



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Ingeniería
Carrera de Ingeniería Civil

Validación de metodología analítica, mediante un modelo numérico, en viga de h^oa (asimétrica) sometida a flexión biaxial.

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Ingeniero Civil

Autores:

Julio Joaquín Álvarez Estrella
C.I: 0105993869

Christian Iván Coronel Tenesaca
C.I: 0107144578

Directores:

Ing. Ángel Julver Pino Velázquez
C.I:0105928642

Ing. Esteban Patricio Samaniego Alvarado
C.I: 0102052594

Cuenca-Ecuador

Abril 2019



RESUMEN

En este trabajo se realiza la validación de una metodología analítica para el cálculo de deflexiones en una viga de hormigón armado de sección asimétrica sometida a flexión biaxial, mediante un modelo numérico desarrollado en el software AnsysWorkbench. El desarrollo analítico matemático se basa en la metodología propuesta en el ACI 318 Y ACI 435 para el cálculo de deflexiones en etapas iniciales, evaluando cada uno de los ejes principales, donde se produce flexión, por separado. En la modelación se toma en cuenta todas las consideraciones a las cuales está sometida la viga de estudio con el fin de que los resultados obtenidos tengan la fiabilidad necesaria para dar validez a las deflexiones obtenidas mediante la metodología analítica. La bibliografía acerca de la determinación de las deflexiones en vigas de hormigón armado trata, principalmente, el caso de la flexión simple y, más aún, en vigas de sección rectangular, es por ello que se ha considerado importante abordar la problemática en una sección tipo “L”.

Palabras Claves: Metodología analítica. Modelo numérico. Cálculo de deflexiones. Viga de sección asimétrica. Flexión biaxial.



ABSTRACT

In this paper, the validation of an analytical methodology for the calculation of deflections in a reinforced concrete beam with asymmetric section submitted to biaxial bending is carried out through a numerical model developed in the Ansys Workbench Software. Mathematical analytical development is based on the methodology proposed in the ACI 318 and the ACI 435 for the calculation of the deflections in the initial stages, evaluating each of the main axes, where bending occurs, separately. In the modeling all the considerations to which the beam of study is subjected are taken into account in order that the obtained results have the necessary reliability to give validity to the deflections obtained through the analytical methodology. The bibliography on the determination of deflections in reinforced concrete beams deals mainly with the case of simple bending and, moreover, with beams of rectangular section, that is why it has been considered important to address this problem in a “L” type section.

Keywords: Analytical methodology. Numerical model. Calculation of deflections. Beam of asymmetric section. Biaxial bending.



ÍNDICE

RESUMEN.....	2
ABSTRACT	3
ÍNDICE DE FIGURAS.....	6
AGRADECIMIENTO.....	13
1 INTRODUCCIÓN.....	14
1.1 OBJETIVOS.....	16
1.1.1 OBJETIVO GENERAL.....	16
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
1.2 METODOLOGÍA.....	16
2 ESTADO DEL ARTE DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A FLEXIÓN BIAxIAL.....	18
3 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES EN LA VIGA DE ESTUDIO, TIPO “L” , CON EL MÉTODO ANALÍTICO - MATEMÁTICO	21
3.1 CONSIDERACIONES GENERALES	21
3.2 DEFLEXIONES RESPECTO AL EJE X PRINCIPAL.....	24
3.3 DEFLEXIONES RESPECTO AL EJE Y PRINCIPAL.....	30
4 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES EN LA VIGA DE ESTUDIO, TIPO “L” , CON SIMULACIÓN NUMÉRICA	36
4.1 LÍNEA BASE: SOFTWARE ANSYS WORKBENCH.	36
4.1.1 VIGA DE VALIDACIÓN RECTANGULAR.....	37
4.1.1.1 SOLUCION ANALITICA DE VIGA RECTANGULAR.....	38
4.1.1.2 SOLUCIÓN SEGÚN MODELO NUMÉRICO CON ANSYS.....	39
4.1.1.2.1 GEOMETRÍA Y CONFIGURACIÓN DE LA VIGA	39
4.1.1.2.2 DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS FINITOS Y MATERIALES EN APDL	40
4.1.1.2.3 CONDICIONES DE BORDE Y APLICACIÓN DE CARGA.....	41
4.1.1.2.4 MALLADO Y SOLUCIÓN.....	42
4.1.1.2.5 RESULTADOS VIGA DE VALIDACIÓN	43
4.2 SIMULACIÓN DE LA VIGA DE ESTUDIO	49
4.3 GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN DE LA VIGA ANALIZADA.	49
4.4 ASIGNACIÓN DE MATERIALES A CADA ELEMENTO ESTRUCTURAL.....	51
4.4.1 PROPIEDADES DEL HORMIGÓN Y EL ACERO UTILIZADOS EN LA VIGA	51
4.4.2 DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS FINITOS	52
4.4.2.1 ELEMENTOS FINITOS PARA MODELAR EL HORMIGÓN	53



4.4.2.1.1	EF: SOLID65	53
4.4.2.1.2	EF: SOLID185	54
4.4.2.1.3	EF: SOLID5	55
4.4.2.1.4	EF: SOLSH190	56
4.4.2.2	ELEMENTO FINITO PARA MODELAR EL ACERO	56
4.4.2.2.1	EF: LINK180	56
4.4.3	CODIFICACIÓN DE LOS MATERIALES	57
4.4.4	MALLADO DEL ELEMENTO ESTRUCTURAL	59
4.5	CONDICIONES DE BORDE Y CARGAS	62
4.5.1	CONDICIONES DE BORDE DE LA VIGA DE ESTUDIO	62
4.5.2	CARGAS ACTUANTES EN LA VIGA DE ESTUDIO	63
4.6	SOLUCIÓN Y POSTPROCESO	63
5	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	64
5.1	RESULTADOS METODOLOGÍA ANALÍTICA – MATEMÁTICA	65
5.1.1	DEFORMACIONES POR EJE TIPO DE CARGA	65
5.1.2	DEFORMACIÓN TOTAL EN LA VIGA	66
5.2	RESULTADOS DEL MODELO MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA	66
5.2.1	RESULTADOS VIGA HORMIGÓN – ACERO	66
5.3	COMPARACIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN	72
5.3.1	VIGA HORMIGÓN REFORZADO	72
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	74
7	BIBLIOGRAFÍA	76



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Viga de estudio.....	22
Figura 2 Disposición de barras de acero y dirección de los ejes principales.	23
Figura 3 Sección transformada compresión.....	26
Figura 4 Sección transformada completa a compresión.....	27
Figura 5 Sección transformada a tracción.....	32
Figura 6 Viga rectangular de validación.....	38
Figura 7 Esquema viga simplemente apoyada con carga distribuida.....	38
Figura 8 Configuración de la viga de validación.....	39
Figura 9 Codificación hormigón en APDL.....	40
Figura 10 Codificación acero en APDL.....	40
Figura 11 Codificación para unir los dos materiales, viga de validación.....	41
Figura 12 Condiciones de borde y cargas, viga de validación.....	41
Figura 13 Mallado de 450mm en viga de validación.....	42
Figura 14 Mallado de 80mm en viga de validación.....	43
Figura 15 Figura esquemática de resultados de deformaciones Ansys Workbench.	44
Figura 16 Sección viga de estudio.....	49
Figura 17 Sólido viga de estudio.....	50
Figura 18 Viga con refuerzo de acero.....	50
Figura 19 Geometría EF Solid65.....	53
Figura 20 Geometría EF Solid185.....	54
Figura 21 Geometría EF Solid5.....	55
Figura 22 Geometría EF Solsh190.....	56
Figura 23 Geometría EF Link180.....	57
Figura 24 Codificación material hormigón.....	58
Figura 25 Codificación material acero.....	58
Figura 26 Codificación combinación de materiales.....	59
Figura 27 Viga con mallado de 120mm.....	61
Figura 28 Viga con mallado de 66mm.....	61
Figura 29 Condiciones de borde viga de estudio.....	62
Figura 30 Carga aplicada sobre toda la superficie del ala de la viga.....	63
Figura 31 Escoger los resultados del análisis de la viga.....	64
Figura 32 Deformación total Solid65 - Malla 120mm.....	67
Figura 33 Deformación total Solid65 - Malla 100mm.....	67
Figura 34 Deformación total Solid65 - Malla 80mm.....	68
Figura 35 Deformación total Solid65 - Malla 66mm.....	69
Figura 36 Deformación total Solsh190 - Malla 120mm.....	70
Figura 37 Deformación total Solsh190 - Malla 100mm.....	70
Figura 38 Deformación total Solsh190 - Malla 80mm.....	71
Figura 39 Deformación total Solsh190 - Malla 66mm.....	72
Figura 40 Costo máximo computacional Ansys Workbench.....	75



ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1 Ecuación de la deflexión elástica para vigas simplemente apoyadas sometida a carga uniformemente distribuida.	20
Ecuación 2 Ecuación de la deflexión elástica para vigas.	21
Ecuación 3 Coeficiente de equivalencia entre los materiales.	24
Ecuación 4 Ecuación área a compresión equivalente, eje X.	25
Ecuación 5 Coordenada en Y del área a compresión equivalente.	25
Ecuación 6 Coordenada en Y del área a tracción equivalente.	26
Ecuación 7 Ecuación de equilibrio de fuerzas, eje X.	27
Ecuación 8 Momento de Inercia sección agrietada.	27
Ecuación 9 Momento para carga muerta en X.	28
Ecuación 10 Momento para carga viva en X.	28
Ecuación 11 Momento carga sostenida en X.	28
Ecuación 12 Momento carga viva y muerta en X.	28
Ecuación 13 Módulo de ruptura hormigón.	28
Ecuación 14 Momento de agrietamiento en el eje X.	28
Ecuación 15 Inercia efectiva bajo carga muerta, eje X.	29
Ecuación 16 Inercia efectiva bajo carga sostenida, eje X.	29
Ecuación 17 Inercia efectiva bajo carga muerta y viva, eje X.	29
Ecuación 18 Deflexión inicial debida a carga muerta, eje X.	29
Ecuación 19 Deflexión inicial debida a carga sostenida, eje X.	29
Ecuación 20 Deflexión inicial debida a carga muerta y viva, eje X.	30
Ecuación 21 Deflexión inicial debida a carga viva, eje X.	30
Ecuación 22 Ecuación área de compresión equivalente, eje Y.	30
Ecuación 23 Coordenada en X del área a compresión equivalente.	31
Ecuación 24 Ecuación área a tracción equivalente, eje Y.	31
Ecuación 25 Coordenada en X del área a tracción equivalente.	31
Ecuación 26 Ecuación de equilibrio de fuerzas, eje Y.	33
Ecuación 27 Inercia de la sección agrietada, eje Y.	33
Ecuación 28 Momento para carga muerta en Y.	33
Ecuación 29 Momento para carga viva en Y.	33
Ecuación 30 Momento para carga sostenida en Y.	34
Ecuación 31 Momento para carga muerta y viva en Y.	34
Ecuación 32 Momento inercia de la sección agrietada en el eje Y.	34
Ecuación 33 Inercia efectiva bajo carga muerta, eje Y.	34
Ecuación 34 Inercia efectiva bajo carga sostenida, eje Y.	34
Ecuación 35 Inercia efectiva bajo carga muerta y viva, eje Y.	35
Ecuación 36 Deflexión inicial debida a carga muerta, eje Y.	35
Ecuación 37 Deflexión inicial debida a carga sostenida, eje Y.	35
Ecuación 38 Deflexión inicial debida a carga muerta y viva, eje Y.	35
Ecuación 39 Deflexión inicial debida a carga viva, eje Y.	36
Ecuación 40 Expresión para cálculo de deformaciones simple apoyo, carga distribuida ACI 435.	38



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 geometría y cargas de la viga de estudio.....	22
Tabla 2 propiedades de los materiales conformantes de la viga	23
Tabla 3 Coordenadas de las aristas y barras de acero respecto a los ejes principales x, y.....	24
Tabla 4 Resultados mediante fórmula de deformaciones.....	39
Tabla 5 Discretización para cada elemento finito.....	42
Tabla 6 Deformaciones Solid65 - Malla 450mm.....	44
Tabla 7 Deformaciones Solid65 - Malla 250mm.....	45
Tabla 8 Deformaciones Solid65 - Malla 120mm.....	45
Tabla 9 Deformaciones Solid65 - Malla 80mm.....	45
Tabla 10 Deformaciones Solid5 - Malla 450mm.....	46
Tabla 11 Deformaciones Solid5 - Malla 250mm.....	46
Tabla 12 Deformaciones Solid5 - Malla 120mm.....	46
Tabla 13 Deformaciones Solid5 - Malla 80mm.....	46
Tabla 14 Deformaciones Solsh190- Malla 450mm.....	47
Tabla 15 Deformaciones Solsh190 - Malla 250mm.....	47
Tabla 16 Deformaciones Solsh190- Malla 120mm.....	47
Tabla 17 Deformaciones Solsh190- Malla 80mm.....	47
Tabla 18 Propiedades del Hormigón.....	51
Tabla 19 Propiedades del acero.....	52
Tabla 20 Discretización malla por elemento finito.....	60
Tabla 21 Deformaciones en Eje x.....	65
Tabla 22 Deformaciones en Eje y.....	65
Tabla 23 Deformaciones totales.....	66
Tabla 24 Deformaciones Solid65 - Malla 120mm.....	66
Tabla 25 Deformaciones Solid65 - Malla 100mm.....	67
Tabla 26 Deformaciones Solid65 - Malla 80mm.....	68
Tabla 27 Deformaciones Solid65 - Malla 66mm.....	68
Tabla 28 Deformaciones Solsh190 - Malla 120mm.....	69
Tabla 29 Deformaciones Soslsh190 - Malla 100mm.....	70
Tabla 30 Deformaciones Soslsh190 - Malla 80mm.....	71
Tabla 31 Deformaciones Soslsh190 - Malla 66mm.....	71
Tabla 32 Comparación de resultados Solid65.....	72
Tabla 33 Comparación de resultados con Solsh190.....	73



**Cláusula de licencia y autorización para publicación en el
Repositorio Institucional**

Julio Joaquín Álvarez Estrella en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Validación de metodología analítica, mediante un modelo numérico, en viga de H^oA (asimétrica) sometida a flexión biaxial" de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, abril 2019

Julio Joaquín Álvarez Estrella

C.I: 0105993869



**Cláusula de licencia y autorización para publicación en el
Repositorio Institucional**

Christian Ivan Coronel Tenesaca en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Validación de metodología analítica, mediante un modelo numérico, en viga de H^oA (asimétrica) sometida a flexión biaxial" de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, abril 2019

Christian Ivan Coronel Tenesaca

C.I: 0107144578



Cláusula de Propiedad Intelectual

Julio Joaquín Álvarez Estrella, autor del trabajo de titulación "Validación de metodología analítica, mediante un modelo numérico, en viga de H°A (asimétrica) sometida a flexión biaxial", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, abril 2019

Julio Joaquín Álvarez Estrella

C.I: 0105993869



Cláusula de Propiedad Intelectual

Christian Ivan Coronel Tenesaca, autor del trabajo de titulación "Validación de metodología analítica, mediante un modelo numérico, en viga de H°A (asimétrica) sometida a flexión biaxial", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, abril 2019

Christian Ivan Coronel Tenesaca

C.I: 0107144578



AGRADECIMIENTO

Agradecemos a nuestras familias y amigos por habernos acompañado durante la trayectoria estudiantil. De igual manera agradecemos a nuestros directores, Ing. Julver Pino e Ing. Esteban Samaniego, por la guía y apoyo en el desarrollo de este trabajo.

Agradezco y dedico este trabajo a mis padres, Julio y María Eugenia, mis orientadores y soportes incondicionales. A mi hermano Martín con quien he compartido cada etapa de mi vida. Mi sentido de gratitud a mi compañero Christian; realizamos un gran equipo e hicimos posible el desarrollo de este proyecto.

Julio Joaquín Álvarez Estrella

Quiero agradecer profundamente a mis padres Ivan y Eulalia, a mis hermanos Jonnathan y Mateo, parte fundamental de este logro y a quienes dedico este trabajo. A Malú quien me ha impulsado a no decaer, estando en momentos buenos y difíciles. A mis abuelos por su infinito amor y guía. A mi compañero y amigo Quino, con quien hemos sabido combinar la parte estudiantil y de amistad, y hacer un gran trabajo en esta tesis.

Christian Coronel Tenesaca



1 INTRODUCCIÓN

El presente trabajo consiste en validar una metodología analítica para el cálculo de deflexiones, mediante un modelo numérico. El estudio se basa en una viga de hormigón armado, en forma de “L”, simplemente apoyada, con una luz de 7.62m. Debido a su sección asimétrica, las cargas de servicio a las que está sometida provocan en ella flexión biaxial.

En las últimas décadas, el control de deflexiones y agrietamientos en los elementos estructurales se ha convertido en un problema de relevancia. La adopción del método de diseño por resistencia, juntamente con el uso de hormigones y aceros de mayor resistencia, ha permitido el uso de miembros relativamente esbeltos, que pueden llegar a presentar estas complicaciones.

Las magnitudes de las deflexiones en miembros de hormigón pueden ser muy importantes. Las deflexiones excesivas en vigas y losas pueden ocasionar pisos combados, charcos en techos planos, vibraciones excesivas. Además, pueden afectar la apariencia de una estructura o alarmar a los ocupantes del edificio, aun cuando éste sea perfectamente seguro. (McCormac & Brown, 2011)

Por estas razones se vuelve importante el control de las deflexiones de una forma u otra, para que los elementos estructurales diseñados principalmente para cumplir con criterios de resistencia ante sobrecargas preestablecidas, se comporten también de modo satisfactorio durante el servicio normal. En efecto, las deflexiones que ocurren una vez que se aplica la carga, llamadas deflexiones instantáneas, pueden calcularse con base en las propiedades del elemento elástico no fisurado o de este mismo elemento fisurado o de alguna combinación de éstas. (Nilson, 1999)

La bibliografía acerca de la determinación de las deflexiones en vigas de hormigón armado trata, principalmente, el caso de la flexión simple y, más aún, en vigas de sección rectangular. La propuesta abordada se aplica en atención a una viga modelo en forma de “L”. Este tipo de viga se utiliza, entre otras



opciones, para: las cubiertas de edificaciones, vigas de apoyo, por razones arquitectónicas, etc. En el caso específico de cubierta de edificaciones, se utilizan vigas T invertidas, estas vigas en los extremos de la cubierta “pierden” una de sus alas, por lo tanto, trabajan como viga en forma de “L” para resistir las cargas impuestas. La falta de bibliografía sobre este caso en hormigón hace que resulte interesante el análisis.

El cálculo de las deflexiones desarrollado mediante 2 metodologías. La primera es el desarrollo matemático del problema propuesto. Para este análisis se parte como hipótesis la información ya existente en la literatura sobre vigas de sección rectangular, para obtener las deflexiones instantáneas en la viga, causadas por las cargas que actúan sobre ella (ACI 318, 2014; ACI 435, 2003). Este desarrollo se realiza mediante el software MathCad para facilidad de cálculo. La segunda es el desarrollo de una modelación numérica, en la que se realiza un modelo de viga, considerando las cargas y solicitaciones a la cual está sometida la viga de estudio, utilizando el método de los elementos finitos. En los últimos años, el MEF, se ha convertido en el método de elección para analizar componentes estructurales de hormigón, debido al incremento de sus capacidades de software y hardware. El uso del software informático para modelar estos elementos es mucho más rápido y extremadamente rentable (Alsaeq, 2013; Demir, Ozturk, & Dok, 2016; Mohamed, 2013; Rodríguez, Bonilla, & Hernández, 2016; Wolanski, 2004).

Los resultados obtenidos en la investigación tienen como objetivo validar una metodología analítica utilizada para obtener las deflexiones en vigas, de sección no rectangular, sometidas a flexión biaxial, mediante una modelación numérica. Si mediante los resultados obtenidos se consigue un respaldo teórico y matemático, correcto y validado, se pretende que sean utilizados para futuros diseños, puesto que no se ha encontrado, en la literatura, información para este caso específico de estudio u otros casos puntuales, diferentes a los generales.



1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GENERAL

- Validar una metodología analítica para el cálculo de deflexiones, en vigas de sección asimétrica sometidas a flexión biaxial, mediante un modelo numérico.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar el estudio de los desplazamientos de una viga sometida a flexión biaxial, mediante el desarrollo analítico, bajo las condiciones reales a las que se encuentra sometida.
- Desarrollar un modelo numérico para la determinación de los desplazamientos de la viga en estudio, bajo las condiciones reales a las que se encuentra sometida.
- Contrastar los resultados de desplazamientos del desarrollo analítico con la modelación numérica desarrollada, mediante elementos finitos.

1.2 METODOLOGÍA

En función de los objetivos antes mencionados, el trabajo de investigación se divide en tres etapas: 1) Desarrollo de la metodología analítica - matemática, 2) Construcción del modelo numérico (mediante elementos finitos) y 3) Comparación y análisis de los resultados de deformaciones obtenidos en las etapas 1 y 2.

A continuación, se presentan, de manera general, las etapas mencionadas inicialmente:

Para el desarrollo analítico, se sigue la metodología propuesta en el ACI 318 y ACI 435 para el cálculo de deflexiones en etapas iniciales, analizando cada uno de los ejes donde se produce flexión por separado. Ya que la viga en cuestión, de hormigón armado, tiene un tamaño constante (o prismático) en toda su longitud, se considera el área equivalente del acero en las dos direcciones



principales y su posición con respecto a dichos ejes, con el fin de obtener la sección transformada de hormigón; posteriormente con las expresiones del ACI 435 - Control of deflection in concrete structures (ACI 435, 2003), podremos obtener las deflexiones, en los dos ejes de la viga sometidos a flexión, el trabajo para facilidad de cálculo se lo realizará en el software MathCad (Mathsoft, 2014).

Tras obtener los resultados de la primera parte del análisis, se aplicará una metodología de la investigación mediante un modelo numérico de simulación utilizando MEF, con esto se busca simular las solicitaciones de la viga de estudio, para obtener los desplazamientos lo más aproximado a la realidad posible. Se realiza un análisis para la selección del tipo de elemento finito más óptimo, que sea capaz de simular de la manera más realista posible el verdadero comportamiento físico de la viga continua analizada (Rodríguez et al., 2016).

En el desarrollo de este trabajo, la herramienta seleccionada para predecir el comportamiento de la viga de análisis es Ansys Workbench. En un principio se empezó a modelar en Civilfem, pero la limitación de nodos para el mallado (5000 nodos) provocó que se utilice otro programa de mejores características en pro de obtener resultados más confiables y precisos.

Antes de comenzar el análisis con la viga de estudio, y ya que el programa Ansys Workbench se toma como línea base, se realiza una modelación de una llamada viga de validación. Es una viga rectangular, de hormigón armado, la cual puede seguir el procedimiento del ACI 435 para obtener sus deformaciones bajo las cargas a las que está sometida. Así podemos comparar los resultados con la simulación realizada en el software, y, si el error es mínimo, se dará una validez mayor al software Ansys Workbench para ser utilizado como línea base.

Para el análisis de nuestra viga, se utilizarán varios tipos de elementos finitos pertenecientes a la amplia biblioteca del software, con el fin de determinar cuál



de dichos elementos actúa de mejor manera tanto para el material de hormigón, como el acero. Se asignan las propiedades del material utilizado, para hormigón y para el acero, así también se definirán las dimensiones de la sección de la viga. Respecto al proceso de mallado es adecuado establecer de manera coherente el sistema de coordenadas locales, ya que en referencia a este se modelará la aplicación de la carga que producirá la flexión biaxial. De ahí la importancia del mallado para una correcta interpretación de los resultados del análisis.

Tras obtener las deformaciones instantáneas en ambas metodologías de estudio se realiza un análisis comparativo de éstas, con el fin de demostrar la fiabilidad del método analítico - matemático que se realiza en la primera etapa de la investigación.

2 ESTADO DEL ARTE DEL CÁLCULO DE DEFLEXIONES EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A FLEXIÓN BIAxIAL.

Gran parte de la literatura relacionada con el diseño de vigas de hormigón armado, se centra en casos de flexión simple, y en su mayoría tratan vigas de sección rectangular. Debido a que el uso de vigas de sección asimétrica, sometida a flexión biaxial, carece de bibliografía resulta interesante proponer un estudio que trate dichos casos puntuales.

Las cargas aplicadas a elementos estructurales que actúan fuera de los planos principales, causan flexión biaxial simultánea alrededor de ambos ejes principales. La flexión biaxial es la flexión de la viga alrededor de ambos ejes (los ejes $x - x$ e $y - y$). Es decir, la flexión biaxial se produce cuando una viga está sujeta a una condición de carga que produce flexión alrededor del eje mayor (fuerte) y del eje menor (débil) (Dawood, n.d.).

Muchas columnas están sometidas a flexión biaxial, es decir, a flexión con respecto a ambos ejes (McCormac & Brown, 2011), por esta razón la mayor



cantidad de información relacionada a la flexión biaxial, se encuentra centrada en columnas, (en las cuales se presentan de manera más común cargas excéntricas en la sección), en contraste con las vigas en las cuales la gran literatura no analiza este tipo de flexión, ni mucho menos los desplazamientos que se generan por la misma, por esta razón este trabajo de investigación toma importancia, en función de la validez del método analítico -matemático en estudio.

Expuesto el contexto general en los párrafos anteriores, lo que se busca con esta investigación es contrastar los resultados, es decir, las deflexiones instantáneas, de la solución analítica - matemática, normalmente utilizada, considerando como punto de partida las hipótesis para el cálculo de desplazamientos, de una sección rectangular, como de una solución realizada mediante una modelación numérica con elementos finitos. Dicho contraste en caso de tener resultados positivos, determina la validación de la metodología analítica y las hipótesis que esta implica. Esto se realiza en base al error obtenido entre los datos de la metodología analítica con la modelación numérica, en la cual se toman las consideraciones de la viga tal cual se encuentra el modelo inicial.

Las deflexiones obtenidas en la metodología analítica se desarrollan por separado para los ejes x-x e y-y de acuerdo a las consideraciones de deflexiones para miembros de hormigón armado sometidos a flexión simple. Posteriormente se obtiene una deflexión total utilizando las deflexiones obtenidas para cada eje. Las deflexiones en miembros de hormigón armado se pueden calcular con ayuda de las expresiones usuales para deflexiones (ACI 435, 2003; McCormac & Brown, 2011). La viga de estudio se encuentra simplemente apoyada con carga uniformemente repartida, por lo tanto, las deflexiones en el centro del claro, se obtendrán de acuerdo a la siguiente expresión:



$$\delta = \frac{5M.L^2}{48*E_c*I} \text{(ACI 435, 2003)}$$

ECUACIÓN 1 ECUACIÓN DE LA DEFLEXIÓN ELÁSTICA PARA VIGAS SIMPLEMENTE APOYADAS SOMETIDA A CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA.

La modelación numérica constituye una poderosa herramienta con aceptación en el ámbito científico, pues permite analizar el comportamiento de las estructuras de forma fiable y a un costo mínimo de recursos (Rodríguez et al., 2016). Investigaciones recientes demuestran las posibilidades y ventajas de la simulación numérica de vigas de gran peralte de hormigón armado (Alsaeq, 2013; Demir et al., 2016; Mohamed, 2013; Rodríguez et al., 2016). Debido a la variedad de elementos finitos para la modelación de estructuras de hormigón armado, se hace necesario un análisis para identificar el elemento finito que se adapte de mejor manera a los materiales y sección que está bajo estudio, con el fin de obtener el modelo que represente de mejor manera las condiciones a las que está sometida la viga (Rodríguez et al., 2016).

Herramientas como Ansys Workbench, que trabajan en el análisis de elementos estructurales mediante elementos finitos, han ayudado para la evolución de este campo, debido a la facilidad que su entorno brinda para el trabajo. Workbench es un conjunto de herramientas a nivel de pre proceso, solución y post proceso integradas en ANSYS que facilitan el trabajo en problemas de simulación de sólidos. Este software ha evolucionado durante años y ha madurado lo suficiente en los últimos. Soporta simulaciones 2D y 3D, su licencia estudiantil permite un mallado de hasta 32 000 nodos para el análisis.

La combinación de la simulación numérica y la metodología analítica - matemática ha permitido arribar a diferentes conclusiones que favorecen el mejor entendimiento del comportamiento estructural de las vigas continuas. (Rodríguez et al., 2016).



3 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES EN LA VIGA DE ESTUDIO, TIPO “L”, CON EL MÉTODO ANALÍTICO - MATEMÁTICO

3.1 CONSIDERACIONES GENERALES

El desarrollo analítico matemático se basa en la metodología propuesta en el ACI 318 Y ACI 435 para el cálculo de deflexiones en etapas iniciales, analizando cada uno de los ejes principales donde se produce flexión por separado. Estos ejes son presentados en la Figura 2. La fórmula utilizada para este cálculo es:

$$\delta = K * \frac{M.L^2}{E_c * I} \text{ (ACI 435, 2003)}$$

ECUACIÓN 2 ECUACIÓN DE LA DEFLEXIÓN ELÁSTICA PARA VIGAS.

Donde:

K= Factor que depende de las condiciones de apoyo y carga de la viga. En este caso al ser viga simplemente apoyada con carga distribuida $K=5/48$.

M= El momento máximo de flexión.

E_c= Módulo de elasticidad del hormigón

I = Momento de inercia efectivo.

L = Longitud de la viga

El desarrollo de cada uno de estos factores y consiguiente obtención de las respectivas deflexiones se presentan más adelante en el análisis completo de las deflexiones.

Para el desarrollo del estudio analítico matemático, se definen las características geométricas de la sección de la viga, la posición de las barras de acero y la dirección de las cargas distribuidas a lo largo de toda la luz de la viga.

En la Figura 1, se puede observar la sección de la viga.

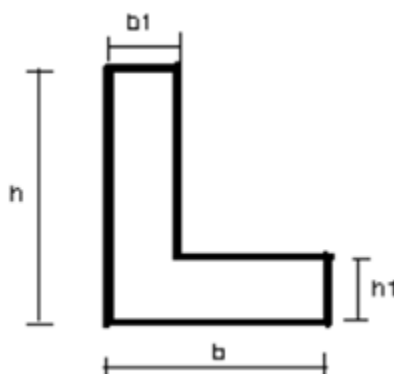


FIGURA 1 VIGA DE ESTUDIO.

En la Tabla 1 se muestra su geometría y las cargas de servicio consideradas:

TABLA 1 GEOMETRÍA Y CARGAS DE LA VIGA DE ESTUDIO.

Geometría y cargas de la viga de estudio			
Base mayor	b	46	Centímetros
Altura mayor	h	61	Centímetros
Base menor	b1	15	Centímetros
Altura menor	h1	15	Centímetros
Dirección eje principal a flexión	a1	26.562	Grados
Carga muerta de servicio	WDL	14.88	Kg/cm
Carga viva de servicio	WLL	7.44	Kg/cm
Longitud de la viga		762	Centímetros

TABLA 2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES CONFORMANTES DE LA VIGA

Propiedades de los materiales de la viga			
Resistencia a compresión del hormigón	$f'c$	351.23	Kg/cm ²
Módulo de elasticidad del hormigón	E_c	283402.32	Kg/cm ²
Módulo de elasticidad del acero	E_s	2038901.79	Kg/cm ²

- La inercia en x, $I_x = 539435.93 \text{ cm}^4$
- La inercia en y, $I_y = 134858.98 \text{ cm}^4$
- El área, $A = 1393.55 \text{ cm}^2$
- Centro de gravedad: $\bar{x} = 15.24 \text{ cm}$ $\bar{y} = 22.86 \text{ cm}$

En la Figura 2 se muestra la posición de las barras de acero y la dirección de las cargas distribuidas a todo lo largo de la luz L de la viga:

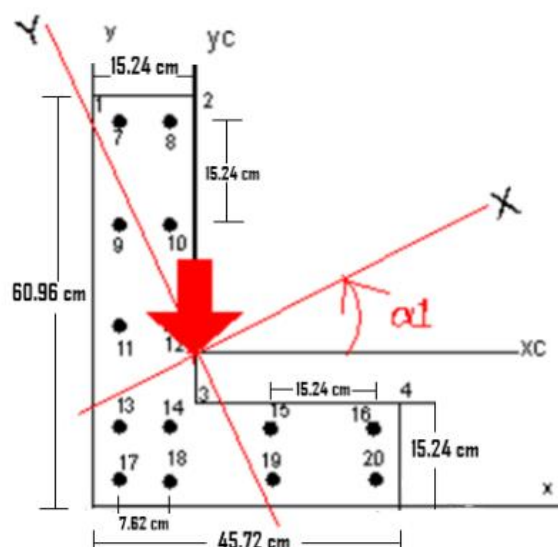


FIGURA 2 DISPOSICIÓN DE BARRAS DE ACERO Y DIRECCIÓN DE LOS EJES PRINCIPALES.

Todas las varillas son #6, excepto la 17, 18, 19, 20 que son # 8.

Las coordenadas de las aristas y de la posición de las barras respecto de los ejes principales X, Y se presenta en la Tabla 3:



TABLA 3 COORDENADAS DE LAS ARISTAS Y BARRAS DE ACERO RESPECTO A LOS EJES PRINCIPALES X, Y.

	cm		cm
x1	3,4036	y1	40,894
x2	17,0434	y2	34,0868
x3	-3,4036	y3	-6,8072
x4	23,8506	y4	-20,447
x5	-23,8506	y5	-13,6398
x6	17,0434	y6	-34,0868
x7	5,1054	y7	35,7886
x8	11,938	y8	32,385
x9	-1,7018	y9	22,1488
x10	5,1054	y10	18,7452
x11	-8,509	y11	8,509
x12	-1,7018	y12	5,1054
x13	-15,3416	y13	-5,1054
x14	-8,509	y14	-8,509
x15	5,1054	y15	-15,3416
x16	18,7452	y16	-22,1488
x17	-18,7452	y17	-11,938
x18	-11,938	y18	-15,3416
x19	1,7018	y19	-22,1488
x20	15,3416	y20	-28,956

3.2 DEFLEXIONES RESPECTO AL EJE X PRINCIPAL

El primer eje en el cual se considera la flexión es en la dirección del eje principal X.

El primer paso para este análisis consiste en determinar el área equivalente del acero en ambas direcciones principales y su posición, con el fin de obtener la sección transformada de hormigón.

En la dirección del eje principal X y en la zona de compresión correspondiente:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 7.19$$

ECUACIÓN 3 COEFICIENTE DE EQUIVALENCIA ENTRE LOS MATERIALES.



Los valores de E_s y E_c se especifican en la Tabla 2.

El área de acero en compresión equivalente corresponde a los aceros 7,8,9,10,11 y 12, todos de igual área = 2.850 cm²

Tomando en cuenta que son $m' = 6$ barras implicadas, el área de acero en compresión $A's_x = 17.101$ cm²

Realizando la transformación se obtiene el área de compresión equivalente:

$$A's_X = m' * (n-1) * a's = 105.93 \text{ cm}^2$$

ECUACIÓN 4 ECUACIÓN ÁREA A COMPRESIÓN EQUIVALENTE, EJE X.

La localización del área equivalente anterior:

$$Y_{A's_X} = \frac{(Y7 + Y8 + Y9 + Y10 + Y11 + Y12) * a's}{A's_X} = 3.302 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 5 COORDENADA EN Y DEL ÁREA A COMPRESIÓN EQUIVALENTE.

En la dirección del eje principal X y en la zona de tracciones correspondiente:

El coeficiente de equivalencia sigue siendo $n = 7.19$

El área de acero en tracción equivalente corresponde a los aceros de la 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20 todas de igual área $a's = 2.850$ cm², excepto las cuatro últimas que son de área $a_s = 5.067$ cm²

Considerando $m_1 = 4$ barras de acero implicadas de área $a's$, y $m_2 = 4$ de área a_s .

El área de tracción equivalente $A_sX = 227.836$ cm²

La localización del área equivalente anterior:

$$Y_{AsX} = \frac{(Y13 + Y14 + Y15 + Y16) * a's + (Y17 + Y18 + Y19 + Y20) * as}{(m1 * a's + m2 * as)} =$$

ECUACIÓN 6 COORDENADA EN Y DEL ÁREA A TRACCIÓN EQUIVALENTE.

$$Y_{AsX} = -17.140 \text{ cm}$$

Si se considera que en la zona de compresión el área de acero equivalente corresponde a una franja de espesor:

$h'ex = 1.905 \text{ cm}$ correspondiente al diámetro de todas esas barras

Su longitud será: $b'ex = \frac{A'sX}{h'ex} = 55.634 \text{ cm}$

Por su parte, en la zona de tracción el área equivalente será otra franja de espesor promedio:

$hsx = 2.222 \text{ cm}$ correspondiente al promedio de los diámetros de las barras implicadas.

Su longitud será: $bsx = \frac{AsX}{hsx} = 102.5 \text{ cm}$

La Figura 3 presenta esta sección transformada:

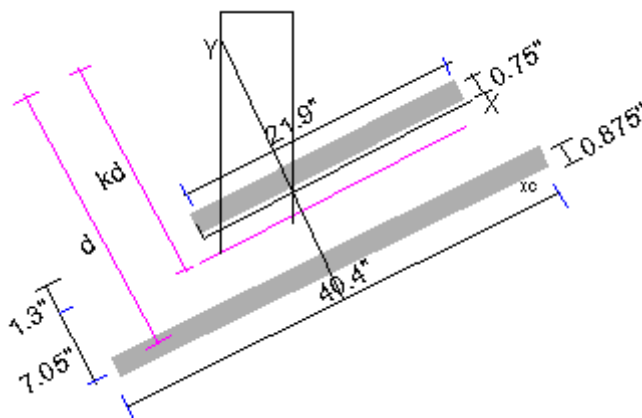


FIGURA 3 SECCIÓN TRANSFORMADA COMPRESIÓN.

Determinación del kd (LN) (Ver figura 3):

A partir de la ecuación 7, se ha aproximado la zona de compresión del hormigón:

$$b_1 * kd * \frac{kd}{2} + A'sX * [kd - (Y_1 - Y_{A'sX})] = AsX * (d - kd)$$

ECUACIÓN 7 ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DE FUERZAS, EJE X.

De donde: kd = 30.420 cm (Ver Figura 4)

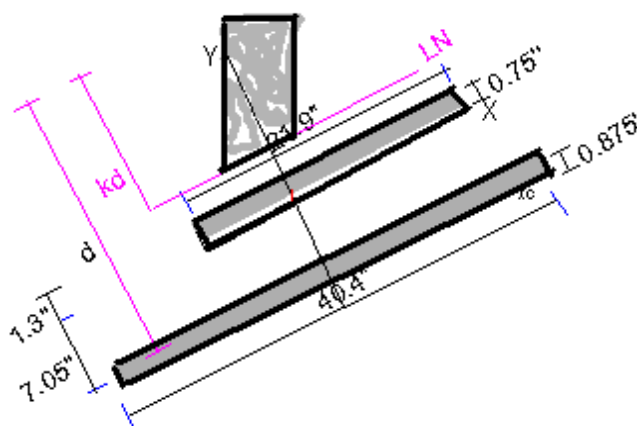


FIGURA 4 SECCIÓN TRANSFORMADA COMPLETA A COMPRESIÓN.

Mientras el momento de inercia de la sección bruta es: $I_x = 539435.93 \text{ cm}^4$.

De la Figura 4 se puede determinar el momento de inercia correspondiente a la sección agrietada:

$$I_{crx} = b_1 * \frac{kd^3}{3} + b'ex * h'ex * (Y_{11} + Y_{A'sX} - kd)^2 + b'sx * h'sx * (d - kd)^2$$

ECUACIÓN 8 MOMENTO DE INERCIA SECCIÓN AGRIETADA.

Donde: $I_{crx} = 353380.48 \text{ cm}^4$

$$\frac{I_{crx}}{I_x} = 0.655$$



Los momentos flectores máximos actuantes son:

-Máximo momento de servicio para carga muerta en la dirección de X

$$M_{adlx} = \frac{1}{8} * W_{dl} * L^2 * \cos \alpha_1 = 9661.26 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 9 MOMENTO PARA CARGA MUERTA EN X.

-Máximo momento de servicio para carga viva en la dirección de X

$$M_{allx} = \frac{1}{8} * W_{ll} * L^2 * \cos \alpha_1 = 4830.63 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 10 MOMENTO PARA CARGA VIVA EN X.

Si se considera que la carga viva de servicio sostenida es de un 30 %, entonces el máximo momento sostenido en dirección X será:

$$M_{sustx} = M_{adlx} + 0.3 * M_{allx} = 11110.17 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 11 MOMENTO CARGA SOSTENIDA EN X.

El máximo momento de servicio debido a las cargas muerta y viva en dirección a X será:

$$M_{adlllx} = M_{adlx} + M_{allx} = 14491.88 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 12 MOMENTO CARGA VIVA Y MUERTA EN X.

Se procede con la determinación del momento flector de la sección agrietada en el sentido del eje X. Para determinar este momento de inercia, previamente hay que hallar el módulo de ruptura correspondiente al hormigón;

$$f_r = 2 * \sqrt{f'_c} = 37.26 \text{ Kg/cm}^2$$

ECUACIÓN 13 MÓDULO DE RUPTURA HORMIGÓN.

$$M_{crx} = f_r \frac{I_x}{(d - kd)} = 7283.27 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 14 MOMENTO DE AGRIETAMIENTO EN EL EJE X.



Ahora se analizan los momentos de inercia efectiva para cada combinación de cargas de servicio:

-Bajo carga muerta solamente:

$$I_{efectivadlx} = \left[\left(\frac{Mcrx}{Madlx} \right)^3 * Ix + \left[1 - \left(\frac{Mcrx}{Madlx} \right)^3 \right] * Icrx \right] = 433130.421 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 15 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA MUERTA, EJE X.

-Bajo carga sostenida:

$$I_{efectivasusx} = \left[\left(\frac{Mcrx}{Msustx} \right)^3 * Ix + \left[1 - \left(\frac{Mcrx}{Msustx} \right)^3 \right] * Icrx \right] = 405825.64 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 16 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA SOSTENIDA, EJE X.

-Bajo carga muerta y viva

$$I_{efectivaadllx} = \left[\left(\frac{Mcrx}{Madllx} \right)^3 * Ix + \left[1 - \left(\frac{Mcrx}{Madllx} \right)^3 \right] * Icrx \right] = 377022.43 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 17 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA MUERTA Y VIVA, EJE X.

A continuación, se procede a calcular la deflexión inicial para las etapas anteriores:

-Deflexión inicial debida a la carga muerta de servicio:

$$\Delta_{idlx} = \frac{5}{48} * \frac{Madlx * L^2}{Ec * I_{efectivadlx}} = 0.47498 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 18 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA MUERTA, EJE X.

-Deflexión inicial debida a la carga sostenida de servicio:

$$\Delta_{isusx} = \frac{5}{48} * \frac{Msustx * L^2}{Ec * I_{efectivasusx}} = 0.5842 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 19 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA SOSTENIDA, EJE X.



-Deflexión inicial debido a las cargas muerta y viva de servicio

$$\Delta_{idlllx} = \frac{5}{48} * \frac{Madlllx * L^2}{Ec * I_{efectivaadlllx}} = 0.82042 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 20 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA MUERTA Y VIVA, EJE X.

-Deflexión inicial debida a la carga viva de servicio

$$\Delta_{ivivax} = \Delta_{idlllx} - \Delta_{idlx} = 0.34544 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 21 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA VIVA, EJE X.

3.3 DEFLEXIONES RESPECTO AL EJE Y PRINCIPAL

Una vez analizado el eje x, se procede a desarrollar la flexión en la dirección del eje principal Y.

El área de acero en compresión equivalente corresponde a los aceros 7,8,10,15,16,19 y 20 todos de igual área $a's = 2.852 \text{ cm}^2$ excepto los aceros 19 y 20 que tienen área $as = 5.065 \text{ cm}^2$

Considerando $m3 = 5$ barras de acero implicadas de área $a's$, y $m4 = 2$ de área as .

$A'sY = m3 * a's + m4 * as = 24.387 \text{ cm}^2$ que corresponde a el área de acero en compresión

Para obtener el área de compresión equivalente:

$$A'sy = (n - 1) * m3 * a's + (n - 1) * m4 * as = 151.32 \text{ cm}^2$$

ECUACIÓN 22 ECUACIÓN ÁREA DE COMPRESIÓN EQUIVALENTE, EJE Y.



La localización del área equivalente anterior se obtiene:

$$X_{A'sy} = \frac{(X7 + X8 + X10 + X15 + X16) * a's + (X19 + X20) * as}{A'sy} = 1.448 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 23 COORDENADA EN X DEL ÁREA A COMPRESIÓN EQUIVALENTE.

En la dirección del eje principal Y, y en la zona de tracciones correspondiente:

Área de acero en tracción equivalente correspondiente a los aceros 9,11,12,13,14,17 y 18 todos de igual área $a's = 2.852 \text{ cm}^2$ excepto los 17 y 18 que son de área $as = 5.065 \text{ cm}^2$

Considerando $m5 = 5$ barras de acero implicadas de área $a's$, y $m6 = 2$ de área as , se obtiene el área de tracción equivalente:

$$A_{sy} = (m5 * a's + m6 * as) * n = 175.419 \text{ cm}^2$$

ECUACIÓN 24 ECUACIÓN ÁREA A TRACCIÓN EQUIVALENTE, EJE Y.

La localización del área equivalente anterior se obtiene:

$$X_{A_{sy}} = \frac{(X9 + X11 + X12 + X13 + X14) * a's + (X17 + X18) * as}{A_{sy}} = -1.473 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 25 COORDENADA EN X DEL ÁREA A TRACCIÓN EQUIVALENTE.

Si se considera que en la zona de compresión el área de acero equivalente corresponde a una franja de espesor:

$$A'_{promedio} = \frac{m3 * a's + m4 * as}{m3 + m4} h'sy = \sqrt{\frac{4 * A'_{promedio}}{\pi}}$$

$$= 2.108 \text{ cm (Diametro promedio)}$$

Su longitud será $b'sy = \frac{A'sy}{h'sy} = 71.120 \text{ cm}$

En la zona de tracción el área equivalente será una franja de espesor:

$$A_{promedio} = \frac{m_5 \cdot a' \cdot s + m_6 \cdot a_s}{m_5 + m_6} y_{hsy} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{promedio}}{\pi}} = 2.108 \text{ cm (Diámetro promedio)}$$

Mientras, su longitud es: $b_{sy} = \frac{A_{sy}}{h_{sy}} = 83.820 \text{ cm}$

La Figura 5 presenta esta sección transformada:

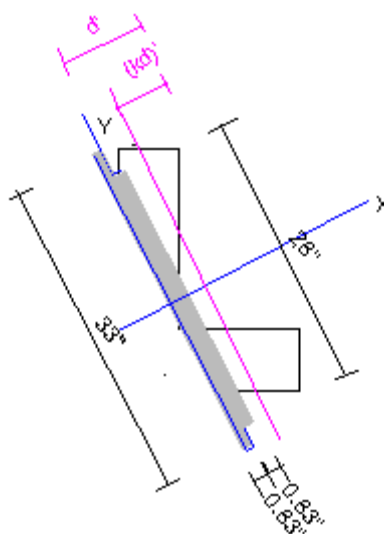


FIGURA 5 SECCIÓN TRANSFORMADA A TRACCIÓN.

Determinación del kd (Ver Figura 5):

$$x_{prom} = \frac{X_2 + X_4}{2} = 20.447 \text{ in}$$

$$d' = x_{prom} - X_{Asy} = 21.915 \text{ in}$$

A partir de la ecuación (se ha aproximado la zona de compresión del concreto)



$$2 * b1 * \frac{(k * d')^2}{2} + b'sy * h'sy * (Xprom - X_{A'sy} - kd') = bsy * hsy * (d' - kd')$$

ECUACIÓN 26 ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DE FUERZAS, EJE Y.

Despejando se tiene $kd' = 7.239 \text{ cm}$

Mientras, el momento de inercia de la sección bruta es: $I_y = 134859 \text{ cm}^4$. De la Figura 5, se puede determinar el momento de inercia correspondiente a la sección agrietada:

$$Icry = 2 * b1 * \frac{kd'^3}{3} + Asy * (d' - kd' + hsy)^2 + A'sy * (Xprom - kd' - h'sy)^2$$

ECUACIÓN 27 INERCIA DE LA SECCIÓN AGRIETADA, EJE Y.

Donde: $Icry = 71883,1672 \text{ cm}^4$

$$\frac{Icry}{Iy} = 0.533$$

Los momentos flectores máximos actuantes son:

-Máximo momento de servicio para carga muerta en la dirección de Y

$$Madly = \frac{1}{8} * Wdl * L^2 * \sin \alpha 1 = 4829.25 \text{ kg} * \text{m}$$

ECUACIÓN 28 MOMENTO PARA CARGA MUERTA EN Y.

-Máximo momento de servicio para carga viva en la dirección de Y

$$Mally = \frac{1}{8} * Wll * L^2 * \sin \alpha 1 = 2415.31 \text{ kg} * \text{m}$$

ECUACIÓN 29 MOMENTO PARA CARGA VIVA EN Y.

Si se considera que la carga viva de servicio sostenida es de un 30%, entonces el máximo momento sostenido, en dirección Y, será:



$$Msusty = Madly + 0.3 * Mally = 5555.08 \text{ kg} * m$$

ECUACIÓN 30 MOMENTO PARA CARGA SOSTENIDA EN Y.

El máximo momento de servicio debido a las cargas muerta y viva, en dirección a Y, será:

$$Madlly = Madly + Mally = 7244.56 \text{ kg} * m$$

ECUACIÓN 31 MOMENTO PARA CARGA MUERTA Y VIVA EN Y.

Se procede con la determinación del momento flector de la sección agrietada en el sentido del eje Y. Para determinar este momento de Inercia, se utiliza el módulo de ruptura calculado anteriormente (en el análisis en torno al eje X)

$$f_f = 37.26 \text{ Kg/cm}^2 \text{ Módulo de ruptura}$$

$$Mcry = f_f \frac{I_y}{(d' - kd')} = 3425.96 \text{ Kg} * m$$

ECUACIÓN 32 MOMENTO INERCIA DE LA SECCIÓN AGRIETADA EN EL EJE Y.

Ahora se analizan los momentos de inercia efectiva para cada combinación de cargas de servicio:

-Bajo carga muerta solamente:

$$I_{efectivady} = \left[\left(\frac{Mcry}{Madly} \right)^3 * I_y + \left[1 - \left(\frac{Mcry}{Madly} \right)^3 \right] * Icry \right] = 94359.664 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 33 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA MUERTA, EJE Y.

-Bajo carga sostenida:

$$I_{efectivasusy} = \left[\left(\frac{Mcry}{Msusty} \right)^3 * I_y + \left[1 - \left(\frac{Mcry}{Msusty} \right)^3 \right] * Icry \right] = 86659.383 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 34 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA SOSTENIDA, EJE Y.



-Bajo carga muerta y viva

$$I_{efectivaadlly} = \left[\left(\frac{Mcry}{Madlly} \right)^3 * Iy + \left[1 - \left(\frac{Mcry}{Madlly} \right)^3 \right] * Icry \right] = 78542.87 \text{ cm}^4$$

ECUACIÓN 35 INERCIA EFECTIVA BAJO CARGA MUERTA Y VIVA, EJE Y.

A continuación, se procede a calcular la deflexión inicial para las etapas anteriores:

-Deflexión inicial debida a la carga muerta de servicio:

$$\Delta_{idly} = \frac{5}{48} * \frac{Madly * L^2}{Ec * I_{efectivadly}} = 1.092 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 36 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA MUERTA, EJE Y.

-Deflexión inicial debida a la carga sostenida de servicio:

$$\Delta_{isusy} = \frac{5}{48} * \frac{Msusty * L^2}{Ec * I_{efectivasusy}} = 1.369 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 37 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA SOSTENIDA, EJE Y.

-Deflexión inicial debido a las cargas muerta y viva de servicio

$$\Delta_{idlly} = \frac{5}{48} * \frac{Madlly * L^2}{Ec * I_{efectivaadlly}} = 1.969 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 38 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA MUERTA Y VIVA, EJE Y.

-Deflexión inicial debida a la carga viva de servicio



$$\Delta_{ivivay} = \Delta_{idilly} - \Delta_{idly} = 0.876 \text{ cm}$$

ECUACIÓN 39 DEFLEXIÓN INICIAL DEBIDA A CARGA VIVA, EJE Y.

4 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES EN LA VIGA DE ESTUDIO, TIPO “L”, CON SIMULACIÓN NUMÉRICA

La segunda etapa de este trabajo de titulación consiste en la modelación numérica de la viga ,tipo “L”, de estudio. Se busca ajustar el modelo a las condiciones bajo las cuales se encuentra sometida, según la información anteriormente expuesta, con el fin de que los resultados obtenidos tengan la fiabilidad necesaria para dar validez a la primera etapa de este trabajo (metodología analítica - matemática). Entonces se tomará como referencia (línea base) los resultados obtenidos en el software AnsysWorkbench como se expone a continuación:

4.1 LÍNEA BASE: SOFTWARE ANSYS WORKBENCH.

En principio la herramienta seleccionada para predecir el comportamiento de la viga de análisis fue CivilFEM. CivilFEM es un subconjunto de herramientas potenciadas por ANSYS que facilitan el trabajo en problemas relacionados con Ingeniería Civil. Sin embargo, durante el desarrollo del modelo se observó que la limitación de nodos por la licencia estudiantil del software de 5000 nodos (Ingeciber, 2018), resultaba ser un problema.

El análisis de EF representa un método numérico, que proporciona soluciones a problemas que de lo contrario serían difíciles de obtener. Programas comerciales como AnsysWorkbench, conocido por su potente simulación y utilizado ampliamente en el campo de la ingeniería, son programas que están basados en el método de elementos finitos, pueden resolver problemas que



van desde los más simples análisis lineales a las simulaciones no lineales más desafiantes (Farooq & Ahmad, 2014).

Por esta razón se utilizó como herramienta para predecir el comportamiento de la viga de análisis el software Ansys Workbench, programa en el cual su licencia estudiantil permite un mallado de hasta 32 000 nodos (Sharcnet, 2018), brindando mayores posibilidades para el análisis buscado.

Para la modelación y posterior obtención de las deformaciones de la viga de estudio, se realiza un análisis estructural estático lineal. Con ello, se puede simular las deformaciones instantáneas, que es uno de los objetivos planteados dentro de este trabajo.

Se tomará como línea base el programa Ansys Workbench por su respaldo bibliográfico, como se explicó anteriormente; además, existen investigaciones que han comprobado que la precisión de los MEF al evaluarse en comparación con los resultados experimentales, tienen resultados similares. Además, las curvas de carga-deformación del análisis de EF concuerda con los resultados experimentales en el rango lineal hasta carga máxima (Farooq & Ahmad, 2014).

Sin embargo, para tener otra forma de confirmación que el software puede ser utilizado como línea base del estudio, se ha realizado un pequeño modelo de una viga rectangular para comparar los resultados de la simulación numérica con un análisis obtenido con la fórmula expuesta en el ACI 435.

4.1.1 VIGA DE VALIDACIÓN RECTANGULAR

La viga utilizada para la validación será una viga de hormigón armado, tomada del ejemplo 6.1 del libro de *Diseño de concreto reforzado* (McCormac & Brown, 2011). La viga está simplemente apoyada, tiene una luz de 609.6 cm y soporta una carga muerta, incluyendo su peso propio de 14.88 kg/cm y una carga viva de 10.42 kg/cm, el hormigón es de 210 kgf/cm².

La viga se muestra esquemáticamente en la Figura 6.

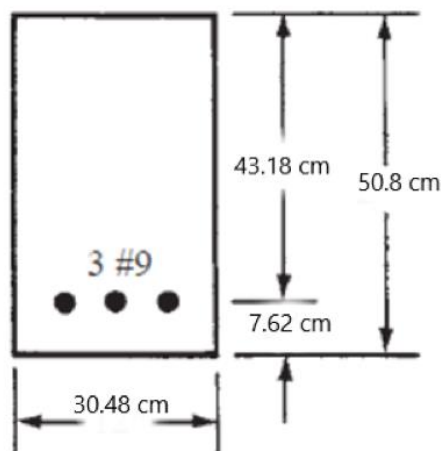


FIGURA 6 VIGA RECTANGULAR DE VALIDACIÓN.

4.1.1.1 SOLUCION ANALITICA DE VIGA RECTANGULAR

Los resultados de deformación de la viga de validación bajo las condiciones anteriormente expuestas, se pueden obtener mediante la siguiente expresión para vigas con condiciones de contorno de simple apoyo (ACI 435, 2003; McCormac & Brown, 2011):

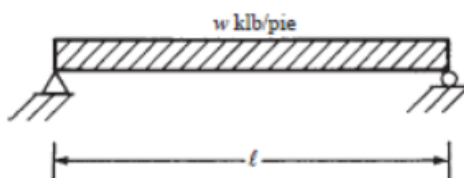


FIGURA 7 ESQUEMA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA DISTRIBUIDA.

$$\delta = \frac{5 \cdot w \cdot l^4}{384 \cdot E_c \cdot I_e}$$

ECUACIÓN 40 EXPRESIÓN PARA CÁLCULO DE DEFORMACIONES SIMPLE APOYO, CARGA DISTRIBUIDA ACI 435.

Conforme Ecuación 40, se obtienen los siguientes resultados de deformaciones expuestos en la Tabla 4:

TABLA 4 RESULTADOS MEDIANTE FÓRMULA DE DEFORMACIONES.

Tipo de carga	Deflexiones
	mm
Carga muerta de servicio	6.223
Carga viva de servicio	5.639
Carga sostenida de servicio	8.001
Deflexión total	19.863

4.1.1.2 SOLUCIÓN SEGÚN MODELO NUMÉRICO CON ANSYS

Para obtener los resultados de la simulación numérica, es primordial determinar algunos aspectos antes del análisis:

4.1.1.2.1 GEOMETRÍA Y CONFIGURACIÓN DE LA VIGA

La geometría del hormigón de la viga, así como de su refuerzo fueron previamente definidos en el programa y colocados en su configuración final como se muestra en la Figura 8:

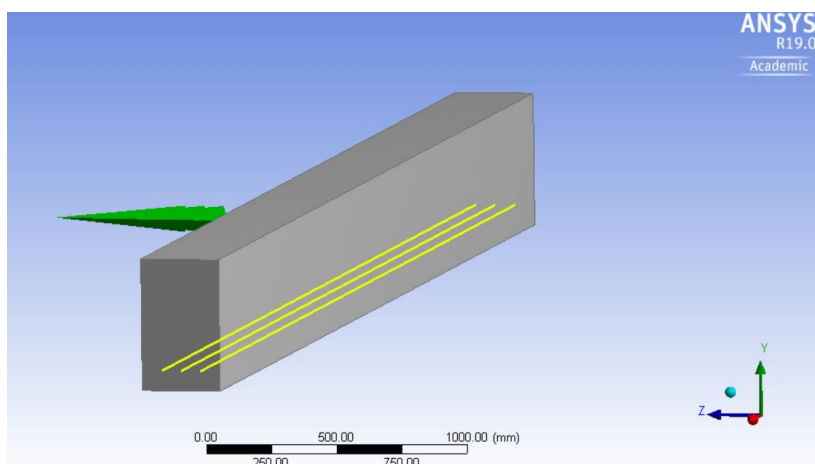


FIGURA 8 CONFIGURACIÓN DE LA VIGA DE VALIDACIÓN.



4.1.1.2.2 DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS FINITOS Y MATERIALES EN APDL

Para poder definir el elemento finito se utiliza el lenguaje de programación del software, APDL (ANSYS ParametricDesignLanguage), con esto asignamos el material del acero y del hormigón.

En cuanto a los elementos finitos que se van a utilizar, según bibliografía (Farooq & Ahmad, 2014; Yang, 2015; Sharcnet, 2018), el elemento que sirve, de mejor manera, para modelar el hormigón es el SOLID65 de 8 nodos, y configuración rectangular. El cual se utiliza para el modelado 3D de sólidos con o sin barras de refuerzo. Y para el acero se utiliza el LINK180, es una barra 3D que sirve para modelar refuerzo generalmente. También se utilizan los elementos SOLID185 y SOLID5, los dos muy similares al SOLID65, de 8 nodos y configuración rectangular.

A continuación, se muestra las codificaciones en lenguaje APDL para el hormigón en la Figura 9 y para el acero en la Figura 10.

```

ET,MATID,SOLID65      !ELEMENTO FINITO
R,MATID,0,0,0,0,0,0  !CONSTANTES REALES (0 ANALISIS NORMAL)
RMORE,0,0,0,0,0      !CONSTANTES REALES (0 ANALISIS NORMAL)

MP,EX,MATID,2194.99   !MODULO DE ELASTICIDAD
MP,PRXY,MATID,0.15    !COEFICIENTE DE POISSON
MP,DENS,MATID,2400e-6 !DENSIDAD DEL MATERIAL

KEYOPT,MATID,1,1      !OPCIONES ADICIONALES DE ANÁLISIS
  
```

FIGURA 9 CODIFICACIÓN HORMIGÓN EN APDL.

```

ET,MATID,LINK180      !ELEMENTO FINITO
MPDATA,EX,MATID,,19754.8 !MODULO DE ELASTICIDAD
MPDATA,PRXY,MATID,,0.3  !COEFICIENTE DE POISSON
MP,DENS,MATID,7.850e-6  !DENSIDAD DEL MATERIAL
R,MATID,14.3304,,0      !CONSTANTES REALES (RADIO BARRA)
  
```

FIGURA 10 CODIFICACIÓN ACERO EN APDL.

Para que los materiales puedan trabajar en conjunto como una viga de hormigón se utiliza la siguiente codificación que se muestra en la Figura 11.


```

/PREP7                                !ANTES DE PROCESAR
ESEL,S,ENAME,,185                     !SELECCIONA EL PRIMER EF
ESEL,A,ENAME,,180                     !SELECCIONA EL SEGUNDO EF
ALLSEL,BELOW,ELEM                     !SELECCIONAR TODOS LOS ELEMENTOS NOMBRADOS
CEINTF,0.001,                          !COMANDO PARA UNIR 2 REGIONES
ALLSEL,ALL
/SOLU
OUTRES,ALL,ALL

```

FIGURA 11 CODIFICACIÓN PARA UNIR LOS DOS MATERIALES, VIGA DE VALIDACIÓN.

4.1.1.2.3 CONDICIONES DE BORDE Y APLICACIÓN DE CARGA

Se requieren condiciones de límite de desplazamiento para restringir el modelo, obtener una solución única y asegurarse de que el modelo actúa de la misma manera que el haz experimental (Farooq & Ahmad, 2014). En la condición de simple apoyo se coloca el primer lado de la viga como soporte fijo y el otro extremo se agrega un desplazamiento manteniendo constante en los ejes Y y X, para anular las rotaciones (Sharcnet, 2018).

Mientras que, las cargas, tanto vivas como muertas, se colocan sobre la superficie superior de la viga, en forma distribuida. En la Figura 12 se pueden observar estas dos condiciones:

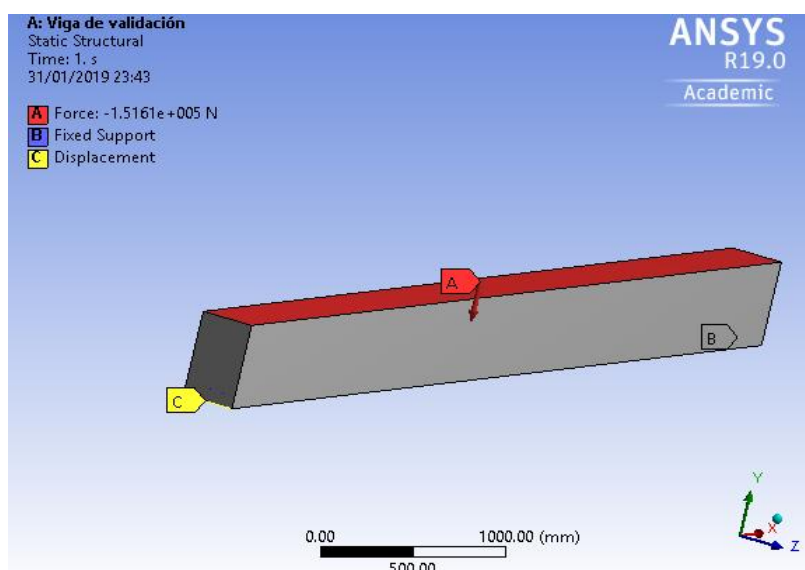


FIGURA 12 CONDICIONES DE BORDE Y CARGAS, VIGA DE VALIDACIÓN.

4.1.1.2.4 MALLADO Y SOLUCIÓN

Para el mallado se utiliza el método h, el cual utiliza una malla adaptativa. Se realizan diferentes tipos de mallado para cada elemento finito, como se observa en la Tabla 5, a continuación:

TABLA 5 DISCRETIZACIÓN PARA CADA ELEMENTO FINITO.

Elemento Finito	Discretización de la malla (cm)
SOLID65	45 - 25 - 12 - 8
SOLID180	45 - 25 - 12 - 8
SOLID5	45 - 25 - 12 - 8
SOLSH190	45 - 25 - 12 - 8

Los mallados de 450mm y de 80mm son presentados, respectivamente, en la Figura 13 y la Figura 14:

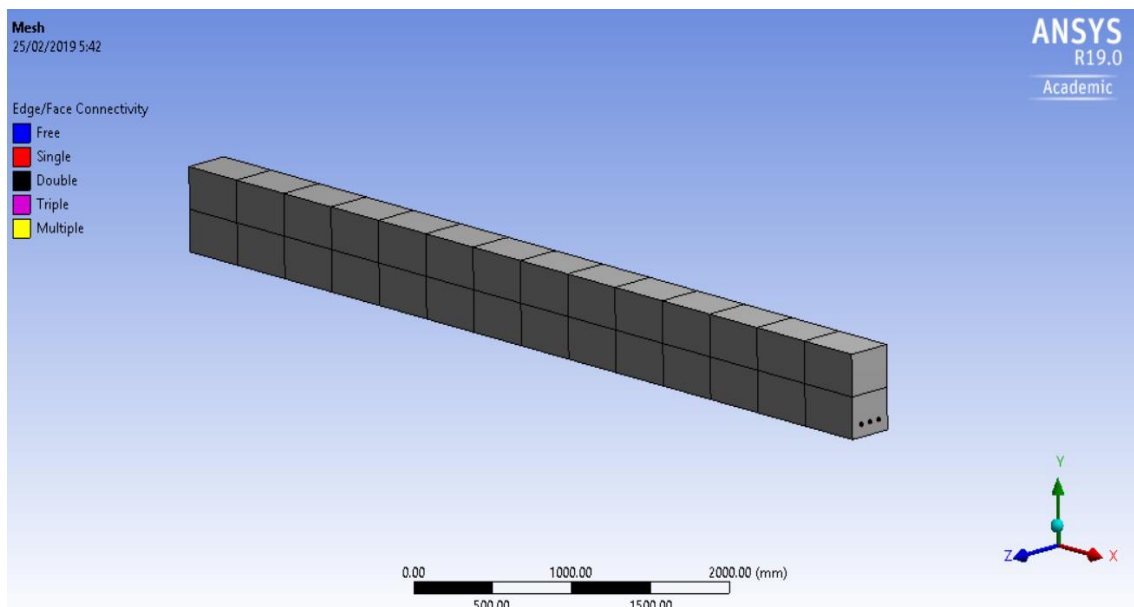


FIGURA 13 MALLADO DE 450MM EN VIGA DE VALIDACIÓN.

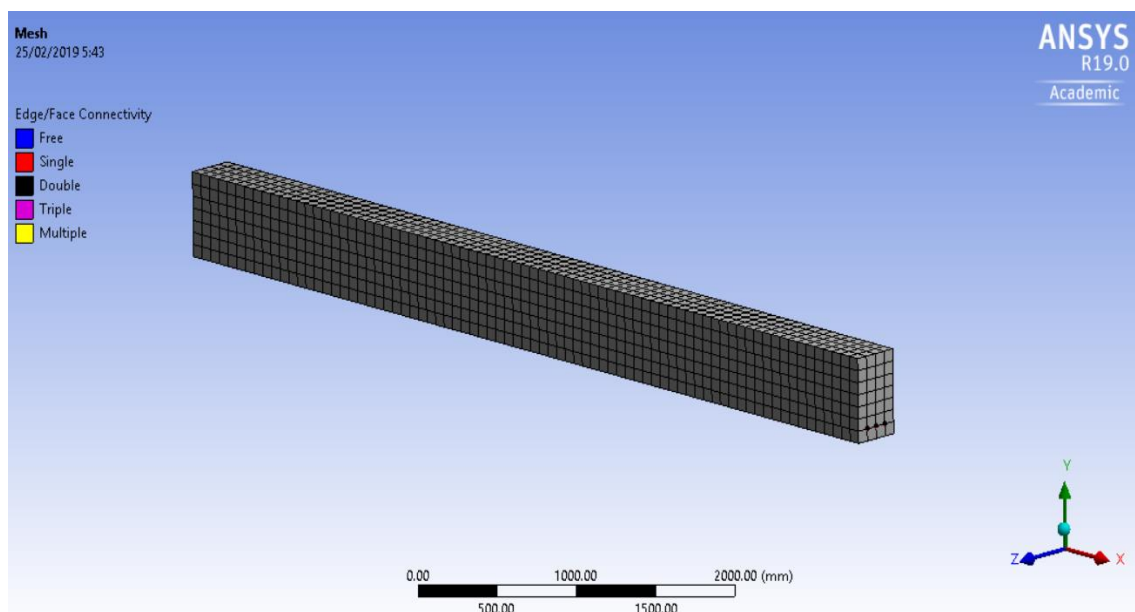


FIGURA 14 MALLADO DE 80MM EN VIGA DE VALIDACIÓN.

Para correr finalmente el modelo, se desactivan las opciones de no linealidad en los materiales, se realiza un análisis estático lineal para la viga de estudio. El programa (Ansys Workbench) por defecto utiliza el método de Newton Raphson como algoritmo de resolución para obtener las deformaciones en el elemento estructural.

4.1.1.2.5 RESULTADOS VIGA DE VALIDACIÓN

A continuación, se presentan los resultados de la viga de validación, comparados con los resultados de deformación del ejemplo 6.1 del texto de McCormac. La comparación se hace mediante porcentajes de error entre los dos resultados, tomando como línea base los resultados de la simulación numérica.

En el desarrollo analítico del ejemplo 6.1 no interviene el coeficiente de Poisson, sin embargo, esta es una de las propiedades que se definió en el modelo numérico. Para ello se utiliza los valores propuestos en el libro *Diseño de concreto reforzado* (Nilson, 1999), donde el coeficiente de Poisson del acero se toma 0.3, mientras que para el hormigón existe un rango entre los valores de 0.15 – 0.2, hormigones de resistencia promedio, como es el caso del estudio. Se ha realizado la ejecución del modelo con estos dos extremos del coeficiente



de Poisson para apreciar su influencia en los resultados. En la Figura 15 se muestra una imagen esquemática de como AnsysWorkbench presenta los resultados de deformaciones:

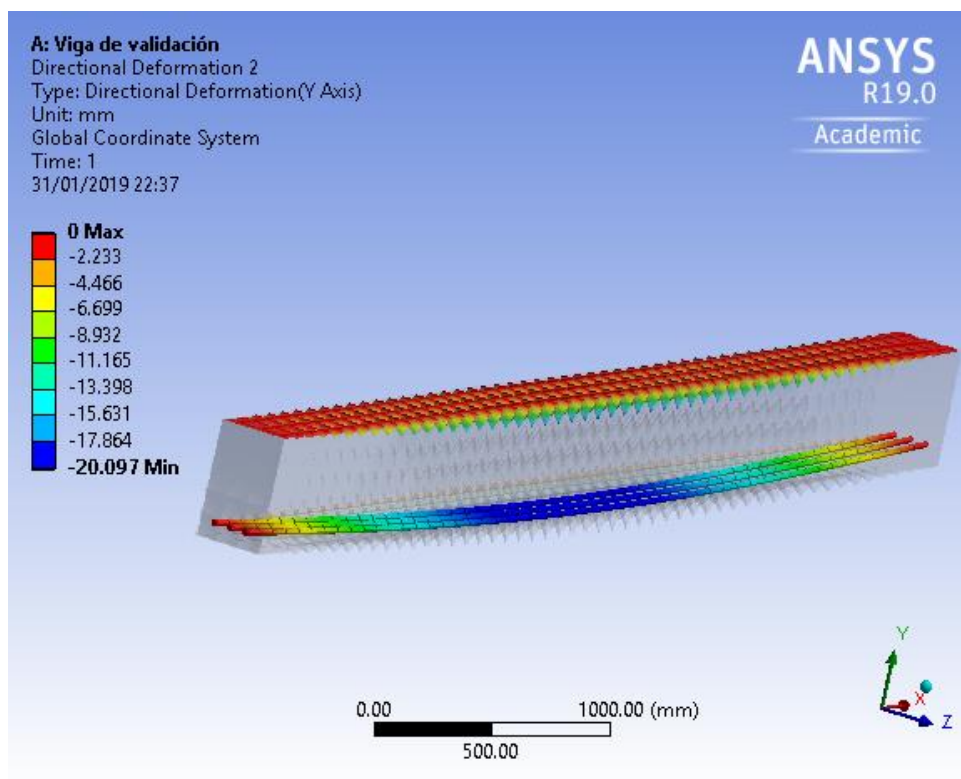


FIGURA 15 FIGURA ESQUEMÁTICA DE RESULTADOS DE DEFORMACIONES ANSYSWORKBENCH.

A continuación, se presentan los cuadros comparativos de los resultados según el nivel de discretización de la malla y el tipo de elemento finito utilizado:

SOLID65/SOLID185– LINK180:

TABLA 6 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 450MM

Coefficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	
MALLADO DE 450mm -366 nodos - 70 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		Ejemplo 6.1 Mc Cormac
			Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm	mm
Total	15.192	15.122	19.863
Error Total	30.75%	31.35%	



TABLA 7 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 250MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	
MALLADO DE 250mm -1207 nodos - 225 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		Ejemplo 6.1 Mc Cormac
			Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm	mm
Total	18.188	18.159	19.863
Error Total	9.21 %	9.38 %	

TABLA 8 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 120MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	
MALLADO DE 120mm - 4757 nodos - 918 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		Ejemplo 6.1 Mc Cormac
			Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm	mm
Total	19.611	19.603	19.863
Error Total	1.28 %	1.33 %	

TABLA 9 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 80MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	
MALLADO DE 80mm - 16243 nodos - 3648 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		Ejemplo 6.1 Mc Cormac
			Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm	mm
Total	19.917	19.911	19.863
Error Total	0.27 %	0.24 %	



SOLID5– LINK180:

TABLA 10 DEFORMACIONES SOLID5 - MALLA 450MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac Carga muerta + viva + sostenida
MALLADO DE 450mm -366 nodos - 70 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	19.839	19.838	19.863
Error Total	0.12 %	0.13 %	

TABLA 11 DEFORMACIONES SOLID5 - MALLA 250MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac Carga muerta + viva + sostenida
MALLADO DE 250mm -1207 nodos - 225 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	20.005	20.003	19.863
Error Total	0.71 %	0.70 %	

TABLA 12 DEFORMACIONES SOLID5 - MALLA 120MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac Carga muerta + viva + sostenida
MALLADO DE 120mm - 4757 nodos - 918 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	20.445	20.443	19.863
Error Total	2.85 %	2.84 %	

TABLA 13 DEFORMACIONES SOLID5 - MALLA 80MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac Carga muerta + viva + sostenida
MALLADO DE 80mm - 16243 nodos - 3648 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	20.492	20.49	19.863
Error Total	3.07 %	3.06 %	



SOLSH190 – LINK180:

TABLA 14 DEFORMACIONES SOLSH190- MALLA 450MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac
MALLADO DE 450mm -366 nodos - 70 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	19.839	19.825	19.863
Error Total	0.12 %	0.19 %	

TABLA 15 DEFORMACIONES SOLSH190 - MALLA 250MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac
MALLADO DE 250mm -1207 nodos - 225 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	19.953	20.003	19.863
Error Total	0.45 %	0.70 %	

TABLA 16 DEFORMACIONES SOLSH190- MALLA 120MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac
MALLADO DE 120mm - 4757 nodos - 918 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	20.097	20.088	19.863
Error Total	1.16 %	1.12 %	

TABLA 17 DEFORMACIONES SOLSH190- MALLA 80MM.

Coeficiente Poisson	u=0.2	u=0.15	Ejemplo 6.1 Mc Cormac
MALLADO DE 80mm - 16243 nodos - 3648 elementos	Carga aplicada en toda la superficie		
Parámetro	mm	mm	mm
Total	20.146	20.136	19.863
Error Total	1.40 %	1.36 %	

Los resultados, como se puede observar en las tablas anteriormente expuestas, son cercanos a las obtenidas en el ejemplo 6.1 del texto de Mc Cormac. Entre los resultados con los mallados más pequeños, se presentan



errores de hasta máximo el 3%, con lo cual se infiere que la diferencia es relativamente pequeña, ya que los resultados fueron expuestos en mm.

El elemento finito que tuvo menor diferencia, con el resultado del ejemplo, luego de la discretización es el Solid65 como se puede ver en la Tabla 9. Los resultados tanto con el coeficiente de Poisson 0.2 y 0.15, en un mallado de 8 cm, son de 0.27% y 0.24% respectivamente, lo que representa variaciones menores a 0.1mm entre los resultados de la simulación numérica y la obtenida mediante el proceso del ACI 435.

Al discretizar la malla los resultados del EF Solid65 fueron aproximándose al valor desarrollando analíticamente en el ejemplo, sin embargo con los otros EF las diferencias no presentaron mayores cambios tras la discretización. El mejor mallado para un elemento estructural es el que mejor se adapta luego de analizar el tipo de elemento que se tiene (Fuenmayor, 2002).

Las variaciones entre los resultados con los dos diferentes coeficientes de Poisson utilizados, no tienen diferencias notables entre ellos, así que se utilizará en el análisis de la viga de estudio el valor de 0.2, valor promedio que recomienda la bibliografía para hormigones de resistencia media.

Con esta modelación y la bibliografía presentada anteriormente, queda claro el porqué de la elección del software AnsysWorkbench como línea base del estudio de la viga tipo "L". Ahora se recurre a los parámetros principales como: los elementos finitos, mallado y condiciones de contorno, utilizados en la viga de validación, para replicarlo, con mayor detalle, en la viga de estudio en "L" y obtener resultados fiables.

4.2 SIMULACIÓN DE LA VIGA DE ESTUDIO

Para el análisis de nuestra viga, se utiliza los tipos de elementos finitos expuestos en la viga de validación, pertenecientes a la amplia biblioteca del software, tanto para el material de hormigón, como el acero. Se asignan las propiedades del material utilizado, para hormigón y para el acero, así también se definirán las dimensiones de la sección de la viga.

Respecto al proceso de mallado se utiliza el mismo método h de discretización, es adecuado establecer de manera coherente el sistema de coordenadas locales, ya que en base a este se modelará la aplicación de la carga que producirá la flexión biaxial.

4.3 GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN DE LA VIGA ANALIZADA.

Se define el eje de inicio de la sección de la viga y se puede graficar con las medidas que se han mencionado anteriormente, tras la extrusión de la sección en 762 centímetros, se obtiene el sólido de la viga como se muestra en la figura a continuación:

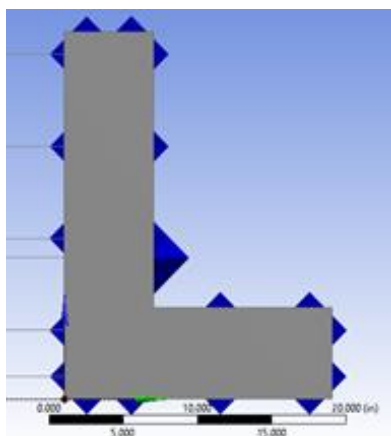


FIGURA 16 SECCIÓN VIGA DE ESTUDIO.

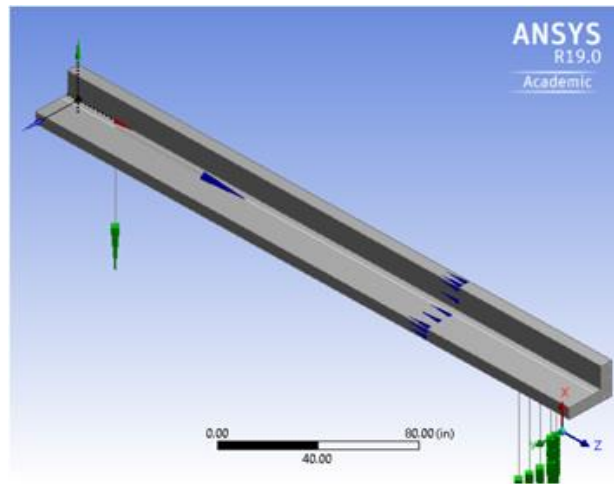


FIGURA 17 SÓLIDO VIGA DE ESTUDIO.

Con el sólido construido y utilizando patrones del programa, se añade el acero de refuerzo. Se definen, previamente, las secciones de los aceros tanto para la varilla #6 (19 mm) y #8 (25mm), que son las utilizadas en el diseño del elemento estructural. La viga en su configuración hormigón - acero, se puede observar en la siguiente figura:

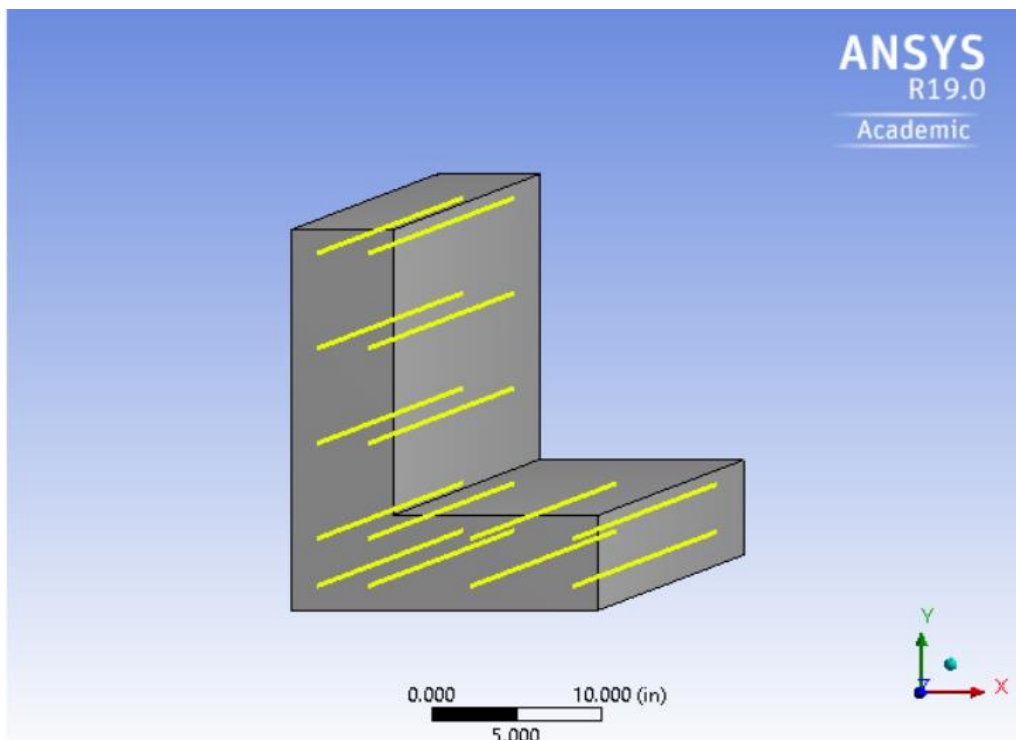


FIGURA 18 VIGA CON REFUERZO DE ACERO



4.4 ASIGNACIÓN DE MATERIALES A CADA ELEMENTO ESTRUCTURAL

Tras concretar el modelo físico de la viga de estudio, se asignan las propiedades y características a cada material. El ingreso de las propiedades de los materiales se realiza mediante comandos en APDL (ANSYS ParametricDesignLanguage), este lenguaje de programación viene incorporado a AnsysWorkbench y funciona en conjunto con el GUI (graphicaluser interface). Si bien para Workbench no están disponibles todas las funcionalidades de APDL, su funcionamiento se facilita con el entorno de la interfaz.

4.4.1 PROPIEDADES DEL HORMIGÓN Y EL ACERO UTILIZADOS EN LA VIGA

Para asignar los materiales (acero y hormigón) del elemento estructural, se define las propiedades de cada uno de estos, en este caso se tienen ya predeterminadas dichas propiedades, las cuales podemos observar en la tabla a continuación:

TABLA 18 PROPIEDADES DEL HORMIGÓN.

Propiedades del Hormigón		
Propiedad		Sistema MKS
Resistencia a compresión del hormigón	f_c	351.23 kgf/cm ²
Máxima deformación	ϵ_u	0.003
Módulo Elasticidad	E_c	283402.32 kgf/cm ²
Coefficiente Poisson	ν	0.20
Densidad	ρ	2400 kg/m ³



TABLA 19 PROPIEDADES DEL ACERO.

Propiedades del Acero		
Propiedad		Sistema MKS
Límite elasticidad	f_y	4218.42 kgf/cm ²
Límite elástico	ϵ_y	0.00207
Módulo Elasticidad	E_s	2038901.79 kgf/cm ²
Coeficiente Poisson	ν	0.3
Densidad	ρ	7850 kg/m ³

Los valores, tanto del coeficiente de Poisson como de densidad, no estaban determinados en primera instancia, por ende, fueron obtenidos en función de las otras propiedades establecidas, siendo los valores recomendables para el módulo de Poisson y densidad obtenidos del libro *Diseño de Estructuras de Concreto - H. Nilson* (Nilson, 1999).

4.4.2 DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Para el proceso de simulación se determina el tipo de elemento finito (EF) que pueda simular las condiciones de la viga en su estado actual, para ello se revisa la biblioteca de elementos finitos disponibles en APDL para el software AnsysWorkbench (Sharcnet, 2018). En la página Sharcnet, de la Universidad del Oeste de Ontario, existe la clasificación de todos los elementos finitos que pueden ser utilizados en este software dependiendo del uso que se vaya a dar. Se escogen los elementos para un análisis estructural estático. Tras los

resultados obtenidos con la viga de validación, se ubicaron cuatro elementos finitos para la simulación del hormigón y uno para el acero.

4.4.2.1 ELEMENTOS FINITOS PARA MODELAR EL HORMIGÓN

4.4.2.1.1 EF: SOLID65

SOLID65 se utiliza para el modelado 3D de sólidos con o sin barras de refuerzo. El sólido es capaz de agrietarse en tensión y aplastarse en compresión. A manera de ejemplo, en aplicaciones concretas, la capacidad sólida del elemento puede usarse para modelar el hormigón, mientras que la capacidad de armadura está disponible para modelar el comportamiento de refuerzo. Otros casos en los que el elemento también es aplicable, serían los compuestos reforzados (como la fibra de vidrio) y los materiales geológicos (como la roca). El elemento está definido por ocho nodos que tienen tres grados de libertad en cada nodo: en las direcciones nodales x , y , z (Farooq & Ahmad, 2014; Yang, 2015).

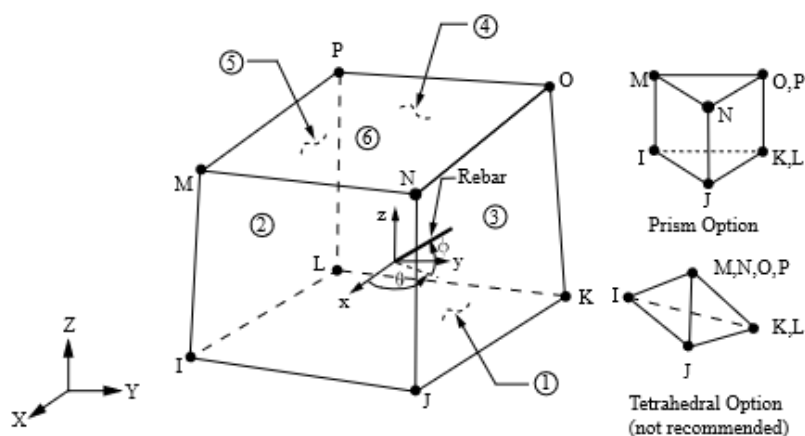


FIGURA 19 GEOMETRÍA EF SOLID65.

El elemento de hormigón es similar a un sólido estructural 3D, pero con la adición de capacidades especiales de fisuración y trituración. El aspecto más importante de este elemento es el tratamiento de las propiedades de los materiales lineales y no lineales. El hormigón es capaz de agrietarse (en tres

direcciones ortogonales), trituración, deformación plástica y deformación elástica. Las barras de refuerzo son capaces de tensar y comprimir, pero no de cizallamiento. También son capaces de deformación plástica y fluencia.

La geometría, las ubicaciones de los nodos y el sistema de coordenadas de este elemento se muestran en la Figura 19. El elemento está definido por ocho nodos y las propiedades del material isotrópico. El elemento tiene un material sólido y hasta tres materiales de armadura (Sharcnet, 2018).

4.4.2.1.2 EF: SOLID185

SOLID185

SOLID185 se utiliza para el modelado 3D de estructuras sólidas. Está definido por ocho nodos que tienen tres grados de libertad en cada nodo: translaciones en las direcciones nodales x, y, z . El elemento tiene plasticidad, hiperelasticidad, endurecimiento por tensión, deformación, gran deflexión y gran capacidad de deformación. También tiene una capacidad de formulación mixta para simular deformaciones de materiales elastoplásticos casi incompresibles y materiales hiperelásticos totalmente incompresibles (Sharcnet, 2018). En la Figura 20 Geometría EF Solid185.:

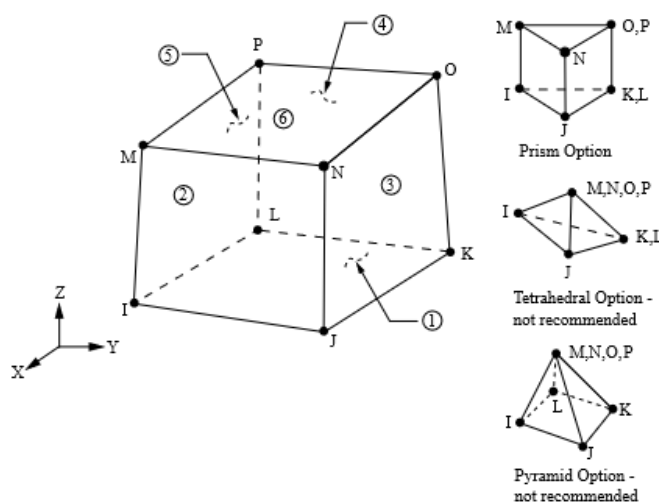


FIGURA 20 GEOMETRÍA EF SOLID185.

El EF SOLID185 es adecuado para modelar estructuras sólidas 3D generales. Permite también la degeneración de prismas, tetraédricos y pirámides cuando se utiliza en regiones irregulares.

4.4.2.1.3 EF: SOLID5

SOLID5

SOLID5 tiene una capacidad de campo magnético, térmico, eléctrico, piezoeléctrico y estructural 3D con acoplamiento limitado entre los campos. El elemento tiene ocho nodos con hasta seis grados de libertad en cada nodo. Cuando se usa en análisis estructurales y piezoeléctricos, SOLID5 tiene una gran capacidad de deflexión y de refuerzo de tensión(Sharcnet, 2018).En la Figura 21 Geometría EF Solid5.:

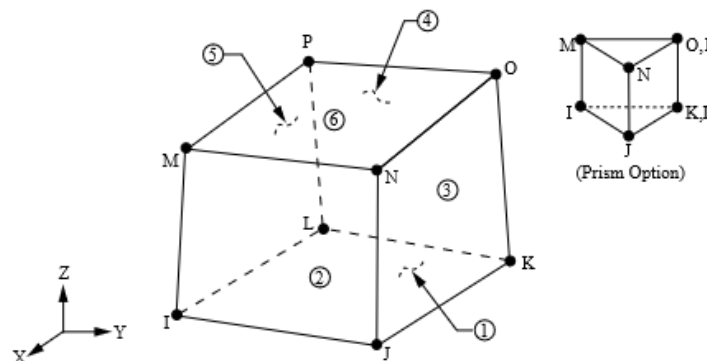


FIGURA 21 GEOMETRÍA EF SOLID5.

Los elementos SOLID185 y SOLID5 son elementos sólidos de 8 nodos que actúan de forma similar que el elemento SOLID65.

4.4.2.1.4 EF: SOLSH190

SOLSH190 posee la topología de elementos sólidos continuos y presenta conectividad de ocho nodos con tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones nodales x, y, z . Por lo tanto, la conexión de SOLSH190 con otros elementos continuos no requiere esfuerzos adicionales. Hay una opción de prisma degenerado disponible, pero solo debe usarse como elementos de relleno en la generación de mallas. El elemento tiene plasticidad, hiperelasticidad, endurecimiento por tensión, deformación, gran deflexión y gran capacidad de deformación (Sharcnet, 2018). En la Figura 22 Geometría EF Solsh190.

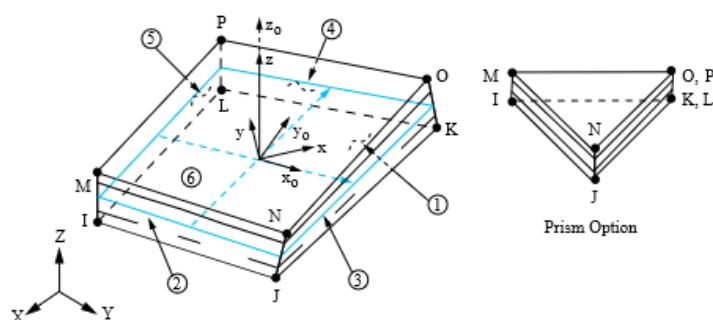


FIGURA 22 GEOMETRÍA EF SOLSH190.

4.4.2.2 ELEMENTO FINITO PARA MODELAR EL ACERO

4.4.2.2.1 EF: LINK180

LINK180 es una barra 3-D que es útil en una variedad de aplicaciones de ingeniería. El elemento se puede utilizar para modelar armaduras, cables caídos, eslabones, resortes, etc. Este es un elemento de compresión de tensión uniaxial con tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones nodales x, y, z . Como en una estructura articulada, no se considera la flexión del elemento. Se incluyen la plasticidad, la fluencia, la rotación, la desviación grande y las capacidades de gran deformación. En la Figura 23 Geometría EF Link180.

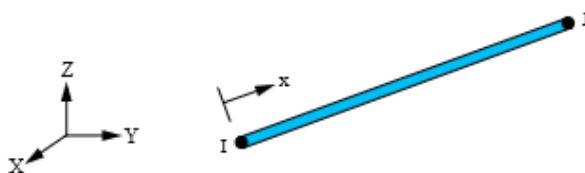


FIGURA 23 GEOMETRÍA EF LINK180.

Por defecto, LINK180 incluye términos de rigidez al estrés, en cualquier análisis que incluya efectos de desviación grande. Se admiten la elasticidad, la plasticidad de endurecimiento isotrópico, la plasticidad de endurecimiento cinemático, la plasticidad anisotrópica de Hill, la plasticidad de endurecimiento no lineal de Chaboche y la fluencia.

Al ser barras de acero y el elemento LINK180 tener la misma geometría, este elemento, por recomendación de bibliografía, es el que mejor simula el refuerzo, por lo que solo se utiliza este EF para las simulaciones de la viga de estudio.

Todos los elementos finitos descritos anteriormente son probados en la viga de estudio asignándolos al material de hormigón y acero correspondientemente, mediante comandos en el lenguaje APDL del software utilizado. Dichos elementos presentan una geometría que se adapta muy bien a los volúmenes modelados, permitiendo el mallado uniforme. Se corre los modelos con estos EF para determinar los resultados más aproximados y la variación entre ellos (Rodríguez et al., 2016).

4.4.3 CODIFICACIÓN DE LOS MATERIALES

Tras determinar las propiedades de cada material utilizado en la viga se utilizan los comandos del APDL para codificar todo e ingresar al programa. A continuación, se muestran los códigos utilizados para el hormigón,



acero y los comandos para hacer que estos dos materiales trabajen en conjunto para una correcta simulación, como se puede ver en la Figura 24 Codificación material hormigón.yFigura 25 Codificación material acero.:

```

!ANTYPE,STATIC                                !ENSAYO ESTÁTICO
!Data Element Type                            !DATOS DEL ELEMENTO FINITO
ET,MATID,SOLID185                             !ELEMENTO FINITO UTILIZADO
R,MATID,0,0,0,0,0,0                          !CONSTANTES REALES (0 ANALISIS NORMAL)
RMORE,0,0,0,0,0                              !CONSTANTES REALES (0 ANALISIS NORMAL)
!KEYOPT,MATID,1,0                            !OPCIONES ADICIONALES DE ANALISIS

!Data Material Ex(kgf/mm2)                   !DATOS DE LOS MATERIALES
MP,EX,MATID,2834.02329045                    !MODULO DE YOUNG
MP,PRXY,MATID,0.25                          !COEFICIENTE DE POISSON
MP,DENS,MATID,2.400e-6                      !DENSIDAD DEL MATERIAL

```

FIGURA 24 CODIFICACIÓN MATERIAL HORMIGÓN.

```

!ANTYPE,STATIC                                !ENSAYO ESTÁTICO
!Data Element Type                            !DATOS DEL ELEMENTO FINITO
ET,MATID,LINK180                             !ELEMENTO FINITO UTILIZADO
MPDATA,EX,MATID,,20388.66                   !MODULO DE YOUNG
MPDATA,PRXY,MATID,,0.3                     !COEFICIENTE DE POISSON
R,MATID,12.7,,0                             !CONSTANTES REALES (RADIO VARILLA)
MP,DENS,MATID,7.850e-6                      !DENSIDAD DEL MATERIAL

```

FIGURA 25 CODIFICACIÓN MATERIAL ACERO.

Como se puede observar en la codificación del hormigón el elemento finito utilizado en la Figura 24 Codificación material hormigón.Figura 24 es el SOLID185.Este elemento finito puede cambiar para los anteriormente mencionados, y las otras propiedades se mantienen. En tanto que, para el caso del acero, el EF LINK180, es el único con el que se analizar (Sharcnet, 2018).

Para que trabajen en forma conjunta estos elementos finitos se utiliza la siguiente codificación:Figura 26 Codificación combinación de materiales.



```

/PREP7
ESEL,S,ENAME,,185      !ANTES DE PROCESAR
ESEL,A,ENAME,,180      !SELECCIONA EL PRIMER EF
ALLSEL,BELOW,ELEM      !SELECCIONA EL SEGUNDO EF
CEINTF,0.001,          !SELECCIONAR TODOS LOS ELEMENTOS NOMBRADOS
ALLSEL,ALL              !COMANDO PARA UNIR 2 REGIONES
/SOLU
OUTRES,ALL,ALL

```

FIGURA 26 CODIFICACIÓN COMBINACIÓN DE MATERIALES.

La clave en este último código es el comando CEINTF. Este comando se puede usar para "unir" dos regiones con patrones de malla diferentes generando ecuaciones de restricción que conectan los nodos seleccionados de una región a los elementos seleccionados de la otra región. En la interfaz entre regiones, los nodos deben seleccionarse de la región de malla más densa, A, y los elementos seleccionados de la región de malla menos densa, B. Los grados de libertad de los nodos de la región A se interpolan con los correspondientes grados de libertad de nodos en los elementos de la región B, utilizando las funciones de forma de los elementos de la región B (Sharcnet, 2018).

4.4.4 MALLADO DEL ELEMENTO ESTRUCTURAL

Después de seleccionado el tipo de elemento finito se define la densidad de malla óptima (Rodríguez et al., 2016). Como se había explicado anteriormente el software Ansys Workbench utilizado para este estudio, tiene una licencia estudiantil que permite, en su máxima capacidad, realizar una discretización en el mallado de 32.000 nodos (Sharcnet, 2018).

En el presente estudio se utiliza el método h para discretizar la malla. Acorde al método se realiza el refinamiento de la malla con la finalidad de obtener resultados más precisos. Para el elemento Solid65, la malla se configura de tal forma, que se generan elementos cuadrados o rectangulares. El modelo de refuerzo se une utilizando elementos de línea (Link180) para que los nodos de los elementos de línea concuerden exactamente sobre el nodo de los



elementos sólidos, que luego se fusionan para que tanto los elementos de armadura como los elementos de hormigón compartan los mismos nodos (Farooq & Ahmad, 2014).

Para poder realizar una comparación y observar la variación que causan los diferentes niveles de discretización de la malla, se construye los mallados para cada uno de los elementos finitos escogidos. Se realiza un mallado desde los 120mm hasta los 66mm que es el mínimo mallado posible debido a la limitación de la licencia. La opción “Sizing” en Ansys nos permite definir las características de la malla a utilizar. A continuación, se muestran los mallados para cada tipo de elemento finito, en la Tabla 20 Discretización malla por elemento finito.::

TABLA 20 DISCRETIZACIÓN MALLA POR ELEMENTO FINITO.

Elemento Finito	Discretización de la malla (cm)
SOLID65	12 - 10 - 8 - 6.6
SOLID180	12 - 10 - 8 - 6.6
SOLID5	12 - 10 - 8 - 6.6
SOLSH190	12 - 10 - 8 - 6.6

A continuación, se muestra la Figura 27 Viga con mallado de 120mm. y Figura 28 Viga con mallado de 66mm., con el mallado más grande y el más pequeño respectivamente:

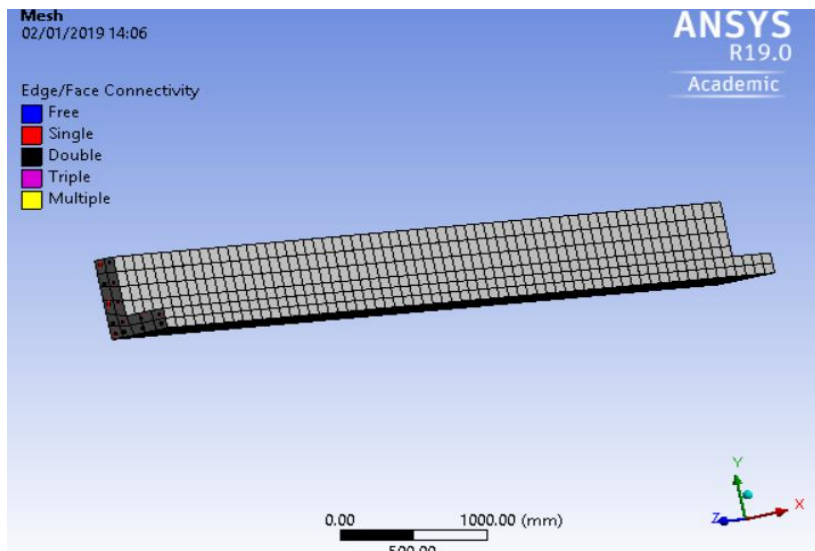


FIGURA 27 VIGA CON MALLADO DE 120MM.

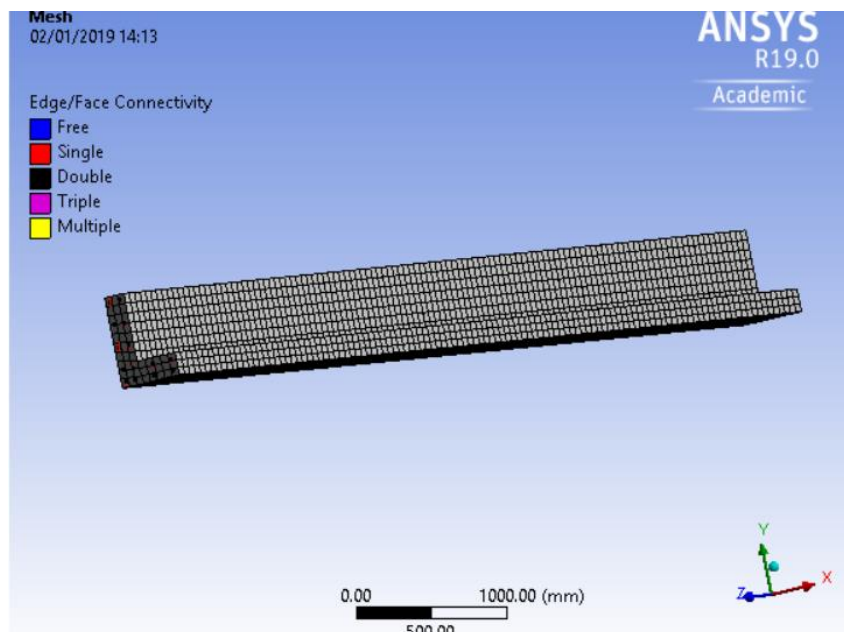


FIGURA 28 VIGA CON MALLADO DE 66MM.

Para comprobar que el mallado sea correcto se utilizan las herramientas de refinamiento que nos da la opción “Mesh” o se realiza una inspección visual(Thompson, 2017). En este caso, debido a que la viga tiene lados rectos, se observa que no hay distorsiones en el mallado con ningún elemento finito.

4.5 CONDICIONES DE BORDE Y CARGAS

4.5.1 CONDICIONES DE BORDE DE LA VIGA DE ESTUDIO

Al igual que en la etapa analítica - matemática, la viga se considera simplemente apoyada. Esta condición de contorno evita que uno o más bordes rectos o curvos o un vértice o vértices se muevan o se deformen. Sin embargo, se permiten rotaciones. Además, si se desea corregir las rotaciones, se recurre a la condición de límite de soporte fijo(Sharcnet, 2018).

Para simular la condición de simple apoyo se coloca el primer lado de la viga como soporte fijo y el otro extremo se agrega un desplazamiento manteniendo constante en los ejes Y y X, así anulamos las rotaciones. En la Figura 29 se puede observar un esquema de la viga con sus condiciones de borde.

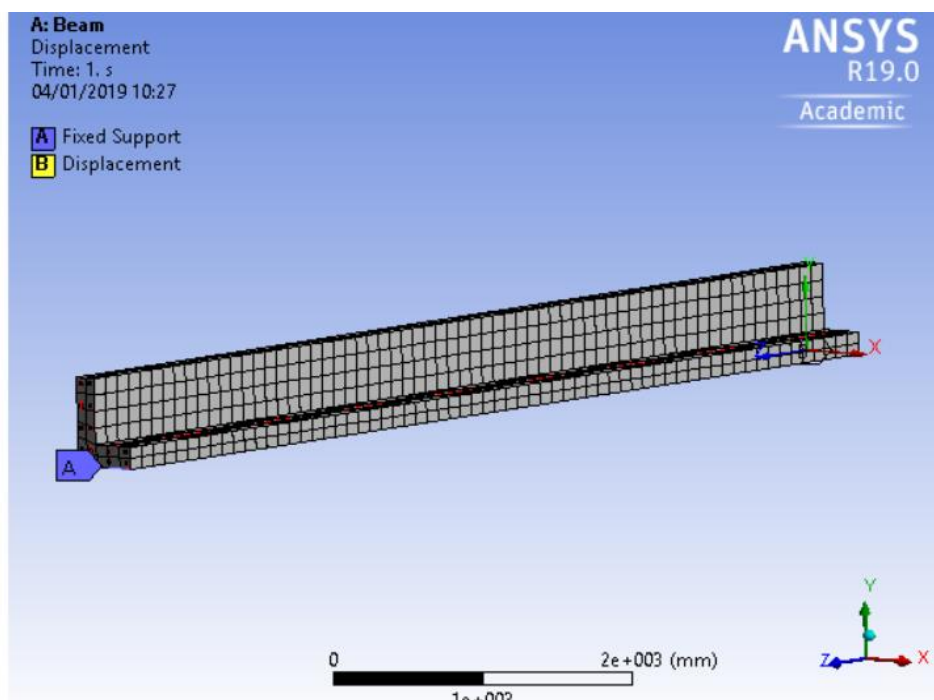


FIGURA 29 CONDICIONES DE BORDE VIGA DE ESTUDIO.

4.5.2 CARGAS ACTUANTES EN LA VIGA DE ESTUDIO

Las cargas que está soportando la viga de estudio son: la carga muerta de servicio de 14.88kg/cm y una carga viva de servicio de 7.44kg/cm. La aplicación de la carga se realiza toda la superficie del ala inferior de la viga, pues en esta se supone iría asentada la losa de la edificación. La carga en Newtons, para ingresar el dato al programa, es de 166870 N, tal como se muestra en la Figura 30 Carga aplicada sobre toda la superficie del ala de la viga.:

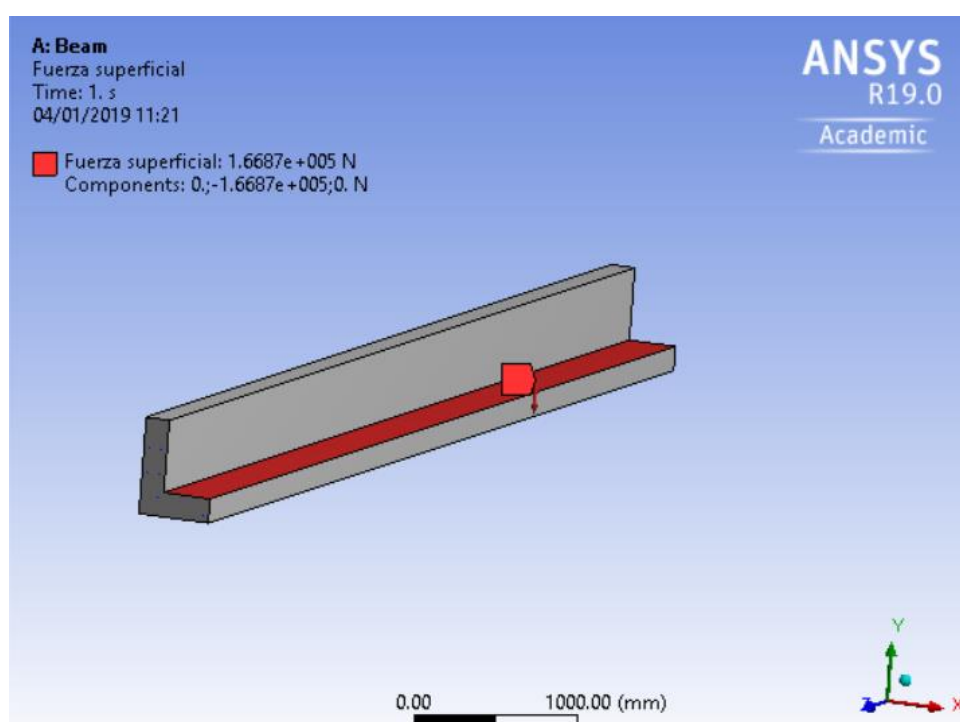


FIGURA 30 CARGA APLICADA SOBRE TODA LA SUPERFICIE DEL ALA DE LA VIGA.

4.6 SOLUCIÓN Y POSTPROCESO

Un análisis estructural estático puede ser lineal o no lineal. Para la solución de la viga se procede a desarrollar el análisis estático lineal. En el software, por defecto, se permiten todos los tipos de no linealidades (Sharqnet, 2018), por lo

cual ha sido necesario desactivar las opciones de no-linealidad para correr el modelo.

Si escogemos el análisis lineal, el programa analiza la viga por defecto con el método de Newton - Raphson. El método de Newton (conocido también como el método de Newton-Raphson o el método de Newton-Fourier) es un algoritmo para encontrar aproximaciones de los ceros o raíces de una función real. También puede ser usado para encontrar el máximo o mínimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada.

El software Ansys Workbench posee una infinidad de opciones para visualizar los resultados tras el análisis. Para el estudio, se escogen solo las deformaciones por ejes y la deformación total de la viga, como se observa en la Figura 31:

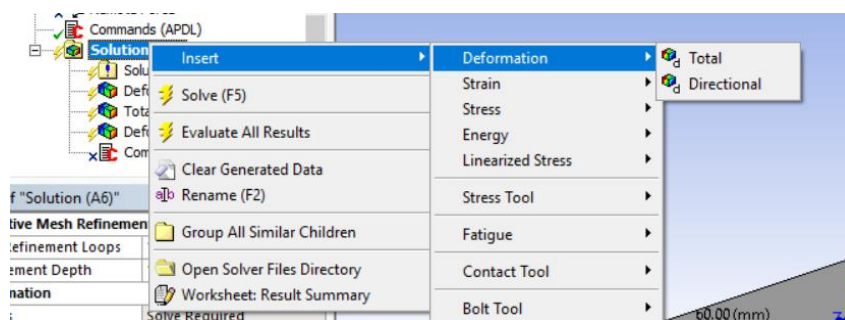


FIGURA 31 ESCOGER LOS RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE LA VIGA.

5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de la metodología analítica – matemática explicada en el capítulo 3 y los modelos analizados en el capítulo 5, con sus correspondientes elementos finitos, se ha obtenido las deformaciones en la viga de estudio tanto en dirección de los ejes X e Y, así como la deformación total en la viga analizada.



5.1 RESULTADOS METODOLOGÍA ANALÍTICA – MATEMÁTICA

La primera etapa de este estudio se realizó con la finalidad de obtener los desplazamientos en la viga, mediante una metodología que es, comúnmente, utilizada en este tipo de estudios. Al ser la viga sometida a flexión biaxial, se obtuvo los desplazamientos por ejes mediante la transformación del acero a un solo material (hormigón).

Las deformaciones fueron obtenidas con cada carga actuante sobre la viga, dichas cargas fueron explicadas en el capítulo 3. A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el siguiente orden: Deformaciones por tipo de carga, deformaciones por eje y deformación total en la viga.

5.1.1 DEFORMACIONES POR EJE TIPO DE CARGA

TABLA 21 DEFORMACIONES EN EJE X.

Tipo de carga	Deformaciones eje x
	mm
Carga muerta de servicio	4.750
Carga viva de servicio	3.454
Carga sostenida de servicio	5.842

TABLA 22 DEFORMACIONES EN EJE Y.

Tipo de carga	Deformaciones eje y
	mm
Carga muerta de servicio	10.922
Carga viva de servicio	8.763
Carga sostenida de servicio	13.691



5.1.2 DEFORMACIÓN TOTAL EN LA VIGA

TABLA 23 DEFORMACIONES TOTALES.

Eje	Deflexiones Totales
	mm
Eje x	14.046
Eje y	33.376
Total	36.211

5.2 RESULTADOS DEL MODELO MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA

5.2.1 RESULTADOS VIGA HORMIGÓN – ACERO

SOLID65/SOLID185/SOLID5– LINK180:

- Para los EF SOLID65, SOLID185 y SOLID5 (de acuerdo al respectivo mallado) se obtuvieron los mismos resultados, los cuales son presentados en las tablas a continuación:

TABLA 24 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 120MM.

Mallado de 120mm - 8731 nodos - 2048 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	13.799
Def Y	32.248
Total	35.139

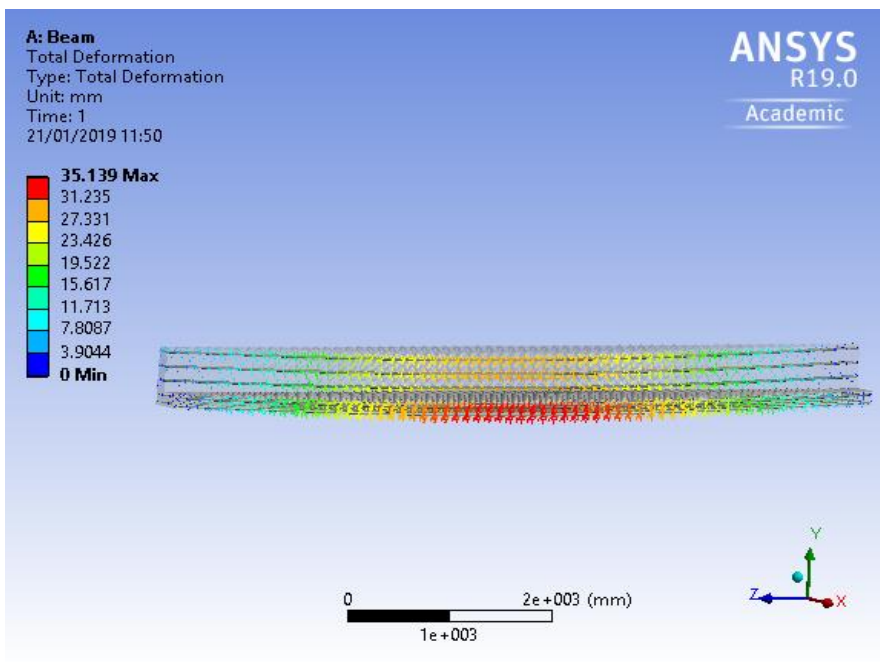


FIGURA 32 DEFORMACIÓN TOTAL SOLID65 - MALLA 120MM.

TABLA 25 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 100MM.

Mallado de 100mm - 12196 nodos - 2772 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	13.970
Def Y	32.417
Total	35.352

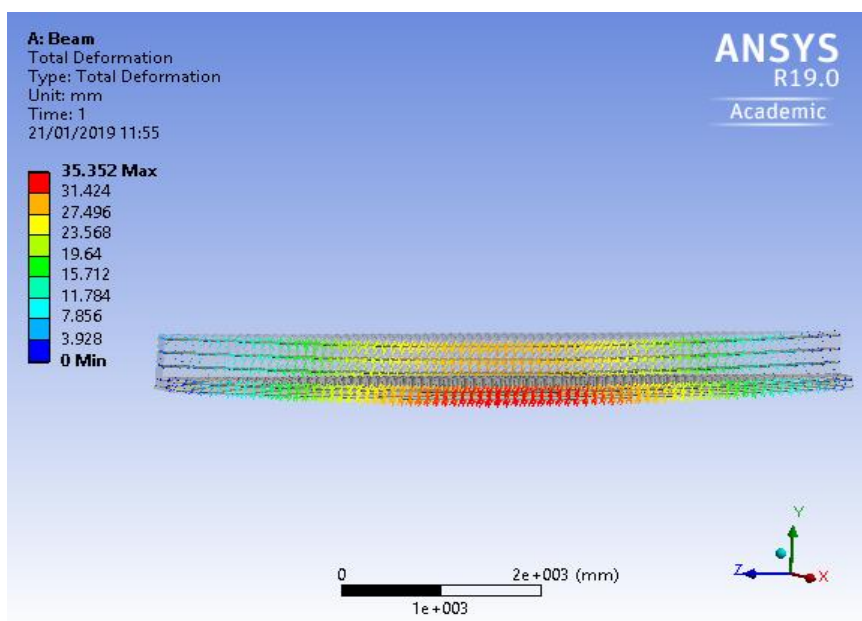


FIGURA 33 DEFORMACIÓN TOTAL SOLID65 - MALLA 100MM.



TABLA 26 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 80MM.

Mallado de 80mm - 16243 nodos - 3648 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	14.105
Def Y	32.521
Total	35.508

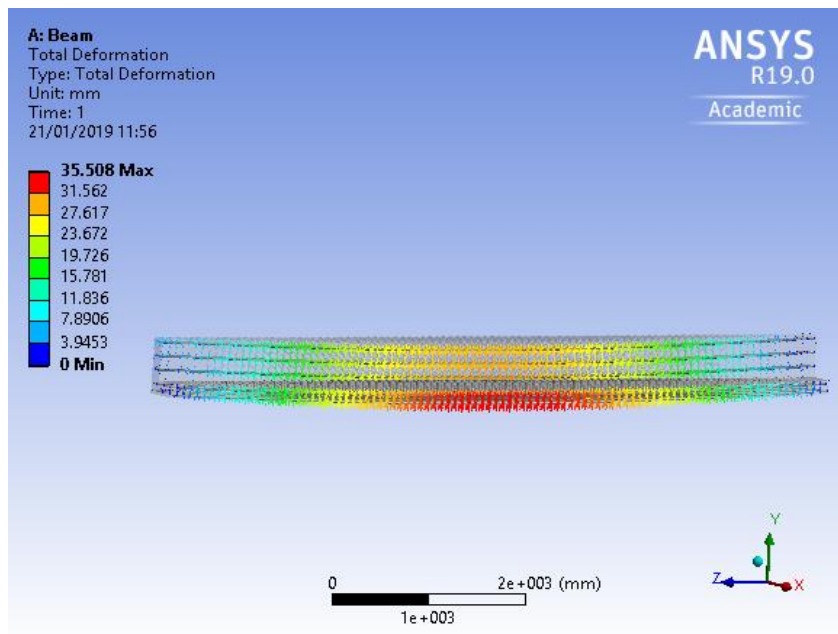


FIGURA 34 DEFORMACIÓN TOTAL SOLID65 - MALLA 80MM.

TABLA 27 DEFORMACIONES SOLID65 - MALLA 66MM.

Mallado de 66mm - 30810 nodos - 6844 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	14.604
Def Y	32.835
Total	35.996

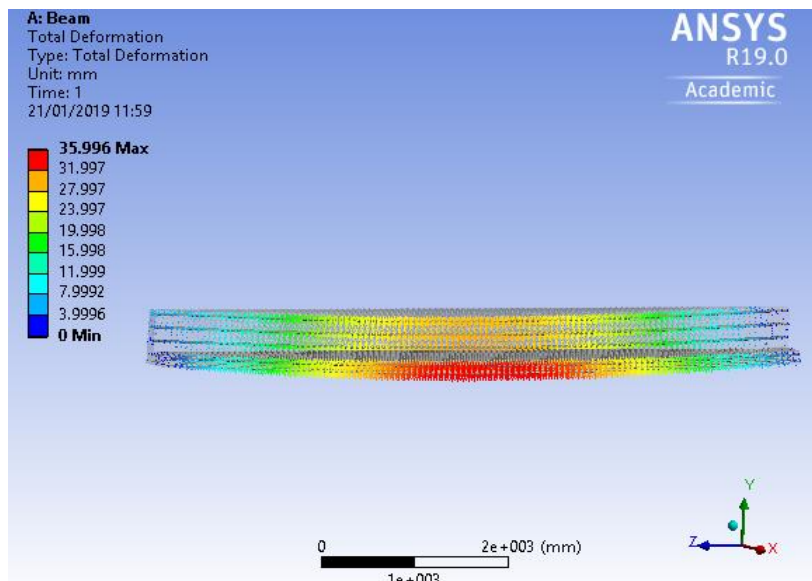


FIGURA 35 DEFORMACIÓN TOTAL SOLID65 - MALLA 66MM.

SOLSH190 – LINK180:

- Para el EF SOLSH190 también se realizó un proceso de discretización de la malla y se obtuvieron los siguientes resultados:

TABLA 28 DEFORMACIONES SOLSH190 - MALLA 120MM.

Mallado de 120mm - 8731 nodos - 2048 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	13.820
Def Y	32.205
Total	35.108

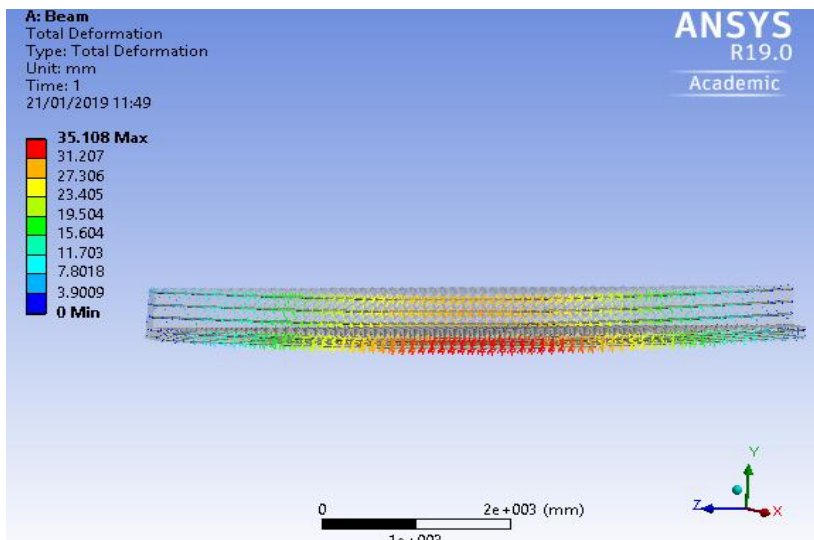


FIGURA 36 DEFORMACIÓN TOTAL SOLSH190 - MALLA 120MM.

TABLA 29 DEFORMACIONES SOSLSH190 - MALLA 100MM.

Mallado de 100mm - 12196 nodos - 2772 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	13.994
Def Y	32.418
Total	35.362

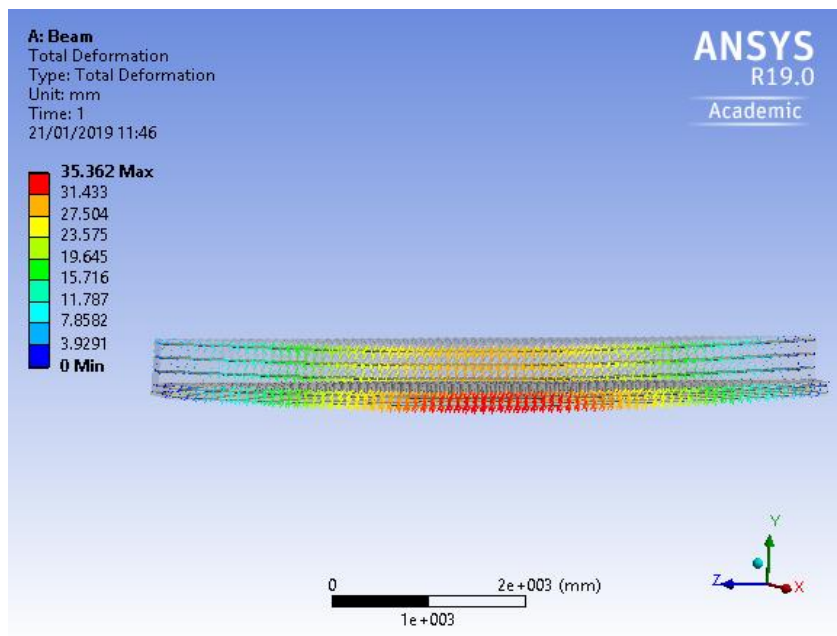


FIGURA 37 DEFORMACIÓN TOTAL SOLSH190 - MALLA 100MM.



TABLA 30 DEFORMACIONES SOLSH190 - MALLA 80MM.

Mallado de 80mm - 16243 nodos - 3648 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	14.123
Def Y	32.530
Total	35.523

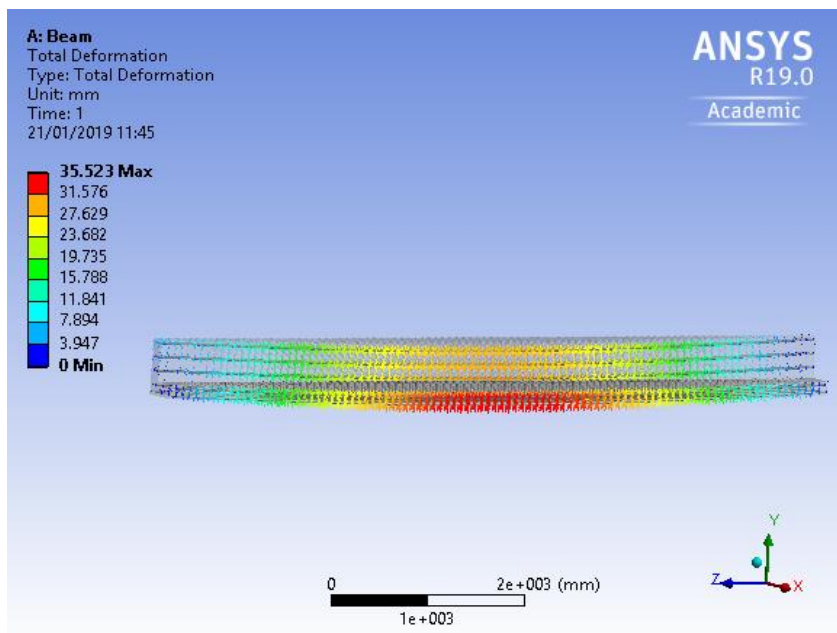


FIGURA 38 DEFORMACIÓN TOTAL SOLSH190 - MALLA 80MM.

TABLA 31 DEFORMACIONES SOLSH190 - MALLA 66MM.

Mallado de 66mm - 30810 nodos - 6844 elementos	
Parámetro	Carga aplicada en toda la superficie
	mm
Def X	14.614
Def Y	32.827
Total	35.994

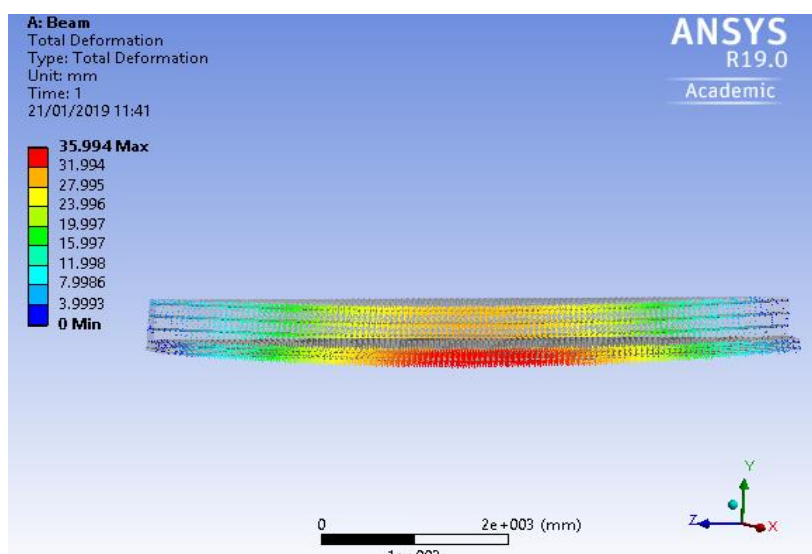


FIGURA 39 DEFORMACIÓN TOTAL SOLSH190 - MALLA 66MM.

5.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la comparación entre los resultados, se ha realizado un cálculo de error entre la parte analítica – matemática y el modelo numérico. A continuación, en la Tabla 32, se presentan los resultados comparativos de las dos etapas de estudio, que manifiestan los errores más discretos, lo que demuestra la fiabilidad del análisis:

5.3.1 VIGA HORMIGÓN REFORZADO

Elementos finitos SOLID65 – LINK180:

TABLA 32 COMPARACIÓN DE RESULTADOS SOLID65.

MALLADO DE 66mm - 30810 nodos - 6844 elementos		
	Carga aplicada en toda la superficie	Mathcad parte analítica
		Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm
Def X	14.604	14.046
Def Y	32.835	33.376
Total	35.996	36.211
Error X	3.82 %	
Error Y	1.65 %	
Error Total	0.60 %	



Como se observa en la Tabla 32, el elemento Solid65 (que tiene los mismos resultados que los EF Solid185 y Solid5) es el que mejor se adapta a la modelación del hormigón en la viga, pues, como se había expuesto en el capítulo 4, sus características para la modelación del hormigón permiten la inserción de barras de acero, modeladas con el EF Link180, y el trabajo en conjunto de estos dos elementos es óptimo.

Elementos finitos SOLSH190 – LINK180:

TABLA 33 COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON SOLSH190.

MALLADO DE 66mm - 30810 nodos - 6844 elementos		
	Carga aplicada en toda la superficie/solid65	Mathcad parte analítica
		Carga muerta + viva + sostenida
Parámetro	mm	mm
Def X	14.614	14.046
Def Y	32.827	33.376
Total	35.994	36.211
Error X	3.89 %	
Error Y	1.67 %	
Error Total	0.60 %	

Como se puede observar en la Tabla 33, el EF Solsh190 tiene resultados también muy cercanos con la parte analítica – matemática y con los resultados del EF Solid65.

Con respecto al mallado se cumple una hipótesis implícita en un análisis de elementos finitos. Tras discretizar la malla con una disminución en el tamaño de cada elemento, las mallas con mayor cantidad de elementos presentan resultados más aproximados en comparación con el discretizado de elementos más grandes (por ende, menos cantidad de elementos). Es decir, cómo se puede observar en los resultados anteriormente mostrados la malla de 66mm, es la que mejor resultados arrojan.

Como se había comprobado anteriormente el software Ansys por sus antecedentes y el ejemplo de la viga rectangular expuesta al inicio de esta investigación dan validez a estos resultados.



6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Contrastando los resultados obtenidos del desarrollo analítico con los del modelo numérico, se observa que el porcentaje de error entre estos es mínimo por lo cual se concluye que el método analítico es válido para el cálculo de deflexiones.
- La modelación numérica precisa la asignación del coeficiente de Poisson, de los materiales conformantes de la viga, mientras que en el desarrollo analítico no se toma en cuenta dicho coeficiente. Entonces el valor que se asigna a dicha propiedad tiene influencia en los resultados obtenidos de la modelación numérica.
- El elemento finito Solid65, es el que mejor se adapta a la combinación hormigón – acero (acero modelado con EF Link180), debido a sus características propias, la inserción de barras de acero en su geometría (cúbico de 8 nodos), permiten que trabajen en conjunto estos dos materiales y se obtenga resultados muy precisos.
- Disminuir el tamaño de los elementos que conforman el mallado de la viga analizada, reduce la incertidumbre de los resultados. El elemento de 66mm es el de menor tamaño con el cual se puede discretizar la malla. Precisamente con este mismo mallado se obtienen los resultados más aproximados del estudio entre los dos tipos de análisis.
- En cuanto al costo computacional que resulta del análisis, que se puede observar en la Figura 40, es bajo. El tiempo de corrido del modelo se encuentra, en un rango promedio, entre 5 y 10 segundos, aun con el modelo de malla más densa. Esto debido a tres factores principales: el primero es la geometría del mallado. Al generarse con lados rectos, el mallado no tiene dificultad (tiempo) de adaptación en formas curvas (Fuenmayor, 2002). El segundo es la limitación del software.



malla mínima hasta la cual se puede discretizar es de 66mm por elemento, lo que, si bien es suficiente para obtener resultados precisos, no representa una carga demasiado grande en términos computacionales. Y el tercer factor, es la capacidad de los dispositivos utilizados. Las computadoras en las que se realizó el análisis tienen la capacidad suficiente para correr el modelo de forma solvente.

Adaptive Mesh Refinement	
Max Refinement Loops	1.
Refinement Depth	1.
Information	
Status	Done
MAPDL Elapsed Time	10. s
MAPDL Memory Used	304. MB
MAPDL Result File Size	11.313 MB

FIGURA 40 COSTO MÁXIMO COMPUTACIONAL ANSYSWORKBENCH.

- Los programas para análisis estructural generalmente entregan las deflexiones máximas en los elementos estructurales que estamos analizando. Por lo tanto para comprender el trabajo del software es necesario conocer el procedimiento analítico en el cual se basa la simulación de cualquier elemento estructural. Las deflexiones máximas se producen en los ejes principales a flexión, en el caso de la viga de estudio tipo "L" al estar sometida a flexión biaxial tiene sus ejes principales rotados con respecto al eje x (horizontal) y al eje y (vertical). Por lo tanto, los resultados que arroja el programa no se pueden utilizar directamente para analizar el cumplimiento de límites en el código, sino primero se los debe transformar a los ejes horizontal y vertical que son los que realmente se consideran en la construcción.
- A pesar de la limitación de la licencia estudiantil del programa (discretizado máximo de 32 000 nodos) los resultados obtenidos son valederos. Sin embargo, el utilizar la licencia completa del software,



permitiría usar mallados más finos, y no tener ningún tipo de restricción al momento de discretizar.

- La presente investigación puede ser complementada mediante modelos físicos a escala, de la viga de estudio, con la finalidad de comparar los resultados (de deflexiones) que se obtengan en laboratorio.
- Se recomienda realizar mediciones de las deflexiones en vigas de sección asimétrica, que ya se encuentren funcionando, con la finalidad de comparar dichos resultados con los que se obtengan a través del método analítico-matemático.

7 BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318. (2014). *ACI 318-14 Requisitos de Reglamento para el Concreto Estructural* (Vol. 22).
- ACI 435. (2003). ACI 435 Control de deflexiones en estructuras de concreto. *ACI Committee Report*.
- Alsaeq, H. M. (2013). Effects of opening shape and location on the structural strength of RC deep beams with openings. *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*.
- Dawood, A. O. (n.d.). Biaxial bending. *Misan University*.
- Demir, A., Ozturk, H., & Dok, G. (2016). 3D Numerical Modeling of RC Deep Beam Behavior by Nonlinear Finite Element Analysis. *Disaster science and engineering*.
- Farooq, U., & Ahmad, M. A. (2014). Finite Element Approach To Reinforced Concrete Using Ansys. *National conference on sustainable infrastructure development (NCSID), At Chandigarh, India*.
- Fuenmayor, F. J. (2002). Definición de malla óptima en refinamiento h-adaptativo para múltiples casos de carga.
- Ingeciber. (2018). CivilFem.
- Jack McCormac, & Brown, R. H. (2011). *Diseño de Concreto reforzado*.



- Mary Kathryn Thompson, J. M. T. (2017). *ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*.
- Mathsoft. (2014). MathCad. USA.
- Mohamed, H. A. (2013). Experimental and finite element analysis on the steel fiber reinforced concrete beams ultimate behavior. *International Journal of Engineering and Innovative Technology*.
- NILSON, A. H. (1999). *Diseño de estructuras de concreto*. Society (Vol. 25).
- Rodríguez, G., Bonilla, J., & Hernández, J. (2016). Numerical modeling of reinforced concrete continuous deep beams. *Revista Ingeniería de Construcción*.
- Sharcnet. (2018). Ansys Workbench Manual.
- Wolanski, A. (2004). *Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis*.
- YANG, S. S. (2015). *Effect of opening with various size and location on rc deep beam*.