

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Propuesta didáctica: Uso del GeoGebra para la Enseñanza de Oscilaciones Reales

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física


Autores:

Marlon Andres Ruilova Peralta

Erick Gustavo Saguy Sasaguay

Director:

Marco Alejandro Rojas Rojas

ORCID:  0000-0002-2644-1344

Cuenca, Ecuador

2024-03-14

Resumen

En el presente trabajo de titulación se abordó el tema Uso del GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales, ya que existen escasas investigaciones donde el uso del software aporte a la comprensión de los contenidos dados en la unidad de Oscilaciones Reales, lo que conlleva a que la enseñanza se vea afectada en el proceso de consolidación de los contenidos. Actualmente se desarrolla un aprendizaje mecánico donde el estudiante memoriza el concepto, sus ecuaciones, pero sin tomar en cuenta la representación gráfica y sus características. Se ha elaborado una propuesta didáctica que fomenta una enseñanza constructivista la cual cuenta con actividades que acompañadas con el uso del software GeoGebra, tiene el propósito de complementar el proceso de enseñanza. Se planteó una metodología con un enfoque cualitativo, mediante la técnica de la entrevista y la recolección de la información se la hizo por medio de un cuestionario. Con los resultados de la investigación se pudo identificar la problemática que existe en la enseñanza de Oscilaciones Reales. Finalmente, se detalla la propuesta didáctica que inicia con una apertura de conocimientos con el fin de despertar el interés y motivación en el tema, actividades de desarrollo y consolidación de conocimientos que con el apoyo del software GeoGebra facilitan el proceso de enseñanza, permitiendo realizar representaciones gráficas, desarrollar un aprendizaje dinámico, entretenido y significativo.

Palabras clave: representación gráfica, aprendizaje mecánico, enseñanza constructivista, enfoque cualitativo



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

In this degree work, the topic Use of GeoGebra for teaching Real Oscillations was addressed, since there is little research where the use of the software contributes to the understanding of the contents given in the Real Oscillations unit, which leads to Teaching is affected in the process of consolidating content. Currently, mechanical learning is developed where the student memorizes the concept, its equations but without taking into account the graphic representation and its characteristics. A didactic proposal has been developed that promotes constructivist teaching which has activities that, accompanied by the use of GeoGebra software, have the purpose of complementing the teaching process. A methodology was proposed with a qualitative approach, using the interview technique and the information was collected through a questionnaire. With the results of the research, it was possible to identify the problems that exist in the teaching of Real Oscillations. Finally, the didactic proposal is detailed, which begins with an opening of knowledge in order to awaken interest and motivation in the topic, development activities and consolidation of knowledge that, with the support of the GeoGebra software, facilitate the teaching process, allowing representations to be made. graphics, develop dynamic, entertaining and meaningful learning.

Keywords: graphical representation, machine learning, constructivist teaching, qualitative approach



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de contenido

Introducción y objetivos	11
1.1 Introducción.....	11
1.2 Antecedentes.....	12
1.3 Problemática.....	13
1.4 Justificación.....	14
1.5 Objetivos.....	15
1.5.1 Objetivo General.....	15
1.5.2 Objetivos específicos.....	15
Fundamentación teórica	15
2.1 Modelos Pedagógicos.....	15
2.1.1 Conductismo.....	15
2.1.2 Cognitivismo.....	16
2.1.3 Constructivismo.....	16
2.2 Enseñanza.....	17
2.2.1 Enseñanza de la Física.....	18
2.2.2 Enseñanza basada en TIC.....	18
2.3 Rol del docente.....	19
2.4 Didáctica.....	19
2.4.1 Didáctica de la Física.....	19
2.5 Recursos didácticos.....	20
2.6 Recursos digitales para la enseñanza.....	20
2.7 GeoGebra.....	21
2.8 Oscilaciones Reales.....	21
Metodología	22
3.1 Descripción de la metodología.....	22
3.2 Aplicación de la entrevista.....	22
3.3 Análisis de resultados.....	22
3.4 Conclusiones de la entrevista.....	31
Propuesta	32
4.1 Descripción de la propuesta.....	32
4.2 Desarrollo de la propuesta.....	32
Conclusiones	33

Recomendaciones	34
Referencias	35
Anexos	38
Anexo A. Cuestionario.....	38
Anexo B. Guía general para la tercera unidad de la asignatura de Oscilaciones y Ondas	39

Índice de tablas

Tabla 1. Años como docente de Física.	22
Tabla 2. Dificultades al momento de desarrollar las clases de Física.	23
Tabla 3. La implementación de recursos didácticos para las clases de Física.	24
Tabla 4. Softwares educativos.	25
Tabla 5. Los softwares apropiados para la enseñanza de la Física.	26
Tabla 6. El uso del software GeoGebra en el desarrollo de las clases.	27
Tabla 7. Pertinencia del GeoGebra en la asignatura de Oscilaciones y Ondas.	28
Tabla 8. Propuesta didáctica para la enseñanza de Oscilaciones Reales mediante el software GeoGebra.	29
Tabla 9. Recomendaciones para la propuesta didáctica mediante el GeoGebra para Oscilaciones Reales.	30

Dedicatoria

Este trabajo de titulación le dedico a Dios por guiar mi camino. A mis padres Marcelo y Vilma, quienes con su esfuerzo me han enseñado cada día el valor de humildad y sacrificio, quienes siempre están conmigo y me brindan amor y un apoyo incondicional. A mis hermanos Fredy, Sandro y Karla, que gracias a su dedicación y esfuerzo he tratado de seguir su ejemplo y por su gran apoyo he logrado alcanzar mi objetivo.

Marlon Ruilova P.

Agradecimiento

Agradezco a Dios por brindarme la salud y darme fortaleza para alcanzar mis objetivos. A mis padres y hermanos por estar siempre conmigo en todos los momentos buenos y difíciles, gracias por brindarme su cariño, amor y un apoyo incondicional, gracias por ser el pilar fundamental para lograr todos mis sueños. Gracias a toda mi familia Ruilova Peralta por apoyarme.

Agradezco a mi tutor de tesis Mgst. Marco Rojas por su paciencia y sus consejos durante todo el proceso, gracias a todos los docentes de la universidad por compartir y aportar sus conocimientos y experiencias.

Agradezco a mis amigos y a mi grupo "Las Alpacas" quienes me han acompañado desde un inicio y me brindaron una amistad sincera.

Marlon Ruilova P.

Dedicatoria

Este trabajo de titulación se lo dedico a Dios por estar siempre presente en mi vida, cuidarme en cada ámbito de mi vida laboral y académica, también por la fuerza y fortaleza que me dio en el transcurso de mis estudios que fueron de gran ayuda para llegar al momento de culminar mi carrera.

Con mucho cariño a mi Madre Blanca, quien estuvo a cargo de mí en el transcurso de mi vida y me ayudó en todo momento dándome una excelente educación, siempre ha sido mi inspiración para ser una gran persona, responsable, solidaria y tener mucha fuerza de voluntad para cumplir mis metas y objetivos, le agradezco por nunca dejarme solo y brindarme sus consejos para cada día mejorar como ser humano. De igual manera a mi Padre Patricio por darme la vida, por sus regalos y apoyo económico que me sirvió a lo largo de estos años de estudio.

A mis hermanos Efraín, Andres y Dayanna, quienes estuvieron conmigo en todo este proceso de estudio, me motivaron a que puedo conseguir todas las metas que tengo, pues con su apoyo he logrado varias cosas buenas en mi vida, me fomentaron valores que han servido para poder esforzarme en mis estudios. Especialmente dedico este trabajo a mi hermano Andres, a mi primo Julián y mi Abuelita Rosa que han sido un pilar fundamental en mi vida académica, ya que fueron de gran auxilio cuando más lo necesitaba y siempre tenían consejos que me sirvieron para no darme por vencido.

Erick Saguy S.

Agradecimiento

Quiero agradecer a Dios por regalarme la vida y darme salud todos los días lo que ha provocado que pueda estar en este momento de culminar mis estudios, a mi familia que a lo largo de estos 6 años me han apoyado incondicionalmente ya sea económicamente o con consejos que me han servido en mi vida como estudiante.

A mis compañeros de la universidad, especialmente a mi amigo Marlon Ruilova que aceptó ayudarme en mi proceso de titulación y en todo momento estuvo pendiente del trabajo de investigación que realizamos para que este pueda ser realizado de la mejor manera posible.

Finalmente, agradezco a mi docente Tutor Mgst. Marco Rojas por ser de gran ayuda en el proceso de realizar este trabajo de investigación, ayudarnos con sus ideas y ser una guía a la hora de realizar las actividades que correspondían para poder terminar el proceso de titulación.

Erick Saguay S.

Introducción y objetivos

1.1 Introducción

La enseñanza de las Oscilaciones y Ondas constituye un aspecto fundamental en la formación académica de los estudiantes de la Carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca. Esta cátedra que resulta de vital importancia para los estudiantes, puesto que son los futuros docentes de esta materia. En su tercera unidad se encuentra el estudio de Oscilaciones Reales que puede presentar desafíos significativos para el estudiante debido a la naturaleza abstracta y compleja de los conceptos involucrados, además la falta de recursos didácticos dificulta aún más el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es crucial adoptar enfoques de enseñanza que fomenten la participación activa, utilizando herramientas visuales que proporcionen ejemplos concretos que relacionen las oscilaciones reales con aplicaciones del mundo real. Entre las alternativas se tiene al software GeoGebra, de acuerdo con Cervantes M, A. K., Rubio U, L. M., & Prieto G, J. L. (2015) el software permite representar dinámicamente o simular el comportamiento de diversos fenómenos físicos con el fin de brindar a los estudiantes una experiencia parecida a un experimento real. Esta interactividad fomenta el aprendizaje activo, debido a que los estudiantes pueden experimentar y estudiar directamente con los principios físicos, permitiendo explorar y comprender fenómenos difíciles de visualizar, promoviendo así un vínculo más sólido entre la teoría y la práctica.

La integración de recursos visuales, experimentos y simulaciones en la enseñanza de las oscilaciones reales puede mejorar la comprensión y el interés del estudiante al proporcionar experiencias dinámicas e interactivas. Las simulaciones en el software ofrecen una representación visual de los conceptos físicos de las oscilaciones, brindando beneficios significativos tanto para el docente como para el estudiante. Las simulaciones fomentan el aprendizaje activo al permitir modificar variables, observar resultados y analizar los patrones.

Esta interactividad promueve la participación y el compromiso, contribuyendo a un aprendizaje significativo, por tal razón se anhela que el docente utilice recursos visuales como las simulaciones como apoyo para reforzar el proceso de enseñanza. Pues, en el contexto educativo actual, las simulaciones se han convertido en una herramienta útil para facilitar la comprensión de conceptos abstractos y complejos.

En este contexto surge la necesidad de crear una propuesta didáctica que apoye al docente a proporcionar experiencias más dinámicas e interactivas, mediante la elaboración de guías que incluyen actividades, simulaciones mediante el software GeoGebra y observaciones para que el docente puede utilizarlo correctamente, a la vez que, refuerza el proceso de enseñanza de Oscilaciones Reales.

1.2 Antecedentes

La enseñanza de la física se presenta como un conjunto de saberes que están definidos, los cuales presentan dificultades en la apropiación de contenidos por parte del estudiante, por lo tanto, existen varias investigaciones o debates que discuten modelos, enfoques o estrategias tanto para la enseñanza como para el aprendizaje de tales conocimientos (Jara, 2005). Alberto Vera Tapias (2012) en su investigación titulada “Explorando las ondas: una propuesta didáctica para la enseñanza - aprendizaje de algunos conceptos básicos del movimiento ondulatorio”, tuvo como objetivo, mejorar la comprensión y desempeño de algunos conceptos de movimiento ondulatorio a través de metodologías innovadoras que despierten el interés, motivación y la participación de los estudiantes demostrando que el docente tiene el rol de involucrarlos en procesos de construcción y reconstrucción del conocimiento. La propuesta didáctica del autor ejecuta una serie de actividades creativas y prácticas que pueden ser desarrolladas durante la exposición del conocimiento de ondas, de tal forma que mediante una combinación entre teoría y práctica se obtengan mejores resultados.

Como segundo antecedente, se ha considerado el siguiente aporte de Chillogallo J. y Velásquez S., (2019), quienes han realizado la investigación titulada “Construcción de material didáctico para mejorar el aprendizaje de algunos temas en oscilaciones y ondas”. La misma surge con la finalidad de aplicar una metodología constructivista que pretende fomentar la participación por parte del educando mediante el uso práctico de material didáctico. Es por ello que dicha investigación sirve como una herramienta para facilitar el adecuado desarrollo del conocimiento, relacionando contenidos educativos con fenómenos naturales presentes en su entorno, evitando así una clase tradicional.

Como tercer antecedente se tomó del trabajo realizado por Navarro V., Arrieta X. y Delgado M., (2017). En su investigación expone a GeoGebra como una herramienta tecnológica en el quehacer educativo que se caracteriza por su dinamismo, lo cual permite explorar relaciones entre los objetos, características de los mismos y valorar su conocimiento. Es un recurso tecnológico que puede ser usado para flexibilizar el tiempo y espacio de las actividades docentes, además fomenta el uso de estrategias de enseñanza participativas y constructivas.

En este antecedente el objetivo es describir una programación didáctica mediante el uso de esta herramienta informática en el desarrollo de competencias en la formación de conceptos de oscilaciones y ondas, debido a que logra que los contenidos sean correctamente comprendidos, adquirir una motivación y estimulación en la memoria del estudiante porque el proceso de aprendizaje es visual, gráfico y de ubicación espacial.

Con respecto a las investigaciones mencionadas, se puede recalcar que la enseñanza de oscilaciones reales mediante el uso de una metodología constructivista y como recurso didáctico, el GeoGebra permite que tanto los estudiantes como el docente optimicen tiempo y recursos, logrando potenciar un aprendizaje significativo.

1.3 Problemática

En la Universidad de Cuenca, en la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, en la Carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales, se imparte la cátedra de Oscilaciones y Ondas, en su tercera unidad se estudia el tema de Oscilaciones Reales. La comprensión de los contenidos presentes en esta unidad es compleja, además la falta de recursos didácticos dificulta aún más el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La asignatura de Oscilaciones y Ondas es necesaria en la Carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales, misma que es considerada como una de las ramas de la Física con un alto grado de dificultad en el proceso de enseñanza. De acuerdo con Fárez Plaza y León Guamán (2017) en su investigación titulada "Recursos didácticos para elasticidad, movimiento oscilatorio, ondas y acústica de la asignatura de oscilaciones y ondas" han concluido que existe ciertas complicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la materia de Oscilaciones y Ondas. Donde los estudiantes han manifestado la abstracción y complejidad de la materia, lo que genera dificultades al momento de interiorizar el concepto, el análisis y las aplicaciones de los fenómenos oscilantes. Además, creen necesario la implementación de recursos didácticos por parte del docente que ayuden a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En base a lo mencionado anteriormente, el trabajo de investigación gira en torno a la interrogante: ¿Cómo apoyar el proceso de enseñanza de Oscilaciones Reales mediante el uso de GeoGebra en la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca?

1.4 Justificación

La enseñanza de la Física debe ser una vivencia dinámica e interesante, a partir de la experimentación o mediante el uso de softwares educativos, pues el empleo de los mismos permite al estudiante experimentar el concepto desde la observación y la estimulación. Se debe preparar y brindar al estudiante experiencias educativas, tales como las simulaciones de fenómenos físicos y preparar problemas de situaciones de la vida real, debido a que le ayudará a construir propiedades conceptualizables de dichas vivencias.

Considerando el nivel de dificultad en la enseñanza de la asignatura de Oscilaciones, es recomendable incluir situaciones del campo conceptual de la materia con la tecnología. La propuesta acerca de la implementación del software GeoGebra para mejorar la comprensión mediante las simulaciones de los fenómenos oscilantes permitirá mejorar el proceso de asimilación de los conceptos. Al fomentar el uso del software educativo dentro del aula de clase podrá contribuir en el proceso de aprendizaje, debido a que permite generar simulaciones para que el estudiante comprenda los principios físicos de los fenómenos naturales.

En la investigación realizada por D. Rodríguez Fernández, V. L. Amaro Soris y J. E. Hernández Ruiz. (2018) titulada “Experiencias en el empleo del GeoGebra en las clases de Física General I y II de Licenciatura en Física” consideran que:

El GeoGebra brinda la posibilidad de construir simulaciones de física, sencillas y atractivas, que pueden ser empleadas para ilustrar y modelar determinados fenómenos y problemas en las conferencias y para verificar las respuestas de preguntas y problemas en las clases prácticas.

Además, de acuerdo con Benavides, G. Benavides, N. y Jumbo, C. (2018) afirman que mediante el uso del GeoGebra permite mejorar significativamente la modelación, creando nuevas aplicaciones y formas espaciales encaminadas a utilizarlas en la transformación de la realidad concreta o explicación de fenómenos de la realidad.

Por lo antes mencionado se evidencia que la utilización del software GeoGebra sirve para mejorar la comprensión, razonamiento y permitiendo la dinamización de contenidos físicos como matemáticos. Por tal razón, con la creación de simulaciones mediante el GeoGebra se dará un apoyo a los docentes de la Carrera y un nuevo recurso para la enseñanza del tema, de esta manera se tratará de disminuir las dificultades en el proceso de enseñanza.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Diseñar una propuesta didáctica sobre el uso de GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales en el sexto ciclo de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

1.5.2 Objetivos específicos

Fundamentar teóricamente los conceptos de: constructivismo, enseñanza en el constructivismo, didáctica, recursos didácticos, GeoGebra y Oscilaciones Reales.

Indagar sobre el uso de GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales mediante una entrevista dirigida a los docentes de la Carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales.

Elaborar actividades sobre Oscilaciones Reales mediante el uso del software GeoGebra.

Fundamentación teórica

Es de vital importancia conocer sobre los fundamentos teóricos de la presente investigación, por ello se desarrollarán los conceptos de: Modelos pedagógicos, enseñanza, didáctica, recursos didácticos, GeoGebra y Oscilaciones Reales.

2.1 Modelos Pedagógicos

2.1.1 Conductismo

El conductismo es una corriente relacionada con la investigación de la conducta humana en donde el proceso de enseñanza es el resultado de estímulos concretos por lo cual los conocimientos que adquirimos es por medio de mecanismos asociativos a través de los sentidos. (Rubén, 2013). Tiene un interés en las acciones humanas donde se desea controlar las reacciones que el hombre pueda tener, es así que la psicología pretende anticipar y fiscalizar la actividad humana y para conseguirlo debemos reunir datos científicos de forma experimental y solo así será posible para el conductista inferir en la acción o reacción de la situación o estímulo que ha recibido. Por lo antes mencionado se puede establecer que a través de la conducta podemos llevar al sujeto a la apropiación del conocimiento modificando su entorno; de tal forma que al brindar bases y lineamientos para estructurar la educación en su proceso de aprendizaje se puede llegar a un resultado en el que el conocimiento se da desde el estímulo correspondiente. (Sánchez, 2014)

2.1.2 Cognitivismo

El cognitivismo hace referencia a las actividades mentales en los procesos de aprendizaje del estudiante, donde la información se basa en experiencias, creencias que hace que el estudiante reciba, localice y almacene la información en la memoria de forma significativa y organizada. El cognitivismo se opuso al conductismo abandonando la orientación mecánica, pensando en favor de un enfoque más involucrado, al darse cuenta de que las personas tienen la capacidad de pensar, tomar decisiones, expresar emociones y de expresar ideas, lo cual es crucial para el proceso de aprendizaje.

Según la teoría de Ausubel sobre el aprendizaje significativo por recepción, el aprendizaje ocurre cuando el material se presenta en su forma final y establece un vínculo entre los conocimientos nuevos y previos de los estudiantes. (Van de Velde, s. f.). Lo que implica que el aprendizaje se base en procesos internos del estudiante y que el docente sea un facilitador que apoye en el desarrollo entre el conocimiento previo y el nuevo para promover la asimilación de los conocimientos. El objetivo del aprendizaje cognitivo es también considerar la técnicas y estrategias que mejoren el aprendizaje de los contenidos.

2.1.3 Constructivismo

El constructivismo es considerado como una corriente pedagógica que postula que el docente debe brindar al estudiante herramientas con las que pueda construir varios tipos de procedimientos que ayuden a solucionar problemas, por ello el proceso de enseñanza-aprendizaje es una interacción dialéctica entre los conocimientos tanto del docente como del estudiante, pues constantemente se encuentran en un debate, discusión o diálogo que permiten que el aprendizaje sea productivo y significativo. (Ortiz, 2015)

Según el Ministerio de Educación Nacional (2010) menciona que “Un buen docente es capaz de organizar sus actividades de tal forma que se promocióne el aprendizaje para todos los involucrados en el proceso” (p.45). Por tal motivo, el constructivismo es un proceso dinámico, interactivo y participativo del individuo, en donde el conocimiento es una construcción manejada por la persona que aprende, sin embargo los docentes cumplen con un papel predominante en el proceso de aprendizaje pues tiene la función de proporcionar entornos colaborativos en donde fomentan la reflexión basada en la experiencia, permitiendo así que el contenido sea dependiente de la construcción del conocimiento, pues no dan las clases magistrales en el sentido tradicional sino que acuden a diversos materiales que permiten que los estudiantes se comprometan de manera activa mediante manipulación e interacción social.

La razón de conocer una pedagogía constructivista es para dar respuesta a una serie de aspectos del proceso de enseñanza, entre los que se destacan: el entorno a la adquisición de conocimientos, intervención en el proceso enseñanza a través de necesidades, intereses y motivaciones de los estudiantes; así como de la constante modernización del conocimiento de forma conjunta con una reestructuración de la acción docente (Barriga y Hernández, 2010). Además, plantea que el conocimiento es una constante construcción realizada por el sujeto; cada persona la moldea de acuerdo a su realidad y genera experiencias únicas. En el proceso de enseñar, se manifiesta como una interacción entre los conocimientos del docente con los del estudiante, realizando discusiones, diálogos y afirmaciones que llevan a un modelo significativo al final de dicho proceso. (Ortiz, 2015)

2.2 Enseñanza

Las personas cada día aprenden intencionalmente de manera natural. Sin embargo, una de las formas de aprendizaje más importantes ocurre cuando una persona o un equipo ayuda a otros a aprender; es decir, cuando les enseñan. Para Davini (2008) la enseñanza debe ser una práctica social e interpersonal, como hoy en día observamos en los distintos establecimientos educativos con la interacción entre docentes-estudiantes. Con el transcurso de los años ha surgido la necesidad de crear y encontrar metodologías para mejorar el proceso de enseñanza. De modo que se busque que el aprendizaje sea reflexivo, crítico, realista, dinámico, creativo y viable.

Dentro de un enfoque constructivista la enseñanza es entendida como un proceso en el cual se ayuda y se apoya al estudiante en la construcción del conocimiento. Según (Freire, 2003) enseñar no es solo transferir el conocimiento, sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción.

La enseñanza constructivista considera que el aprendizaje humano es una construcción interior y es posible que tenga éxito si tanto el docente como el estudiante logran compartir sus conocimientos. Las aulas constructivistas se enfocan en las interrogantes e intereses que tengan los estudiantes por el contenido de la clase o incluso de situaciones de la vida cotidiana. Para que el proceso de enseñanza sea dinámico es necesario que en las aulas haya grupos pequeños, de este modo podrán interactuar y manipular las herramientas que sean facilitadas por el docente de mejor manera. En este proceso, el aprendizaje es interactivo y está centrado en el estudiante para la construcción del conocimiento, pues el estudiante se encarga de seleccionar y organizar la información de diversas fuentes y así responder a varias problemáticas. Finalmente, este tipo de enseñanza permite que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas, obtengan aprendizajes significativos a largo

plazo, fomenta el nivel del desarrollo del estudiante y por último toma en cuenta los conocimientos previos. (Ortiz, 2015)

2.2.1 Enseñanza de la Física

En el proceso de enseñanza de la Física los docentes por lo general han utilizado los métodos donde expone el tema y los elementos que emplea en sus clases son libros y el pizarrón. Sin embargo, la enseñanza de la Física debe ser una vivencia dinámica e interesante, se debe brindar al estudiante experiencias educativas que fomente la curiosidad, el espíritu crítico, reflexivo, activo, creativo e innovador.

Los autores Navarro , Arrieta y Delgado (2017) exponen la importancia que “los estudiantes de física desarrollen competencias para la formación de conceptos, necesarios para participar en la sociedad contemporánea, de manera reflexiva y crítica”. Al momento de la enseñar Física al estudiante se debe tener en cuenta que enseñanza deba estar enlazada con la realidad, preparar situaciones de la vida cotidiana y que el aprendizaje sea útil y práctico. De tal manera que aumente el interés por el estudio de la Física y que el estudiante este preparado para resolver problemas en su entorno.

2.2.2 Enseñanza basada en TIC

En cuanto al ambiente virtual, el papel del docente no debe variar a la definición antes mencionada. La enseñanza debe presentar una perspectiva de ayuda al proceso de aprendizaje que realiza el estudiante, el docente será un apoyo y soporte educativo en la realización de tareas conjuntas (Onrubia, 2005). Lo dicho anteriormente cobra aún más sentido si como afirman Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2004), “El propósito de la enseñanza de las matemáticas no sólo se trata de capacitar a los estudiantes a resolver los problemas cuya solución ya se conoce, sino se trata de prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de solucionar” (p. 68). Por lo expuesto, se tienen algunas actividades claves que de acuerdo a la función pedagógica que desarrolla el docente contribuyen a una enseñanza eficaz de cierto tema. Bajo la enseñanza basada en las TIC debe adoptar una postura de diseñador de espacios virtuales, mediador de conocimientos entre el estudiante y las TIC y facilitador de materiales digitales. A la vez, recae sobre él la importancia en el desarrollo de actividades, materiales y recursos que factibilicen el aprendizaje de los estudiantes (Badia y García, 2006).

2.3 Rol del docente

En este modelo pedagógico el rol del docente tiene un cambio predominante, pues su papel es de moderador, mediador y un participante más de esta experiencia. El docente es el encargado de crear un clima armónico de mutua confianza entre él y el estudiante, partiendo de la situación en la que se encuentre el educando, por ello es necesario que sea conocedor de los intereses, diferencias individuales, necesidades y estímulos que reciba del entorno el estudiante, para ser más eficiente en su desempeño. Del mismo modo, sin importar la asignatura que imparta ni el nivel en el que se encuentre, debe estimular y a la vez aceptar la autonomía del estudiante, por lo que su docencia debe basarse en el manejo de terminología cognitiva y recursos didácticos, esto permitirá que en cada una de sus clases pueda especificar con claridad los propósitos de la clase, ubicar con certeza a los estudiantes en el grupo de estudio en el que se sientan cómodos, explicar claramente la actividad a realizar, controlar la efectividad del grupo y evaluar continuamente el nivel de logros de todos los estudiantes. (Ortiz, 2015)

2.4 Didáctica

El término didáctica proviene de una doble raíz *docere* y *discere* cuyo significado es enseñar y aprender. La Didáctica es esencial para el profesorado dentro del procesos de enseñanza-aprendizaje. Teniendo en cuenta a (Medina Rivilla y Salvador Mata, 2009) consideran que la didáctica tiene que ser reflexiva y comprensiva con modelos pedagógicos que posibiliten mejor la interpretación de la labor del docente e intereses del estudiante.

La didáctica es una parte de la pedagogía que se dedica a la formación dentro de un contexto determinado por medio de la adquisición de conocimientos teóricos y prácticos, pues contribuye al proceso de aprendizaje a través del desarrollo de instrumentos. Conocer el concepto de didáctica es primordial para que el proceso de enseñanza sea el correcto, el docente es quien tiene la responsabilidad de reflexionar sobre su práctica y de este modo cambiar o fortalecer el proceso de enseñanza mediante el desarrollo de clases activas y participativas que involucren el uso de recursos didácticos, aportando estrategias educativas que permitan facilitar este proceso. (Carvajal, 2009).

2.4.1 Didáctica de la Física

La didáctica de la física se entiende como aquel proceso educativo que se desenvuelve de manera novedosa, donde su fin es que los procesos de pensamiento conlleven a la adquisición de conocimientos propios de la física. (Cruz y Espinoza, 2012). Es una ciencia

que posee un campo de conocimiento propio con sus objetivos de enseñanza particulares, donde posee varios contextos como son institucionales, metodológicos y globales los cuales no pueden estar pensados de manera separada sino por el contrario debe haber una interacción, en donde el docente debe encontrar la manera de adquirir los conocimientos solucionando los problemas circunstanciales de la enseñanza, con el fin de decidir cuál es un modelo pedagógico adecuado para los estudiantes, es decir encontrar formas convenientes de enseñar la física para que provoquen en los integrantes de la clase la formación de imágenes correctas y pertinentes del fenómeno impartido. Estas afirmaciones son necesarias para lograr formar al estudiante como un investigador que haciendo uso de los conocimientos impartidos cree nuevas formas de satisfacer sus necesidades y adquirir un mejor nivel de vida educativa. (Klein, 2012)

2.5 Recursos didácticos

Los recursos didácticos son cualquier tipo de soporte material audiovisual, medios didácticos físicos o tecnológicos que tiene como finalidad facilitar el proceso de enseñanza, actúan como instructivos, guías de apoyo pedagógico y metodológico que permitirá forjar acciones adicionales para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por tal motivo, los educadores emplean este tipo de material en instituciones formativas, en clases magistrales de cualquier asignatura, para que sus labores sean más eficientes, las mismas requieren el compromiso por parte del docente pues es él quien va a servir de guía a lo largo del proceso formativo del estudiante. Además, cabe recalcar que estos recursos son fundamentales en cualquier modelo educativo porque dinamizan la trasmisión de saberes y permite que esto sea posible mediante modelos y formas distintas, puesto que está claro que no todo el mundo puede aprender y comprender de la misma manera. (Vargas, 2017)

2.6 Recursos digitales para la enseñanza

Los recursos digitales son todo tipo de material e información donde su diseño tiene un propósito educativo. Es decir, los recursos educativos deben cumplir objetivos específicos y características didácticas que impulsen el proceso de enseñanza o se adapten de manera frecuente a las necesidades e intereses de los estudiantes. (Ortiz, 2017)

Un recurso digital es desarrollado de manera interactiva y dinámica, ya que está realizado con el fin de mejorar, fortalecer y contextualizar el quehacer docente, estos recursos son importantes para el correcto desenvolvimiento de modelos de enseñanza que están presentados mediante animaciones, tutoriales, visualización de imágenes o videos, etc., con el fin de dar apoyo a los problemas que se presentan. (Rabajoli, 2012). Estos recursos sirven

como una herramienta educativa o material didáctico para llamar la atención del estudiante con estrategias que los acercan a comprender de mejor manera los procesos educativos, las que pueden estar de manera explícita o implícita pero relacionadas con el logro de objetivos previamente establecidos por el educador a partir de su reflexión pedagógica sobre cómo se construye y aprende el conocimiento. (Ortiz, 2017). En otras palabras, todo material digital que sea un apoyo para el desarrollo de modelos pedagógicos interactivos y críticos que promuevan un aprendizaje abierto puede ser un recurso educativo si es posible su aplicación en la enseñanza.

2.7 GeoGebra

El GeoGebra es un recurso tecnológico importante y de notable apoyo para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física. Esta herramienta permite visualizar y representar simulaciones de distintos fenómenos físicos, que permite al estudiante tener una experiencia semejante a un experimento real. El software de libre acceso se puede utilizar desde los primeros años de educación general básica hasta la educación superior.

Es una herramienta imprescindible para el aprendizaje, esta plataforma permite crear representaciones gráficas, está dividida en varias secciones que incluyen álgebra, geometría, gráficos 3D, probabilidad y una parte de programación que permite trabajar con ecuaciones y hojas de cálculo. El docente es el que deberá ir descubriendo las posibilidades que ofrece este software para poder adaptar su contenido con esta herramienta digital, de tal manera que se facilitará el proceso de enseñanza. Además, el contenido que presente el mismo será dinámico y muy atractivo para que los estudiantes experimenten una enseñanza diferente y agradable, en un ambiente interactivo y didáctico. (Benavides, Benavides y Jumbo, 2018)

De acuerdo con (Navarro , Arrieta y Delgado, 2017) menciona los beneficios al momento de utilizar GeoGebra en sus clases durante varios años, se evidenció que el uso de esta herramienta fomenta la motivación en los estudiantes. Por tal motivo puede decirse que, sin duda alguna, el GeoGebra tiene un gran potencial para generar aprendizajes significativos.

2.8 Oscilaciones Reales

La oscilación es una palabra que describe movimiento el cual debe cumplir dos condiciones como son: el periodo y un movimiento alrededor de una posición de equilibrio, además se lo conoce como el vaivén que se detecta en los movimientos oscilatorios. La oscilación está presente en la transformación, perturbación o fluctuación de un sistema a lo largo del tiempo, es decir, explica las características que intervienen en un fenómeno donde el objeto nace

desde una posición de equilibrio, recorre un trayecto, luego regresa a su posición inicial y se repite con el tiempo. (Avecillas, 2018)

Las oscilaciones reales son representaciones de fenómenos que están presentes en la naturaleza en la cual intervienen fuerzas externas o internas que describen su trayectoria y para ello se utilizan distintas ecuaciones que ayudan a entender el movimiento que tiene cada una de estas para comprender sus características y funcionamiento. Entre los fenómenos oscilatorios más comunes están los péndulos y resortes.

Metodología

3.1 Descripción de la metodología

La investigación se realiza desde un enfoque cualitativo, donde la técnica que se va a utilizar es una entrevista y la recolección de información se realiza mediante un cuestionario. Se pretende indagar sobre el uso del GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales. La aplicación del cuestionario permite conseguir reflexiones, experiencias y opiniones sobre el uso del GeoGebra para el estudio de dicho tema. La información que se obtenga sirve de apoyo al momento de elaborar la propuesta didáctica.

3.2 Aplicación de la entrevista

Es necesario identificar a quienes se realiza la entrevista, por lo tanto, la población son los tres docentes de la cátedra de Física de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca. No se realizará el estudio de muestra, ya que se trabaja con toda la población.

3.3 Análisis de resultados

Para levantar la información se utilizó un cuestionario (Anexo 1). A continuación, se muestran los resultados por cada pregunta realizada en la entrevista.

Pregunta 1: ¿Cuántos años ejerce usted como docente de Física?

Tabla 1. Años como docente de Física.

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	Como docente de Física, entre colegio y universidad, como 8 años.

Docente 2

Ocho años en educación secundaria y dos en educación superior.

Docente 3

Como docente de Física más o menos 20 años.

Interpretación: Los entrevistados han ejercido como docentes de Física entre 8 a 20 años y han tenido experiencia tanto en la educación secundaria como docentes en la educación superior.

Pregunta 2: ¿Cree usted que hay dificultades al momento de desarrollar las clases de Física? ¿Por qué?

Tabla 2. *Dificultades al momento de desarrollar las clases de Física.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	<p>En realidad sí, es muy difícil el hecho de que aunque se intente realizar experimentación no siempre es útil, puesto que hay algunos aspectos que por más que uno haga el experimento no les queda claro a los estudiantes. Se debe tener una mezcla de múltiples recursos para enseñar y tener en cuenta lo complejo de la asignatura para los estudiantes.</p> <p>Otra causa es la falta de tiempo. Hay muchos contenidos que se ven en poco tiempo, entonces se tiene que ir de manera superficial. En el colegio es mucho más notorio porque los contenidos siguen manteniéndose, pero cada vez se reduce más la carga horaria. Los profesores tratan de dar de manera muy superficial los contenidos lo que complica la enseñanza de la física.</p>
Docente 2	<p>Sí, existen dificultades al momento de desarrollar las clases de Física, ya que la física es una materia que a menudo se percibe como difícil y abstracta. Los estudiantes pueden tener dificultades para visualizar los conceptos físicos y aplicarlos en situaciones reales. Además, la enseñanza de la física puede requerir el uso de matemáticas avanzadas, lo que puede ser un desafío para algunos estudiantes.</p>

Otra dificultad que se puede presentar al enseñar física es la falta de recursos y equipo adecuado para llevar a cabo experimentos y demostraciones prácticas en el aula. Los maestros pueden enfrentar limitaciones presupuestarias y de tiempo, lo que dificulta la planificación y ejecución de actividades prácticas para sus estudiantes.

Docente 3

Eso sí hay mucho. Depende del tema de la Física, hay materiales que usted puede conseguir y otros que no. Existen temas en los que tiene simulaciones y otros temas no.

Interpretación: Las respuestas dadas por los docentes entrevistados, dan en cuenta que, si existen dificultades al momento de desarrollar las clases de Física. Se puede evidenciar que la Física es una materia compleja y abstracta. Además, los entrevistados han considerado una dificultad en común, que es la falta de recursos y equipos adecuados para llevar a cabo demostraciones, simulaciones y experimentos en las cuales se pueda evidenciar los distintos fenómenos físicos que se estudia. Otra causa que han presentado los entrevistados al momento de desarrollar las clases de Física es el tiempo, lo cual dificulta y limita a la ejecución de actividades prácticas para los estudiantes, además los temas se revisan de manera superficial y de forma ligera, debido a que se debe cumplir con la carga horaria propuesta.

Pregunta 3: ¿Cree usted que es necesaria la implementación de recursos didácticos para mejorar las clases de los diferentes temas de Física?

Tabla 3. *La implementación de recursos didácticos para las clases de Física.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	En realidad sí, a veces no solo la experimentación es útil, sino también complementar con recursos didácticos. Hay cosas que realmente un recurso didáctico ayuda mucho, si es dinámico o si se mueve, es mucho mejor todavía, conforme se enseña en una clase magistral, se indica con el recurso, pero si es tecnológico que sea dinámico. Porque no es solo mostrar una fotografía, mostrar una imagen, sino que sea interactivo para que el estudiante pueda tener una visión un poco más abstracta de lo que está estudiando. Existe

	teoría que respalda que el uso de los recursos es bueno, no solo en la Física, sino a nivel general.
Docente 2	Sin duda, la práctica de la Física permite el aprendizaje significativo en los estudiantes.
Docente 3	Todo es bueno y necesario en el proceso de enseñanza de la Física, pero también se sabe que antes han aprendido la física sin necesidad de ello.

Interpretación: Los docentes declaran que el uso de recursos didácticos en el desarrollo de las clases de Física es bueno, puesto que su uso genera motivación y permite al estudiante tener un aprendizaje significativo. Además, facilita en el proceso de enseñanza conforme se desarrolla una clase magistral, se puede ir indicando con el recurso didáctico al mismo tiempo. Con respecto a la experiencia del Docente 3 considera que no es necesario su uso, puesto que, antes han aprendido Física sin recursos didácticos.

Pregunta 4: ¿Conoce usted sobre los softwares educativos?

Tabla 4. *Softwares educativos.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	A nivel general, hay el GeoGebra, PhET Colorado, PowerPoint y Educaplus. Con respecto a las simulaciones que son bastante dinámicas, tenemos softwares avanzados como por ejemplo: Matematics, MATLAB, Tracker.
Docente 2	Si, algunos como: Wolfram Mathematica, que es un software de matemáticas avanzado que incluye cálculo simbólico, visualización de datos y programación. MATLAB, es un software de cálculo numérico que se utiliza para análisis de datos, modelado y simulación. Maple: un software de cálculo simbólico y numérico que se utiliza para álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales, entre otros.

GeoGebra: un software de matemáticas dinámico que permite visualizar y experimentar con conceptos matemáticos.

SageMath: un software de matemáticas gratuito y de código abierto que incluye cálculo simbólico, visualización y programación.

Mathematica Online: una versión en línea de Wolfram Mathematica que permite acceder a las funciones de matemáticas avanzadas desde cualquier lugar.

Docente 3 Sí, algunos sí conozco.

Interpretación: Los docentes supieron expresar que, si conocen distintos softwares educativos, que a lo largo de su trayecto como docentes se han apoyado para el desarrollo de sus clases.

Pregunta 5: ¿Conoce usted softwares apropiados para la enseñanza de la Física? ¿Cuáles?

Tabla 5. *Los softwares apropiados para la enseñanza de la Física.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	<p>Depende mucho de cuál sea la temática porque como docente se tiene que mezclar varios softwares al mismo tiempo para lograr algo, lo que sí se recomienda es que por lo menos sea de acceso gratuito.</p> <p>Con respecto a los softwares según algunas investigaciones, es el GeoGebra porque permite hacer simulaciones en MCU, en MRUV, movimientos armónicos, de que existen algunos que tienen muchas más ventajas que otros, sí, pero mencionar alguno en específico no.</p>
Docente 2	<p>Algodoo: un software de simulación de Física 2D que permite a los estudiantes crear simulaciones de objetos físicos y experimentar con diferentes parámetros y condiciones.</p>

Tracker: un software de análisis de video que permite a los estudiantes analizar y medir el movimiento en videos de experimentos de Física.

PhET: una colección de simulaciones interactivas gratuitas para la enseñanza de la física, desarrolladas por la Universidad de Colorado Boulder.

Docente 3

Algunos son más fáciles de utilizar que otros. Por ejemplo: Modellus es un programa muy bueno para hacer simulaciones de la física, en GeoGebra he visto algunas animaciones, pero no me gusta mucho su uso. Pero depende del tema y de cómo usted los ejecute para que los alumnos puedan aprender. O sea, de ahí que sea apropiado, no, eso creo que no está en mi capacidad de evaluar porque cada alumno aprende de diferente manera, cada profesor entiende de diferente manera, entonces no se puede argumentar si es bueno o malo su uso.

Interpretación:

Los docentes participantes, dan a conocer varios softwares educativos apropiados para la enseñanza de la Física. En la entrevista mencionaron la funcionalidad de cada uno de ellos, en los diferentes temas en la Física. Además, supieron expresar las ventajas que tienen los softwares y como desventaja supieron indicar que algunos de ellos requieren un pago para su uso, lo cual dificulta al docente como a los estudiantes.

Pregunta 6: ¿Ha utilizado el software GeoGebra en sus clases?

Tabla 6. *El uso del software GeoGebra en el desarrollo de las clases.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	Si el GeoGebra permite hacer simulaciones en MCU, MRUV y movimientos armónicos.
Docente 2	Si en múltiples ocasiones ya que facilita la aplicación de procedimientos matemáticos complejos.
Docente 3	Muy pocas veces.

Interpretaciones: El Docente 1 y 2 supieron manifestar que, si han utilizado en múltiples ocasiones el software GeoGebra en el desarrollo de distintas temáticas de Física, debido a que permite realizar simulaciones de los fenómenos físicos estudiados. Además, facilita y apoya en los procesos matemáticos. En cuanto al Docente 3, supo expresar que en muy pocas ocasiones ha hecho uso del software GeoGebra.

Pregunta 7: ¿Usted cree pertinente el empleo del GeoGebra para abordar la asignatura de Oscilaciones y Ondas?

Tabla 7. *Pertinencia del GeoGebra en la asignatura de Oscilaciones y Ondas.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	Si es pertinente, la ventaja del GeoGebra es que es gratis y permite hacer simulaciones donde varían los parámetros. Inclusive en el caso de simulaciones, permite dibujar un resorte y que se mueva el resorte. Además, que se dibuje la gráfica de tal manera que los estudiantes relacionen el movimiento con la oscilación.
Docente 2	En GeoGebra, se pueden crear gráficos interactivos y animaciones que muestran el movimiento de las ondas, la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y otras propiedades importantes. Los estudiantes pueden experimentar con diferentes parámetros y observar cómo afectan el comportamiento de las ondas.
Docente 3	Creo que sí, GeoGebra permite hacer las gráficas y en la parte matemática permite observar la fórmula, cómo es la ecuación. Mientras que las simulaciones ayudan a ver cómo es el movimiento, para que el alumno tenga la noción de cuál es el fenómeno que está estudiando. El GeoGebra me parece que es bueno para visualizar la matemática y en qué se transforma en una ley física, en la que yo estoy avanzando, de dónde sale, pero no en el fenómeno físico que se estudia, por ejemplo: donde se visualiza las oscilaciones y ondas. La física estudia fenómenos, no estudia matemáticas. El GeoGebra, es para visualizar esa matemática que el alumno está haciendo y cómo se hacen las gráficas de esa matemática, pero no entender propiamente el fenómeno que está estudiando.

Interpretación: Los entrevistados supieron expresar que si es pertinente el empleo del software GeoGebra para abordar la asignatura de Oscilaciones y Ondas. Además, comunicaron que mediante el GeoGebra se puede realizar simulaciones, animaciones y graficas del movimiento oscilatorio, permitiendo variar los diferentes parámetros importantes en el estudio de las oscilaciones y ondas como son la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda, entre otros. Lo cual los estudiantes pueden examinar y observar que es lo que sucede si se altera cada uno de los parámetros. El Docente 3 supo manifestar si es bueno el uso del GeoGebra para asignatura, sin embargo, supo expresar que el software permite visualizar la parte matemática, es decir, la ecuación del movimiento oscilatorio, mas no el fenómeno físico, por esta razón supo expresar el poco uso del GeoGebra sus clases de Física, debido a que la Física estudia fenómenos y no estudia matemáticas. Además, supo expresar que esta es una razón por la cual los estudiantes confunden el fenómeno que se está estudiando con la matemática que se está utilizando.

Pregunta 8: ¿Le gustaría contar con una propuesta didáctica para la enseñanza de Oscilaciones reales mediante el software GeoGebra?

Tabla 8. *Propuesta didáctica para la enseñanza de Oscilaciones Reales mediante el software GeoGebra.*

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	Sí, lo ideal sería que no solo sea la guía, sino que quede guardada en el GeoGebra online la animación para que el docente solo busque y siga las indicaciones de la guía. Recuerden que muchos docentes buscan algo que ya esté hecho para tratar de ahorrar el tiempo.
Docente 2	Si, las guías didácticas permiten llevar una planificación y actividades efectivas.
Docente 3	Sí puede ser, pero para mostrarles lo que es la parte no didáctica.

Interpretación: Los docentes participantes en la encuesta dan a conocer que si les gustaría contar con una propuesta didáctica para la enseñanza de Oscilaciones Reales. El Docente 1, recomendó realizar las actividades en GeoGebra online, ya que permite guardar la animación y pueda ahorrar tiempo a los docentes.

Pregunta 9: ¿Qué recomendación daría para la elaboración de una Propuesta didáctica mediante el uso del GeoGebra para la Enseñanza de Oscilaciones Reales?

Tabla 9. Recomendaciones para la propuesta didáctica mediante el GeoGebra para Oscilaciones Reales.

Entrevistados	Respuestas
Docente 1	Tratar que tenga todas las actividades que se vayan a hacer, desde la anticipación, construcción, consolidación, inclusive la evaluación; cómo se evaluaría lo que usted está enseñando y que sea muy ligada a los resultados de aprendizaje para que cuando se use no se deba cambiar mucho. Lo que esté en las animaciones o simulaciones sea subido en GeoGebra en línea para poder descargarlo y utilizarlo cuando se quiera. Además, las actividades deben que ser dinámicas y que permitan el movimiento, de modo que sea una simulación. Por último, que no sean muy extensas las guías.
Docente 2	Identificar los objetivos de aprendizaje, seleccionar los recursos de GeoGebra, diseñar actividades interactivas. En general, la clave para una propuesta didáctica efectiva mediante el uso de GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales es la planificación cuidadosa, el diseño de actividades interactivas y la evaluación constante para asegurar que se están logrando los objetivos de aprendizaje.
Docente 3	Que sea didáctica y realista la propuesta porque no es una correcta propuesta la que está bastante contextualizada. Es entender lo que realmente están haciendo, desde ustedes mismos, si me sirve o no. Se supone que una guía es una serie de pasos precisos que a usted le van a llevar al objetivo que usted quiere. Y si van a utilizar GeoGebra, sería específicamente para ver cómo va cambiando la oscilación, qué pasa si se cambia la amplitud, qué pasa si le cambia la frecuencia para que el alumno vaya relacionando esas partes. Pero si esa oscilación o esa amplitud cambia ¿qué significa ya en un fenómeno real lo que está pasando? También, si yo le cambio la frecuencia ¿qué significa esto en la vida real?

Interpretación: Los docentes recomiendan que la propuesta contenga actividades dinámicas, interactivas y que estén ligadas a la realidad. También, supieron recomendar que la propuesta esté completa desde la anticipación, construcción y consolidación, tratando que

esté ligada a los resultados de aprendizaje y encaminadas al objetivo. Además, que la planificación sea cuidadosa y que las simulaciones sean manipulables y dinámicas, es decir, que se pueda modificar los valores de los parámetros y entender que es lo que sucede en la vida real cuando uno de ellos se ve alterado.

3.4 Conclusiones de la entrevista.

- Los docentes del área de física han ejercido su profesión por lo menos 8 años por lo que en su experiencia comentaron que se han presentado dificultades al momento de impartir sus clases ya sea por: falta de recursos, tiempo limitado, la complejidad y abstracción de la materia. Lo mencionado limita las posibilidades de tener una clase práctica y dinámica, consiguiendo que la materia sea ejecutada de forma superficial.
- Los softwares educativos son muy útiles para la enseñanza de la Física, debido a que, facilita a los docentes a la hora de impartir sus clases y a los estudiantes entender como es la simulación del fenómeno físico estudiado. Además, las animaciones generan curiosidad y llama la atención del estudiante.
- Los docentes entrevistados conocen los softwares y recursos educativos, ya que pueden servirles de apoyo para el proceso de enseñanza en sus clases. Argumentan que su uso sirve para dar al estudiante una visualización abstracta y dinámica del contenido estudiado, pues conforme se enseñe una temática de física con el empleo de estos softwares se puede conseguir un aprendizaje significativo.
- La funcionalidad y dinamismo de los softwares educativos fomentan en los docentes el pensar que son apropiados para dar las diferentes clases de física. Los más usados son los de uso gratuito, pues no hay dificultades en su acceso tanto para ellos como para los estudiantes.
- El uso de GeoGebra ha servido para el desarrollo de las clases de la mayoría de los docentes entrevistados por que en este software se puede realizar animaciones y conocer los procesos matemáticos que están presentes en el fenómeno físico, aunque no todos los entrevistados piensan que su uso es de gran apoyo por la carencia de explicaciones en cuanto a la realidad de los fenómenos estudiados.
- El software GeoGebra tiene varias funciones importantes en la educación, además de ofrecer acceso gratuito, ofrece una plataforma online donde permite guardar y compartir actividades con los estudiantes. La mayoría de los docentes entrevistados creen pertinente el uso del GeoGebra para la asignatura de oscilaciones y ondas,

puesto que permite realizar actividades dinámicas y permite al estudiante observar y comprender el movimiento del fenómeno oscilatorio.

Propuesta

4.1 Descripción de la propuesta

En la carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca, en el Sexto Nivel se estudia la cátedra de Oscilaciones y Ondas. En su tercera unidad se aborda el estudio de las Oscilaciones Reales, los contenidos en este tema han presentado dificultades al docente al momento de enseñar debido a que no se cuenta con recursos didácticos para abordar dicho tema, como se ha mencionado en la problemática.

Para dar respuesta a la pregunta planteada en la problemática se elabora actividades mediante el uso de GeoGebra para la enseñanza de Oscilaciones Reales. Mediante estas actividades se dará apoyo a los docentes, además fomentará una enseñanza dinámica e interesante, a partir de las simulaciones mediante el uso de software, pues el empleo de las simulaciones permitirá al estudiante experimentar el concepto desde la observación. De esta forma, la propuesta se basa en actividades didácticas.

4.2 Desarrollo de la propuesta

Se estableció una guía general para la tercera unidad de la asignatura de Oscilaciones y Ondas, en la cual abarca guías que aborda subtemas de las Oscilaciones Reales.

- Guía N°0. Manual para crear simulaciones.
- Guía N°1. Oscilaciones libres con rozamiento.
- Guía N°2. Masa del resorte en el péndulo elástico.
- Guía N°3. Oscilaciones forzadas sin rozamiento.
- Guía N°4. Oscilaciones forzadas con rozamiento.

Revisar las guías en anexos.

Conclusiones

Se elaboró una propuesta didáctica con un enfoque constructivista para el proceso de enseñanza de oscilaciones reales mediante el software GeoGebra con el uso del GeoGebra en el proceso de enseñanza de oscilaciones reales con el propósito de apoyar al docente en su quehacer educativo.

Se elaboró una entrevista a los docentes del área de física de la carrera: pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca para recolectar información en donde lo importante fue el planteamiento de preguntas relacionadas al uso del software GeoGebra en la enseñanza de Oscilaciones Reales, lo que permitió tener varias perspectivas sobre el impacto negativo o positivo que puede generar la elaboración de una propuesta con el apoyo del software en el proceso de enseñanza.

La entrevista fue realizada mediante un cuestionario que se realizó con un total de 9 preguntas en la cual hubo la participación de 3 docentes del área de Física. Lo que ayudó en la elaboración de la guía didáctica pues las respuestas sirvieron para tener ideas acerca de qué manera se puede mejorar la calidad de enseñanza de Oscilaciones Reales al presentar simulaciones de las ecuaciones que se ejecutan en las temáticas de esta unidad mejorando el interés del estudiante por su estudio.

La elaboración de la guía didáctica fue mediante actividades en donde la presencia del software GeoGebra involucra al docente y estudiante como sujetos que participan frecuentemente a la hora de ver y analizar los conceptos de Oscilaciones Reales. La mayoría de los docentes entrevistados indicaron que tener simulaciones de las ecuaciones que se estudian en la unidad puede ser de gran ayuda para una mejor comprensión de los conocimientos dados en cada una de las clases.

Al integrar el software GeoGebra de manera efectiva en la enseñanza de las oscilaciones reales, el docente puede crear experiencias de aprendizaje más dinámicas, interactivas y visualmente atractivas para los estudiantes.

El Software GeoGebra es una herramienta útil en la enseñanza de física pues con los comandos establecidos en las mismas se puede analizar cada una de las características que tienen los fenómenos de un movimiento oscilatorio real.

Recomendaciones

Realizado el presente trabajo de titulación y considerando el desarrollo de las guías didácticas para la enseñanza de las Oscilaciones Reales, se puede sugerir lo siguiente:

Considerando la abstracción y complejidad de la enseñanza de las Oscilaciones Reales, se sugiere considerar el uso de la propuesta didáctica elaborada en este trabajo de titulación, como un recurso que apoyará al desarrollo de la clase. Teniendo en cuenta que las guías recomendadas pueden ser modificadas según las necesidades de cada estudiante y adaptadas a la conveniencia.

Se recomienda que, las simulaciones creadas en la presente propuesta didáctica estén al alcance del estudiante, de tal modo que, cuando necesite reforzar su conocimiento pueda realizarlo a conveniencia.

Promover la implementación de recursos digitales como apoyo a la enseñanza-aprendizaje de la Física.

Referencias

- Avecillas, S (2018) *Oscilaciones y Ondas*. Universidad de Cuenca.
- Badia, A. y García, C. (2006) *Incorporación de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje basados en la elaboración colaborativa de proyectos*. RUSC. Universities and Knowledge Society Journal, vol. 3, núm. 2, pp. 42-54. Universitat Oberta de Catalunya <https://www.redalyc.org/pdf/780/78030211.pdf>
- Barriga, F. y Hernández, G. (2018). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo*. Universidad Nacional Autónoma de México. https://dfa.edomex.gob.mx/sites/dfa.edomex.gob.mx/files/files/2_%20estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf
- Benavides, G. Benavides, N. y Jumbo, C. (2018). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula*. Unidad Educativa Daniel Álvarez Burneo <https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf>
- Carvajal, M. (2009) *La Didáctica*. Fundación Académica de Dibujo Profesional. <https://docplayer.es/132667-La-didactica-fundacion-academia-de-dibujo-profesional-margarita-m-carvajal.html>
- CERVANTES M, A. K., RUBIO U, L. M., & PRIETO G, J. L. (2015). *Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra*. 28.
- Chillogallo J. y Velásquez S., (2019) *Construcción de material didáctico para mejorar el aprendizaje de algunos temas en oscilaciones y ondas*. Universidad de Cuenca. <https://1library.co/document/y8gw57rz-construccion-material-didactico-mejorar-aprendizaje-temas-oscilaciones-ondas.html>
- Cruz, J. y Espinoza, V. (2012). *Reflexiones sobre la didáctica en física desde los laboratorios y el uso de las TIC*. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, núm. 35, pp. 105-127. Fundación Universitaria Católica del Norte. <https://www.redalyc.org/pdf/1942/194224362007.pdf>
- Davini, M. C. (2008). *Métodos de enseñanza: Didáctica general para maestros y profesores*. Santillana.

- Fárez Plaza, J. M., & León Guamán, P. P. (2017). "RECURSOS DIDÁCTICOS PARA ELASTICIDAD, MOVIMIENTO OSCILATORIO, ONDAS Y ACÚSTICA DE LA ASIGNATURA DE OSCILACIONES Y ONDAS". UNIVERSIDAD DE CUENCA.
- Freire, P. (2003). *Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa* (Vigésima sexta edição). Editora Paz e Terra.
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2004). Didáctica de las Matemáticas para Maestros (1ra ed., p. 2). GAMI, S.s. https://www.ugr.es/~jgodino/edumatmaestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Jara, S. (2005) Investigación en la enseñanza de la física. *Revista Electrónica Sinéctica*, 1(27). <https://www.redalyc.org/pdf/998/99815895002.pdf>
- Klein, G. (2012) *Didáctica de la Física*. https://www.anep.edu.uy/ipa-fisica/document/material/cuarto/2008/didac_3/did_fis.pdf
- Medina Rivilla, A., & Salvador Mata, F. (2009). *Didáctica general (2a. Ed.)*. Pearson Educación.
- MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL (2010). *Lineamientos curriculares*.
- Navarro V., Arrieta X. y Delgado M. (2017). *Programación didáctica utilizando geogebra para el desarrollo de competencias en la formación de conceptos de oscilaciones y ondas*. 76-88. Universidad del Zulia. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73754834008.pdf>
- Ortiz, D. (2015) *El constructivismo como teoría y método de enseñanza*. Universidad Católica del Ecuador. <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>
- Ortiz, Y. (2017). Recursos Educativos Digitales que aportan al proceso de enseñanza y aprendizaje. In VII Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual ya Distancia.
- Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *Revista de Educación a distancia (RED)*.
- Rabajoli, G., & Ibarra, M. (2008). Características de un recurso educativo para cumplir su objetivo. Enero 25 Recuperado el 25
- Rodriguez, D., Soris, V. L., & Hernández-Ruíz, J. (2018) *Experiencias en el empleo del GeoGebra en las clases de Física General I y II de Licenciatura en Física*.

- Rubén, A. (2013) *Los orígenes del conductismo, Watson y el manifiesto conductista de 1913*. Revista Latinoamericana de Psicología, vol. 45, núm. 2, pp. 315-319. Fundación Universitaria Konrad Lorenz. <https://www.redalyc.org/pdf/805/80528401013.pdf>
- Sánchez, R. (2014) *L Conductismo vs. Constructivismo: Sus principales aportes en la Pedagogía, el Diseño Curricular e Instruccional en el Área de las Ciencias Naturales*. Universidad Estatal a Distancia San José.
- Tapias, A (2012) *Explorando las Ondas: Una Propuesta Didáctica para la Enseñanza-Aprendizaje de algunos conceptos Básicos del Movimiento Ondulatorio*. Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/10033/01186482.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Van de Velde, H. (s. f.). *Enfoques cognitivos y sus aplicaciones en el aula*. 11.
- Vargas, G (2017) *Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje*. (U.M.S.A.). https://docs.google.com/document/d/1LRcrIXJiYjK2f0gj_Hw4Z0exy_vnTScu1VrS7wNUzk4/edit

Anexos

Anexo A. Cuestionario

Título del trabajo de integración curricular: Propuesta didáctica: Uso del GeoGebra para la Enseñanza de Oscilaciones Reales.

Autores:

Marlon Andres Ruilova Peralta. CI: 0107931461

Erick Gustavo Saguay Sasaguay. CI: 0106828577

Director:

Mgst. Marco Alejandro Rojas Rojas.

Objetivo de la entrevista: Obtener información mediante reflexiones, opiniones y experiencias sobre el uso del software GeoGebra en la enseñanza de las Oscilaciones reales, por la cual dicha indagación sirva de apoyo para elaborar la propuesta didáctica.

Cuestionario:

1. ¿Cuántos años ejerce usted como docente de Física?
2. ¿Cree usted que hay dificultades al momento de desarrollar las clases de Física?
3. ¿Cree usted que es necesaria la implementación de recursos didácticos para mejorar las clases de los diferentes temas de Física?
4. ¿Conoce usted sobre los softwares educativos?
5. ¿Conoce usted softwares apropiados para la enseñanza de la Física? ¿Cuáles?
6. ¿Ha utilizado el software GeoGebra en sus clases?
7. ¿Usted cree pertinente el empleo del GeoGebra para abordar la asignatura de Oscilaciones y ondas?
8. ¿Le gustaría contar con una propuesta didáctica para la enseñanza de Oscilaciones reales mediante el software GeoGebra?
9. ¿Qué recomendación daría para la elaboración de una Propuesta didáctica mediante el uso del GeoGebra para la Enseñanza de Oscilaciones Reales?

Anexo B. Guía general para la tercera unidad de la asignatura de Oscilaciones y Ondas

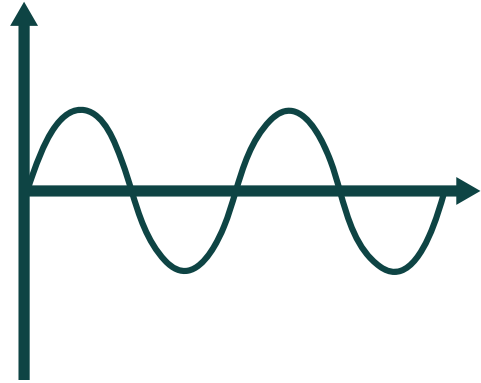
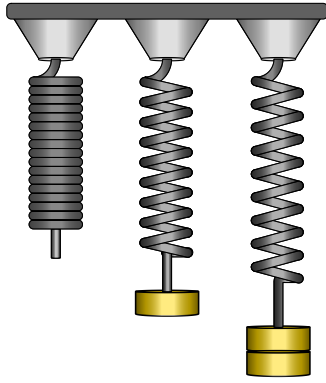


OSCILACIONES REALES.

GUÍA PARA EL DOCENTE.

Introducción.

El presente documento contiene las guías para el docente de cada tema de estudio de las oscilaciones reales. Cada una de las guías está trabajada para llevar a cabo las actividades mediante simulaciones en el software GeoGebra. Las guías fueron elaboradas con base al libro de Oscilaciones y Ondas del Doctor Santiago Alberto Avecillas Jara.



Contenido:

- Guía N°0. Manual para crear simulaciones del MAS en el software GeoGebra.
- Guía N°1. Oscilaciones libres con rozamiento.
- Guía N°2. Masa del resorte en el péndulo elástico.
- Guía N°3. Oscilaciones forzadas sin rozamiento.
- Guía N°4. Oscilaciones forzadas con rozamiento.



Instructivo:

En cada una de las guías se encuentra el link o un código QR que dirige a la simulación de cada tema de estudio.

En el contenido de las guías se encuentra la siguiente simbología:



El docente explica la definición del tema.



El docente proyecta y analiza la simulación del tema en software GeoGebra.



Demostración, análisis y actividades en clase con el acompañamiento del estudiante.



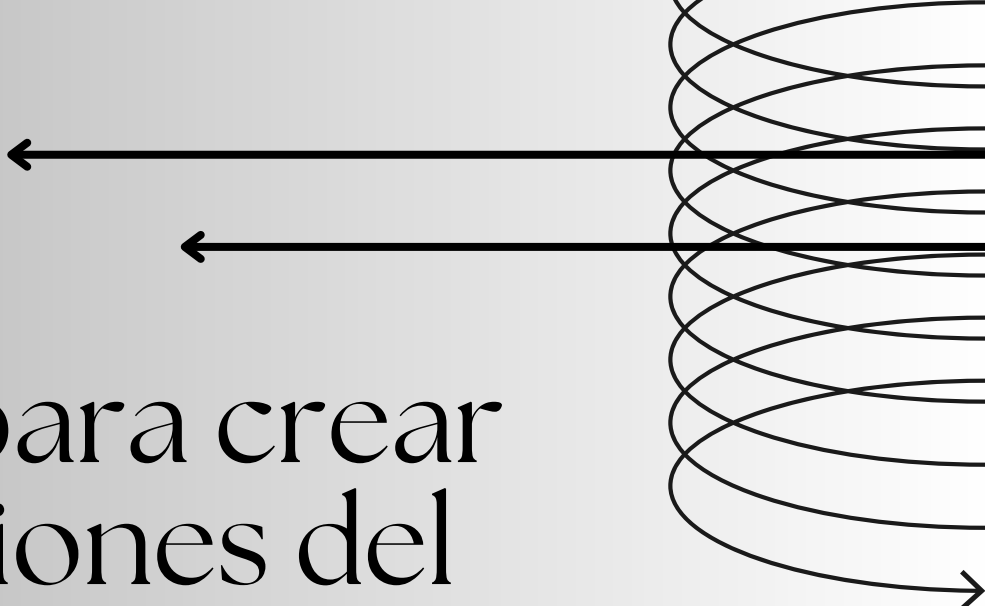
Trabajo en clase para el estudiante con el acompañamiento del docente.



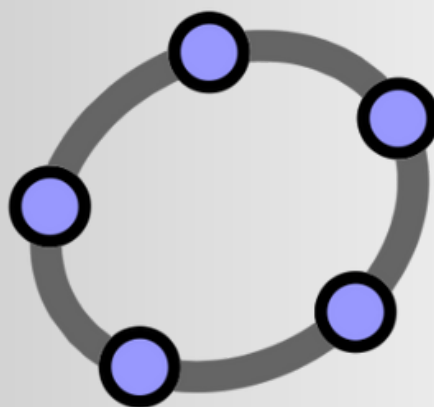
Trabajo en casa para el estudiante.



Código QR.



Manual para crear simulaciones del MAS en el software GeoGebra.



GeoGebra

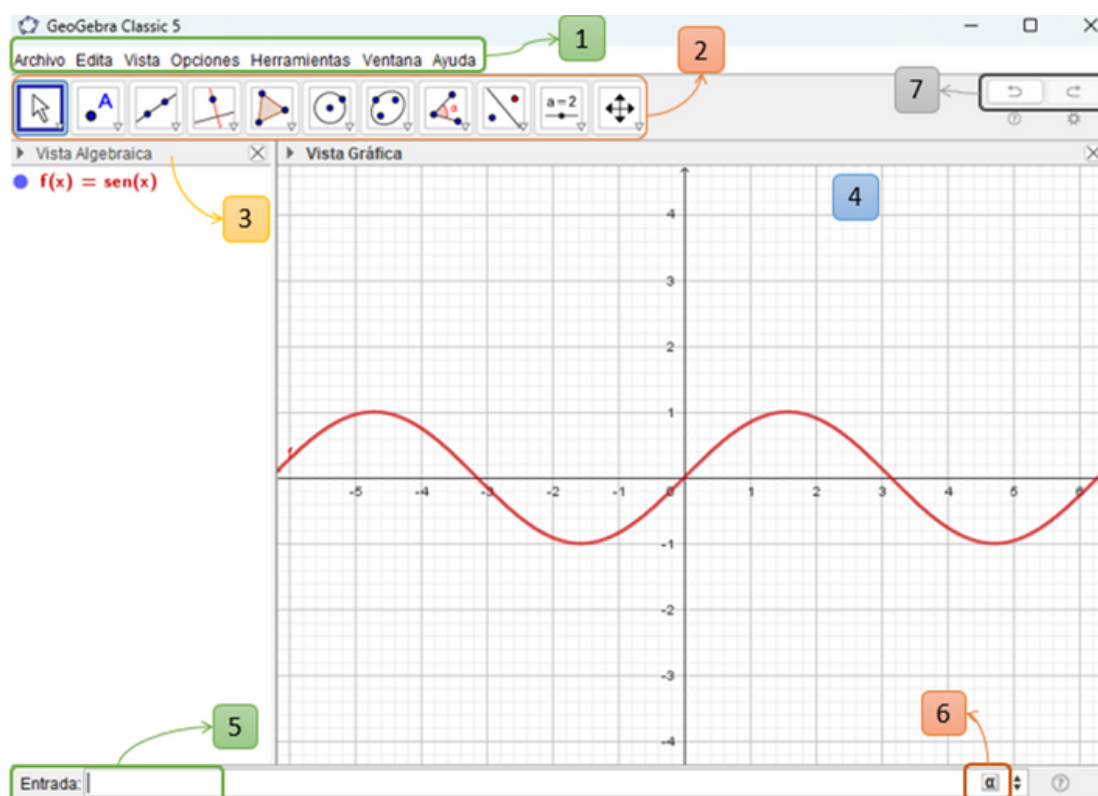
Marlon Andres Ruilova Peralta.
Erick Gustavo Saguy Sasaguay.

Guía N°0


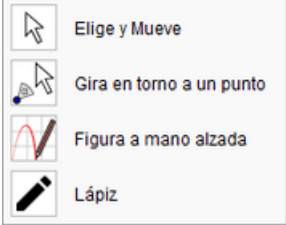



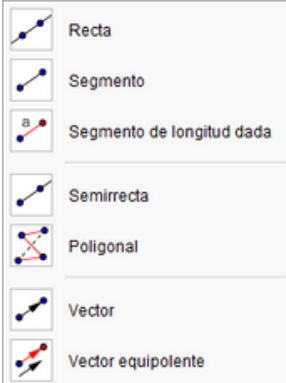


Manual para la creación de las simulaciones en el software GeoGebra.





































El software GeoGebra es una herramienta gratuita que se puede utilizar al momento de aprender o enseñar matemáticas o en este caso realizar simulaciones de los fenómenos físicos, para ello es necesario que al momento de trabajar o diseñar un archivo en GeoGebra se deba comprender las distintas zonas o barras de trabajo que tiene el software. A continuación, se detalla cada una de las zonas de la pantalla principal:
















1	La barra de Menú.	Se encuentra ubicada en la parte superior de la pantalla.
2	La barra de Herramientas.	Se encuentra en la parte superior debajo de la barra de menú.
3	La vista Algebraica.	Ubicada en la parte izquierda de la pantalla.
4	La vista Gráfica.	Se encuentra en la parte central.
5	La barra de Entrada.	Ubicada en la parte inferior izquierda de la pantalla.
6	Tabla de Símbolos.	Ubicada en parte inferior derecha de la pantalla.
7	Deshacer y Rehacer.	Los botones se encuentran en la parte superior derecha de la pantalla.



Es necesario familiarizarse con las herramientas más importantes que tiene el GeoGebra, a continuación, en la siguiente tabla se detalla la barra de Herramientas que es una de las zonas principales, debido a que, en ella contiene varias funciones de trabajo además que en cada una de ellas se encuentra menús emergentes:

Botón.	Menú Emergente.	Descripción.
		<p>En este botón se encuentra las herramientas que permitan mover elementos, girarlos y trazar figuras mediante un lápiz digital.</p>
		<p>En este apartado se puede construir todo lo relacionado con puntos.</p>
		<p>En esta sección se puede encontrar las herramientas que permiten construir rectas, segmentos y vectores.</p>
		<p>En este botón se puede construir rectas perpendiculares, paralelas, como también mediatrices, bisectrices, rectas tangentes, rectas polares o diametrales, ajuste lineal y lugares geométricos.</p>

	<ul style="list-style-type: none">  Polígono  Polígono regular  Polígono rígido  Polígono vectorial 	<p>En esta parte se puede construir polígonos regulares como irregulares y polígonos vectoriales.</p>
	<ul style="list-style-type: none">  Circunferencia (centro, punto)  Circunferencia (centro, radio)  Compás  Circunferencia por tres puntos  Semicircunferencia  Arco de circunferencia  Arco Tres Puntos  Sector circular  Sector Tres Puntos 	<p>En este apartado permite construir todo lo relacionado con círculos.</p>
	<ul style="list-style-type: none">  Elipse  Hipérbola  Parábola  Cónica por cinco puntos 	<p>Este botón permite construir las cónicas.</p>
	<ul style="list-style-type: none">  Ángulo  Ángulo dada su amplitud  Distancia o Longitud  Área  Pendiente  Lista  Relación  Analizador de funciones 	<p>En esta sección contiene herramientas que permiten construir ángulos y a su vez permiten realizar medidas de los mismos como también distancias, áreas, pendientes, también permite establecer relaciones y analizar funciones.</p>
	<ul style="list-style-type: none">  Simetría Axial  Simetría Central  Inversión  Rota alrededor de un punto  Traslación  Homotecia 	<p>En este botón se puede encontrar herramientas que permiten realizar simetrías, rotaciones como traslaciones.</p>

	<ul style="list-style-type: none">  Deslizador  Texto  Imagen  Botón  Casilla de control  Casilla de Entrada 	<p>Las herramientas de control como son los deslizadores, botones, casillas de control y de entrada se encuentran en esta sección de la barra de Herramientas, también se puede encontrar la opción de insertar texto e imágenes.</p>
	<ul style="list-style-type: none">  Desplaza Vista Gráfica  Acercar  Alejar  Mostrar/ocultar objeto  Mostrar/ocultar etiqueta  Copiar estilo visual  Borra 	<p>En este botón se encuentra las opciones que se puede hacer a la vista grafica como hacer zoom, ocultar etiquetas u objetos.</p>

En esta guía N°0 se detalla los procedimientos para construir una simulación del Movimiento Armónico Simple.

Simulación Movimiento Armónico Simple (MAS).

Procedimiento:

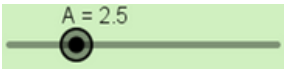
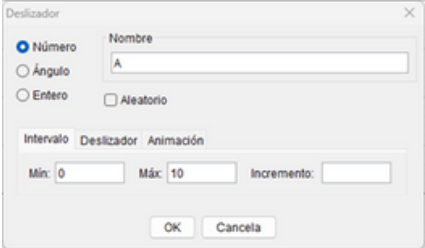
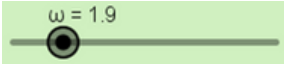
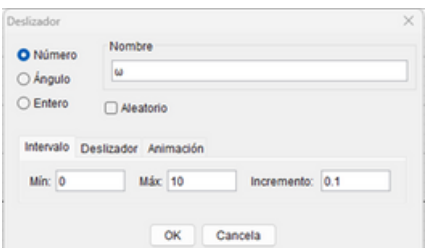
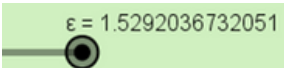
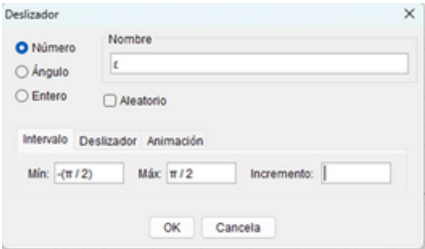
Existen tres componentes iniciales en el movimiento de una partícula oscilante sujeta a un resorte que es la amplitud, la frecuencia y su fase inicial. Para iniciar lo primero es crear tres deslizadores para las tres componentes.

1

Para crear los deslizadores se debe ubicar en la barra de herramientas la siguiente simbología:



En el menú emergente realizamos clic en el apartado "Deslizador", por lo tanto:

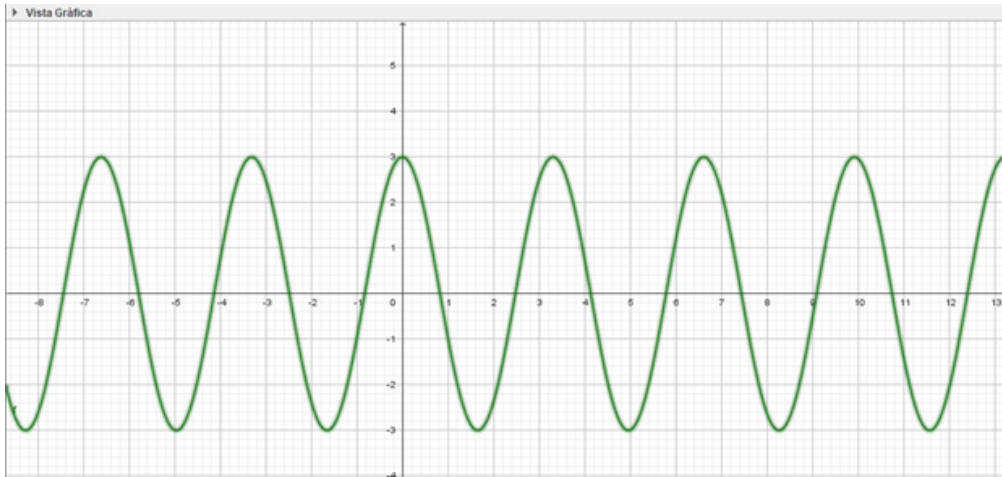
Componente:	Imagen:	Propiedades del deslizador:
Amplitud.		
Frecuencia.		
Fase inicial.		

2

Después de crear los tres deslizadores, en la barra de entrada colocamos la función del MAS.

Entrada: $f(x) = A \text{ sen}(\omega x + \epsilon)$

La gráfica de la función es la siguiente:




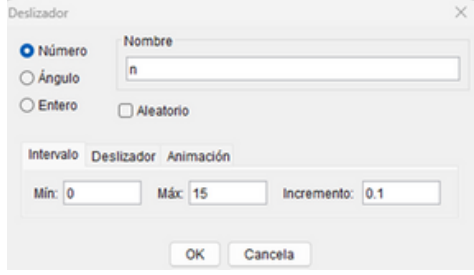
IMPORTANTE:

AL MOMENTO DE DIGITAR LA FUNCIÓN DEL MAS, SE DEBE COLOCAR LOS NOMBRES DE LOS DESLIZADORES ANTERIORMENTE CREADOS.



3

Para toda simulación de un fenómeno físico es muy importante tener en cuenta un temporizador, por consiguiente, se debe crear un nuevo deslizador "n" para la simulación. Se debe considerar que el tiempo no puede ser negativo, por lo tanto, en las propiedades del deslizador es necesario cambiar el valor mínimo a 0 y en este caso un máximo de 15.

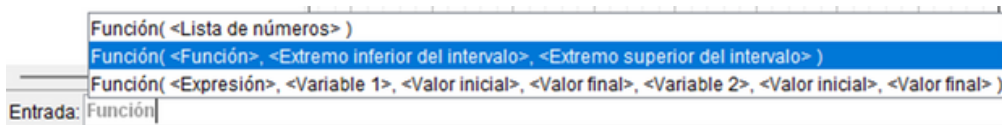
Componente:	Imagen:	Propiedades del deslizador:
Contador (n).		

El contador "n" indica el tiempo de la simulación.



4

Después de tener la función del MAS, se va a construir una nueva función que dependa del deslizador "n", para que la función tome los valores mayores o igual que 0. En la barra de entrada se escribe "Función", al momento de escribir se despliega tres opciones, como se muestra en la siguiente imagen:



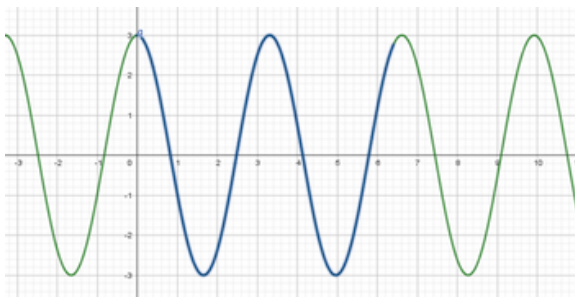
Para la simulación se utiliza la opción 2:

"Función(<Función>, <Extremo inferior del intervalo>, <Extremo superior del intervalo>)"

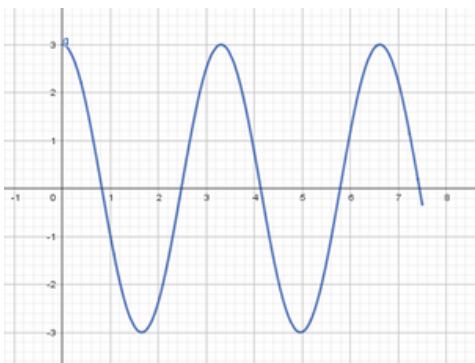
Entrada: **Función(<Función>, <Extremo inferior del intervalo>, <Extremo superior del intervalo>)**

En el apartado de <Función> colocamos la función $f(x)$, en el apartado de <Extremo inferior del intervalo> digitamos el valor de 0 y, por último, en el apartado de <Extremo superior del intervalo> se coloca el contador. Esto para que la nueva función $g(x)$ tome los valores desde 0 hasta el valor del deslizador "n".

Entrada: **Función($f(x)$, 0, n)**



Vista gráfica de la función $f(x)$ y $g(x)$.



Vista gráfica de la función $g(x)$, dependiendo del contador "n".

5

Construcción de un punto B.

Para construir nos dirigimos a la barra de herramientas en el botón de punto.

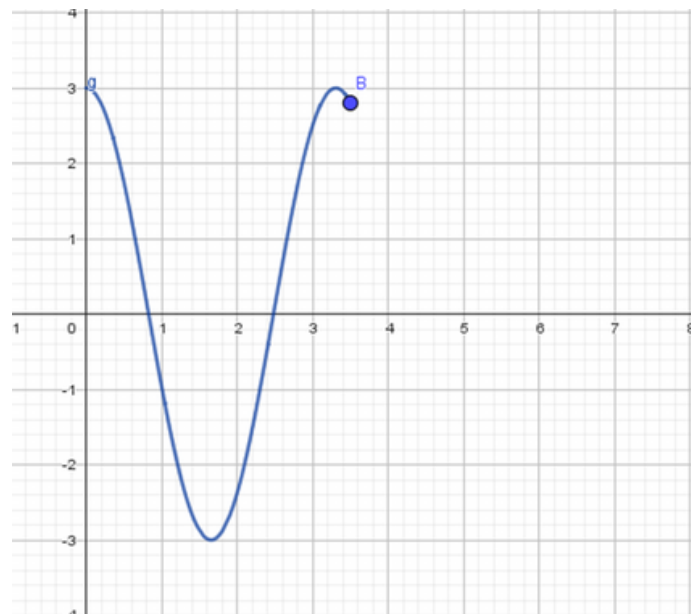


En las propiedades del punto creado se digita lo siguiente:

Programa de guión (scripting)				
Básico	Color	Estilo	Álgebra	Avanzado
Nombre:	B			
Definición:	$(n, g(n))$			

Esto para que el punto B se mueva según la función $g(x)$.

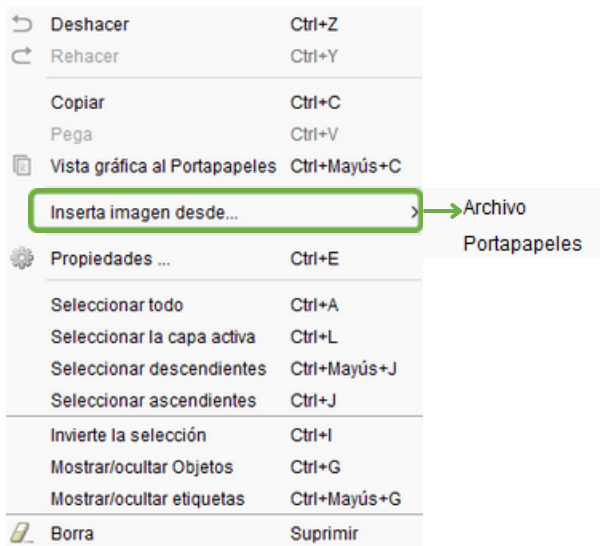
Por lo tanto, la gráfica de la función del Movimiento Armónico Simple es la siguiente.



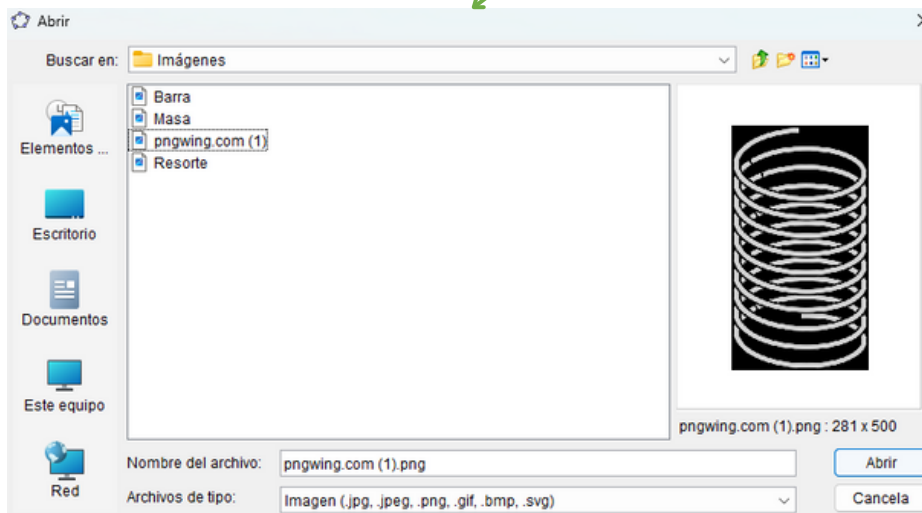
6

Insertar imágenes para la simulación.

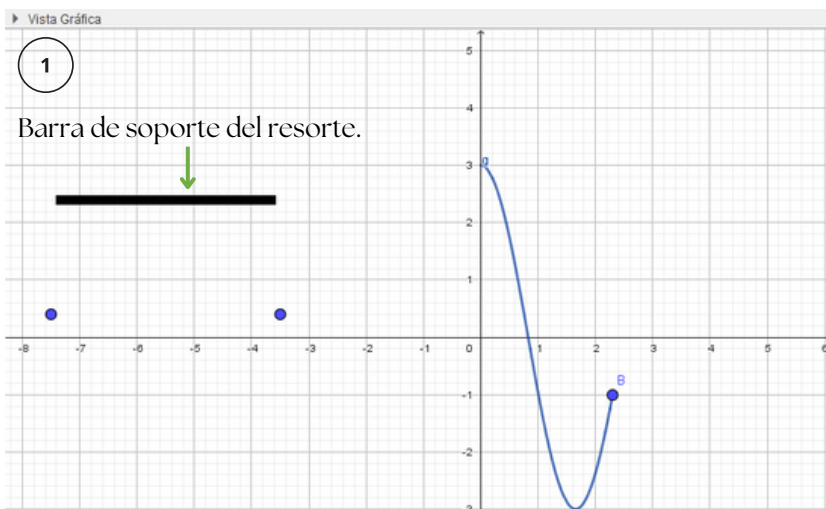
Es necesario que insertar imágenes para demostrar la simulación del fenómeno físico, para ello, en la barra de menú se ubica el apartado de “Edita”, en el cual se despliega el siguiente menú emergente:



En el apartado Archivo se dirige a la carpeta de imágenes del ordenador, donde se puede escoger la imagen apropiada para la simulación.



Al momento de insertar la imagen, se crea dos puntos a los bordes inferiores de la imagen, estos puntos ayudan a ubicar a la imagen.

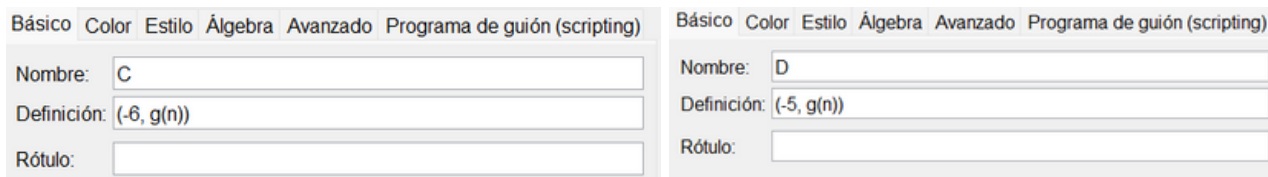


Es conveniente ubicar los puntos en la misma coordenada (eje y).

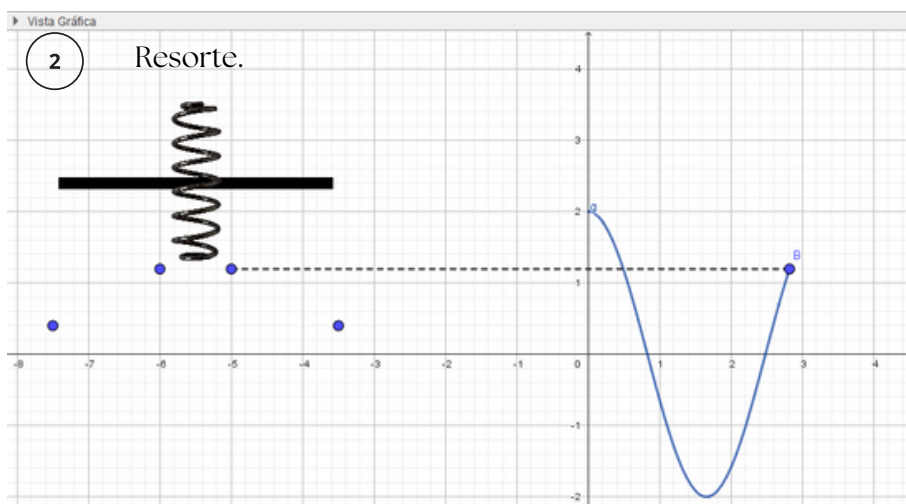


Al insertar la imagen de un resorte se debe tener en cuenta las siguientes propiedades:

- El resorte debe ser móvil, es por ello que en las propiedades de sus puntos inferiores se digita lo siguiente:



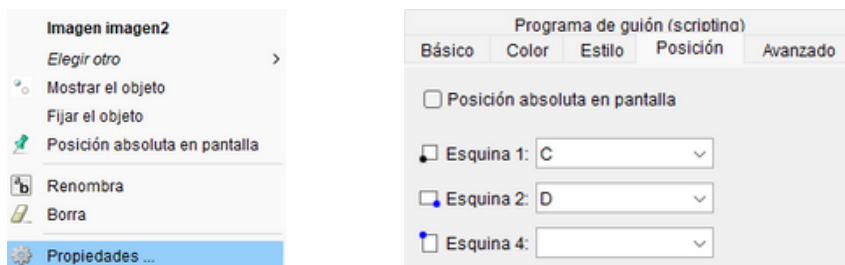
En el eje de las ordenadas se digita en función de $g(n)$, esto para que el resorte sea móvil según los valores de $g(n)$ en forma vertical, como se muestra en la siguiente figura:



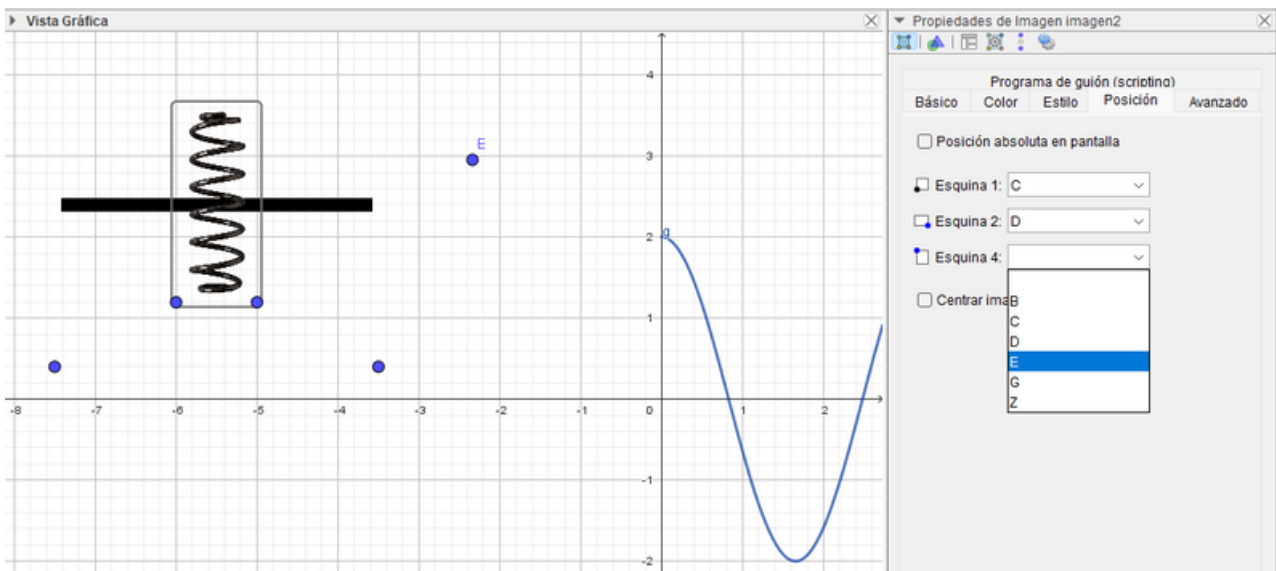
Como se muestra en la figura el resorte es móvil pero su parte superior pasa de la barra de soporte, para fijar la parte superior del resorte en la barra se crea un nuevo punto:



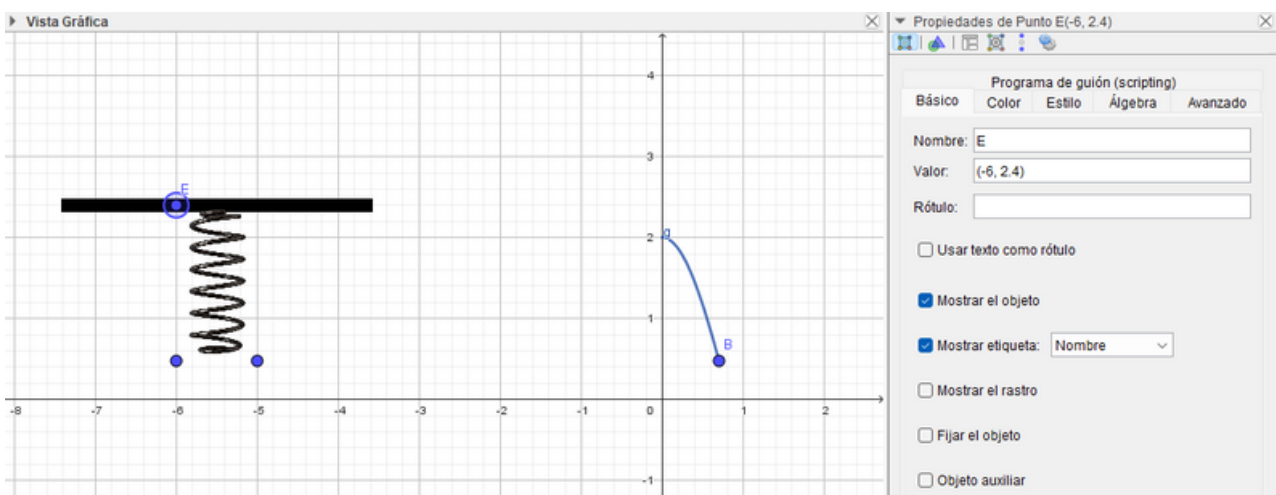
Creado el punto, en la imagen del resorte con clic derecho se abre una ventana emergente, en las propiedades de la imagen, en el apartado Posición, se desliza un menú emergente donde muestra las esquinas de la imagen con sus respectivos nombres en la esquina 4, se coloca el nombre de nuevo punto creado.



La función del punto creado es mantener fija la parte superior del resorte.



Una vez enlazado el punto con la esquina superior de la imagen se coloca la posición conveniente para que la parte superior del resorte este en la barra de soporte. Para ello, en las propiedades del punto creado, se digita la ubicación del punto, se recomienda que este en la misma coordenada de la abscisa del punto de la parte inferior del resorte.



Por último, el Movimiento Armónico Simple ocurre cuando existe una fuerza y el caso más común es cuando una partícula de masa esta atada a un resorte, por tal razón, la ultima imagen insertada en la simulación es de una partícula con masa.

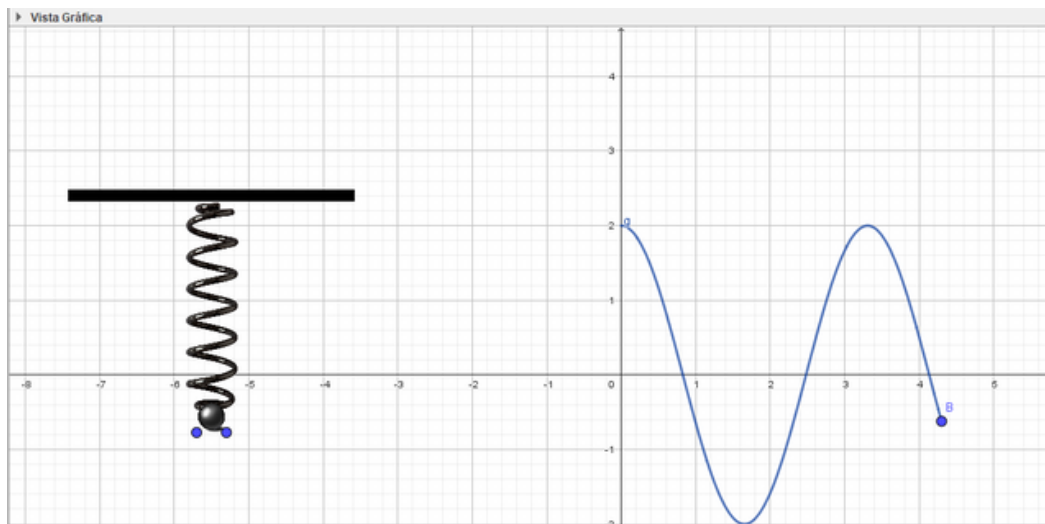
Las propiedades de los puntos de la imagen insertada son las siguientes:

Básico	Color	Estilo	Álgebra	Avanzado	Programa de guión (scripting)
Nombre:	H				
Definición:	$(-5.7, g(n) - 0.15)$				
Rótulo:					

Básico	Color	Estilo	Álgebra	Avanzado	Programa de guión (scripting)
Nombre:	I				
Definición:	$(-5.3, g(n) - 0.15)$				
Rótulo:					

La partícula debe ser móvil, es por ello que en sus propiedades se digita en el eje de las ordenadas en función de $g(n)$.

Los ajustes de ubicación :
 En este caso a los puntos de la imagen se bajo 0.15 ($g(n) - 0.15$), para que la imagen este atada a la parte inferior del resorte.



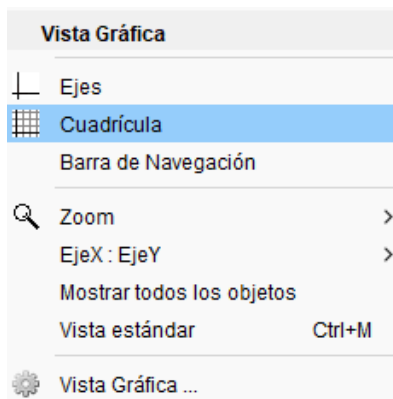
7

Ajustes de Vista Gráfica.

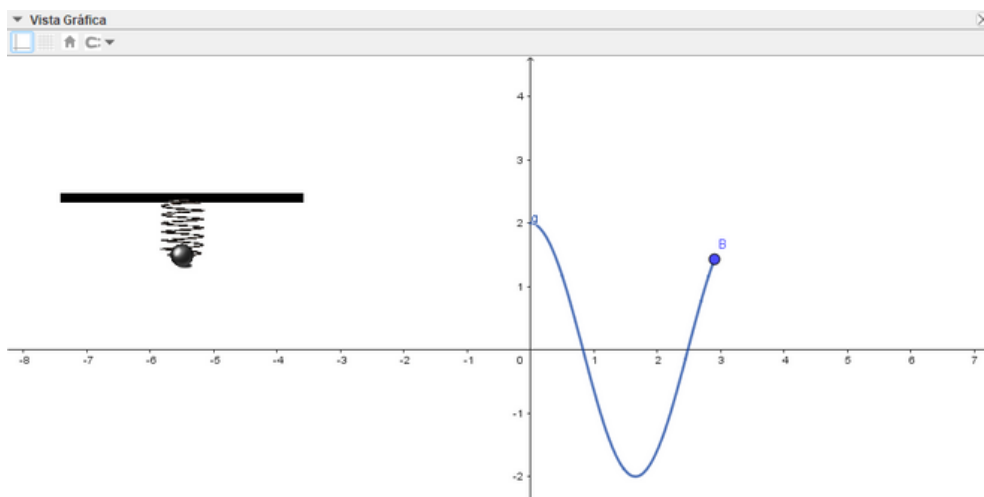
Para tener una mejor visualización de la simulación se realiza los siguientes ajustes en la Vista Gráfica:

- Eliminar la cuadrícula de fondo.
- Mostrar solo la rama positiva del eje de las abscisas (x).
- Etiqueta y unidad de los ejes.
- Color de fondo.

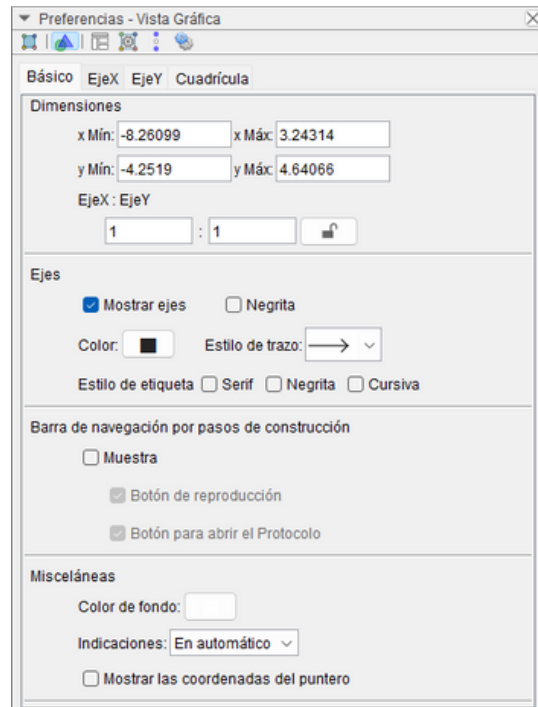
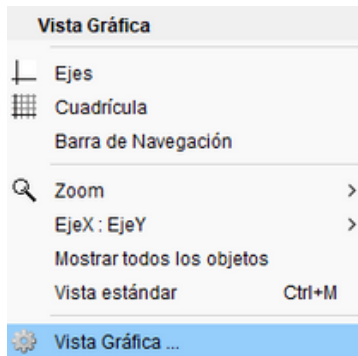
Para realizar los ajustes con clic derecho en la parte de la vista gráfica, genera la siguiente ventana:



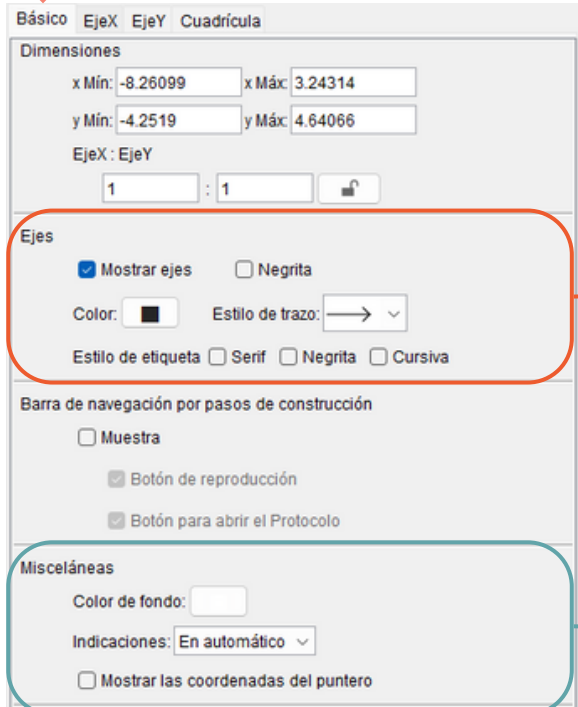
En el apartado Cuadrícula, se puede ocultar las cuadrículas de la vista gráfica.



Para realizar más ajustes en su último apartado, se genera una nueva ventana con las preferencias de la vista gráfica.



En la sección básico se realiza los siguientes ajustes:



En el apartado "Ejes", se puede cambiar se color, el estilo de etiqueta y de trazo, en el caso de la simulación se ha verificado:

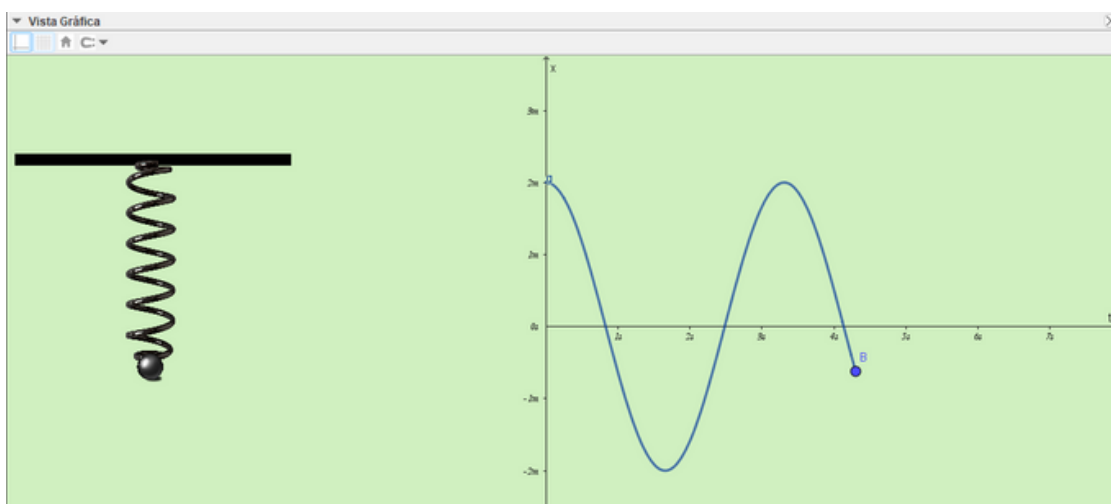
Serif Cursiva

En el apartado "Misceláneas", se puede modificar el color de fondo de las vista gráfica.

La elongación de una partícula que se mueve según un M.A.S. es la de una función sinusoidal cuya variable independiente es el tiempo, es por ello, que en el eje X se realiza los siguientes ajustes:

La amplitud es la elongación máxima y su unidad de medida es el metro (m), por lo que al eje Y se realiza los siguientes ajustes:

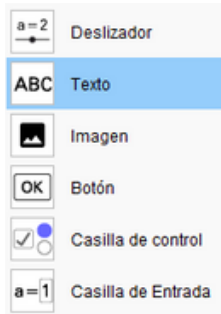
Finalmente, realizados los ajustes de la Vista Gráfica se tiene la siguiente vista de la simulación:



8

Insertar texto, botones y casillas de entrada.

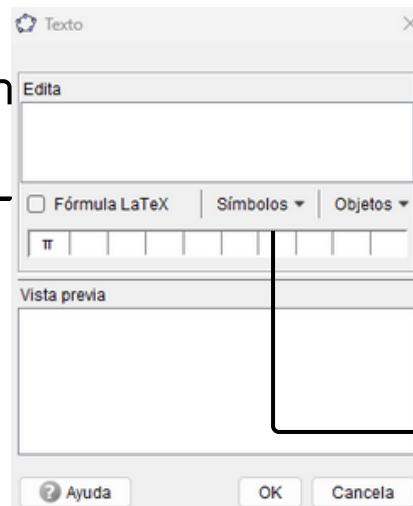
Es conveniente escribir el título y la ecuación del fenómeno físico que se va a simular. Para insertar texto en la simulación en el menú de herramientas, en la sección de herramientas de control, en su ventana emergente se encuentra el apartado Insertar texto.



Al momento de hacer clic se presenta la siguiente ventana:

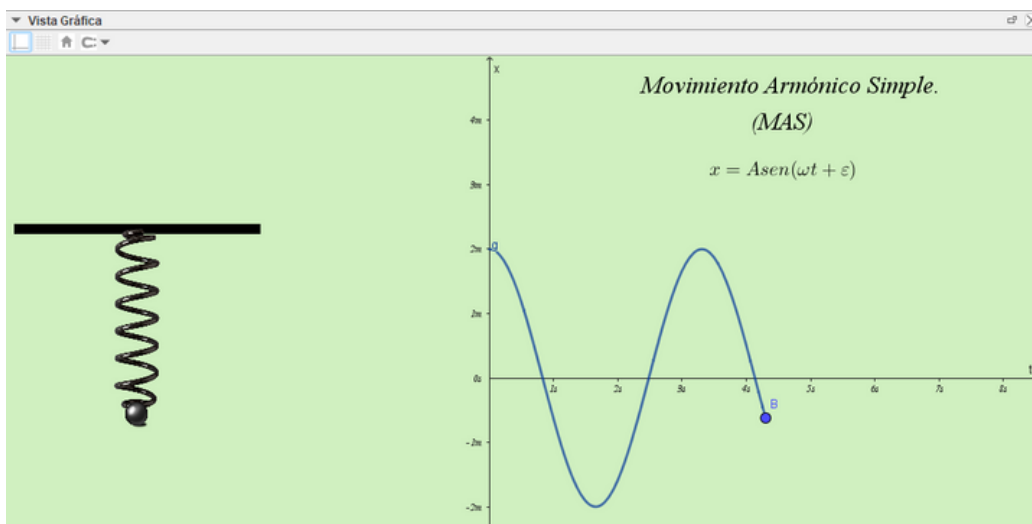
Edita permite escribir el texto que deseamos, en este caso, el título del fenómeno físico.

En Fórmula LaTeX permite digitar los comandos para raíz, fracciones, integrales entre otros.

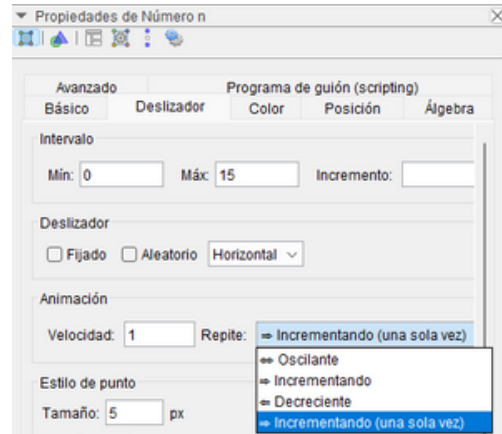
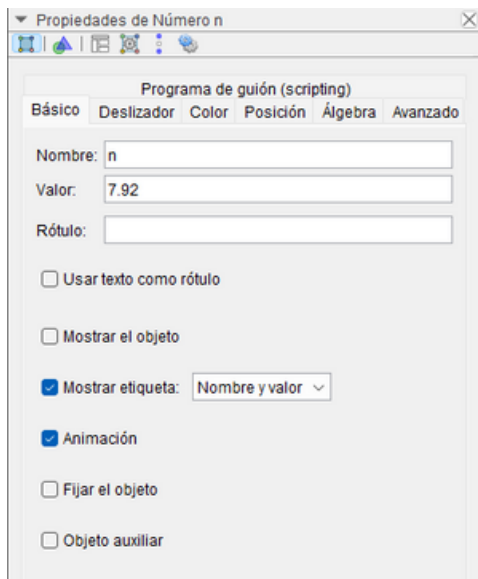


En Objetos permite digitar los distintos elementos que sean creado en el archivo de GeoGebra, como los deslizadores, puntos e imágenes insertadas.

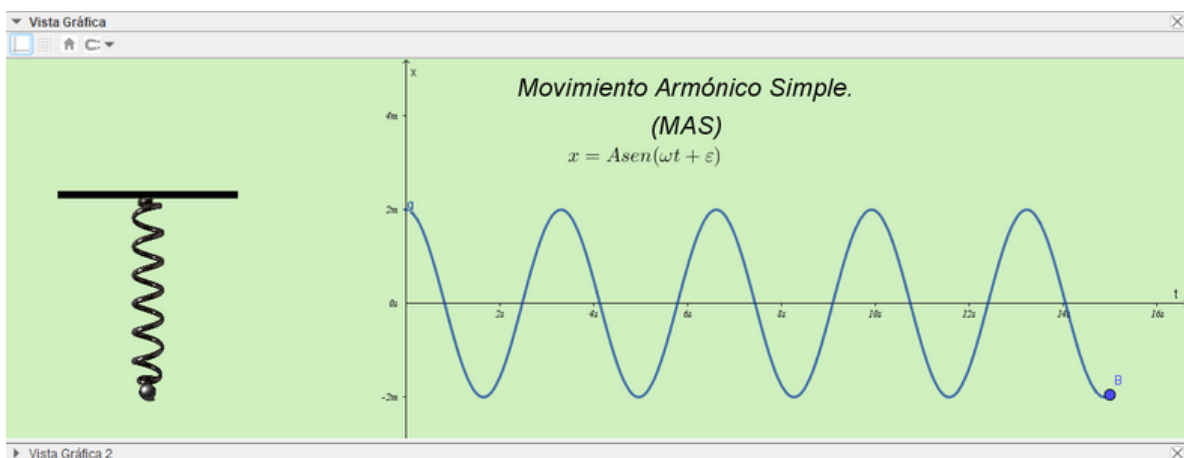
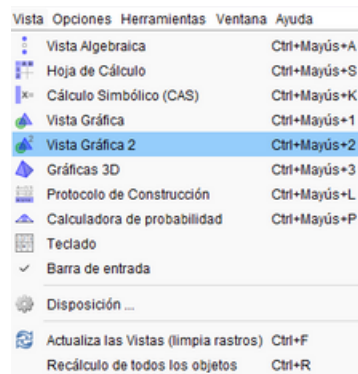
En símbolo permite digitar letras del alfabeto griego, símbolos matemáticos, entre otros.



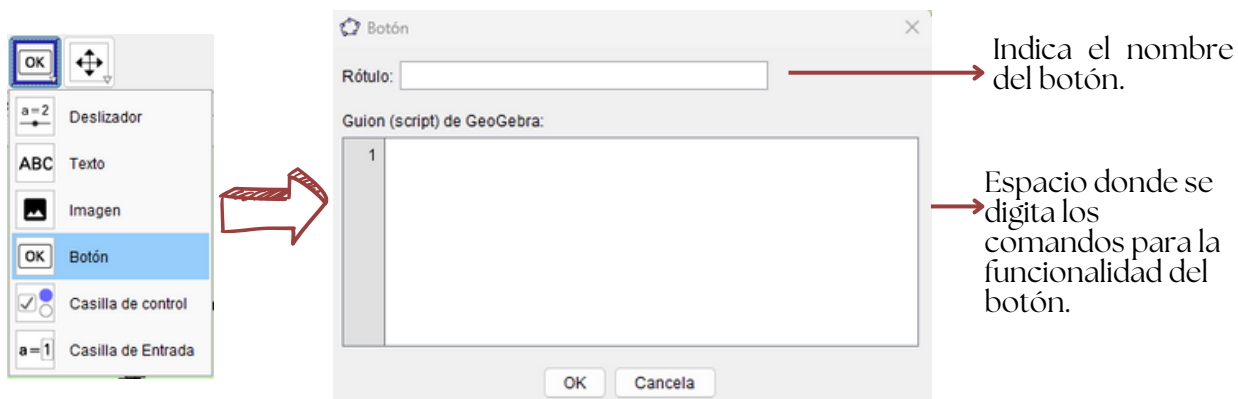
Para crear los botones de Inicio, Pausa y Reiniciar la animación, es fundamental que en las propiedades del deslizador contador (n) en el apartado “Básico” la opción de animación este verificada. Además, en el apartado deslizador en la opción repite se selecciona la opción incrementando (una sola vez).



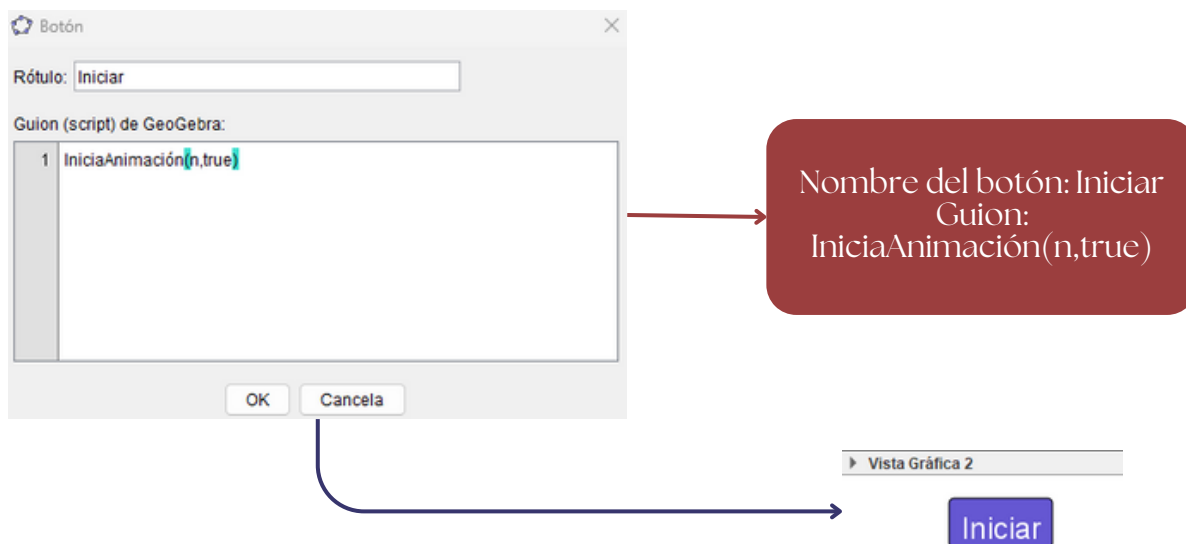
Se cree pertinente crear una nueva vista gráfica para ubicar los botones, para ello, en la barra menú en el apartado Vista se genera un nuevo menú en la opción vista gráfica 2. En sus propiedades se desactiva los ejes y la cuadrícula.



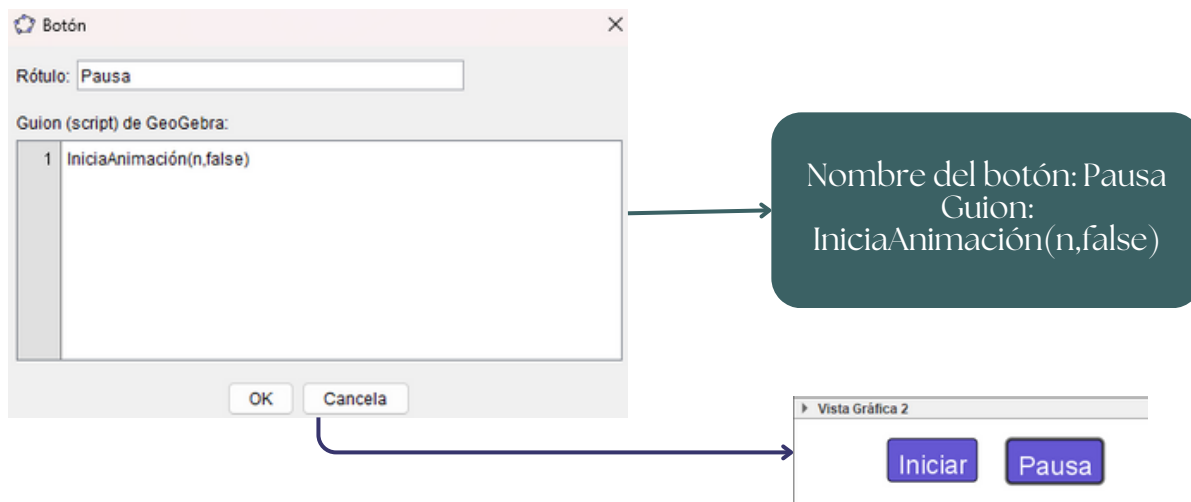
Posteriormente en las herramientas de control en el apartado “Botón” se crea tres botones, al momento de crear se encuentra la siguiente ventana:



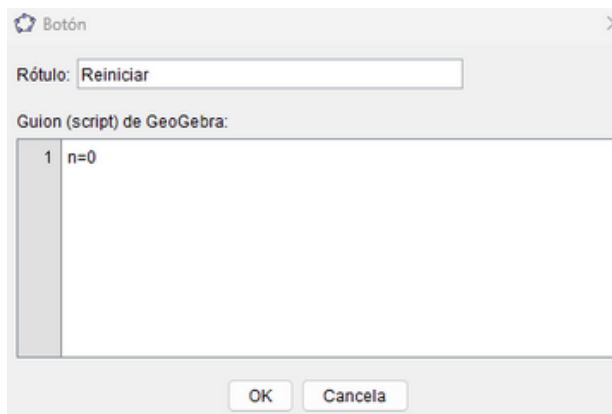
1. Botón de Inicio.



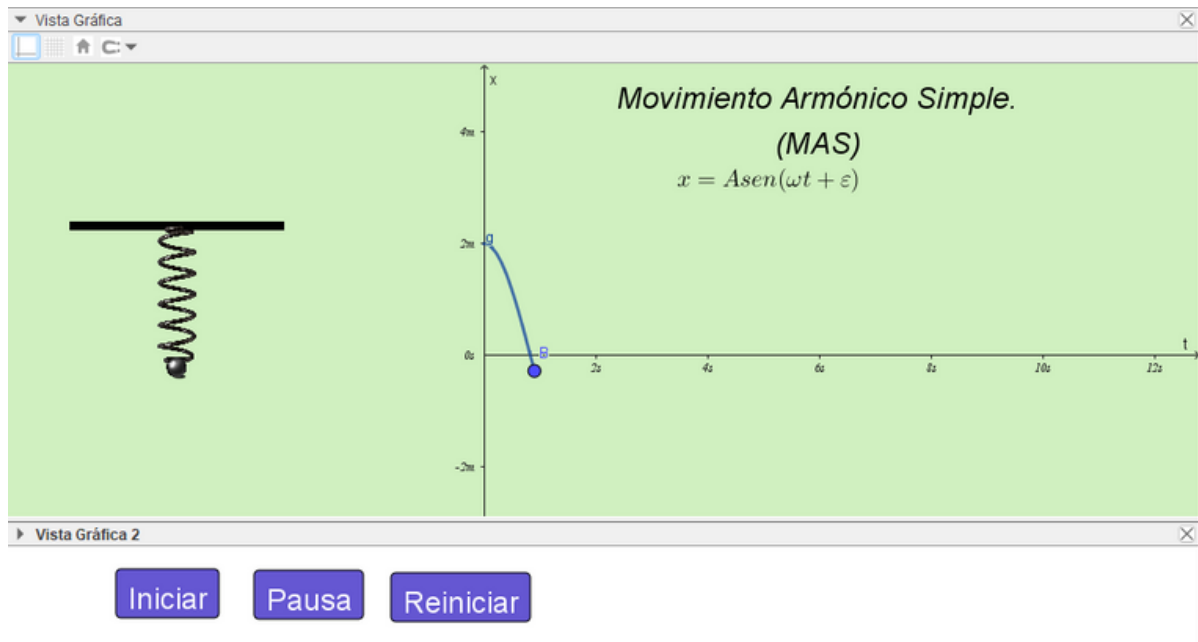
2. Botón de Pausa.



3. Botón de Reiniciar.



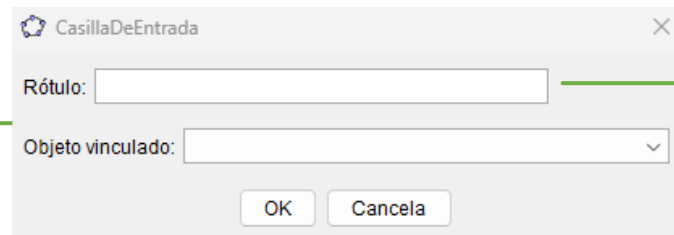
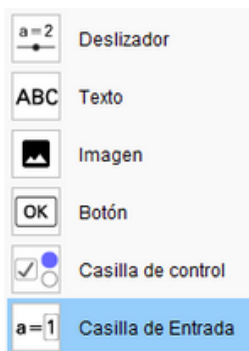
Nombre del botón: Reiniciar
Guión:
n=0



Recuerda colocar la tilde en la palabra Animación y toda la frase sin espaciado.

IniciaAnimación(n,true)
IniciaAnimación(n,false)

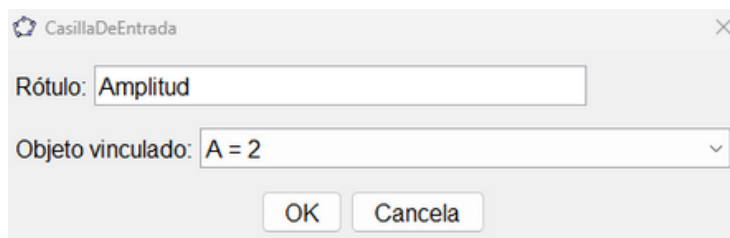
Finalmente, se crea las casillas de entrada para insertar los valores de los deslizadores de las tres componentes principales: Amplitud, Frecuencia y Fase inicial. Para ello, en el menú de herramientas de control en su último apartado se encuentra la opción de "Casillas de Entrada", al momento de crear se encuentra la siguiente ventana:



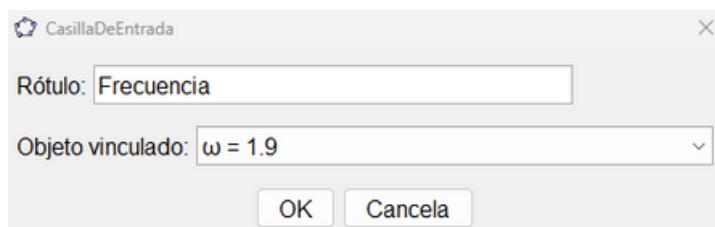
Indica el nombre de la Casilla de Entrada.

Son todos los objetos creados en el archivo GeoGebra como los deslizadores, funciones, puntos y entre otros.

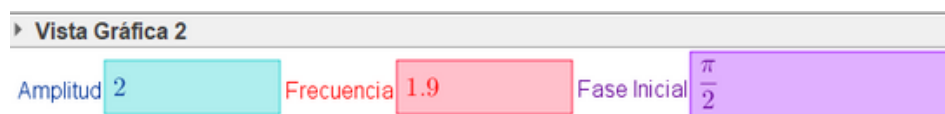
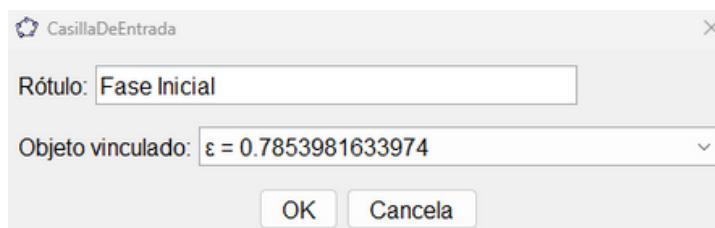
1. Amplitud.



2. Frecuencia.



3. Fase Inicial.

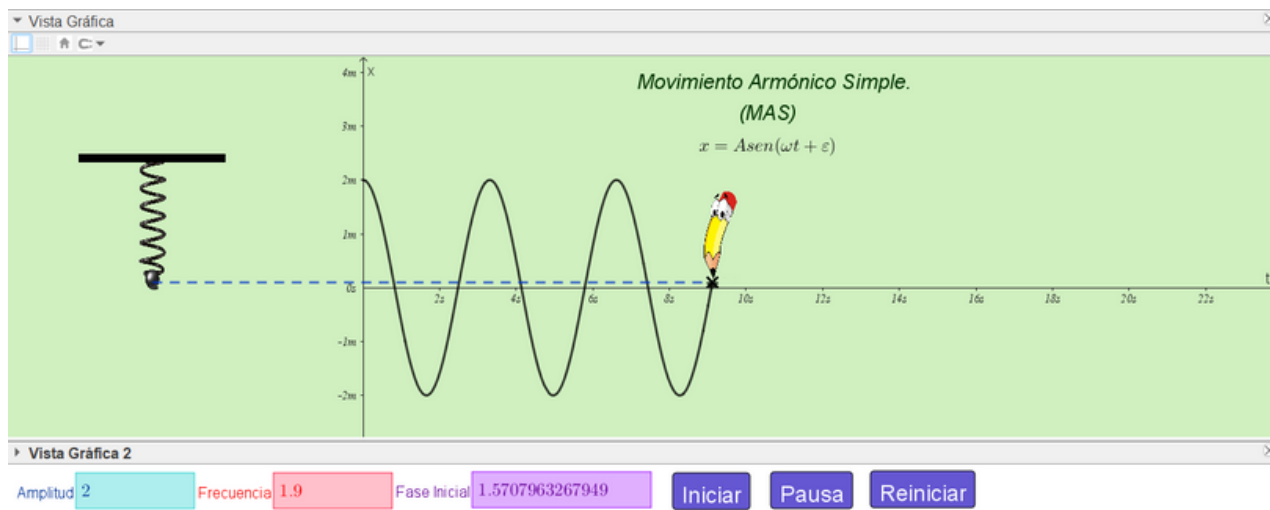


Las casillas de entrada nos permiten escribir los valores que deseamos en la amplitud, frecuencia y en la fase inicial.

9

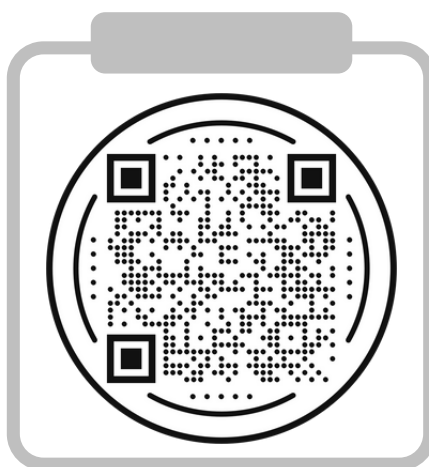
Animación del Movimiento Amónico Simple.

Finalmente, se recomienda insertar más imágenes, objetos en el archivo GeoGebra donde se está trabajando la animación, además cambiar las propiedades de puntos, casillas de entrada, de botones, entre otros, dando color y cambiando su diseño, para que así la animación llame la atención y sea didáctica.



Link:

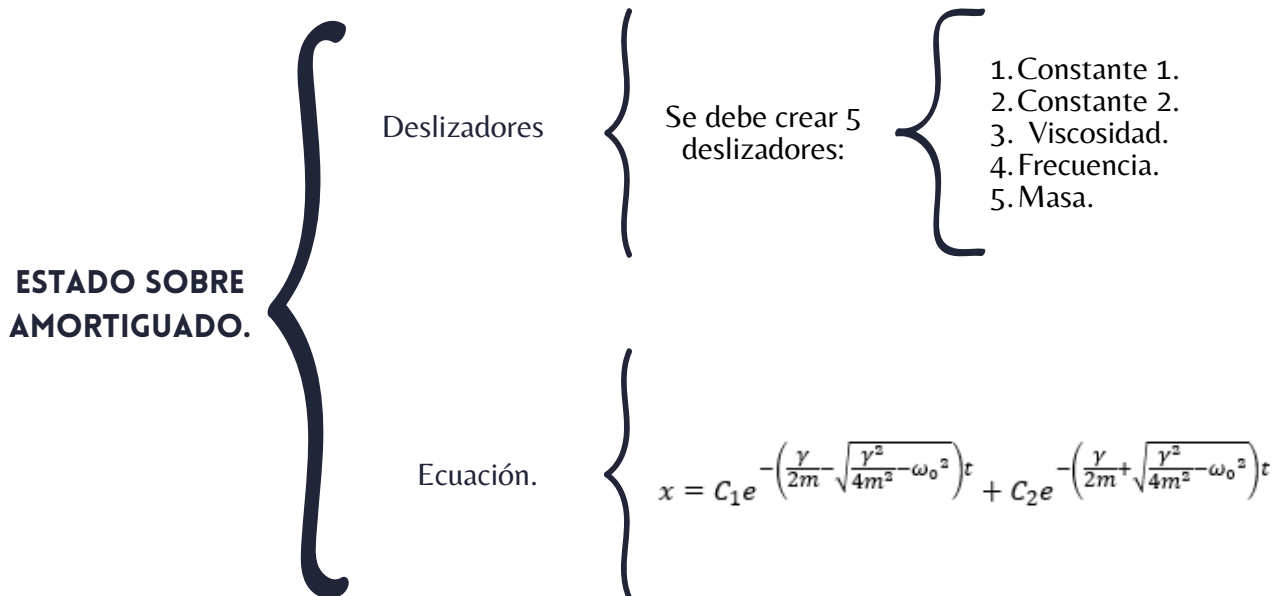
<https://www.geogebra.org/m/k9c4whtu>



Instructivo para simulaciones de Oscilaciones Reales.

Para la creación de las siguientes simulaciones se debe tomar en cuenta los pasos anteriormente creados, los cambios que se presentan en las siguientes simulaciones dependen de sus parámetros y de sus ecuaciones. A continuación, se presenta los siguientes esquemas que describen los cambios para cada simulación.

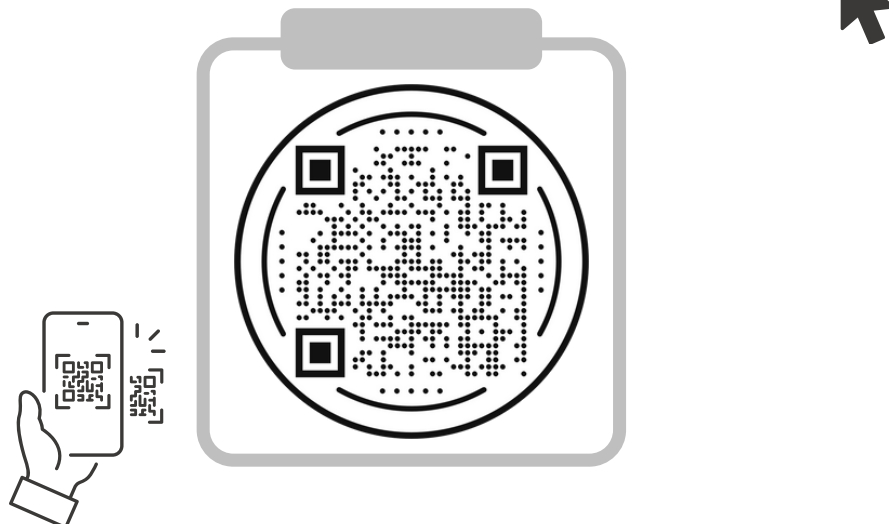
1 Oscilaciones libres con rozamiento.



Simulación del estado sobre amortiguando:

Link:

<https://www.geogebra.org/m/srfemjsc>



**ESTADO
AMORTIGUADO
CRÍTICO.**

Deslizadores

Se debe crear 4
deslizadores:

1. Constante 1.
2. Constante 2.
3. Viscosidad.
4. Masa.

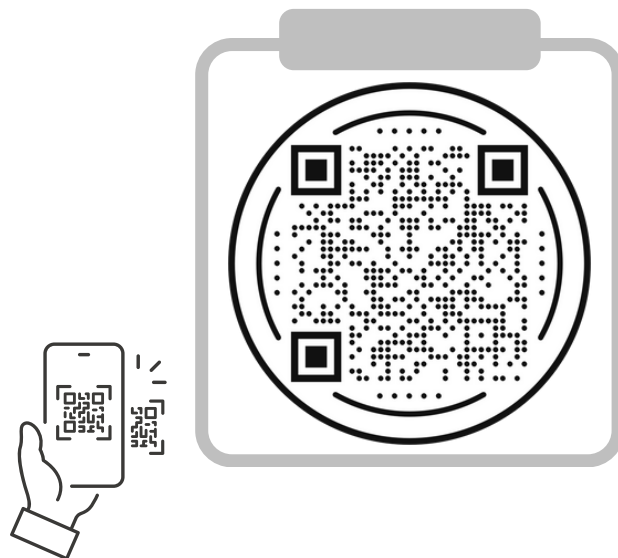
Ecuación.

$$x = (C_1 + C_2t)e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$

Simulación del estado amortiguando crítico:

Link:

<https://www.geogebra.org/m/pgfztjzg>



ESTADO AMORTIGUADO.

Deslizadores

Se debe crear 5 deslizadores:

1. Amplitud.
2. Fase inicial.
3. Viscosidad.
4. Frecuencia.
5. Masa.

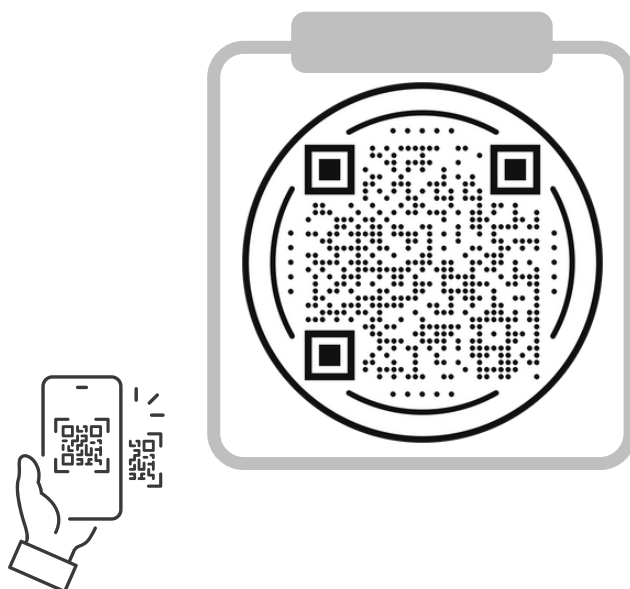
Ecuación.

$$x = Ae^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon)$$

Simulación del estado amortiguando:

Link:

<https://www.geogebra.org/m/jv4zmnap>



2 Oscilaciones forzadas sin rozamiento.

OSCILACIONES
FORZADAS SIN
ROZAMIENTO.

Deslizadores

Se debe crear 5
deslizadores:

1. Amplitud.
2. Fase inicial.
3. Fuerza externa.
4. Frecuencia.
5. Masa.

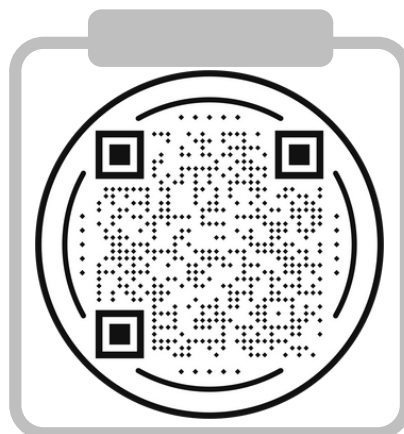
Ecuación.

$$x = A \sin(\omega t + \varepsilon) - \frac{Ft}{2m\omega} \cos(\omega t)$$

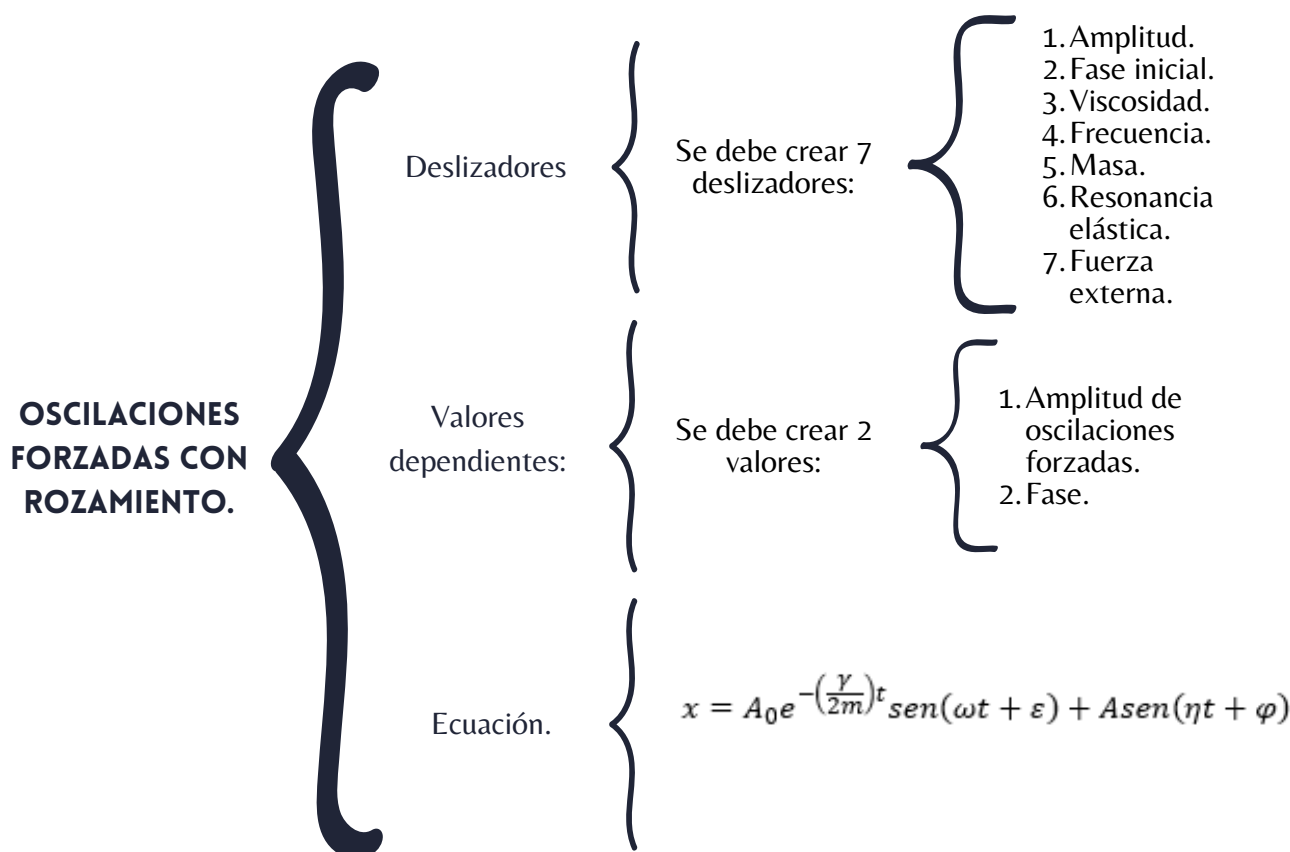
Simulación de las oscilaciones forzadas sin rozamiento:

Link:

<https://www.geogebra.org/m/nvd38tem>



3 Oscilaciones forzadas con rozamiento.



Los valores dependen de los deslizadores anteriormente creados, para digitar los valores de amplitud de una oscilación forzada y la fase, se coloca en la barra de entrada las siguientes ecuaciones.

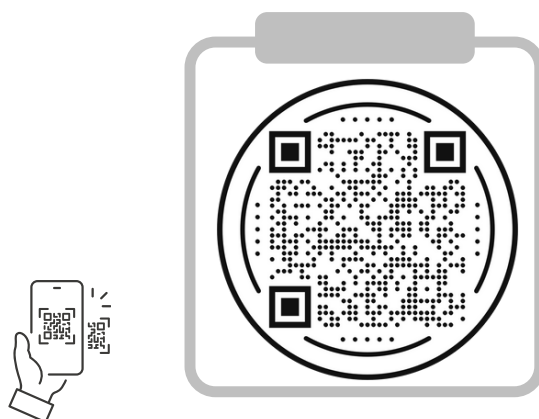
$$A = \frac{F}{\sqrt{\gamma^2 \eta^2 + m^2 (\omega^2 - \eta^2)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[-\frac{(\omega^2 - \eta^2)}{\gamma \eta} \right]$$

Simulación de las oscilaciones forzadas con rozamiento:

Link:

<https://www.geogebra.org/m/yrge2g5v>

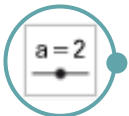
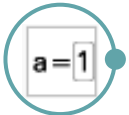
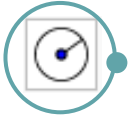
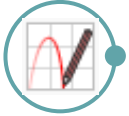


EVALUACIÓN.

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Emparejar el símbolo con su nombre:



Deslizador.

Segmento.

Casilla de control.

Ángulo dada su amplitud.

Elipse.

Pendiente.

Casilla de Entrada.

Figura a mano alzada.

Texto.

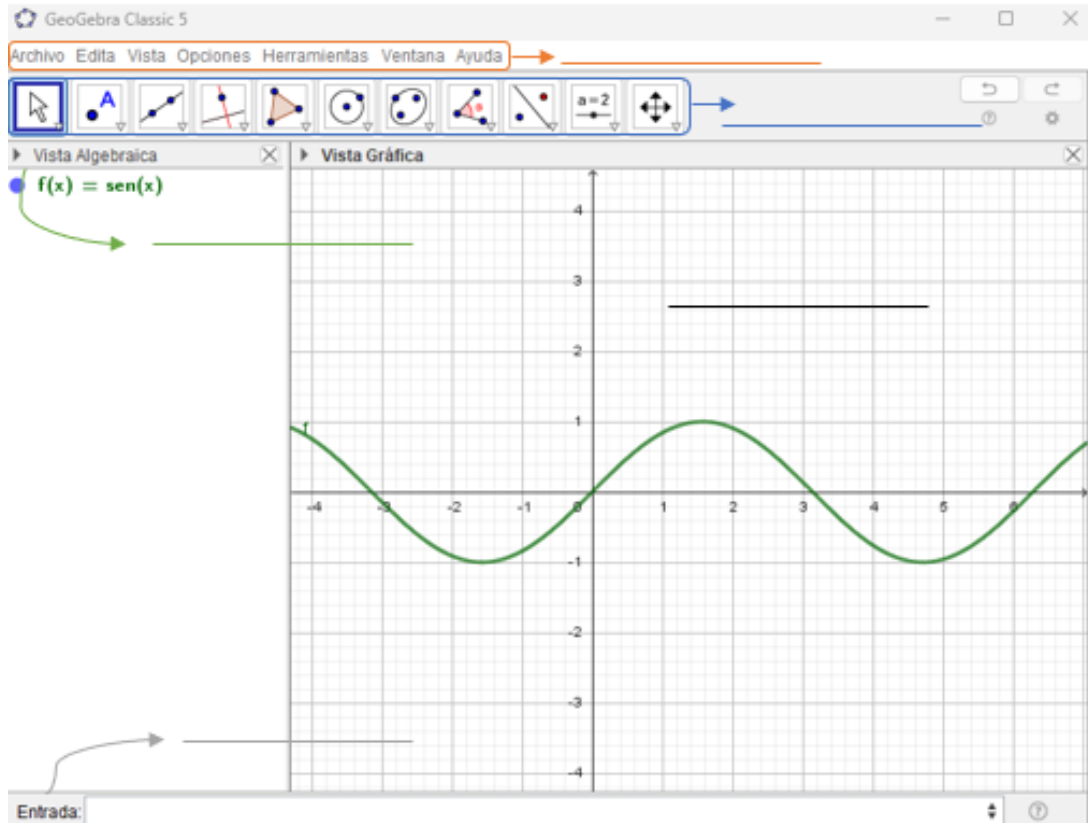
Recta.

Circunferencia (centro, radio)

Botón.

EVALUACIÓN.

2.- En la siguiente imagen identifique los nombres de las zonas de la pantalla principal de un archivo GeoGebra:



3.- En los siguientes enunciados coloque “V” si es verdadero y “F” si es falso.

- El deslizador “n” en sus propiedades se debe considerar valores negativos. -----

- Para crear el botón de iniciar la animación en su guion se debe digitar el siguiente comando para su funcionalidad: -----

Iniciar Animacion(n,True)

- La casilla de entrada permite insertar valores que deseamos en los deslizadores creados en la animación. -----

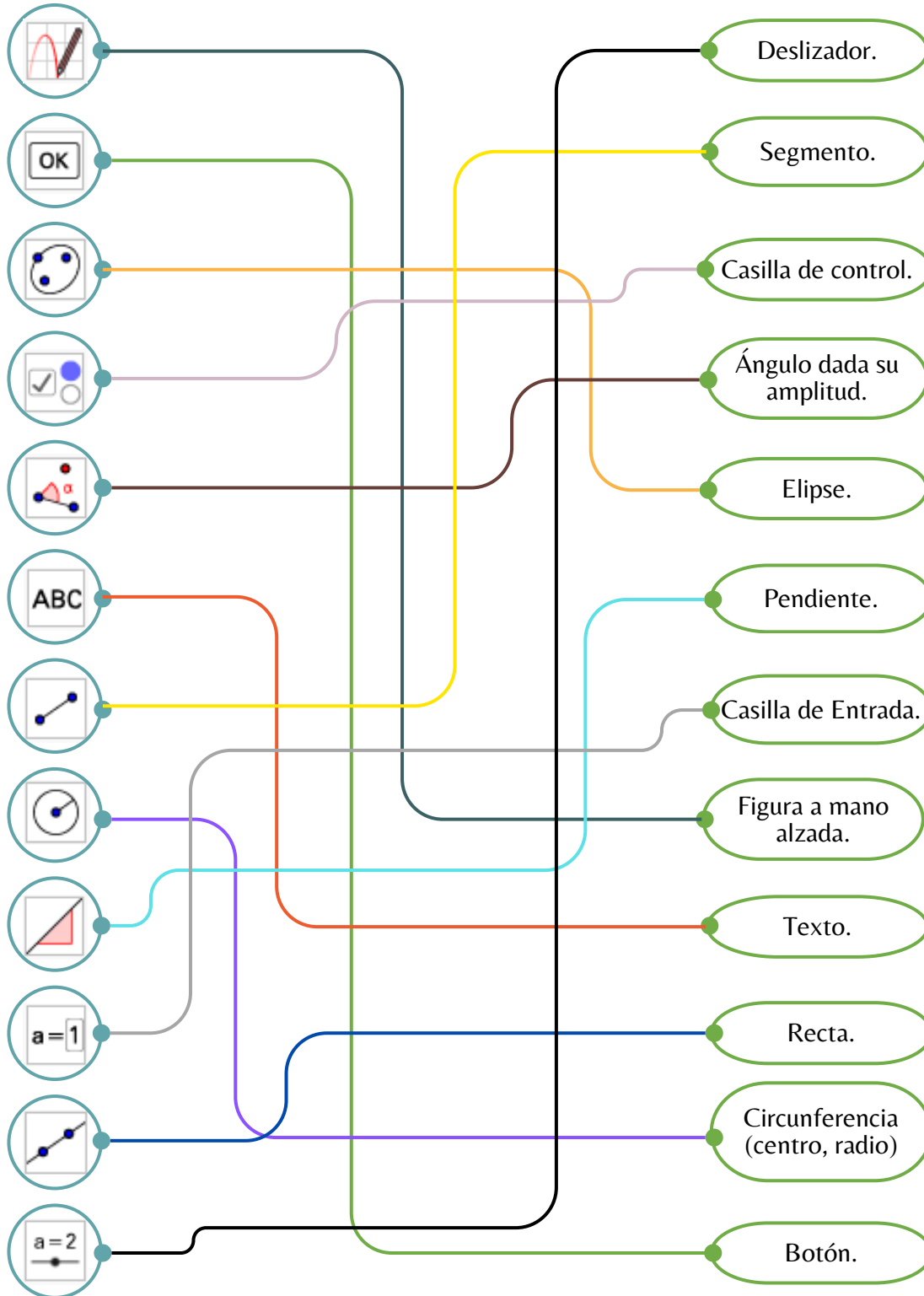
EVALUACIÓN.

Respuestas.

Nombre:.....

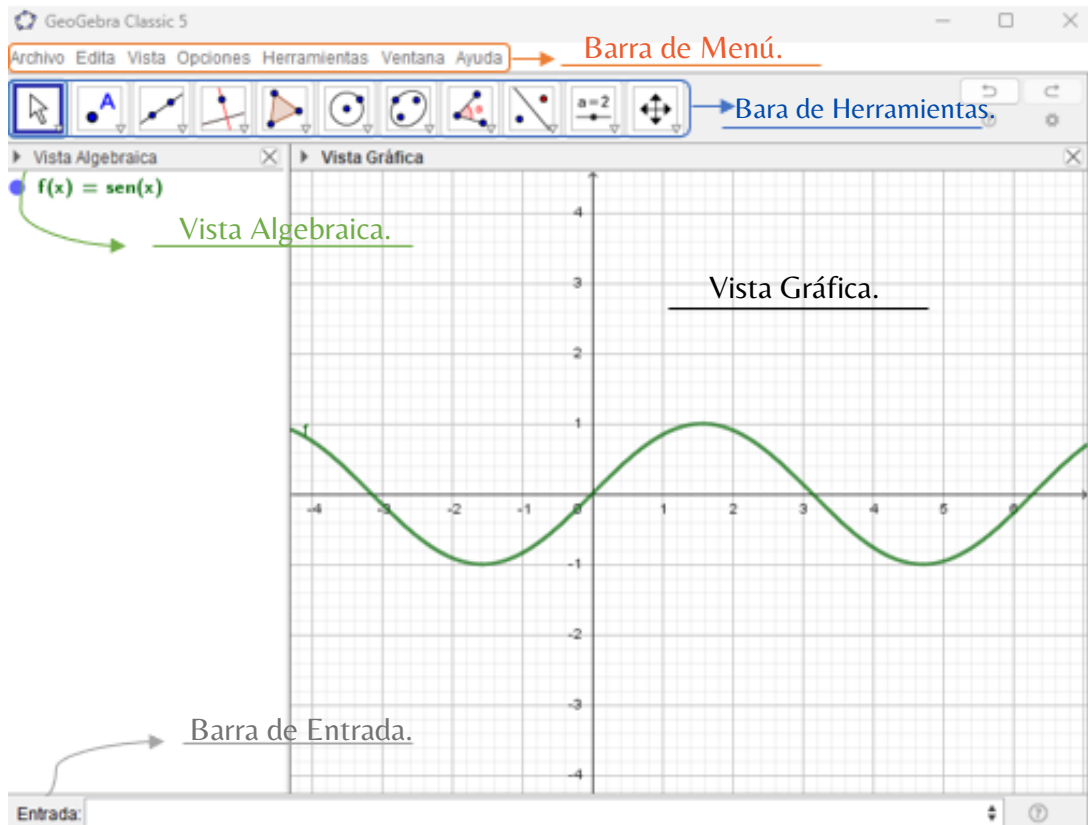
Fecha:.....

1.- Emparejar el símbolo con su nombre:



EVALUACIÓN.

2.- En la siguiente imagen identifique los nombres de las zonas de la pantalla principal de un archivo GeoGebra:



3.- En los siguientes enunciados coloque "V" si es verdadero y "F" si es falso.

- El deslizador "n" en sus propiedades se debe considerar valores negativos.

F

- Para crear el botón de iniciar la animación en su guion se debe digitar el siguiente comando para su funcionalidad:

F

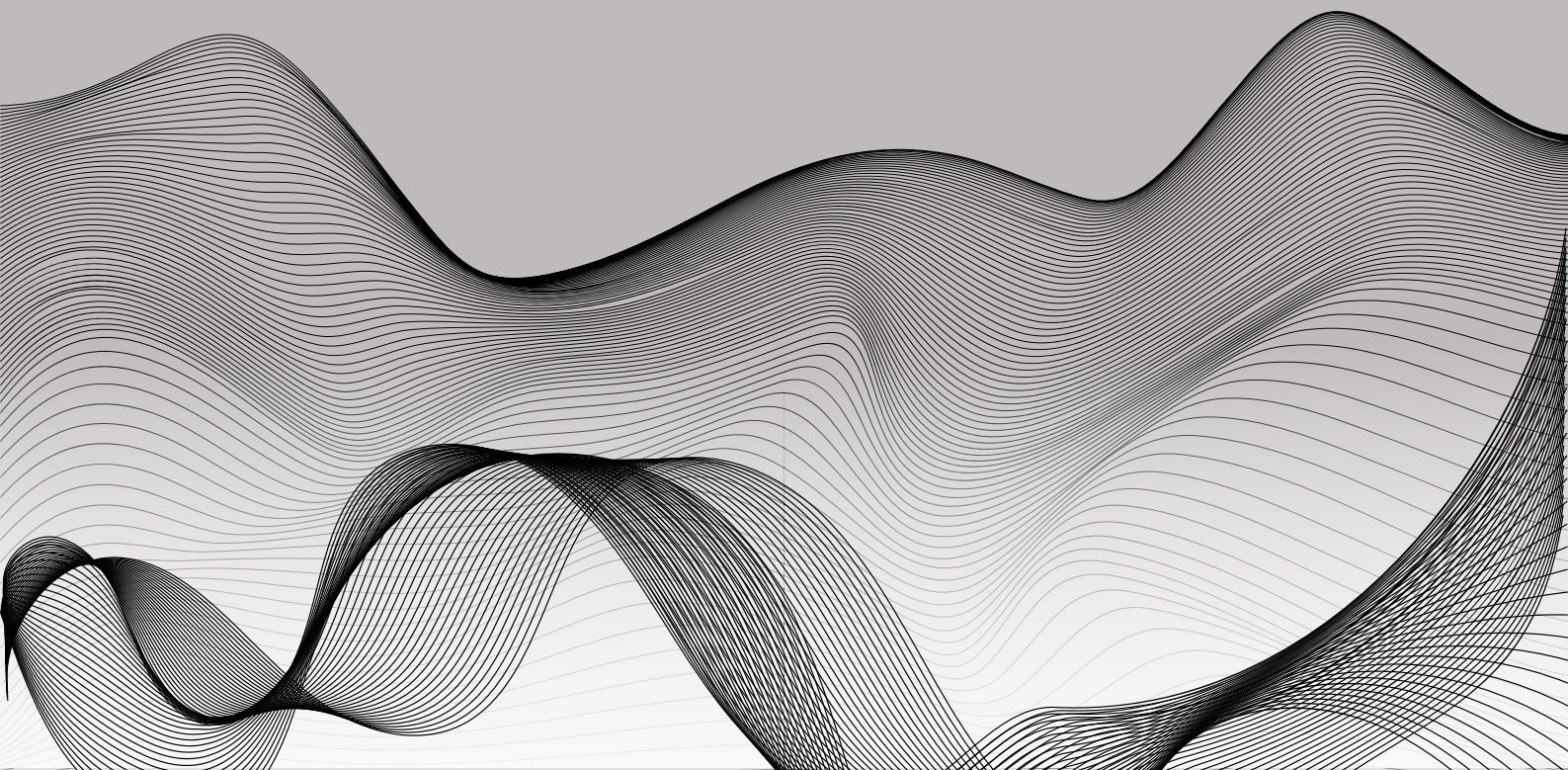
Iniciar Animacion(n,True)

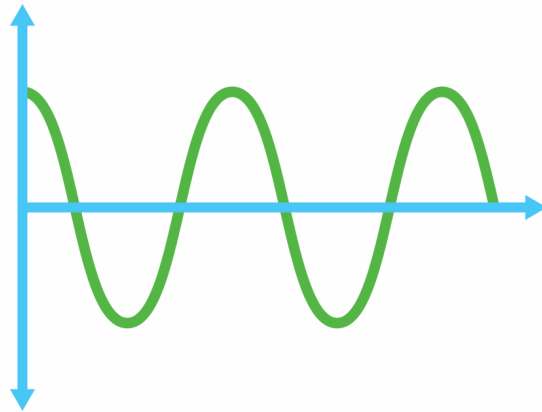
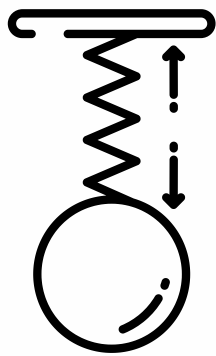
- La casilla de entrada permite insertar valores que deseamos en los deslizadores creados en la animación.

V

G U Í A N ° 1

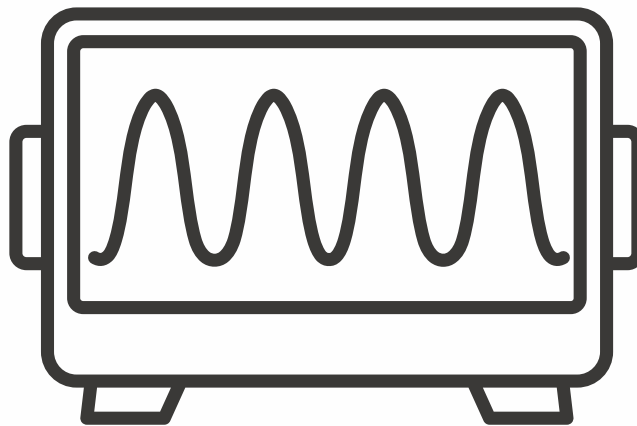
O S C I L A C I O N E S
L I B R E S C O N
R O Z A M I E N T O .





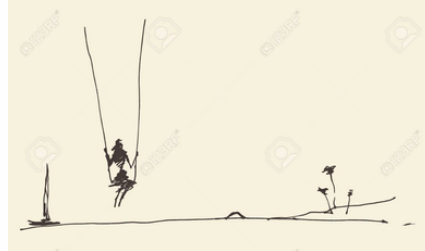
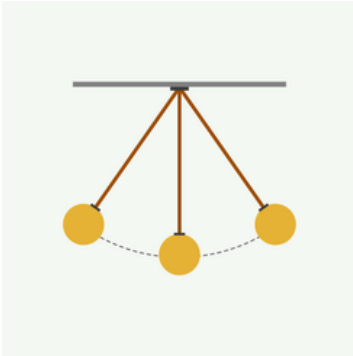
Objetivos:

1. Reflexionar y entender los conceptos necesarios para introducirnos en el estudio de las oscilaciones que observamos en el mundo real.
2. Conocer y aprender los diferentes tipos de oscilaciones libres con rozamiento.



Actividades de Apertura:

Presentar a los estudiantes las siguientes imágenes relacionadas con fenómenos naturales donde estén presentes oscilaciones como introducción al tema



Actividades de apertura

Realizamos un diálogo en donde el estudiante exponga ideas sobre lo que entiende por oscilación y de que manera cree que esta presente en cada una de las imágenes

Explicamos que una oscilación es la variación de un medio o sistema en un período de tiempo. Es un movimiento que se repite alrededor de una posición de equilibrio.

Diferencia entre oscilaciones libre y forzadas

Las oscilaciones libres son aquellas en donde no está presente ninguna fuerza externa durante su movimiento

Las oscilaciones forzadas por el contrario, en ellas si intervienen fuerzas o torques externos durante el movimiento

Actividad de desarrollo:

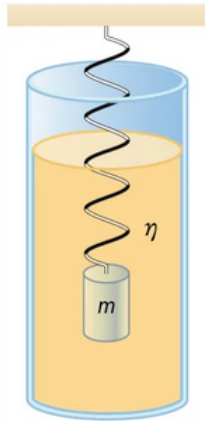
Introducción al tema:



El estudio que se realiza en esta unidad está presente en el mundo real que nos desenvolvemos. Los movimientos oscilatorios a los que consideramos MAS son conocidos como oscilaciones libres con rozamiento

Son aquellas donde se presentan disipación de energía debido a rozamientos viscosos o secos convirtiéndose en otra forma de energía, generalmente en calor.

Desarrollo de la ecuación.



Función lineal de la velocidad de la partícula:

$$Fr = \gamma \dot{x} = \gamma v$$

Dando forma a la siguiente ecuación diferencial

$$-kx - \gamma \dot{x} = m\ddot{x} +$$

De donde

$$\ddot{x} + \frac{\gamma}{m} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Procedemos a resolverla y obtenemos el siguiente polinomio :

$$r^2 + \frac{\gamma}{m} r + \omega_0^2 = 0$$

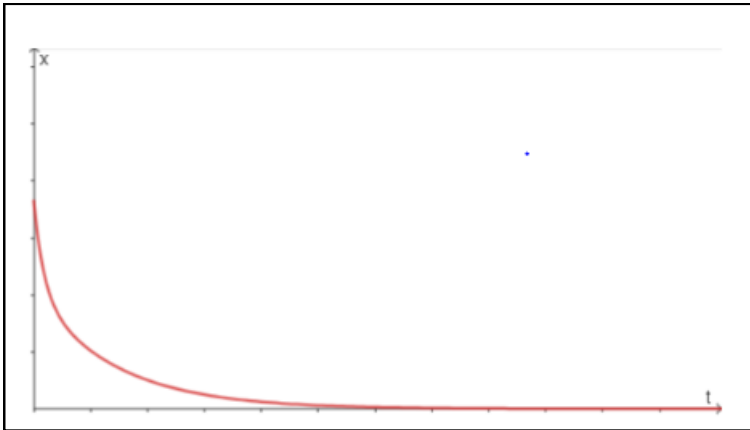
Y sus raíces son:

$$r_1 = \frac{-\frac{\gamma}{m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{m^2} - 4\omega_0^2}}{2} \quad \& \quad r_2 = \frac{-\frac{\gamma}{m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{m^2} - 4\omega_0^2}}{2}$$

Según sea el valor del discriminante existen tres posibles soluciones:

$$\text{a) Si } \frac{\gamma^2}{m^2} > 4\omega_0^2:$$

$$x = C_1 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t} + C_2 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t}$$



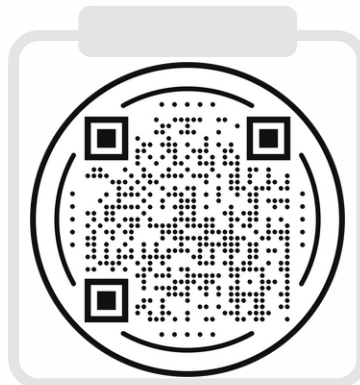
Corresponde al **estado sobre amortiguado** en el que la partícula vuelve lentamente a la posición de equilibrio, aunque por lo general no lo logra



A continuación, con el uso de GeoGebra presentar la simulación de del estado sobre amortiguado, Utilizar la simulación para una mejor comprensión de los contenidos expuestos anteriormente.

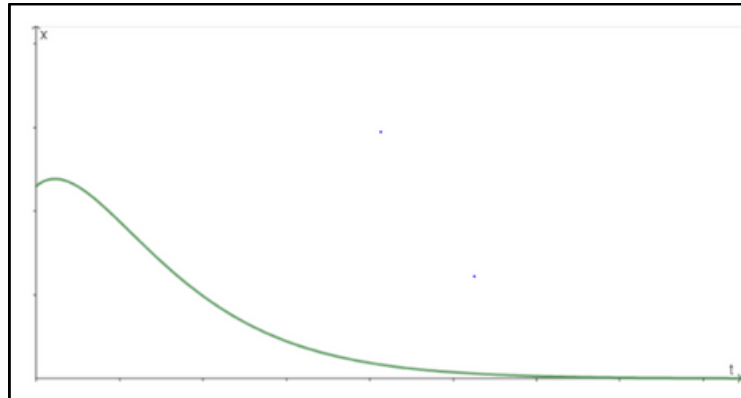
Link:

<https://www.geogebra.org/m/srfemjsc>



$$\text{b) Si } \frac{\gamma^2}{m^2} = 4\omega_0^2:$$

$$x = (C_1 + C_2 t) e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$



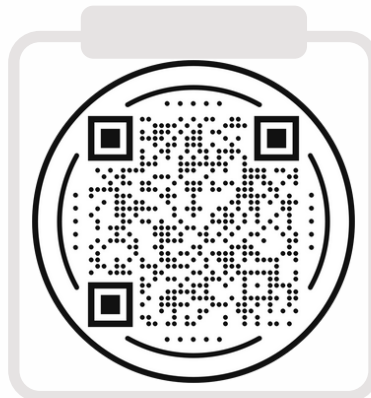
Corresponde al **estado amortiguado crítico** en el que la partícula vuelve rápidamente a la posición de equilibrio, aunque casi al lograrlo se frena.



A continuación, con el uso de GeoGebra presentar la simulación de del estado amortiguado crítico,

Link:

<https://www.geogebra.org/m/pgfztjzg>



c) Si $\frac{\gamma^2}{m^2} < 4\omega_0^2$:

Corresponde al **estado amortiguado** pero para su análisis hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\frac{y^2}{m^2} - 4\omega_0^2 = -4\omega^2$$

De modo que:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4m^2} = \frac{k}{m} - \frac{\gamma^2}{4m^2}$$

Con lo que sus raíces se convierten:

$$r_1 = \frac{\gamma^2}{2m^2} - \omega i$$

$$r_2 = \frac{\gamma^2}{2m^2} + \omega i$$

Y su solución es:

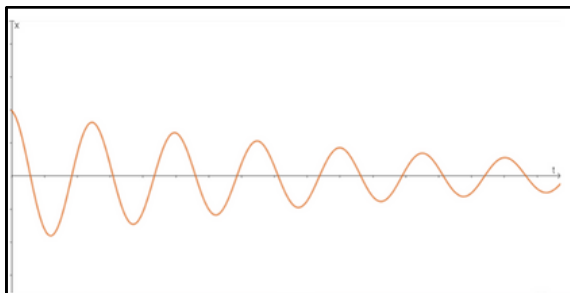
$$x = e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} (C_1 \text{Sen}\omega t + C_2 \text{Cos}\omega t) = e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} (A \text{Sen}\omega t \text{Cos}\varepsilon + A \text{Cos}\omega t \text{Sen}\varepsilon)$$

Es decir:

$$x = A e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \text{Sen}(\omega t + \varepsilon)$$

Donde:

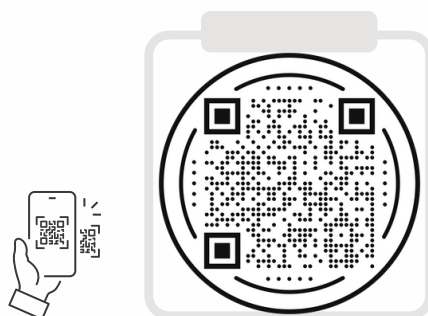
$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad y \quad \varepsilon = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$$



A continuación, con el uso de GeoGebra presentar la simulación de del estado amortiguado.

Link:

<https://www.geogebra.org/m/jv4zmnap>





Consejo:

Al desarrollar el contenido científico, dar a conocer las características de cada una de las representaciones presentadas con Geogebra

Actividades en clase:

A continuación se muestra un problema que será trabajada por el docente con el apoyo de los estudiantes

Un balón de 20 cm de radio y 4 kg de masa pende de un resorte helicoidal de 42 N/m. Se hace oscilar al sistema dentro de aceite de ricino, a 25 °C, iniciando con una amplitud positiva de 25 cm. Determine la ecuación de posición del movimiento amortiguado.

Datos:

$$k = 42 \text{ N/m} \quad r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$A = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

Para una esfera su fuerza de rozamiento viscoso es:

$$Fr = 6\pi R\eta\dot{x} = \gamma\dot{x}$$

de manera que:

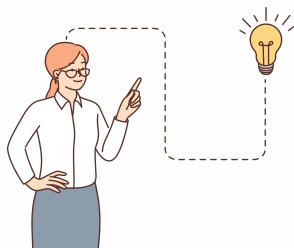
$$\gamma = 6\pi R\eta = 6 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 0,986 = 3,72$$

Además:

$$\omega = \sqrt{k/m - \gamma^2/4m^2} = \sqrt{42/4 - 3,72^2/4 \cdot 4^2} = 3,23$$

Por lo tanto

$$x = 0,25e^{-(\frac{3,72}{2 \cdot 4})t} \text{sen}(3,23t + \frac{\pi}{2})$$



Se recomienda usar la simulación y variar los valores para poder analizar el comportamiento de la posición de una oscilación en el estado amortiguado.

Actividad de cierre:

Obtendremos una expresión para el período temporal y “decremento logarítmico”, θ , de oscilación de las oscilaciones amortiguadas:

$$P = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4m^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4m^2\omega_0^2 - \gamma^2}{4m^2}}}$$

Por lo tanto:

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{4m^2}{4m^2\omega_0^2 - \gamma^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{4m^2}{4km - \gamma^2}}$$

El “ θ ” es el logaritmo natural de la relación entre las amplitudes de dos oscilaciones sucesivas, es decir, de dos oscilaciones separadas por un período temporal

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+P)}$$

Taller

Nombre:

Fecha:

1-Resolver los siguientes ejercicios con la siguiente condición inicial

$$\{ x(0) = x_0 \quad \dot{x}(0) = 0$$

a) Con la ecuación de posición de el estado sobreamortiguado derivar y obtener las ecuaciones velocidad y aceleración.

Respuestas:

$$\dot{x} = C_1 \left(-\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2} \right) e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t} + C_2 \left(-\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2} \right) e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t}$$

$$\ddot{x} = C_1 \left(-\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2} \right)^2 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t} + C_2 \left(-\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2} \right)^2 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{4m^2} - \omega_0^2}\right)t}$$

b) Con la ecuación de posición de el estado amortiguado crítico derivar y obtener las ecuaciones de velocidad y aceleración.

Respuestas:

$$\dot{x} = C_2 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} - \frac{\gamma}{2m} (C_1 + C_2 t) e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$

$$\ddot{x} = -\frac{\gamma C_2}{m} e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} + \frac{\gamma^2}{4m^2} (C_1 + C_2 t) e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$

c) Con la ecuación de posición de el estado amortiguado derivar y obtener las ecuaciones de velocidad y aceleración.

Respuestas:

$$\dot{x} = \left[-\frac{\gamma A}{2m} \text{Sen}(\omega t + \varepsilon) + A\omega \text{Cos}(\omega t + \varepsilon) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$

$$\ddot{x} = \left[\left(\frac{\gamma^2 A}{4m^2} - A\omega^2 \right) \text{Sen}(\omega t + \varepsilon) - \frac{\gamma A \omega}{m} \text{Cos}(\omega t + \varepsilon) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t}$$

Taller

2- Un balón de 15 cm de radio y 6 kg de masa pende de un resorte helicoidal de 35 N/m. Se hace oscilar al sistema dentro de aceite de ricino, a 25 °C, iniciando con una amplitud positiva de 30 cm. Determine: a) la ecuación de posición del movimiento amortiguado. b) el período temporal de las oscilaciones.

Resolución

Datos:

$$k = 35 \text{ N/m} \quad r = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$m = 6 \text{ kg}$$

$$A = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

Para una esfera su fuerza de rozamiento viscoso es:

$$Fr = 6\pi R\eta\dot{x} = \gamma\dot{x}$$

de manera que:

$$\gamma = 6\pi R\eta = 6 \cdot \pi \cdot 0,15 \cdot 0,986 = 2,788$$

Además:

$$\omega = \sqrt{k/m - \gamma^2/4m^2} = \sqrt{35/6 - 2,788^2/4 \cdot 6^2} = 2,41$$

Por lo tanto

$$x = 0,3e^{-(\frac{2,788}{2 \cdot 6})t} \text{sen}(2,41t + \frac{\pi}{2})$$

$$b) P = 2\pi \sqrt{\frac{4m^2}{4km - \gamma^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6^2}{4 \cdot 35 \cdot 6 - 2,788^2}} =$$

$$P = 2,07 \text{ s}$$

3- Coloque los siguientes datos en la simulación de estado sobreamortiguado y responda:

Frecuencia=1,5

Primera simulación con C1= 8 y C2= 5

Masa= 7 Kg

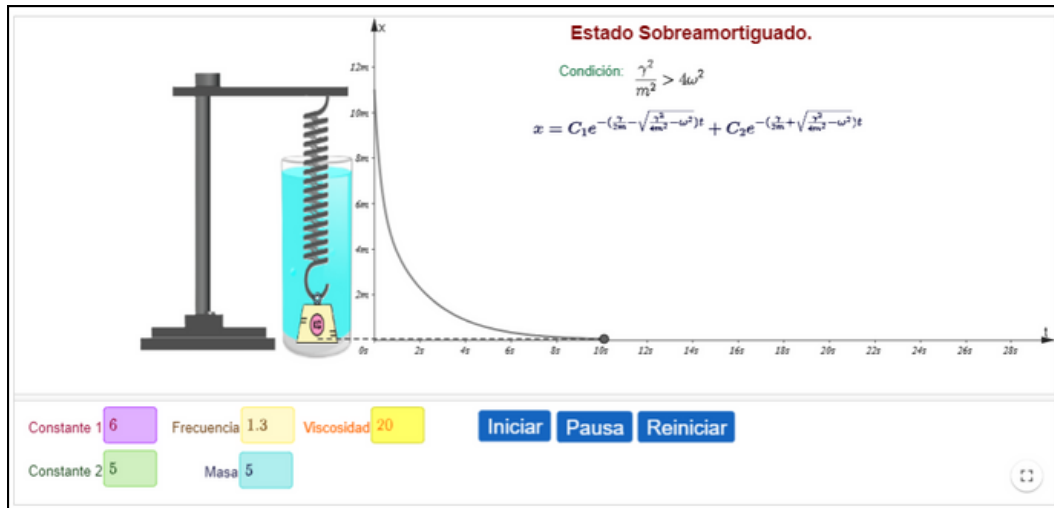
Viscosidad=20

° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?

Resolución

Al variar las constantes el movimiento del resorte tiende a empezar por encima del líquido pero siempre vuelve lentamente a la posición de equilibrio

Captura de la simulación con $C_1= 6$ y $C_2=5$



4- Coloque los siguientes datos en la simulación de estado amortiguado y responda:

Frecuencia=4

Primera simulación con $C_1= 5$ y $C_2= 5$

Masa= 2,7 Kg

Segunda simulación con $C_1=2$ y $C_2=2$

Viscosidad=0,2

° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?

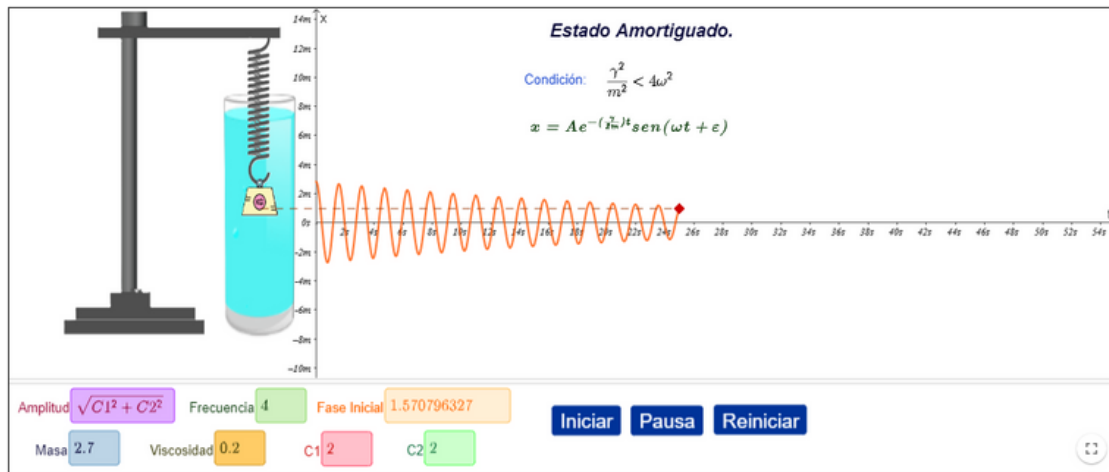
Resolución:

Al variar las constantes el movimiento del resorte se ve afectada en su amplitud pero al final decrece tendiendo a cero

Captura de la simulación con $C_1= 5$ y $C_2=5$



Captura de la simulación con C1= 2 y C2=2



Taller

Nombre:

Fecha:

1-Resolver los siguientes ejercicios con la siguiente condición inicial

$$\{ x(0) = x_0 \quad \dot{x}(0) = 0$$

a) Con la ecuación de posición de el estado sobreamortiguado derivar y obtener las ecuaciones velocidad y aceleración.

b) Con la ecuación de posición de el estado amortiguado crítico derivar y obtener las ecuaciones de velocidad y aceleración.

3- Coloque los siguientes datos en la simulación de estado sobreamortiguado y responda:

Frecuencia=1,5

Masa= 7 Kg

Viscosidad=20

Primera simulación con $C_1= 8$ y $C_2= 5$

° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?

c) Con la ecuación de posición de el estado amortiguado derivar y obtener las ecuaciones de velocidad y aceleración.

2-Un balón de 15 *cm* de radio y 6 *kg* de masa pende de un resorte helicoidal de 35 *N/m*. Se hace oscilar al sistema dentro de aceite de ricino, a 25 °C, iniciando con una amplitud positiva de 30 *cm*. Determine: a) la ecuación de posición del movimiento amortiguado. b) el período temporal de las oscilaciones.

4- Coloque los siguientes datos en la simulación de estado amortiguado y responda:

Frecuencia=4

Viscosidad=0,2

Masa= 2,7

Kg Primera simulación con $C_1= 5$ y $C_2= 5$

Segunda simulación con $C_1=2$ y $C_2=2$

° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?

EVALUACIÓN.

Objetivos de esta actividad

Verificar que los estudiantes tengan en claro el concepto y comportamiento de los estados de una oscilación libre con rozamiento

Nombre:

Fecha:.....

1.- Complete los siguientes enunciados

En el estado la partícula vuelve lentamente a la posición de aunque normalmente lo logra.

En el estado la partícula vuelve rápidamente a la posición de como queriendo oscilar, aunque cerca de lograrlo.....

2.- Una pelota de 40 cm de radio y 1.5 kg de masa pende de un resorte helicoidal de 38 N/m . Se hace oscilar al sistema dentro de aceite de ricino, a $18\text{ }^\circ\text{C}$, iniciando con una amplitud positiva de 18 cm . Determine:

a) la ecuación de posición del movimiento amortiguado b) el período temporal de las oscilaciones



3.- Coloque los siguientes datos en la simulación

Constante 1= 4

Constante 2= 4

Viscosidad=1,5

Masa= 2,7 Kg

Primera simulación con Frecuencia= 4

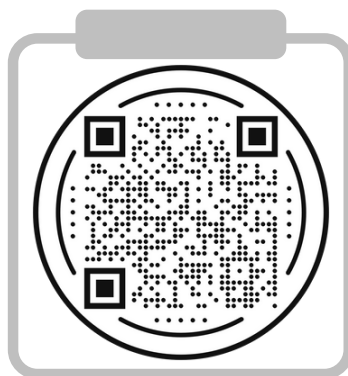
Segunda simulación con frecuencia= 1

° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?



Link:

<https://www.geogebra.org/m/jv4zmnap>



EVALUACIÓN.

Respuestas.

Objetivos de esta actividad

Verificar que los estudiantes tengan en claro el concepto y comportamiento de los estados de una oscilación libre con rozamiento

Nombre:

Fecha:.....

1.- Complete los siguientes enunciados

En el estado **sobreamortiguado** la partícula vuelve lentamente a la posición de **equilibrio** aunque normalmente **no** lo logra.
 En el estado **amortiguado crítico** la partícula vuelve rápidamente a la posición de **equilibrio** como queriendo oscilar, aunque cerca de lograrlo **se frena**.

2.- Una pelota de 40 cm de radio y 1.5 kg de masa pende de un resorte helicoidal de 38 N/m. Se hace oscilar al sistema dentro de aceite de ricino, a 18 °C, iniciando con una amplitud positiva de 18 cm. Determine:

a) la ecuación de posición del movimiento amortiguado b) el período temporal de las oscilaciones

Resolución:

a) Datos:

$$k = 38 \text{ N/m} \quad r = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$A = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$$

Para una esfera su fuerza de rozamiento viscoso es:

$$Fr = 6\pi R\eta\dot{x} = \gamma\dot{x}$$

de manera que:

$$\gamma = 6\pi R\eta = 6 \cdot \pi \cdot 0,4 \cdot 0,986 = 7,4343$$

Además:

$$\omega = \sqrt{k/m - \gamma^2/4m^2} = \sqrt{38/1,5 - 7,4343^2/4 \cdot 1,5^2} = 4,88$$

Por lo tanto

$$x = 0,18e^{-(7,43/2 \cdot 1,5)t} \text{sen}(4,88t + \frac{\pi}{2})$$

$$b) P = 2\pi \sqrt{\frac{4m^2}{4km - \gamma^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5^2}{4 \cdot 38 \cdot 1,5 - 7,43^2}} =$$

$$P = 0,46 \text{ s}$$

3.- Coloque los siguientes datos en la simulación

Constante 1= 4

Constante 2= 4

Viscosidad=1,5

Masa= 2,7 Kg

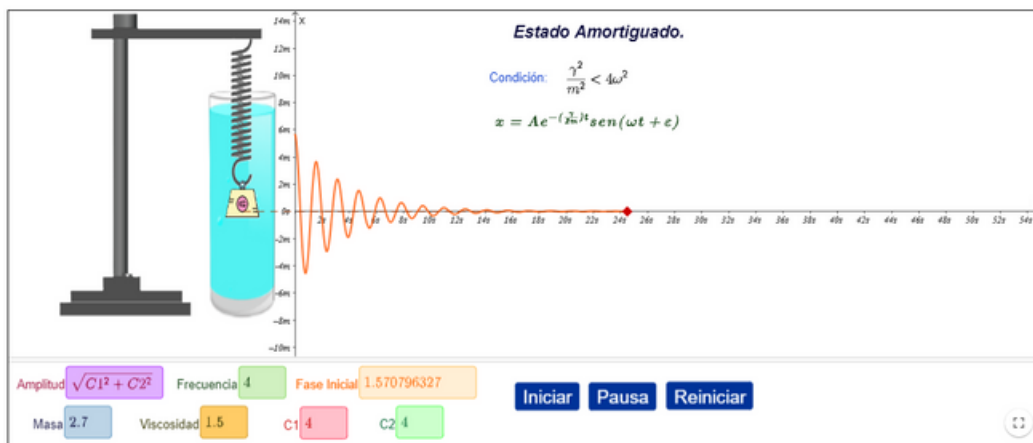
Primera simulación con Frecuencia= 4

Segunda simulación con frecuencia= 1

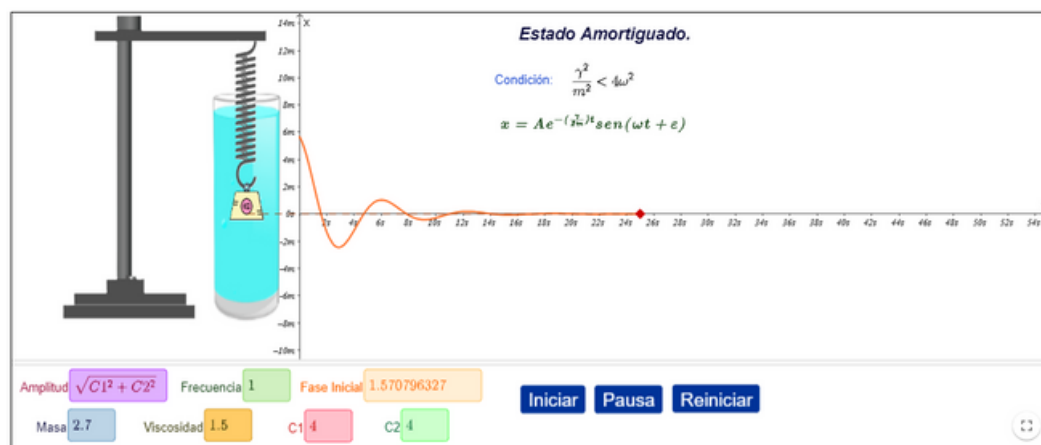
° ¿Qué sucede con el movimiento del resorte y su gráfica?

La velocidad del movimiento y el número de las oscilaciones se ve afectada en la primera simulación es más rápida, mientras en la segunda simulación existe un menor número de oscilaciones tendiendo rápidamente a cero.

Captura de la simulación con Frecuencia= 4



Captura de la simulación con frecuencia= 1



Rúbrica de calificación

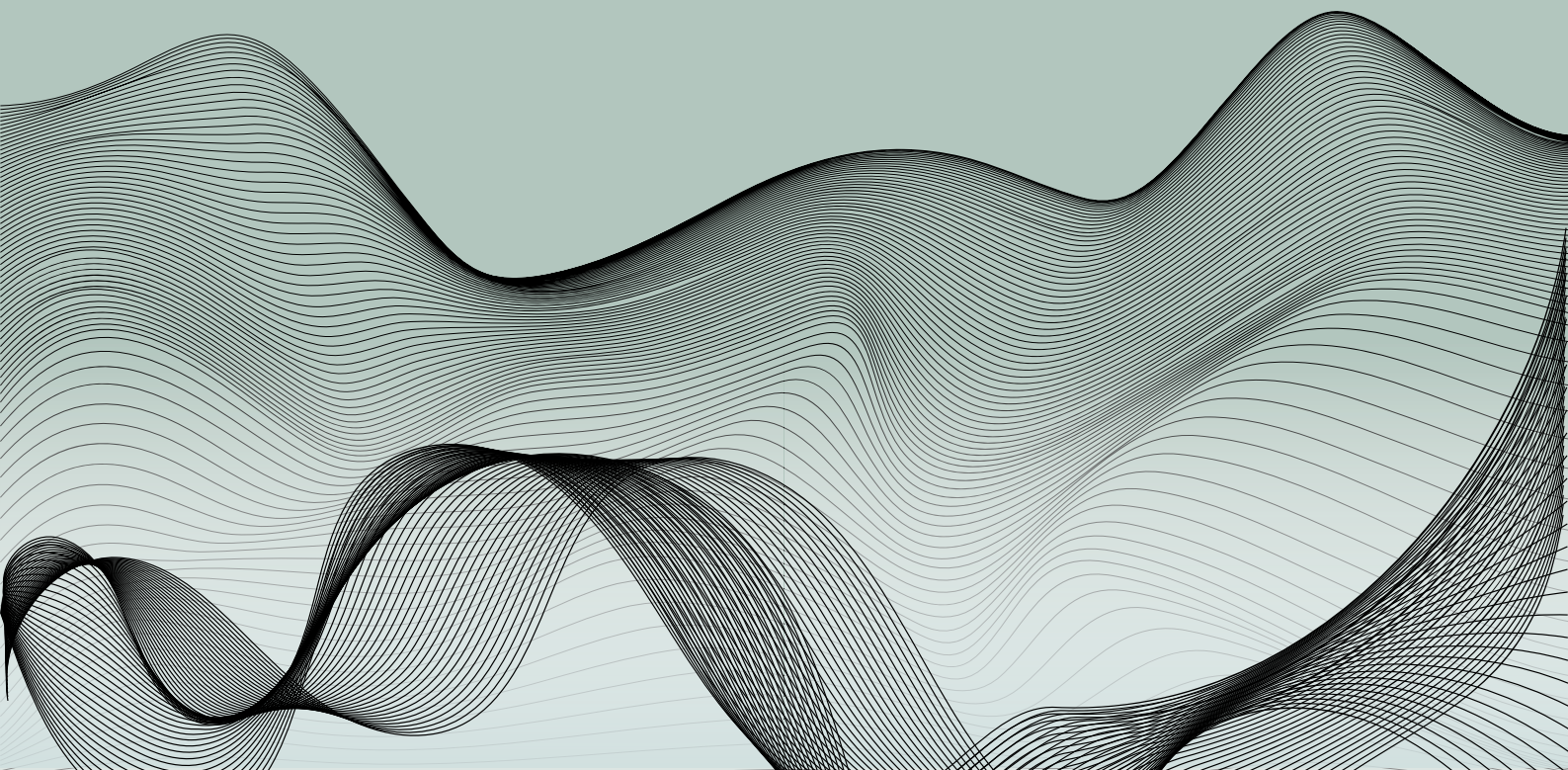


En esta parte se encuentra la rúbrica de calificación para las actividades sugeridas

	Excelente	Bien	Regular	Mal
Responsabilidad al realizar el taller y la evaluación enviada				
Aplica correctamente las fórmulas revisadas en clase				
Existe un procedimiento previo antes de la respuesta				
La presentación del trabajo es clara, ordenada y sin faltas de ortografía				

G U Í A N ° 2 .

MASA DEL RESORTE
EN EL PÉNDULO
ELÁSTICO.



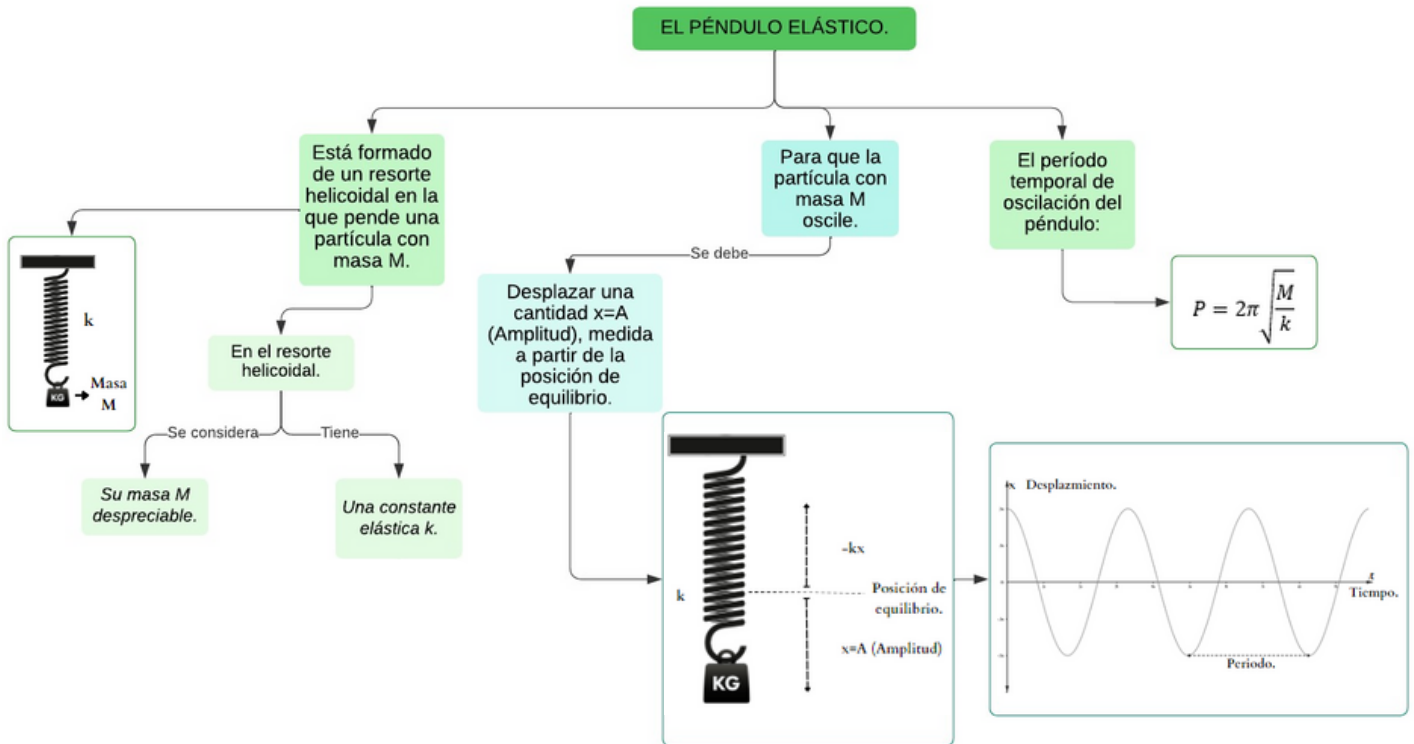
Objetivos:

1. Desarrollar la ecuación para el período del péndulo elástico considerando la masa del resorte.
2. Desarrollar las actividades del tema y analizar los resultados obtenidos mediante el software GeoGebra.

1

ACTIVIDADES DE APERTURA:

Mediante un organizador gráfico recordar el tema de Péndulo Elástico.



Actividad 1:

Un resorte helicoidal con una constante elástica de $k=51 \text{ N/m}$, cuyo extremo se encuentra una partícula colgante de masa $M=0.55 \text{ kg}$. Halle el período del péndulo elástico.

Resolución:

Datos:

$$k=51 \text{ N/m}$$

$$M=0,55 \text{ kg}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{0,55}{51}}$$

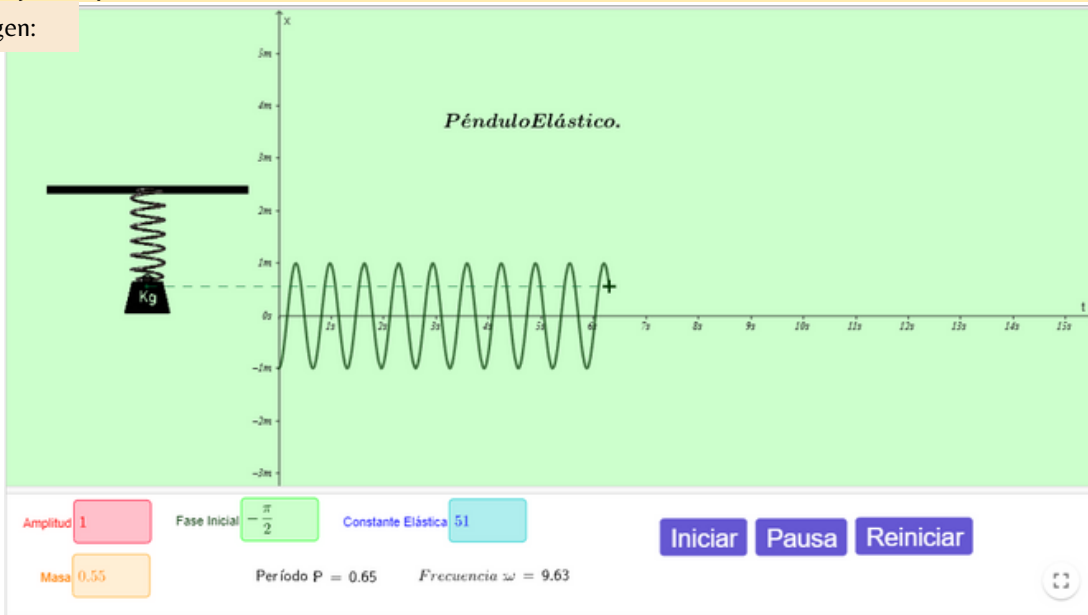
$$P = 0,65 \text{ s}$$

Respuesta: El período del péndulo elástico es de 0,65 segundos

Actividad 2:

Mostrar y comparar el resultado obtenido en la actividad 1 en el software GeoGebra.

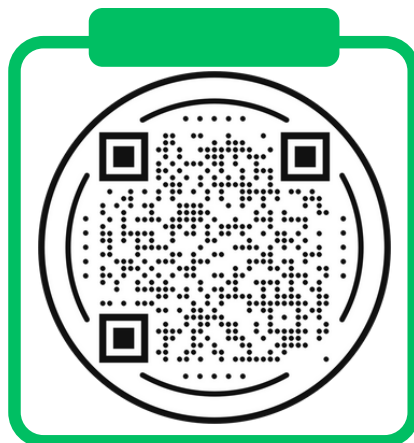
Imagen:



Como ejemplos se recomienda usar la simulación y jugar con los valores de la masa de la partícula como de la constante elástica del resorte, además se puede analizar el movimiento del péndulo elástico.

Link:

<https://www.geogebra.org/m/xby2yjx2>



Simulación del péndulo elástico.

2

ACTIVIDAD DE DESARROLLO:

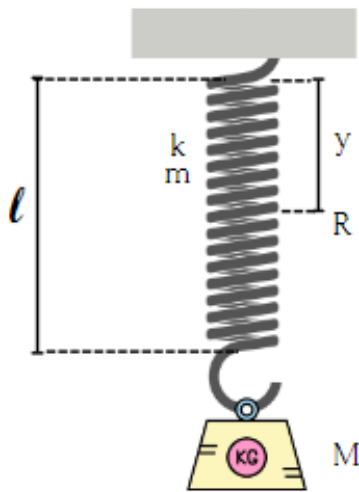


Introducción al tema:

En el estudio del péndulo elástico en muchos de los casos se debe considerar la masa del resorte, a diferencia del péndulo elástico idealizado, en el que se consideraba despreciable. Si la masa del resorte no puede ser despreciada se deberá incluir en el desarrollo y cálculo para la ecuación del periodo del péndulo elástico.



Desarrollo de la ecuación del Péndulo Elástico:



Donde:

- * ω_0 = frecuencia cíclica.
- * M=oscila con una amplitud.
- * La amplitud de punto R es:

$$a = \frac{y}{l} \cdot A$$

- * Si el resorte tiene N espiras, la amplitud de la enésima espira es:

$$a_n = \frac{n}{N} \cdot A$$

La energía cinética máxima de un resorte es:

$$Ec_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \sum \frac{m}{N} \cdot \omega_0^2 \cdot a_n^2$$

$$Ec_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{N} \cdot \frac{\omega^2 \cdot A^2}{N^2} \sum n^2$$

$$Ec_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m\omega^2 A^2}{N^3} \cdot \frac{N(N-1)(2N-1)}{6}$$

Donde:

$$N > 1$$

$$N(N-1)(2N-1) \approx 2N^3$$

Por lo tanto:

$$Ec_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m\omega^2 A^2}{N^3} \cdot \frac{2N^3}{6}$$

$$Ec_{m\acute{a}x} = \frac{1}{6} m\omega^2 A^2$$

→ $Ec_{m\acute{a}x}$ del resorte.

La energía total del sistema resorte-masa es:

$$E_{c_{\text{máx}}} = \frac{1}{2} M \omega^2 A^2 + \frac{1}{6} m \omega^2 A^2$$

$$E_{c_{\text{máx}}} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \left(M + \frac{m}{3} \right)$$

Todo el sistema.

Energía potencial del sistema es:

$$E_{p_{\text{máx}}} = \frac{1}{2} k A^2$$

De la conservación de la energía se obtiene:

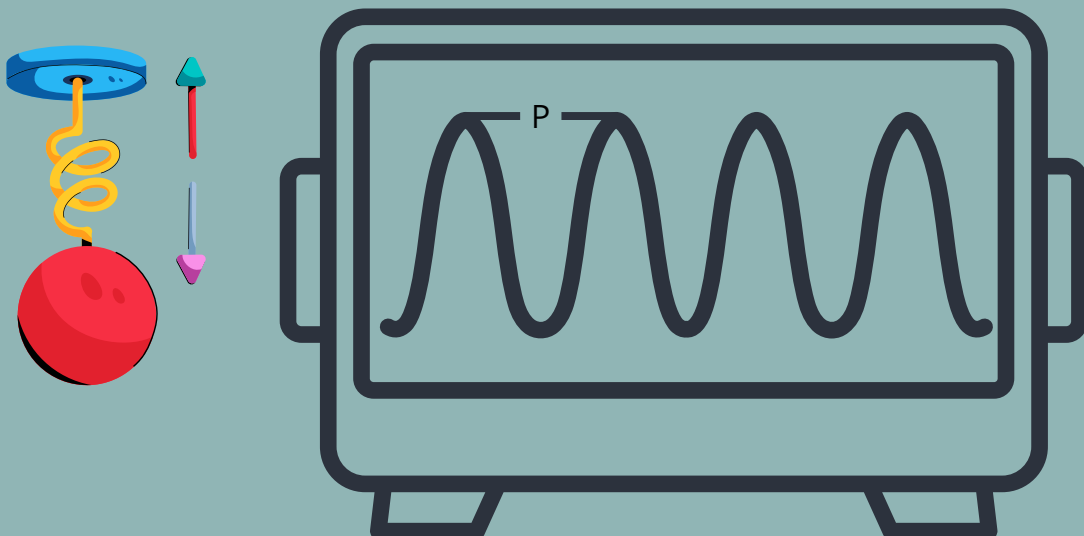
$$E_{c_{\text{máx}}} = E_{p_{\text{máx}}}$$

$$\frac{1}{2} \omega_0^2 A^2 \left(M + \frac{m}{3} \right) = \frac{1}{2} k A^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{M + \frac{m}{3}} = \frac{4\pi^2}{P^2}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + m'}{k}}$$





Actividades en clase:

La siguiente actividad será trabajada por el docente con el acompañamiento de los estudiantes.

Actividad 3:

En un resorte helicoidal cuya constante elástica es de $k=135 \text{ N/m}$ y su masa de $m=0,25 \text{ kg}$, en él se encuentra una partícula colgante de masa $M= 0,65 \text{ kg}$. Halle el período del péndulo elástico.

Resolución:

Datos:

$k=135 \text{ N/m}$

$m=0,25 \text{ kg}$

$M= 0,65 \text{ kg}$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

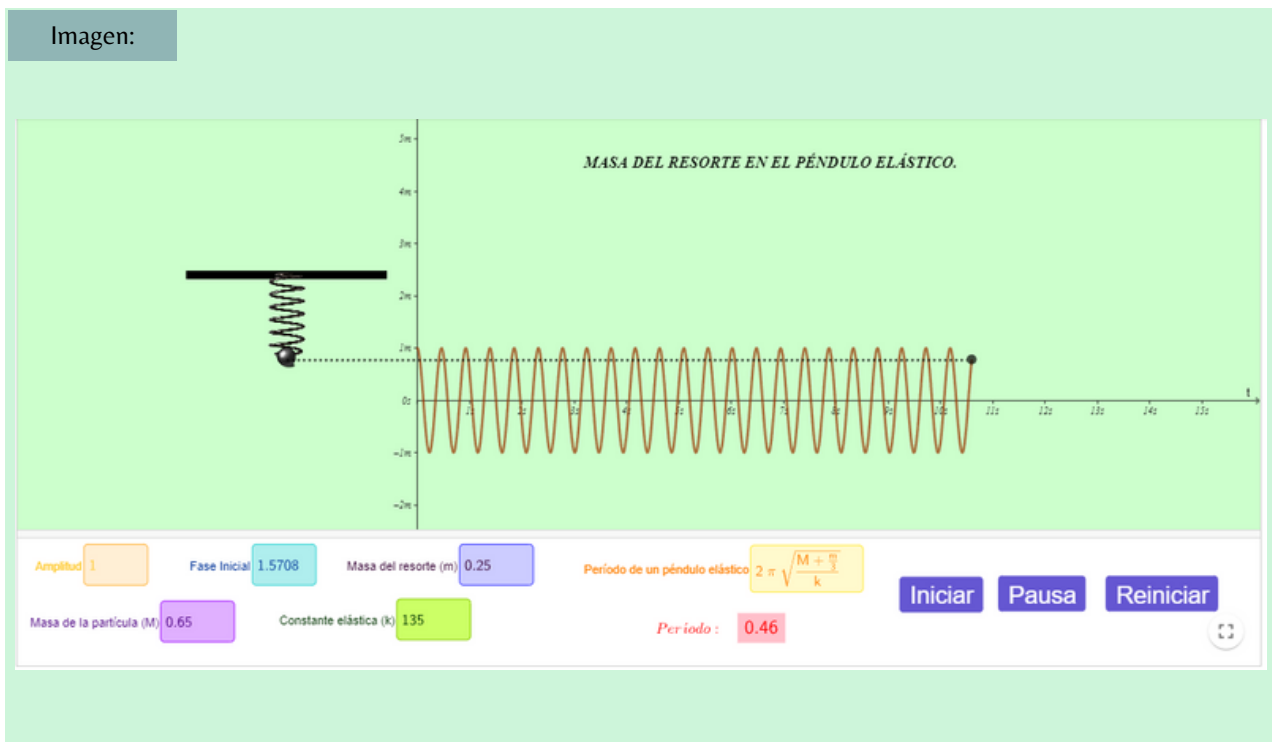
$$P = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(0,65) + \frac{(0,25)}{3}}{135}}$$

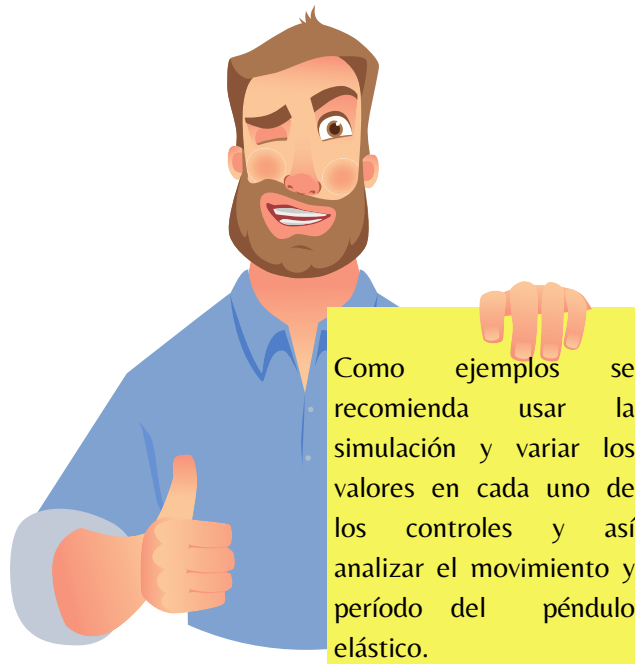
$$P = 0,46 \text{ s}$$

Respuesta: El período del péndulo elástico es de 0,46 segundos

A continuación, con el uso del GeoGebra presentar la simulación del péndulo elástico. Digitar los datos de la Actividad 3, observar y verificar el resultado obtenido.

Imagen:

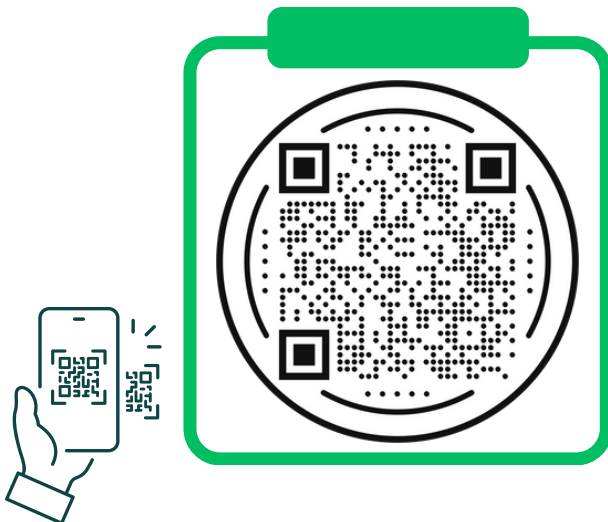




Como ejemplos se recomienda usar la simulación y variar los valores en cada uno de los controles y así analizar el movimiento y período del péndulo elástico.

Link:

<https://www.geogebra.org/m/vdk9zzru>



Simulación: Masa del resorte en el péndulo elástico.



Trabajo en clase:

TALLER.

MASA DEL RESORTE EN EL PÉNDULO ELÁSTICO.

Nombre: _____

Fecha: _____

1.- Resolver los siguientes ejercicios:

- Halle el período del péndulo elástico cuyo resorte helicoidal tiene una masa de 0,155 kilogramos y se constante elástica es de $k=112$ N/m, en él se encuentra una partícula colgante de masa 0,27 kg.

Resolución:

Datos:

$m=0.155 \text{ kg}$

$k=112 \text{ N/m}$

$M= 0,27\text{kg}$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{(0,27) + \frac{(0,155)}{3}}{112}}$$

$$P = 0,33 \text{ s}$$

Respuesta: El período del péndulo elástico es de 0,33 segundos

- Un péndulo elástico está formado por un resorte helicoidal cuya masa es de $m=0,352$ kg y de una constante elástica k desconocida, en el resorte se encuentra una partícula colgante de masa $M= 0,695$ kg. Al hacerlo oscilar, su período es de 1,321 s. Determine la constante elástica del resorte.

Resolución:

Datos:

$$m = 0,352 \text{ kg}$$

$$M = 0,695 \text{ kg}$$

$$P = 1,321 \text{ s}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$\frac{P}{2\pi} = \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}\right)^2$$

$$\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \frac{M + \frac{m}{3}}{k}$$

$$k = \frac{M + \frac{m}{3}}{\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2}$$

$$k = \frac{(0,695) + \left(\frac{0,352}{3}\right)}{\left(\frac{1,321}{2\pi}\right)^2}$$

$$k = 18,37 \text{ N/m}$$

Respuesta: El valor de la constante elástica del resorte es de 18,37 N/m.

- Encuentre el valor del período de un péndulo elástico tal que $m = 0,20 \text{ kg}$, $k = 142 \text{ N/m}$, $M = 0,40 \text{ kg}$.

Resolución:

Datos:

$$m = 0,20 \text{ kg}$$

$$k = 142 \text{ N/m}$$

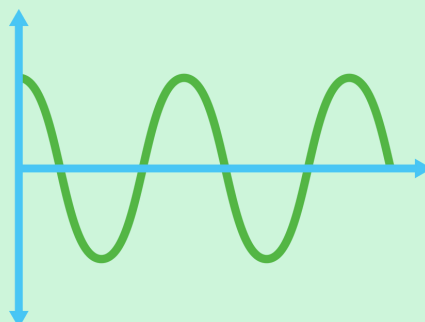
$$M = 0,40 \text{ kg}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{(0,40) + \frac{(0,20)}{3}}{142}}$$

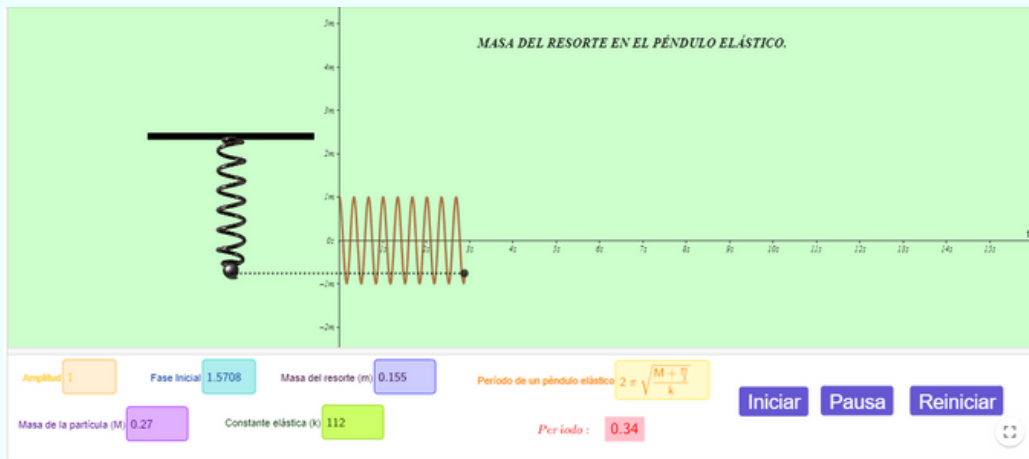
$$P = 0,36 \text{ s}$$

Respuesta: El período del péndulo elástico es de 0,36 segundos

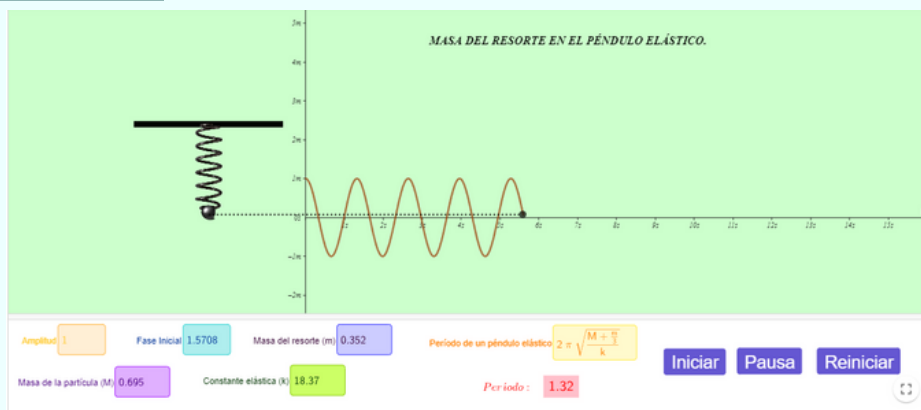


2.- Observar y comparar los resultados obtenidos de la actividad anterior en la simulación de la masa del resorte en el péndulo elástico en el software GeoGebra.

Captura del ejercicio 1:

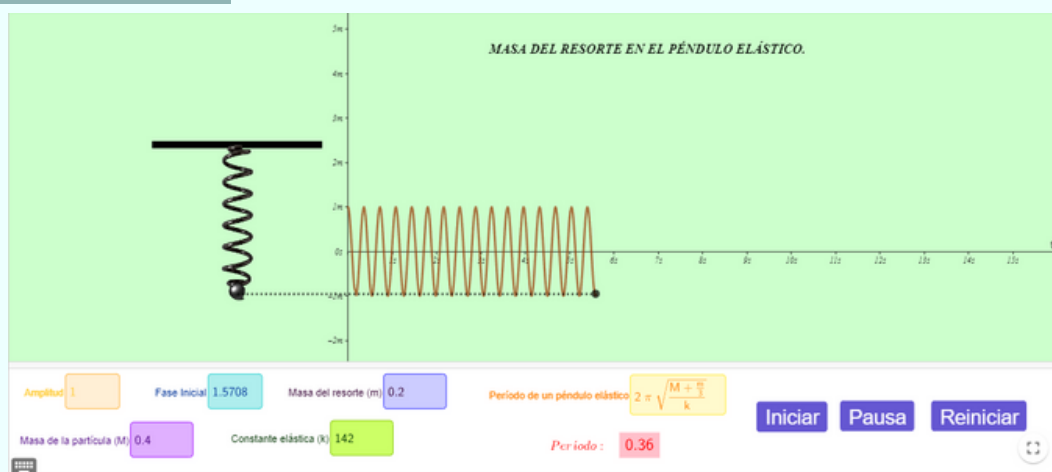


Captura del ejercicio 2:



Colocar el valor obtenido del ejercicio en la caja de control de la constante elástica k y verifique si el valor del período es igual al del enunciado.

Captura del ejercicio 3:



3.- Coloque los siguientes datos en la simulación y responda:

$$A=1,5 \text{ m}$$

$$\epsilon_0=-\pi/2$$

$$k= 125 \text{ N/m}$$

$$M=0,65 \text{ kg}$$

Primera simulación con:

$$m=0,35 \text{ kg}$$

Segunda simulación con:

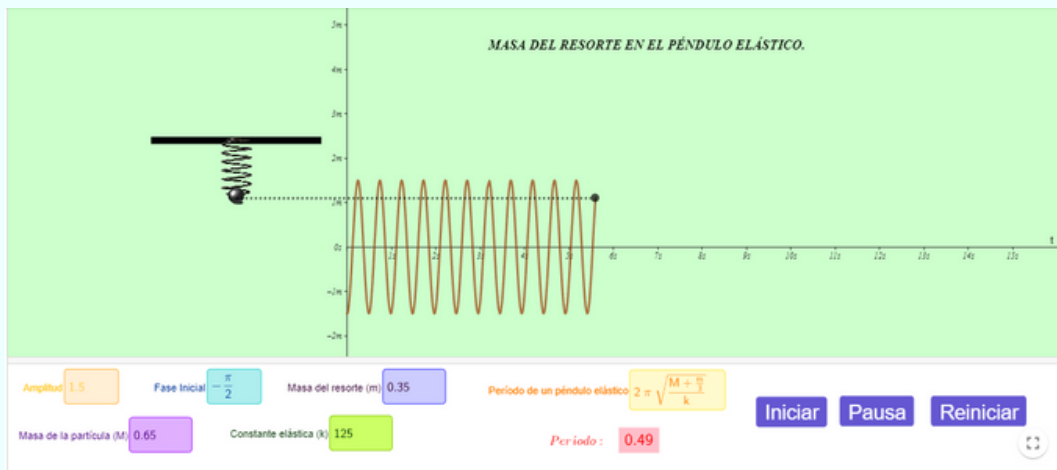
$$m=0,55 \text{ kg}$$

- ¿Qué sucede con el período cuando la masa de la partícula aumento?

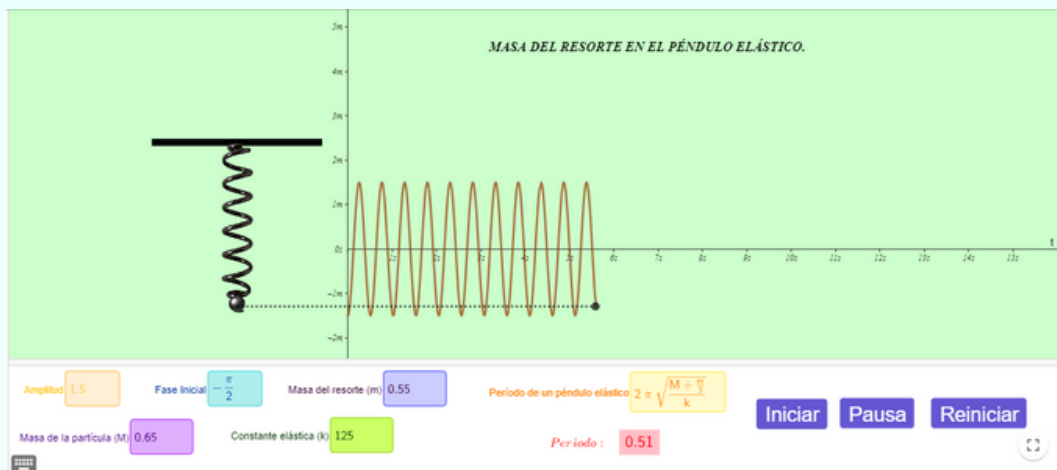
Respuesta:

Al aumentar la masa del resorte el período del péndulo elástico aumento.

Captura de la primera simulación con $m=0.35 \text{ kg}$.



Captura de la primera simulación con $m=0.55 \text{ kg}$.





Trabajo en casa:

Realice los siguientes ejercicios.

- Un péndulo elástico está formado por un resorte helicoidal de constante elástica $k = 145 \text{ N/m}$, en el que se encuentra una partícula colgante cuya masa es de $M = 2,5 \text{ kg}$. Al hacerlo oscilar, su período es de $0,903 \text{ s}$. Determine la masa del resorte.

Respuesta: $3,52 \text{ kg}$

- Determine el período de oscilación de un péndulo elástico formado por un resorte helicoidal de constante elástica $k = 130 \text{ N/m}$ y masa $m = 700 \text{ g}$ y una partícula colgante de masa $M = 2200 \text{ g}$.

Respuesta: $0,85 \text{ s}$

TALLER.

MASA DEL RESORTE EN EL PÉNDULO ELÁSTICO.

Nombre: _____

Fecha: _____

1.- Resolver los siguientes ejercicios:

- Halle el período del péndulo elástico cuyo resorte helicoidal tiene una masa de 155 gramos y se constante elástica es de $k=112 \text{ N/m}$, en él se encuentra una partícula colgante de masa 0.27 kg.

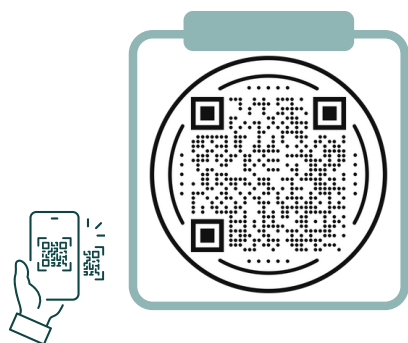
- Un péndulo elástico está formado por un resorte helicoidal cuya masa es de $m=352 \text{ g}$ y de una constante elástica k desconocida, en el resorte se encuentra una partícula colgante de masa $M= 695 \text{ g}$. Al hacerlo oscilar, su período es de 1,321 s. Determine la constante elástica del resorte.

- Encuentre el valor del período de un péndulo elástico tal que $m = 0,20 \text{ kg}$, $k = 142 \text{ N/m}$, $M = 0,40 \text{ kg}$.

2.- Observar y comparar los resultados obtenidos de la actividad anterior en la simulación de la masa del resorte en el péndulo elástico en el software GeoGebra.

Link:

<https://www.geogebra.org/m/vdk9zzru>



Simulación: Masa del resorte en el péndulo elástico.

3.- Coloque los siguientes datos en la simulación y responda:

$$A=1.5 \text{ m}$$

$$\epsilon_0=-\pi/2$$

$$k= 125 \text{ N/m}$$

$$M=0.4 \text{ kg}$$

Primera simulación con:

$$m=0.25 \text{ kg}$$

Segunda simulación con:

$$m=0.35 \text{ kg}$$

- ¿Qué sucede con el período cuando la masa de la partícula aumento?

EVALUACIÓN.

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Completar los siguientes enunciados.

- El péndulo esta formado por un resorte en la que pende una con masa .
- El valor en una masa con que aporta el resorte a la masa del sistema es .

2.- Emparejar como corresponda.

Péndulo elástico idealizado.

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

Considera la masa del resorte despreciable.

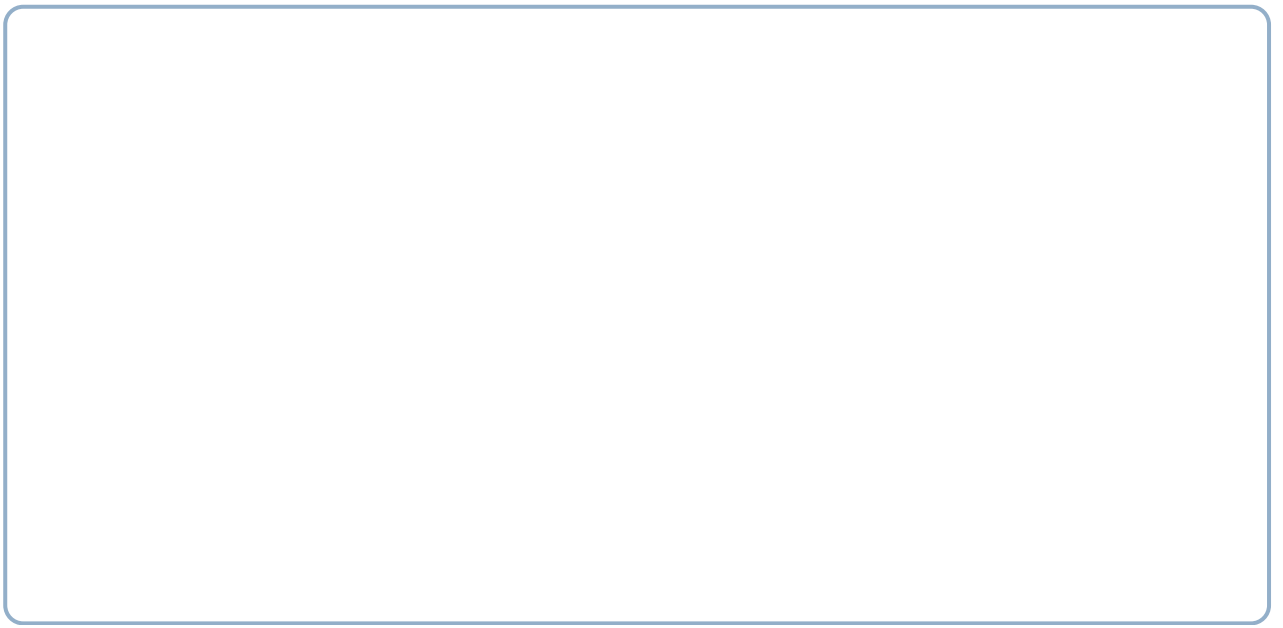
Péndulo elástico.

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

Considera la masa del resorte.

3.- Determine el período de un péndulo elástico formado por un resorte helicoidal de constante elástica $k = 154 \text{ N/m}$ y su masa es de 0.38 kg y una partícula colgante cuya masa es de 0.524 kg .

4.- Halle el error porcentual que se cometería al calcular el período de oscilación de un péndulo elástico que está formado por un resorte helicoidal cuya constante elástica es de 140 N/m y su masa es de $0,75 \text{ kg}$, en él se encuentra una partícula colgante cuya masa es de $1,85 \text{ kg}$, sin considerar la masa con que aporta el resorte.



EVALUACIÓN.

Respuestas.

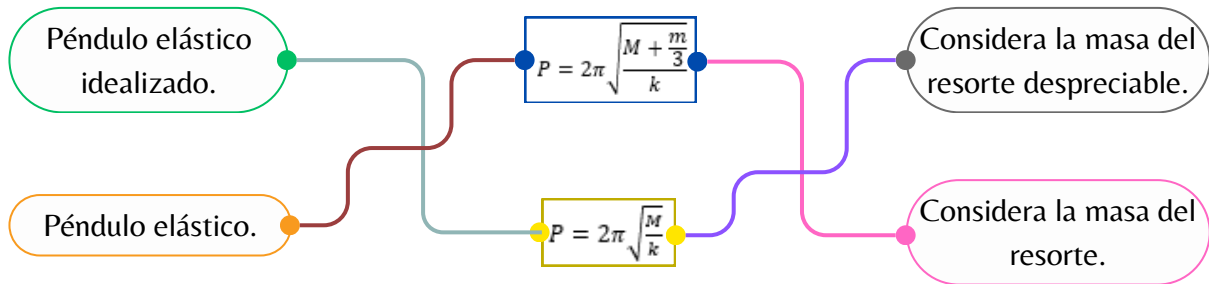
Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Completar los siguientes enunciados.

- El péndulo elástico esta formado por un resorte helicoidal en la que pende una partícula con masa M.
- El valor en una masa con que aporta el resorte a la masa del sistema es m/3.

2.- Emparejar como corresponda.



3.- Determine el período de un péndulo elástico formado por un resorte helicoidal de constante elástica $k = 154 \text{ N/m}$ y su masa es de $0,38 \text{ kg}$ y una partícula colgante cuya masa es de $0,524 \text{ kg}$.

Datos:

$$k=154 \text{ N/m}$$

$$m=0.38 \text{ kg}$$

$$M= 0,524 \text{ kg}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$P = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(0,524) + \frac{(0,38)}{3}}{154}}$$

$$P = 0,41 \text{ s}$$

Respuesta: El período del péndulo elástico es de 0,41 segundos

4.- Halle el error porcentual que se cometería al calcular el período de oscilación de un péndulo elástico que está formado por un resorte helicoidal cuya constante elástica es de 140 N/m y su masa es de $0,75 \text{ kg}$, en él se encuentra una partícula colgante cuya masa es de $1,85 \text{ kg}$, sin considerar la masa con que aporta el resorte.

Datos:

$$k=140 \text{ N/m}$$

$$m=0.75 \text{ kg}$$

$$M= 1.85 \text{ kg}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$P_v = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(1,85) + \frac{(0,75)}{3}}{140}}$$

$$P_v = 0,77 \text{ s}$$

$P_v = \text{Valor del periodo verdadero.}$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$P_a = 2\pi \sqrt{\frac{1,85}{140}}$$

$$P_a = 0,72 \text{ s}$$

$P_a = \text{Valor del período aproximado.}$

Error Porcentual.

$$E_p = \left| \frac{P_v - P_a}{P_v} \right| \cdot 100\%$$

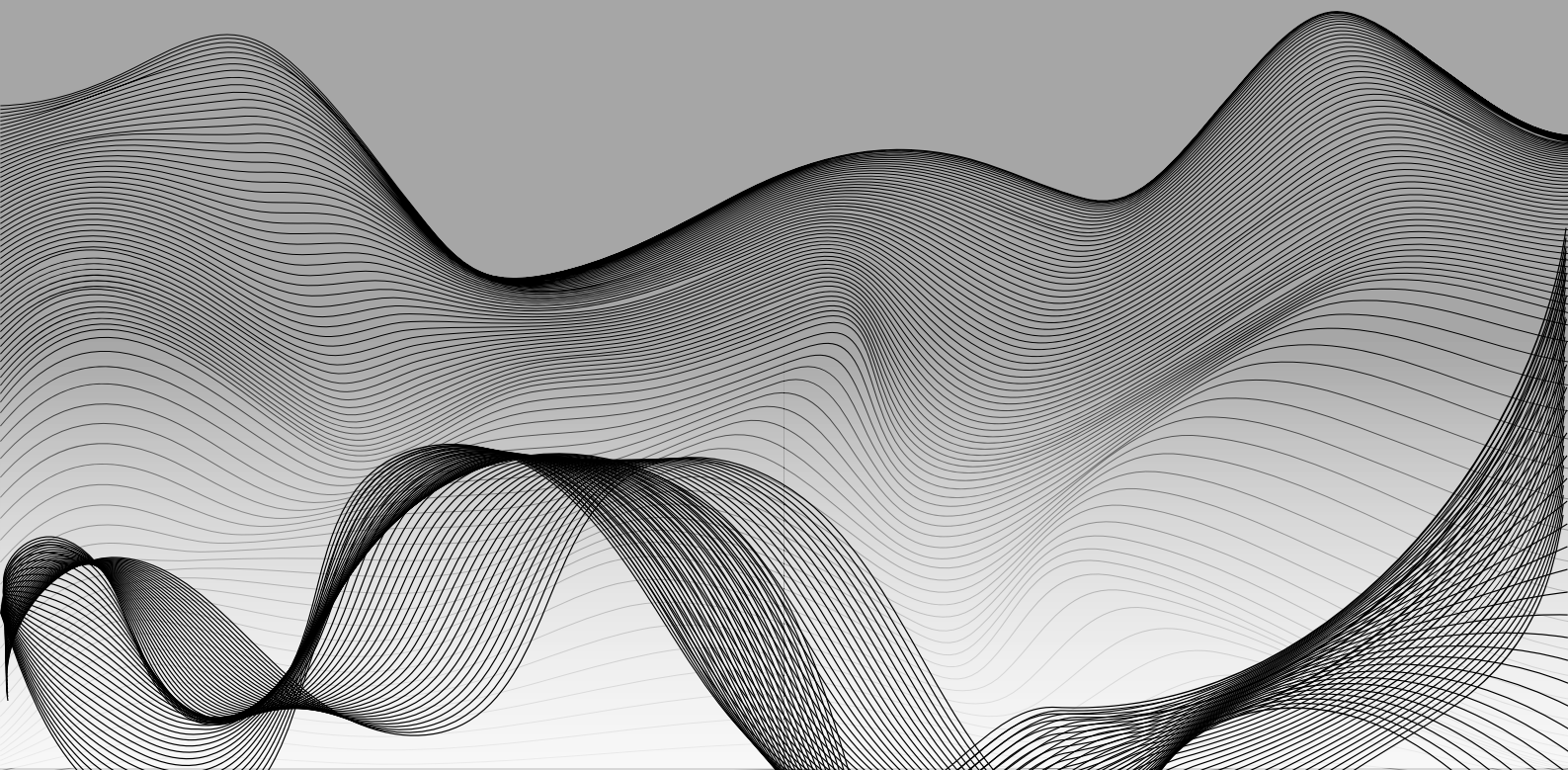
$$E_p = \left| \frac{0,77 - 0,72}{0,77} \right| \cdot 100\%$$

$$E_p = 6,5\%$$

Respuesta: El error porcentual que se cometería al calcular es del 6,5%.

G U Í A N ° 3

O S C I L A C I O N E S
F O R Z A D A S S I N
R O Z A M I E N T O .



Objetivos:

1. Conocer y analizar las oscilaciones forzadas sin rozamiento y su caso teórico de resonancia que se da en este tipo de movimiento.
2. Desarrollar las actividades del tema y analizar la simulación en el software GeoGebra.

1 ACTIVIDADES DE APERTURA:

Mediante una lluvia de ideas conocer ¿Qué se entiende por oscilaciones forzadas?



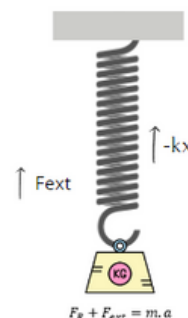
¿Qué se entiende por oscilaciones forzadas?

La oscilación forzada ocurre cuando se aplica una fuerza externa y debido a esta fuerza el sistema no oscila con la frecuencia natural, sino que oscila con la frecuencia de la fuerza de transmisión.

2 ACTIVIDAD DE DESARROLLO:



Introducción al tema:



Las oscilaciones forzadas sin rozamiento es un sistema oscilante al que se le aplica continuamente una fuerza externa. El sistema vibrante puede ser perturbado por infinitas formas de fuerza y muchas de ellas en función del tiempo.

Para el análisis se supondrá una fuerza externa armónica de la forma $F_{ext} = F_0 \text{sen}(\eta t)$. La ecuación diferencial del movimiento es:

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

Para obtener las expresiones de la velocidad y la aceleración, se debe derivar una y dos veces.

Velocidad:

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0 n}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \cos(\eta t)$$

Aceleración:

$$\ddot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 n^2}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

Debido a que las frecuencias cíclicas son diferentes el movimiento será de una amplitud modulada, lo que significa que se producirá pulsaciones y cuya frecuencia temporal es:

$$f = \frac{|\eta - \omega_0|}{2\pi}$$

LA RESONANCIA ELÁSTICA.

La resonancia elástica ocurre cuando la frecuencia cíclica temporal de la fuerza externa coincide con la frecuencia cíclica temporal propio del sistema. Este fenómeno se presenta con cierta frecuencia.



Análisis:

La ecuación diferencial del movimiento es:

$$n = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$-kx + F_0 \text{sen}(\omega_0 t) = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

La solución de la parte homogénea es:

$$x_0 = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0)$$

Resolvemos la parte no homogénea:

$$x_1 = B \text{sen}(\omega_0 t) + C \cos(\omega_0 t)$$

Vemos que el primer término de x_1 es semejante al término de x_0 , entonces:

$$x_1 = B t \text{sen}(\omega_0 t) + C t \cos(\omega_0 t)$$

$$\dot{x}_1 = B \text{sen}(\omega_0 t) + B \omega_0 t \cos(\omega_0 t) + C \cos(\omega_0 t) - C \omega_0 t \text{sen}(\omega_0 t)$$

$$\ddot{x}_1 = 2B \omega_0 \cos(\omega_0 t) - B \omega_0^2 t \text{sen}(\omega_0 t) - 2C \omega_0 \text{sen}(\omega_0 t) - C \omega_0^2 t \cos(\omega_0 t)$$

$$2B \omega_0 \cos(\omega_0 t) - B \omega_0^2 t \text{sen}(\omega_0 t) - 2C \omega_0 \text{sen}(\omega_0 t) - C \omega_0^2 t \cos(\omega_0 t) + B \omega_0^2 t \text{sen}(\omega_0 t) + C \omega_0^2 t \cos(\omega_0 t) = \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

$$2B \omega_0 \cos(\omega_0 t) - 2C \omega_0 \text{sen}(\omega_0 t) = \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

De donde:

$$\begin{aligned} 1.) \quad 2B\omega_0 &= 0 \\ B &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad -2C\omega_0 &= \frac{F_0}{m} \\ C &= -\frac{F_0}{2m\omega_0} \end{aligned}$$

Luego:

$$x_1 = -\frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

La solución total es:

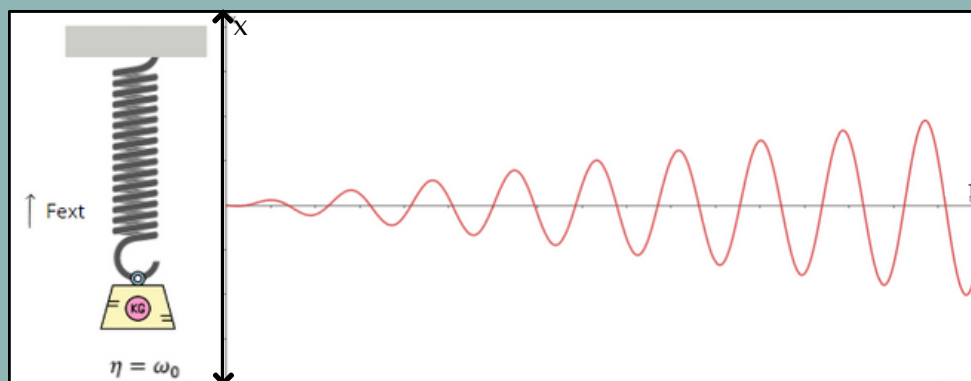
$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

Donde la velocidad es:

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t) + \frac{F_0 t}{2m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

La aceleración es:

$$\ddot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{F_0 \omega_0 t}{2m} \cos(\omega_0 t)$$



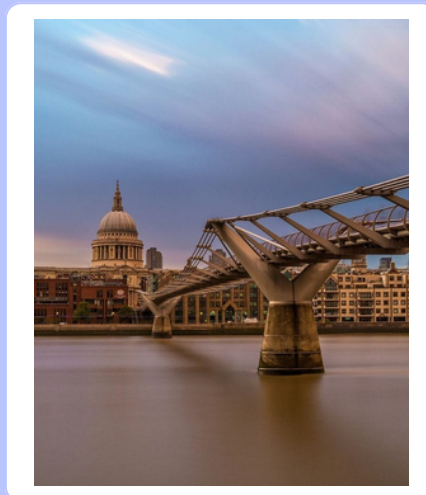
La partícula vibrará con la frecuencia cíclica temporal de la fuerza externa, lo que causa que la amplitud crece linealmente sin limite hasta que el sistema alcance su punto de ruptura. Estas situaciones se han observado en obras civiles como puentes colgantes, edificios, que han sido perturbados por fuerzas externas producidas ya sea por pequeños sismos o ya sea por vientos, los cuales han causado la destrucción de la estructura.



DATO CURIOSO:

PUENTE DEL MILENIO.

El puente del Milenio de Londres inaugurado en junio de 2000, en el día de su inauguración varias personas caminan por el puente colgante de manera fortuita se lograron sincronizar causando vibraciones en la estructura del puente, debido al movimiento inicial del puente hizo que la gente se sincronice de manera “obligatoria” para poder caminar sin caerse, lo que aumentó aún más el movimiento y aumento el problema. El balanceo alcanzó niveles preocupantes y el puente se cerró durante dos años.



Video del puente del Milenio:

https://youtu.be/eAXVa_XWZ8?si=GhIHUNdhEp6JK-rC



Simulación en el software GeoGebra.

ACTIVIDAD 1.

Mediante el uso del software GeoGebra determine la frecuencia temporal del siguiente sistema. Coloque los siguientes datos en la simulación de las oscilaciones forzadas sin rozamiento.

Datos:

$$A = 2m$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$m = 0,85 \text{ kg}$$

$$F = 52 \text{ N}$$

$$\omega_0 = 4,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\eta = 3,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

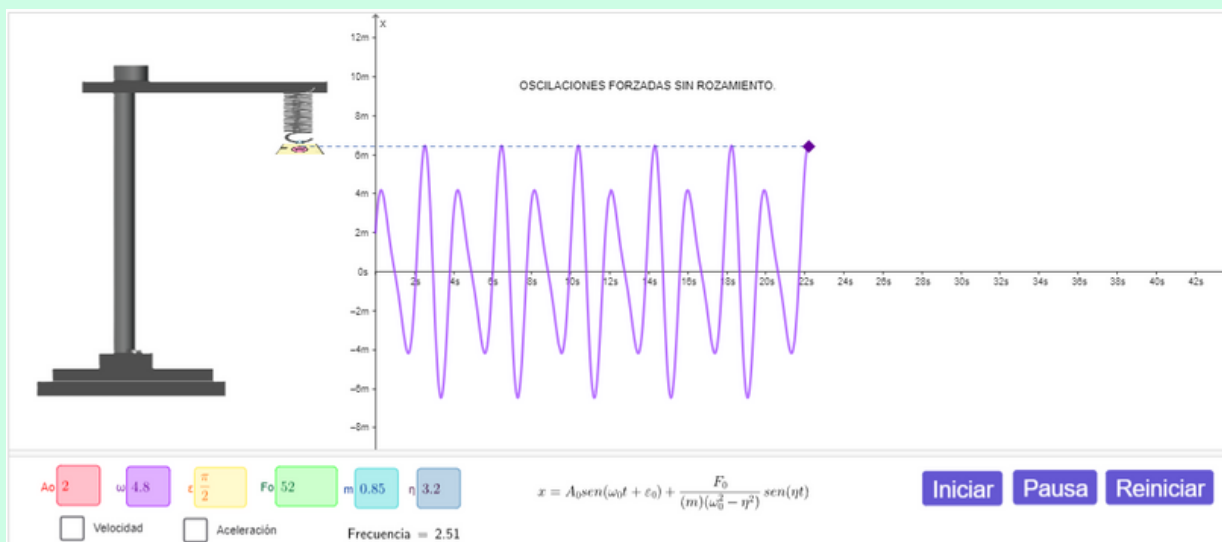
Resolución:

$$f = \frac{|\eta - \omega_0|}{2\pi}$$
$$f = \frac{|3,2 - 4,8|}{2\pi}$$
$$f = 2,513 \text{ Hz}$$

Respuesta: La frecuencia temporal del sistema es de 2,513 Hz.

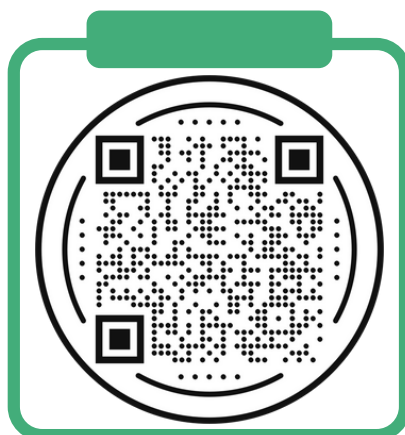
Observar la simulación:

Imagen:



Link:

<https://www.geogebra.org/m/hrdw3peq>



**Simulación: oscilaciones
forzadas sin rozamiento.**

ACTIVIDAD 2.

Con los siguientes datos observar el movimiento de la resonancia elástica.

Datos:

$$A = 0,5m$$

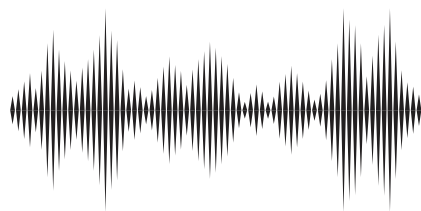
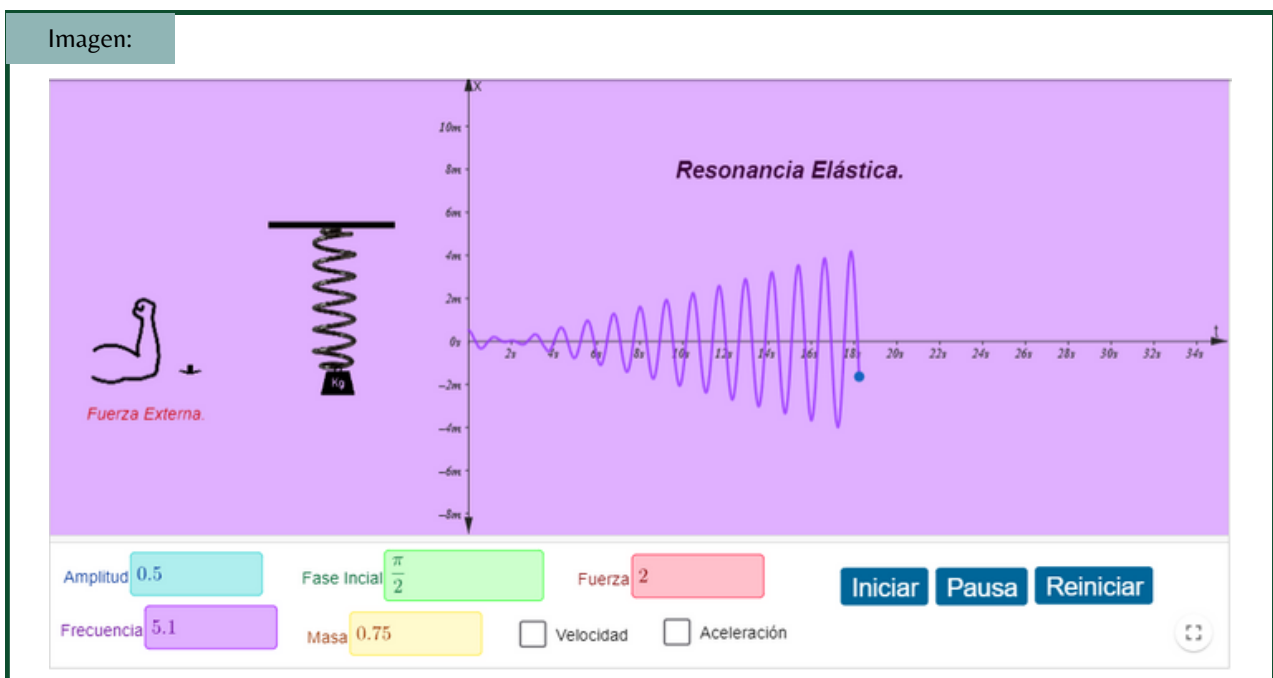
$$\varepsilon_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$m = 0,75 \text{ kg}$$

$$F = 2 \text{ N}$$

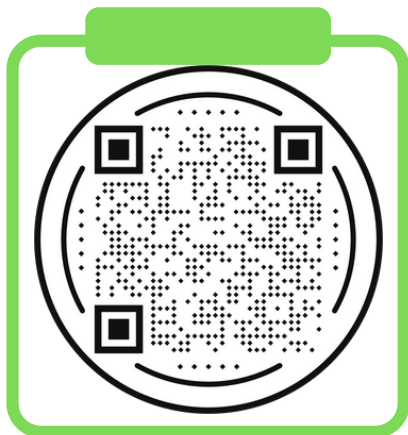
$$\omega_0 = 5,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Imagen:



Link:

<https://www.geogebra.org/m/nvd38tem>



Simulación: Resonancia Elástica.

3

ACTIVIDAD DE CIERRE:



Trabajo en casa:

DEBER

Utilice la expresión para analizar la resonancia elástica y de valores a su gusto a los parámetros involucrados. Determine:

- Posición, la velocidad y la aceleración.
- Mediante el uso del software GeoGebra realice la gráfica de la posición, velocidad y aceleración.
- Dibuje las graficas. Use el GeoGebra como guía.

Respuesta (Expresiones):

Posición:

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

Velocidad:

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t) + \frac{F_0 t}{2m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

Aceleración:

$$\ddot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{F_0 \omega_0 t}{2m} \cos(\omega_0 t)$$

EVALUACIÓN.

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Responder las siguientes preguntas.

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas?

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas sin rozamiento?

2.- Completar los siguientes enunciados.

- La elástica ocurre cuando la frecuencia temporal de la fuerza coincide con la frecuencia cíclica temporal del

- La partícula con frecuencia cíclica temporal de la fuerza , lo que causa que la crezca linealmente sin hasta que el sistema alcance su punto de .

EVALUACIÓN.

Respuestas.

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Responder las siguientes preguntas.

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas?

La oscilación forzada ocurre cuando se aplica una fuerza externa y debido a esta fuerza el sistema no oscila con la frecuencia natural, sino que oscila con la frecuencia de la fuerza de transmisión.

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas sin rozamiento?

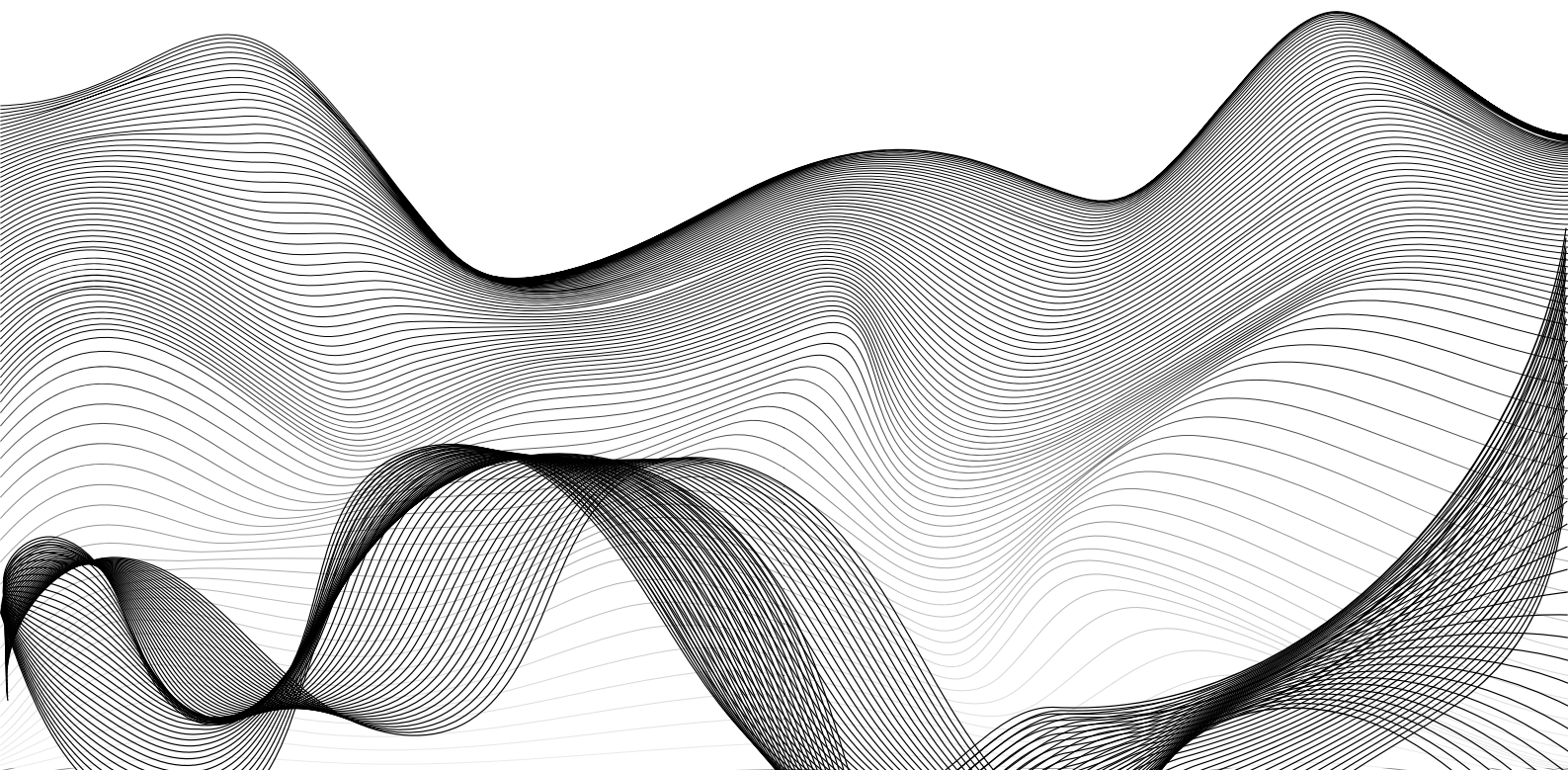
Las oscilaciones forzadas sin rozamiento es un sistema oscilante al que se le aplica continuamente una fuerza externa. El sistema vibrante puede ser perturbado por infinitas formas de fuerza y muchas de ellas en función del tiempo.

2.- Completar los siguientes enunciados.

- La **resonancia** elástica ocurre cuando la frecuencia **cíclica** temporal de la fuerza **externa** coincide con la frecuencia cíclica temporal del **propio sistema**.
- La partícula **vibrará** con frecuencia cíclica temporal de la fuerza **externa**, lo que causa que la **amplitud** crezca linealmente sin **limite** hasta que el sistema alcance su punto de **ruptura**.

G U Í A N ° 4

O S C I L A C I O N E S
F O R Z A D A S C O N
R O Z A M I E N T O .



Objetivos:

1. Conocer y analizar las oscilaciones forzadas sin rozamiento y su caso teórico de resonancia que se da en este tipo de movimiento.
2. Desarrollar las actividades del tema y analizar la simulación en el software GeoGebra.

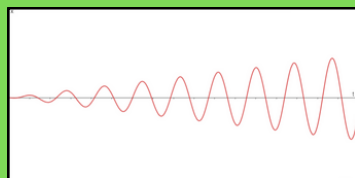
1 ACTIVIDADES DE APERTURA:

Recordar que se entiende por las oscilaciones forzadas sin rozamiento. Completar el cuadro.

OSCILACIONES FORZADAS

OSCILACIONES FORZADAS SIN ROZAMIENTO.

Las oscilaciones forzadas sin rozamiento es un sistema oscilante al que se le aplica continuamente una fuerza externa.



OSCILACIONES FORZADAS CON ROZAMIENTO.

Las oscilaciones forzadas con rozamiento están sujetas a una fuerza externa y a la vez actúa una fuerza de rozamiento que depende de la velocidad de la partícula.

2 ACTIVIDAD DE DESARROLLO:



Introducción al tema:

Las oscilaciones forzadas con rozamiento están sujetas a una fuerza externa y a la vez actúa una fuerza de rozamiento que depende de la velocidad de la partícula. La fuerza externa suministra energía que el sistema requiere y sirve para compensar la energía que se disipa en forma de calor por la fuerza de rozamiento.

Como ejemplo se estudiará el caso en el que la fuerza externa que tiene la forma $F_{ext} = F_0 \cos \eta t$.

Análisis:

La ecuación diferencial del movimiento es:

$$\begin{aligned} -kx - \gamma \dot{x} + F_0 \cos(\eta t) &= m\ddot{x} \\ \ddot{x} + \frac{\gamma}{m} \dot{x} + \omega_0^2 x &= \frac{F_0}{m} \cos(\eta t) \end{aligned}$$

Al momento de resolver la parte homogénea se tiene:

$$\begin{aligned} r^2 + \frac{\gamma}{m} r + \omega_0^2 &= 0 \\ r_1 &= \frac{-\frac{\gamma}{m} + \sqrt{\frac{\gamma^2}{m^2} - 4\omega_0^2}}{2} \\ r_2 &= \frac{-\frac{\gamma}{m} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{m^2} - 4\omega_0^2}}{2} \end{aligned}$$

Según el valor de la discriminante hay tres soluciones:

- El estado sobre amortiguado:

$$\frac{\gamma^2}{m^2} > 4\omega_0^2$$

- El estado amortiguado crítico:

$$\frac{\gamma^2}{m^2} = 4\omega_0^2$$

- El estado amortiguado:

$$\frac{\gamma^2}{m^2} < 4\omega_0^2$$

En este caso se estudiará el estado amortiguado.

Se realiza el siguiente cambio de variable:

$$\frac{\gamma^2}{m^2} - 4\omega_0^2 = -4\omega^2$$

Con lo que las raíces son:

$$r_1 = -\frac{\gamma}{2m} + \omega i \quad r_2 = -\frac{\gamma}{2m} - \omega i$$

La solución es:

$$x_0 = A_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0)$$

Se resuelve la parte no homogénea:

$$x_1 = B \cos(\eta t) + C \text{sen}(\eta t)$$

$$\dot{x}_1 = -B\eta \text{sen}(\eta t) + C\eta \cos(\eta t)$$

$$\ddot{x}_1 = -B\eta^2 \cos(\eta t) - C\eta^2 \text{sen}(\eta t)$$

$$-B\eta^2 \cos(\eta t) - C\eta^2 \text{sen}(\eta t) - \frac{\gamma}{m} B\eta \text{sen}(\eta t) + \frac{\gamma}{m} C\eta \cos(\eta t) + \omega_0^2 B \cos(\eta t) + \omega_0^2 C \text{sen}(\eta t) = \frac{F_0}{m} \cos(\eta t)$$

$$\left(-B\eta^2 + \frac{\gamma}{m} C\eta + \omega_0^2 B\right) \cos(\eta t) + \left(-C\eta^2 - \frac{\gamma}{m} B\eta + \omega_0^2 C\right) \text{sen}(\eta t) = \frac{F_0}{m} \cos(\eta t)$$

$$-B\eta^2 + \frac{\gamma}{m} C\eta + \omega_0^2 B = \frac{F_0}{m}$$

$$1.) \quad (\omega_0^2 - \eta^2)B + \frac{\gamma\eta}{m} C = \frac{F_0}{m}$$

$$-C\eta^2 - \frac{\gamma}{m} B\eta + \omega_0^2 C = 0$$

$$2.) \quad (\omega_0^2 - \eta^2)C - \frac{\gamma\eta}{m} B = 0$$

$$3.) \quad B = \frac{m(\omega_0^2 - \eta^2)C}{\gamma\eta}$$

Sustituyendo (3) en (1) se tiene:

$$(\omega_0^2 - \eta^2) \frac{m(\omega_0^2 - \eta^2)C}{\gamma\eta} + \frac{\gamma\eta}{m} C = \frac{F_0}{m}$$

$$\frac{m}{\gamma\eta} (\omega_0^2 - \eta^2)^2 C + \frac{\gamma\eta}{m} C = \frac{F_0}{m}$$

Donde:

$$4.) \quad C = \frac{\gamma\eta F_0}{m^2(\omega_0^2 - \eta^2)^2 + \gamma^2\eta^2}$$

Sustituyendo (4) en (3) se tiene:

$$5.) \quad B = \frac{mF_0(\omega_0^2 - \eta^2)}{m^2(\omega_0^2 - \eta^2)^2 + \gamma^2\eta^2}$$

Por lo que:

$$x_1 = \frac{mF_0(\omega_0^2 - n^2)}{m^2(\omega_0^2 - n^2)^2 + \gamma^2\eta^2} \cos(\eta t) + \frac{\gamma\eta F_0}{m^2(\omega_0^2 - n^2)^2 + \gamma^2\eta^2} \text{sen}(\eta t)$$

Realizando los cambios:

$$6.) \quad A \text{sen} \varphi = \frac{mF_0(\omega_0^2 - \eta^2)}{m^2(\omega_0^2 - \eta^2)^2 + \gamma^2\eta^2}$$

$$7.) \quad A \cos \varphi = \frac{\gamma n F_0}{m^2(\omega_0^2 - \eta^2)^2 + \gamma^2\eta^2}$$

Se tiene:

$$x_1 = A \cos(\eta t) \text{sen}(\varphi) + A \text{sen}(\eta t) \cos(\varphi) = A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

A partir de (6) y (7) se obtienen las expresiones para A y φ :

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{\gamma^2\eta^2 + m^2(\omega_0^2 - n^2)^2}}$$
$$\varphi = \text{Tan}^{-1} \left[-\frac{m(\omega_0^2 - \eta^2)}{\gamma\eta} \right] = \text{Tan}^{-1} \left[-\frac{k - m\eta^2}{\gamma\eta} \right]$$

La solución es:

$$x = A_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

Derivando una y dos veces se obtiene la velocidad y la aceleración:

Velocidad:

$$\dot{x} = \left[-\frac{A_0\gamma}{2m} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A_0\omega \cos(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} + A\eta \cos(\eta t + \varphi)$$

Aceleración:

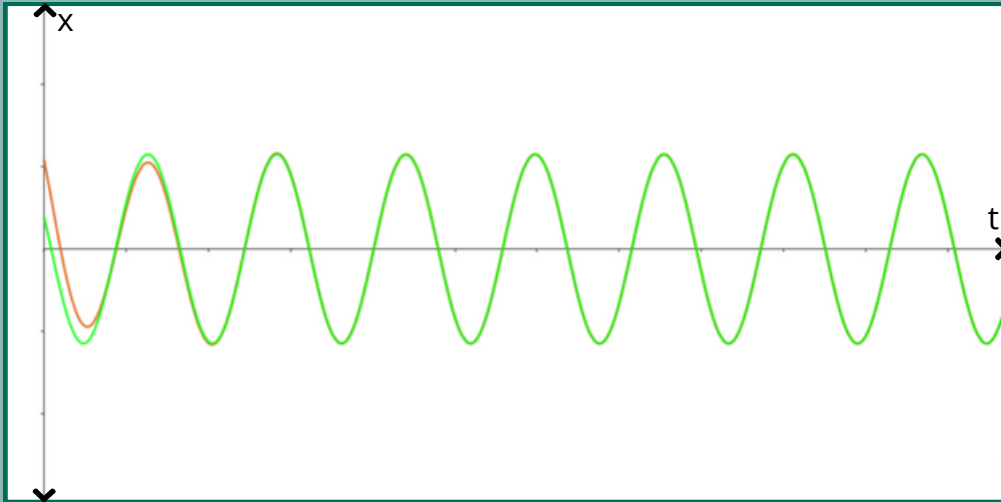
$$\ddot{x} = \left[-\frac{A_0\gamma^2}{4m^2} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) - \frac{A_0\gamma\omega}{m} \cos(\omega t + \varepsilon_0) - A_0\omega^2 \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} - A\eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

Realizando un análisis de las ecuaciones cinemáticas se observa que el primer término tiende a cero debido al exponencial de exponente negativo, por lo que, luego de pocos segundos el sistema se estabiliza y la amplitud de la oscilación forzada tiende a hacer un valor constante. A esto le llamaremos las “soluciones permanentes”, esto es, las soluciones que subsisten a lo largo del tiempo:

$$x = A \sin(\eta t + \varphi)$$

$$\dot{x} = A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = -A \eta^2 \sin(\eta t + \varphi) = -\eta^2 x$$



- Primera solución:

$$x = A_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \sin(\omega t + \varepsilon_0) + A \sin(\eta t + \varphi)$$

- Solución permanente:

$$x = A \sin(\eta t + \varphi)$$

En consecuencia, el sistema oscilará indefinidamente con la frecuencia cíclica temporal η de la fuerza externa, por lo que su período temporal de oscilación será:

$$P = \frac{2\pi}{\eta}$$



Simulación en el software GeoGebra.

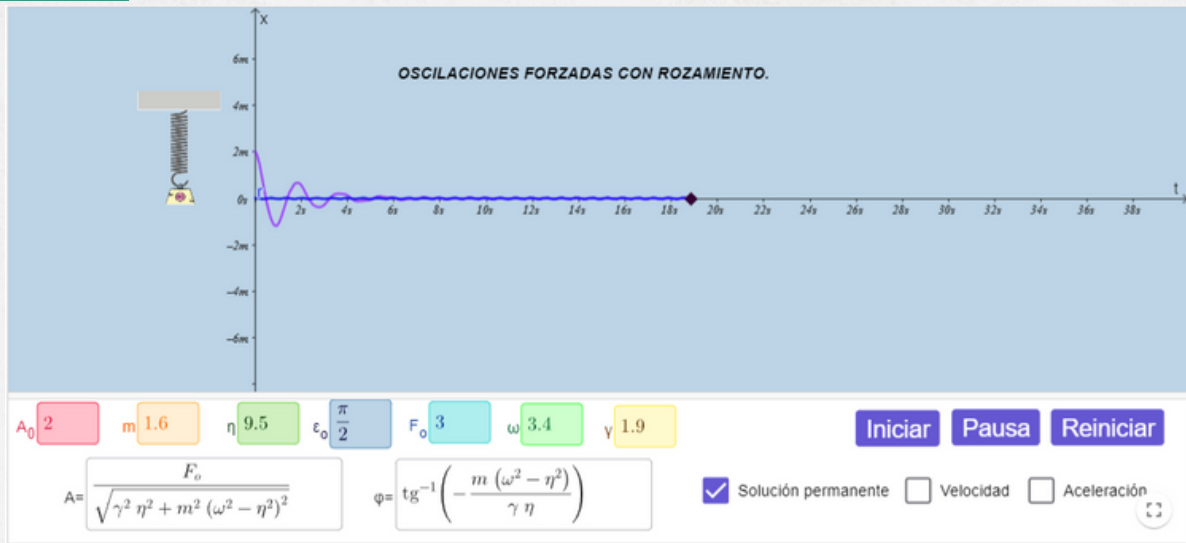
ACTIVIDAD.

Con los siguientes datos observar y analizar el movimiento de una oscilación forzada con rozamiento.

Datos:

$A = 2m$	$\varepsilon_0 = \frac{\pi}{2}$	$m = 1,6 kg$	$F_0 = 3 N$
$\omega_0 = 3,4 \frac{rad}{s}$	$\eta = 9,5 \frac{rad}{s}$	$\gamma = 1,9$	

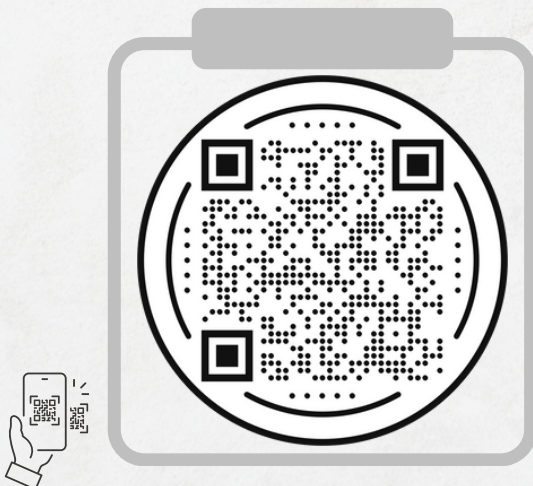
Imagen:



Al inicio el sistema se mueve con una amplitud de 2 metros pero luego de pocos segundos el sistema se estabiliza y la amplitud de la oscilación forzada tiende hacer un valor constante.

Link:

<https://www.geogebra.org/m/yrge2g5v>



Simulación: oscilaciones forzadas con rozamiento.

3 ACTIVIDAD DE CIERRE:



Trabajo en casa:

DEBER

Utilice la expresión para analizar la oscilación forzada con rozamiento y de valores a su gusto a los parámetros involucrados. Determine:

- Posición, la velocidad y la aceleración.
- Mediante el uso del software GeoGebra realice la gráfica de la posición, velocidad y aceleración.
- Grafique las soluciones permanentes.

Respuesta (Expresiones):

Posición:

$$x = A_0 e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

Velocidad:

$$\dot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma}{2m} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A_0 \omega \cos(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} + A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

Aceleración:

$$\ddot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma^2}{4m^2} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) - \frac{A_0 \gamma \omega}{m} \cos(\omega t + \varepsilon_0) - A_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-\left(\frac{\gamma}{2m}\right)t} - A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

Soluciones permanentes:

$$\begin{aligned}x &= A \text{sen}(\eta t + \varphi) \\ \dot{x} &= A \eta \cos(\eta t + \varphi) \\ \ddot{x} &= -A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi) = -\eta^2 x\end{aligned}$$

EVALUACIÓN.

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Responder las siguientes preguntas.

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas con rozamiento?

2.- Encierre con un circulo las ecuaciones cinemáticas de las oscilaciones forzadas con rozamiento y sus soluciones permanentes.

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

$$x = A_0 e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

$$\dot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{F_0 \omega_0 t}{2m} \cos(\omega_0 t)$$

$$x = A \text{sen}(\eta t + \varphi) \quad f = \frac{|\eta - \omega_0|}{2\pi}$$

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$\ddot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 \eta^2}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$\dot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma}{2m} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A_0 \omega \cos(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} + A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = -A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi) = -\eta^2 x$$

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$x_1 = -\frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$\dot{x} = A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t) + \frac{F_0 t}{2m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0 \eta}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \cos(\eta t)$$

$$\ddot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma^2}{4m^2} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) - \frac{A_0 \gamma \omega}{m} \cos(\omega t + \varepsilon_0) - A_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} - A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

Nombre:.....

Fecha:.....

1.- Responder las siguientes preguntas.

- ¿Qué son las oscilaciones forzadas con rozamiento?

Las oscilaciones forzadas con rozamiento están sujetas a una fuerza externa y a la vez actúa una fuerza de rozamiento que depende de la velocidad de la partícula. La fuerza externa suministra energía que el sistema requiere y sirve para compensar la energía que se disipa en forma de calor por la fuerza de rozamiento.

2.- Encierre con un circulo las ecuaciones cinemáticas de las oscilaciones forzadas con rozamiento y sus soluciones permanentes.

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

$$x = A_0 e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

$$\dot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{F_0 \omega_0 t}{2m} \cos(\omega_0 t)$$

$$x = A \text{sen}(\eta t + \varphi)$$

$$f = \frac{|\eta - \omega_0|}{2\pi}$$

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

$$\ddot{x} = -A_0 \omega_0^2 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0 \eta^2}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$\dot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma}{2m} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) + A_0 \omega \cos(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} + A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = -A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi) = -\eta^2 x$$

$$x = A_0 \text{sen}(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \text{sen}(\eta t)$$

$$x_1 = -\frac{F_0 t}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t)$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{m}{3}}{k}}$$

$$\dot{x} = A \eta \cos(\eta t + \varphi)$$

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) - \frac{F_0}{2m\omega_0} \cos(\omega_0 t) + \frac{F_0 t}{2m} \text{sen}(\omega_0 t)$$

$$\dot{x} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varepsilon_0) + \frac{F_0 \eta}{m(\omega_0^2 - \eta^2)} \cos(\eta t)$$

$$\dot{x} = \left[-\frac{A_0 \gamma^2}{4m^2} \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) - \frac{A_0 \gamma \omega}{m} \cos(\omega t + \varepsilon_0) - A_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t + \varepsilon_0) \right] e^{-(\frac{\gamma}{2m})t} - A \eta^2 \text{sen}(\eta t + \varphi)$$