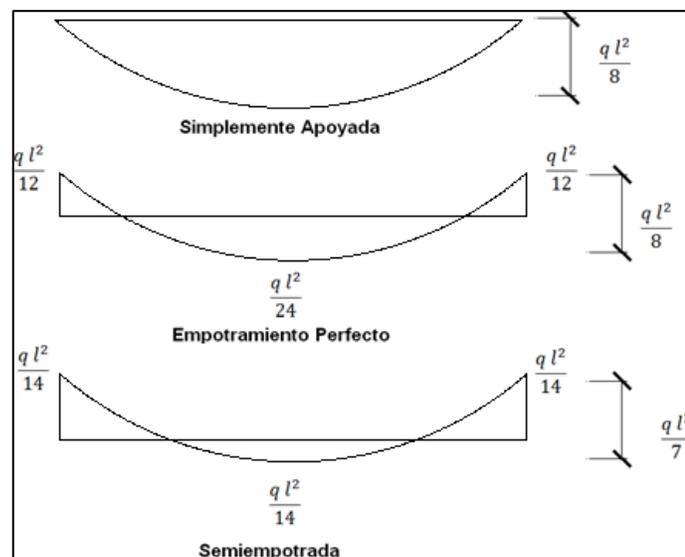
### 2.3.3 Aproximación empírica para estimar la distribución de momentos considerando el aporte de las cabezas rígidas

Debido a las consideraciones analizadas en la sección 2.3.2, surge la necesidad de establecer una distribución de momentos que contemple la presencia de momentos positivos y negativos.

Se debe notar que luego de hormigonar la carpeta sobre los elementos prefabricados-pretensados se formará un sistema de losas continuas, sin embargo, no sería correcto considerar los elementos como empotrados ni tampoco como simplemente apoyados. Por lo que se opta por aproximar de manera empírica la distribución de momentos.

Como es de conocimiento general, en todo diagrama de momentos las ordenadas de momentos positivos y negativos deben sumar  $1/8$ . Y cada uno de ellos tomará una diferente proporción de acuerdo a las condiciones de apoyo del elemento.

Así, para elementos simplemente apoyados (no existen momentos negativos), el coeficiente de momento positivo es  $1/8$ . Para el caso de elementos empotrados, el coeficiente de momento negativo es  $1/12$  y el de momento positivo es  $1/24$ .



**Ilustración 6:** Distribución de momentos para diferentes condiciones de apoyo



Como se considera un semiempotramiento, el coeficiente debe ser:

- Para momento negativo: menor que el de empotramiento ( $1/12$ ) y mayor que el de simplemente apoyado ( $0$ ).
- En el caso de momento positivo: menor que el de simplemente apoyado ( $1/8$ ) y mayor que el de empotrado ( $1/24$ ).

Dado que se asumirá empíricamente los coeficientes del semiempotramiento, para efectos de seguridad se opta por asumir un mayor valor de la ordenada total de momento, la cual se considerará de  $1/7$ .

Por último se opta por considerar igual distribución de momentos negativos y positivos, por lo que sus coeficientes serán de  $1/14$ , valor que también cumple la condición de encontrarse entre los límites establecidos anteriormente.

#### **2.3.4 Ancho efectivo**

Cuando se habla de losas T o doble T se debe considerar que las alas de dichos elementos funcionan como alas propiamente dichas, hasta cierta distancia, la cual se denomina ancho efectivo. Éste está definido por los siguientes criterios según el ACI (Ref. 2.22):

- “El ancho efectivo de la losa usada como ala de las vigas T no debe exceder  $\frac{1}{4}$  de la luz de la viga, y el ancho sobresaliente efectivo del ala a cada lado del alma no debe exceder:
  - 8 veces el espesor de la losa
  - La mitad de la distancia libre a la siguiente alma”.

Si por algún motivo se requiere sobrepasar estas limitaciones, la longitud excedente de ala se debe diseñar y armar como una losa maciza por separado. No obstante, se recomienda procurar que el ancho efectivo determine las dimensiones del elemento para evitar el armado adicional de los excedentes de las alas.

## **2.4 PÉRDIDAS EN LA FUERZA DEL PREESFUERZO**

A medida que la vida útil del elemento avanza se pierde parte de la fuerza inicial de preesforzado, la cual persiste a lo largo del tiempo, pero para fines prácticos se la calcula hasta un periodo límite de 5 años, luego del cual el incremento se vuelve despreciable.

Las pérdidas ocurren en las diferentes etapas de análisis del elemento para lo cual se las puede clasificar de la siguiente manera:



Pérdidas	Hormigón	Acero
Instantáneas	Deformación elástica instantánea al cortar los cables	Corrimiento de las cuñas de pretensar
Con el tiempo	Retracción del hormigón Fluencia plástica del hormigón	Relajación del acero

**Tabla 2:** Clasificación de las pérdidas

El ACI 2008 (Ref. 2.6), indica que las pérdidas se pueden calcular mediante la suma de las pérdidas individuales antes mencionadas:

$$\Delta f_{pt} = \Delta f_{pa} + \Delta f_R + \Delta f_{pe} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{cf}$$

$\Delta f_{pt}$  = pérdida total en los torones expresada en kg/cm<sup>2</sup>

$\Delta f_{pa}$  = pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$\Delta f_R$  = pérdida por relajación del acero de preesfuerzo

$\Delta f_{pe}$  = pérdida por el acortamiento elástico instantáneo del hormigón

$\Delta f_{cr}$  = pérdida por la retracción del hormigón

$\Delta f_{cf}$  = pérdida por la fluencia plástica del hormigón

#### 2.4.1 Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón

La fuerza de compresión aplicada por los cables produce un acortamiento tanto en el hormigón como en los cables, por lo que para calcular la pérdida se analiza de la siguiente manera:

Módulo de elasticidad de los cables:  $E_p = f_{pi} / \varepsilon$

El esfuerzo de pretensado inicial es:  $f_{pi} = P_i / A_p$

La deformación unitaria en los cables:  $\varepsilon = \delta / L$

Obteniéndose:

$$\delta = \frac{P_i L}{E_p A_p} = \frac{f_{pi} L}{E_p}$$

$\delta$  = elongación total del torón

$P_i$  = fuerza de tensado inicial

$L$  = longitud del cable de bancada a bancada

$E_p$  = Módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo



$A_p$  = área efectiva del torón de preesfuerzo

$f_{pi}$  = esfuerzo inicial en el cable de pretensado

$\varepsilon$  = deformación unitaria en el cable de pretensado

La misma ecuación se puede aplicar al hormigón:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c}$$

$\Delta c$  = Acortamiento en el hormigón producto de la fuerza transferida al momento de cortar los cables.

Como los cables sufren el mismo acortamiento que el hormigón:

$$\Delta f_{pe} = E_p \varepsilon_c = \frac{E_p P_i}{A_c E_c} = \frac{n P_i}{A_c} = n f_c$$

$n$  = relación entre módulos de elasticidad del acero de preesfuerzo y el hormigón

Como en elementos sometidos a flexión el esfuerzo  $f_c$  varía con respecto al centro de gravedad del elemento y se busca determinar el acortamiento a la altura de los cables se determina el esfuerzo a dicha altura mediante la fórmula:

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 - \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e M_D}{I_c}$$

$e$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la altura de los cables

$f_{cp}$  = esfuerzo en el hormigón a la altura de la excentricidad  $e$  del cable

$r^2 = \frac{I}{A}$  = radio de giro al cuadrado de la sección

$I_c$  = momento de inercia de la sección de hormigón

$M_D$  = momento flector por peso propio

Por último la pérdida en el acero de pretensar es:

$$\Delta f_{pe} = n f_{cp}$$



### 2.4.2 Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

Al momento de tensar los cables, estos son sostenidos por cuñas que sufren un corrimiento cuando se transfiere la fuerza del gato hidráulico, este corrimiento depende del tipo de máquina y según la AASHTO (Ref. 2.7), se encuentra entre 3 a 10 mm.

La deformación unitaria por el corrimiento de cuñas es:

$$\varepsilon = \frac{v}{L}$$

$v$  = corrimiento total de cuñas

Y la pérdida por ajuste de cuñas es:

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon E_p$$

La pérdida por el ajuste de cuñas es inversamente proporcional a la luz de las losas por lo que no se recomienda realizar elementos prefabricados-pretensados muy cortos.

### 2.4.3 Pérdida por retracción del hormigón

Las pérdidas por retracción se deben fundamentalmente al fraguado, así como en menor medida, a factores que tienen que ver con el tipo de mezcla del hormigón, el curado, la geometría del elemento y las condiciones ambientales.

Según el ACI (Ref. 2.8), el 80% de la retracción ocurre durante el primer año de vida.

La pérdida de esfuerzo sucede debido a que el acero de preesfuerzo y el hormigón deben acortarse en igual medida, por lo tanto, basado en la ley de Hooke, esta pérdida sería igual a:

$$\Delta f_{cr} = \varepsilon_r E_p$$

Dónde:

$\varepsilon_r$  = deformación unitaria por retracción

Existen varias fórmulas y métodos para estimar la retracción, entre ellos, el PCI proporciona la siguiente ecuación en la cual se toma en cuenta la influencia de la relación volumen/superficie y la humedad relativa:

$$\Delta f_{cr} = 8,2 \times 10^{-6} E_p \left( 1 - 0,0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

Para la aplicación de la fórmula:

$E_p$  y  $\Delta f_{cr}$  en  $Kg/cm^2$



$V$  en  $cm^3$

$S$  en  $cm^2$

$HR$  en %

#### 2.4.4 Pérdida por fluencia plástica del hormigón

Estas pérdidas ocurren debido a la acción de un esfuerzo o carga permanente, varían con el tiempo y dependen principalmente de la magnitud de la carga actuante y factores que tienen que ver con el tipo de mezcla del hormigón, el curado, la geometría del elemento, condiciones ambientales.

Para el hormigón pretensado, la pérdida se calcula mediante la siguiente fórmula (Ref. 2.9):

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

Dónde:

$f_{cp}$  = esfuerzo en el hormigón, a la altura del centroide del cable de presfuerzo

$C_t = \frac{t^{0,6}}{10 + t^{0,6}} C_u$  = coeficiente de deformación plástica, para una edad  $t$  en días

$C_u = \frac{\epsilon_{fp}}{\epsilon_e}$  = relación de deformaciones unitarias de flujo plástico y elástica instantánea, puede variar de 2 a 4 y se utiliza un valor de 2,35 para la deformación última.

#### 2.4.5 Pérdida por relajación del acero de presfuerzo

La relajación ocurre al transcurrir el tiempo, debido a la elongación constante a la que son sometidos los cables de presfuerzo. Por ello es directamente proporcional al tiempo y a la relación entre el esfuerzo inicial y el esfuerzo de fluencia  $\frac{f_{pi}}{f_{py}}$ , el valor de la relajación es usualmente proporcionado por el fabricante del acero, pero se puede calcular también mediante la siguiente expresión:

$$\Delta f_R = f_{pi} \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right)$$

$t$  = tiempo en horas

## 2.5 TEORÍA DE DISEÑO PARA ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

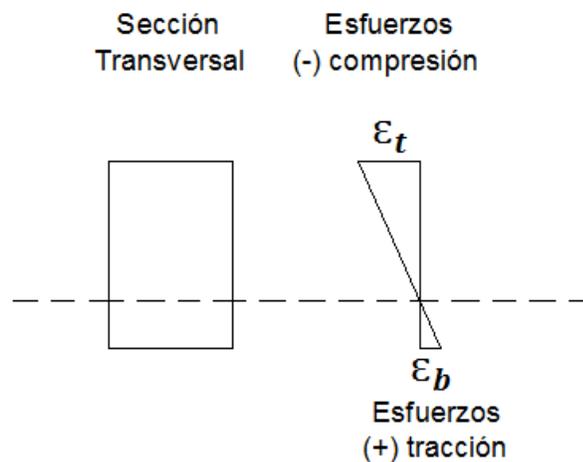
Al aplicar cargas a una estructura, los elementos pertenecientes a la misma, deberán soportar diferentes tipos esfuerzos: flexión, cortante, axial, torsión. En este apartado se hará énfasis en el comportamiento y posterior diseño a flexión de los elementos.

Debido a que, en general, el diseño estructural implica procesos iterativos, es lo más recomendable empezar por el diseño a flexión ya que este esfuerzo es el que generalmente rige para el dimensionamiento.

Es necesario definir parámetros de materiales tales como el acero a utilizar y la resistencia del hormigón, así como conocer las características arquitectónicas del proyecto, que proporcionan información respecto a luces de elementos, peraltes máximos permitidos, etc. Por otro lado conocer el uso que se le va a dar a la estructura para así definir las cargas.

Una vez definidos los parámetros, cargas y otras características mencionadas anteriormente, se debe partir por imponer una sección y refuerzo, para comprobar si éstos tienen la capacidad suficiente para resistir las sollicitaciones externas a las que será sometida.

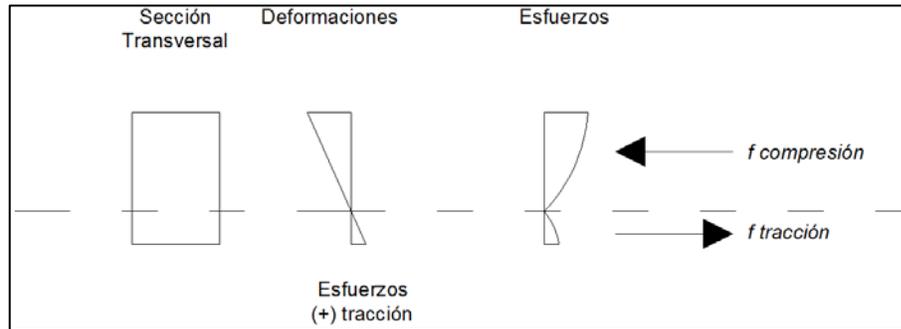
Como hipótesis inicial para analizar la flexión, al igual que en el hormigón armado, se considera que antes y después de la deformación, las secciones se mantendrán planas. Esto nos permite relacionar las deformaciones linealmente mediante el siguiente esquema:



**Ilustración 7:** Distribución de deformaciones en una sección sometida a flexión

La segunda hipótesis consiste en asumir que la deformación máxima del hormigón es 0,003, condición que asegura que el mismo llegue a su resistencia máxima antes

que el acero. Conociendo el módulo de elasticidad del material, se puede determinar ya los esfuerzos mediante relaciones de triángulos.

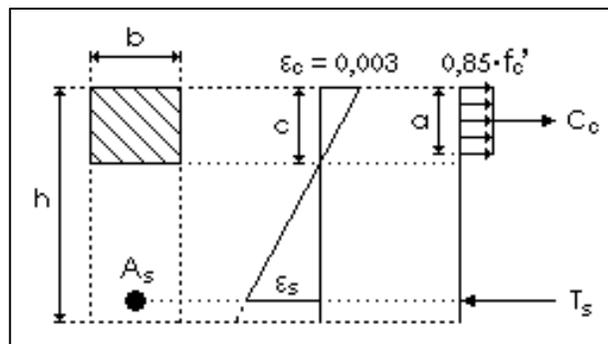


**Ilustración 8:** Deformaciones y esfuerzos resultantes en una sección a flexión

La distribución de esfuerzos de compresión tiene una forma curva, y para motivo de cálculo se define un bloque rectangular de compresión compensado, mediante un factor  $\beta_1$ . El área de dicho rectángulo multiplicada por el esfuerzo a compresión proporciona la fuerza de compresión.

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{Para hormigón con } f' < 280$$

$$\beta_1 = 1,05 - \frac{f'c}{1400} \quad \text{Para hormigón con } f'c > 280$$



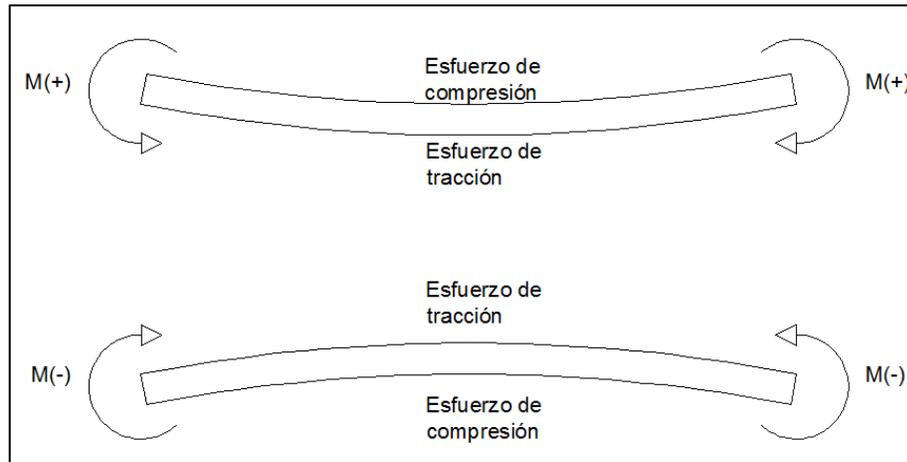
**Ilustración 9:** Distribución de los esfuerzos de compresión y tracción en losas de hormigón armado

En el caso de los esfuerzos de tracción, se desprecia el aporte a tracción del hormigón por lo que únicamente el acero absorbe el esfuerzo, así la fuerza de tensión será: el esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) multiplicado por el área de acero ( $A_s$ ).

Cabe recalcar que la capacidad a tensión del hormigón sí se toma en cuenta para el diseño de hormigón pretensado, como se explicará más adelante.

Por último, considerando el equilibrio entre tracción y compresión, el momento nominal será igual a cualquiera de las 2 fuerzas multiplicadas por su brazo.

Como convención para el presente estudio se adoptará (+) para tracción y (-) para compresión, y para el caso de momentos es (+) si la concavidad producida es hacia arriba y (-) si la concavidad producida es hacia abajo.



**Ilustración 10:** Convención de signos utilizados para esfuerzos y momentos

Al momento de comprobar la resistencia última, para evitar la falla frágil, es importante verificar que la sección esté sometida a una falla por fluencia del acero, para esto se debe cumplir con las cuantías mínimas y máximas establecidas por el ACI.

El diseño de hormigón pretensado requiere que se verifiquen varios estados siendo indispensables los siguientes:

- Al momento de cortar los cables, usualmente a los 7 días de haber vertido el hormigón sobre los moldes. Solamente actúa el peso propio.
- Al momento de colocar la carpeta o cualquier carga muerta sobre el elemento. Al hablar de la carpeta, ésta al fraguar, pasará a ser parte del elemento y formará lo que se conoce como un elemento compuesto, el cual será motivo de análisis del siguiente estado.
- Al momento que actúan las cargas de servicio, considerando ya una sección compuesta si es el caso. Adicionalmente se debe comprobar que las fisuras sean despreciables así como el control de deflexiones y camber. En este estado se debe considerar la influencia de las cabezas rígidas en los momentos actuantes así como se definió en el capítulo 2.3.
- Resistencia última: considerando posibles sobrecargas.



### 2.5.1 Comportamiento al momento de cortar los cables

Dentro de este estado se puede considerar también los estados correspondientes al izado, almacenado y transporte, siempre y cuando el elemento se encuentre en las mismas condiciones de apoyo durante todos los estados mencionados.

Los límites que aplican para los esfuerzos en el hormigón al momento de cortar los cables según el ACI (Ref. 2.10) son:

<b>Esfuerzo</b>	<b>Extremos</b>	<b>Tramo central</b>
Compresión	$0.7 f'_{ci}$	$0.6 f'_{ci}$
Tracción	$1.6 \sqrt{f'_{ci}}$	$0.8 \sqrt{f'_{ci}}$

**Tabla 3:** Límites del esfuerzo al cortar los cables

$f'_{ci}$  = resistencia a la compresión del hormigón al momento de cortar los cables

La razón por la que los límites en los extremos son más flexibles se debe a que la fuerza de pretensado prácticamente no actúa hasta alcanzar toda la longitud de transferencia.

En caso de no cumplirse los límites existen algunas posibilidades para solucionar el diseño, que dependen de la cantidad excedente que presenten los diferentes esfuerzos.

Por ejemplo, cuando los valores resultantes de los esfuerzos se encuentren muy por encima de los límites establecidos una solución adecuada es iterar tanto con el número de cables como con las dimensiones de la sección.

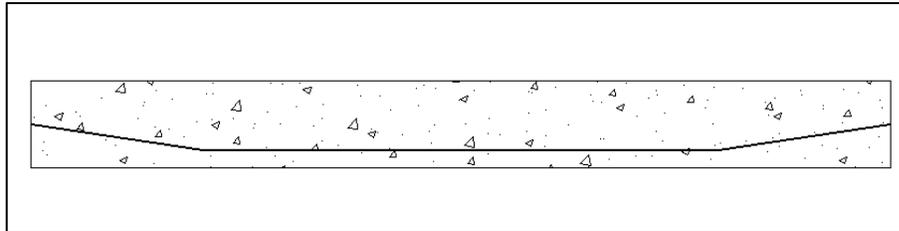
Para el caso en que los esfuerzos excedidos estén cerca de los límites, una solución común es colocar acero pasivo, es decir, acero convencional no preesforzado. Tomando en lo cuenta lo siguiente:

- En caso de no cumplirse los límites a compresión, se puede colocar acero pasivo que cubra el únicamente el esfuerzo excedente con respecto al límite en el elemento, pero cabe recalcar que un diseño que no cumpla los límites de compresión no es muy óptimo.
- En caso de no cumplirse los límites de tracción significa que el hormigón se ha fisurado y que por lo tanto ha perdido toda su capacidad de resistir esfuerzos de tracción, para esto deberá colocarse acero pasivo que soporte toda la fuerza de tracción presente en el elemento.

Otra solución utilizada comúnmente en edificios cuando los esfuerzos no cumplen los límites en los extremos, consiste en forrar una porción de los cables hasta máximo un 50% de éstos (Ref. 2.11), consiguiéndose de esta manera eliminar la fuerza aplicada mediante la supresión de la adherencia en una longitud determinada, usando tubo PVC o mangueras. Vale recalcar que la cubrición de cables resta una

distancia importante de transferencia de fuerza y más aun considerándose que los esfuerzos se calculan al final de las cabezas en nuestro diseño.

Una solución adicional cuando los esfuerzos no cumplen los límites de tracción en los extremos es la utilización de secciones de excentricidad variable, que consiste en colocar los cables de tal manera que en los extremos no proporcionen mayor excentricidad, eliminándose así el esfuerzo adicional producido por el momento, actuando únicamente la compresión.



**Ilustración 11:** Losas de excentricidad variable

Los límites que aplican para la fuerza de pretensado en los cables son los siguientes, según el ACI (Ref. 2.12):

Condición	Se escogerá el mínimo valor entre:	
Durante el Tensado	0.94 $f_{py}$	0.80 $f_{pu}$
Instante después de la transferencia	0.82 $f_{py}$	0.74 $f_{pu}$

**Tabla 4:** Límites de la fuerza de pretensado

Utilizando la sección no fisurada y en el rango elástico, el esfuerzo en la fibra superior viene dado por:

$$f^t = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 - \frac{e c^t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S^t}$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e c_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b}$$

$f^t$  = esfuerzo en la fibra superior

$f_b$  = esfuerzo en la fibra inferior

$c^t$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la fibra superior

$c_b$  = distancia del centro de gravedad de la sección a la fibra inferior

$S^t = \frac{I}{c^t}$  = módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra superior



$$S_b = \frac{I}{c_b} = \text{módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra inferior}$$

En caso de buscarse mayor exactitud se puede calcular los esfuerzos utilizando la sección equivalente, es decir, transformando teóricamente el área de acero en hormigón y manteniendo su distancia al eje neutro. También se podría considerar el cambio en los módulos de elasticidad del hormigón y del acero a lo largo del tiempo. Pero por razones prácticas y por estar del lado de la seguridad se utiliza la sección bruta para determinar las propiedades de la misma así como la utilización de los módulos de elasticidad convencionales. (Ref. 2.13).

### 2.5.2 Comportamiento al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado

Una de las características más importantes del método de las cabezas rígidas consiste en el hormigonado in situ de una carpeta sobre las losas T, que en un inicio soportan ésta como una carga muerta, para después pasar a formar parte de la losa como un elemento compuesto de mayor rigidez. Pero la ventaja de mayor trascendencia ocurre en los extremos del elemento, donde el hormigonado pasa a completar el espacio libre dejado sobre las cabezas y con la adecuada cantidad de acero pasivo, brindará a las etapas posteriores condiciones de continuidad a las losas, lo cual aporta la capacidad de soportar momentos negativos, reduciendo a su vez los momentos positivos.

El ACI (Ref. 2.14) clasifica los elementos preesforzados en tres clases según su esfuerzo de tracción, de la siguiente manera:

Clase	Denominación	Condición	Unidad
U	No fisurados	$f_t \leq 2.0 \sqrt{f'_c}$	$kg/cm^2$
T	En transición	$2.0 \sqrt{f'_c} < f_t \leq 3.2 \sqrt{f'_c}$	$kg/cm^2$
C	Fisurados	$f_t > 3.2 \sqrt{f'_c}$	$kg/cm^2$

**Tabla 5:** Clasificación de los elementos según el esfuerzo de tracción

Se ha podido observar durante el desarrollo de esta tesis que trabajar con secciones fisuradas dificulta extremadamente el cálculo a la hora de obtener los esfuerzos y las deflexiones. Así como también incrementa en gran medida el costo de los elementos, ya que, como se mencionó anteriormente, una vez que se ha fisurado el elemento se debe colocar acero pasivo para que cubra toda la tracción producida en el mismo, convirtiéndose así en un gasto adicional, que tal vez se podría evitar combinando de mejor manera la sección y el número de cables. Razón por la cual se recomienda realizar dicho análisis en casos de extrema urgencia, omitiéndose esto en el presente trabajo.

Por lo tanto los límites a partir del estado 2 según el ACI (Ref. 2.15) son los siguientes:



Esfuerzo	Límite
Tracción	$2.0 \sqrt{f'_c}$
Compresión	$0.45 f'_c$

**Tabla 6:** Límites del esfuerzo al colocar la carpeta

Como se mencionó anteriormente la carga correspondiente al momento de hormigonar la carpeta, será soportada en su totalidad por la losa, funcionando está aún como un elemento simplemente apoyado, por lo que los módulos resistentes serán los mismos del primer estado, ya que el hormigón en estado líquido no aporta ninguna rigidez.

En esta etapa además se pasa a considerar que se han producido todas las pérdidas, obteniéndose así la fuerza efectiva de tensado. Adicionalmente se considerará una carga de trabajo con la que se estima la acción de los obreros al momento del hormigonado. Por lo tanto, a la fórmula ya presentada se le adicionan los nuevos términos de la siguiente manera:

En la fibra superior:

$$f^t = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t}$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b}$$

$P_e$  = fuerza efectiva de tensado, es decir, luego de todas las pérdidas

$M_{SD}$  = momento flector por peso de la carpeta

$M_T$  = momento flector por la carga de trabajo

### 2.5.3 Comportamiento bajo cargas de servicio

Esta comprobación consiste en verificar los esfuerzos que se producen en los elementos al momento en que actúan las cargas de servicio, considerando las mismas, sin mayorar.

Como se mencionó anteriormente, en este estado la carpeta hormigonada ya es rígida y pasará a conformar un solo elemento con la losa T, lo cual recibe el nombre de elemento compuesto, con una mayor área, inercia y módulo resistente. Se considera importante mencionar que generalmente para la carpeta, el hormigón utilizado es de menor resistencia que el utilizado para las losas, por lo que para el cálculo de sus propiedades es necesario que se trabaje con la sección transformada mediante la relación entre sus módulos de elasticidad, de la siguiente manera:



$$n = \frac{E_c c}{E_c}$$

$n$  = relación entre módulos de elasticidad de la carpeta y la losa

$E_c c$  = módulo de elasticidad de la carpeta

$E_c$  = módulo de elasticidad de la losa

Con las nuevas propiedades calculadas solo resta obtener los momentos adicionales que se producen en el tercer estado, los cuales corresponden a la carga viva y a una carga adicional de tabiquería y fachada. Cabe recalcar que los momentos a calcularse con dichas cargas consideran ya condiciones de continuidad por lo que deben ser calculados según lo indicado anteriormente en la sección 2.3.3.

Por lo tanto se debería adicionar los siguientes términos para el cálculo de los esfuerzos:

En la fibra superior:

$$f^t = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t} - \frac{M_L + M_{D(+)}}{S_c^t}$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b} + \frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{bc}}$$

$M_L$  = momento flector por carga viva

$M_{D(+)}$  = momento flector por carga de tabiquería y fachada

$S_c^t$  = módulo resistente de la sección compuesta, con respecto a la fibra inferior

$S_{bc}$  = módulo resistente de la sección compuesta, con respecto a la fibra superior

#### 2.5.4 Cálculo de esfuerzos en la carpeta hormigonada in situ

La sección correspondiente a la carpeta, al formar un solo cuerpo con la losa T, estará sujeta a la acción de esfuerzos debido a los momentos generados por las cargas, razón por la cual se debe comprobar los límites correspondientes, tanto en la fibra superior como en la inferior de la carpeta. Los esfuerzos correspondientes se calculan mediante las siguientes fórmulas:

Para la fibra superior de la carpeta:

$$f^{ts} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{cs}^t}$$



Para la fibra inferior de la carpeta:

$$f_{bs} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{b\ cs}}$$

$f^{ts}$  = esfuerzo en la fibra superior de la carpeta

$f_{bs}$  = esfuerzo en la fibra inferior de la carpeta

$S_{cs}^t$  = módulo resistente de la sección compuesta a la altura superior de la carpeta

$S_{b\ cs}$  = módulo resistente de la sección compuesta a la altura inferior de la carpeta

### 2.5.5 Diseño a flexión en resistencia última

En términos generales, el método de diseño a resistencia última consiste en mayorar las cargas mediante factores de carga y disminuir la resistencia de los elementos mediante factores de resistencia. De ahí se le da el nombre en inglés de LRFD "Load and Resistance Factors Design", traducido al español sería Diseño por factores de carga y resistencia.

Los factores de mayoración contemplan variaciones inesperadas o inusuales de carga, que pueden ocurrir en algún momento de la vida de la estructura, y dependen del tipo de carga: muerta, viva, sismo, viento, nieve, etc. Finalmente de esto se obtiene la demanda  $M_u$ .

Los factores de reducción de resistencia consideran las diferencias que existen entre el modelo teórico de diseño y la construcción en obra, y depende del tipo de falla considerada: compresión, flexión, cortante, torsión, etc. Considerando estos factores se obtiene la capacidad  $\phi M_n$ .

La condición que rige sería entonces:

$$\phi M_n \geq M_u$$

Como ya se explicó anteriormente, para calcular la capacidad del hormigón se supone: deformaciones planas, la deformación unitaria máxima de compresión para el hormigón es 0,003 y por último se halla un bloque equivalente de compresión.

Partiendo del principio fundamental de que para que un elemento se encuentre en equilibrio, la compresión debe ser igual a la tracción, y considerando las hipótesis anteriores, la expresión que define el momento surge de:

$$C = T$$

$$0,85 f'_c a b = A_p f_{ps}$$

De esta ecuación se obtiene el valor de  $a$ .



Multiplicando cualquiera de los dos miembros de la igualdad por el brazo que existe entre ellas, se obtiene el momento:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

La única diferencia con hormigón armado entonces, radica en el uso del esfuerzo nominal a tracción del acero de preesfuerzo:  $f_{ps}$  en lugar de usar  $f_{py}$ . Esto se hace debido a que el acero de pretensado tiene una gran resistencia, provocando que el hormigón llegue antes a la deformación unitaria de 0,003. Más adelante se detallará como calcular cantidades máximas y mínimas de acero para asegurar ductilidad.

El ACI (Ref. 2.20) aproxima el valor de  $f_{ps}$ , siempre y cuando  $f_{pe}$  no sea menor a  $0,5f_{pu}$ :

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{Y_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right)$$

Donde:

$Y_p =$  factor que depende de las propiedades del acero de preesfuerzo:

$$Y_p = 0,55 \text{ para } \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,80$$

$$Y_p = 0,40 \text{ para } \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,85$$

$$Y_p = 0,28 \text{ para } \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,90$$

$\beta_1 =$  factor para calcular la profundidad del bloque equivalente de compresión

$$\beta_1 = 0,85 \text{ Para hormigón con resistencia inferior a } 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\beta_1 = 1,05 - \frac{f'_c}{1400} \text{ Para hormigón con resistencia superior a } 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\rho_p = \text{cuantía del acero de preesfuerzo} = \frac{A_p}{b d_p}$$

$d =$  distancia de la fibra extrema de compresión al centroide del acero de preesfuerzo

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} \text{ en la que } \rho \text{ es la cuantía del acero de no preesfuerzo: } \frac{A_s}{b d}$$

$$\omega' = \rho' \frac{f_y}{f'_c} \text{ en la que } \rho' \text{ es la cuantía del acero de compresión: } \frac{A'_s}{b d} \text{ si existiera } A'_s$$



Si existiera refuerzo de compresión  $A'_s$ , el término  $\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right]$  debe considerarse siempre mayor a 0,17. Además la distancia desde la fibra extrema en compresión y el centroide del acero de compresión  $d'$ , debe ser menor a  $0,15 d_p$ ; si fuese mayor se toma  $\omega' = 0$ .

Finalmente se expresará de manera general el momento; es decir, considerando que a más del acero de preesfuerzo puede existir acero pasivo de tracción y compresión. La ecuación que rige dicha situación es la siguiente:

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y (d - d_p) + 0,85 f'_c (b - b_w) h_f \left( d_p - \frac{h_f}{2} \right) + A'_s f_y (d_p - d')$$

### Acero mínimo en una sección de hormigón pretensado

Se debe realizar esta comprobación para evitar fallas frágiles, mediante la siguiente relación:

$$\varphi M_n \geq 1,2 M_{cr}$$

Donde:

$M_{cr}$  = Momento de fisuración de la sección

Esta comprobación puede obviarse para elementos sometidos a flexión y cortante que tengan una capacidad igual a dos veces la demanda.

El momento crítico se calcula asumiendo que cuando éste actúa,  $f_b = f_r$ :

$$f_b = -\frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_b}{r^2} \right) + \frac{M_{cr}}{S_b} = f_r$$

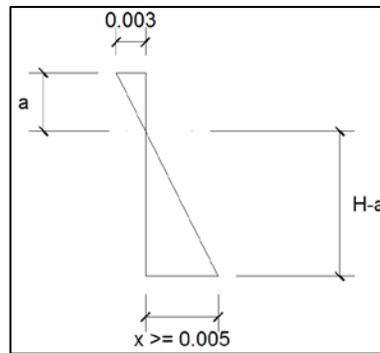
Despejando:

$$M_{cr} = \left[ f_r + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_b}{r^2} \right) \right] S_b$$

### Acero máximo en una sección de hormigón pretensado

De la misma manera que sucede para el acero mínimo, para evitar una falla frágil, se debe asegurar que el acero no sobrepase cierta cantidad máxima. La falla sería de tipo frágil ya que primero fracasaría el hormigón debido a la gran cantidad de acero.

El ACI (Ref. 2.21) establece que las secciones son controladas por tracción si al momento de que el hormigón alcance su deformación máxima de 0,003, la deformación del acero es mayor o igual a 0,005.



**Ilustración 12:** Deformaciones unitarias para una falla por flexión

## 2.6 CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.

Luego de hormigonar la carpeta y los espacios que quedan entre losas contiguas, el hormigón ha adquirido resistencia y se forman nudos rígidos (o se podrían llamar “semirrígidos” ya que se trata de un semiempotramiento) y ahora en lugar de ser losas aisladas pasan a formar parte de un sistema de losas continuas. Esto implica la aparición de momentos negativos en dichos nudos, los cuales deberán ser soportados por acero pasivo ( $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ ).

De igual manera, la distribución de momentos quedó definida en la sección 2.3.3, donde se definió un valor de momento negativo, igual al de positivo, de  $\frac{q l^2}{14}$ .

Cabe recalcar que los momentos que se considerarán para el momento negativo serán solamente el de carga viva y el de tabiquería, ya que los demás fueron absorbidos por la precompresión del acero y la sección en estados anteriores al de cargas de servicio.

Una vez obtenidos los momentos, el requerimiento de acero se calculará mediante la teoría de diseño del hormigón armado, la cual es ampliamente conocida y difundida y por lo tanto no se detallará en esta sección.

## 2.7 TEORÍA DE DISEÑO / REVISIÓN POR CORTANTE

En este trabajo se realizará la revisión por cortante según el método del ACI, que en la sección correspondiente al cortante, al igual que para el hormigón armado, nos indica que la capacidad a cortante de una losa es la suma de la contribución del hormigón más el refuerzo de acero, expresándose de la siguiente manera:

$$V_n = V_c + V_s$$

$V_c$  = resistencia nominal al cortante en una sección debida al hormigón



$V_s$  = resistencia nominal al cortante en una sección debida al refuerzo

En el caso de los elementos con cabezas rígidas se debe tomar en cuenta que las secciones macizas de hormigón en los extremos aportan una gran capacidad a cortante, por lo que la revisión a cortante se realiza al final de las cabezas, es decir, en la transición de macizo a sección doble T. Además, como se trabaja con elementos compuestos, se deberá calcular la resistencia a cortante del hormigón con el valor más bajo de  $f'_c$  que presenten respectivamente la losa y la carpeta.

Según el PCI Design Handbook (Ref. 2.16), se debe realizar el diagrama de resistencia cortante de la siguiente manera:

- a) Se grafica el límite inferior con una línea horizontal con el mínimo valor de la resistencia a cortante que viene dado por la ecuación:

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$V_c$  = resistencia nominal al cortante en una sección debida al hormigón

$b_w$  = espesor del alma de una viga o vigueta

$d$  = distancia del centroide de acero, a la fibra extrema en compresión

$f'_c$  = esfuerzo de compresión especificada del hormigón (resistencia), usualmente a los 28 días

- b) Se grafica la parte curva del diagrama que viene dada por la ecuación:

$$V_c = \left( 0.16 \sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

$V_u$  = fuerza cortante última (mayorada)

$M_u$  = momento flector último (cargas mayoradas)

Como se observa en la fórmula los valores de  $V_u$  y  $M_u$ , son variables, por lo que para la gráfica resulta conveniente obtener dichos valores para 3 puntos, medidos a partir del apoyo y cercanos al mismo, ya que es el rango en los que tiene influencia la fórmula.

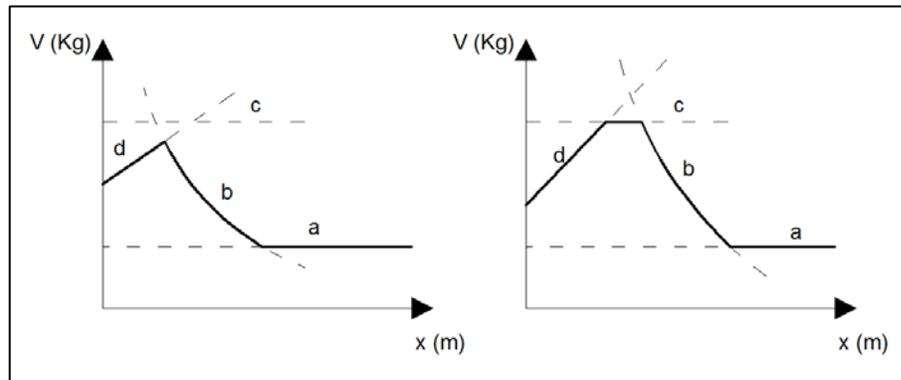
- c) Se grafica el límite superior con una línea horizontal que representa la máxima capacidad a cortante, viene dada por la ecuación:

$$V_c = 1.33 \sqrt{f'_c} b_w d$$

- d) Finalmente se grafica el último tramo, que consiste en una línea diagonal que inicia en el extremo del elemento en el valor de:

$$V_c = 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d$$

Esta línea intersecta a la horizontal que define el límite superior a una distancia del apoyo igual a 50 veces el diámetro de los torones utilizados.



**Ilustración 13:** Diagramas de diseño por cortante

Como se puede observar, en este método se toma en cuenta la contribución que realiza la compresión en los elementos prefabricados-pretensados, incrementándose de esta manera la capacidad a cortante en los extremos del elemento. Un diseño que se encuentra más del lado de la seguridad sería asumir que la contribución al cortante del hormigón viene dada por la fórmula convencional del hormigón armado.

### Refuerzo mínimo a cortante

Como ya se conoce, el cortante es máximo en los extremos del elemento y mínimo en el centro, pero se debe considerar que en los tramos centrales, donde el hormigón ya ha absorbido todo el esfuerzo cortante, se debe colocar una cantidad mínima de refuerzo, que según el ACI (Ref. 2.17) estará dado por el máximo valor entre:

$$Av_{\min} = 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$Av_{\min} = 3.5 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$Av_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} s}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}}$$

$A_{ps}$  = área de acero preesforzado en la zona de tracción por flexión

$f_{yt}$  = resistencia a la fluencia del refuerzo de cortante

$s$  = espaciamiento del acero transversal de cortante



## 2.8 DEFLEXIONES

En todo diseño estructural se debe asegurar y tener en cuenta cuatro aspectos: resistencia, seguridad, economía y funcionalidad. Al hablar de funcionalidad, se habla de que los elementos estructurales, bajo los requisitos de servicio, presenten deflexiones razonables. Dichas deflexiones deben cumplir con límites proporcionados por códigos de construcción.

### 2.8.1 “Camber” y deflexiones

El “Camber” se define como una contraflecha inicial que experimenta el elemento prefabricado-pretensado, al momento de cortar los cables. Esto se debe a que los mismos producen una fuerza de compresión que está ubicada a una distancia determinada del eje de la sección. Es variable con el tiempo y por ende, de difícil determinación, por lo que es recomendable siempre cumplir con cuantías mínimas y peraltes mínimos dados por los códigos.

En el caso de existir una diferencia entre el “camber” medido y el calculado, se admitirá como máximo 2 cm, si no es así se deberá rediseñar. En el caso de diferencias entre “camber” de elementos contiguos, la tolerancia es mayor para elementos compuestos ya que el hormigonado de la carpeta cubrirá este tipo de fallas. La evaluación de deflexiones se debe realizar con y sin cargas de servicio.

De acuerdo a lo mencionado en la sección 2.5.2, las deflexiones se calcularán para el elemento en condiciones no fisuradas, lo cual implica que para el cálculo del momento de inercia se considerará la sección bruta, según el ACI (Ref. 2.18).

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva	L/180
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva	L/360
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes , y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional.	L/480
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales <b>no</b> susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		L/240

**Tabla 7:** Deflexiones máximas permitidas de acuerdo al ACI

Para el cálculo del “camber” se utilizará la siguiente fórmula correspondiente a la deflexión elástica:

$$\Delta \uparrow = \frac{P_i e L^2}{8 E_c I}$$

$P_i$  = Pérdida inicial por acortamiento del hormigón y ajuste de cuñas

Por otro lado, la deflexión debido al peso propio se calcula con la siguiente fórmula:

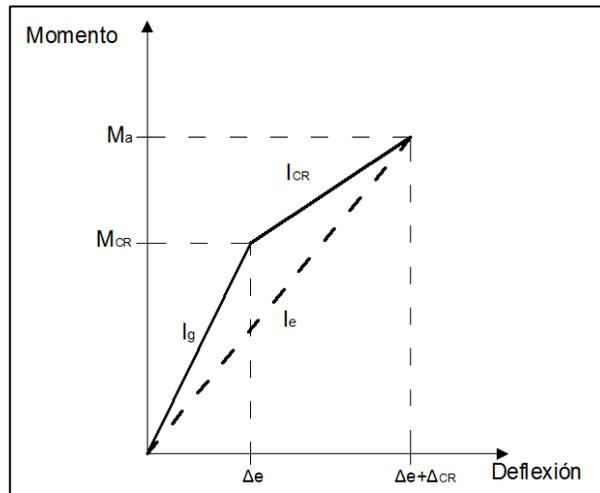
$$\Delta \downarrow = -\frac{5 w L^4}{384 E_c I}$$

$w$  = Carga uniformemente distribuida

La deflexión resultante estaría dada por la suma algebraica de las dos deflexiones mencionadas anteriormente.

Para los estados siguientes, se utilizarán los multiplicadores del PCI, lo cual se explicará más adelante en la sección 2.8.2.

Como se explicó anteriormente, se trabajará solamente con secciones clase U (no fisuradas), pero se considera importante mencionar a breves rasgos las consideraciones a tomar para trabajar con secciones T (en transición) y secciones C (fisuradas). Para estas secciones se debe considerar una inercia efectiva, que supone una compensación entre la inercia bruta y la inercia de fisuración o crítica. Esta relación se expresa en el siguiente gráfico:



**Ilustración 14:** Inercia efectiva

Esta condición no está dentro del alcance de este estudio, pero puede ser profundizada y estudiada por el lector si el caso lo ameritara.



## 2.8.2 Método de los multiplicadores para estimar deflexiones a largo plazo

Determinar las deflexiones a largo plazo es una tarea complicada debido a que dependen de factores que varían con el transcurso del tiempo, razón por la cual el PCI (Ref. 2.19) proporciona como una herramienta, el método de los multiplicadores. Éste consiste en multiplicar las deformaciones iniciales por un factor dado en tablas. Dichos factores difieren de acuerdo a la etapa en que se analiza: ya sea en la construcción o en la deflexión final considerada a los 5 años.

Los factores mencionados se resumen en la siguiente tabla:

MULTIPLICADORES DE LA PCI	Sin losa sobre elemento pretensado C1	Con losa sobrepuesta (diseño compuesto) C1
<b>Al momento de izar el elemento:</b>		
1. Deflexión (hacia abajo), este componentes para la deflexión elástica debida al peso del elemento al momento de cortar los cables.	1,85	1,85
2. "Camber" (hacia arriba), este componente es para el camber elástico debido a la fuerza de preesfuerzo al momento de cortar los cables.	1,80	1,80
<b>Final:</b>		
3. Deflexión (hacia abajo), este componente es para la deflexión elástica debida al peso del elemento al momento de cortar los cables.	2,70	2,40
4. "Camber" (hacia arriba), este componente es para el camber elástico debida a la fuerza de preesfuerzo al momento de cortar los cables.	2,45	2,20
5. Deflexión (hacia abajo), es para la deflexión elástica debida a la carga muerta sobrepuesta.	3,00	3,00
6. Deflexión (hacia abajo), es para la deflexión elástica debida al peso de la losa sobrepuesta (diseño compuesto).		2,30

**Tabla 8:** Multiplicadores del PCI, para estimar el "camber" y deflexiones a largo plazo, en elementos de hormigón pretensado

De igual manera, se calcula por separado cada efecto y luego se realiza una suma algebraica para hallar la deflexión resultante.



## CAPÍTULO 3: DISEÑO DE ELEMENTOS

### 3.1 REQUERIMIENTOS ARQUITECTÓNICOS AL DISEÑO ESTRUCTURAL

En todo proyecto de construcción se debe pretender una participación integral entre todas las ramas relacionadas, tales como: arquitectónica, hidrosanitaria, eléctrica, estructural, y cualquier otra que influya en el proyecto, ya que para la correcta concepción y diseño es importante tomar en cuenta estos factores.

Para el diseño estructural de edificaciones en específico, se parte de un diseño arquitectónico, el cual proporciona la geometría general de la estructura.

En la buena práctica, esta solución arquitectónica debe ser creada con atención a las soluciones estructurales-constructivas, para obtener los mejores resultados tanto técnicos como económicos. En el caso de la ingeniería estructural, no se debe entender como “el calculista” de lo que previamente y unilateralmente haya determinado el arquitecto, sino como diseñadores de la estructura, en correspondencia con las principales soluciones de arquitectura pero en buena armonía con los requerimientos de lo resistente, lo constructivo y todo ello de lo económico. Por lo general el diseñador de arquitectura es el proyectista general que garantiza la adecuada integración de todas las especialidades que intervienen en el proyecto de la edificación.

El primer dato de interés es la luz de los vanos, la cual condicionará la luz del elemento a diseñar. Otro dato de gran importancia es la manera en que se va a modular el edificio por medio de los elementos prefabricados-pretensados.

Como aplicación práctica del presente trabajo, los criterios mencionados en esta sección conjuntamente con la base teórica del Capítulo 2, se tendrán en cuenta para la aplicación al diseño estructural de las losas doble T prefabricadas-pretensadas para el nuevo edificio de la Facultad de Ingeniería a construirse en los predios de la Quinta Balzay.

Los datos del proyecto arquitectónico son los siguientes:

- Se utilizarán losas doble T y debido a su simetría, para el diseño se utilizará solamente una losa T, de un solo nervio, aunque se producirán simétricamente como doble T.
- Luz entre vanos: 14,5 m.
- Debido a estar ya obligado a dar solución constructiva a un diseño arquitectónico que no tuvo en cuenta, oportunamente, un criterio de modulación dimensional atendiendo a las soluciones estructurales-constructivas, se deberán diseñar losas asimétricas con una sola ala.

- Para ciertos tramos especiales tales como los sectores donde se encuentran gradas o claros, se diseñarán vigas pretensadas rectangulares y la carpeta será hormigonada in situ.

## 3.2 SELECCIÓN PRELIMINAR DE RESISTENCIA DE HORMIGÓN, TIPO DE ACERO, PREDIMENSIONAMIENTO Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA SECCIÓN

### 3.2.1 Resistencia del Hormigón

Partiendo de la condición de que el acero de pretensado tiene un esfuerzo de fluencia muy alto, el esfuerzo de tracción en el elemento por ende, será muy alto también. Considerando esta situación y tomando en cuenta el equilibrio que siempre debe existir entre compresiones y tracciones en un elemento, es necesario trabajar con resistencias de hormigón altas, ya que el no hacerlo implicaría dimensiones demasiado grandes. Esto sería desaprovechar uno de los principales beneficios del hormigón pretensado.

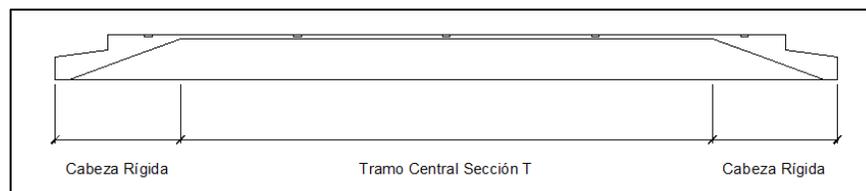
Por todo lo expuesto, se utilizará un hormigón con  $f'_c = 400 \text{ Kg/cm}^2$ .

### 3.2.2 Tipo de Acero

En cuanto a los cables de acero, se optó por utilizar acero grado 270, el cual tiene como propiedades: esfuerzo de fluencia  $f_{py} = 17120 \text{ Kg/cm}^2$  y esfuerzo de rotura  $f_{pu} = 17120 \text{ Kg/cm}^2$ .

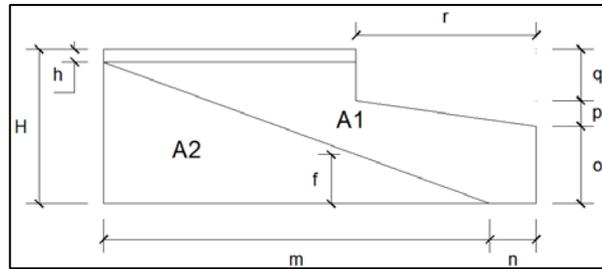
### 3.2.3 Predimensionamiento de la sección

Como solución constructiva, debido a que se aplicarán los componentes catalogados prefabricados-pretensados, diseñados por el tutor de esta tesis y que por tanto constituyen su propiedad de autor, además de contar con la base técnico material de producción y montaje, se aplicarán las siguientes soluciones de las losas doble T:



**Ilustración 15:** Geometría del elemento

Las dimensiones de las cabezas rígidas, así como sus áreas constitutivas se esquematizan a continuación:



**Ilustración 16:** Detalle de las cabezas rígidas

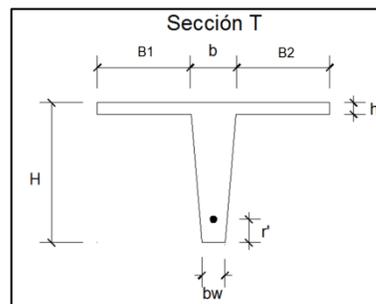
Los valores asignados son los siguientes:

Dimensionamiento Cabeza Rígida		
<b>H</b>	0,6	m
<b>h</b>	0,05	m
<b>m</b>	1,5	m
<b>n</b>	0,175	m
<b>o</b>	0,3	m
<b>p</b>	0,1	m
<b>q</b>	0,2	m
<b>r</b>	0,7	m
<b>f</b>	0,1925	m

Luego del dimensionamiento, mediante relaciones geométricas se obtiene el área y volumen total de la cabeza:

Propiedades de Cabeza Rígida		
<b>A1</b>	0,42	m <sup>2</sup>
<b>V1</b>	0,42	m <sup>3</sup>
<b>A2</b>	0,41	m <sup>2</sup>
<b>V2</b>	0,06	m <sup>3</sup>
<b>V Total</b>	0,48	m <sup>3</sup>

Como solución constructiva se tiene la siguiente sección transversal:



**Ilustración 17:** Detalle de la sección T correspondiente al tramo central constante



Las dimensiones acotadas en el gráfico son las que se describen a continuación:

Dimensionamiento de la sección simple		
H	60	cm
h	5	cm
B efectivo	40	cm
B1	40	cm
B2	40	cm
b	20	cm
bw	10	cm
Ancho total	100	cm

Siempre se debe tomar en cuenta, para evitar diseñar los tramos centrales como losa, que los valores de longitud de las alas (B1, B2) deben ser preferentemente menores o iguales al ancho efectivo mencionado en la sección 2.3.4:

- $8 * h = 8 * 5 = 40 \text{ cm}$  Cumple
- La mitad de la distancia libre a la siguiente alma  $= \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}$  Cumple

### 3.2.4 Área de la sección transversal

Una vez dimensionada la sección, mediante cálculos geométricos se obtiene su sección transversal:

$$A = 1325.00 \text{ cm}^2$$

$A =$  Área de la sección transversal de las losas con sección T

Posteriormente al incrementarse la altura del elemento al hormigonar la carpeta, se incrementa la altura de la sección transversal en 10 cm. Pero debido a que se trata de un hormigón de menor resistencia se obtiene una altura equivalente mediante la relación entre los módulos de elasticidad del hormigón de la losa pretensada y el módulo de elasticidad de la carpeta hormigonada in situ:

$$n = \frac{E_{cc}}{E_c}$$

$E_{cc} =$  módulo de elasticidad de la carpeta hormigonada in situ.

$$n = \frac{15100 * \sqrt{f'_{cc}}}{15100 * \sqrt{f'_c}}$$

$f'_{cc} =$  resistencia a los 28 días del hormigón de la carpeta hormigonada in situ



$$n = \frac{15100 * \sqrt{300}}{15100 * \sqrt{400}}$$

$$n = \frac{261540}{302000}$$

$$n = 0.87$$

Por lo tanto la altura equivalente de la carpeta hormigonada in situ es:

$$h'_c = n * h_c$$

$h'_c$  = altura equivalente de la carpeta hormigonada in situ

$h_c$  = altura de la carpeta hormigonada in situ

$$h_c = 10 \text{ cm}$$

$$h'_c = 0.87 * 10$$

$$h'_c = 8.7 \text{ cm}$$

Una vez obtenida la altura equivalente, mediante cálculos geométricos se obtiene su sección transversal:

$$A_c = 2191.03 \text{ cm}^2$$

$A_c$  = Área de la sección transversal compuesta de las losas con sección T

### 3.2.5 Centro de gravedad

Para obtener el centro de gravedad del elemento se utilizó la siguiente expresión:

$$y_g = \frac{\sum A_i y_{g_i}}{\sum A_i}$$

$y_g$  = Centro de gravedad del elemento

$A_i$  = Sección transversal del elemento sub  $i$

$y_{g_i}$  = Centro de gravedad del elemento sub  $i$

Por lo tanto se divide la sección en elementos conocidos como triángulos y rectángulos y se obtiene:

$$y_g = 40.72 \text{ cm}$$



Con un procedimiento similar se obtiene el centro de gravedad de la sección compuesta:

$$y_{g c} = 50.05 \text{ cm}$$

### 3.2.6 Inercia

Para obtener la Inercia del elemento se utilizó el teorema de ejes paralelos de Steiner:

$$I = \sum I_i + A_i * r_i^2$$

*I = Momento de inercia total del elemento con respecto a su centro de gravedad*

*I<sub>i</sub> = Momento de inercia parcial del elemento sub i, con respecto a su centro de gravedad*

*A<sub>i</sub> = Sección transversal del elemento sub i*

*r<sub>i</sub> = Distancia desde el centro de gravedad del elemento sub i, al centro de gravedad total del elemento*

Por lo tanto se divide la sección en elementos conocidos como triángulos y rectángulos, obteniéndose:

$$I = 439034.41 \text{ cm}^4$$

Con un procedimiento similar se obtiene la inercia de la sección compuesta:

$$I_c = 706292.83 \text{ cm}^4$$

### 3.2.7 Radio de Giro

El radio de Giro del elemento se obtiene de la siguiente expresión:

$$r^2 = \frac{I}{A}$$

$$r^2 = \frac{439034.41}{1325.00}$$

$$r^2 = 331.25 \text{ cm}^2$$

### 3.2.8 Módulo de la Sección

El módulo resistente de la sección se obtiene de la siguiente expresión:

$$S = \frac{I}{c}$$



$S$  = Módulo resistente de la sección

$c$  = distancia desde el centro de gravedad del elemento a la fibra de interés

Por lo tanto los módulos resistentes en la sección inicial son:

Respecto a la fibra superior:

$$S^t = \frac{I}{c^t}$$

$$S^t = \frac{439034.41}{19.28}$$

$$S^t = 22775.36 \text{ cm}^3$$

Respecto a la fibra inferior:

$$S_b = \frac{I}{c_b}$$

$$S_b = \frac{439034.41}{40.72}$$

$$S_b = 10780.92 \text{ cm}^3$$

Y los módulos resistentes de la sección compuesta son:

Respecto a la fibra superior:

$$S_c^t = \frac{I_c}{c_c^t}$$

$c_c^t$  = distancia desde el centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra superior de la losa

$$S_c^t = \frac{706292.83}{9.95}$$

$$S_c^t = 71013.64 \text{ cm}^3$$

Respecto a la fibra inferior:

$$S_{bc} = \frac{I_c}{c_{bc}}$$

$c_{bc}$  = distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra inferior de la losa

$$S_{bc} = \frac{706292.83}{50.05}$$

$$S_{bc} = 14110.58 \text{ cm}^3$$



### 3.2.9 Excentricidad

La excentricidad se obtiene restando simplemente el centro de gravedad del elemento menos el centro de gravedad de los cables medido desde el extremo inferior:

$$e = y_g - r'$$

$r'$  = centro de gravedad de los cables medido desde el extremo inferior:

Por lo tanto:

$$e = 40.72 - 7.5$$

$$e = 33.22 \text{ cm}$$

## 3.3 CÁLCULO DE CARGAS Y MOMENTOS

### 3.3.1 Peso Propio

Para el cálculo de la carga correspondiente al peso propio se debe tomar en cuenta que, al ser una losa de sección variable, no tendrá una carga uniformemente distribuida en la porción correspondiente a las cabezas. Para fines prácticos se ha dividido la losa en tres partes, donde se distribuirá la carga de la siguiente manera: una que corresponde al tramo central donde la sección se mantiene constante T, y dos tramos en los extremos donde la losa tiene la forma mostrada en la sección 3.2.3.

Para el cálculo de la carga lineal distribuida en la sección de la cabeza rígida se multiplica el valor del volumen por el peso específico del hormigón y se divide para la longitud de la cabeza, obteniéndose así la carga por metro:

$$q_{\text{cabeza rígida}} = \frac{V_{\text{Total}} * \gamma_{Ho}}{L_{\text{cabeza}}}$$

$$q_{\text{cabeza rígida}} = \frac{0.48 * 2400}{1.675}$$

$$q_{\text{cabeza rígida}} = 668.78 \text{ kg/m}$$

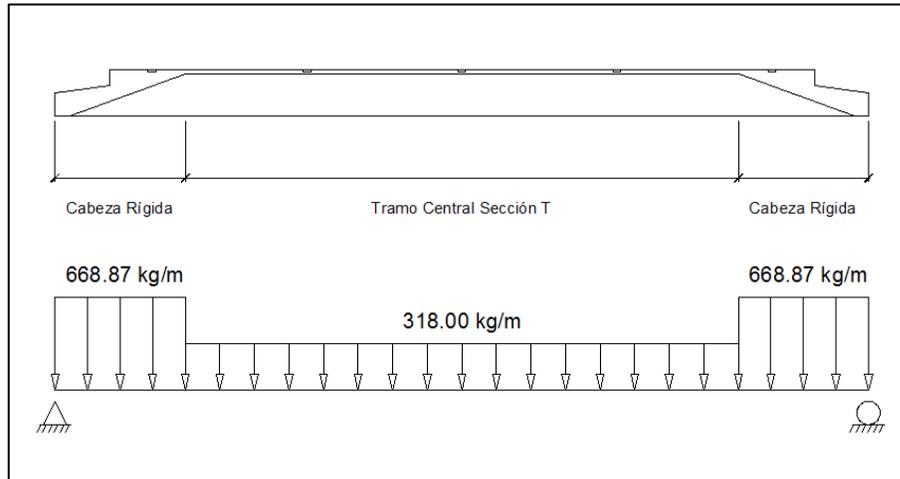
Ahora para obtener la carga correspondiente al tramo central, se multiplica la sección transversal de la losa T por el peso específico del hormigón obteniéndose así la carga distribuida por metro:

$$q_{\text{sección T}} = A_{\text{Total}} * \gamma_{Ho}$$

$$q_{\text{sección T}} = 0.1325 * 2400$$

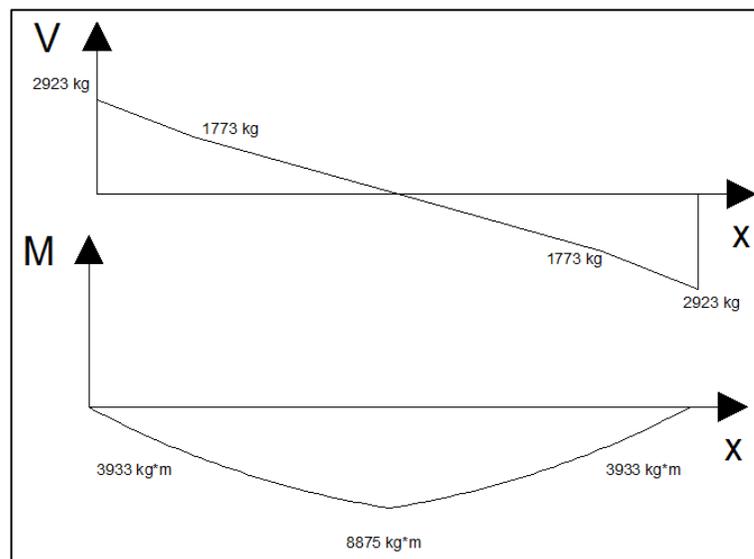
$$q_{\text{sección } T} = 318 \text{ kg/m}$$

Por lo tanto las cargas quedan distribuidas de la siguiente manera en el diagrama de cuerpo libre:



**Ilustración 18:** Diagrama de cargas distribuidas para peso propio

Para la obtención del momento por peso propio se realizó el diagrama de fuerza cortante y de la integración del mismo se obtuvo el diagrama de momento, obteniéndose los siguientes momentos, al final de las cabezas y en el centro de la luz:



**Ilustración 19:** Diagrama de fuerza cortante y momento por peso propio

Por lo tanto del diagrama se obtiene los momentos para el centro de la luz y para el final de las cabezas rígidas:



Para el centro de la luz:

$$M_D = 8875 \text{ kg} * m$$

Para el final de las cabezas:

$$M_D = 3933 \text{ kg} * m$$

### 3.3.2 Carpeta

La carga distribuida de carpeta se obtiene directamente de la altura que se le asigne a la misma, como la losa tiene un metro de ancho, la carga se obtiene de la siguiente manera:

$$q_{carpeta} = \text{Ancho total} * h_c * \gamma_{Ho}$$

$$q_{carpeta} = 1.00 * 0.10 * 2400$$

$$q_{carpeta} = 240 \text{ kg/m}$$

El momento por peso de la carpeta para el centro de la luz se obtiene mediante la ecuación para vigas simplemente apoyadas:

$$M_{CL} = \frac{q l^2}{8}$$

$$l = \text{luz de diseño}$$

Y el momento por peso de la carpeta correspondiente al final de las cabezas se obtiene de la ecuación del momento:

$$M_x = R x - \frac{q x^2}{2}$$

$$R = \text{Reacción en el apoyo}$$

Aplicando las ecuaciones anteriores se obtiene lo siguiente:

Para el centro de la luz:

$$M_{SD} = \frac{q_{carpeta} l^2}{8}$$

$$M_{SD} = \frac{240 * 14.27^2}{8}$$

$$M_{SD} = 6106 \text{ kg} * m$$

Para el final de las cabezas:

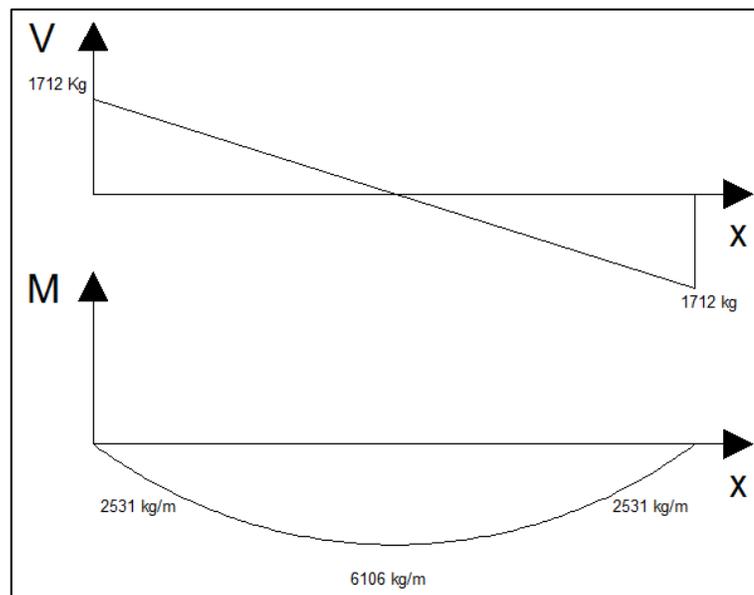
$$M_x = R x - \frac{q x^2}{2}$$

$$R = \frac{240 * 14.267}{2} = 1712 \text{ kg}$$

$$M_{1.675} = 1712 * 1.675 - \frac{240 * 1.675^2}{2}$$

$$M_{1.675} = 2531 \text{ kg} * \text{m}$$

Los diagramas de cortante y momento para la carga por peso propio de la carpeta serían los siguientes:



**Ilustración 20:** Diagrama de fuerza cortante y momento debido al peso de la carpeta

### 3.3.3 Trabajo

Adicionalmente se considera al momento de hormigonar la carpeta, una carga de trabajo que implica el peso de trabajadores, vibradores, cofres, etc.

Esta carga se utiliza únicamente para el segundo estado y su valor está en el orden de:

$$q_{trabajo} = 60 \text{ kg/m}^2$$

Para obtener la carga distribuida por metro se multiplica por el ancho de la losa:

$$q_{trabajo} = 60 * 1.00$$



$$q_{trabajo} = 60 \text{ kg/m}$$

Los momentos por carga de trabajo se obtienen de manera similar que para la carga por carpeta:

Para el centro de la luz:

$$M_T = \frac{q_{trabajo} l^2}{8}$$

$$M_T = \frac{60 * 14.27^2}{8}$$

$$M_T = 1527 \text{ kg} * m$$

Para el final de las cabezas:

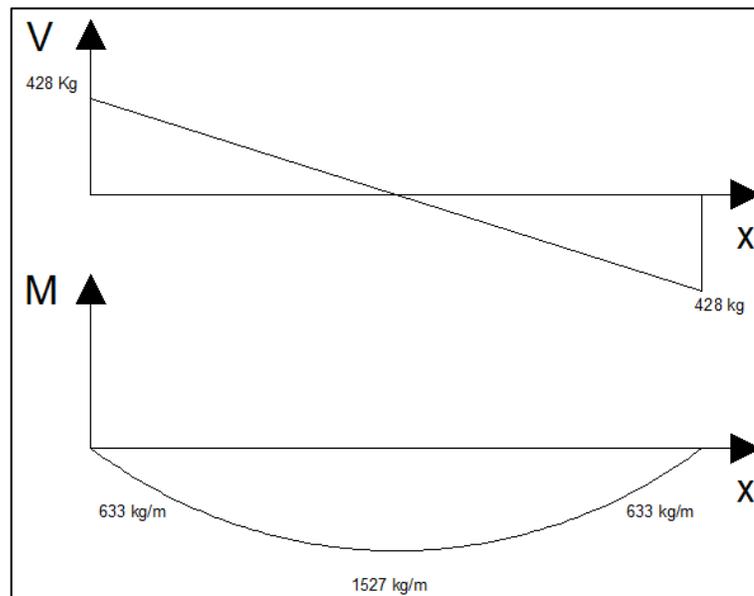
$$M_x = R x - \frac{q x^2}{2}$$

$$R = \frac{60 * 14.267}{2} = 428 \text{ kg}$$

$$M_{1.675} = 428 * 1.675 - \frac{60 * 1.675^2}{2}$$

$$M_{1.675} = 633 \text{ kg} * m$$

Los diagramas de cortante y momento para la carga de trabajo serían los siguientes:



**Ilustración 21:** Diagrama de fuerza cortante y momento debido a la carga de trabajo



### 3.3.4 Tabiquería

La carga distribuida de tabiquería y fachada se obtiene directamente de las normas, por lo que se considera de:

$$q_{\text{tabiquería}} = 100 \text{ kg/m}^2$$

Para obtener la carga distribuida por metro se multiplica por el ancho de la losa:

$$q_{\text{tabiquería}} = 100 * 1.00$$

$$q_{\text{tabiquería}} = 100 \text{ kg/m}$$

Como ya se mencionó anteriormente en la sección 2.3.3, a partir del tercer estado las losas trabajarán como elementos semiempotrados por lo que para obtener el momento por tabiquería en el centro de la luz se utiliza la siguiente expresión:

$$M_{CL} = \frac{q l^2}{14}$$

Además como ya se indicó que en la sección 2.3.3, el momento en el centro de la luz es igual al momento en los extremos del elemento por lo tanto el momento al final de las cabezas se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$M_x = -M_{CL} + R x - \frac{q x^2}{2}$$

Aplicando las ecuaciones anteriores se obtiene lo siguiente:

Para el centro de la luz:

$$M_{D(+)} = \frac{q_{\text{tabiquería}} l^2}{14}$$

$$M_{D(+)} = \frac{100 * 14.27^2}{14}$$

$$M_{D(+)} = 1454 \text{ kg} * m$$

Para el final de las cabezas:

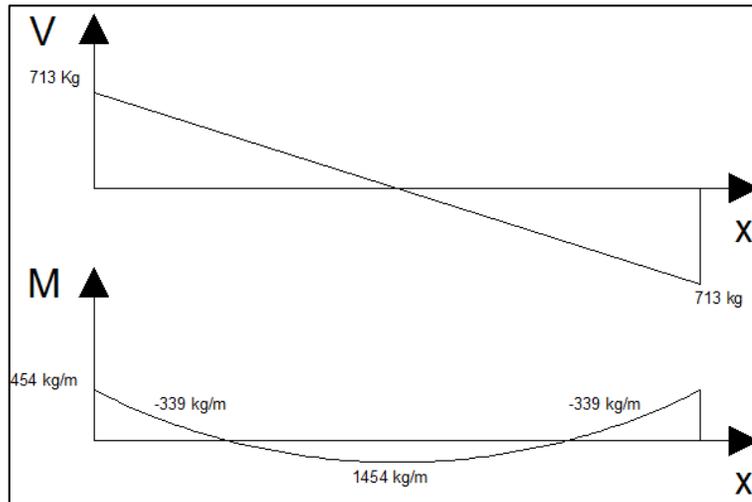
$$M_x = -M_{CL} + R x - \frac{q x^2}{2}$$

$$R = \frac{100 * 14.267}{2} = 1454 \text{ kg}$$

$$M_{1.675} = -1454 + 713.33 * 1.675 - \frac{100 * 1.675^2}{2}$$

$$M_{1.675} = -339 \text{ kg} * m$$

Los diagramas de cortante y momento para la carga por tabiquería serían los siguientes:



*Ilustración 22: Diagrama de fuerza cortante y momento por tabiquería*

### 3.3.5 Viva

La carga viva para edificios educativos se considera de:

$$q_{viva} = 300 \text{ kg/m}^2$$

Para obtener la carga distribuida por metro se multiplica por el ancho de la losa:

$$q_{viva} = 300 * 1.00$$

$$q_{viva} = 300 \text{ kg/m}$$

Los momentos por carga viva se obtienen de manera similar que para la carga por tabiquería:

Para el centro de la luz:

$$M_{CL} = \frac{q l^2}{14}$$

Para el final de las cabezas:

$$M_x = -M_{CL} + R x - \frac{q x^2}{2}$$

Aplicando las ecuaciones anteriores se obtiene lo siguiente:



Para el centro de la luz:

$$M_L = \frac{q_{viva} l^2}{14}$$

$$M_L = \frac{300 * 14.27^2}{14}$$

$$M_L = 4362 \text{ kg} * \text{m}$$

Para el final de las cabezas:

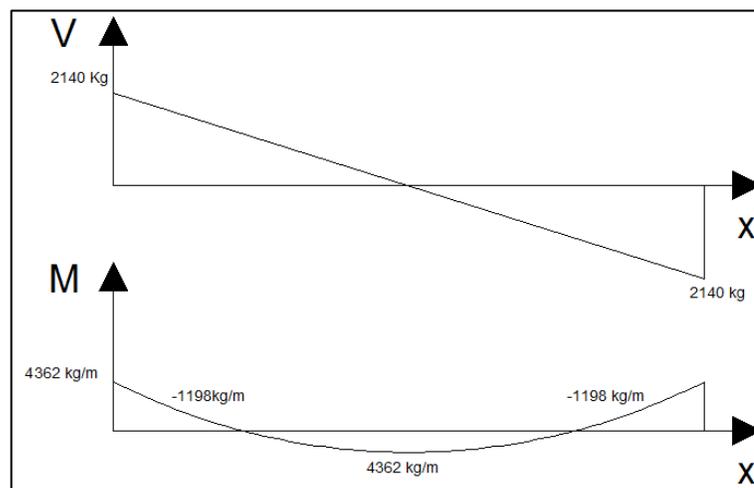
$$M_x = -M_{CL} + R x - \frac{q x^2}{2}$$

$$R = \frac{300 * 14.267}{2} = 4362 \text{ kg}$$

$$M_{1.675} = -4362 + 2140 * 1.675 - \frac{300 * 1.675^2}{2}$$

$$M_{1.675} = -1198 \text{ kg} * \text{m}$$

Los diagramas de cortante y momento por carga viva serían los siguientes:



**Ilustración 23:** Diagrama de fuerza cortante y momento por carga viva

### 3.4 PÉRDIDAS EN LA FUERZA DE PREESFUERZO

Como ya se mencionó anteriormente ocurren cinco pérdidas principales que se deben considerar:

$$\Delta f_{pt} = \Delta f_{pa} + \Delta f_R + \Delta f_{pe} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{cf}$$



A continuación se presenta el cálculo de cada una de ellas:

### 3.4.1 Pérdida por el acortamiento instantáneo del hormigón al momento de cortar los cables

En primer lugar obtenemos el módulo de elasticidad del hormigón al momento de cortar los cables:

$$E_{ci} = 15100\sqrt{f'_{ci}}$$

$E_{ci}$  = módulo de elasticidad de la viga al momento de cortar los cables

$$E_{ci} = 15100\sqrt{300}$$

$$E_{ci} = 261540 \text{ kg/cm}^2$$

Después se obtiene la relación entre módulos de elasticidad entre el hormigón y el acero de preesfuerzo:

$$n = \frac{E_p}{E_{ci}}$$

$$n = \frac{2000000}{261540}$$

$$n = 7.65$$

Se calcula el esfuerzo de compresión a la altura del centroide de los cables de preesfuerzo:

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e^2}{r^2}\right) + \frac{e M_D}{I}$$

$$f_{cp} = -\frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22^2}{331.25}\right) + \frac{33.22 * 887500}{439034.41}$$

$$f_{cp} = -114.07 \text{ kg/cm}^2$$

Por último la pérdida es:

$$\Delta f_{pe} = n f_{cp}$$

$$\Delta f_{pe} = 7.65 * 114.07$$

$$\Delta f_{pe} = 872.26 \text{ kg/cm}^2$$



### 3.4.2 Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

Como se explicó anteriormente el corrimiento de cuñas se encuentra entre 3 a 10 mm. Por lo tanto se asume un valor de:

$$v = 0.5 \text{ cm}$$

La deformación unitaria por el corrimiento de cuñas es:

$$\varepsilon = \frac{v}{L}$$

$$\varepsilon = \frac{0.5}{1450}$$

$$\varepsilon = 0.0003$$

Y la pérdida por ajuste de cuñas es:

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon E_p$$

$$\Delta f_{pa} = 0.0003 * 114.07$$

$$\Delta f_{pa} = 689.66 \text{ kg/cm}^2$$

### 3.4.3 Pérdida por retracción del hormigón

Primero se obtiene el volumen unitario de la sección, para lo cual se multiplica la misma por la longitud unitaria:

$$V = 1325.00 * 1.00$$

$$V = 1325.00 \text{ cm}^3$$

Se obtiene después la superficie unitaria del elemento para lo cual se multiplica el perímetro de la sección por la longitud unitaria:

$$S = 310.00 * 1.00$$

$$S = 310.00 \text{ cm}^2$$

El último dato adicional que se necesita es el valor de la humedad relativa en fábrica, debido a que el curado se hace generalmente con vapor de agua, se puede tomar valores muy altos cercanos al 100% de humedad relativa:

$$HR = 90\%$$

Por lo tanto para determinar la pérdida se utiliza la siguiente expresión:

$$\Delta f_{cr} = 8,2 \times 10^{-6} E_p \left( 1 - 0,0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$



$$\Delta f_{cr} = 8,2 \times 10^{-6} * 2000000 \left( 1 - 0,0236 \frac{1325,00}{310,00} \right) (100 - 90)$$

$$\Delta f_{cr} = 147,46 \text{ kg/cm}^2$$

#### 3.4.4 Pérdida por fluencia plástica del hormigón

Como ya se mencionó, el valor establecido para la relación de deformaciones unitarias  $C_u$ , se encuentra entre los valores de 2 y 4 por lo que se ha asumido el valor de:

$$C_u = 2,35$$

La edad a la cual se considera que ha ocurrido prácticamente toda la fluencia plástica del hormigón y a partir de la cual los valores son despreciables es:

$$t = 5 \text{ años}$$

$$t = 1825 \text{ días}$$

Y el coeficiente de deformación plástica en 5 años sería:

$$C_t = \frac{t^{0,6}}{10 + t^{0,6}} C_u$$

$$C_t = \frac{2825^{0,6}}{10 + 2825^{0,6}} 2,35$$

$$C_t = 2,12$$

La pérdida se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$$\Delta f_{cf} = 2,12 \frac{2000000}{302000} 114,07$$

$$\Delta f_{cf} = 1598,59 \text{ kg/cm}^2$$

#### 3.4.5 Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo

La relajación del acero está en función del tiempo y a partir de los 5 años se considera despreciable, se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\Delta f_R = f_{pi} \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right)$$

$$\Delta f_R = f_{pi} \left( \frac{\log(1825 * 24)}{45} \right) \left( \frac{14000}{17120} - 0,55 \right)$$



$$\Delta f_R = 386.64 \text{ kg/cm}^2$$

A continuación se presenta un resumen de los valores obtenidos de las pérdidas y se expresa mediante un porcentaje de la fuerza inicial:

Resumen y cálculo final de pérdidas					
PÉRDIDAS EN EL HORMIGÓN	Acortamiento elástico instantáneo	872.26	Kg/cm2	6.23	%
	Retracción del hormigón	147.46	Kg/cm2	1.05	%
	Fluencia plástica del hormigón	1598.59	Kg/cm2	11.42	%
PÉRDIDAS EN EL ACERO	Corrimiento y ajuste de cuñas	689.66	Kg/cm2	4.93	%
	Relajación del acero de preesfuerzo	386.64	Kg/cm2	2.76	%
TOTAL	Pérdida en el acero de preesfuerzo	3694.60	Kg/cm2	26.39	%

**Tabla 9:** Resumen de las pérdidas

Entonces, el coeficiente de pérdidas a utilizarse para el cálculo de los esfuerzos es:

$$C_p = 1 - \frac{\% \text{ pérdidas}}{100}$$

$$C_p = 1 - \frac{26.39}{100}$$

$$C_p = 0.736$$

### 3.5 ANÁLISIS DE ESFUERZOS

#### 3.5.1 Al momento de cortar los cables

En el centro de la luz:

Como ya se indicó anteriormente en la sección 2.5.1, se calculará a continuación los esfuerzos en las fibras extremas del elemento.

En la fibra superior:

$$f^t = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D}{S^t}$$

$$f^t = -\frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{887500}{22775.36}$$

$$f^t = 0.06 \text{ kg/cm}^2$$



Y en la fibra inferior:

$$f_b = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D}{S_b}$$
$$f_b = -\frac{55440}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{887500}{10780.92}$$
$$f_b = -130.37 \frac{kg^2}{cm}$$

### Al final de las cabezas

En la fibra superior:

$$f^t = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D}{S^t}$$
$$f^t = -\frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{393300}{22775.36}$$
$$f^t = 21.76 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D}{S_b}$$
$$f_b = -\frac{55440}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{393300}{10780.92}$$
$$f_b = -176.21 \frac{kg^2}{cm}$$

### 3.5.2 Al momento de colocar carga muerta sobre el elemento prefabricado-pretensado

#### En el centro de la luz:

Para este estado ya se toma en cuenta la influencia de las pérdidas, así como los momentos que corresponden.

En la fibra superior:

$$f^t = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t}$$



$$f^t = -0.7361 * \frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{887500 + 610600 + 152700}{22775.36}$$
$$f^t = -43.75 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b}$$
$$f_b = -0.7361 * \frac{140000}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{887500 + 610600 + 152700}{10780.92}$$
$$f_b = -3.44 \text{ kg/cm}^2$$

### Al final de las cabezas

En la fibra superior:

$$f^t = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t}$$
$$f^t = -0.7361 * \frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{393300 + 253100 + 63300}{22775.36}$$
$$f^t = -2.43 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior:

$$f_b = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b}$$
$$f_b = -0.7361 * \frac{140000}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{393300 + 253100 + 63300}{10780.92}$$
$$f_b = -90.73 \text{ kg/cm}^2$$

### 3.5.3 Bajo cargas de servicio

Como ya se mencionó anteriormente, a partir de la etapa tres la losa tendrá una sección mayor debido al hormigonado de la carpeta, por lo tanto, tendrá una mayor inercia y resistencia. Se debe tomar en cuenta que hay que superponer los esfuerzos en las diferentes etapas del cálculo, cada uno de ellos en el nivel que le corresponde dentro de las secciones transversales. A nivel superior de la carpeta no hay tensiones anteriores a la etapa tres, por que no existía como tal. Ya en esta etapa, que es con las cargas definitivas en servicio, tanto muerta como viva por encima de la carpeta, y al nivel superior de la losa TT prefabricada, habrá un salto o discontinuidad de tensiones normales, entre ella y el inicio de la carpeta, que corresponde a las tensiones tangenciales. A ese nivel, que ha de ser resistido por la adherencia entre ambas superficies.



Por lo tanto en la etapa tres se calcularán cuatro esfuerzos diferentes en tres puntos de la sección transversal, en la parte superior de la carpeta, en la parte inferior de la carpeta, en la parte superior de la losa y en la parte inferior de la losa.

**En el centro de la luz:**

Para el esfuerzo en la parte superior de la carpeta, en primer lugar se obtiene el módulo resistente de la sección con respecto a la fibra superior de la carpeta:

$$S_{cs}^t = \frac{I_c}{c_{cs}^t}$$

$I_c$  = momento de inercia de la sección compuesta de hormigón

$c_{cs}^t$  = distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra superior de la carpeta

$$S_{cs}^t = \frac{706292.83}{18.61}$$

$$S_{cs}^t = 37960.22 \text{ cm}^3$$

Una vez obtenido el módulo de sección para la carpeta, se obtiene el esfuerzo en la fibra superior de la misma:

$$f^{ts} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{cs}^t}$$

$$f^{ts} = -\frac{436200 + 145400}{37960.22}$$

$$f^{ts} = -15.32 \text{ kg/cm}^2$$

De manera similar se obtiene el esfuerzo en la parte inferior de la carpeta:

$$S_{b\ cs} = \frac{I_c}{c_{b\ cs}}$$

$c_{b\ cs}$  = distancia del centro de gravedad de la sección compuesta a la fibra inferior de la carpeta

$$S_{b\ cs} = \frac{706292.83}{9.95}$$

$$S_{b\ cs} = 71013.64 \text{ cm}^3$$

$$f_{bs} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{b\ cs}}$$

$$f_{bs} = -\frac{436200 + 145400}{71013.64}$$

$$f_{bs} = -8.19 \text{ kg/cm}^2$$



En la fibra superior de la losa:

$$f^t = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t} - \frac{M_{D(+)} + M_L}{S_c^t}$$
$$f^t = -0.7361 * \frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{887500 + 610600 + 152700}{22775.36}$$
$$- \frac{145400 + 436200}{71013.64}$$
$$f^t = -51.94 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior de la losa:

$$f_b = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b} + \frac{M_{D(+)} + M_L}{S_{bc}}$$
$$f_b = -0.7361 * \frac{140000}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{887500 + 610600 + 152700}{10780.92}$$
$$+ \frac{145400 + 436200}{14110.58}$$
$$f_b = 37.77 \text{ kg/cm}^2$$

**Al final de las cabezas:**

En la fibra superior de la carpeta:

$$f^{ts} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{cs}^t}$$
$$f^{ts} = -\frac{-39900 - 119800}{37960.22}$$
$$f^{ts} = 4.21 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior de la carpeta:

$$f_{bs} = -\frac{M_L + M_{D(+)}}{S_{b cs}}$$
$$f_{bs} = -\frac{-39900 - 119800}{71013.64}$$
$$f_{bs} = 2.25 \text{ kg/cm}^2$$



En la fibra superior de la losa:

$$f^t = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e c_t}{r^2}\right) - \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S^t} - \frac{M_{D(+)} + M_L}{S_c^t}$$
$$f^t = -0.7361 * \frac{55440}{1325} * \left(1 - \frac{33.22 * 19.28}{331.35}\right) - \frac{393300 + 253100 + 63300}{22775.36}$$
$$- \frac{-39900 - 119800}{71013.64}$$
$$f^t = -0.18 \text{ kg/cm}^2$$

Y en la fibra inferior de la losa:

$$f_b = -C_p \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e c_b}{r^2}\right) + \frac{M_D + M_{SD} + M_T}{S_b} + \frac{M_{D(+)} + M_L}{S_{bc}}$$
$$f_b = -0.7361 * \frac{140000}{1325} * \left(1 + \frac{33.22 * 40.72}{331.35}\right) + \frac{393300 + 253100 + 63300}{10780.92}$$
$$+ \frac{-39900 - 119800}{14110.58}$$
$$f_b = -102.05 \text{ kg/cm}^2$$

### 3.6 DETERMINACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ESFUERZOS EN LAS DIFERENTES ETAPAS

#### Al final de las cabezas rígidas

Como ya se indicó anteriormente en la sección 2.5.1, los límites para los esfuerzos en la etapa uno al final de las cabezas rígidas son:

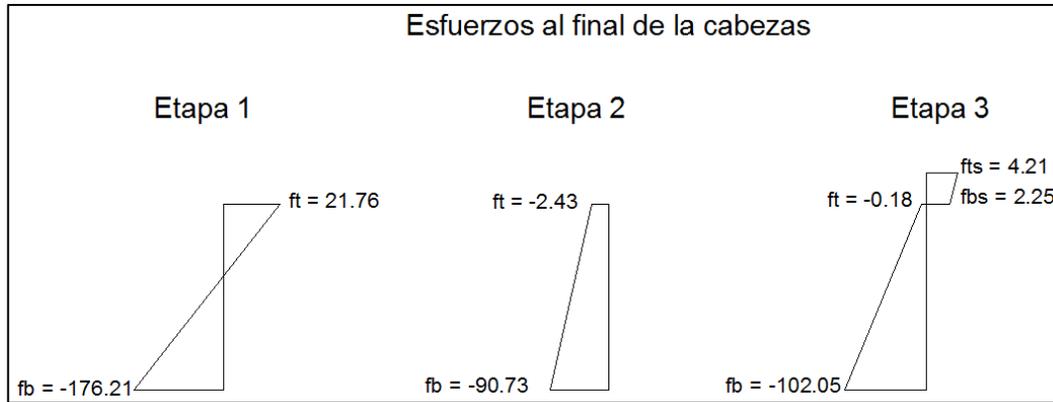
$$f \text{ tracción} = 27.71 \text{ kg/cm}^2$$

$$f \text{ compresión} = -210.00 \text{ kg/cm}^2$$

Para las etapas dos y tres los límites son:

$$f \text{ tracción} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

$$f \text{ compresión} = -180.00 \text{ kg/cm}^2$$



**Ilustración 24:** Diagramas de esfuerzos al final de las cabezas para las diferentes etapas

Por lo tanto se observa que los valores obtenidos cumplen adecuadamente los límites propuestos por el ACI, además se puede observar la evolución de los esfuerzos que presenta el elemento a través de las diferentes etapas.

### Al centro del elemento

Como ya se indicó anteriormente en la sección 2.5.1, los límites para los esfuerzos en la etapa uno al final de las cabezas rígidas son:

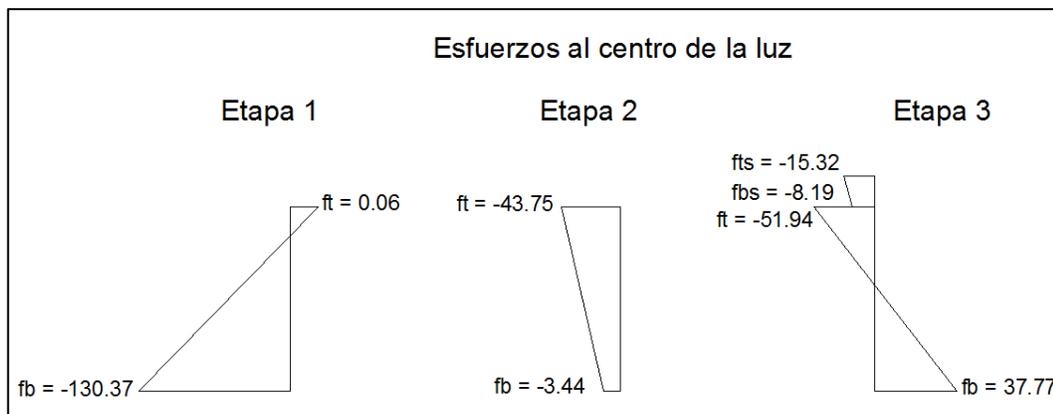
$$f \text{ tracción} = 13.86 \text{ kg/cm}^2$$

$$f \text{ compresión} = -180.00 \text{ kg/cm}^2$$

Para las etapas dos y tres los límites son:

$$f \text{ tracción} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

$$f \text{ compresión} = -180.00 \text{ kg/cm}^2$$



**Ilustración 25:** Diagramas de esfuerzos al centro de la luz para las diferentes etapas



Se observa que cumple adecuadamente los límites propuestos por el ACI, aunque el esfuerzo de tracción en la fibra inferior se encuentra cercano al límite, en caso de excederse este valor se debería colocar acero pasivo o realizar iteraciones con las dimensiones del elemento y número de cables.

### 3.7 REVISIÓN A RESISTENCIA ÚLTIMA. FACTOR DE SEGURIDAD DEL DISEÑO REALIZADO.

La demanda, es decir, el momento último al cual será solicitada la sección, surge de la mayoración de cargas y su combinación, como sigue:

$$M_u = 1,2(M_D + M_{SD} + M_{D(+)} ) + 1,6M_L$$

$$M_u = 1,2(8875 + 6106 + 1454) + 1,6 * 4362 = 2670027 \text{ Kg/cm}^2$$

Para el cálculo de la capacidad a flexión o momento nominal de la sección, se aplicará la siguiente expresión:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

Es necesario calcular primero el valor de  $f_{ps}$ :

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{py}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right)$$

Para lo cual se debe calcular lo siguiente:

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = \frac{17120}{19000} = 0,901$$

$$\gamma_p = 0,28 \text{ para } \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0,90$$

$$\beta_1 = 1,05 - \frac{f'_c}{1400} = 1,05 - \frac{400}{1400} = 0,764$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{b d_p} = \frac{3,96}{100 * (70 - 7,5)} = 0,000634$$

$\omega =$  no aplica debido a que no existe acero pasivo adicional

$\omega' =$  no aplica debido a que no existe acero pasivo adicional

Con todos los datos anteriormente calculados se obtiene el esfuerzo de tracción nominal a flexión:



$$f_{ps} = 19000 \left( 1 - \frac{0,28}{0,764} \left[ 0,000634 \frac{19000}{400} \right] \right) = 18790,51 \text{ Kg/cm}^2$$

Para poder hallar el momento se debe conocer el valor de  $a$ , el cual se obtiene a partir de la ecuación de equilibrio interno de la sección (Compresión = Tracción):

$$a = \frac{A_p f_{ps}}{0,85 f'_c b}$$
$$a = \frac{3,96 * 18790,51}{0,85 * 240 * 100} = 2,19 \text{ cm}$$

Ahora sí se procede a calcular el momento nominal:

$$M_n = 3,96 * 18790,51 \left( 62,5 - \frac{2,19}{2} \right) = 4569226 \text{ Kg. cm}$$

Finalmente se calculará el coeficiente C/D o factor de seguridad de diseño:

$$\frac{C}{D} = \frac{4569226}{2670027} = 1,711 \quad \text{Cumple satisfactoriamente}$$

### 3.8 VERIFICACIÓN DE LÍMITES EN LA CUANTÍA DE ACERO

#### 3.8.1 Acero mínimo en una sección de hormigón pretensado

Debido a que el coeficiente C/D es menor a 2, es necesario comprobar si la misma cumple con el criterio de acero mínimo:

La relación que se debe cumplir es:

$$\varphi M_n \geq 1,2 M_{cr}$$
$$M_{cr} = \left[ f_r + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_b}{r^2} \right) \right] S_b$$

El esfuerzo de fisuración del hormigón  $f_r$  es igual a:

$$f_r = 2 * \sqrt{f'_c}$$
$$f_r = 2 * \sqrt{400} = 40 \text{ kg/cm}^2$$

Luego:

$$M_{cr} = \left[ 40 + \frac{55440 * 0,7361}{1325} \left( 1 + \frac{33,22 * 40,72}{331,35} \right) \right] 10780,92 = 2119105 \text{ Kg. cm}$$

Por lo tanto:

$$0,9 * 4569226 \geq 1,2 * 2119105$$

$$4112303,4 \geq 2542926 \quad \text{Cumple}$$

### 3.8.2 Acero máximo en una sección de hormigón pretensado

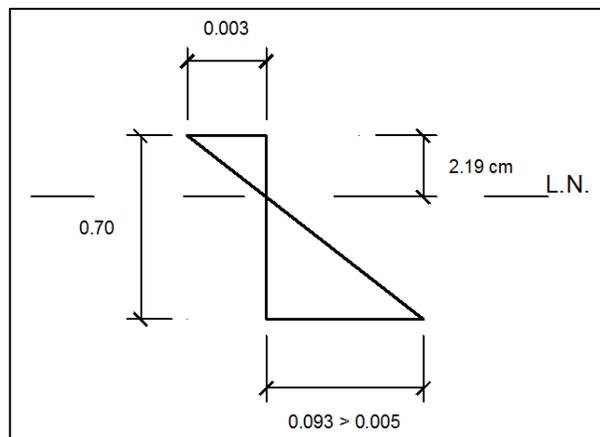
Como ya se explicó en la sección 2.5.5, se calculará la deformación del acero mediante relaciones geométricas, verificando que sea mayor o igual a 0,005:

$$\frac{0,003}{a} = \frac{\text{def. acero}}{(H + hc - a)}$$

$$\frac{0,003}{2,19} = \frac{\text{def. acero}}{(60 + 10 - 2,19)}$$

Por lo tanto:

$$\text{def. acero} = 0,093 > 0,005 \quad \text{Cumple}$$



**Ilustración 26:** Diagrama de deformaciones unitarias

### 3.9 CÁLCULO DE ACERO NEGATIVO EN LA UNIÓN DE LOS EXTREMOS RÍGIDOS, COMO SOLUCIÓN CONTINUA.

Considerando los momentos por carga viva y tabiquería, como se mencionó en la sección 2.6, se procede a calcular el momento último  $M_u$ :

$$M_L = 4362 \text{ Kg. m}$$

$$M_{D(+)} = 1454 \text{ Kg. m}$$

$$M_u = 1,2 * 1454 + 1,6 * 4362 = 8715 \text{ Kg. m} = 871500 \text{ Kg. cm}$$



Luego se obtiene el valor de  $R_u$ :

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b_w d^2}$$
$$R_u = \frac{871500}{0,9 * 100 * 66^2} = 2,23$$

Se debe tener en cuenta la cuantía máxima, la cual está definida de la siguiente manera:

$$\rho_{MAX} = 0,5\rho_B = 0,5 * \left( \frac{0,85 * \beta_1 * 6000 * f'_c}{f_y * (6000 + f_y)} \right)$$
$$\rho_{MAX} = 0,5\rho_B = 0,5 * \left( \frac{0,85 * 0,764 * 6000 * 400}{4200 * (6000 + 4200)} \right) = 0,01819$$

Se procede a calcular el valor de la cuantía  $\rho$ , necesaria para que el elemento soporte las cargas a las que será solicitado mediante la siguiente expresión:

$$\rho = 0,85 * \frac{f'_c}{f_y} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2,36 * R_u}{f'_c}} \right)$$
$$\rho = 0,85 * \frac{400}{4200} * \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2,36 * 2,23}{400}} \right) = 0,00533 > 0,01819 \quad \text{Cumple}$$

Además de verificar la cuantía máxima se debe comprobar también que cumpla con la cuantía mínima:

$$\rho_{MIN} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4200} = 0,0033 < 0,00533 \quad \text{Cumple}$$

Por lo tanto se puede afirmar que el valor de  $\rho$  del elemento está dentro de los límites requeridos y se procede a calcular la cantidad de acero a colocar, de la siguiente manera:

$$A_s = \rho b_w d = 0,00533 * 100 * 66 = 3,52 \text{ cm}^2$$

Este valor puede ser cubierto con cinco varillas de 10mm de diámetro ( $3,93\text{cm}^2$ ), distribuidas a lo largo de un metro de ancho. Es decir:

$$\text{Acero negativo} = 1\emptyset 10\text{mm} @20\text{cm}$$



### 3.10 CÁLCULO DEL CORTANTE

El cálculo de las fuerzas cortantes para cada una de las cargas se realizó en la sección 3.3, para el cálculo de la fuerza cortante última se realizó la mayoración de carga con los factores correspondientes a carga muerta y carga viva:

$$V_u = 1.2V_D + 1.6V_L$$

Los resultados se muestran a continuación:

CÁLCULO DE FUERZA CORTANTE		
Por peso propio		
V <sub>D</sub>	2923	Kg
Por peso muerto de la carpeta		
V <sub>SD</sub>	1712	Kg
Por peso muerto de tabiquería		
V <sub>D(+)</sub>	713	Kg
Por carga viva		
V <sub>L</sub>	2140	Kg
Cortante Último		
V <sub>U</sub>	9842	Kg

Como ya se conoce, para el cálculo de la fuerza cortante última para elementos empotrados, no se toma el valor máximo del cortante en el extremo sino un valor de menor magnitud a una distancia  $d$  del apoyo, pero como ya se mencionó anteriormente la losa trabaja como un elemento simplemente apoyado en los dos estados iniciales por lo que para el cálculo deberá considerarse toda la fuerza máxima en el extremo del elemento.

Además como ya se mencionó, de la geometría del elemento se conoce que en la sección de las cabezas se cuenta con un macizo de hormigón que por sus dimensiones tiene una gran capacidad de resistencia a cortante, por lo que no es necesaria su revisión. En cambio un punto de especial interés es el final de las cabezas donde se cambia a la sección T, pero por seguridad para el cálculo no se va a obtener el valor del cortante en este punto sino que se trabajará con el valor máximo obtenido anteriormente en el extremo del elemento.

Asimismo, si bien se conoce que los esfuerzos de compresión favorecen la resistencia al cortante, por seguridad aquí se analizará el elemento como si no tuviera el aporte del esfuerzo de compresión, siendo la máxima resistencia al cortante la fórmula utilizada para el hormigón armado convencional, con un factor de reducción de 0.75:

$$\Phi V_c = \Phi * 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$$



$$\phi V_c = 0.75 * 0.53 * \sqrt{300} * 10 * 66$$

$$\phi V_c = 5247 \text{ kg}$$

Por lo tanto para obtener el valor que debe ser resistido por el acero se utiliza la siguiente expresión:

$$V_n = V_c + V_s$$

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c$$

$$\phi V_s = 9842 - 5247$$

$$\phi V_s = 4595 \text{ kg}$$

$$\phi V_s = \frac{\phi A_v d f_y}{s}$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.022$$

Se ha decidido colocar 2 ramas de malla electrosoldada con una separación de 15 cm, por lo que se necesita:

$$A_v = 0.022 * s$$

$$A_v = 0.22 * 15$$

$$A_v = 3.32 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto de los catálogos se obtiene la malla R131, que tiene un diámetro de 5 mm.

### Refuerzo mínimo a cortante

El refuerzo mínimo por cortante se obtiene del valor máximo de:

$$A_{v_{\min}} = 0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$A_{v_{\min}} = 0.2 * \sqrt{240} \frac{10 * 15}{4200}$$

$$A_{v_{\min}} = 0.111 \text{ cm}^2$$

$$A_{v_{\min}} = 3.5 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

$$A_{v_{\min}} = 3.5 \frac{10 * 15}{4200}$$



$$Av_{\min} = 0.125 \text{ cm}^2$$

$$Av_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} s}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}}$$

$$Av_{\min} = \frac{(4 * 0.99) * 19000 * 15}{80 * 4200 * 66} \sqrt{\frac{66}{10}}$$

$$Av_{\min} = 0.131 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto el máximo de las tres ecuaciones es  $0.131 \text{ cm}^2$ , con lo que se comprueba que el acero obtenido cumple el mínimo.

### 3.11 CÁLCULO DE DEFLEXIONES

Cálculo del “camber” correspondiente a la deflexión elástica:

$$\Delta \uparrow = \frac{P_i e L^2}{8 E_c I}$$

$$\Delta \uparrow = \frac{55440 * \left(1 - \frac{11,16}{100}\right) * 33,22 * (14,5 * 100)^2}{8 * 200000 * 439034,41} = 3,745 \text{ cm}$$

Por otro lado, la deflexión debido al peso propio se calcula con la siguiente fórmula:

$$\Delta \downarrow = -\frac{5 w L^4}{384 E_c I}$$

$$\Delta \downarrow = -\frac{5 * 318 * (14,5 * 100)^4}{384 * 261539,67 * 439034,41} = -1,963 \text{ cm}$$

La deflexión resultante está dada por la suma algebraica de las dos deflexiones, por lo tanto:

$$\text{Camber} = 3,745 - 1,963 = 2,035 \text{ cm}$$

Ahora se analizará el comportamiento al momento de izar el elemento, utilizando factores de acuerdo a la tabla del PCI (consultar sección 2.8.2):

Para la deflexión debido a los cables el factor a utilizar es 1.8, por lo tanto:

$$\Delta \uparrow \text{ debido a cables} = 3,745 * 1,8 = 6,742 \text{ cm}$$

Para la deflexión por peso propio el factor a utilizar es 1.85, por lo tanto:



$$\Delta \uparrow \text{ debido a cables} = -1,693 * 1,85 = -3,132 \text{ cm}$$

La deflexión resultante está dada por la suma algebraica de las dos deflexiones, por lo tanto:

$$\text{Camber} = 6,742 - 3,132 = 3,610 \text{ cm}$$

Ahora se analizará el comportamiento al momento de hormigonar la carpeta:

$$\Delta \downarrow = -\frac{5 * 240 * (14,5 * 100)^4}{384 * 302000 * 439034,41} = -1,203 \text{ cm}$$

La deflexión resultante está dada por la suma algebraica de las dos deflexiones, por lo tanto:

$$\text{Camber} = 3,610 - 1,203 = 2,407 \text{ cm}$$

Ahora se analizará el comportamiento bajo cargas de servicio:

Para la deflexión debido a los cables el factor a utilizar es 2.2, por lo tanto:

$$\Delta \uparrow \text{ debido a cables} = 3,745 * 2,2 = 8,240 \text{ cm}$$

Para la deflexión por peso propio el factor a utilizar es 2.4, por lo tanto:

$$\Delta \uparrow \text{ peso propio} = -1,693 * 2,4 = -4,063 \text{ cm}$$

Para la deflexión por peso de carpeta el factor a utilizar es 2.3, por lo tanto:

$$\Delta \uparrow \text{ peso de carpeta} = -1,203 * 2,3 = -2,767 \text{ cm}$$

Para la deflexión por tabiquería el factor a utilizar es 3, por lo tanto:

$$\Delta \downarrow = -\frac{5 * 100 * (14,5 * 100)^4}{384 * 302000 * 706292,83} * 3 = -0,935 \text{ cm}$$

Para la deflexión por tabiquería el factor a utilizar es 3, por lo tanto:

$$\Delta \downarrow = -\frac{5 * 300 * (14,5 * 100)^4}{384 * 302000 * 706292,83} = -0,935 \text{ cm}$$

Finalmente la deflexión resultante está dada por la suma algebraica de todas las deflexiones calculadas en el estado bajo cargas de servicio, así:

$$\Delta_{\text{final}} = 8,240 - 4,063 - 2,767 - 0,935 - 0,935 = -0,459 \text{ cm}$$

Debido a que el sistema de entrepiso soporta y está ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, el límite que rige es:

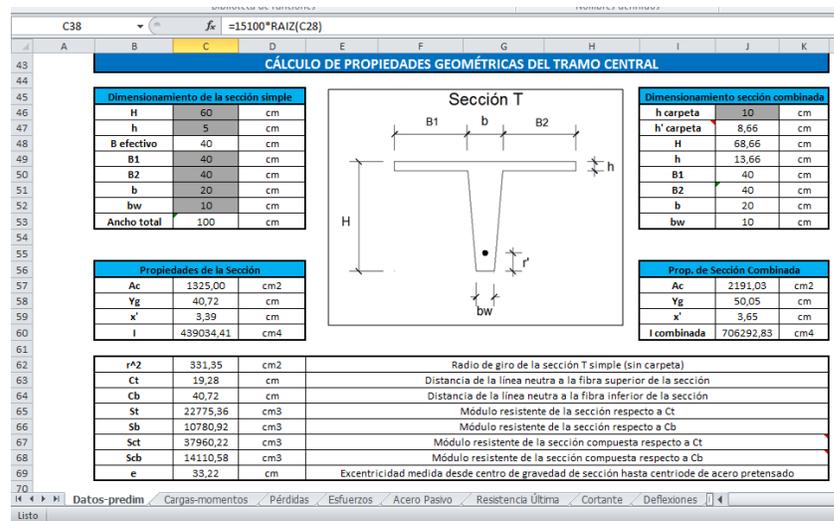
$$\frac{l}{480} = \frac{1450}{480} = 3,021 \text{ cm} > 0,459 \text{ cm} \quad \text{Cumple}$$

### 3.12 IMPLEMENTACIÓN DE UNA HOJA ELECTRÓNICA DE CÁLCULO

A manera de un complemento final del presente trabajo de tesis y debido a que, como cualquier diseño estructural, el pretensado requiere de procesos iterativos para llegar a una solución constructiva, se decidió implementar mediante la herramienta Microsoft Excel, un programa automatizado de cálculo para optimizar el proceso de diseño y poder realizar futuros diseños con un ahorro importante de tiempo.

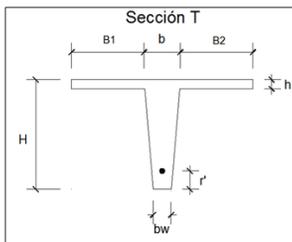
Cabe recalcar que el uso de programas es una herramienta muy útil pero siempre se debe realizar comprobaciones manuales o mediante otros programas para corroborar los resultados obtenidos.

La pestaña llamada “Datos\_predim” es básicamente para el ingreso de datos y predimensionamiento del elemento:



**CÁLCULO DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL TRAMO CENTRAL**

Dimensionamiento de la sección simple		
H	60	cm
h	5	cm
B efectivo	40	cm
B1	40	cm
B2	40	cm
b	20	cm
bw	10	cm
Ancho total	100	cm



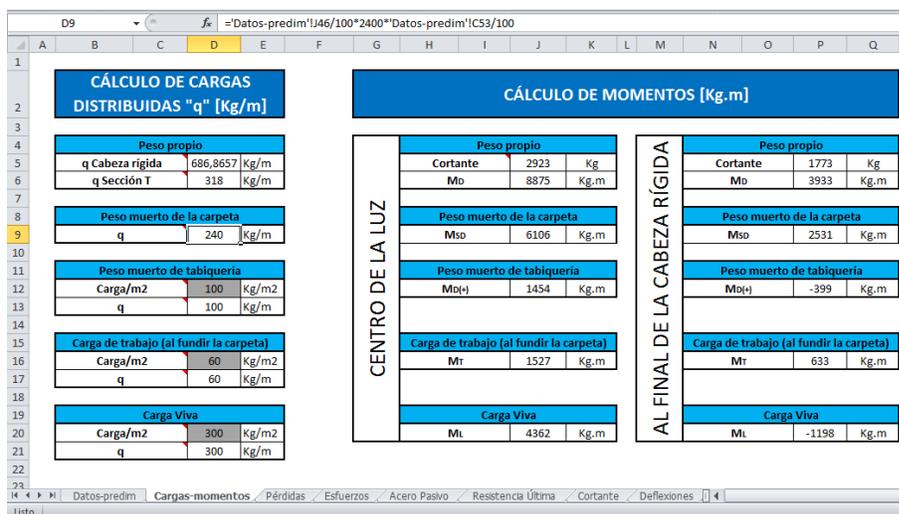
Dimensionamiento sección combinada		
h carpeta	10	cm
h' carpeta	8,66	cm
H	68,66	cm
h	13,66	cm
B1	40	cm
B2	40	cm
b	20	cm
bw	10	cm

Propiedades de la Sección		
Ac	1325,00	cm <sup>2</sup>
Yg	40,72	cm
x'	3,39	cm
I	439034,41	cm <sup>4</sup>

Prop. de Sección Combinada		
Ac	2191,03	cm <sup>2</sup>
Yg	50,05	cm
x'	3,65	cm
I combinada	706292,83	cm <sup>4</sup>

r <sup>2</sup>	331,35	cm <sup>2</sup>	Radio de giro de la sección T simple (sin carpeta)
Ct	19,28	cm	Distancia de la línea neutra a la fibra superior de la sección
Cb	40,72	cm	Distancia de la línea neutra a la fibra inferior de la sección
St	22775,36	cm <sup>3</sup>	Módulo resistente de la sección respecto a Ct
Sb	10780,92	cm <sup>3</sup>	Módulo resistente de la sección respecto a Cb
Sct	37960,22	cm <sup>3</sup>	Módulo resistente de la sección compuesta respecto a Ct
Scb	14110,58	cm <sup>3</sup>	Módulo resistente de la sección compuesta respecto a Cb
e	33,22	cm	Excentricidad medida desde centro de gravedad de sección hasta centriodo de acero pretensado

En la pestaña “Cargas\_momentos” se ingresa las cargas a las que será sometido el elemento y a partir de éstas se calculan los momentos:



**CÁLCULO DE CARGAS DISTRIBUIDAS "q" [Kg/m]**

Peso propio		
q Cabeza rígida	686,8657	Kg/m
q Sección T	318	Kg/m

Peso muerto de la carpeta		
q	240	Kg/m

Peso muerto de tabiquería		
Carga/m <sup>2</sup>	100	Kg/m <sup>2</sup>
q	100	Kg/m

Carga de trabajo (al fundir la carpeta)		
Carga/m <sup>2</sup>	60	Kg/m <sup>2</sup>
q	60	Kg/m

Carga Viva		
Carga/m <sup>2</sup>	300	Kg/m <sup>2</sup>
q	300	Kg/m

**CÁLCULO DE MOMENTOS [Kg.m]**

Centro de la Luz		
CENTRO DE LA LUZ	Peso propio	
	Cortante	2923 Kg
	Mo	8875 Kg.m
	Peso muerto de la carpeta	
	Mso	6106 Kg.m
	Peso muerto de tabiquería	
	Mo(+)	1454 Kg.m
	Carga de trabajo (al fundir la carpeta)	
	Mtr	1527 Kg.m
	Carga Viva	
Ml	4362 Kg.m	

Al Final de la Cabeza Rígida		
AL FINAL DE LA CABEZA RÍGIDA	Peso propio	
	Cortante	1773 Kg
	Mo	3933 Kg.m
	Peso muerto de la carpeta	
	Mso	2531 Kg.m
	Peso muerto de tabiquería	
	Mo(+)	-399 Kg.m
	Carga de trabajo (al fundir la carpeta)	
	Mtr	633 Kg.m
	Carga Viva	
Ml	-1198 Kg.m	

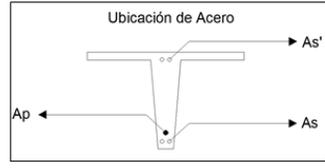


En la pestaña “Pérdidas” se realiza el cálculo de las diferentes pérdidas que experimentará el elemento:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
16	<b>Retracción del hormigón</b>									
17	V	1325	cm3	Volumen unitario de la viga						
18	S	310	cm2	Superficie unitaria de la viga						
19	HR	90	%	Humedad relativa en porcentaje						
20	$\Delta f_{cr}$	147,46	Kg/cm2	Pérdida						
21	<b>Fluencia plástica del hormigón</b>									
23	Cu	2,35	adim	Relación entre deformaciones unitarias por: flujo plástico y elástica instantánea						
24	t	1825	días	Edad en días (se considera a los 5 años)						
25	Ct	2,12	adim	Coeficiente de deformación plástica						
26	$\Delta f_{cf}$	1598,59	Kg/cm2	Pérdidas						
27	<b>Relajación del acero de preesfuerzo</b>									
28	$\Delta f_r$	386,64	Kg/cm2	Pérdidas						
29	<b>Resumen y cálculo final de pérdidas</b>									
34	PÉRDIDAS EN EL HORMIGÓN	Acortamiento elástico instantáneo		872,26	Kg/cm2	6,23	%			
35		Retracción del hormigón		147,46	Kg/cm2	1,05	%			
36		Fluencia plástica del hormigón		1598,59	Kg/cm2	11,42	%			
38	PÉRDIDAS EN EL ACERO	Corrimiento y ajuste de cuñas		689,66	Kg/cm2	4,93	%			
39		Relajación del acero de preesfuerzo		386,64	Kg/cm2	2,76	%			
41	TOTAL	Pérdida en el acero de preesfuerzo		3694,60	Kg/cm2	26,39	%			

En la pestaña “Esfuerzos” se calculan los esfuerzos en las diferentes etapas, al centro y al extremo del elemento, así como cantidades de acero pasivo si fuera el caso:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
<b>CÁLCULO DE ESFUERZOS EN LAS FIBRAS SUPERIOR E INFERIOR DEL ELEMENTO</b>															
CENTRO DE LA LUZ	<b>Etapla 1: Comportamiento al momento de cortar los cables</b>				<b>CÁLCULO DE ACERO PASIVO</b>										
	Esfuerzo	Valor	Límites ACI	Unidad	ft excedente				x	A	As'				
	ft	0,06	13,86	Kg/cm2	0,00				0,03	2,94	0,00				
	fb	-130,37	-180,00	Kg/cm2	0,00				60,00	1325,00	0,00				
	Comprobación: <b>Cumple</b>														
	<b>Etapla 2: Comportamiento al momento de fundir la losa</b>				<b>CÁLCULO DE ACERO PASIVO</b>										
	Esfuerzo	Valor	Límites ACI	Unidad	ft excedente				H-x	A	As				
	ft	-43,75	-180,00	Kg/cm2	0,00				0,00	0,00	0,00				
	fb	-3,44	-180,00	Kg/cm2	0,00				42,70	1776,98	0,00				
	Comprobación: <b>Cumple</b>														
	<b>Etapla 3: Comportamiento bajo cargas de servicio</b>				<b>CÁLCULO DE ACERO PASIVO</b>										
	Esfuerzo	Valor	Límites ACI	Unidad	ft excedente				H-x	A	As				
ft	-59,07	-180,00	Kg/cm2	0,00				0,00	0,00	0,00					
fb	37,77	40,00	Kg/cm2	0,00				27,30	414,05	0,00					
Comprobación: <b>Cumple</b>															
<b>FORRAMIENTO DE CABLES</b>															
# Cables forrados				Fuerza Suprimida	Unidad	Comprobación									
0				0	Kg	<b>Cumple</b>									
CABEZA	<b>Etapla 1: Comportamiento al momento de cortar los cables</b>				<b>CÁLCULO DE ACERO PASIVO</b>										
	Esfuerzo	Valor	Límites ACI	Unidad	ft excedente				x	A	As'				
	ft	21,76	27,71	Kg/cm2	0,00				0,00	0,00	0,00				
	fb	-176,21	-210,00	Kg/cm2	0,00				0,00	0,00	0,00				
Comprobación: <b>Cumple</b>															



En la pestaña “Resistencia Última” se obtienen los momentos nominales, el coeficiente capacidad/demanda, así como el acero máximo y mínimo:

DISEÑO A RESISTENCIA ÚLTIMA				COMPROBACIÓN DEL ACERO MÍNIMO				
<b>Datos de momentos</b>		<b>Coefficientes de mayoración</b>		fr	40	Kg/cm2	Esfuerzo de fisuración del hormigón	
MD	8875	Kg.m	D	1,2	adim	Pe	40809,369	
MSD	6106	Kg.m	L	1,6	adim	Mcr	2119105	
MD(-)	1454	Kg.m	<b>Demanda del elemento</b>				Esfuerzo efectiva de pretensado (luego de las pérdidas)	
ML	4362	Kg.m	Mu	2670027	Kg*cm	Momento de fisuración		
<b>Capacidad del elemento</b>				ϕ Mn > 1,2 Mcr <span style="color: red;">Cumple: No se necesita acero adicional!</span>				
fpy/fpu	0,901	adim.	<b>EN CASO DE EXISTIR ACERO DE NO PREESFUERZO (PASIVO)</b>		M. exceso	0	Kg/cm	
γp	0,280	adim.	Factor de propiedades del acero de preesfuerzo		Ru	0	Kg/cm2	
β1	0,764	adim.	Factor bloque de compresión		As	0	cm2	
dp	62,50	cm	Distancia desde el centroide del acero de preesfuerzo a la fibra más lejana a compresión					
ρp	0,0006	adim.	Cuantía respecto al acero de preesfuerzo					
d	66,0	cm	Distancia desde el centroide del acero de no preesfuerzo a la fibra opuesta más lejana					
As	0,00		Acero de no preesfuerzo en la fibra inferior					
p	0,0000		Cuantía de acero de no preesfuerzo en fibra					
wp	0,0000	adim.	Acero de no preesfuerzo en la fibra superior					
As'	0,00		Cuantía de acero de no preesfuerzo en fibra					
p'	0,0000		Acero de no preesfuerzo en la fibra superior					
wp'	0,0000	adim.	Cuantía de acero de no preesfuerzo en fibra					
fps	18790,51	Kg/cm2	Esfuerzo nominal a tracción del acero de					
a	2,189	cm	Altura del bloque de compresión					
Mn	4569226	Kg.cm	Momento nominal					
C/D	1,71	adim.	Coeficiente Capacidad/Demanda					
<span style="color: red;">Cumple</span>				x = 0,096 <span style="color: red;">0,005 La sección cumple con la restricción para acero máxi</span>				

En la pestaña “Cortante” se detalla el diseño a cortante:

CÁLCULO DE FUERZA CORTANTE				CÁLCULO DEL REFUERZO A CORTE			
<b>Por peso propio</b>				ϕVc	5247	Kg	Cortante resistido por el hormigón
Vd	2923	Kg	ϕVs	4699	Kg	Cortante que debe ser resistido por el acero	
<b>Por peso muerto de la carpeta</b>				Av/s	0,023	cm	Espaciamiento
Vso	1740	Kg	s	15	cm		
<b>Por peso muerto de tabiquería</b>				Av	0,339	cm2	Acero necesario
Vot(-)	725	Kg					
<b>Por carga viva</b>							
Vl	2175	Kg					
<b>Cortante Último</b>							
Vu	9946	Kg					

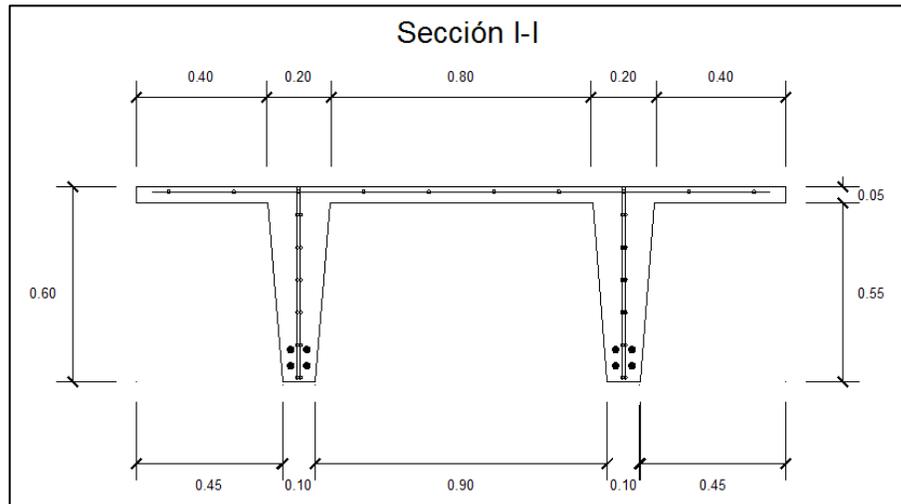
Y por último, en la pestaña “Deflexiones”, se calculan flechas y camber de acuerdo a las diferentes etapas:

CÁLCULO DE DEFLEXIONES			
<b>Etapas 1.1 y 1.2: Comportamiento al momento de cortar los cables</b>			
Pérdida instantánea	11,16	%	
Ecl	261539,67	Kg/cm2	
Δ↑ debido a cables	3,745	cm	
WD por peso propio	337,689	Kg/m	
Δ↓ por peso propio	-1,683	cm	
Camber	2,053	cm	
<b>Etapas 2.1 y 2.2: Comportamiento al momento de fundir la losa</b>			
Ingresar multiplicador (PCI)	1,8	adim.	
Δ↑ debido a cables	6,742	cm	
Ingresar multiplicador (PCI)	1,85	adim.	
Δ↓ por peso propio	-3,132	cm	
Camber	3,610	cm	
<b>Etapas 3.1 y 3.2: Comportamiento bajo cargas de servicio</b>			
Ingresar multiplicador (PCI)	2,2	adim.	
Δ↑ debido a cables	8,240	cm	
Ingresar multiplicador (PCI)	2,4	adim.	
Δ↓ por peso propio	-4,063	cm	
Ingresar multiplicador (PCI)	2,3	adim.	
Δ↓ por peso de carpeta	-2,767	cm	
Ingresar multiplicador (PCI)	3	adim.	
Δ↓ por carga tabiquería	-0,935	cm	
Δ↓ por carga viva	-0,935	cm	
Afinal	-0,459	cm	
<b>LÍMITES DEL ACI</b>			
Tipo de elemento		Límite de deflexión	
Sistema de anclaje o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles a daños debido a deflexiones	3,021	Cumple	
Sistema de anclaje o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales NO susceptibles a daños debido a deflexiones	6,042	Cumple	

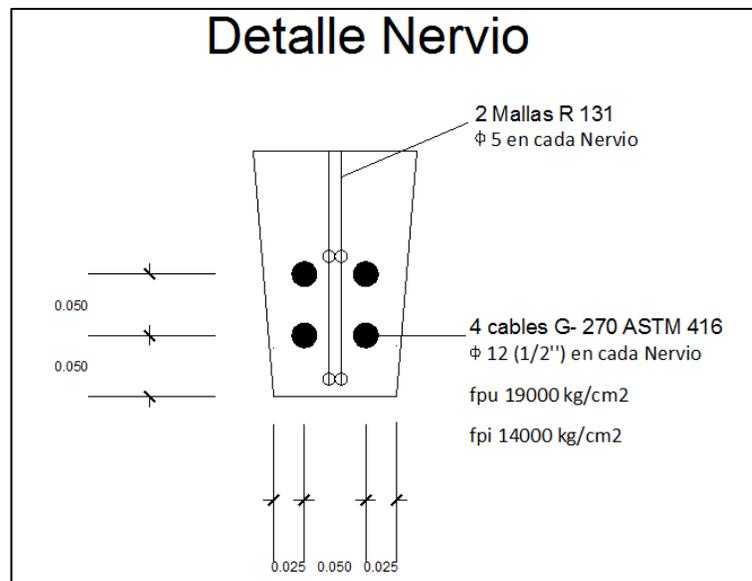
## CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al término de todo el proceso de diseño, los resultados obtenidos correspondientes al diseño estructural de las losas para el nuevo edificio de la Facultad de Ingeniería son los siguientes:

Las dimensiones finales de la sección central son:



El armado del nervio se muestra a continuación:



La cantidad final de cuatro cables satisface adecuadamente las solicitaciones durante todas las etapas.

Respecto a la revisión a resistencia última, se comprueba que el elemento cumple de manera satisfactoria, lo cual es reflejado en un coeficiente de capacidad demanda de



1.711, esto equivaldría a utilizar un coeficiente de minoración de la resistencia ( $\phi$ ) de 0.58 en lugar del típico valor de 0.9.

Como refuerzo para cortante se decidió utilizar una malla R131, formada por varillas de diámetro de 5 mm espaciadas cada 15 cm. Constructivamente, la manera de colocar esta malla consiste en doblarla en forma de "U" para evitar el trabajo colocado de estribos.

Por otro lado, para resistir los momentos negativos se colocará una cantidad de 3.93 cm<sup>2</sup>, lo cual se cumple con una varilla de 10 mm cada 20 cm.

En cuanto a deflexiones, el valor final es de 0,459 cm hacia abajo, el cual cumple ampliamente con el límite de 3,021 cm

### Comparación con el hormigón Armado

Para comparar el método de las cabezas rígidas con una solución en hormigón armado convencional vamos a abordar un ejemplo sencillo en el cual se necesita diseñar una estructura que tiene un área de 15mx24m, la cual se debe cubrir con una losa.

#### a. Utilizando elementos prefabricados-pretensados:

En el caso de utilizarse las losas T con cabeza rígida se necesitarían 24 losas de 15 metros de longitud con un total de hormigón por elemento de:

$$Vol = 15 * 0.22$$

$$Vol = 3.29 m^3$$

Y con un total de cables por elemento de:

$$Cables = 4 \text{ torones de } 7 \text{ hilos } (0.99 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Costo de losas T (incluye transporte e izado)} = 1656.50 \text{ dólares/elemento}$$

$$\text{Costo total con elementos prefabricados pretensados} = 39756 \text{ dólares}$$

#### b. Utilizando elementos de hormigón armado:

En el caso de utilizarse hormigón armado se tendrían vigas que transversales y de quince metros de longitud, y una losa que trabaja en una sola dirección con seis metros de luz, por lo tanto el volumen de las vigas es:

$$Vol \text{ Vigas} = 5 * (1.00 * 0.60 * 15)$$

$$Vol \text{ Vigas} = 45 m^3$$

Con una armadura superior e inferior de:

$$Armadura = 7850 * (2 * (5 \phi 36) * 5 * 15)$$



$$\text{Armadura} = 5992.30 \text{ kg}$$

Las losas trabajarán en un solo sentido y tendrán un peralte de 25 cm debido a las grandes luces que tienen que cubrir, en el caso del pretensado este problema es inexistente debido a que los elementos trabajan como T y por ende las alas de los mismos hacen la función de losa:

$$\text{Vol Losa} = 1 * (24 * 15 * 0.25)$$

$$\text{Vol Losa} = 90 \text{ m}^3$$

Con una armadura superior e inferior por cada metro de:

$$\text{Armadura} = 7850 * (2 * (5 \varnothing 14) * 15 * 24)$$

$$\text{Armadura} = 4352.04 \text{ kg}$$

Por lo tanto:

$$\text{Vol Total Hormigón} = 135 \text{ m}^3$$

$$\text{Costo Hormigón (incluye encofrado)} = 200 \text{ dólares/m}^3$$

$$\text{Costo Hormigón} = 27000.00 \text{ dólares}$$

$$\text{Vol Total Acero} = 10344.34 \text{ kg}$$

$$\text{Costo Acero (incluye corte y doblado)} = 2.25 \text{ dólares/kg}$$

$$\text{Costo Acero} = 23374.77$$

$$\text{Costo total con hormigón armado} = 50374.77 \text{ dólares}$$

En base a los costos estimados anteriormente, queda demostrado que optar por una solución constructiva en base a elementos prefabricados-pretensados resulta más económico que en hormigón armado. Para el caso del ejemplo se observa un 20% de ahorro neto, esto sin considerar el ahorro en tiempo de construcción y mano de obra.

Cabe señalar que el uso del pretensado se justifica siempre y cuando se presenten condiciones como: grandes luces y la posibilidad de modulación.



## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al término de este trabajo de tesis se pudo analizar a fondo el comportamiento del hormigón pretensado así como comprender y comprobar sus ventajas, entre las más importantes se puede mencionar:

- Las dimensiones de los elementos son realmente pequeñas comparadas con las luces que cubren los mismos.
- La mano de obra se limita únicamente al izado, colocado y al hormigonado de la carpeta.
- El control de calidad del proceso constructivo del elemento es óptimo debido a que se pueden supervisar condiciones de humedad, calidad del hormigón, etc.
- En caso de obras a gran escala, el ahorro en tiempo y mano de obra es realmente significativo.
- Como se abordó en el capítulo 4, en obras grandes en las cuales se necesita salvar grandes luces, como por ejemplo un parqueadero, el hormigón pretensado resulta mucho más económico y práctico que el hormigón armado.

Como desventajas se pueden comentar las siguientes:

- Los elementos son construidos mediante moldes en fábrica, situación que limita la flexibilidad en el diseño en cuanto a dimensionamiento.
- El transporte de los materiales desde la fábrica hasta la obra, así como el izado de elementos implica un importante costo adicional.
- Para poder realizar el izado de los elementos se debe contar con grúas con la suficiente capacidad.
- En caso de obras de pequeña magnitud, pierde sentido la prefabricación.

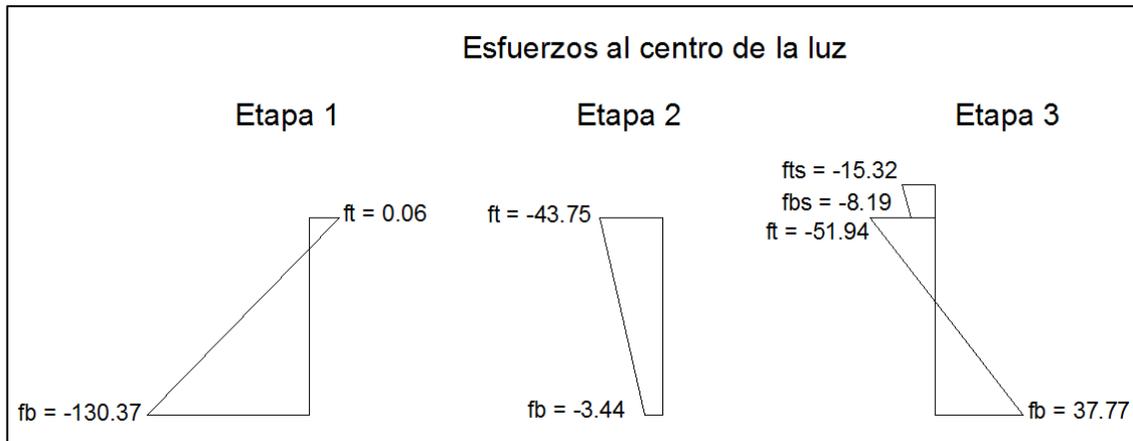
Por lo tanto, haciendo un balance general, el hormigón pretensado es una alternativa sumamente útil en la construcción, y resulta más beneficiosa a medida que las obras son de mayor magnitud. Esto hace que esta solución constructiva tome cada vez más fuerza en el medio.

Se considera de gran importancia el haber podido ampliar el campo del hormigón pretensado convencional hacia el método de las cabezas rígidas ya que, aunque éste implica ciertas consideraciones especiales como las citadas en la sección 2.3 y significa un aumento en la complejidad del cálculo, aporta la gran ventaja de reducir significativamente los momentos positivos en el centro de la luz en la etapa de cargas de servicio. Por otro lado, al formarse nudos “semi-rígidos” se da continuidad a los elementos formándose una estructura mucho más rígida y con un mejor comportamiento respecto a cargas laterales. Por último proporcionan una mayor superficie de contacto entre las losas y los apoyos, distribuyendo la carga de una mejor manera.

Cabe recalcar que la distribución de momentos abordada en la sección 2.3 es una aproximación completamente empírica y el lector puede optar por una diferente distribución de acuerdo a su criterio personal y/o experiencias.

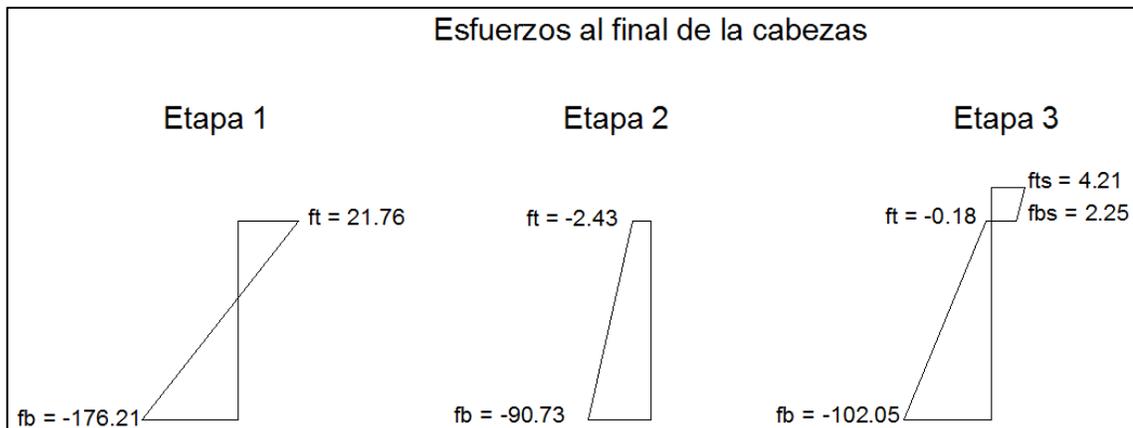


Un punto fundamental para entender el funcionamiento del hormigón pretensado radica en comprender completamente el comportamiento de los esfuerzos, sobre lo cual se hará un análisis a continuación:



Es importante notar como varían los esfuerzos a lo largo de las diferentes etapas ya que esto refleja el comportamiento del elemento: comienza por estar altamente comprimido en su fibra inferior debido a la fuerza de pretensado; luego, a medida que el elemento es solicitado a momentos, los cables irán absorbiendo los mismos hasta agotar su capacidad; por último el elemento resiste cierta tracción (inferior a su esfuerzo de fisuración).

Por otro lado, en la tercera etapa y como se aprecia en el gráfico, el valor del esfuerzo en la fibra inferior es muy cercano al límite establecido por el ACI de  $40 \text{ kg/cm}^2$ . Esto implica que la capacidad tanto de los cables como del elemento se encuentra aprovechada al máximo. De esta manera se evita además el uso de acero pasivo, lo cual influye favorablemente en el aspecto económico.



Para el caso de los esfuerzos al final de las cabezas rígidas, en la primera etapa se observa que de igual manera, el esfuerzo en la fibra superior se encuentra cercano al límite establecido por el ACI de  $27,71 \text{ kg/cm}^2$ , evitando así un posible enfundamiento de cables.



Se puede notar además que en la tercera etapa cambia la tendencia de variación de esfuerzos mencionada anteriormente debido a que surgen momentos negativos por la rigidización de las cabezas.

Un aspecto de gran importancia es el cálculo de pérdidas en la fuerza de preesfuerzo, ya que si éstas son demasiado altas se desaprovecharía un gran beneficio del hormigón pretensado. Se conoce que a mayor luz de elementos, son menores las pérdidas referentes al corrimiento y ajuste de cuñas. Por ejemplo, según el libro “Hormigón Pretensado: Diseño de Elementos Isostáticos” del autor Fabián Carrasco Castro, entre un elemento de 82m de longitud y uno de 22m existe una diferencia aproximada del 3% en pérdidas. (Ref. 5.2). El PCI (Ref. 5.1) establece un rango de valores entre  $1760 \text{ kg/cm}^2$  y  $3520 \text{ kg/cm}^2$ . Para este caso específico (Luz = 15 m), se calculó un valor de 26.39% que significa  $3694.60 \text{ kg/cm}^2$ , el cual dado lo mencionado anteriormente, se considera dentro de los rangos aceptables.

Finalmente se verificó que las deflexiones se encuentran muy por debajo del rango permitido, con lo cual se asegura la funcionalidad del elemento a lo largo de su vida útil.

Por último se puede señalar que la implementación del programa de cálculo basado en Microsoft Excel se realizó meticulosamente, para así poder contar con una poderosa y útil herramienta para futuros diseños.

## RECOMENDACIONES

Si se quiere optar por el uso de elementos prefabricados-pretensados para dar solución constructiva a un problema específico, se recomienda siempre realizar un análisis económico comparando con otras alternativas, ya que en casos en que las estructuras no cuentan con cierta uniformidad y simetría, no es idóneo el uso de elementos prefabricados. En un determinado proyecto que se piensa solucionar con prefabricación, si empieza a ser necesario muy a menudo el hormigonado in situ, se debe pensar en considerar talvés otra alternativa.

Por otro lado siempre es importante tener en cuenta la distancia a la que se encuentra la fábrica de los elementos prefabricados-pretensados y la disponibilidad de los mismos, ya que una distancia muy grande implicaría también un costo de transporte elevado. Lo mismo sucede respecto a la disponibilidad de grúas para el izado.

Otro aspecto importante es considerar que en fábrica generalmente se cuenta con moldes predeterminados, por lo que implican una restricción en cuanto a dimensionamiento.

En la presente tesis se consideran solamente tres estados por los cuales pasará el elemento: al momento de cortar los cables, al momento de colocar la carpeta, bajo cargas de servicio. Es importante mencionar que se considera que la primera etapa englobará el transporte, almacenaje e izado del elemento, para esto se debe tener mucho cuidado en que en todas estas situaciones los elementos tengan los mismos puntos de apoyo/izado para que sean sometidos a los mismos esfuerzos.



## REFERENCIAS

- 2.1 PCI, "Post-Tensioning Manual", First Edition, Chicago, Illinois 60606, 1972, Pag.1
- 2.2 Carrasco Castro Fabián, "Hormigón Pretensado: Diseño de Elementos Isostáticos", 1era ed, Cuenca: Universidad de Cuenca, 2010, Pag. 29
- 2.3 ASTM, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, USA
- 2.4 ASTM, American Society for Testing and Materials, "Specification for Uncoated 7-Wire Stress-Relieved Strand for Prestressed Concrete", ASTM A416-85, ASTM, Philadelphia, 1985
- 2.5 ACI Comité 318, "Requisitos de Reglamento ara Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)", Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 12.9.1, Pag. 58
- 2.6 ACI Comité 318, "Requisitos de Reglamento ara Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)", Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, R18.6, Pag. 300
- 2.7 AASHTO "American Association of State Highway and Transportation Officials", Washington, DC 2011, Especificaciones AASHTO para Diseño de Puentes por el Método LRFD. – Unidades S.I., Revisiones Interinas 2002, Mayo 2002, Sección 5 Estructuras de Hormigón, Pag. 5-87
- 2.8 ACI Comité 318, "Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318S-08)", Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, R18.6, Pag. 300
- 2.9 Nawy G. Edward, "Prestress Concrete: A Fundamental Aproach", Fifth Edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2006, Table 3.1, Pag. 82
- 2.10 ACI Comité 318, "Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)", Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, R18.4.1, Pag. 297
- 2.11 Carrasco Castro Fabián, "Hormigón Pretensado: Diseño de Elementos Isostáticos", 1era ed, Cuenca: Universidad de Cuenca, 2010, Pag. 91
- 2.12 ACI Comité 318, "Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)", Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 18.5.1, Pag. 299



- 2.13 Carrasco Castro Fabián, “Hormigón Pretensado: Diseño de Elementos Isostáticos”, 1era ed, Cuenca: Universidad de Cuenca, 2010, Pag. 93
- 2.14 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 18.3.3, Pag. 296
- 2.15 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 18.3.3, Pag. 297
- 2.16 PCI design handbook, “Precast and Prestressed Concrete”, Third Edition, Chicago, Illinois 60604, 1985, 4.3.1, Pag. 4.23
- 2.17 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 11.4.5, Pag. 173
- 2.18 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 9.5.4.1, Pag. 133
- 2.19 PCI design handbook, “Precast and Prestressed Concrete”, Fifth Edition, Chicago, Illinois 60604, 1999, 8.2.1, Pag. 8-4
- 2.20 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 18.7.2, Pag. 302
- 2.21 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 10.3.4, Pag. 141
- 2.22 ACI Comité 318, “Requisitos de Reglamento para Hormigón Estructural y Comentario (ACI 318s-08)”, Versión en español y en sistema métrico, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI., Primera impresión, mayo 2008, 8.12.2 y 8.12.3, Pag. 118
- 5.1 PCI design handbook, “Precast and Prestressed Concrete”, Fifth Edition, Chicago, Illinois 60604, 1999, Pag. 4-64



## **BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA**

1. Carrasco Castro, Fabián. Hormigón Pretensado: Diseño de Elementos Isostáticos. 1era ed.. Cuenca: Universidad de Cuenca, 2010.
2. Navarro Campos, Nelson. Aspectos Arquitectónicos y Estructurales de los Edificios de Viviendas. 1994. Boletín Vivienda y Urbanismo. Inst. Nac. de la Vda. La Habana, Cuba.
3. Navarro Campos, Nelson. Principios del uso de los Sistemas Prefabricados para la construcción de viviendas. 1984. Publicaciones del XI COPVIDU. Managua, Nicaragua.
4. Navarro Campos, Nelson. The application of industrialized building technologies in Cuba. 1987. Publicaciones de la III Conferencia Internacional en Tecnologías Industrializadas de Construcción. Belgrado, Yugoslavia.
5. Navarro Campos, Nelson. Vigencia de la producción industrializada de componentes prefabricados para la construcción masiva de viviendas. 1989. Boletín INV, N° 4/1989 y XX Convención UPADI'88, I Congreso Panamericano de Ingenieros.
6. Navarro campos, Nelson. "Experiencias de Cuba en la Prefabricación de Edificaciones y Criterios Actuales de su Desarrollo". Publicado en CD. ANIPPAC – IMCYC, Seminario Internacional, México D.F. 2007.
7. PCI, "Post-Tensioning Manual", First Edition, Chicago, Illinois 60606, 1972.
8. PCI design handbook, "Precast and Prestressed Concrete", Fifth Edition, Chicago, Illinois 60604, 1999, 8.2.1.