



MÉTODOS PARA TRATAR EL PROBLEMA DE LA UBICACIÓN ESPACIAL DE SITIOS COMPACTOS

Ing. Pablo Vanegas P. PhD
Subdecano

RESUMEN

El presente artículo realiza un breve estudio sobre el concepto de compactibilidad y revisa los métodos aplicados para tratar este problema en aplicaciones para la ubicación espacial de sitios compactos. Se definen los métodos utilizados en propuestas de diferentes autores y se analizan los resultados obtenidos. Se coloca particular atención en el análisis de métodos exactos y heurísticos, así como se establecen criterios que permitan definir cuando utilizar una u otra técnica.

Introducción

La toma de decisiones en base a información espacial ha tomado relevancia en los últimos años, situación que se produce quizá por la disponibilidad de computadores de altas prestaciones que han facilitado la investigación y desarrollo científico en el tratamiento de la información espacial. Un aspecto es particularmente importante en este contexto: las relaciones espaciales.

Egenhofer [1989] define tres clases de relaciones espaciales: métricas, de orden y topológicas. La relación topológica es un concepto matemático que tiene su origen en los principios de adyacencia y conectividad [Van-Orshoven, 2007], la cual describe

la relación entre un objeto y sus vecinos [Rahman and Pilouk, 2008]. Las relaciones topológicas son invariantes bajo los efectos de transformaciones geométricas tales como traslación, rotación y escala [Egenhofer, 1989]. Adicionalmente, las relaciones topológicas pueden ser definidas a través de 3 componentes de un objeto: su interior, sus límites y su exterior [Pullar y Egenhofer, 1988]. La adyacencia es un tipo de relación topológica la cual es útil para determinar la compactibilidad (compactness), fragmentación y agrupamiento (clustering) de unidades espaciales.

La compactibilidad es difícil de describir y usualmente es entendida como una propiedad espacial que poseen un conjunto de objetos cercanamente agrupados. Esta idea un tanto ambigua, nos lleva a diferenciar grupos de objetos fragmentados de grupos compactos. Un ejemplo simple se muestra en la figura 1. Mientras las 9 celdas negras en la figura 1a forman un área fragmentada, las celdas negras en la figura 1b son compactas. La fragmentación es una propiedad espacial que puede definirse por la ausencia de continuidad. Un sitio es continuo, si es posible caminar de una unidad espacial (ej. celda) a otra sin salir del sitio [Xiao, 2006]. De todas formas, la continuidad no es suficiente para garantizar compactibilidad, pues los sitios continuos aún pueden contener orificios. Un orificio



es un conjunto de objetos espaciales totalmente conectados que no están incluidos en, pero sí completamente rodeados por el sitio [Shirabe, 2004]. La figura 1c muestra un sitio perforado con un orificio. En consecuencia, la compactibilidad puede entenderse como una propiedad espacial definida por la presencia de continuidad y la ausencia de perforación. Un concepto más general de compactibilidad es aún elusivo.

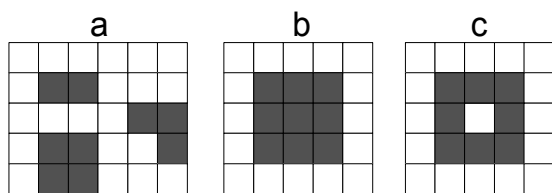


Figura 1. Sitios fragmentados, compactos y perforados

La figura 2 muestra dos configuraciones espaciales donde cada celda en negro está asociada con el número de sus celdas adyacentes. Una región es más compacta cuando las celdas negras comparten más bordes en común con otras celdas negras. La compactibilidad es una propiedad que puede tener diferentes grados y sujeta a ser maximizada al incrementar la adyacencia entre los objetos espaciales. De esta forma, si el área de una región se mantuviese constante, un mayor nivel de adyacencia entre sus celdas conduciría a un perímetro menor. Haciendo uso de esta idea, los primeros intentos de desarrollar un índice para medir la compactibilidad hacen uso de la relación entre el perímetro y el área [Maceachren, 1985].

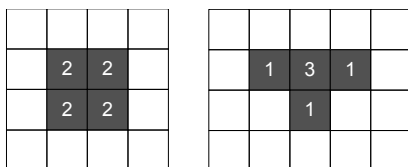


Figura 2. Compatibilidad y su relación con adyacencia

La compactibilidad pertenece al Problema de la Zonificación Automática, definida por Openshaw [1996] como un problema duro de optimización (hard optimization problem), donde N bloques son agrupados en M zonas; de tal forma que, alguna función (o funciones) en los datos de las M zonas es (son) optimizadas sujeta (s) a varias restricciones en la topología de las M zonas y en la naturaleza de sus datos. La compactibilidad es un aspecto que ha estado usualmente presente en el problema de la localización o ubicación de sitios geográficos, el cual a su vez pertenece al área de Análisis de Optimización Espacial. Diversas técnicas analíticas y computacionales han sido aplicadas para identificar áreas compactas óptimas o cerca lo óptimo.

2. Técnicas aplicadas para ubicar sitios compactos

2.1 Métodos Heurísticos

Una heurística es un forma específica de alcanzar una solución a un problema. Tomando en cuenta que el peor caso en algunos algoritmos necesitan tiempo exponencial para encontrar una solución óptima, los métodos aproximados, usualmente llamados heurísticas, obtienen soluciones cerca de lo óptimo en tiempo computacional relativamente bajo. Estos métodos no pueden garantizar que la solución llegue a un óptimo global [Dorigo and Stutzle, 2004].

Cuando las heurísticas son métodos de propósito general que pueden guiar la búsqueda de soluciones de diferentes problemas, éstas son llamadas meta-heurísticas, definidas [Glover and Kochenberger, 2003] como métodos de solución que orquestan la interacción entre procedimientos de optimización local y estrategias de alto nivel para crear procesos que permitan escapar de óptimos locales y realizar búsquedas

robustas en todo el espacio de solución. Ejemplos de meta-heurísticas se pueden encontrar en algoritmos genéticos, simulado recocido (simulated annealing), sistemas multi-agente y búsquedas locales guiadas.

2.1.1 Simulado Recocido (Simulated Annealing)

La analogía entre optimización combinatoria y el proceso físico de cristalización es aplicado [Kirkpatrick et al., 1983] para introducir el concepto de recocido en optimización. El proceso de cristalización inspiró a Metropolis, et al., [1953] para proponer un proceso de optimización numérica el cual inicia con una solución con energía en nivel $f(0)$. Una pequeña perturbación a esta solución inicial mueve el sistema a un nuevo nivel de energía $f(1)$. Si $f(1)$ es más pequeño que $f(0)$, entonces se acepta la nueva solución obtenida a través de la perturbación (estado de cambio). Si $f(1)$ es mayor que $f(0)$, la nueva solución es aceptada, si la probabilidad de aceptación dada por el criterio de Metropolis [Aerts and Heuvelink, 2002] $(f(0) - f(1) / S_0)$ es mayor que un número aleatorio tomado desde una distribución uniforme $[0, 1]$. Luego, el parámetro de enfriamiento (S_0) se disminuye ligeramente y se realiza una nueva perturbación. Este proceso se repite hasta que un se alcanza un número predeterminado de iteraciones o hasta que las ocurrencias de cambio sean poco frecuentes. La disminución del parámetro de enfriamiento se realiza usualmente una vez cada L iteraciones utilizando un factor de multiplicación constante:

$$S_{i+1} = r * S_i, \text{ con } 0 < r < 1.$$

2.1.2 Algoritmos Genéticos (AG)

Los AG tienen su fuente de inspiración en evolución biológica, donde las características deseables de la descendencia son determinadas al nivel genético por la

combinación de los cromosomas de los padres [Reeves, 2003]. Para buscar en un espacio de soluciones (o espacio de hipótesis), los AG definen tres elementos: cromosomas/genotipo (soluciones individuales a un problema), población (conjunto de cromosomas) y generaciones (iteraciones que permiten evolucionar a la población). Usualmente el algoritmo inicia con una población generada aleatoriamente a partir de μ cromosomas. Luego se calcula el estado o aptitud de cada cromosoma y se crea una nueva generación con operadores de búsqueda aplicados a los cromosomas de la población actual para generar descendientes. Los individuos de la descendencia más los μ padres son considerados para crear una nueva población. En este proceso es también posible considerar únicamente los individuos de la descendencia. Los operadores de búsqueda son clasificados en 2 categorías: mientras los de mutación modifican un individuo para formar otro, los operadores de mezcla generan uno o más descendientes a partir de la combinación de 2 padres [Dréo et al., 2006].

2.1.3 Métodos Exactos

Los métodos exactos incluyen enumeración y programación matemática, así como una serie de algoritmos que han sido desarrollados para problemas particulares de optimización [Williams and ReVelle, 1997].

Programación Matemática

La programación lineal y entera (LP/IP) pertenecen a los métodos de programación matemática que son capaces de encontrar soluciones óptimas (exactas). La programación lineal es definida [Winston, 1994] como un problema de optimización el cual: 1) intenta maximizar (o minimizar) una función lineal compuesta por varia-

bles de decisión (función objetivo); 2) los valores de las variables de decisión deben satisfacer un conjunto de restricciones y cada restricción debe ser una ecuación o inecuación lineal; y 3) una restricción en los signos es asociada con cada variable, para cualquier variable x_i , la restricción del signo específica que x_i debe ser no-negativa ($x_i \geq 0$) o sin restricción en signo (urs). Mientras en la programación lineal entera pura todas las variables son enteras, en programación entera mixta, solamente algunas variables son enteras. La optimización espacial es uno de los campos donde LP/IP ha sido exitosamente aplicada (e.j. Fischer and Church [2003], Williams [2002]).

Métodos de Enumeración

Los métodos de enumeración evalúan todas las soluciones candidatas (enumeración explícita – fuerza bruta), o selecciona un conjunto de soluciones eficientes (enumeración implícita) y selecciona una que optimiza un criterio específico. A partir del costo computacional de este tipo de búsqueda es proporcional al número de soluciones candidatas, estas soluciones son típicamente aplicadas a problemas de tamaño limitado (número reducido de soluciones candidatas).

3. Revisión de Trabajos para Tratar el Problema de la Ubicación de Sitios Compactos

Optimización Espacial basada en programación matemática es una área activa de investigación, donde muchos modelos han sido desarrollados tomando en cuenta relaciones topológicas. Especial atención se ha entregado a modelos para solucionar el problema de la compactibilidad y propuestas teóricas se han propuesto para otros aspectos como perforación [Shirabe, 2004]. Formulaciones matemáticas destinadas a

la ubicación de sitios contiguos y compactos han sido propuestas a problemas con tamaños en el rango entre 100 y 4900 unidades, con un tiempo de cálculo que varía entre pocos segundos hasta horas. A pesar de que el número de unidades es pequeño, algunos métodos han sido exitosamente aplicados para tratar información vector a nivel regional. Esto implica que los métodos de programación lineal pueden aplicarse, incluso a nivel regional, cuando éstas regiones son representadas con un número adecuado de unidades espaciales. La tabla 1 lista heurísticas, meta-heurísticas y métodos matemáticos aplicados al problema de la compactibilidad. Esta tabla hace uso de un tamaño referencial como un indicador del número total de las unidades objeto de análisis. La tabla 1 muestra que el tamaño referencial de los modelos matemáticos es pequeño con respecto de las soluciones heurísticas y meta-heurísticas. Tomando en cuenta que los modelos matemáticos son capaces de alcanzar soluciones exactas, estos métodos pueden servir como referencia para evaluar soluciones no exactas, y adicionalmente en problemas que no requieren tiempos reducidos para alcanzar una solución.

A partir de que los problemas de compactibilidad requieren una cantidad muy alta de recursos computacionales para alcanzar una solución, el desarrollo de la computación paralela así como la generación nuevos modelos matemáticos contribuirán sustancialmente a mejorar la eficiencia de modelos de optimización espacial. Estas alternativas aún tienen complejidades, razón por la cual muchos autores sugieren explorar otros métodos capaces de balancear precisión y eficiencia. Estos autores sugieren el estudio de métodos aproximados (heurísticas) como un medio para encontrar soluciones factibles y cerca del óptimo global.

El uso de áreas semilla de inicio, es una de las principales características de las heurísticas aplicadas en la ubicación de sitios compactos (compactibilidad). Es particularmente remarcable es el tamaño referencial del trabajo de Church et al. [2003] (tabla 1) y los trabajos de Brookes [2001b] y Xiao [2006], estos últimos aplicados a los pro-

blemas con la mayor cantidad de datos (372890 y 250000 celdas respectivamente). La potencialidad de estos trabajos está basada en la pre-construcción de áreas semilla en el caso de Brookes [2001b] y en la capacidad de generar automáticamente estas semillas en el caso de Xiao [2006].

| | Tamaño referencial | Tamaño unidades | Utiliza semillas | Tiempo | Unidad de tiempo |
|----------------------------------|--------------------|-----------------|------------------|--------------|------------------|
| Heurísticas | | | | | |
| Mehrotra and Johnson [1998] | 46 | condados | N | 5 | minutos |
| Brookes [2001] | 300 | celdas | S | - | - |
| Church et al [2003] | 23000 | celdas | S | - | - |
| Meta-heurísticas | | | | | |
| Brookes [1997] | 6400 | celdas | S | - | - |
| Brookes [2001] | 372890 | celdas | S | 36 | horas |
| Xiao et al [2002] | 16384 | celdas | N | - | - |
| Aerts and Heuvelink [2002] | 2500 | celdas | N | few | horas |
| McDonnell et al [2002] | 2160 | celdas | N | | |
| Greedy | | | | 1 | segundos |
| Simulated Annealing | | | | 96 | segundos |
| Li and Yeh [2004] | 22500 | celdas | S | 4 -13.6 | horas |
| Venema [2004] | 162 | parcelas | N | - | - |
| Stewart et al [2005] | 1600 | celdas | N | 15-18 | minutos |
| Xiao [2006] | 250000 | celdas | N | 2268 | segundos |
| Programación Matemática | | | | | |
| Hof and Bevers [2000] | 1689 | celdas | N | - | - |
| Dimopoulou and Giannoikos [2001] | 160 | celdas | N | 1.5 | minutos |
| Fischer and Church [2003] | 776 | parcelas | N | 7s – 98 h | Seg-horas |
| Williams [2003] | 1024 | celdas | S | 220 | minutos |
| Shirabe [2004] | 100 | celdas | N | 0.19 – 87882 | Comp. reloj |
| Métodos de Enumeración | | | | | |
| Hof and Bevers [2000] | 900 | celdas | N | 16.8 | segundos |

Tabla 1. Resumen de trabajos realizados para la ubicación espacial de sitios compactos

Referencias

- J. Aerts and G. Heuvelink. Using simulated annealing for resource allocation. *Geographical Information Science* , 16:571–587, 2002.
- C.J. Brookes. A genetic algorithm for designing optimal patch configurations in gis. *Geographical Information Science* , 15:539–559, 2001b.
- R. Church, R. Gerrard, M. Gilpin, and P. Stine. Constructing cell-based hábitat patches useful in conservation planning. *Annals of the Association of American Geographers* , 93:814–827, 2003.
- M. Dorigo and T. Stutzle. *Ant Colony Optimization* . The MIT Press, 2004.
- J. Dréo, A. Petrowski, P. Siarry, and E. Taillard. *Metaheuristics for Hard Optimization, Methods and Case Studies* . Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- M.J. Egenhofer. A final definition of binary topological relationships. *Lecture Notes in Computer Science*, 367:457–472, 1989.
- D.T. Fischer and R.L. Church. Clustering and compactness in reserve site selection: An extension of the biodiversity management area selection model. *Forest Science* , 49:555–565, 2003.
- F. Glover and G.A. Kochenberger. *Handbook of Metaheuristics* . Kluwer Academic Publishers, 2003.
- S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi. Optimisation by simulated annealing. *Science* , 220:671–680, 1983.
- A.M. Maceachren. Compactness of geographic shape: Comparison and evaluation of measures. *Geografiska Annaler* , 67:53–67, 1985.
- N. Metropolis, A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, and E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21:1087–1092, 1953.
- S. Openshaw. *Developing GIS-relevant zone-based spatial analysis methods* , chapter 4, pages 55–74. Wiley, 1996.
- A. Pullar and M. Egenhofer. Towards formal definitions of topological relations among spatial objects. *Third International Symposium on Spatial Data Handling, Sydney, Australia* , pages 225–242, 1988.
- B. Rahman and M. Pilouk. *Spatial Data Modelling for 3D GIS* . Springer, 2008.
- C. Reeves. *Handbook of Metaheuristics* , chapter Genetic Algorithms, pages 55–82. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- T. Shirabe. Modeling topological properties of a raster region for spatial optimization. In *Proceedings of the 11th International Symposium on Spatial Data Handling* , 2004.
- J. Van-Orshoven. *Introduction to spatial data modelling and functionality of geospatial technology*. Department of Earth and Environmental Sciences. K.U.Leuven , 2007.
- J.C. Williams and C.S. ReVelle. Applying mathematical programming to reservesite selection. *Environmental and Modeling Assessment* , 2:167–175, 1997.
- J.C. Williams. A zero-one programming model for contiguous land acquisition. *Geographical Analysis* , 34:330–349, 2002.
- W. L. Winston. *Operations Research, Applications and Algorithms* . International Thomson Publishing, 1994.
- N. Xiao. An evolutionary algorithm for site search problems. *Geographical Analysis* , 38:227–247, 2006.