

UCUENCA

Universidad De Cuenca

Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

**“Propuesta didáctica para el aprendizaje de sucesiones
con el apoyo de las Tics”**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
título de Licenciado en Pedagogía de las
Matemáticas y Física

Autores:

Katherine Thalía Orellana Fajardo
Jonnathan Patricio Yanza Tenesaca

Director:

Fabián Eugenio Bravo Guerrero
ORCID:  0000-0002-0372-2071

Cuenca, Ecuador

2023-09-27

Resumen

La presente propuesta didáctica analiza el aprendizaje de sucesiones orientado en Precálculo con el uso de Tics, por ello, se enfatiza la relación de contenidos necesarios posteriormente en Cálculo, ya que su objetivo es dar apoyo al aprendizaje de los estudiantes que necesitan comprender o reforzar sus conocimientos referentes al mismo, debido a que, si bien el tema de sucesiones es presentado dentro del currículo, a este no se lo relaciona con lo variacional ya que muchas veces no se considera necesario. Es importante dentro de la materia que cada conocimiento sea claramente especificado y quede listo para conectarse con futuros aprendizajes, tal como lo menciona el constructivismo donde el estudiante construye sus conocimientos de otros previos, así también, es oportuno mencionar que otra parte significativa es el uso de Tics, teniendo en cuenta a quién va dirigido y cómo la influencia de la tecnología es parte del entorno inmediato del estudiante, buscando de igual forma fomentar su correcto empleo y aumentar el interés en la educación y sobre todo en el aprendizaje. Para esto, se aplicó tanto una evaluación diagnóstica como una encuesta dirigida a estudiantes de primer y segundo ciclo de la Facultad de Filosofía, de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales, por lo cual tras culminar el análisis de la evaluación diagnóstica se constata la necesidad de la guía didáctica y con la inspección de la encuesta se mide la aceptación de las Tics utilizadas.

Palabras clave: sucesiones matemáticas, recursos tecnológicos, constructivismo, precálculo



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

The present didactic project analyzes the learning of sequences oriented in Precalculus with the use of Tics, therefore, it emphasizes the relation of necessary contents later in Calculus, since its objective is to support the learning of students who need to understand or reinforce their knowledge related to it, because, although the topic of sequences is presented within the curriculum, it is not related to the variational since many times it is not considered necessary. It is important within the subject that each knowledge is clearly specified and ready to be connected with future learning, as mentioned by constructivism, where the student builds his knowledge from previous knowledge. It is also worth mentioning that another significant part is the use of Tics, taking into account the target audience and how the influence of technology is part of the student's immediate environment, seeking to encourage its correct use and increase interest in education and especially in learning. For this, both a diagnostic evaluation and a survey directed to students of first and second cycle of the Faculty of Philosophy, of the Pedagogy of Experimental Sciences Career were applied, so that after completing the analysis of the diagnostic evaluation, the need of the didactic guide is confirmed and with the inspection of the survey, the acceptance of the Tics used is measured.

Keywords: mathematical sequences, technological resources, constructivism, precalculus



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de contenido

Introducción	10
Capítulo 1	12
Marco Teórico.....	12
1.1. Investigación propuesta	12
1.2. Dificultades en el aprendizaje de Precálculo	13
1.3. Constructivismo para el aprendizaje de precálculo.....	16
1.4. Tics como recurso didáctico para el aprendizaje de sucesiones	19
Capítulo 2	23
Metodología y resultados.....	23
2.1. Metodología	23
2.1.1. Evaluación diagnóstica	23
2.1.2. Encuesta	24
2.2. Resultados.....	25
2.2.1. Análisis de resultados de la Evaluación Diagnóstica.....	25
2.2.2. Análisis de resultados de la Encuesta	37
Capítulo 3	43
Propuesta	43
3.1. Estructura de la propuesta didáctica.....	43
3.2. Propuesta didáctica.....	44
Conclusiones.....	131
Recomendaciones	132
Referencias	133
Anexos.....	135
Anexo A: Prueba diagnóstica.....	135
Anexo B: Encuesta.....	137

Índice de figuras

Figura 1.....	25
Figura 2.....	26
Figura 3.....	28
Figura 4.....	30
Figura 5.....	30
Figura 6.....	35
Figura 7.....	38
Figura 8.....	39
Figura 9.....	39
Figura 10.....	40
Figura 11.....	41
Figura 12.....	41

Índice de tablas

Tabla 1	18
Tabla 2	28
Tabla 3	29
Tabla 4	32
Tabla 5	33
Tabla 6	34
Tabla 7	34
Tabla 8	36
Tabla 9	43

Dedicatoria

Este trabajo se lo dedico en primer lugar a Dios que ha sido parte fundamental de toda esta trayectoria, también a mi familia que sin duda han estado conmigo en cada paso de este largo camino que todavía no ha terminado, de manera especial le dedicó este trabajo a mi esposo Jonnathan y mi hijo Samuel que con su paciencia han sido de mis principales fortalezas con su cariño incondicional, del mismo modo que mi mamá, papá, hermanos y mis padrinos que me han brindado su apoyo siempre que lo he necesitado. A todas estas personas les dedico el fruto de mi esfuerzo y les agradezco de todo corazón.

Katy.

Dedicatoria

Este trabajo de titulación va dedicado principalmente a Dios que ha sido el pilar de mi hogar, de igual manera a mi familia que han sabido brindarnos el apoyo incondicional en cada momento, así mismo a mi esposa Katherine y a mi hijo Samuel por ser la inspiración y fortaleza de mi día a día, estando presentes y brindándome su apoyo y cariño en este proceso de formación, al igual que a mi mamá que me ha sabido brindar su apoyo constante, a mis hermanas y sobrinos que me han sabido apoyar en cada paso que he dado. Un agradecimiento especial a mi abuelita que desde el cielo siempre me brinda su apoyo y protección. A cada uno de ellos les dedico este trabajo y les doy mi agradecimiento por estar siempre presentes mí.

Jonnathan

Agradecimiento

Les quedamos profundamente agradecidos a todos los que fueron parte de toda esta investigación: en primer lugar, agradecemos a todos nuestros docentes que han brindado su grano de arena con su tiempo para realizar la recolección de datos, así mismo a nuestro docente tutor de tesis Fabián Bravo que ha permanecido atento a cada avance a lo largo de todo este proyecto, también agradecemos a los estudiantes que nos ayudaron con los datos recolectados. Cada persona aportó con una parte importante que ayudó a culminar esta propuesta. Por ello les quedamos profundamente agradecidos.

Katy y Jonnathan

Introducción

Las matemáticas a lo largo de la historia han presentado una dificultad tanto en su entendimiento como en su aprendizaje, por ende, son varios los problemas que se pueden identificar dentro de su estudio, así pues, la solución a ello depende mucho del tema específico y lo que este implica, por ello la presente investigación se refiere a la propuesta didáctica para el aprendizaje de sucesiones con el apoyo de las Tics y un enfoque en Precálculo.

Dentro del análisis realizado se ha identificado el problema que tienen los estudiantes en el aprendizaje de sucesiones y más aún cuando estos conocimientos están relacionados con Precálculo, esto se da debido a que los conceptos presentados son elementales, por ende, no se abarca los temas más complejos que muchas veces son los que conectan con los siguientes aprendizajes. De igual manera se debe resaltar el método en el que este tema es presentado a los estudiantes, pues hoy en día con el amplio desarrollo tecnológico se debe hacer un mayor uso de las Tics.

En relación, el principal interés de esta investigación es lograr un material didáctico que logre sustentar los requerimientos de los estudiantes, ayudándoles a aprender de mejor manera las sucesiones numéricas, esto debido a que este tema es una base del Cálculo y está presente en contenidos como: derivadas, integrales, cálculo de área, volumen e incluso en temas más avanzados como las series de Fourier. Por ello nos hemos centrado en Precálculo, ya que este engloba todos los conocimientos que mejoran el entendimiento de Cálculo.

La investigación está conformada por tres capítulos:

En el Capítulo 1 nombrada “Fundamentación teórica”, se analiza las dificultades del aprendizaje en precálculo del tema sucesiones numéricas, además se profundiza la parte pedagógica donde se hará referencia al modelo constructivista y el aprendizaje significativo de Ausubel, así también se argumenta como el uso de las Tics respalda esta tarea por medio de su amplio repertorio de herramientas.

En el Capítulo 2 titulado “Metodología y resultados”, se realizó una evaluación diagnóstica a los estudiantes de primer ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales - Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía, con el objetivo de analizar el entendimiento que tienen al ingresar a la educación superior, donde se evidencia la carencia de conocimientos que son más notorios cuando estos se relacionan con Precálculo; además se realizó una encuesta sobre las herramientas tecnológicas, teniendo en cuenta su importancia tanto en el aprendizaje como en el entorno del estudiante, como resultados se han obtenido los datos necesarios que prueban la forma en la que se les presento el tema y además se

recopilan las sugerencias de herramientas para la elaboración de material didáctico propuesto.

En el Capítulo 3 designado “Propuesta didáctica” presenta la Guía didáctica que registra el resultado de la investigación por medio de una serie de actividades divididas en cinco clases, que a su vez están subdivididas en diferentes momentos de aprendizaje en concordancia con el constructivismo, así también, se desarrolla las sugerencias y conclusiones a las que se llegó dentro de este proyecto.

Con respecto a lo mencionado, cabe recalcar que, esta propuesta didáctica está diseñada con la finalidad de proporcionar al estudiante los recursos necesarios para conocer, entender y reforzar los conocimientos relacionados con sucesiones numéricas, pues, le permite acceder a herramientas tecnológicas que le posibilita un mejor aprendizaje con un enfoque constructivista.

Capítulo 1

Marco Teórico

1.1. Investigación propuesta

Dentro de los contenidos que se desarrollan en Matemática, el Cálculo es uno de los que presentan mayor dificultad al momento de su aprendizaje, para ello el Precálculo abarca los conocimientos necesarios que el estudiante requiere para el entendimiento de la materia. Es por esto que el presente problema de investigación surge de la dificultad que tienen los estudiantes al momento de introducirse al aprendizaje del Cálculo en sus diferentes apartados, así pues, en este trabajo se analiza el tema específico dentro del Precálculo titulado "Sucesiones". Dejando como indispensable mencionar la importancia de relacionar desde el inicio Sucesiones y Cálculo como se detalla dentro de Precálculo.

En adición, la problemática se centra en el aprendizaje de Sucesiones en el contexto de Precálculo, el mismo que por razones como: la carencia de conocimientos, la falta de contextualización, la desactualización pedagógica y el uso inadecuado de las herramientas tecnológicas; no favorece al aprendizaje significativo del tema. Es por esto que es importante replantear el aprendizaje de Sucesiones, entonces: ¿De qué manera se podría facilitar el aprendizaje de Sucesiones en Precálculo y cómo este se podría fortalecer con el apoyo de las Tics?

Ahora bien, en base a lo mencionado, el estudio de Sucesiones dentro de Precálculo es una herramienta muy útil que puede proporcionar una nivelación en los conocimientos del estudiante a más de facilitar también algunos aprendizajes de ser necesario, si bien existen libros de Precálculo donde está planteado el tema de Sucesiones con conceptos ejemplificados, hoy en día debemos relacionar el momento de aprendizaje con el uso de la tecnología, por lo cual esto se podría lograr mediante un modelo constructivista donde el estudiante podrá propiciar su aprendizaje de manera autónoma, construyendo sus propios conocimientos con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

A la vez, es importante construir una Propuesta Didáctica con los enfoques planteados para que el estudiante en base a lo propuesto pueda idear material de ayuda para sus clases, lo que buscamos es brindar refuerzo continuo de fácil acceso, por lo cual se propone buscar y enlazar conceptos, a más de recopilar y realizar actividades que se podrán revisar en cualquier momento, contando de igual manera con explicaciones directas del tema de Sucesiones dentro del Precálculo, además, de la incorporación de una serie de ejercicios

dentro de plataformas tecnológicas, mismas que son herramientas fundamentales del diario vivir y su uso puede tornarse a favor de la educación con su aplicación consciente

1.2. Dificultades en el aprendizaje de Precálculo

Los problemas relacionados con el aprendizaje matemático han variado con el transcurso del tiempo, esto se ha dado debido a que la sociedad ha cambiado y con ella también la educación; de acuerdo a varios análisis se evidencia que los problemas en el proceso de aprendizaje comienzan junto con el inicio de la vida escolar de una persona, por ende, son estas bases de conocimiento matemático las que deben ser los cimientos que sostengan el aprendizaje que se irá adquiriendo a futuro. (Villagrán, Mendizábal, & Navarro, 2013).

En concordancia, analizando la raíz del aprendizaje de la materia, si bien la baja comprensión así como la destreza dentro del área de matemáticas puede ser notoria desde el inicio de la presentación de los conceptos, dejando de lado que los procesos utilizados aún son elementales dentro de la rama de estudio, los problemas que se vayan presentando se pueden tratar de resolver al momento de evidenciarse, además, es importante resaltar que de igual manera estos se pueden ir comprobando plenamente con el desarrollo del conocimiento en cualquiera de sus etapas, así pues, una investigación sobre desarrollo del aprendizaje nos habla acerca de lo importante que es propiciar un correcto aprendizaje de acuerdo a la etapa de formación y como la resolución de las dificultades en matemáticas son pilares que ayudarán a mejorar el entendimiento de la materia a futuro (Díaz, García, García, & Pacheco, 2014). En otras palabras, corregir una complicación a tiempo puede ser mejor y más fácil de remediar que intentar resolverlo cuando este ya se ha desarrollado y avanzado.

En relación, los problemas de aprendizaje son mucho más evidentes en niveles avanzados, como colegio o universidad. La dificultad del aprendizaje matemático va desde la comprensión escasa de sus distintos temas hasta el recelo que adquieren los estudiantes a causa de sus experiencias previas con la materia o el docente (Bravo, 2020). Es normal escuchar frases como “Las matemáticas son difíciles” o “Nada tiene más problemas que las matemáticas”, expresiones que son eventuales en los estudiantes tanto de nivel secundario como de nivel superior, justificando así el nivel de dificultad que representa esta materia dentro de su aprendizaje.

Con relación a lo mencionado, son varios los temas que presentan dificultad al momento de su aprendizaje, de esta manera, uno de los temas que es problematizado considerablemente dentro de las matemáticas es el aprendizaje del Cálculo, donde no solo es una dificultad de aprendizaje para el estudiante sino que de igual manera lo es para el docente, en consecuencia, estos problemas tienen mucho que ver con diversos factores como: la

interpretación de resultados, el análisis previo para la resolución y sobre todo la aplicación de aprendizajes previos adecuados a la materia (López & Sigüenza, 2022), sin duda, se evidencia en este caso la aptitud del estudiante su facultad de interpretación y su capacidad de razonamiento dentro de esta área de estudio.

Ahora bien, la dificultad dentro de la asignatura por consiguiente es más notable al momento de proponer el razonamiento del estudiante dentro de cálculos más complejos, así pues, cuando hablamos de Cálculo de manera general se presentan obstáculos que de acuerdo a varias investigaciones no solo se relacionan con su respectiva aplicación, análisis e interpretación, ya que, van desde la conceptualización del conocimientos hasta el razonamiento relacionado con ir de lo abstracto a lo variacional (Delgado, 2013) , misma consideración que se encuentra conectada con las bases que son necesarias para el desarrollo de la materia.

Como ya hemos mencionado, las bases son sumamente importantes dentro del aprendizaje debido a la relación que estos conocimientos tendrán con los nuevos temas, entonces, es indispensable hablar de las bases del Cálculo con el fin de brindar un análisis que ayude considerablemente a la solución de los problemas que este tema representa para los estudiantes, en concordancia, de acuerdo a la relación extensa de la asignatura con los distintos temas impartidos en matemáticas hemos analizado de manera específica al Precálculo, mismo que abarca todo lo relacionado con el conocimiento previo al Cálculo.

En concreto, al referirnos a Precálculo debemos entender al Cálculo como el área que se relaciona con el conocimiento de lo variacional, mismo que a su vez también es base para varias competencias necesarias en las matemáticas avanzadas (León, 2021), entonces, ¿Qué es el Precálculo?, el Precálculo es la base del Cálculo, por consiguiente, abarca todos los conocimientos que se necesitarán para facilitar el aprendizaje del tema, estos aprendizajes incluyen temas desde algebra básica hasta la misma geometría relacionando contenidos de manera que el estudiante deberá aplicar dichos procesos según sea necesario, sin dejar de lado que estos temas a su vez se volverán bases para temas futuros de mayor complejidad.

De este modo, si bien nos referimos a la cantidad de temas necesarios para el aprendizaje del Cálculo, debemos mencionar los problemas ocasionados por este factor, por lo tanto, uno de ellos es la capacidad memorística de los estudiantes, pues, si bien reconocen el tema que se va a estudiar, es notorio que muchas de esas veces no conocen la manera de desarrollarlo, seguido, otro problema se hace evidente al momento de cambiar el punto de vista del tema, es decir ir de lo abstracto a lo variacional donde los estudiantes se han adaptado a un solo

proceso y no captan el cambio de perspectiva que la materia propone, otra parte importante que no podemos dejar de lado se relaciona con el razonamiento matemático que va de la mano con la capacidad matemática del estudiante, pues muchas veces el problema también podría radicar en lo simple de la resolución de elementos básicos de la asignatura que no han sido corregidos a tiempo.

En función de lo planteado, en referencia a contenidos que representan una base para el Cálculo, un tema de relevancia es en concreto el titulado “Sucesiones”, al puntualizar este tema debemos comprender que es uno de los primeros acercamientos a las generalidades dentro de la matemática, esto quiere decir que a partir de estas series se llega a concretar un resultado, por ende, los estudiantes deberán entender el significado de término general que se presenta en sucesiones, relacionarlo con el concepto de límites (García, Espino, & Olvera, 2017) y finalmente enlazar estos contenidos para analizarlos como funciones.

A manera de análisis, si nos enfocamos en el tema concreto de sucesiones, podemos también analizar problemas que se desencadenan del aprendizaje de este apartado, por lo general, es fundamental entender que muchas veces la enseñanza no llega a concretarse de manera plena, por lo tanto, es importante cumplir con lo necesario para culminar este ciclo, por otra parte, hoy en día se ha vuelto fundamental la contextualización al momento de aprender, por ende, el estudiante no solo va a revisar conceptos sino que también relacionará los mismos con su entorno, teniendo en cuenta a su vez como estos son importantes tanto en su vida como en la sociedad (García, Espino, & Olvera, 2017).

Otro punto importante a resaltar en relación con la investigación es el aprendizaje contextualizado, esto, debido a que no solo debemos propiciar una enseñanza memorística, sino que también, deberíamos centrarnos en una educación que sea útil para la vida, pues, de lograr esto podríamos alcanzar un pensamiento matemático por parte de los estudiantes (pensamiento de relación plena de contenidos matemáticos y sucesos del diario vivir), mismo que ayuda a percibir una mejor comprensión de los distintos temas, así pues, en este caso se podría propiciar un aprendizaje óptimo en sucesiones para su aplicación posterior en Cálculo y en el entorno.

En conjunto, las fuentes del conocimiento matemático son fundamentales dentro de todo su aprendizaje, de esta manera, al hablar de Cálculo primero debemos referirnos a sus bases, por ende hemos mencionado el Precálculo, mismo que comprende un conjunto extenso de temáticas de las cuales enfatizamos el tema de Sucesiones, el cual es importante nombrar debido a su primera aproximación con el estudio de lo variacional del Cálculo y su conexión con el análisis de los límites, así también, es coherente rescatar los problemas que se

desencadenan con el aprendizaje de sucesiones, mismos que tienen relación directa con la complejidad misma de la materia tanto como la falta de contextualización con la vida y con lo útil que podría llegar a ser.

1.3. Constructivismo para el aprendizaje de precálculo

Uno de los componentes significativos dentro del proceso de aprendizaje es la corriente pedagógica que interviene al momento de adquirir conocimientos, así pues, a lo largo de la historia se ha pretendido evidenciar el rol del docente, la presencia del estudiante, la finalidad y los métodos en la educación, estos componentes mencionados se interrelacionan de distintas maneras de acuerdo a los ideales correspondientes a las diferentes épocas que han transcurrido en nuestra historia (Rengifo, 2017). Si bien dentro de nuestro desarrollo se ha buscado que la educación no solo sea un requisito dentro de la sociedad para conseguir un trabajo o cumplir con los estudios básicos de una persona, se ha buscado además que esta sirva de manera activa para la vida, por ende, dentro de su evolución en la historia se ha evidenciado tanto corrientes poco ortodoxas así también como otras enfocadas en el desarrollo del ser como persona libre, pensante, experimental y sobre todo crítica, en relación podemos evidenciar estos cambios dentro de pensamientos de filósofos como: Comenio que criticaba los malos tratos dentro de la educación, Pestalozzi que se inclinaba por la educación relacionada con las etapas tanto cognitivas como físicas del individuo, Rousseau que relacionaba al hombre natural con el aprendizaje dentro de su cotidianidad y Kant que se refiere a dos tipos de docente uno que educa para la escuela y otro que lo hace para la vida (Rengifo, 2017).

Hoy en día, una de las corrientes más trabajadas dentro del ámbito educativo es el constructivismo, uno de sus representantes que se recalcará en este estudio es Ausubel ya que expone que “el aprendizaje significativo se genera a partir de los conocimientos nuevos, referentes a cualquier campo o área educativo a partir de su experiencia en la vida cotidiana” (Granda, 2016) donde queda en evidencia el ser como constructor de su propio conocimiento relacionándolo con su entorno, entonces, es importante mencionar también otros autores de gran relieve dentro de este movimiento pedagógico, en primer lugar mencionaremos a Ausubel, Novak y Hanesian que resaltan el constructivismo cognitivo, también está Piaget que se enfoca en el constructivismo psicogenético y Vygotsky con Bandura que hablan acerca del conectivismo sociocultural (Miranda, 2022).

Con respecto a lo mencionado, aunque se habla del constructivismo desde sus distintas visiones, es importante recalcar que todas ellas están centradas en la misma ideología, donde, tanto el estudiante como el docente cumplen su rol con el afán de construir un

aprendizaje significativo, cabe recalcar que con el fin de lograr este objetivo el docente deberá intentar percibir al estudiante como un ser social que además de buscar conocimiento busca su propio desarrollo de manera activa e intenta conectar los conocimientos que ha adquirido previamente con los nuevos que se presentan (Miranda, 2022), sin dejar de lado la importancia del desarrollo educativo como sociedad.

En relación, la educación de un país es sin duda la base de su desarrollo, dentro de la República del Ecuador esta es regulada por el Ministerio de Educación, así pues, en documentos oficiales podemos encontrar los lineamientos establecidos donde también está presente la parte pedagógica determinada por esta institución, primero tendremos presente de manera breve los “Lineamientos para la construcción de la propuesta pedagógica presentados por parte del Ministerio de Educación del Ecuador”, así también como un corto análisis de lo que nos dice el Currículo Vigente dentro del área de Matemáticas.

En referencia, analizando los lineamientos podemos evidenciar la propuesta pedagógica como un instrumento que permitirá plasmar a la institución sus intenciones dentro del proceso educativo, teniendo en cuenta que para esta tarea se hará referencia a los principios tanto éticos como epistemológicos, así también las leyes constitucionales, e igualmente las teorías de aprendizaje y enseñanza que respaldarán la misma en referencia al tipo de estudiantes que busca formar de acuerdo a lo demandado por el Ministerio, además, es importante rescatar con el propósito de brindar una educación de calidad demanda dejar de lado los métodos tradicionales de aprendizaje e incluir la contextualización con el fin de innovar y no dejar de lado los derechos constitucionales tanto del estudiante como del docente e incluso de todos los involucrados en este proceso (Ministerio de Educación, 2019).

En concordancia, siguiendo con el análisis tenemos una mirada más amplia de la corriente pedagógica en la educación ecuatoriana dentro del currículo, de manera general, ahí se plasman las intenciones en la educación del país favoreciendo un proceso educativo de calidad dentro de la sociedad, aquí, se dan las orientaciones pertinentes al docente al igual que se presentan las evaluaciones que establecerán si se han alcanzado los objetivos planteados (Ministerio de Educación, 2016).

Enfocándonos en las matemáticas, la asignatura como tal está presente dentro de toda la vida escolar del estudiante, en esta disciplina como en todas las presentadas como obligatorias, se fomenta el aprendizaje del individuo en conocimientos conceptuales sin dejar de lado que se reconoce al estudiante como un ser social que necesita desarrollarse como persona, en concordancia, la materia dentro del currículo es parte de las ciencias básicas consideradas indispensables para la vida, cabe recalcar que esta se presenta de forma

secuencial buscando conectar conocimientos que van desde lo elemental hasta lo más complejo, se debe agregar que de igual manera la mencionada busca lograr un perfil de salida del estudiante que sea oportuno, resaltando los tres valores propuestos que son: justicia, solidaridad e innovación (Ministerio de educación, 2016).

Entonces, con relación a lo mencionado nos enfocaremos en el análisis referente a lo pedagógico y epistemológico establecido en el currículo dentro del área de matemáticas, antes que nada, la corriente designada es la denominada pragmática-constructivista, esta sintetiza diversas visiones epistemológicas relacionadas que dan como resultado un modelo de aprendizaje enfocado en el estudiante como protagonista de este proceso, por ello el estudiante aplicará conocimientos dentro de su contexto utilizando lenguaje, técnicas y argumentos que le permitirán resolver problemas, juzgarlos e interpretarlos (Ministerio de educación, 2016).

Por consiguiente, como análisis de la relación pedagógica y los contenidos propuestos en el currículo según el nivel de educación podemos mencionar lo siguiente:

Tabla 1

Contenidos en el área de matemáticas de acuerdo al currículo.

Componentes	<ul style="list-style-type: none"> • Lógica matemática • Conjuntos • Números reales • Funciones
Bloques Curriculares	<ul style="list-style-type: none"> • Álgebra y Funciones • Geometría y Medida • Estadística y Probabilidad

Nota. Los Contenidos al igual que las destrezas van desde lo esencial a lo complejo (Ministerio de educación, 2016).

En concordancia, podemos mencionar que la estructura curricular del área de matemáticas está diseñada con el fin de facilitar un proceso educativo constructivista, donde el estudiante aplicará valores al igual que conocimientos, los mismos que no solo se darán dentro del aula, sino que también en su entorno diario.

En relación, si bien hemos mencionado la conexión de conocimientos desde un inicio del proceso educativo, es importante remarcar la importancia que esto tiene al momento de impartir conocimientos superiores, pues las bases que son fundamentadas al inicio son de

gran ayuda en temas de mayor complejidad, así pues, uno de los temas de mayor dificultad es el Cálculo, debido a que, dentro del análisis de los contenidos que podemos encontrar dentro de su base están todos los relacionados con álgebra, geometría y probabilidad que si bien se presentan al estudiante muchas veces no se relacionan con lo variacional del Cálculo.

En tal sentido, visto que la relación del constructivismo con el aprendizaje se ha planteado con el fin de facilitar el proceso educativo, si analizamos la parte del Cálculo dentro del currículo podemos evidenciar que su primer avistamiento es dentro del tema de límites, mientras que, si queremos propiciar un aprendizaje constructivista, este debería presentarse al estudiante en cada tema que sea posible de modo sutil, dejando de lado las matemáticas invariables y relacionándolas su forma variacional aplicando los conocimientos brindados por el Precálculo que están presentes en temas como áreas, volúmenes, sucesiones, etc.

De acuerdo a ello, si bien el Cálculo abarca varios aprendizajes, uno de ellos es el conocimiento de Sucesiones, a manera de análisis, el mismo dentro del currículo se presenta dentro del bloque de álgebra, así pues, inicia por la presentación de números naturales, luego secuencias, después patrones y finalmente sucesiones tanto en el nivel de educación general básica como en bachillerato general unificado con la diferencia de que presenta un aumento de su dificultad progresivamente de acuerdo al nivel (Ministerio de educación, 2016), entonces, si bien los conocimientos se van presentando continuamente conectándose y contextualizándose de acuerdo a como dicta el constructivismo, es importante mencionar que si lo analizamos dentro de sus objetivos no se menciona que se debe relacionar con lo variacional, entonces, evidentemente el estudiante entiende sobre el tema pero no relacionará el mismo a futuro con Cálculo dejando una brecha en la aplicación del constructivismo en esta área.

1.4. Tics como recurso didáctico para el aprendizaje de sucesiones

El aprendizaje es parte del individuo, por ende, desde que nacemos empezamos este proceso que durará el resto de nuestras vidas, al adentrarnos en el tema podemos inferir que el aprendizaje puede darse en los distintos aspectos de nuestras vidas, por ejemplo, cuando hablamos de algo específico como lo es la educación, esta se relaciona de manera directa con lo cognitivo de la persona, por lo tanto, aquí intervendrá la corriente pedagógica que se aplicará dentro de esta fase.

En referencia a Ausubel, Novak y Hanesian, filósofos representativos de la corriente constructivista, el aprendizaje es un proceso de asimilación cognoscitiva donde se relaciona los conocimientos anteriores con los adquiridos con el fin de facilitar el entendimiento de los

mismos (Garcés, Montaluisa, & Salas, 2018). Dicho esto, podemos relacionar este concepto con la concepción de aprendizaje significativo, pues, en otras palabras, se define como la adquisición de conocimientos por medio de la práctica teniendo en cuenta que estos procesos a su vez se conectan para formar nuevos saberes, de hecho, nos aclara que este desarrollo profundiza más que una simple adquisición de ideas ya que busca una educación duradera.

En relación con lo planteado, el aprendizaje puede darse en distintas áreas, cada una de ellas es importante en la vida de un individuo, uno de estos campos es la matemática, ya que, dentro de la misma podemos encontrar conocimientos que necesitan sus propias técnicas para entenderse, además, debemos tener en cuenta con qué tipo de materia estamos tratando, por lo tanto en el caso de las matemáticas se asume que se refiere a una ciencia tanto exacta como compleja que abarca números y un lenguaje propio que será necesario entender con el fin de propiciar un buen aprendizaje.

Desde esta perspectiva, aprender matemáticas es importante, a pesar de ello pocas personas se sienten a gusto al hacerlo, es más, a lo largo de los años ha sido considerada un área complicada en el amplio proceso educativo ya que se evidencia la falta de comprensión y la complejidad dentro de su lenguaje (Jiménez & Jiménez, 2017), es por esta razón que el docente como guía del aprendizaje debe buscar las técnicas apropiadas para motivar al estudiante y mitigar este proceso educativo.

De esta manera, con el fin de facilitar el aprendizaje existen diferentes técnicas y herramientas que ayudan al estudiante a comprender un tema, dentro de ellas tenemos el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (Tics), esta herramienta es una de las más utilizadas hoy en día debido al avance del uso de los recursos virtuales que se han desarrollado y son necesarios dentro del aprendizaje (García, Angarita, & Velandia, 2013).

Ahora bien, analizaremos Tics que son útiles en el tema específico de Sucesiones dentro del Precálculo, es necesario mencionar que, dentro de este grupo hay una variedad de herramientas, por tanto, tendremos en cuenta algunas de ellas debido a su relación con el tema, facilidad de uso y versatilidad, así pues, algunas de ellas que detallaremos a continuación son: GeoGebra, Desmos, Khan Academy, Maple, etc.

En primer lugar esta GeoGebra que es una herramienta multifuncional y multifacética donde podemos realizar cálculos tanto matemáticos como geométricos, además, nos permite representar funciones gráficamente ayudando a la comprensión del estudiante y relacionándolo con su entorno (Jiménez & Jiménez, 2017), una de sus ventajas es que su

licencia es libre por lo tanto no se paga una suscripción para utilizarlo, además está disponible en móviles, tabletas y computadoras facilitando así su manejo.

También tenemos Desmos que por su parte es una aplicación similar a GeoGebra con la particularidad de que brinda herramientas más simples en su uso, a más de ello, también propone una faceta donde podemos realizar actividades de aprendizaje para el estudiante en el cual se puede incluir imágenes, gráficas de funciones e incluso videos de retroalimentación para el tema que estemos estudiando (Desmos Studio, 2023), es importante destacar que es de libre acceso puesto que basta con registrarse mediante un correo electrónico para poder utilizarlo.

También está presente Khan Academy, que de igual modo es una herramienta muy útil para el aprendizaje de matemáticas y sus distintos temas, dentro de este instrumento web podemos buscar un contenido específico y encontraremos distintas actividades completas acompañadas de un contexto y una calculadora para facilitar los cálculos presentados, hallaremos conceptos, ejemplos y actividades de aplicación donde el estudiante mismo va comprendiendo y logrará completar estas acciones propuestas, su accesibilidad es libre, se puede utilizar simplemente entrando en su página web, lo que si se recomienda es su uso en computadora.

Podemos también mencionar Maple, el cual es un software matemático complejo recomendado para la educación, que se puede utilizar en línea, tanto en móviles como en computadoras, por el momento es de libre acceso pero contiene la opción para desarrollo de procesos complejos bajo costo, entre sus productos podemos resaltar los siguientes: calculadora científica, graficadora 2D y 3D que facilitan desde los procesos más simples hasta los más complejos, sobre todo cuando trabajamos con funciones (Maplesoft, 2023).

Así también resaltaremos el uso de videos como una herramienta para aclarar nuestros conceptos por medio de una breve sinopsis del tema, asimismo tendremos herramientas como calculadoras que servirán para cotejar nuestros resultados, grupos de comunicación por las distintas redes sociales y foros que permitirán al estudiante compartir sus conocimientos y su aprendizaje con otros que tienen el mismo objetivo educativo.

Estos recursos son parte una serie de herramientas para el aprendizaje, aun así, tenemos en consideración la libertad de su uso y la facilidad en su comprensión al momento de hacer empleo de los mismos, es importante mencionar que estos además cuentan con el tema Sucesiones implícito o bien podemos desarrollar alguno de sus ítems de manera práctica y comprensible para el estudiante al momento de propiciar su aprendizaje.

En definitiva, teniendo en cuenta el contexto del estudiante hay que considerar el empleo de las innovaciones tecnológicas más a menudo, ya que, si bien la educación es parte de una sociedad, esta incluye su desarrollo digital, así pues, este debe estar presente en el contexto educativo con el fin de optimizar el aprendizaje mejorando los métodos de enseñanza y atendiendo a la diversidad que este proceso involucra (Martínez, Pérez, & Martínez, 2016).

Capítulo 2

Metodología y resultados

2.1. Metodología

La falta de aprendizajes significativos a lo largo de la vida estudiantil, se hace más evidente al momento de aplicar dichos conocimientos dentro de un tema más complejo, si bien no todos los estudiantes tienen este tipo de problema, muchos de ellos suelen necesitar apoyo para recordar ciertos detalles de la resolución, más aún cuando el estudiante se encuentra cursando una carrera que requiere del análisis del proceso.

Por ello, con la finalidad de identificar la carencia de aprendizajes significativos con relación al tema “Sucesiones” dentro del precálculo, se realizó una evaluación diagnóstica para comprobar y dar sustento a la investigación, además, se hizo una encuesta con el objetivo de reconocer las Tics de mayor aceptación, para así, poder incluirlas dentro de la propuesta. La investigación de campo fue realizada en primer y segundo ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

2.1.1. Evaluación diagnóstica

La población seleccionada para aplicar estas estrategias fueron los estudiantes pertenecientes a la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física tanto de Primer como Segundo ciclo, esto, debido a que son en su mayoría los que recientemente han culminado el Bachillerato, a más de que también serán los próximos en cursar la asignatura de cálculo diferencial, los participantes son un total de 66 personas.

Para la aplicación de esta evaluación se realizaron 13 preguntas, las cuales incluyen: resolución de problemas, ejercicios con respuestas de opción múltiple, dicotómicas, cerradas y abiertas. Estas preguntas fueron seleccionadas de acuerdo a las destrezas que alcanzan los estudiantes al culminar bachillerato, en relación con ello, también se analizó el sílabo de cálculo diferencial para identificar los conocimientos que el estudiante necesita para tener una mejor comprensión de los temas que este involucra.

La presente evaluación diagnóstico se desarrolló con la finalidad de obtener información en base al tema de sucesiones donde partimos planteando la interrogante acerca del tema en concreto como lo es las sucesiones, pues se pide diferenciar de un grupo de palabras cual no es sinónimo de sucesión, además se le pide señalar los tipos de sucesiones que conoce, colocando un ejemplo; así también se le pide identificar de diversa opciones la forma correcta de llamar al término que permite conocer cualquier otro término de la sucesión; continuando se pasa a una parte más práctica, pidiendo así identificar si es una sucesión geométrica o

aritmética, colocando su diferencia o razón. De manera similar se pide colocar la fórmula de la sucesión y a su vez hallar los tres primeros términos, reconociendo el tipo de sucesión y sus términos; a continuación, se colocan imágenes de una sucesión, planteando así una pregunta de aplicación y comprensión para el estudiante; continuando en las siguientes tres preguntas se pasa a interrogantes teóricas que van relacionando directamente temas del precálculo, teniendo: ¿Una sucesión puede ser expresada como una función? , ¿Se puede calcular el límite de una función a través de una sucesión? , ¿Se puede graficar una sucesión?; estas interrogantes con la finalidad de obtener información de los conocimientos que tienen los estudiantes y evidenciar si son capaces de relacionar las sucesiones con el precálculo.

Para las últimas interrogantes, se coloca una sucesión muy conocida (Fibonacci)pidiendo que coloquen el nombre de la misma; continuando se plantea: ¿Qué sucede si se suman de manera indefinida los términos de una sucesión?; la siguiente pregunta va relacionada con la anterior pues se pide identificar el símbolo con el que se representa la adición de varios términos de una sucesión, y por último se pide colocar un ejemplo de una sucesión que se puede evidenciar en nuestro entorno, todas estas interrogantes se han planteado desde un nivel básico avanzando así hasta un nivel medio y llegando a un nivel complejo donde se pueda evidenciar el nivel de los conocimientos que tienen los estudiantes en cuanto a sucesiones y el precálculo.

Ahora bien, el análisis de datos se realizó con un enfoque cuantitativo ya que se observó la cantidad de estudiantes que entienden los conceptos, mismos que van desde lo más simple a lo más complejo permitiendo identificar la comprensión del tema y relacionándolo con lo variacional al presentar un problema de aplicación, así también revisaremos la relación con la corriente constructivista, de manera que los estudiantes sean capaces de enlazar los temas tratados con situaciones que puedan evidenciar en su entorno.

2.1.2. Encuesta

Ahora bien, pasando a la encuesta realizada sobre las sucesiones en conjunto con las TIC's y su aplicación dentro del entorno educativo, se presentó una serie de preguntas a los estudiantes, relacionadas al tema de sucesiones y los recursos utilizados por sus docentes; como primer punto se consultó si los recursos utilizados por sus docentes fueron los apropiados y de calidad, debido a que es un tema que puede ser tratado con diversos recursos, continuando, se les coloco varias opciones de herramientas con la finalidad de saber si han trabajado con alguna de ellas y si las consideran pertinentes para el aprendizaje

de sucesiones, considerando el uso de la tecnología para obtener un aprendizaje significativo, y por último se consulto acerca de que recurso recomendaría por experiencia propia.

Ahora bien, cabe recalcar que esta herramienta de investigación nos permite recoger datos tanto cualitativos como cuantitativos ya que se ha medido la cantidad de aceptación realizando un análisis objetivo de los resultados, así también se refiere a la calidad la cual es un enfoque subjetivo que representa una parte importante para la toma de decisiones y desarrollo de la guía didáctica.

2.2. Resultados

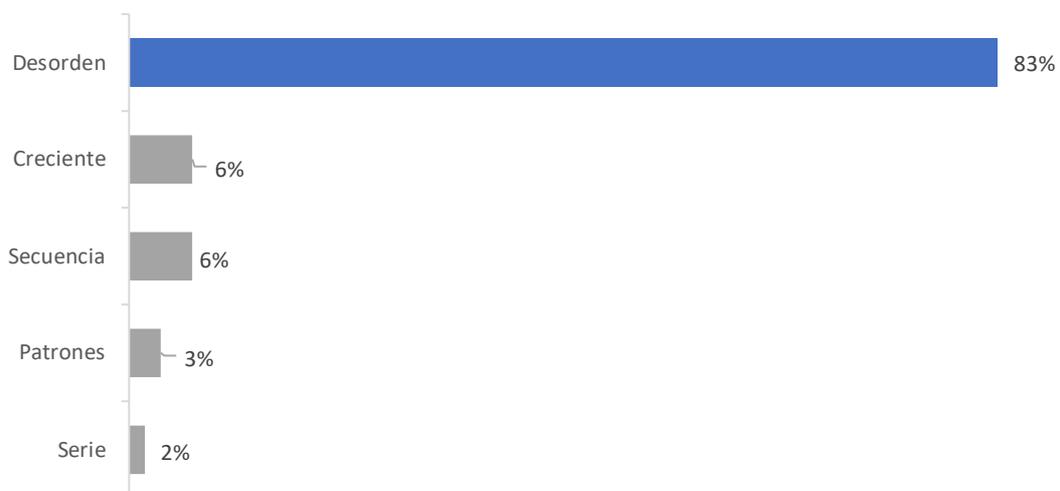
2.2.1. Análisis de resultados de la Evaluación Diagnóstica

Con el fin de obtener información de las herramientas utilizadas para comprobar los aprendizajes significativos que han obtenido del tema “sucesiones” en relación al precálculo, se realizó un conteo general de las preguntas realizadas, analizando las mismas, de acuerdo a su tipo, contexto y clasificación, obteniendo resultados cualitativos y cuantitativos en las diferentes preguntas, las cuales se muestran a continuación como respaldo del presente trabajo de titulación.

En primer lugar, para conocer sobre un tema se debe saber su concepto, es por ello que como primera pregunta se plantea lo siguiente: Seleccione la palabra que no se relacione con sucesiones numéricas, por lo cual hemos relacionado a la palabra “sucesión” con cuatro sinónimos y un antónimo, la complejidad de esta interrogativa es de nivel básico por lo tanto con congruencia en la siguiente gráfica se constata los siguientes resultados:

Figura 1

Pregunta 1: Seleccione la palabra que no se relacione con sucesiones numéricas.

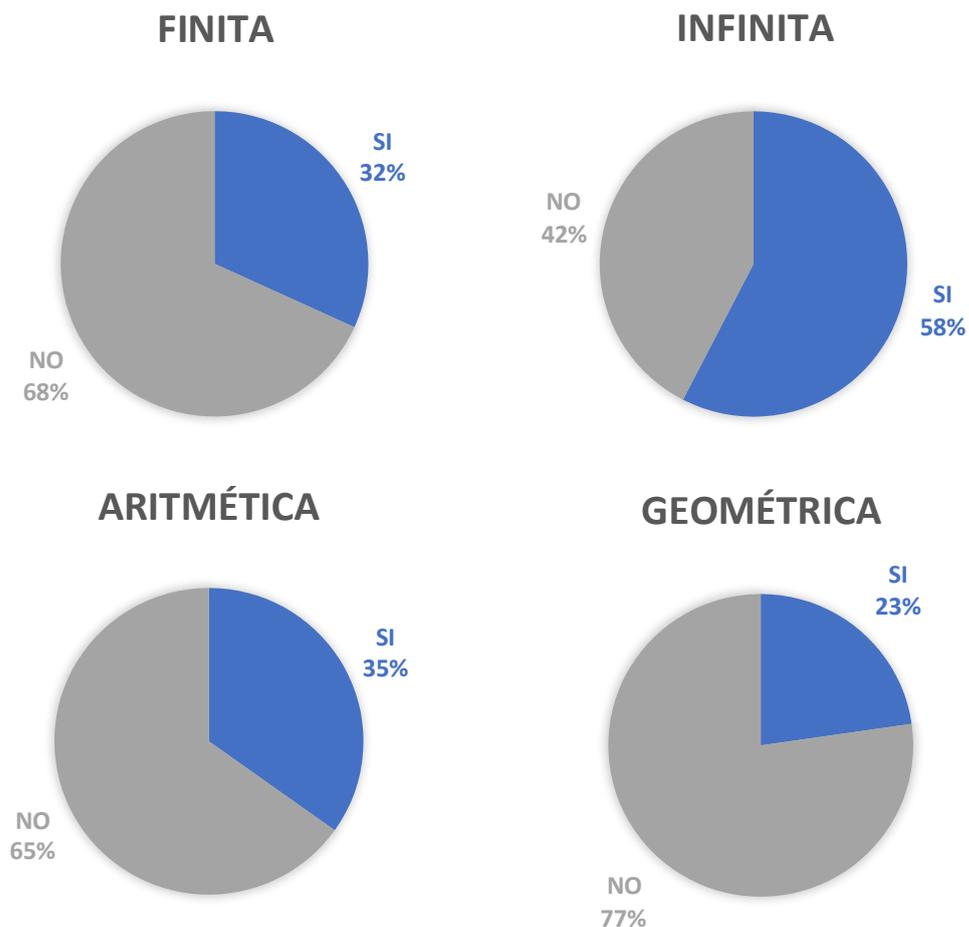


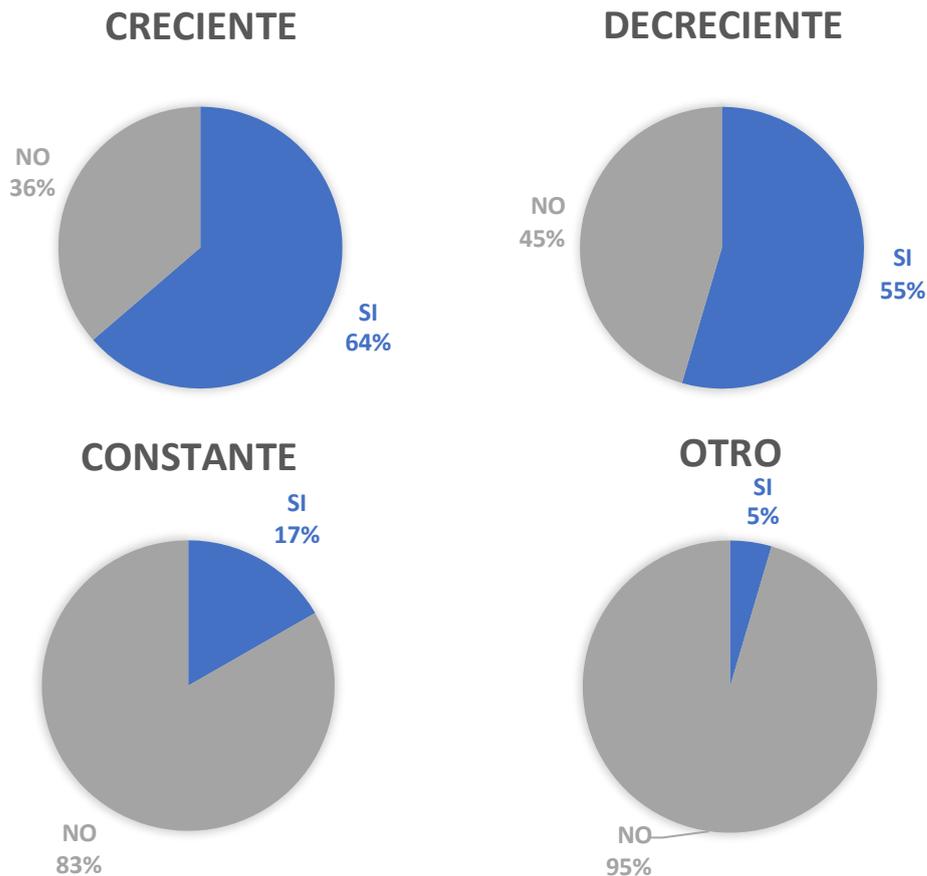
Al observar la gráfica se verifica que la mayoría de estudiantes relacionan correctamente el término sucesión, mientras que el 17% de ellos confunden el concepto por tanto no logran relacionarlo de manera idónea, también la palabra secuencia y creciente que son erróneas son la segunda opción de mayor elección, por lo tanto, es importante dejar en claro el concepto de sucesión y como este puede ser interpretado de distintas maneras conservando su significado.

Otra interrogante se relaciona directamente con los tipos de sucesiones, si bien el concepto es necesario, conocer sus distintas formas es fundamental para poder identificar el comportamiento de la sucesión, así pues, se presentaron ocho opciones en las cuales se pedía señalar si son de su conocimiento y colocar un ejemplo de ser así, además, una de las opciones indicaba también colocar otro tipo de ser el caso de conocerlo, en la siguiente gráfica podemos observar un análisis de cada opción comparando si se colocó o no el ejemplo correctamente.

Figura 2

Pregunta 2: Seleccione el tipo de sucesión que conoce colocando un ejemplo



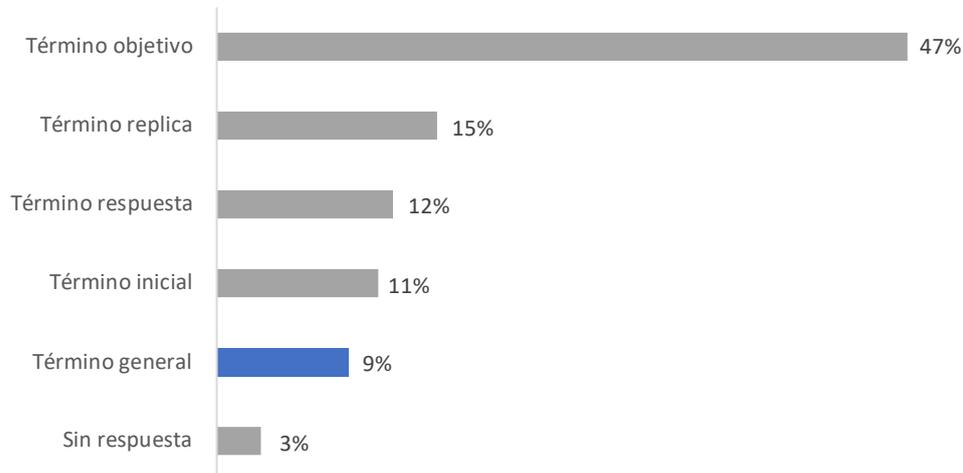


De acuerdo a los gráficos se puede mencionar que, uno de los tipos más conocidos es la sucesión creciente, mientras que el menos conocido dentro de las opciones dadas es la sucesión constante, además cabe mencionar que un limitado número de estudiantes conocen más variantes, de mismo modo, es importante mencionar que en referencia al cálculo se ha incluido las sucesiones infinitas donde se hace notar un mayor entendimiento de acuerdo al número de estudiantes que sí respondieron bien, que fueron 38 contra 28 que no lograron identificar. Al realizar una media entre las preguntas donde se pedía solo colocar un ejemplo obtuvimos que el 59,74% de estudiantes no logran colocar correctamente lo que se les pide, mientras, el 40,26% restante sí pueden realizarlo. En conjunto, es necesario aclarar deben estar separados los conceptos, con el fin de construir un conocimiento significativo donde el estudiante tenga presente todo ello para así poder aplicar en próximos temas.

A continuación, la siguiente pregunta se realizó con el objetivo de conocer si el estudiante reconoce los componentes tanto como el lenguaje matemático utilizado en el tema de sucesiones, se colocó cinco opciones donde solo una era la correcta, por lo tanto, hemos colocado una gráfica que nos permite observar dicha información y analizar los datos obtenidos.

Figura 3

Pregunta 3: ¿Cómo se le conoce al término o componente que nos permite conocer (por operaciones matemáticas) cualquier otro término de la sucesión?



En general las respuestas acertadas alcanzaron un 9% mientras que las erróneas el restante 91%, con respecto al nivel de las anteriores preguntas notamos que la complejidad va aumentando dando como resultado claramente la falta de conocimientos, por ende, el estudiante necesita entender que al igual que saber conceptos también es importante emplear el lenguaje matemático que se utiliza dentro de cada tema de la materia, entonces será indispensable el refuerzo en cuanto a expresiones de uso común dentro de este apartado.

A continuación, con el fin de analizar los conocimientos puestos en práctica se formuló la cuarta quinta y sexta pregunta con nivel bajo, medio y alto respectivamente de acuerdo a su orden, se analizará entonces estas preguntas de acuerdo al desarrollo alcanzado según sea la pregunta y lo examinaremos por medio de tablas con el fin de cotejar los resultados obtenidos. De acuerdo a ello analizaremos los resultados obtenidos en la cuarta pregunta, expresados en la siguiente gráfica:

Tabla 2

Identifica si es aritmética o geométrica

	Si identifica	No identifica
a) 4,12, 36,108	50%	50%
b) 7,21,35,49	70%	30%

Tabla 3

Halla su razón o diferencia

	Si resuelve	No resuelve
a) 4,12, 36,108	74%	26%
b) 7,21,35,49	47%	53%

Dentro de la pregunta que se presentó, es importante resaltar que se subdivide en dos literales para cada pregunta, entonces tenemos que, en el literal “a” el tipo correcto ha sido identificado por el 50% de los estudiantes mientras que al momento de encontrar su razón el 74.24% lo hace pero no la identifica por su nombre, de esta manera se confirma nuevamente las falencias presentes dentro del lenguaje matemático utilizado en el tema, por otro lado analizando el literal “b” el 70% de participantes identifica el tipo de sucesión que se presentó, sin embargo tan solo el 47% halla su diferencia sin dejar de lado que en su mayoría no plasma el nombre respectivo del componente de la sucesión propuesta.

De manera similar se coloca la quinta pregunta donde tenemos un problema de aplicación con tres literales donde se pide identificar el tipo de sucesión y hallar los primeros tres términos de acuerdo a una fórmula dada para contemplar el sistema de resolución y su planteamiento.

5.- Resuelva el siguiente ejercicio

- Reconocer el tipo de sucesión
- Hallar los primeros 3 términos
- Encuentre el 100-ésimo término de la siguiente sucesión

$$a_n = 5 + (n + 1)3$$

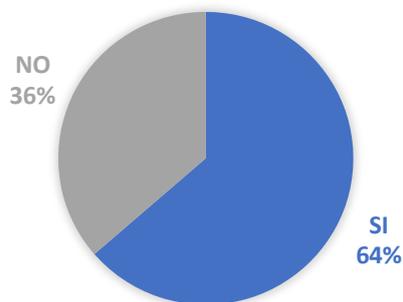
Tipo de sucesión:

Solución

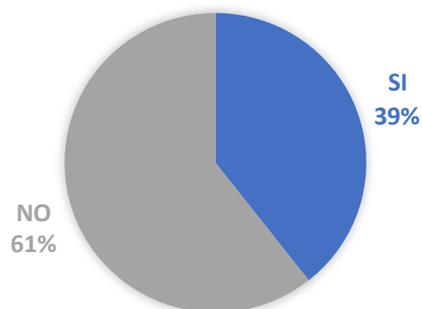
Gráfica 1: Pregunta 5 de la evaluación diagnóstica.

Figura 4

Reconocer el tipo de sucesión

**Figura 5**

Hallar los 3 primeros términos



De forma general se llega a la conclusión de que los estudiantes resuelven los ejercicios de manera mecánica, pues hallan los términos a través de la fórmula ya planteada y en su mayoría lo logran de manera correcta, ahora bien, cuando el análisis se torna a identificar el tipo de sucesión que han hallado, es notoria la falencia presente, pues como se ha comprobado en los anteriores cuestionamientos, un porcentaje alto de estudiantes (64%) no reconoce o bien no recuerda los tipos de sucesiones.

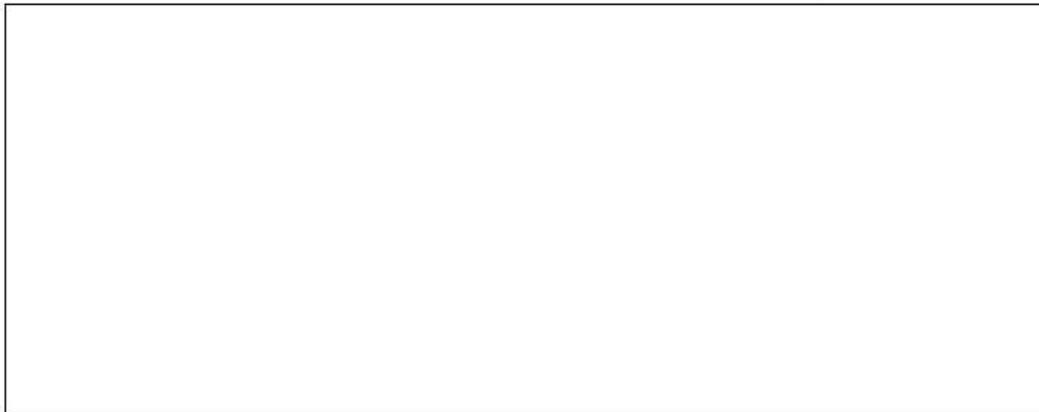
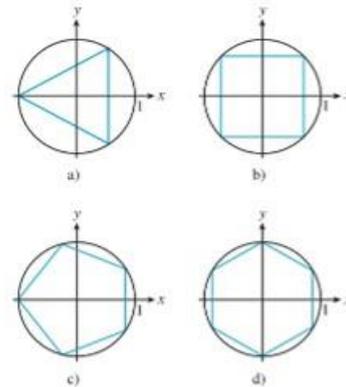
En el siguiente problema práctico de la pregunta 6, se han colocado tres literales donde se pide hallar el perímetro de acuerdo a una fórmula propuesta, además se solicita hallar términos mayores con el fin de propiciar un razonamiento lógico, con ejemplos tanto geométricos como infinitos, pues si analizamos podemos encontrar una sucesión creciente que llega a ser el perímetro de una figura concreta, en este caso un círculo.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en cada literal, estos están analizados de acuerdo a los pasos para resolver un problema propuesto por George Pólya, el cual busca mejorar el entendimiento del estudiante (Meneses & Peñaloza, 2019), por lo tanto, se compara el procedimiento empleado con el fin de saber cuál es el alcance de los estudiantes al solventar cada literal presentado.

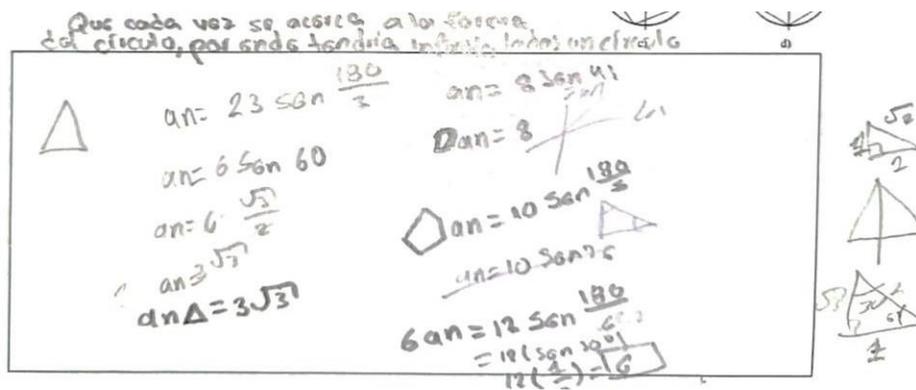
6.-Resuelva la siguiente sucesión.

En la siguiente sucesión de diagramas, en un círculo unitario están inscritos polígonos regulares que tienen al menos un lado perpendicular al eje "x" positivo.

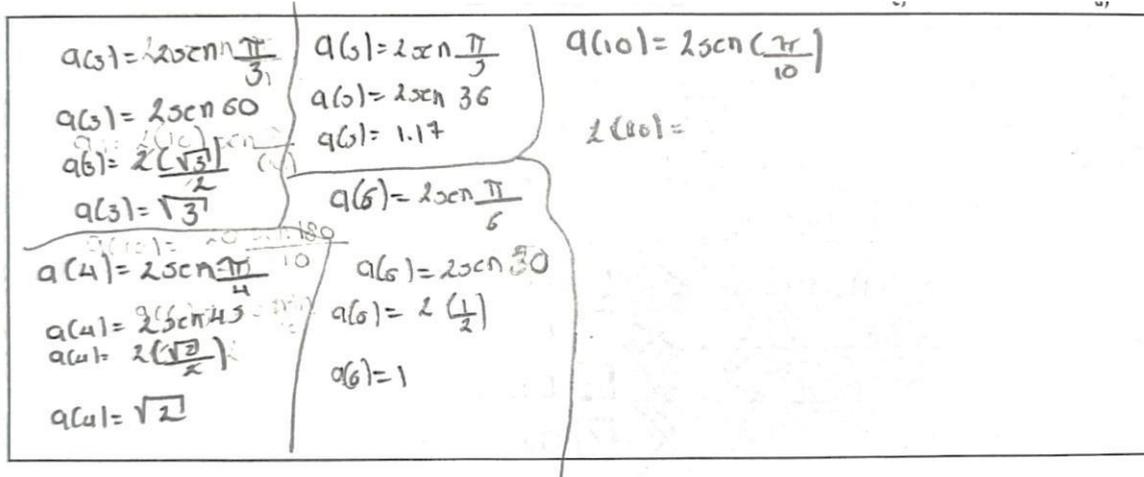
- a) Encuentre el perímetro de cada polígono de la sucesión está dado por: $a_n = 2n \text{ sen } (\pi/n)$, donde "n" es el número de lados en el polígono. (Utilizar en radianes)
- b) Obtenga el valor de a_n para "n" 10, 100, 1000, 10000. ¿Qué conclusión puede sacar?



Gráfica 2: Pregunta 6 de la evaluación diagnóstico.



Gráfica 3: Fotografía tomada al azar de la respuesta al literal b, de la pregunta 6.



Gráfica 4: Fotografía tomada al azar de la respuesta al literal b, de la pregunta 6.

Tabla 4

Análisis de la pregunta 6

	Alcance del proceso de acuerdo a Póyla			
	Entender	Planear	Ejecutar	Revisar
a) Halle el perímetro de cada polígono de la sucesión que está dado por: $a_n = 2n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$, donde "n" es el número de lados en el polígono	59%	59%	56%	6.1%
b) Obtenga el valor de an para "n" 10, 100, 1000, 10000. ¿Qué conclusión puede sacar?	53%	47%	47%	1.5%

Con respecto a la tabla podemos analizar lo siguiente: Primero, el literal "a" pide hallar un resultado por medio de una fórmula, donde el 41% de estudiantes no entendieron, por lo tanto, no realizaron ningún proceso con respecto a la solución, del 59% restante todos planearon realizar el proceso analizando los datos, de manera continua al menos el 56% del total ejecutaron su planteamiento, pero tan solo el 6.1% reviso su proceso y concluyó de manera exitosa obteniendo el resultado, los demás fallaron en procesos aritméticos y ejecutaron mal las respectivas operaciones. Segundo, el literal "b" es similar al anterior, pero en este caso se pide hallar términos mayores con el fin de motivar al estudiante a pensar de manera variacional buscando un límite que guíe hacia un conocimiento más allá de una simple sucesión, es por eso que dentro de este análisis se observa una disminución porcentual en el avance de cada etapa de resolución del problema, así pues, en la fase de

entendimiento más de la mitad logran captar la idea principal, menos del 50% logran planear y ejecutar, y solamente el 1.5% logra revisar el ejercicio, demostrando que no son capaces de realizar todo el proceso, sino de que lo realizan de manera sistemática.

Para la séptima, octava y novena pregunta se ha planteado la relación existente entre las sucesiones, funciones y límites, partiendo de una relación sencilla entre una sucesión y una función, por medio de preguntas dicotómicas de “sí” o “no”, con la finalidad de observar cuales son los estudiantes que necesitan apoyo en estos temas, lo cual será presentado en la siguiente gráfica por medio de porcentajes en base a las respuestas obtenidas.

Tabla 5

Análisis de la pregunta 7,8 y 9

	SI	NO
Pregunta 7: ¿Una sucesión puede ser expresada como una función?	84.85%	15.15%
Pregunta 8: ¿Se puede calcular el límite de una función a través de una sucesión?	80.30%	19.70%
Pregunta 9: ¿Se puede graficar una sucesión?	84.85%	15.15%

En este caso se puede observar que para la séptima pregunta el 84.85% de los evaluados han seleccionado la opción del sí, mientras que el 15.15% han seleccionado la respuesta del no, esto nos indica que la mayoría de los estudiantes tienen una idea de cómo se puede llegar a una función partiendo de una sucesión, mientras que la minoría no tiene una idea clara de cómo se puede relacionar estos temas.

Ahora bien para la octava pregunta tenemos que el 80.30% es capaz de dar un paso más en cuanto a la pregunta anterior, ya que en esta se consulta acerca de si se puede calcular el límite de una función a través de una sucesión, para lo cual es necesario primero saber cómo llegar a una función partiendo de una sucesión y por consiguiente llegar al límite de dicha función, mientras que el 19.70% no tienen una idea clara de donde partir para poder llegar al límite de una función teniendo como punto de partida una sucesión.

Mientras que para la novena pregunta se repite que la mayoría de estudiantes (84.85%) tienen una idea de cómo se puede graficar una sucesión, ya que han entendido que una sucesión puede ser expresada como una función, y al ser una función se puede llegar a una gráfica, por lo contrario es el 15.15% (10 estudiantes) que no logran encadenar estos

conceptos, debido a que no tendrían las bases o los conocimientos necesarios para poder establecer una relación entre estos temas que son muy importantes dentro del precálculo.

Ahora bien, para la décima pregunta se parte de la imagen de una sucesión y un ejemplo de la misma que es muy conocida y está presente en diversos entornos, pues se puede visualizar en los caparazones de moluscos, en algunas hojas, o en girasoles, entre otros, a continuación, se presenta los resultados obtenidos, expresados en porcentajes.

Tabla 6

Pregunta 10: ¿Con que nombre se le conoce a la siguiente sucesión? 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Correcto	45.45%
Incorrecto	54.55%

Analizando los resultados obtenidos, se observa que el 54.55% de los estudiantes no identifican esta sucesión a pesar de que es una de la más conocida y sobre todo estar presente en nuestro entorno, ya sea en diferentes objetos de la naturaleza o de uso diario, esto nos aclara que a pesar de saber ciertos conceptos no conocen los necesarios para poder tener un punto de partida y así poder ir encadenando los conceptos adquiridos.

Por consiguiente, para la onceava pregunta se planteó la relación entre conceptos como: sucesión, sumatoria y límites, complementando los conceptos presentados anteriormente, formulando que sucede si sumamos de manera indefinida los términos de una sucesión, por lo cual se presentan a continuación los resultados obtenidos, expresados por medio de porcentajes.

Tabla 7

Pregunta 11: ¿Qué sucede si sumamos de manera indefinida los términos de una sucesión?

Correcto	58%
Incorrecto	42%

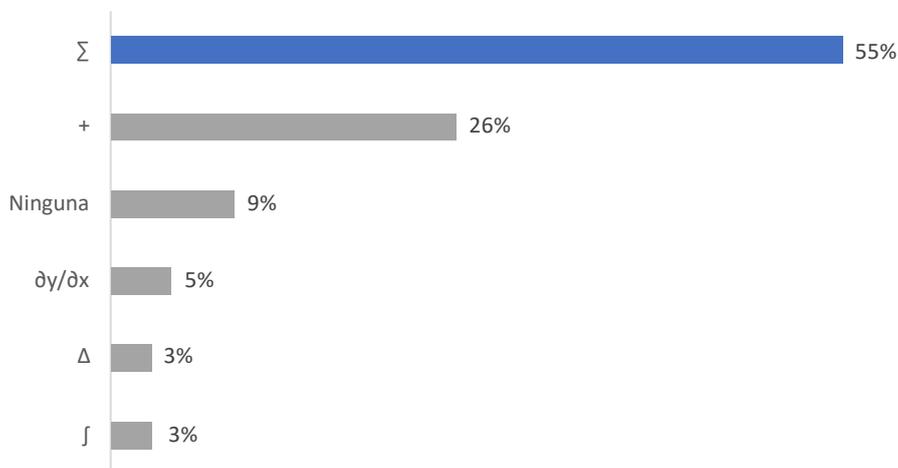
Al analizar qué sucede al sumar de manera indefinida los términos de una sucesión, se obtiene que el 58% ha concluido que se va a llegar a una sumatoria indefinida, ya que al sumar todos los términos de una sucesión vamos a llegar hasta un valor indefinido u infinito,

pues sumariamos infinitos valores; mientras que por el contrario el 42% restante coloca diversas respuestas como: que no se puede realizar esta operación o que no se llegaría a nada, esto nos indica que hay estudiantes que no comprenden la relación existente entre la sucesión y función, aplicándolos a una sumatoria.

Continuando con la doceava pregunta, se colocaron diversos símbolos, de manera que los estudiantes escojan la correcta para representar la sumatoria de términos de una sucesión, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 6

Pregunta 12: ¿Con qué símbolo matemático se puede expresar la adición de varios términos de una sucesión?



Realizando un análisis de los resultados obtenidos, tenemos que el 55% eligieron la opción correcta que es el símbolo de sumatoria, el 3% escogió la opción de la integral, el 5% escogió la opción de la derivada, el 3% escogió la opción de variación, el 26% escogió la opción del símbolo más, y el 9% restante no escogió ninguna respuesta, es decir el 45% no saben con qué símbolo se representa una sumatoria.

Para concluir con la evaluación se pidió a los estudiantes colocar un ejemplo de una sucesión que se pueda visualizar en nuestro entorno, pudiendo ser cualquier tipo de sucesión que ellos pudieran evidenciar ya sea en objetos, lugares u animales, obteniendo así los siguientes resultados.

12.- Coloque un ejemplo de sucesión dentro de nuestro entorno.

La misma sucesión de Fibonacci se encuentra inscrita en la naturaleza como podemos observar en las conchas o caracoles.

12.- Coloque un ejemplo de sucesión dentro de nuestro entorno.

*La edad de los estudiantes en la Universidad.
 años 18; 19; 20; 21; 22; etc.
 edad.*

Gráfica 5: Fotografías de las respuestas colocadas por diferentes estudiantes en base a la pregunta 13.

Tabla 8

Pregunta 13: Coloque un ejemplo de succión dentro de nuestro entorno

Correcto	41%
Incorrecto	59%

Analizando los resultados se obtuvo que el 41% de los estudiantes colocaron ejemplos de su entorno, como el pasar del tiempo, es decir el ir sumando los días, partiendo desde el día uno hasta la actualidad, mientras que el 59% restante colocaban ejemplos como, actividades que realizan a diario, o lo que comen, ejemplos que no representan una sucesión, sino una actividad.

Tras haber realizado el análisis minucioso de las preguntas planteadas en la evaluación se ha evidenciado la falta de conocimientos, partiendo con la primera pregunta donde el 17% no tiene claro el concepto de sucesión, continuando con la pregunta dos, son varios los estudiantes que no conocen los tipos de sucesiones más comunes y por lo tanto no son capaces de colocar un ejemplo de los mismos, siendo el 49%; por consiguiente en la tercera pregunta el 91% no es capaz de identificar como se le llama a cualquier término de una sucesión, evidenciándose nuevamente la falta de conocimiento de los estudiantes; continuando con la cuarta pregunta donde se pide identificar si el ejemplo presentado corresponde a una sucesión geométrica o aritmética, la mayoría de estudiantes lo hacen de forma incorrecta, y no son capaces de identificar y diferenciar entre la razón y diferencia; en la quinta pregunta el 36% no son capaces de identificar el tipo de sucesión y el 60% no son capaces de hallar los tres primeros términos pedidos, y por último en el tercer literal el 36% no obtiene el resultado pedido, así pues se evidencia la falta de conocimientos que tienen los estudiantes sobre el tema, conforme va aumentando el nivel de dificultad.

Continuando con el análisis en la sexta pregunta pasamos a una parte práctica, pidiendo hallar el perímetro de diversos polígonos en base a una fórmula ya establecida, donde

solamente el 6.1% logro concluir de forma correcta, observando así que el 94% no son capaces de poder concluir el ejercicio de forma correcta; pasando a la séptima, octava y novena pregunta se realiza un análisis minucioso ya que se plantean preguntas de si o no de temas relacionados con precálculo, planteando así para la séptima pregunta si se puede o no expresar una sucesión como función, teniendo que el 15% coloca que no se puede expresar una sucesión como función; para la octava pregunta se plantea si se puede calcular el límite de una función a través de una sucesión, obteniendo que el 22% coloca que no es posible realizar este cálculo; en cuanto a la novena pregunta se plantea si se puede o no graficar una sucesión, alcanzando así que el 15% concluye que no se puede realizar la gráfica de una sucesión; en estas tres preguntas se realiza un planteamiento más concreto en cuanto a las sucesiones relacionadas con el precálculo, donde más del 50% tienen una comprensión o idea de cómo se pueden realizar este tipo de operaciones.

Pasando a la parte final de la evaluación en la décima pregunta se colocó una sucesión muy conocida (Fibonacci), donde menos del 50% pudo reconocerla y colocar su nombre; en cuanto a la onceava pregunta acerca de que sucede si sumamos de manera indefinida los términos de una sucesión, solamente el 57% logro contestar correctamente que se llega a un valor infinito, ya que se sumarían varios valores sin poder llegar a un fin; analizando la doceava pregunta se pide que reconozcan el símbolo matemático para expresar la adición de varios términos de una sucesión, resultando que el 55% logra la respuesta correcta, y por último en la treceava pregunta se pide colocar un ejemplo de sucesión que puedan evidenciar en la vida cotidiana obteniendo que el 59% no logran colocar un ejemplo correctamente. Tras haber analizada pregunta por pregunta, son varios los errores que tienen los estudiantes, por falta de conocimientos pues conforma va aumentando el nivel de dificultad, se hace cada vez más evidente la falta de conocimientos que tienen los estudiantes, lo cual es un respaldo más que claro para el presente trabajo de titulación, debido a que gran parte de los estudiantes tienen dificultades al momento de aplicar temas de mayor dificultad con relación a las sucesiones.

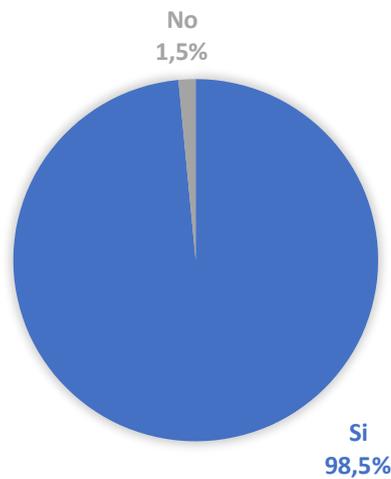
2.2.2. Análisis de resultados de la Encuesta

En segundo lugar, hemos analizado los resultados de la encuesta que se realizó con el fin de evidenciar la aceptación de herramientas para el aprendizaje del tema sucesiones con un enfoque en el precálculo, además también se pidió sugerencias de herramientas, con el fin de utilizarlas dentro de la guía didáctica propuesta en la presente investigación, involucrando de esta manera el interés de los estudiantes para su mejor aprendizaje.

De esta manera, teniendo en cuenta que el tema de sucesiones es presentado dentro del currículo de matemáticas en el primer nivel de Bachillerato General Unificado y la población de muestra de la presente investigación se encuentran cursando la educación superior, todos los estudiantes deberían haber visto el tema dentro de sus estudios, por ello, la primera interrogante verifica si este tema fue tratado en clases, así pues, referente a ello tenemos la siguiente figura.

Figura 7

¿Dentro de sus estudios de EGB o BGU su docente le presentó el tema “sucesiones numéricas?”

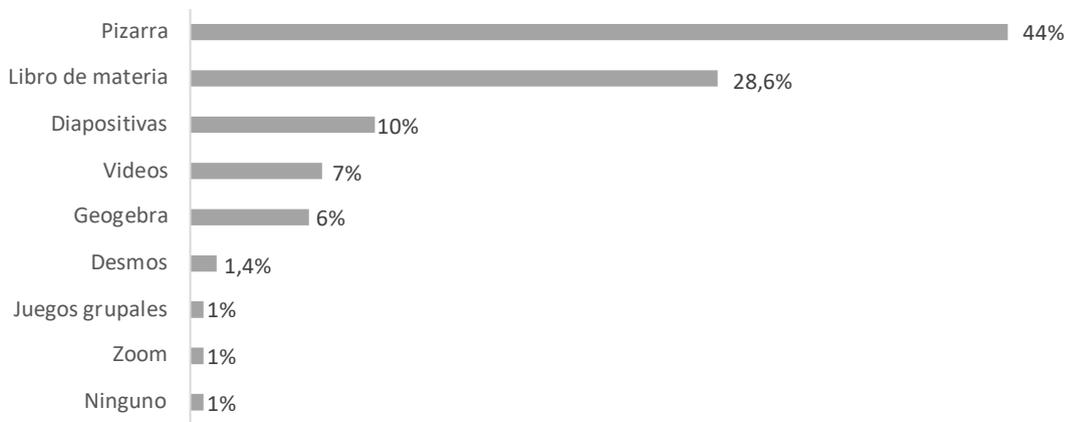


Como resultado se puede evidenciar en la figura 7 que el 98,5% de encuestados que corresponde a 65 estudiantes vieron previamente el tema de sucesiones, mientras que solo un estudiante que corresponde a el 1,5% no se le presentó el tema dentro de su vida estudiantil, por lo tanto, es un tema nuevo al que la propuesta didáctica le seria de mucha ayuda ya que no solo sirve para nivelar, sino también para aprender.

Ahora bien, para la segunda pregunta se plantea una serie de recursos, de tal manera que los estudiantes puedan escoger uno o varias herramientas de las cuales su docente pudo haber utilizado al presentarles el tema de sucesiones, los cuales son presentados en la siguiente gráfica.

Figura 8

¿Qué tipo de recursos utilizó su docente al presentarle el tema de sucesiones?

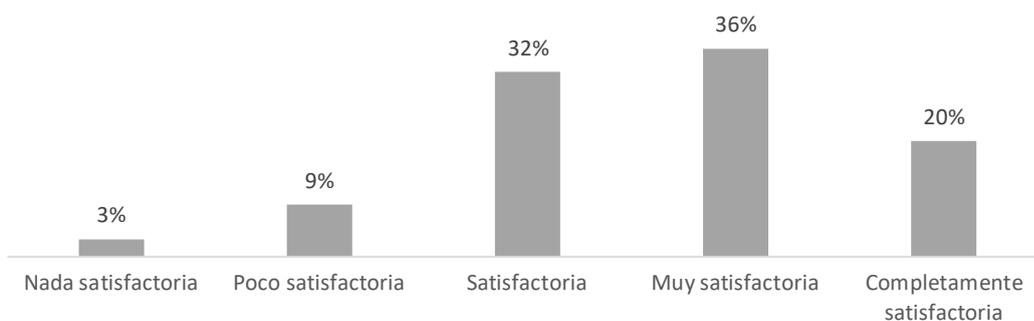


Observando la gráfica podemos analizar los datos obtenidos, donde se evidencia que el 72,6% de los estudiantes han aprendido de la forma tradicional es decir solamente por medio de la pizarra y libro de materia como recursos aplicado en el aula, mientras que el 26,4% han aprendido por medio de diversos recursos, como diapositivas, videos, herramientas tecnológicas, juegos; obteniendo como resultado que menos del 30% de los estudiantes aprenden con recursos diferentes y que el resto aprende de la manera tradicional; por ultimo tenemos que el 1% no ha aprendido este tema, es decir no lo visto dentro de la EGB o BGU.

Continuando con la tercera pregunta pasamos a abordar el tema de la calidad de la enseñanza, pues es de gran importancia saber si el estudiante considera que la forma en la que se le fue dado el tema de sucesiones es o no satisfactorio, por lo cual se planteó una interrogante en escala, donde “0” es nada satisfactorio y “5” es completamente satisfactorio, obteniendo los siguientes resultados presentados en la siguiente gráfica.

Figura 9

Escala de la calidad de enseñanza en base a los estudiantes

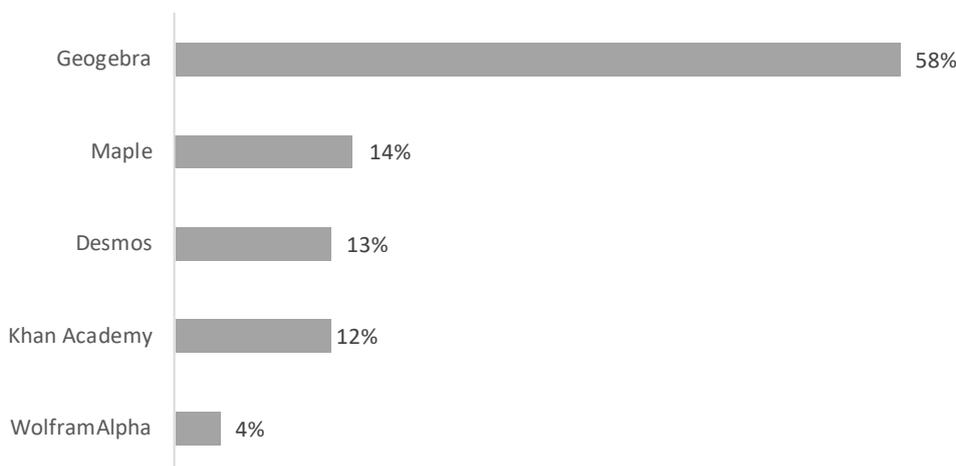


Al observar la gráfica tenemos como resultado que el 88% de los encuestados han tenido una enseñanza de calidad siendo para ellos satisfactorio, concordando con los resultados de la pregunta anterior donde la mayoría aprendió con diversos recursos, dando como resultado una enseñanza de calidad, mientras que el 12% restante ha sido poco o nada satisfactorio debido a la forma tradicional de aprender.

Pasando a la cuarta pregunta se ha planteado una lista de herramientas tecnológicas a manera de saber si conocen alguna de ellas, como GeoGebra, Desmos, Khan Academy, Maple y WolframAlpha, lo cual se presenta a continuación los resultados obtenidos en la siguiente gráfica.

Figura 10

Herramientas tecnológicas que conocen los estudiantes

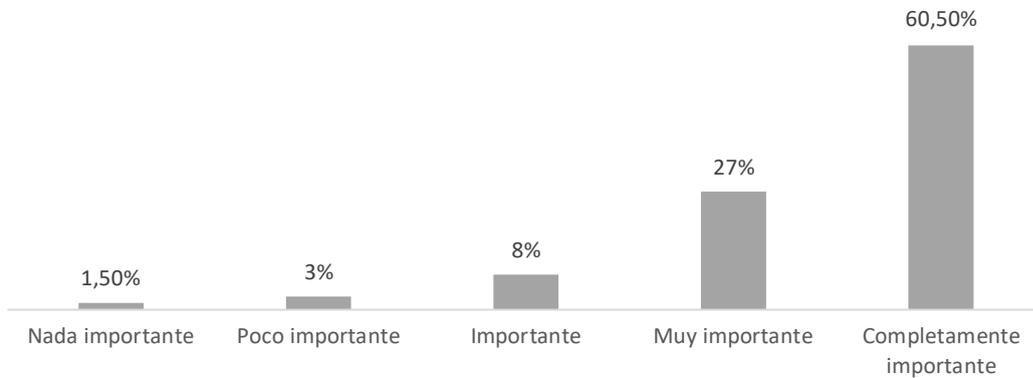


Tras observar la gráfica se obtiene que más del 50% de los encuestados conocen GeoGebra siendo la herramienta más trabajada por los estudiantes, mientras que el 14% conocen Maple, el 13% conocen Desmos, el 12% conocen Khan Academy y el 4% conocen WolframAlpha; con esto se concluye que la mayoría de estudiantes conocen al menos una herramienta tecnológica que le permite trabajar de manera adecuada, logrando un mejor proceso de aprendizaje.

Siguiendo con la encuesta para la quinta pregunta, se plantea la importancia del uso de la tecnología para el aprendizaje significativo mediante una escala siendo “1” nada importante y “5” completamente importante, obteniendo como resultado los datos presentados en la siguiente gráfica.

Figura 11

Escala del uso de la tecnología para el aprendizaje significativo

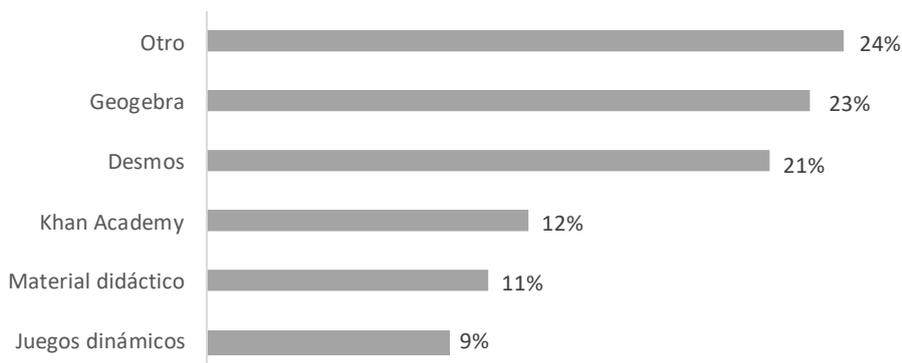


Mediante la gráfica podemos observar que para el 95% de los estudiantes encuestados es importante el uso de la tecnología para el aprendizaje significativo pues tienen más opciones al momento de aprender con diferentes recursos, mientras que para el 5% restante es poco o nada importante debido a los recursos con los que han aprendido.

Para finalizar tenemos la sexta pregunta la cual se planteó pensando en los estudiantes, pidiéndoles que recomienden una herramienta para un óptimo aprendizaje aplicado al tema de sucesiones y porque lo recomendarían, las respuestas con mayor aceptación se presentan a continuación en la siguiente gráfica:

Figura 12

Pregunta 13: Coloque un ejemplo de sucesión dentro de nuestro entorno



Al analizar las diversas respuestas podemos concluir que las herramientas que más recomiendan son: GeoGebra por su fácil uso, por los recursos que tiene, acceso gratuito, por las gráficas que permite realizar; Desmos: por las herramientas y fácil uso, por las

operaciones y actividades que permite realizar; Khan Academy: por las actividades que permite realizar, permite visualizar, imágenes, videos que sirven de refuerzo y permiten avanzar a su propio ritmo a los estudiantes; Material didáctico: por la manipulación y visualización de los objetos al momento de aprender; Juegos dinámicos: permiten interactuar a los estudiantes y aprender mientras se divierten; el 24% restante está distribuido entre varias opciones como: pizarrón, diapositivas, videos, kahoot, otros recursos que recomiendan los estudiantes, es aquí donde se ve realmente que son útiles las herramientas tecnológicas, pues las mayoría de recursos se hace por tecnología o por programas, además de los recursos didácticos, como materiales concretos o juegos didácticos para el proceso de enseñanza.

Tras haber analizado las repuestas de las seis preguntas planteadas, en base a los datos obtenidos, se concluye que para los estudiantes son importantes tanto los recursos didácticos, como las herramientas tecnológicas, pues es de suma importancia para ellos debido a que a través de estas herramientas logran obtener una enseñanza de calidad, ya que basándonos en los resultados de la segunda y quinta pregunta se observa la importancia que tienen las TIC's en el proceso de aprendizaje, debido a que facilitan este proceso para los estudiantes y les permite mejorar la calidad de educación al utilizar diferentes herramientas tecnológicas y recursos aplicados en el aula de clase, siendo GeoGebra uno de los más conocidos por los estudiantes debido a su gratuidad, a su fácil uso y a los comandos que le permite aplicar al usuario; seguido por Maple, Desmos, Khan Academy y por ultimo WolframAlpha, todas estas herramientas tienen una aplicación similar, dando como resultado una fácil aplicación en el proceso de aprendizaje de calidad para los estudiantes, ya que mientras más se apliquen estas herramientas mejora este proceso, permitiéndoles tener diversas opciones; a través del presente análisis se corrobora la necesidad de elaborar el presente trabajo de titulación debido a la importancia que tienen las herramientas tecnológicas en el proceso de aprendizaje para los estudiantes.

Capítulo 3

Propuesta

3.1. Estructura de la propuesta didáctica

Tabla 9

Esquema para diseño de guía didáctica

N° de clase	Tema	Anticipación	Construcción	Consolidación	Evaluación
1	Sucesión de números reales y sus tipos.	Con ayuda de un diccionario buscar los sinónimos de la palabra sucesión. Uso de diccionarios virtuales. Recordar los tipos de sucesiones.	Definición de sucesión. Características de una sucesión. Elementos de una sucesión. Tipos de sucesión. En contexto.	Identificar el tipo de sucesión y sus elementos.	Marcar con verdadero y falso los siguientes enunciados. Colocar un ejemplo de cada tipo de sucesión. Completar la tabla.
2	Sucesiones aritméticas y geométricas. Término n ésimo de una sucesión.	Ejemplo de una sucesión simple de cada caso, donde sea notorio que hay diferencia o razón.	Profundización de concepto de sucesiones. Sucesión aritmética. Sucesión geométrica. Hallar el n ésimo término de una sucesión geométrica o aritmética.	Identificar el tipo de sucesión y su término general.	Plantear un ejemplo de cada sucesión con sus respectivo termino general.

3	Suma de sucesiones geométricas y aritméticas. Uso de sumatoria.	Preguntas y respuestas.	Formulas y demostración de las mismas. Ejemplos prácticos.	Resolver ejercicios. Actividad en Khan academy.	Plantear una sucesión de cada tipo y hallar la suma de sus 100 primeros términos.
4	Límites de sucesiones, como función resolviendo problemas.	Que es un límite, que es una función. Lluvia de ideas.	Donde podemos encontrar sucesiones. Planteamiento de problemas con límites infinitos. Relación Función – Sucesión. Actividad en GeoGebra.	Contextualizar problemas de vida real para resolver por el método de límite de una sucesión como función.	Observa tu entorno y plantea un problema contextualizado.
5	Sucesiones en la historia.	Historia de las sucesiones. Video explicativo. Realizar un cuadro comparativo entre las sucesiones vistas en el video.	Presentación de sucesiones conocidas y su uso. Como se descubrieron y quien lo hizo.	Dar ejemplo de las sucesiones históricas más importantes. Actividad en Desmos.	Reflexión como las sucesiones han ayudado a el desarrollo y que tan importante han sido para ello.

3.2. Propuesta didáctica

A continuación, se presenta la guía didáctica realizada como resultado del análisis de la presente investigación.

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Ciencias Experimentales Matemáticas y Física

GUÍA DIDÁCTICA

Sucesiones Numéricas

Un enfoque en Precálculo

Docente tutor: Dr. Fabián Bravo

Realizado por: Katherine Orellana y Jonnathan Yanza

PRESENTACIÓN

El presente documento es una guía didáctica centrada en el aprendizaje de "Sucesiones numéricas" con un enfoque en precálculo, en referencia a ello, pretendemos brindar un refuerzo académico en el tema teniendo en cuenta su utilidad a futuro dentro de lo variacional del cálculo y sus posteriores apartados de estudio.

Esta guía trae un recuento amplio sobre sucesiones con actividades enfocadas al aprendizaje significativo, teniendo en cuenta el uso de la Tecnología de la Información y la Comunicación (Tics), esto debido a que, hoy en día nos encontramos en medio del auge tecnológico por lo cual se hace indispensable su uso dentro de la educación.



Cómo está estructurada esta guía de aprendizaje

En referencia al campo pedagógico, la presente guía didáctica está centrada en el modelo Constructivista con un enfoque en el aprendizaje significativo, donde el estudiante podrá conectar sus conocimientos previos con los presentados en cada apartado, no solo entendiendo sino que relacionando estos contenidos con su entorno inmediato.

Así también, no está demás mencionar el uso de las Tics ya que no solo representan el desarrollo social, sino que también, son parte del proceso de aprendizaje, pues, conectan al estudiante con su entorno, llegando así a ser una herramienta más y no solo una distracción.

Ahora bien, las actividades presentadas se encuentran distribuidas en cuatro momentos de acuerdo al Constructivismo:



GUÍA DE USO

Debido a que esta guía se basa en el enfoque constructivista se recomienda su uso teniendo en cuenta lo siguiente:

- Con el fin de lograr un óptimo aprendizaje, se recomienda seguir la secuencia:
 - a. Recordemos
 - b. Aprendamos
 - c. Apliquemos lo aprendido
 - d. Pongámoslo a prueba
- Al comenzar con la anticipación o recordemos, primero se debe leer detenidamente y recordar todo aquello que se pregunta, además, al responder detalladamente para tener más relación con lo que se busca.
- La actividad de construcción o aprendamos cuenta por su parte con toda la información referente al tema que se pondrá en práctica en las secciones presentadas a continuación.
- Después de haber conocido los datos importantes del tema encontraremos la consolidación o apliquemos lo aprendido donde habrá una selección de actividades para reforzar todo lo visto anteriormente.
- Finalmente tendremos una evaluación de conocimiento que verificará tu entendimiento del tema para poder así pasar a la siguiente sección.



Precálculo en acción.

El símbolo adjunto representa un dato importante sobre Precálculo.

ÍNDICE

Clase 1

Sucesión de números reales y sus tipos....	1
Recordemos	2
Aprendamos	3
Apliquemos lo aprendido	8
Pongámoslo a prueba	9

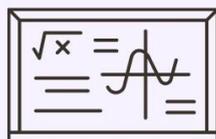


Clase 2

Sucesiones aritméticas y geométricas	11
Recordemos	12
Aprendamos	13
Apliquemos lo aprendido.....	22
Pongámoslo a prueba	25

Clase 3

Suma de sucesiones aritméticas y geométricas	27
Recordemos	28
Aprendamos	29
Apliquemos lo aprendido	38
Pongámoslo a prueba	43



Clase 4

Límites de sucesiones	46
Recordemos	47
Aprendamos	48
Apliquemos lo aprendido.....	62
Pongámoslo a prueba	65

Clase 5

Sucesiones en la historia	67
Recordemos	68
Aprendamos.....	69
Apliquemos lo aprendido	77
Pongámoslo a prueba	79



CLASE
1**Sucesión de números reales y sus tipos****OBJETIVOS
ESPECÍFICOS**

Entender que es una sucesión.

Saber que tipos de sucesiones podemos encontrar.

Plantear una sucesión de acuerdo a su tipo.

DESTREZA

Comprender el significado de sucesiones numéricas e identificar sus tipos con el fin de plantear ejemplos, de manera autónoma según se requiera.

RECORDEMOS

ACTIVIDAD 1

1.1. Con ayuda de un diccionario busca sinónimos de la palabra sucesión y anótalos a continuación.

Nota. Recuerda que las palabras deben estar dentro del ámbito matemático .

Te dejamos una sugerencia. Escanea el código y dirígete a un diccionario virtual.



Sucesión

1.2. ¿Recuerdas algunos tipos de sucesiones? Anótalos.



1.3. Construyamos un concepto.

Con ayuda de los sinónimos hallados, construye un breve concepto sobre sucesiones.

Teniendo en cuenta de que hablamos de sucesiones numéricas podemos decir que: _____

APRENDAMOS

¿Que es una sucesión?



Una sucesión es una serie o lista de números finita o infinita, que se encuentran ordenados y cumplen con una regla común a la cual llamaremos término general

Por ejemplo:

1,2,3,4,5,6,7...
2,4,6,8,10...
1,5; 2,5; 3,5; 4,5.

Elementos de una sucesión

Una sucesión esta compuesta por términos ordenados, así pues, los denotaremos de la siguiente manera:

a_n → Llamaremos "a" a cada término de la sucesión
 n → "n" por su parte simboliza la posición de cada término y a su vez es el término enésimo

De esta manera ...

Teniendo la siguiente sucesión

$$2, 4, 8, 16, 32, \dots, a_n = 2^n$$

$$a_1 = 2 \quad \text{Primer término}$$

$$a_2 = 4 \quad \text{Segundo término}$$

$$a_n = 2^n \quad \text{Término enésimo o general}$$



Dato importante

Tanto en sucesiones como en cualquier tema de matemáticas, es importante conocer el lenguaje matemático que se usa, con el fin de facilitar su aprendizaje

Identifiquemos los elementos de la siguiente sucesión

$$5, 10, 15, 20, 25, \dots, a_n = 5n$$

Análisis

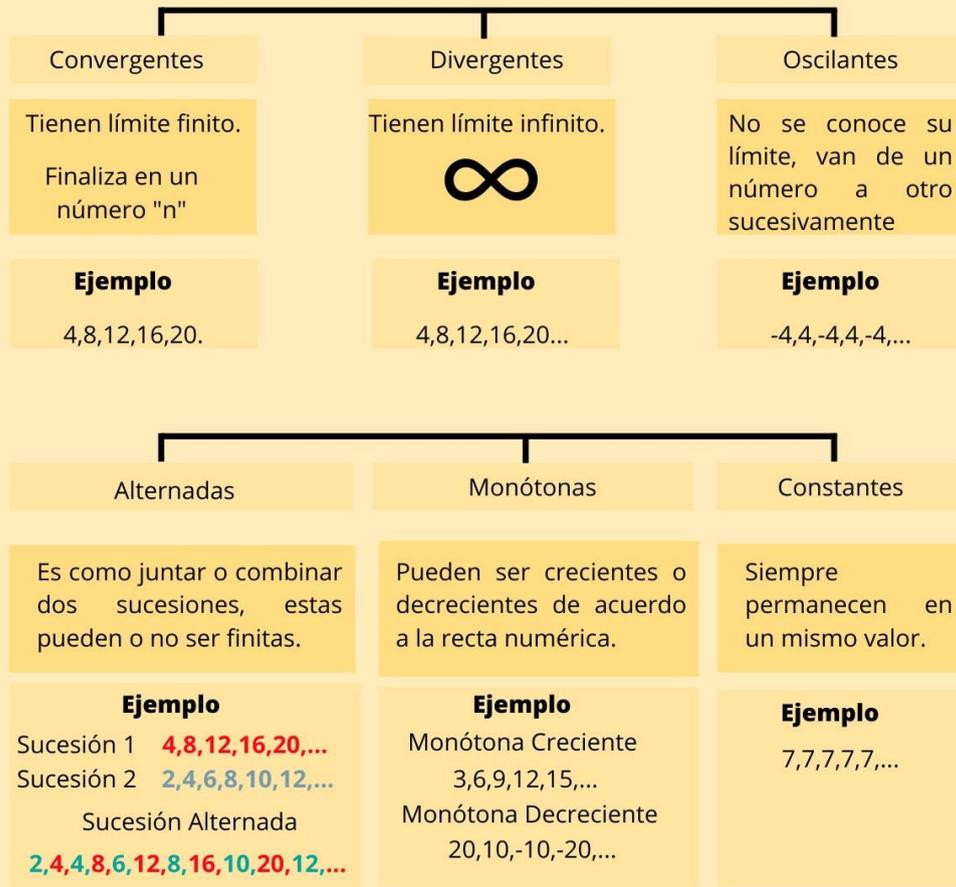
1. Cada número corresponde a un término de la sucesión
2. El primer término de la sucesión es 5. ($a_1 = 5$)
3. Así también podemos identificar el término segundo, tercero, cuarto y así sucesivamente. Ejemplo: ($a_5 = 25$). El quinto término.
4. El término general con el cual podemos hallar cualquier término de la sucesión es $a_n = 5n$

APRENDAMOS

CLASIFICACIÓN DE SUCESIONES

Podemos distinguir las sucesiones de acuerdo a sus características

TIPOS DE SUCESIONES





Precálculo en acción
Por lo general en el cálculo es muy común encontrar sucesiones infinitas o divergentes.

APRENDAMOS

Clasifiquemos algunas sucesiones

6,12,18,24,30,...,6n

Identificamos en cuál de las primeras tres categorías está.

En este caso es Divergente.

Verificamos si es o no alternada.

No es alternada.

Observamos su comportamiento en cuanto a monotonía o si es constante

Es monótona creciente.

3,-3,3,-3,3,-3,...,3n

Identificamos en cuál de las primeras tres categorías está.

En este caso es Oscilante.

Verificamos si es o no alternada.

Si es alternada.

Observamos su comportamiento en cuanto a monotonía o si es constante

No es monótona ni constante.

17,15,13,11,9,7,5,3,1.

Identificamos en cuál de las primeras tres categorías está.

En este caso es Convergente.

Verificamos si es o no alternada.

No es alternada.

Observamos su comportamiento en cuanto a monotonía o si es constante

Es monótona decreciente.

8,8,8,8,8,8,8,8,...

Identificamos en cuál de las primeras tres categorías está.

En este caso es Divergente.

Verificamos si es o no alternada.

No es alternada.

Observamos su comportamiento en cuanto a monotonía o si es constante

En este caso es constante.



En matemáticas una de las mayores muestras de sucesiones infinitas esta presentes en la recta numérica, la misma que engloba el conjunto de números

APRENDAMOS

En contexto

A pesar de que existe un sin fin de sucesiones en nuestra vida diaria, no siempre las notamos, sin embargo, dentro de nuestra cotidianidad podemos encontrar sucesiones de todo tipo.

Por ejemplo:

Economía y Dinero

Sin duda alguna el dinero es parte fundamental de nuestro entorno, en sí, la economía mueve sociedades enteras y muchas veces controlan las mismas, así también las personas a diario buscan un sustento económico ya que sin dinero no es posible sobrevivir.

Por lo general el dinero de la mayoría de habitantes es confiado a las entidades bancarias de la zona y es justamente en las cuentas bancarias donde las sucesiones hacen de las suyas aunque el cambio o aumento es de mayor diferencia cuando se trata de mucho dinero. Así también, la modalidad de préstamos y sus distintas fórmulas se relacionan directamente con sucesiones y sin duda mueven la economía.



Un ejemplo de sucesión en la economía es el crecimiento de dinero en una cuenta de banco donde el interés hace que aumente una cuenta porcentualmente

De esta manera si una cuenta tiene 10 dólares inicialmente y su interés es del 10% tendremos la siguiente sucesión

10,11,12.1,13.31,14.641,...

APRENDAMOS

En contexto

Revisemos la siguiente tabla de un ejemplo de sucesiones, dentro de la libreta de ahorros de una cuenta bancaria

Economía y Dinero



BANCO DE CUENCA

Cuenta de Ahorros



N° Cuenta	022514889
C.I.: 0105546895	Nombre: Elias Chumbi

Fecha DD/MM/AA	Monto	Depósito	Saldo
01/03/2023	\$1000	\$50	\$1050
02/03/2023	\$1050	\$50	\$1100
03/03/2023	\$1100	\$50	\$1150
04/03/2023	\$1150	\$50	\$1200
05/03/2023	\$1200	\$50	\$1250
06/03/2023	\$1250	\$50	\$1300
07/03/2023	\$1300	\$50	\$1350

Nota: el día 07/03/2023 el dinero fue retirado en su totalidad

ANALICEMOS

1. Observemos el siguiente ejemplo e identifiquemos dentro del mismo si existe o no una sucesión. ¿Donde?

La sucesión del monto

1000,1050,1100,1150,1200,1250,1300.

La sucesión de Depósito

50,50,50,50,50,50,50.

La sucesión de Saldo

1050,1100,1150,1200,1250,1300,1350.

2. ¿La sucesión es finita o infinita? Justifique su respuesta

Las tres sucesiones identificadas son finitas ya que en la nota inferior nos dice que el dinero fue retirado en su totalidad por lo tanto se corta la sucesión y tiene su límite determinado

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

2.1 ¿Qué se entiende por sucesión numérica?

2.2 Identifique los elementos de las siguientes sucesiones según se pide.

°Identifique que tipo de sucesión es y coloque los términos: 1,5, y 8.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{n}$$

Tipo _____

°Identifique que tipo de sucesión es y coloque los términos: 2 y 6.

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.$$

Tipo _____

2 _____

6 _____

°Identifique que tipo de sucesión es y coloque los términos: 3 y 5.



$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \dots$$

Tipo _____

3 _____

5 _____

PONGÁMOSLO A PRUEBA

ACTIVIDAD 3

3.1 Coloque V de Verdadero o F de Falso según corresponda.

El término a_n representa el último término de una sucesión. _____

Una sucesión convergente es finita. _____

Una sucesión alternada va de un número a otro sucesivamente. _____

Una sucesión divergente permanece en un mismo valor. _____

Una sucesión monótona puede ser creciente o decreciente. _____

3.2 Colocar un ejemplo de cada tipo de sucesión

1. Sucesión convergente _____

2. Sucesión divergente _____

3. Sucesión alternada _____

4. Sucesión oscilante _____

5. Sucesión monótona _____

6. Sucesión constante _____

PONGÁMOSLO A PRUEBA

3.3 Coloque 3 ejemplos de diferentes sucesiones numéricas de la vida diaria.

1.

2.

3.4 En la siguiente tabla coloque la Mayúscula según corresponda en cada caso, si no pertenece a alguno de los tipos dejar en blanco.

Sucesión	Finita (F) o Infinita (I)	Oscilante (O)	Monótona Creciente (C) o Decreciente (D)	Alternada (A)	Constante (T)
1,2,3,4,5,6.	F	-	C	-	-
-2,2,-2,2,-2,2,...					
2,4,6,8,10,12...					
5,5,5,5,5,5,5...					
4,8,12,16,20,24.					
2,4,4,8,6,12,10,16...					
21,14,7,0,-7,-14.					

CLASE 2

Sucesiones aritméticas y geométricas Término enésimo de una sucesión



OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Saber conceptualmente que es una sucesión geométrica y aritmética
Reconocer los componentes de una sucesión geométrica y aritmética
Hallar el término enésimo de una sucesión geométrica y aritmética

DESTREZA

Diferenciar entre sucesiones aritméticas y geométricas
comprendiendo su concepto y planteado ejemplos.

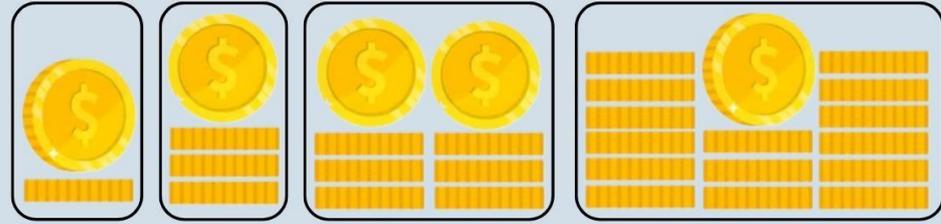
RECORDEMOS

ACTIVIDAD 1

1.1. Describe las siguientes imágenes de sucesiones



2,4,6,8,10,...

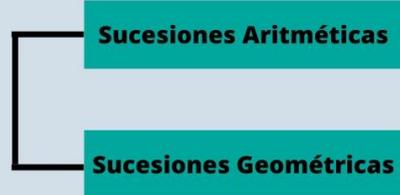


2, 4, 8, 16,...

1.3. Compare los ejemplos anteriores y coloque dos diferencias e igualdades

APRENDAMOS

Dentro de la diversidad en sucesiones existen varias reglas que controlan su progresión. Dentro de estas reglas dos son las mayormente usadas y predominantes debido a su comportamiento. Estas son:



SUCESIONES ARITMÉTICAS

Una sucesión aritmética es una progresión de números a los cuales hemos denominado términos, donde el número que precede es igual al número anterior aumentado una diferencia común.

De esta manera:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_{n-1} + d$$

$$2, 5, 8, 11, 14, \dots, a_{n-1} + d$$

+3 +3 +3 +3 +3

Identifiquemos los elementos del ejemplo anterior

1. Tenemos una sucesión donde se muestran los 5 primeros términos.
2. Existe una diferencia entre términos de +3 unidades.
3. El término general es $a_{n-1} + d$, donde "d" es la diferencia y "n" el puesto del término que se desea averiguar.



Entonces.
¿Podríamos a través del término general hallar el siguiente término de la sucesión ?

APRENDAMOS

En respuesta a la pregunta anterior:

El término general da como resultado cualquier número de la sucesión de acuerdo a su posición.

Encontremos entonces el siguiente término de la sucesión

$$2, 5, 8, 11, 14, \dots, a_{n-1} + d$$

+3 +3 +3 +3 +3

Para hallar el sexto término procedemos de la siguiente manera

1. Identificamos el término general.

$$a_n = a_{n-1} + d$$

2. Identificamos las incógnitas.

$$n = 6$$

$$d = +3$$

3. Reemplazamos las incógnitas en la fórmula o término general

$$a_{n-1} = a_{6-1}$$

$$a_5 = 14$$

4. Hallamos el término que estamos buscando.

$$a_{n-1} + d = a_5 + 3 = 14 + 3 = 17$$

ANALICEMOS EL PROCEDIMIENTO

Para hallar el sexto término, la fórmula ha resultado completamente satisfactoria, pero ¿Podemos hallar con la misma fórmula un puesto mayor a ese? ¿Existe alguna condición?

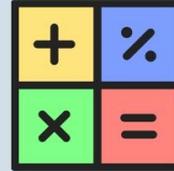


APRENDAMOS

RECORDEMOS...

Hallamos el término general de la sucesión donde es necesario conocer su primer término y su diferencia.

Entonces, a partir de la sucesión ¿Cómo podemos conocer cual es su diferencia en común?



ANALICEMOS

Teniendo una sucesión, para hallar su diferencia debemos:

1. Tener al menos dos términos sucesivos de una sucesión aritmética.

5, 9, ...

2. Una vez identificados los términos sucesivos restamos el término de mayor posición con el de menor posición. De esta manera obtendremos la diferencia.

$$d = ?$$

$$9 - 5 = 4$$

$$d = 4$$

APLICANDO LO VISTO...

Término general

5, 9, ...

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_1 = 5$$

$$d = 4$$

Reemplazamos

$$a_n = 5 + (n - 1) 4$$

$$a_n = 5 + 4n - 4$$

$$a_n = 1 + 4n$$

Ahora...

Un término de la sucesión

Por ejemplo:

Para hallar el noveno término

Reemplazamos en el término general

$$a_n = 1 + 4n$$

$$a_9 = 1 + 4(9)$$

$$a_9 = 37$$

APRENDAMOS

Análisis:

De acuerdo al término general del ejemplo presentado necesitamos el término anterior al que se va a hallar, tal como se muestra en el paso 3 y 4, entonces, si no tenemos el término anterior no podemos hallar el término que necesitamos.

Pero ...



¿Cómo hallamos cualquier número de una sucesión a partir del término general sin necesidad del término anterior?



Cuando tratamos con una sucesión aritmética podemos hallar su término general a partir de la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

posición del término

↓

↑ ↑ ↓

término n primer término diferencia común

PARA COMPROBAR

A partir del mismo ejemplo anterior encontremos uno de sus términos ya dados.
2, 5, 8, 11, 14, ...

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

Para hallar el cuarto término

$$a_1 = 2$$

$$n = 4$$

$$d = 3$$

Reemplazamos

$$a_4 = 2 + (4 - 1) 3$$

Resolvemos

$$a_4 = 2 + 9$$

$$a_4 = 11 \quad \checkmark$$

Podemos también hallar el término general a partir de la la fórmula, reemplazando el primer término de la sucesión y su diferencia.

$$a_n = 2 + (n - 1) 3$$

$$a_n = 2 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n - 1 \quad \checkmark$$

APRENDAMOS

SUCESIONES GEOMÉTRICAS

Una sucesión geométrica es una progresión de números a los cuales hemos denominado términos, donde el número que precede es igual al número anterior aumentado una razón en común.

De esta manera:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, (a_{n-1})r$$

$$2, 4, 8, 16, \dots, (a_{n-1})r$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\times 2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\times 2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\times 2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\times 2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\times 2}$

Identifiquemos los elementos del ejemplo anterior

1. Tenemos una sucesión donde se muestran los 4 primeros términos.
2. Existe una razón entre términos de 2 unidades. (razón o multiplicación)
3. El término general es $(a_{n-1})r$, donde "r" es la razón y "n" el puesto del término que se desea averiguar.

Entonces.
¿Podríamos a través del término general hallar el siguiente término de la sucesión tal como lo hicimos en las sucesiones aritméticas?



APRENDAMOS

En respuesta a la pregunta anterior:

El término general da como resultado cualquier número de la sucesión de acuerdo a su posición.

Encontremos entonces el siguiente término de la sucesión

$$2, 4, 8, 16, \dots, (a_{n-1})r$$

$\underbrace{\quad}_{\times 2} \quad \underbrace{\quad}_{\times 2} \quad \underbrace{\quad}_{\times 2} \quad \underbrace{\quad}_{\times 2} \quad \underbrace{\quad}_{\times 2}$

Para hallar el sexto término procedemos de la siguiente manera

1. Identificamos el término general.

$$a_n = (a_{n-1})r$$

2. Identificamos las incógnitas.

$$n = 5$$

$$r = 2$$

3. Reemplazamos las incógnitas en la fórmula o término general

$$a_{n-1} = a_{5-1}$$

$$a_4 = 16$$

4. Hallamos el término que estamos buscando.

$$(a_{n-1})r = (a_4)2 = (16)2 = 32$$

ANALICEMOS EL PROCEDIMIENTO



Hemos hallado el quinto término de la sucesión, pero, ¿Podemos hallar con la misma fórmula un puesto mayor a ese? ¿Existe alguna condición? ¿Sucede algo similar que las sucesiones aritméticas?

APRENDAMOS



RECORDEMOS NUEVAMENTE...

Para hallar el término general de la sucesión es necesario conocer su primer término y su razón.

Hallemos entonces su razón a partir de la sucesión geométrica

ANALICEMOS

Teniendo una sucesión, para hallar su razón debemos:

1. Tener al menos dos términos sucesivos de una sucesión geométrica.

4,28...

2. Una vez identificados los términos sucesivos dividimos el término de mayor posición con el de menor posición. De esta manera obtendremos la razón.

$$r = ?$$

$$28/4 = 7$$

$$r = 7$$

APLICANDO LO VISTO...

Término general

4,28,...

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

$$a_1 = 4$$

$$r = 7$$

Reemplazamos

$$a_n = 2(7^{n-1})$$

Ahora...

Un término de la sucesión

Por ejemplo:

Para hallar el sexto término

Reemplazamos en el término general

$$a_n = 2(7^{n-1})$$

$$a_6 = 2(7^{6-1})$$

$$a_6 = 2(7^5)$$

$$a_6 = 33\ 614$$

Si bien las sucesiones aritméticas y geométricas tienen un comportamiento analizable, no todas las sucesiones se pueden analizar como éstas debido a que su comportamiento es variable y muchas veces se mezclan sus reglas de continuidad o bien no tienen unas definidas

APRENDAMOS

Análisis:

Si nos referimos al término general del ejemplo, al igual que las anteriores sucesiones, también necesitamos el término anterior al que se va a hallar, tal como se muestra en el paso 3 y 4, entonces, si no tenemos el término anterior no podemos hallar el término que necesitamos.

Entonces



¿Cómo hallamos cualquier número de una sucesión geométrica a partir del término general sin necesidad del término anterior?



Si identificamos a nuestra progresión como una sucesión geométrica podemos hallar su término general a partir de la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

posición del término

↓

↑ ↑ ↑

término n primer término razón común

PARA COMPROBAR

A partir del mismo ejemplo anterior encontremos uno de sus términos ya dados.
2, 4, 8, 16, 32, ...

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

Para hallar el quinto término

$$a_1 = 2$$

$$n = 5$$

$$r = 2$$

Reemplazamos

$$a_5 = 2(2^{5-1})$$

$$a_5 = 2(2^4)$$

$$a_5 = 2(16)$$

$$a_5 = 32 \quad \checkmark$$

También podemos hallar el término general a partir de la fórmula, reemplazando el primer término de la sucesión y su razón.

Mismas bases las potencias se suman

$$a_n = (2^{1+(n-1)})$$

$$a_n = (2^n) \quad \checkmark$$

APRENDAMOS

EN CONTEXTO

Ahora que sabemos más sobre el tema podemos identificar tanto las sucesiones geométricas como aritméticas dentro de nuestro entorno

Sucesiones aritméticas

Una computadora para uso escolar en los almacenes de la ciudad de Cuenca tiene un costo de 650\$. Su depreciación anual es 53\$. Encuentre el valor de la computadora después de 6 años.



DATOS:

$$a_1 = \$650$$

$$d = -\$53$$

$$n = 6 \text{ años}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

CÁLCULOS:

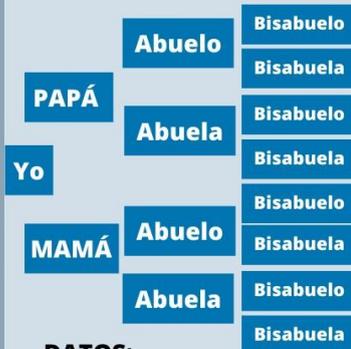
$$a_6 = 650 + (6 - 1) \cdot (-53)$$

$$a_6 = 385$$

RESPUESTA:

El precio de la computadora después de 6 años será de \$385

Sucesiones geométricas



Recuerda tu árbol genealógico, por lo general se tiene 2 padres, 4 abuelos, 8 bisabuelos y así sucesivamente de acuerdo a la generación. Siguiendo la sucesión. Si analizamos la generación 7, ¿De cuántas personas está compuesta?

DATOS:

$$a_1 = 1 \text{ persona}$$

$$r = 2$$

$$n = 7$$

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

CÁLCULOS:

$$a_7 = 1 \cdot 2^{7-1}$$

$$a_7 = 64$$

RESPUESTA:

La séptima generación estará compuesta por 64 personas.

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

2.1. Realice un cuadro comparativo sobre las sucesiones aritméticas y geométricas colocando al menos un ejemplo de cada una.

Sucesiones aritméticas	Sucesiones geométricas

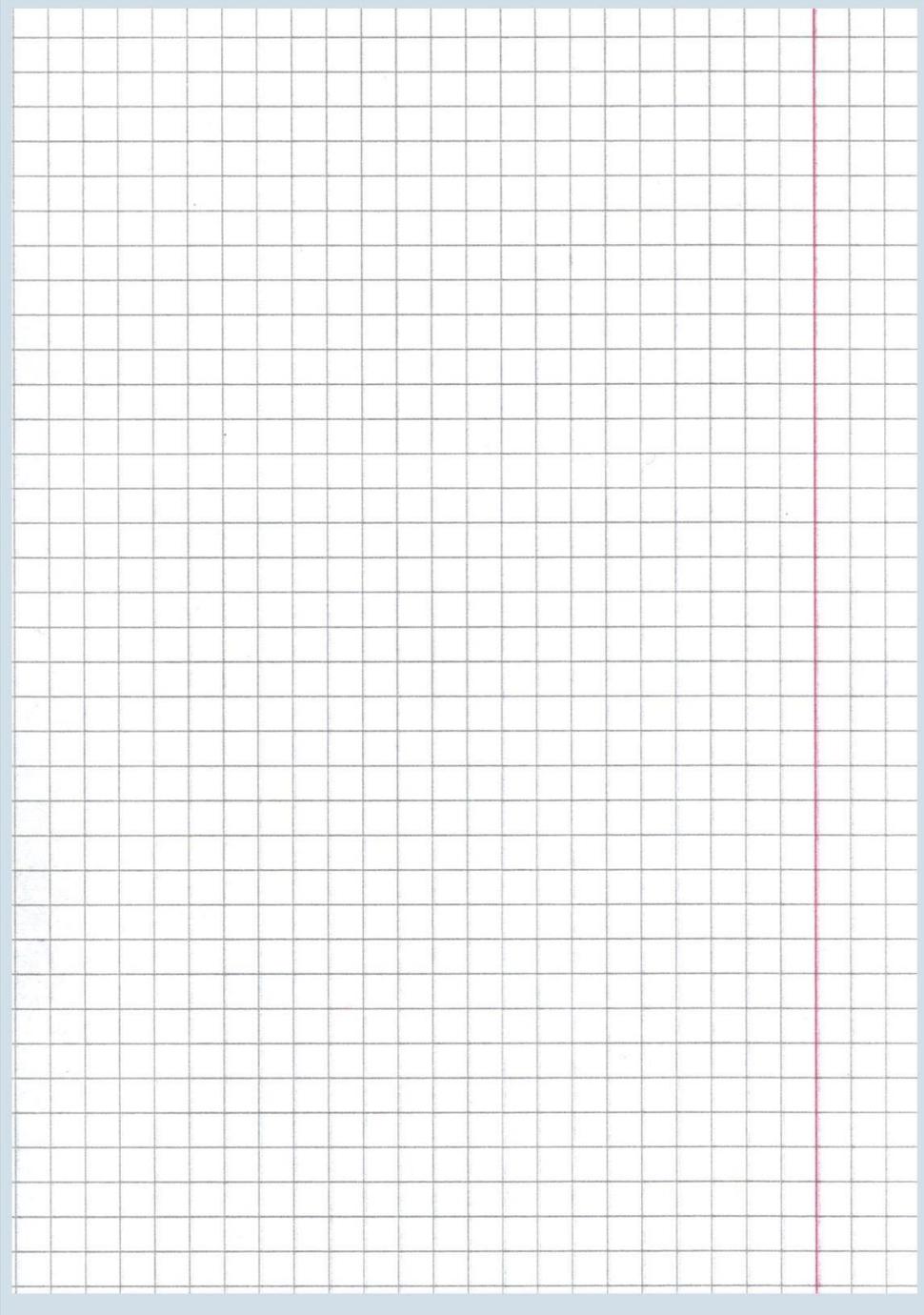
2.2. Llene el cuadro según corresponda

Sucesión	Aritmética	Geométrica	Primer término	Término general
Ejemplo				

SUGERENCIA: Los cálculos se pueden realizar en la hoja de cuadros de la siguiente plana.

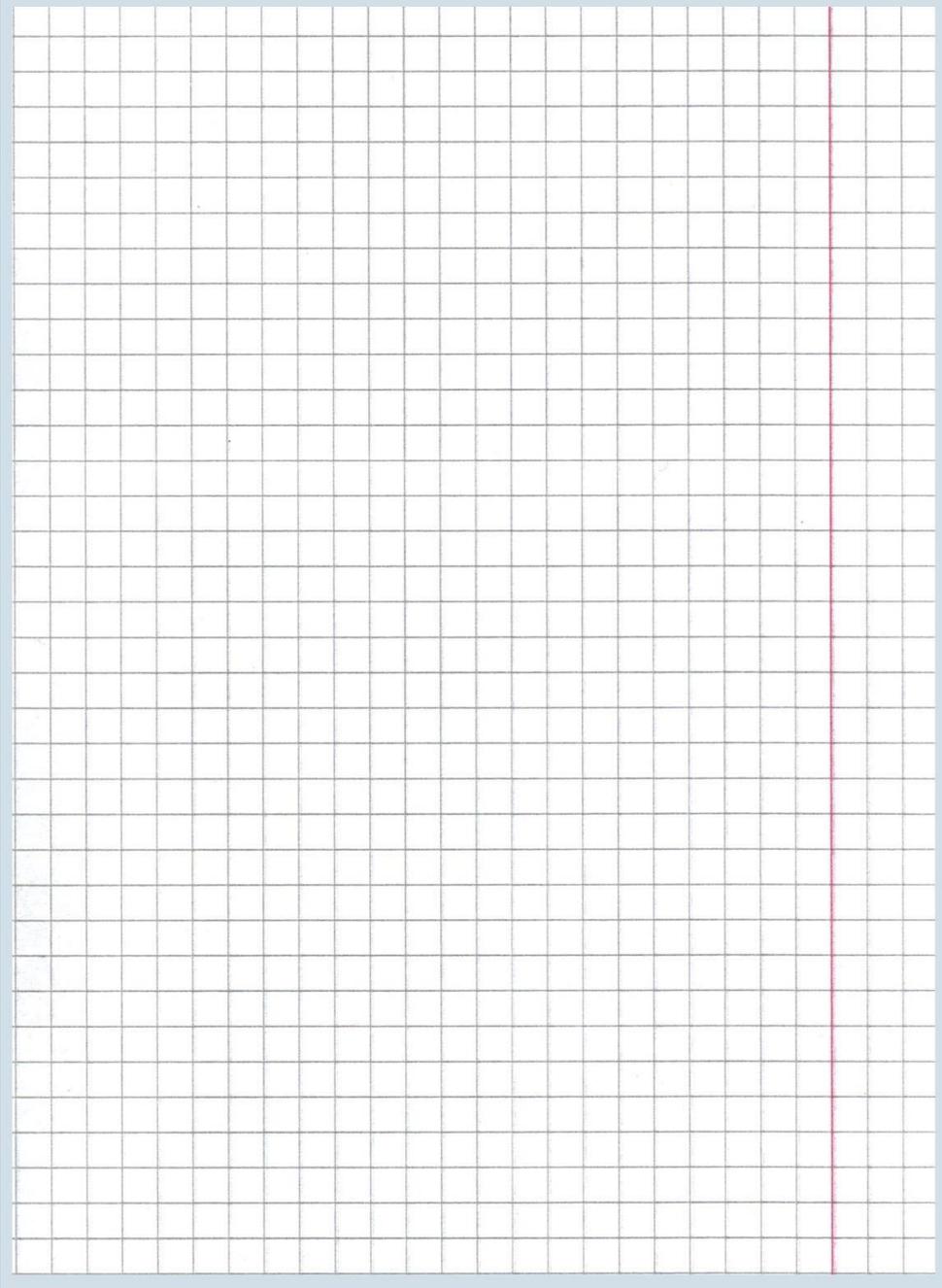
APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Hoja de cálculos



APLIQUEMOS LO APRENDIDO

2.3. De los ejemplos anteriores elija 2 y halle sus primeros 10 términos



PONGÁMOSLO A PRUEBA

Actividad 3

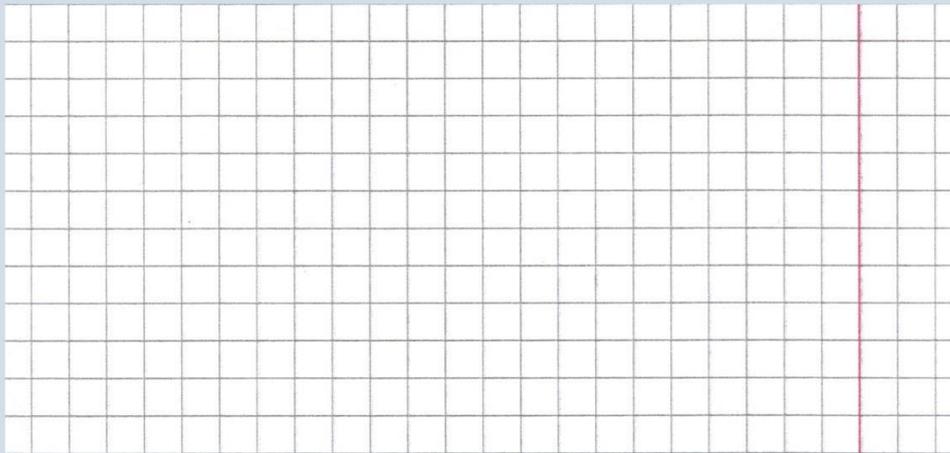
3.1. Identifique el tipo de sucesión (aritmética o geométrica), halle el término general y encuentre los términos que se piden en cada literal.

a) -6,-2,2,6,10,...

Tipo:

Término general:

Término en el puesto : 5, 10 y 15

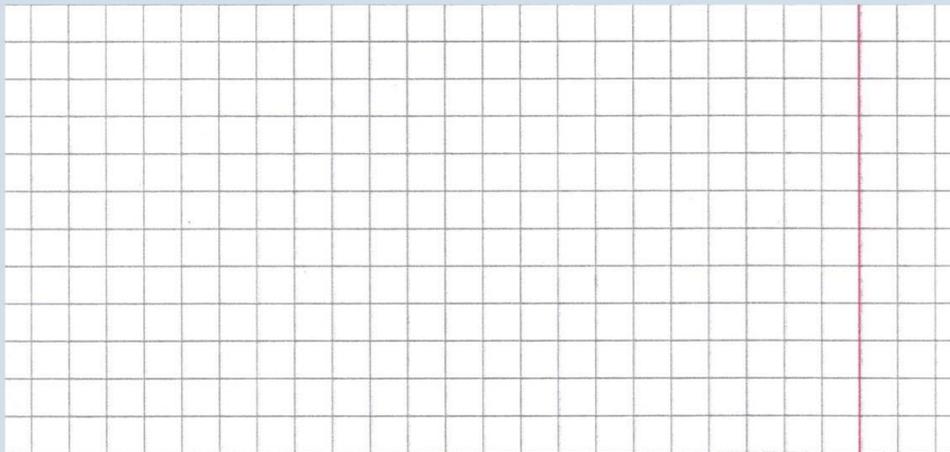


a) 4,12,36,108,...

Tipo:

Término general:

Término en el puesto : 6, 12 y 18



PONGÁMOSLO A PRUEBA

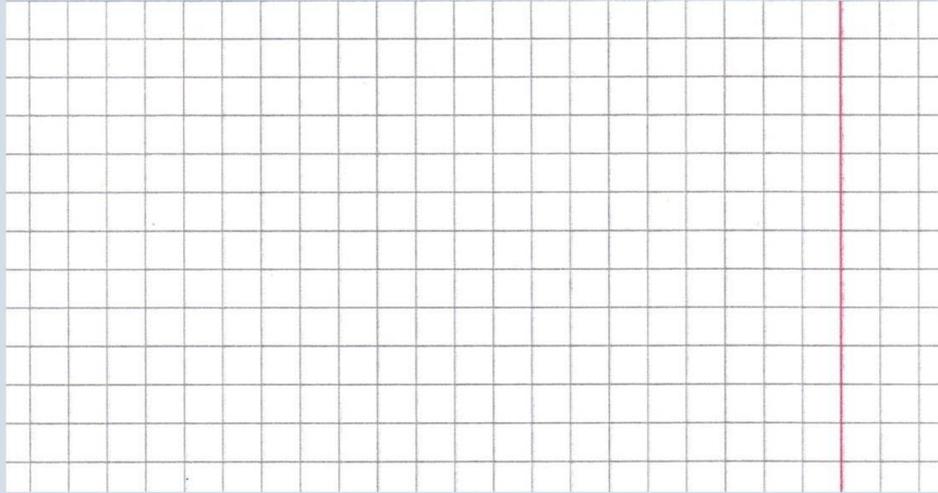
Actividad 3

3.2. Plantee un ejemplo de sucesión aritmética y halle lo que se le pide

Sucesión:

Término general:

Término en el puesto : 6,10,100

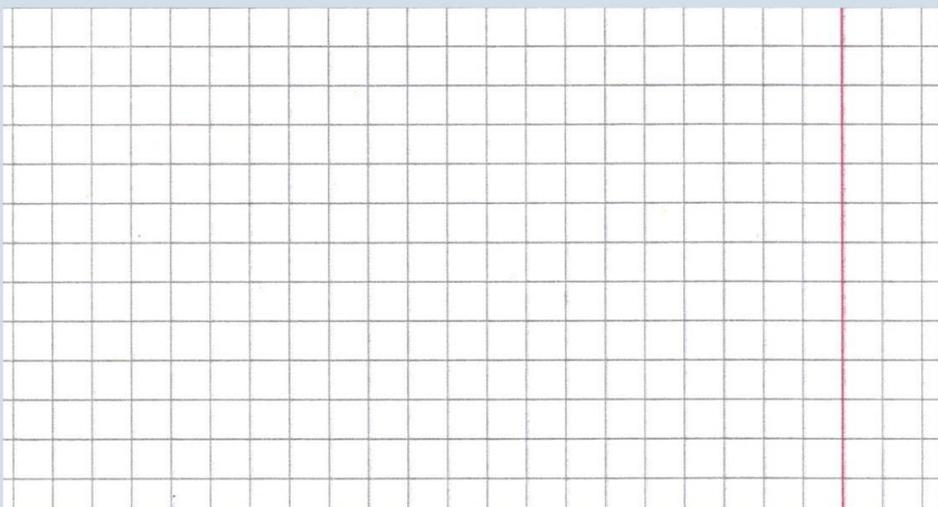


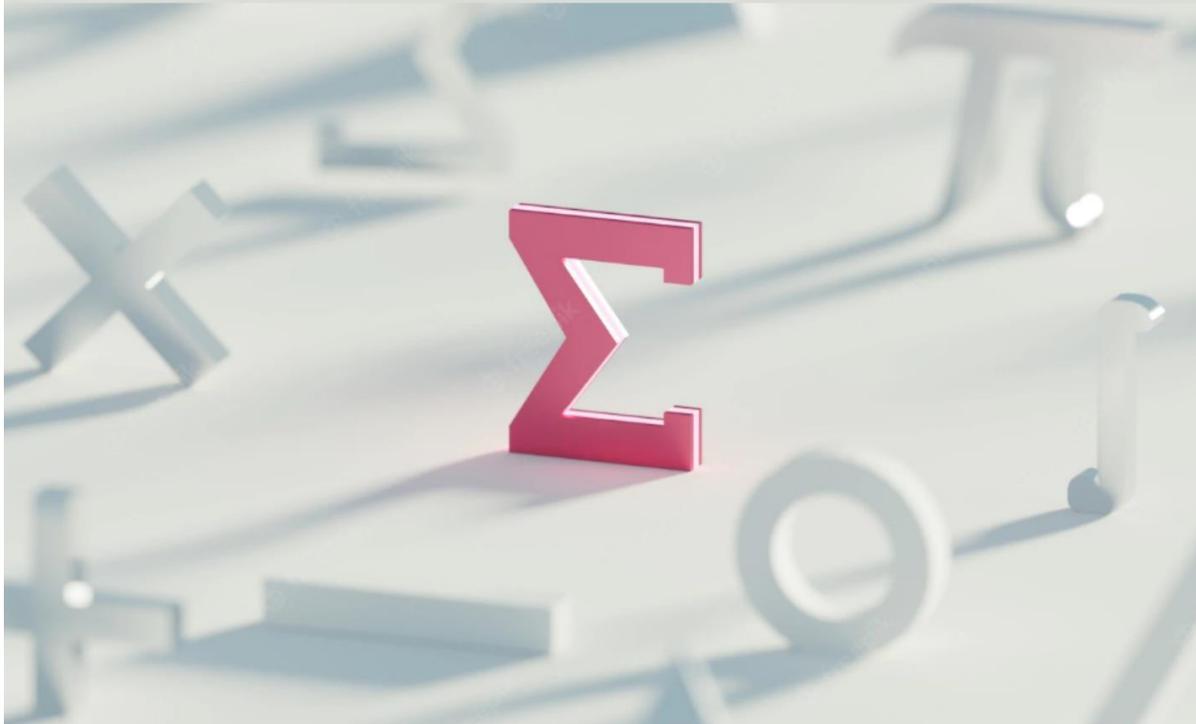
3.2. Plantee un ejemplo de sucesión geométrica y halle lo que se le pide

Sucesión

Término general:

Término en el puesto : 6, 12 y 18



CLASE
3**Suma de sucesiones
aritméticas y geométricas**
Uso de sumatoria**OBJETIVOS
ESPECÍFICOS**

Comprender la naturaleza de la suma de sucesiones aritméticas y geométricas.

Aplicar la sumatoria en problemas reales con el fin de analizar su utilidad.

DESTREZA

Aplicar la sumatoria de sucesiones según corresponda en problemas de la vida diaria.

RECORDEMOS

Hasta el momento nos hemos introducido en el tema de sucesiones, pero, ¿qué más podemos deducir a partir de ellas?



Actividad 1.

1.1. Preguntas y respuestas. A partir del tema anterior "Sucesiones aritméticas y geométricas. Colocar un ejemplo de cada tipo con 10 términos.

Sucesión Aritmética

Sucesión Geométrica

1.2. Sumar los 10 primeros términos de cada sucesión y anotar su respuesta.

Sucesión Aritmética

Sucesión Geométrica

1.3. ¿ Sumar los 10 primeros términos fue fácil o difícil? ¿Por qué?

1.4. Si se necesitará sumar los 100 primeros términos de cada sucesión. ¿Que tal fácil sería cumplir con ello? Justifique su respuesta.

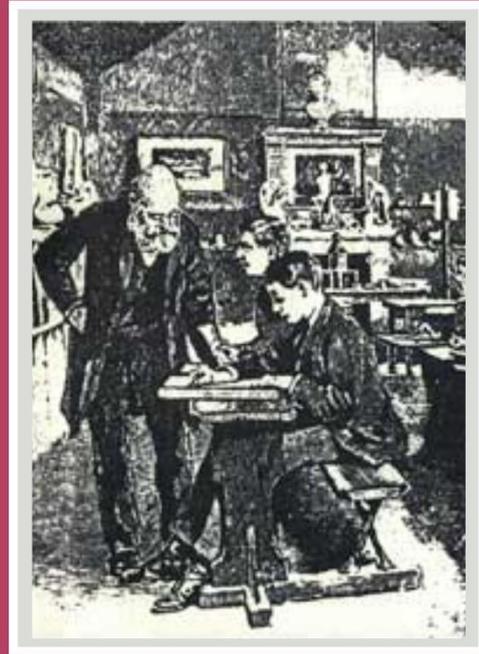
APRENDAMOS

? ¿De qué manera sumarias los 100 primeros términos consecutivos de una sucesión?

Un poco de historia...



Pues aquí te dejamos una historia muy peculiar, el maestro alemán J. B. Buttner castigo a todos los niños a sumar los 100 primeros números naturales para tenerlos entretenidos y fue Carl Friedrich Gauss quien obtuvo la respuesta de inmediato, pues se dio cuenta de que $1+100$, $2+99$, $3+98$, etc., todos suman 101, y hay 50 de estos pares, resultando $50 \times 101 = 5050$. (American Scientist, 2006)



Analicemos la sucesión presentada en la historia

Teniendo la siguiente sucesión, necesitamos sumar de manera tradicional sus términos

1,2,3,4,5,...,96,97,98,99,100.

La suma de n-términos de la sucesión se puede representar por:

$$S_n \text{ Donde } n \text{ es el número de términos que se están sumando}$$

Al sumar de manera parcial aumentando un término a la vez, resultaría lo siguiente:

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

Entonces:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

APRENDAMOS

CONTINUANDO EL ANÁLISIS...

1,2,3,4,5,...,96,97,98,99,100.

De acuerdo a lo anterior y si reemplazamos con los términos de la sucesión obtendríamos lo siguiente:

$$S_{100} = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18 +19+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29+30+31+32+33+34+35+36+37+38+39+40+41+42+43+44+45+46+47+48+49+50+51+52+53+54+55+56+57+58+59+60+61+62+63+64+65+66+67+68 +69+70+71+72+73+74+75+76+77+78+79+80+81+82+83+84+85+86+87+88+89+90+91+92+93+94+95+96+97+98+99+100=?$$

Realizar esta suma hoy en día no es algo complicado, pero, si pensamos en tiempos pasados, realizar esta suma de manera manual tardaría cierto tiempo.

Gracias a la astucia e inteligencia de aquel alumno, las sumas de sucesiones tuvo un cambio significativo que simplificó esta tarea.



Carl Friedrich Gauss

Reconocido por ser uno de los más importantes matemáticos de todos los tiempos. Entre sus estudios destaca: La Teoría de números, Magnetismo, Función gaussiana, Eliminación de Gauss-Jordan, etc (Moreno & Ramirez, 2023)

APRENDAMOS**Suma de sucesiones aritméticas**

Identificamos que la sucesión es aritmética.

Por lo tanto, podemos hallar su diferencia

$$d=1$$

Así también, encontramos su término general

$$a_n = a_1 + (n - 1) * d$$

Y de esta forma podemos hallar todos sus términos y sumarlos.

SIN EMBARGO...

Está claro el trabajo que conlleva sumar término por término, por lo tanto la siguiente fórmula facilitará esta tarea.

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

S_n La suma de n números en este caso los 10 primeros de la sucesión.

n El número de términos a sumarse.

a_1 El primer término de la sucesión.

a_n El último término de la sucesión de los números que se van a sumar.

OPCIÓN 1**OPCIÓN 2**

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

S_n La suma de n números en este caso los 10 primeros de la sucesión.

n El número de términos a sumarse.

a_1 El primer término de la sucesión.

d La diferencia entre términos.

APRENDAMOS

Suma de sucesiones aritméticas

Apliquemos...

Teniendo la siguiente sucesión aritmética halle la suma de sus primeros 10 números

5,10,15,20,...

Las dos fórmulas anteriormente presentadas se pueden usar de acuerdo a los datos que se nos proporcionan, ahora bien, es posible que se puedan utilizar ambas, por ello, utilizaremos cada una para demostrar su relación y utilidad .

Opción 1

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

Identificamos las incógnitas

$$n = 10$$

$$a_1 = 5$$

$$a_n = ?$$

Hallamos a_n

$$d = 5$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Reemplazamos

$$a_{10} = 5 + (10 - 1)5$$

$$a_{10} = 50$$

Sustituimos en la fórmula

$$S_{10} = 10 \left(\frac{5 + 50}{2} \right)$$

$$S_{10} = 275$$

Opción 2

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

Identificamos las incógnitas

$$n = 10$$

$$a_1 = 5$$

$$d = 5$$

Reemplazamos

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(5) + (10 - 1)5]$$

Resolvemos

$$S_{10} = 5[10 + 45]$$

$$S_{10} = 275$$

Reconociendo que las dos fórmulas se relacionan, también podemos comprobar que sus respuestas serán las mismas.



APRENDAMOS

Suma de sucesiones aritméticas en contexto

Halle la capacidad

El teatro sucre de Cuenca tiene 50 filas de butacas con 30 espacios en la primera fila, va aumentando dos espacios en la segunda, teniendo 32 asientos, 34 en la tercera, y así sucesivamente. Encuentre el total de espacios para saber la capacidad del teatro.



$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

Identificamos las incógnitas

$$n = 50$$

$$a_1 = 30$$

$$d = 2$$

Reemplazamos

$$S_{50} = \frac{50}{2} [2(30) + (50 - 1)2]$$

Resolvemos

$$S_{10} = 25[60 + 98]$$

$$S_{50} = 3\ 950$$

Hemos escogido la fórmula 2, debido a que disponemos de los datos que se muestran a continuación.

SOLUCIÓN:

La suma total de asientos es de 3 950

APRENDAMOS

Suma de sucesiones geométricas

Si al revisar la sucesión identificamos que es geométrica.

Es seguro que podremos encontrar su razón

razón = r

Del mismo modo, procederemos a hallar su término general

$$a_n = a_1(r^{n-1})$$

Y de esta forma podemos hallar todos sus términos y sumarlos

AÚN ASÍ...

Ya hemos comprobado que el trabajo de sumar término por término es bastante amplio, más aún cuando se trata de los términos de una sucesión geométrica ya que varían a mayor escala. Por ello, del mismo modo se han definido las siguientes fórmulas para la suma de sucesiones geométricas.

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

S_n La suma de n primeros números de la sucesión.

n El número de términos a sumarse.

a_1 El primer término de la sucesión.

r La razón de la sucesión



APRENDAMOS

Suma de sucesiones geométricas

Apliquemos...

Teniendo la siguiente sucesión geométrica halle la suma de sus primeros 8 términos
3,6,12,24,48,...

Al igual que las sucesiones aritméticas, la fórmula anteriormente presentada se pueden usar de acuerdo a los datos que se nos proporcionan, así también, es posible que se tenga que hallar unos de los datos, a continuación un ejemplo :

Opción 1

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Identificamos las incógnitas

$$n = 8$$

$$a_1 = 3$$

$$r = ?$$

Hallamos la razón de la sucesión

$$r = a^{n+1} \div a^n$$

Tomando cualquier posición diferente de la inicial, no precisamente la n de las incógnitas anteriores

$$r = 6 \div 3 = 2$$

Sustituimos en la fórmula

$$S_8 = 3 \frac{1 - 2^8}{1 - 2}$$

$$S_8 = 3 \frac{-255}{-1}$$

$$S_8 = 765$$

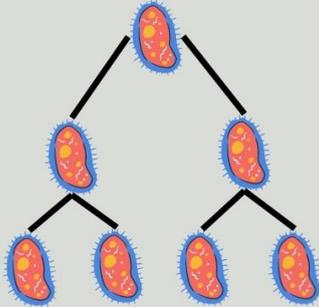
Reconocer las incógnitas de cualquier problema matemático al igual que sus datos es una de las mejores maneras de resolver un ejercicio sin dejar de lado la comprensión lectora. 



APRENDAMOS

Suma de sucesiones geométricas en contexto

Crecimiento de bacterias



En la mayoría de bacterias se ha observado un comportamiento similar al momento de aumentar su población, al tener una bacteria se observó que la misma se dividía a la mitad, las siguientes dos partes formadas tenían el mismo comportamiento sucesivamente.

Calculemos entonces el número total de bacterias con sus 11 primeros términos

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Identificamos las incógnitas

$$n = 11$$

$$a_1 = 1$$

$$r = ?$$

Hallamos la razón de la sucesión

$$r = a^{n+1} \div a^n$$

Tomando cualquier posición diferente de la inicial, no precisamente la n de las incógnitas anteriores

$$r = 2 \div 1 = 2$$

Sustituimos en la fórmula

$$S_{11} = 1 \frac{1 - 2^{11}}{1 - 2}$$

$$S_{11} = 1 \frac{-2047}{-1}$$

$$S_{11} = 2047$$

Al observar la respuesta, supongamos que cada segundo se parten las bacterias, te imaginas ¿Cuántas habría en una hora?



Respuesta:
Tomando en cuenta sus 11 primeros términos el número total de bacterias será de 2047.

APRENDAMOS

NOTACIÓN SIGMA

Dentro del Lenguaje matemático el uso de la sumatoria se puede relacionar con la suma de sucesiones de la siguiente manera:



Σ : Sigma mayúscula es una letra correspondiente a el abecedario griego, en nuestro lenguaje seria la típica "S" que usamos al hacer suma de términos.

Comprendamos entonces como está compuesta una notación sigma

En la parte superior tenemos "n" que simboliza el término con el que tenemos que acabar la suma.

$$\sum_{i=1}^n a_i$$

Σ = suma

En la parte inferior tenemos "i=1" que simboliza el término con el que tenemos que iniciar la suma. En este caso 1.

EJEMPLOS

Halle la sumatoria

a) $\sum_{i=1}^5 f^2$ $\sum_{i=1}^5 1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2=91$

b) $\sum_{i=1}^4 \frac{g}{2}$ $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+\frac{4}{2}$

c) $\sum_{i=3}^5 5h+1$ $\sum_{i=4}^5 (5(4)+1)+(5(5)+1)$

$\sum_{i=4}^5 (20+1)+(25+1)=47$

d) $\frac{3}{2}+\frac{3}{3}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{3}{6}=\frac{87}{20}$ $\sum_{i=2}^6 \frac{3}{2}+\frac{3}{3}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{3}{6}=\frac{87}{20}$

En los siguientes ejemplos podemos visualizar el uso de sumatoria.

Con su ayuda planteamos una suma de sucesiones o también de manera contraria a partir de una suma de sucesiones planteamos una notación sigma.



También podemos hallar la expresión de sumatoria a partir de la solución.

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

2.1. Identifique el tipo de sucesión y resuelva el problema

Caída de un cuerpo

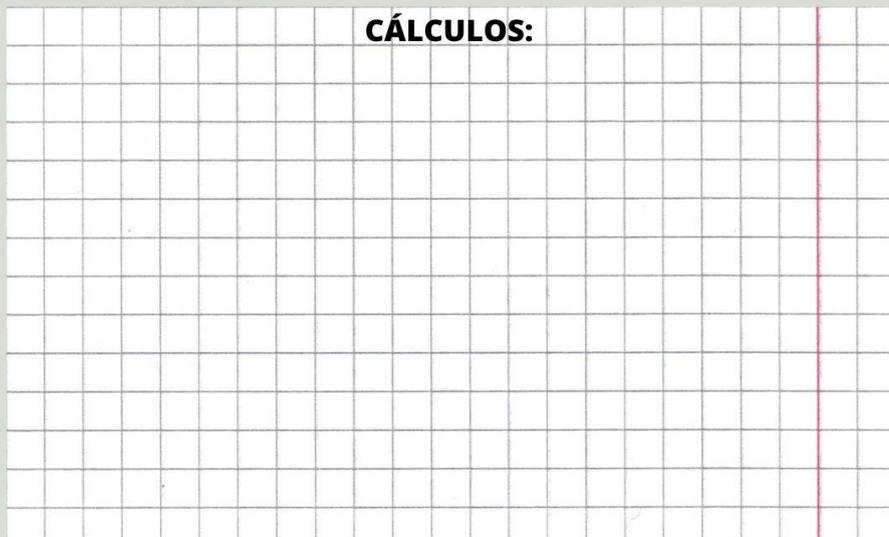
Al dejar caer una pelota de lo alto de un edificio, la distancia que recorre es de 2 metros en 1 segundo, 10 metros en el siguiente segundo, 18 metros en el tercer segundo y así sucesivamente hasta llegar al suelo.

- a) Encuentre la fórmula general para hallar la distancia recorrida en "n" segundos
- b) Halle la distancia total que ha recorrido la pelota en 11 segundos.



DATOS:

CÁLCULOS:



RESPUESTA:

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

2.5. Resolvamos el siguiente ejercicio con notación sigma

1. $\sum_{i=1}^4 (3h+9)$

2.6. Convertir el siguiente ejercicio a notación sigma.

2. $3(5+1)+3(5+2)+3(5+3) = 63$

PONGÁMOSLO A PRUEBA

Para la siguiente actividad es necesario que conozcamos Khan Academy

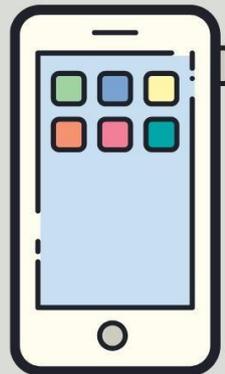
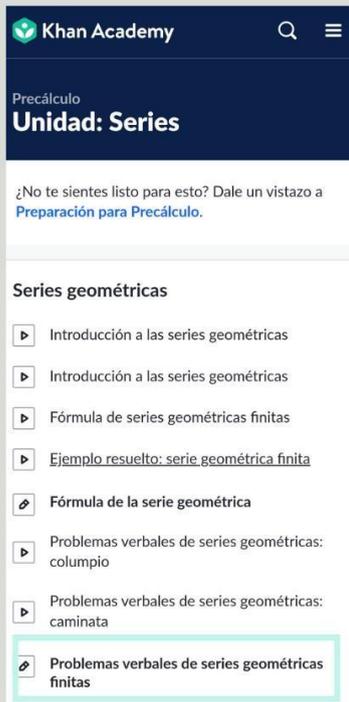


Khan Academy

Dentro de la internet y sus diversas páginas web podemos encontrar múltiples herramientas para el aprendizaje, Khan Academy por su parte nos brinda un repertorio de temas con su respectiva explicación y ejercicios prácticos con la opción a comprobar su respuesta.

Puedes comprobar tus respuestas dentro de Khan Academy en el siguiente link o escaneando el código, también podrás realizar muchos más ejercicios y autoevaluarte para comprobar tus conocimientos.

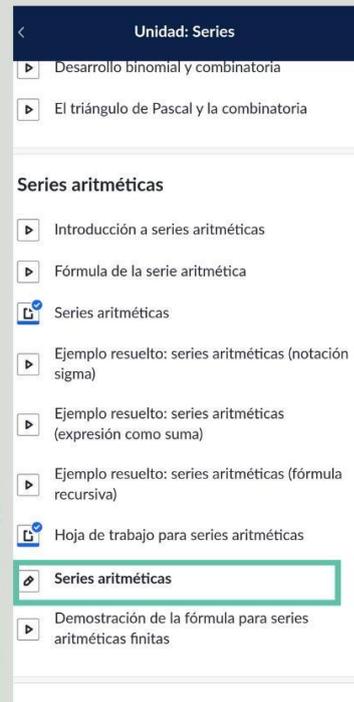
<https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:series>



Para practicar:

Suma de sucesiones geométricas

Suma de sucesiones aritméticas



PONGÁMOSLO A PRUEBA

Actividad 3

3.1. Identifique el tipo de sucesión y resuelva el problema

El salario de Manuel es \$575 mensuales, por el excelente desempeño en su cargo su contratista le premia con un aumento anual de 5% por cada año posterior que trabaje en la empresa.

- a) Halle el total ganado en un año
- b) Encuentre el total ganado en 7 años

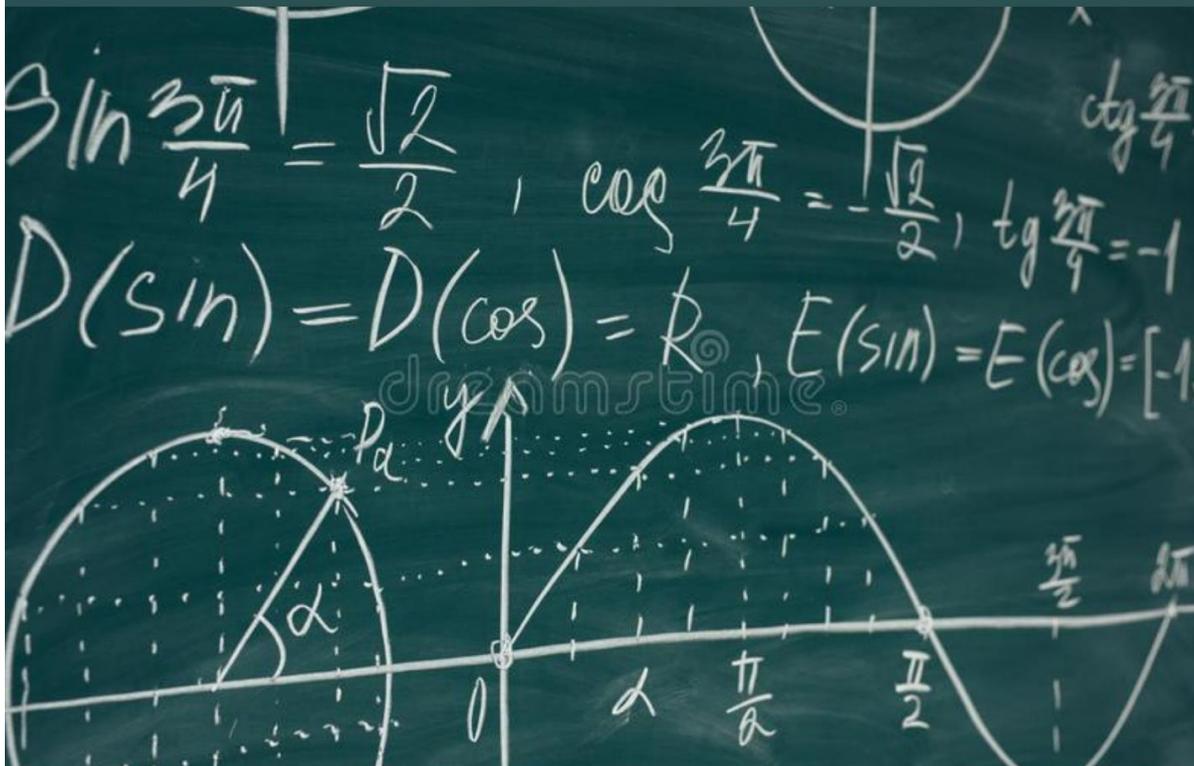
Nota: un aumento del 5% es igual a la razón $r=1,05$



DATOS:

CÁLCULOS:

RESPUESTA:

**CLASE
4****Límites de sucesiones
Sucesión como función
resolviendo problemas****OBJETIVOS
ESPECÍFICOS**

Comprender el comportamiento del límite de una sucesión
Aplicar los límites en problemas contextualizados

DESTREZA

Saber que es un límite y como se comporta cuando hablamos de sucesión, aplicando estos conocimientos en problemas de la vida real.

RECORDEMOS

Actividad 1

1.1. Lluvia de ideas. Responda a los siguientes interrogantes.

¿Qué es un límite dentro de matemáticas y sucesiones?

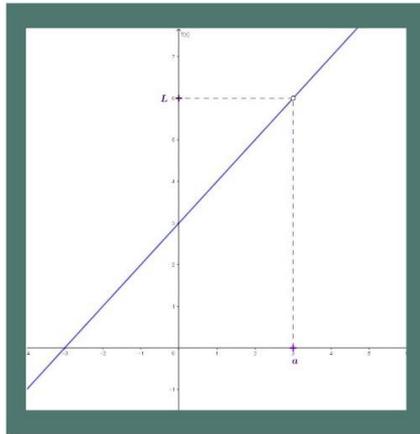
¿Cómo podríamos definir una función?

¿Una sucesión puede ser tratada como una función? Si/No ¿Por qué?

¿Se puede graficar sucesiones en el plano cartesiano?

APRENDAMOS

Límite en matemáticas



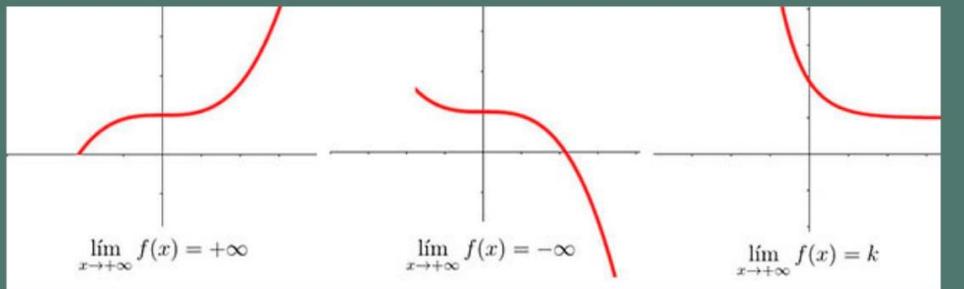
El límite de una función se denota de la siguiente manera:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Se Lee
Límite de la función f(x) donde x tiende a ser "a"

Se analiza cuál es el valor que va a tener la función en un punto x determinado.

Revisemos los siguientes ejemplos



En la primera función se analiza el valor de "x" cuando x tiende a ser infinito. Como la función es creciente intuimos que su valor será infinito.

En la segunda función se analiza el valor de "x" cuando x tiende a ser infinito. Como la función es decreciente intuimos que su valor se irá al infinito negativo.

En la tercera función se analiza el valor de "x" cuando x tiende a ser infinito. Como la función va decreciendo y se normaliza en un valor intuimos que su límite se mantendrá, por lo tanto será una constante "k".

APRENDAMOS

Límite en matemáticas



Hablar de límite es referirse a la máxima o mínima capacidad que puede alcanzar un objeto, o cual es la frontera máxima o mínima posible, en este caso hablamos de las sucesiones en sus distintos tipos y a qué pueden llegar de acuerdo a sus características.



Hagamos memoria

Recordemos las sucesiones finitas e infinitas

FINITAS

Es una serie de números que tienen determinado un valor en el cual finaliza la sucesión



INFINITAS

Es una serie de números que NO tienen determinado un valor en el cual finaliza la sucesión

Analicemos la siguiente sucesión: 1,3,5,7,9,11,...

- Es una sucesión infinita.
- Es la sucesión de números impares.
- Es una sucesión aritmética y su diferencia es 2
- Inicia en 1
- Es creciente

Sumemos sus 100 primeros términos

$$S_{100} = \frac{100}{2} [2(1) + (100 - 1)2]$$

$$S_{100} = 10\ 000$$

APRENDAMOS

Continuemos...

Sumemos ahora sus 1 000 primeros términos **1,3,5,7,9,11,...**

$$S_{1000} = \frac{1000}{2} [2(1) + (1000 - 1)2]$$

$$S_{1000} = 1\,000\,000$$

Sumemos también sus 100 000 primeros términos

$$S_{100000} = \frac{100000}{2} [2(1) + (100000 - 1)2]$$

$$S_{100000} = 10\,000\,000\,000$$

Saquemos conclusiones:

- La sucesión infinita va a tener infinitos términos por sumar.
- Es una sucesión aritmética creciente siempre va a aumentar su valor de suma y no tendrá fin.
- Inicia en 1 y termina en infinito.
- Su suma también inicia en 1 y va a terminar en un número infinito.



Por lo tanto



Las sucesiones aritméticas crecientes infinitas tienden siempre al infinito al igual que su suma de términos.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_1 + (n - 1)d = \infty$$

Por el contrario Las sucesiones aritméticas decrecientes infinitas tienden siempre al infinito negativo al igual que su suma de términos.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_1 + (n - 1)d = -\infty$$

APRENDAMOS

Analizamos sucesiones geométricas

Observemos el siguiente ejemplo y realicemos el mismo proceso que en sucesiones aritméticas para poder sacar conclusiones.

2;3;4.5;6.75;10.125;...

- Es una sucesión infinita.
- Es una sucesión geométrica y su razón es 1.5.
- Inicia en 2
- Es creciente

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (a_n) = \infty$$

Analizamos sus sumas

Sumemos sus 10 primeros términos

$$S_{10} = 2 \frac{1 - 1.5^{10}}{1 - 1.5}$$

$$S_{10} = 226.66015625$$

Sumemos sus 100 primeros términos

$$S_{100} = 2 \frac{1 - 1.5^{100}}{1 - 1.5}$$

$$S_{100} = 1.626244 \times 10^{18}$$

Sumemos sus 1 000 primeros términos

$$S_{1000} = 2 \frac{1 - 1.5^{1000}}{1 - 1.5}$$

$$S_{1000} = 4.935362387 \times 10^{176}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (S_n) = \infty$$

Saquemos conclusiones:

- La sucesión infinita va a tener infinitos términos por sumar.
- Es una sucesión geométrica creciente que siempre va a aumentar su valor de suma y no tendrá fin.
- Inicia en 2 y termina en infinito al igual que su suma de términos.



APRENDAMOS

Analicemos sucesiones geométricas

Hemos analizado una sucesión geométrica creciente, ahora analicemos una decreciente

200, 100, 50, 25, 12.5, ...

- Es una sucesión infinita.
- Es una sucesión geométrica y su razón es 1/2
- Inicia en 200
- Es decreciente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$$

Analicemos sus sumas

Sumemos sus 10 primeros términos

$$S_{10} = 200 \frac{1 - 0.5^{10}}{1 - 0.5}$$

$$S_{10} = 399.609375$$

Sumemos sus 30 primeros términos

$$S_{30} = 200 \frac{1 - 0.5^{30}}{1 - 0.5}$$

$$S_{30} = 399.999999627471$$

Sumemos sus 100 primeros términos

$$S_{1000} = 200 \frac{1 - 0.5^{1000}}{1 - 0.5}$$

$$S_{1000} = 400$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n) = 400$$

Saquemos conclusiones:

- La sucesión infinita va a tener infinitos términos por sumar.
- Es una sucesión geométrica decreciente que va aumentando su valor de suma pero llega a un número en particular
- Inicia en 200 y termina en un número



APRENDAMOS

Por lo tanto

Podemos concluir que:

Las sucesiones geométricas crecientes infinitas tienden siempre al infinito al igual que su suma de términos.

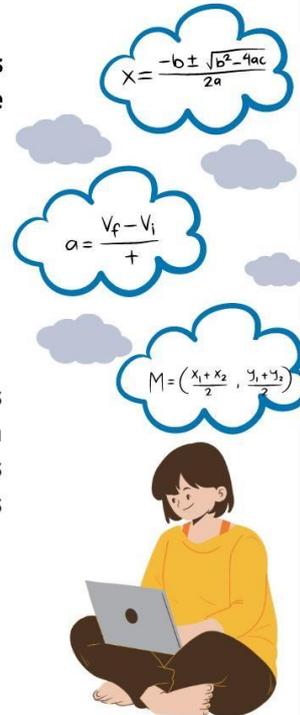
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

Por el contrario Las sumas de sucesiones geométricas decrecientes infinitas tienden siempre a un número particular, mientras que sus términos tienden a ser cada vez más pequeños que se vuelven despreciables o cero.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n) = k$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$$



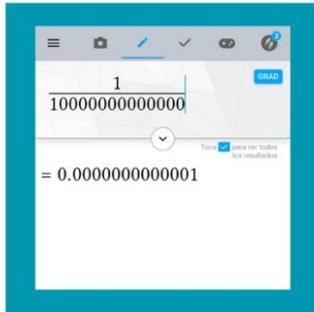
Realicemos algunos ejemplos con ayuda de herramientas o aplicaciones muy útiles

Conoscamos un poco más de estas herramientas:



Wolfram Alpha: Es una calculadora científica que nos permite realizar un sin número de operaciones, desde la más simple a la más compleja. Esta herramienta se puede utilizar como una aplicación móvil de paga o de manera gratuita en el navegador web de tu preferencia. Su uso es simple, solo tienes que ingresar datos y enseguida obtendrás una respuesta.

APRENDAMOS



$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

La aplicación Calculadora Maple por su parte realiza la operación y solo nos brinda la respuesta, pero, su utilidad es mayor cuando realizamos operaciones más complejas

Ahora realicemos la suma de términos

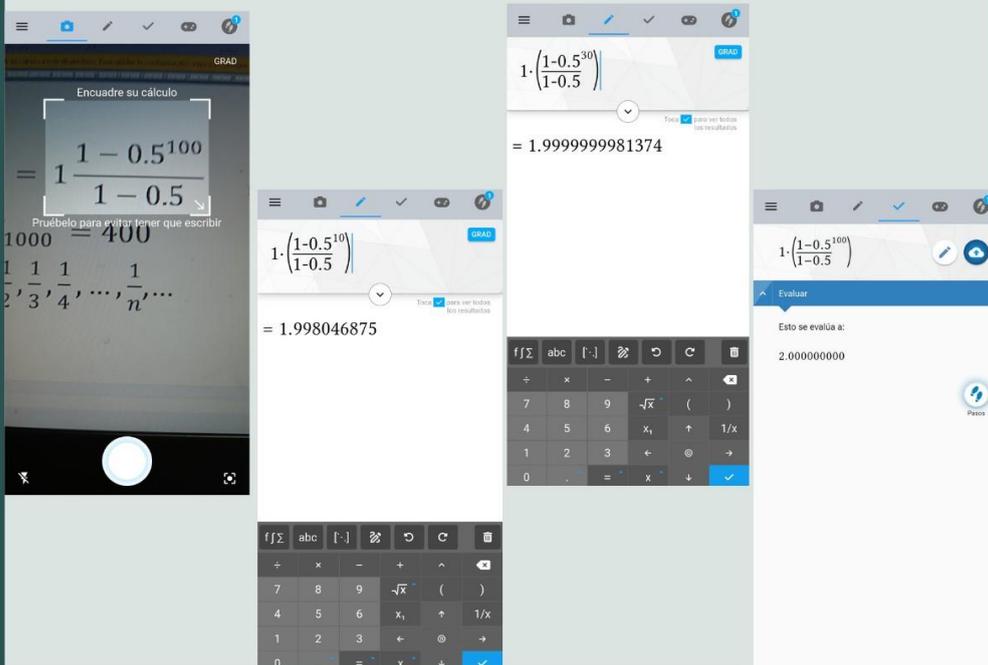
Si aumentamos progresivamente el número de términos por sumar podemos ver cómo llega a un número en concreto, aunque una de las ventajas de esta herramienta es que a pesar de que va aproximándose cada vez a un número, muestra la recta numérica y todos sus decimales.

Da por hecho que es dos, después de tantos decimales periódicos.

APRENDAMOS

Ahora realicemos la suma de términos con la segunda herramienta

Cómo con la herramienta anterior hemos aumentado progresivamente el número de términos a sumar, así hemos podido concluir de la misma manera que cada vez llega a un número en particular, ahora, si bien la aplicación móvil solo nos muestra el resultado obtenido sin ninguna opción adicional, una de sus ventajas destacadas es su escáner de operaciones a través de la cámara de tu móvil, lo cual facilita el trabajo de solución.



Conclusión

En ambos casos podemos concluir que:
La suma de términos llega a un límite determinado, en este caso 2.
El uso de herramientas digitales es muy importante ya que no solo resuelven operación sino que también nos ayuda a obtener una mejor visión del ejercicio que estamos realizando.

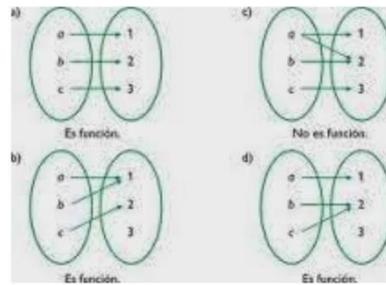
APRENDAMOS

Sucesiones como funciones

¿Crees que es posible que una sucesión sea representada como una función?

Definamos función

Una función es una relación de correspondencia entre dos conjuntos que están relacionados entre si por medio de sus elementos. Dentro de las funciones podemos diferenciar: términos, signos, variables dependientes y variables independientes. La condición de función es que: A cada elemento del conjunto de salida le corresponde por lo menos uno de llegada.



Notación de función

2,4,6,8,10, ...

$$a_n = 2n$$

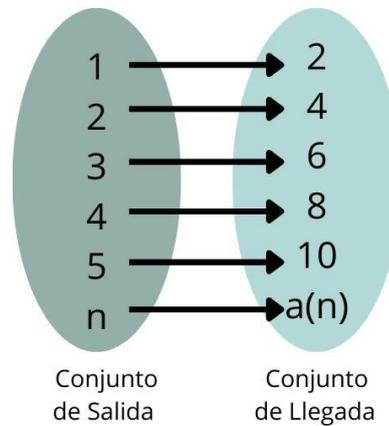
La notación de función sería:

$$a(n) = 2n$$

Donde

“a” es la variable dependiente

“n” es la variable de independiente



En este caso vemos que el conjunto de salida corresponde a los puestos de cada término de la sucesión, mientras que el conjunto de llegada tiene los números de la sucesión. Sin duda una función puede representar una sucesión

APRENDAMOS

Sucesiones como funciones

Teniendo la función anterior: $a(n) = 2n$

Ya que hemos representado una sucesión como función, también podemos realizar la gráfica en el plano cartesiano, para ello utilizaremos Geogebra que es una herramienta de fácil manejo que nos ayudará a una mejor y fácil visualización de gráficas de funciones, sin dejar de lado que tiene varias opciones de igual utilidad para diversos temas de estudio.



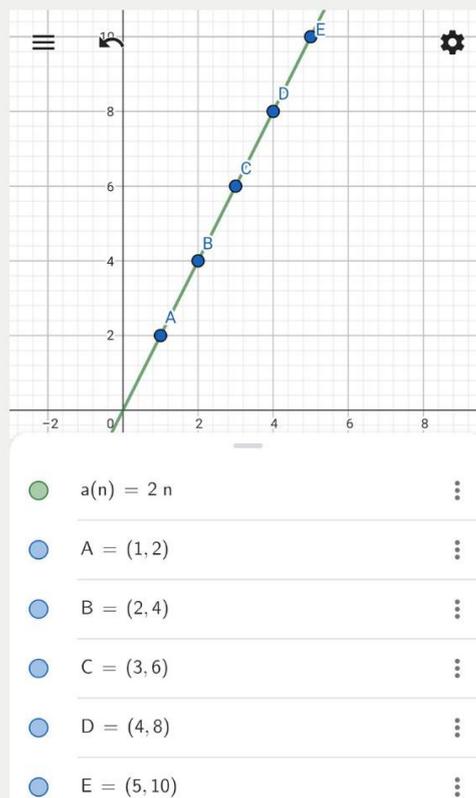
Gráfica de una sucesión en notación de función

Tabla de datos

n	a(n)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Para graficar en geogebra descargamos la aplicación o simplemente la utilizamos en el navegador web de su preferencia

Una vez abierta la aplicación colcamos la función tal cual y damos enter.



APRENDAMOS

Usemos geogebra

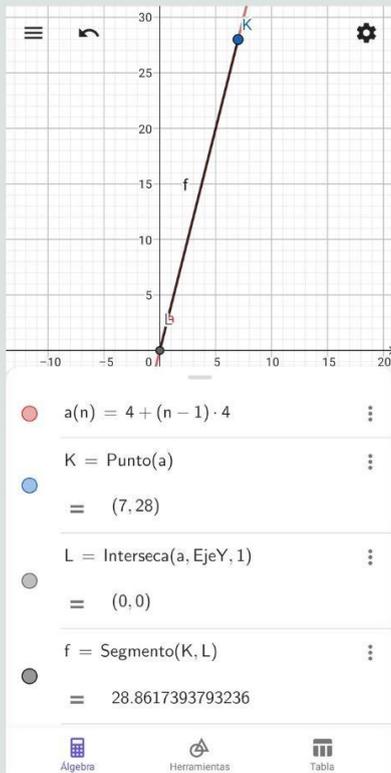


Ventajas de la gráfica de funciones

Usando gráficas podemos identificar características de las sucesiones de manera visual, tales como:

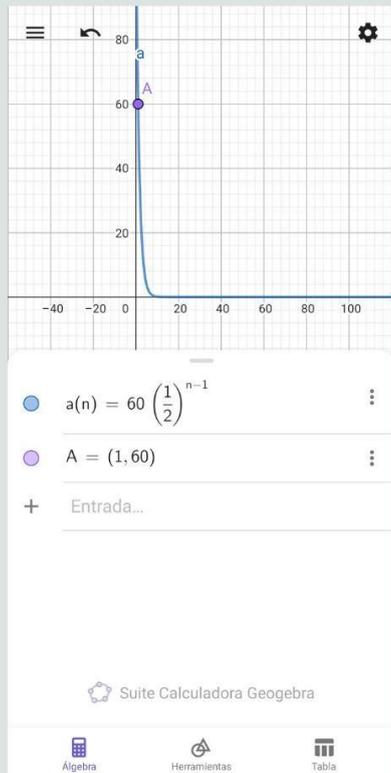
- Continuidad: si es finita o infinita
- Dirección: si crece, decrece o se mantiene

0,4,8,12,16,20,24,28.



La sucesión presentada es aritmética, finita y creciente. Sus extremos son los puntos K y L

60,30,15,7.5,...



La sucesión de la gráfica es geométrica, infinita que tiende a cero y decreciente

APRENDAMOS

En contexto

Un camión recorre 3km en la primera hora, en dos horas ha recorrido 6km, en la tercera hora 9km y así sucesivamente. ¿Cuántos km ha de recorrer en 10 horas ?

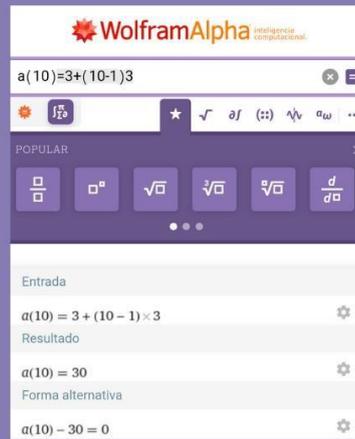
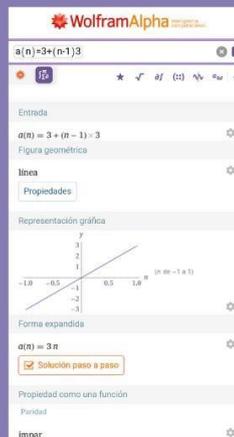
Deducimos la siguiente sucesión: 3,6,9,12,...

WolframAlpha

A partir de su término general podemos ver la gráfica de la sucesión en notación de función.

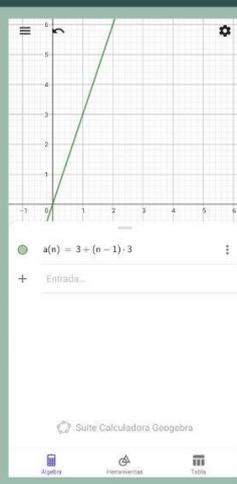
Análisis

- La sucesión es Creciente.
- Es una sucesión aritmética.
- En condiciones reales tendría fin, cuando la gasolina se termine, por lo contrario su gráfica tiene límites infinitos



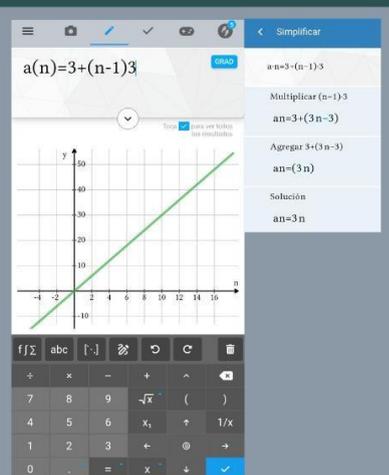
Geogebra

Es más útil cuando necesitamos ver gráficas, si buscamos el punto 10 en la función también podemos encontrar la respuesta.



Calculadora a Maple

Nos brinda la gráfica y como calculadora reduce el término general a algo más simple y también podemos encontrar la respuesta con solo ver la gráfica.



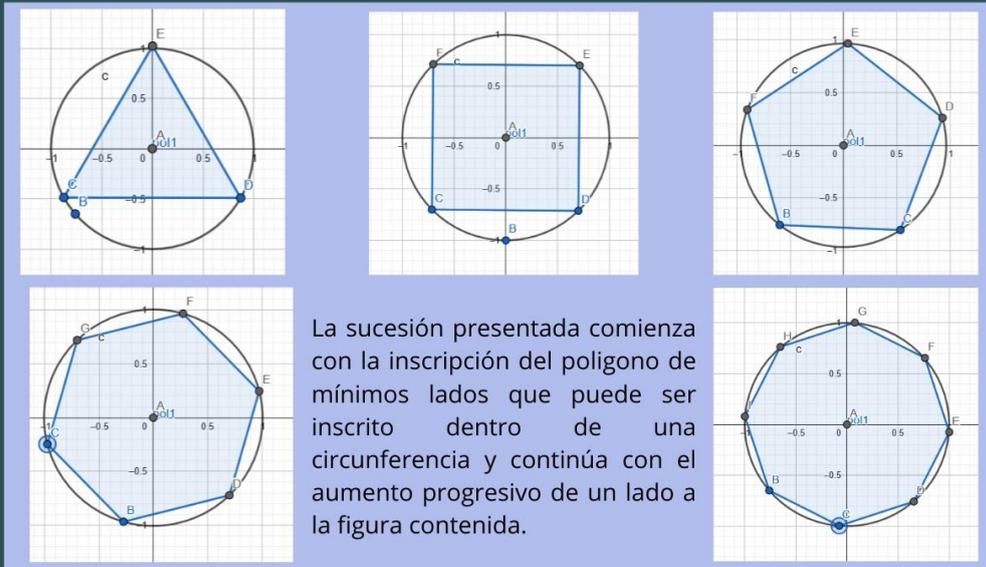
De acuerdo al análisis se ha encontrado el término décimo, que corresponde al número de kilómetros recorridos en 10 horas.

Respuesta: En 10 horas el camión ha de recorrer 30 km.

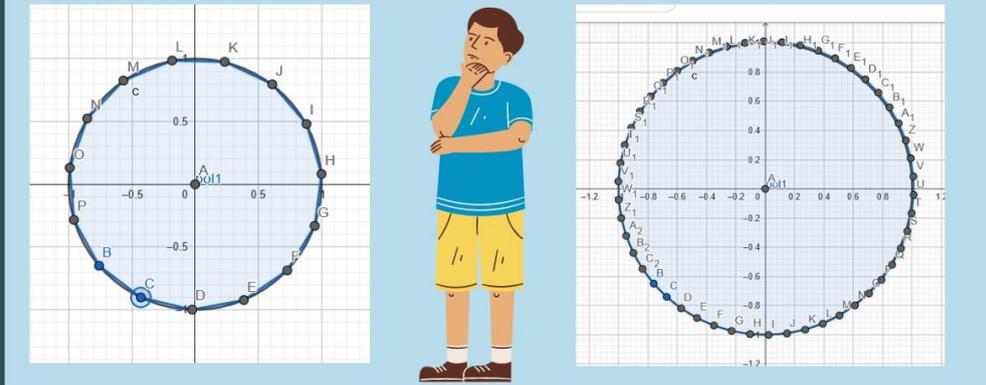
APRENDAMOS

Análisis geométrico

En las siguientes imágenes se observa una sucesión de polígonos inscritos dentro de un círculo del mismo radio.



Observemos que sucede al aumentar masivamente su numero de lados.



Conclusión

Con el fin de analizar el límite de esta sucesión, se ha aumentado una cantidad grande de lados y se observa que como resultado la figura inscrita cada vez se asemeja más a la circunferencia misma.

Entonces: ¿Es la circunferencia una figura con infinitos lados? Sin duda alguna lo es.

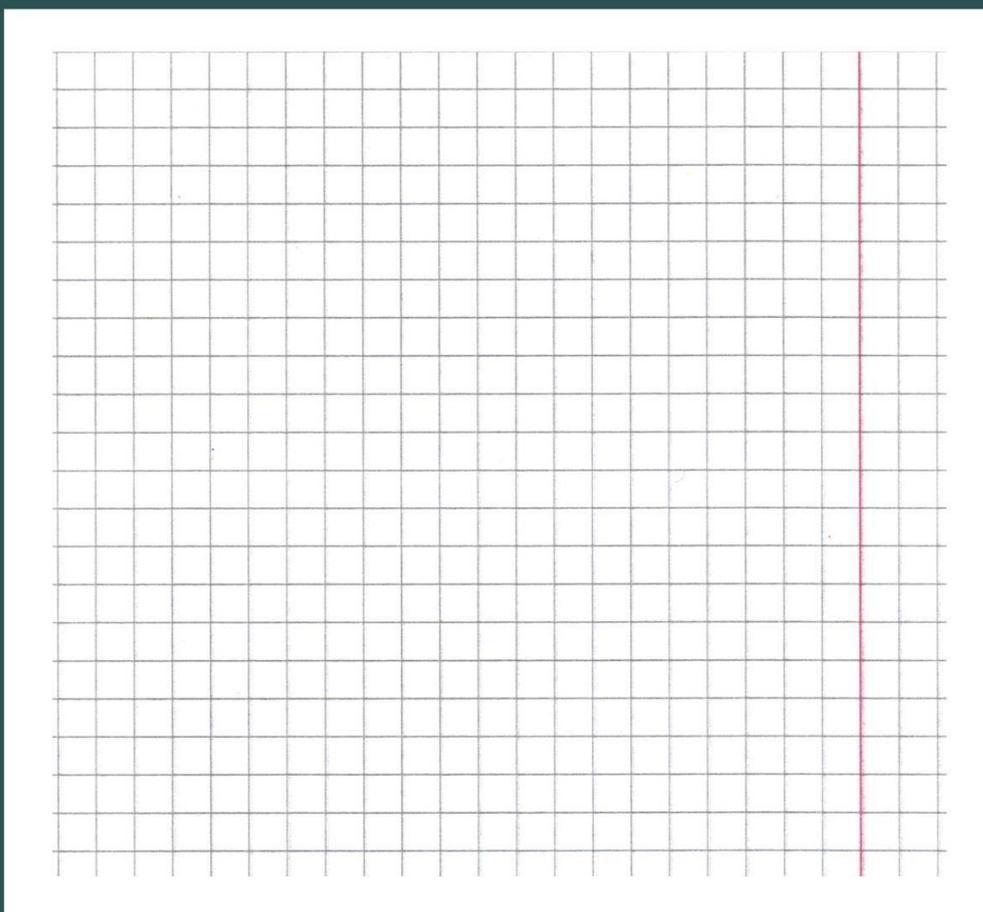
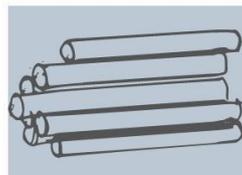
APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

2.1. Reconocer el tipo de sucesión, hallar su suma de términos y encontrar su límite (en su suma y en sus términos), utilizar una de las herramientas presentadas anteriormente.

Pila de postes de luz

En la Avenida de los Inmigrantes en Cuenca se están colocando postes de luz, los mismos se han colocado en una pila, donde la primera fila tiene 20 postes, la segunda 19, la tercera 18 y así sucesivamente hasta llegar a 10 postes su última fila. ¿Cuál es el total de postes de la pila?



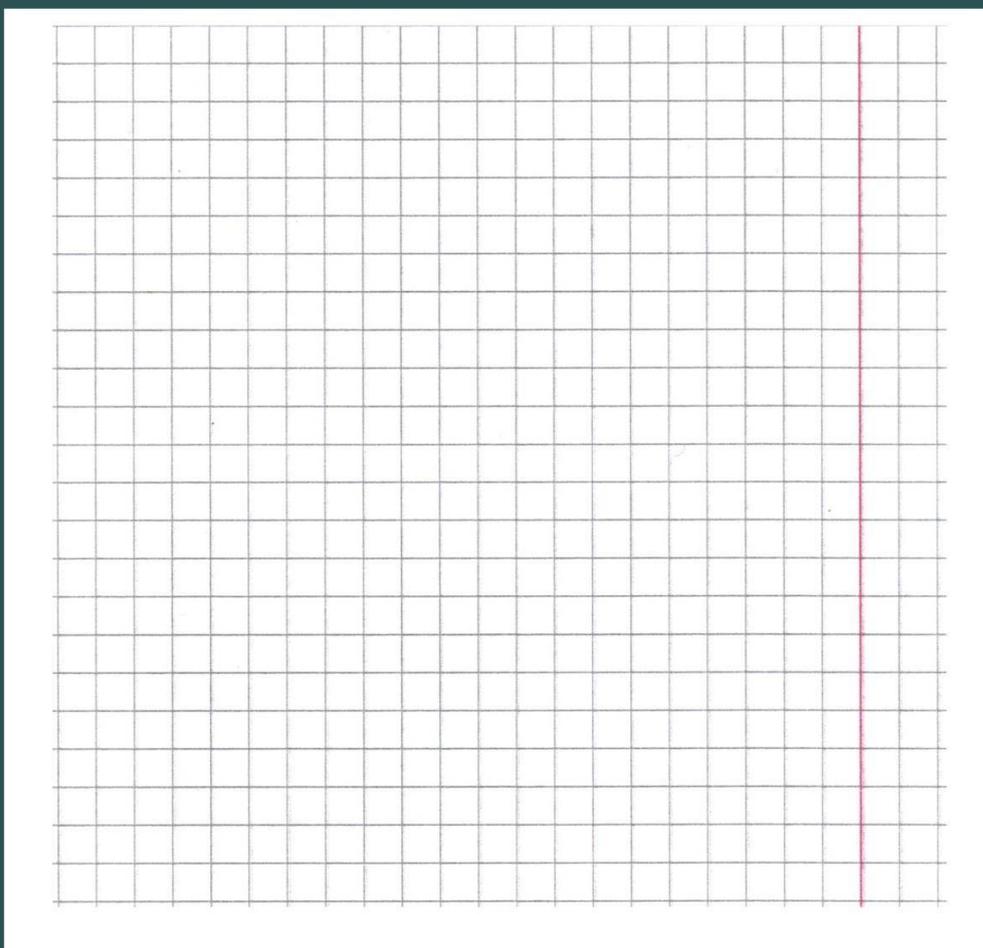
APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

2.3. Reconocer el tipo de sucesión, hallar su suma de términos y encontrar su límite (en su suma y en sus términos), utilizar una de las herramientas presentadas anteriormente.

Bomba de vacío

Una bomba de vacío saca el aire contenido en un recipiente, con el fin de dejar vacío el mismo, si la bomba saca de manera progresiva el aire, así pues, en la primera aspiración ya ha sacado la mitad de aire contenido, en la segunda saca la mitad de lo quedaba y así de manera sucesiva, en la décima aspiración ¿cuánto aire contendrá?



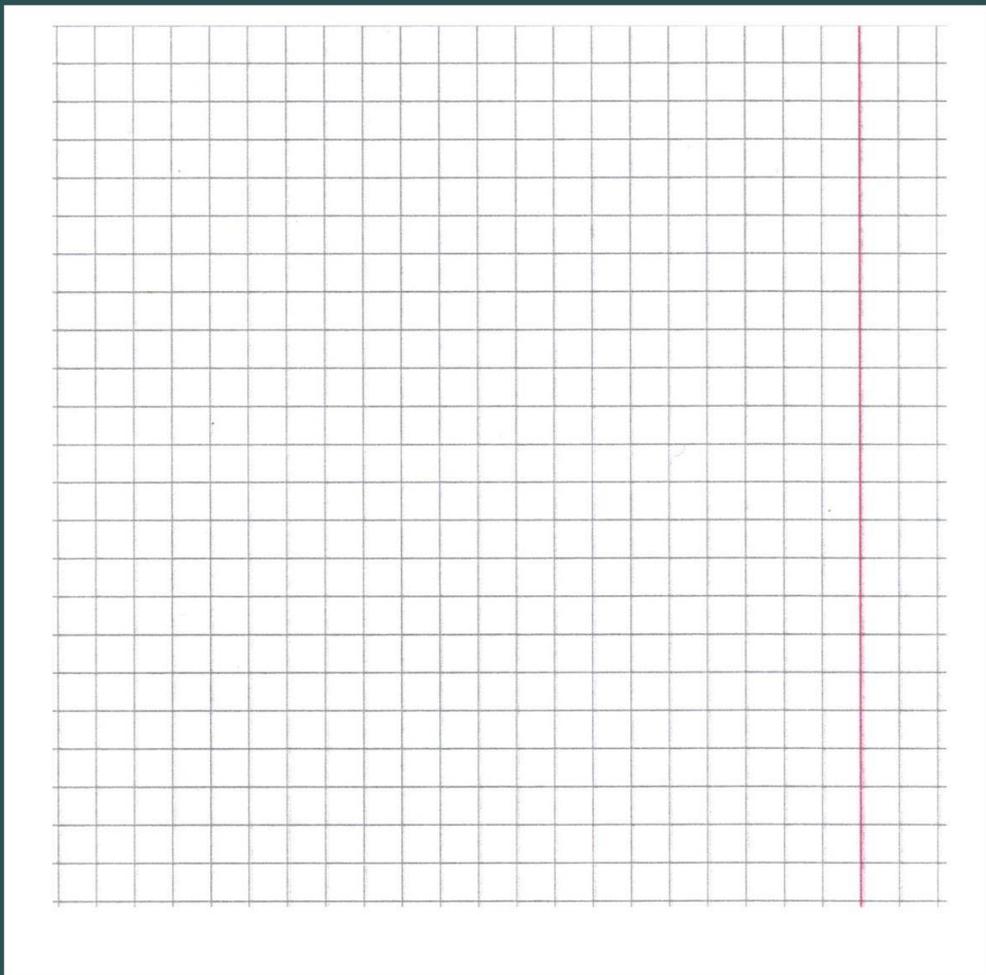
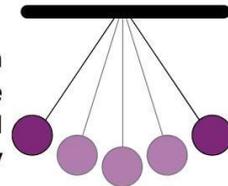
PONGÁMOSLO A PRUEBA

Actividad 3

3.1. Reconocer el tipo de sucesión, hallar su suma de términos y encontrar su límite (en su suma y en sus términos), utilizar una de las herramientas presentadas anteriormente.

Péndulo

A un extremo de una cuerda se ha atado una masa y se ha puesto a oscilar al sistema, en la primera oscilacion recorre 40cm y su razón es de -1.05cm por oscilación, mediante el análisis halle la distancia recorrida a la décima oscilación y sus límites.



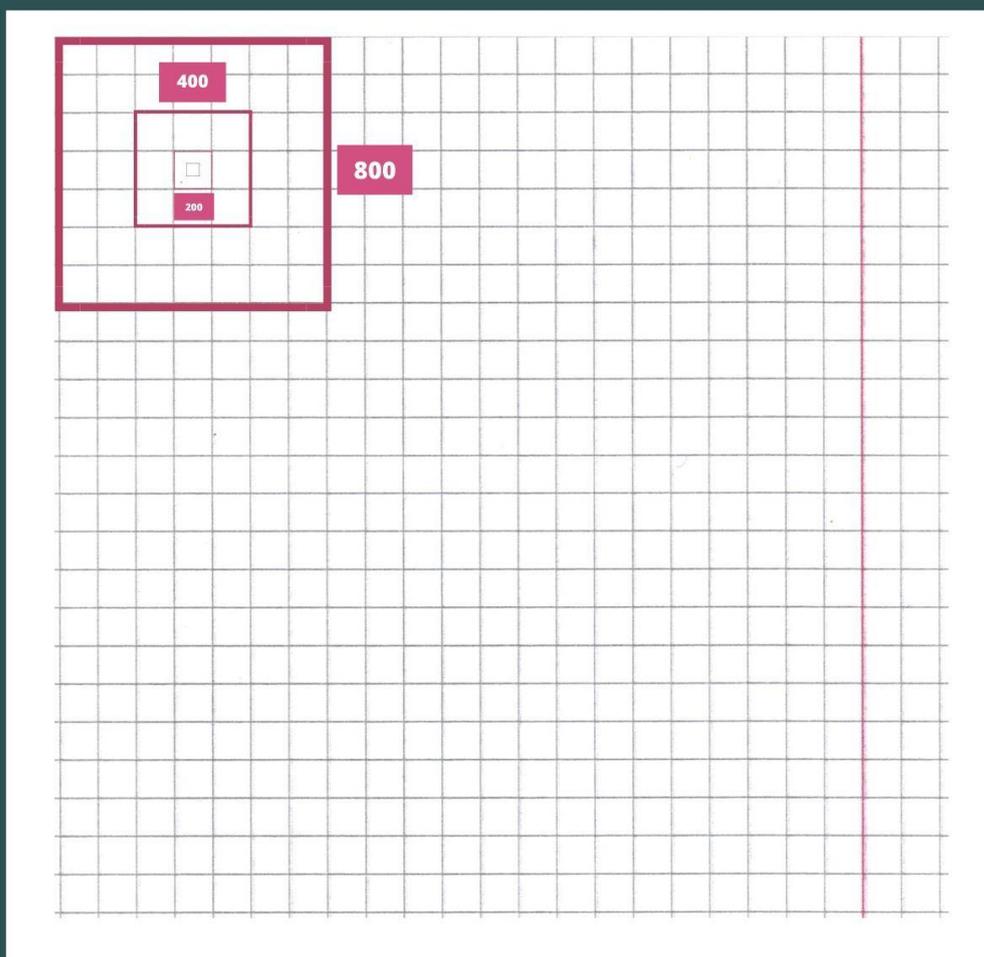
PONGAMOSLO A PRUEBA

Actividad 3

3.2.Reconocer el tipo de sucesión, hallar su suma de términos y encontrar su límite (en su suma y en sus términos), utilizar una de las herramientas presentadas anteriormente.

Dimensiones

La longitud del lado de un cuadrado es 800cm, este contiene otro cuadrado que tiene la mitad de longitud de lado es decir 400cm y así de manera sucesiva. Escriba la sucesión de la medida de los lados teniendo en cuenta 10 cuadrados. Luego, halle la sucesión del área de los cuadrados y compare con la de los lados



**TEMA
5****Sucesiones en la
historia****OBJETIVOS
ESPECÍFICOS**

Conocer sucesiones importantes que se han identificado a lo largo de la historia.

Conocer personajes significativos en el tema de sucesiones

DESTREZA

Identificar sucesiones y como estas han influido a lo largo de la historia hasta hoy en día.

RECORDEMOS

Actividad 1

1.1. Mire el siguiente video y responda las interrogantes planteadas.



El Pato Donald en el país de las matemáticas (español latino)

Link del video

<https://youtu.be/JOkVfu2FxpA>



1.2. ¿Crees que alguna área de la vida, no sé relacione con las matemáticas? Justifique su respuesta.

1.3. ¿Qué sucesiones pudo identificar? Coloque el ejemplo que visualizó.

1.4. ¿En qué áreas de la vida cotidiana podemos encontrar sucesiones?

1.5. ¿Qué es lo que más destaca del video?

APRENDAMOS

Dentro de nuestra historia las sucesiones han sido una parte fundamental en distintos aspectos, a continuación detallaremos algunos de esos aspectos para poder ver más allá.



IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS

Los números son la base de muchas ciencias, así como una parte fundamental de nuestro entorno, podemos encontrar matemáticas dentro de:



- La arquitectura
- Las plantas
- La economía
- La física
- La química
- El lenguaje
- La cultura
- Los deportes
- etc.

Sin duda todo necesita de las matemáticas de alguna manera, por su parte las sucesiones han marcado ciertas épocas, sobretodo en lo referente a matemáticas financieras ya que como es conocido el dinero siempre será de vital importancia en toda época.

Como muchas de las ramas de las matemáticas se encontraron los primeros vestigios en asentamientos humanos, aun así, no es un dato completamente certero, por lo cual no se puede atribuir el inicio de la historia matemática a un solo hombre.



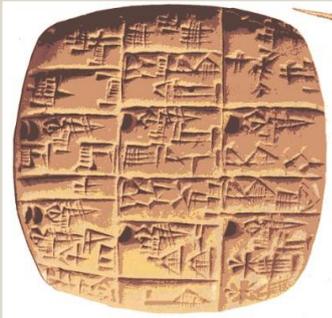
APRENDAMOS



LÍNEA DEL TIEMPO

Analizando la historia de la humanidad se han evidenciado varias muestras del uso de sucesiones desde los más simple hasta lo verdaderamente complejo, evidenciamos algunos de estos sucesos históricos.

**2000 a.C.
600 a.C.**



BABILONIA

El cuestionamiento de obtener el boble de dinero en un tiempo determinado y con un interés compuesto, se evidencio en los Babilonios, esta operación se relaciona con la conocida hoy en día como progresiones geométricas.

2635 a.c

EL ANTIGUO EGIPTO

Las relaciones aritméticas se daban en problemas de lo cotidiano, una clara evidencia la guarda "El papiro Amhes" donde se puede ver la descomposición de $\frac{2}{n}$ en suma fracciones unitarias así como la descomposición de $\frac{10}{n}$. Otro texto importante es "El papiro Rhind" donde podemos encontrar tanto series aritméticas como geométricas.



APRENDAMOS

900 a.C
200 d.C

LA ANTIGUA INDIA

Pignala expone la introducción a los números de Fibonacci a lo que denomina mātrāmeru. Además entre 200 a.c y 200 d.c desarrollaron matemáticas donde incluían específicamente progresiones tanto aritméticas como geométricas plasmadas en El manuscrito Bakhshali



LA ANTIGUA GRECIA

Se comienza a usar los números figurales para mejorar la comprensión matemática, así se incluyó la geometría mejorando la representación de las cantidades.

776 a.c

Nombre	Números triangulares	Números cuadrangulares
Expresión gráfica		
Regla de recurrencia	$\frac{n(n+1)}{2}$	$(n+1)^2$

Se destacan las sucesiones de números impares (limitados) y pares (ilimitados)

287 a c.

ARQUÍMEDES

Trabajó a lo largo de su vida con sucesiones y series, escribió varios manuscritos, a pesar de que se perdieron muchos en la edad media, durante el renacimiento fueron una fuente importante de ideas. Uno de sus trabajos destacados fue la obtención del valor de pi determinado con una aproximación en base a sucesiones y también destaca la cuadratura de la parábola por medio de series.



APRENDAMOS

Siglo V

LA EDAD MEDIA

Se destacan varios autores que influyeron de manera significativa, tal es el caso de:

- Bhaskara II (1114 - 1185), quien plantea diversos problemas de sucesiones tanto aritméticas como geométricas en su obra "En Lilavati"
- Leonardo de Pisa (1170 - 1250), quien es un icono de las sucesiones, teniendo su nombre plasmado como una de ellas.



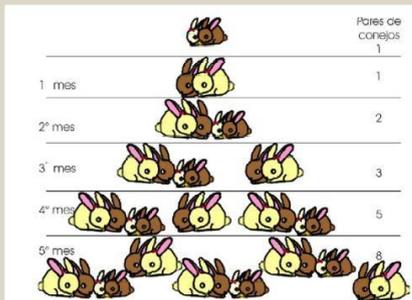
1170

FIBONACCI

Leonardo de Pisa más conocido como Fibonacci matemático destacado de su época, aportó principalmente con sucesiones sacadas de lo cotidiano, sus estudios van desde la progresión de una pareja de conejos conocida como sucesión de Fibonacci (que hoy en día es aplicable a fenómenos naturales de nuestro diario vivir), hasta el análisis de las propiedades de los números y series evidenciado en su obra "Geometría Práctica".

Fibonacci apoyó el uso del sistema decimal hindú-árabe, que es el que usamos hoy en día, más que el sistema numérico romano.

En la actualidad las sucesiones recurrentes llevan su nombre.



APRENDAMOS



$\int x$ FIBONACCI

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

PLANTAS

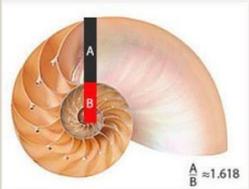


Sunflower

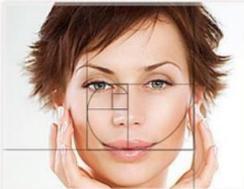


Spiral Aloe

ANIMALES

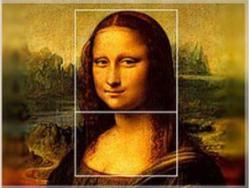


Nautilus Shell



Human Face

ARTE

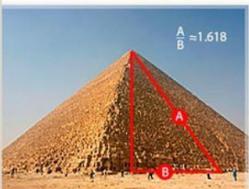


Da Vinci's Mona Lisa



Dali's Sacrament of the Last Supper

ARQUITECTURA



Great Pyramid of Giza



Parthenon

La proporción Aurea

El número áureo, sección áurea, número dorado o razón áurea, surge con el estudio de griegos que analizaban la razón de un segmento, el cual al dividirse en dos partes cumpliera con lo siguiente.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Concluyendo en:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618034...$$

En relación con la sucesión de Fibonacci dividiremos sus términos de la siguiente manera:

- $f_2 / f_1 = 1$
- $f_3 / f_2 = 2 / 1 = 2$
- $f_4 / f_3 = 3 / 2 = 1,5$
- $f_5 / f_4 = 5 / 3 = 1,6666666666666666...$
- $f_6 / f_5 = 8 / 5 = 1,6$
- $f_7 / f_6 = 13 / 8 = 1,625$
- $f_8 / f_7 = 21 / 13 = 1,61538461...$
- $f_9 / f_8 = 34 / 21 = 1,61904776...$
- $f_{10} / f_9 = 55 / 34 = 1,61764705...$

Podemos evidenciar que estas divisiones cada vez se acercan más a ser el número dorado (Vargas, s.f)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n}{f_{n-1}} \approx 1,61803398... \approx \phi$$

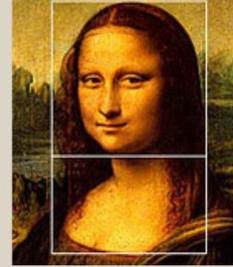
APRENDAMOS

Siglo XIV

RENACIMIENTO

En esta época se resuelven problemas de álgebra relacionándolos con sucesiones. Se destaca:

- Nicolás Cusa (1401- 1464), quien relaciona lo filosófico y las matemáticas analizando con ello críticamente la noción de infinito.
- Michael Stifel, el cual hace un amplio análisis de las sucesiones aritméticas y geométricas.



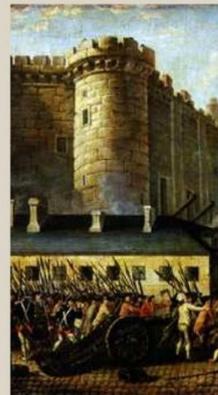
EDAD CONTEMPORANEA

1789



En este periodo tenemos también personajes destacados y muy conocidos en el mundo de las matemáticas, destacan:

- Isaac Newton (1642 - 1727), el cual fue uno de los científicos mas destacados de la historia en general, entre sus aportaciones tenemos el conocido "Binomio de Newton"
- Gottfried Leibniz, quien aporta una fórmula en serie que permite calcular π (pi).
- Euler, considerado el maestro de los matemáticos contribuyo en varios aspectos matemáticos y sobretodo con sucesiones y series.
- Cauchy, destacó en análisis matemático, también investigó la convergencia y divergencia de series infinitas, ecuaciones diferenciales, determinantes, probabilidad y física matemática. Uno de los exponentes reconocidos en el Cálculo.



APRENDAMOS

1789

EDAD CONTEMPORANEA



- Joseph Fourier (1768 -1830), destaca con las series que llevan su nombre y son una representación de la función como una serie de senos y cosenos.



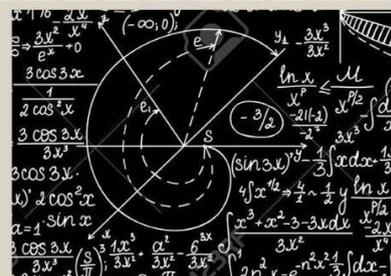
- Gauss, que desde temprana edad destaca con su conocimiento y habilidades matemáticas, a los 7 años consigue resolver el problema de la suma de los 100 primeros términos estableciendo una relación simétrica en la progresión aritmética presentada por su profesor.



- Con Stolz, matemático Austriaco reconocido por su trabajo en analisis matemático e infinitesimal de sucesiones.
- (Ortega, 2012)



- Todos los exponentes de esta época fueron una parte importante del estudio de la sucesión y sobretodo son hoy en día los principales referentes dentro del cálculo y todas sus ramas posteriores y de mayor complejidad.



APRENDAMOS

EN CONTEXTO

Una de las mayores y más evidentes muestras de sucesiones está en la naturaleza, dentro de la Universidad de Cuenca encontramos muchas plantas y sobretodo flores que son un ejemplo claro de la sucesión de Fibonacci en relación con el número áureo, tal como lo vimos en el vídeo de introducción.

Realicemos la siguiente actividad de campo



Las fotos que se muestran a continuación fueron tomadas dentro de la institución, como reto, busca todas las plantas presentadas y toma tus propias fotos. Podrás compartir tus fotos en la siguiente carpeta de Drive.



APLIQUEMOS LO APRENDIDO

Actividad 2

En el siguiente link podrá encontrar la actividad virtual en DESMOS
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/64961f616aa08fdc2dd84d0a?lang=es>



2.1. Verdadero o Falso. ¿Podemos encontrar matemáticas en la arquitectura?

- a) Verdadero
- b) Falso

2.2. Verdadero o Falso. El inicio de las sucesiones es definitivamente en Babilonia

- a) Verdadero
- b) Falso

2.3. Seleccione una opción. El papiro Amhes corresponde a:



- Babilonia
- Antiguo Egipto
- La antigua India
- La antigua Grecia
- Arquímedes
- La Edad Media

2.4. Seleccione una opción. Expone la introducción a los números de Fibonacci



- Fibonacci
- Pignala
- Arquímedes
- Newton
- Cauchy

APLIQUEMOS LO APRENDIDO

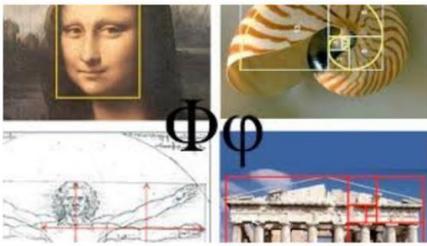
2.5. Hable sobre Fibbonci y algunos de sus principales avances en sucesiones



2.6. La siguiente imagen corresponde a la Sucesión de Fibonacci, calcule el siguiente término de la sucesión.

a) Verdadero
b) Falso

2.7. Seleccione cuales de los siguientes valores corresponden al número áureo.



(Seleccione todas las respuestas que correspondan).

- 1.618034...
- 3.1416...
- 1.8765...
- $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
- Ninguna de las anteriores

2.8. Seleccione los exponentes que corresponden a la Edad Contemporánea.



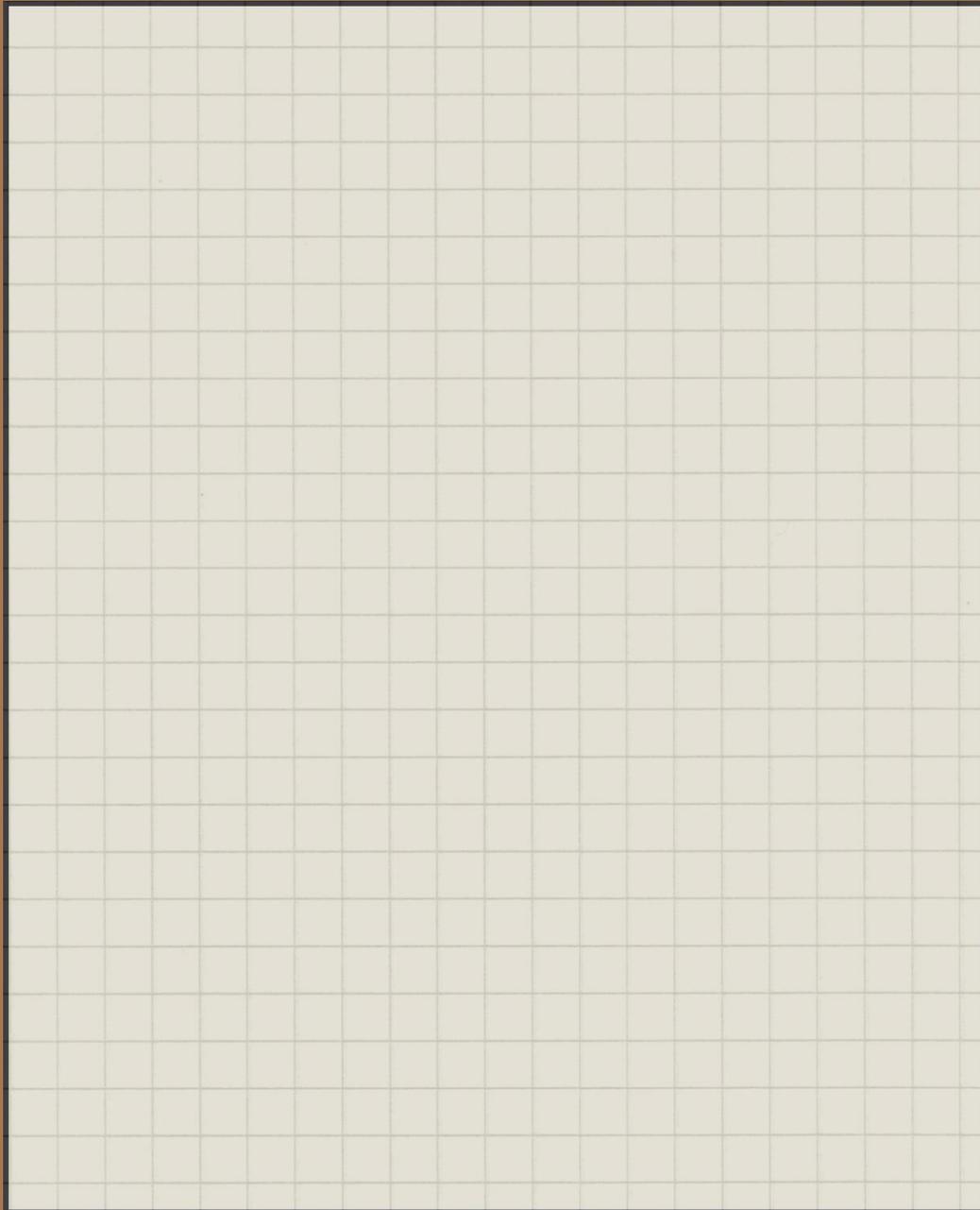
(Seleccione todas las respuestas que correspondan).

- Newton
- Fibonacci
- Euler
- Bhaskara
- Pignala
- Gauss
- Fourier

PONGÁMOSLO A PRUEBA

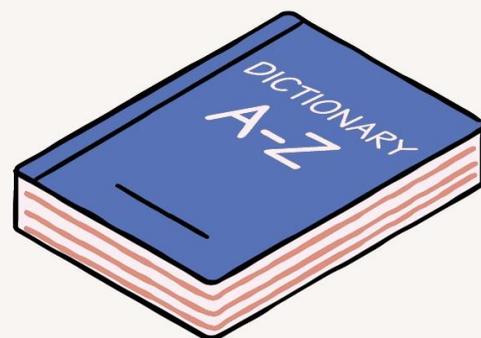
ACTIVIDAD 3

3.1. REALIZAR UN CUADRO SINÓPTICO QUE RESUMA TODA LA CLASE 5

A large rectangular area filled with a light gray grid pattern, intended for drawing a synoptic chart. The grid consists of small squares, approximately 20 columns wide and 30 rows high.

Glosario

- **Sucesión:** 6. f. Mat. **Conjunto ordenado de términos que cumplen una ley determinada.** *Sucesión convergente* 1. f. Mat. *sucesión que tiende a un límite.* *Sucesión divergente* 1. f. Mat. *sucesión que no tiende a un límite.*
- **Tics:** **Tecnologías de Información y Comunicación**
- **Aprendizaje:** 1. m. **Acción y efecto de aprender algún arte, oficio u otra cosa.** 2. m. *Tiempo que se emplea en el aprendizaje.* 3. m. *Psicol. Adquisición por la práctica de una conducta duradera.*
- **Función:** 11. f. Mat. **Relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento del primero un elemento del segundo.**
- **Límite:** 5. m. Mat. **En una secuencia infinita de magnitudes, magnitud fija a la que se aproximan cada vez más los términos de la secuencia. Así, la secuencia de los números $2n/(n+1)$, siendo n la serie de los números naturales, tiene como límite el número 2.**
- *(Real Academia Española, 2023)*





Bibliografía

Cuenca, L. (03 de Septiembre de 2019). Genially. Obtenido de Genially: <https://view.genial.ly/5d6ea2226e51fb0fe24b2859/horizontal-infographic-review-seriessucesiones>

Walt Disney [MatemáticasTV]. (2016 Enero 13). El Pato Donald en el país de las matemáticas (español latino). [Video]. Recuperado de <https://youtu.be/JOkVfu2FxpA>

Moreno, V., Ramirez, M. E., Oliva, C., Moreno, E., & otros. (26 de Mayo de 2023). [buscabiografias.com](https://www.buscabiografias.com). Obtenido de [buscabiografias.com](https://www.buscabiografias.com): <https://www.buscabiografias.com/biografia/verDetalle/2139/Carl%20Gauss%20-%20Carl%20Friedrich%20Gauss>

Ortega, P. M. (2012). Unidad didáctica. Sucesiones matemáticas. Progresiones ariméticas y geométricas. 86.

Real Academia Española. (2022). Real Academia Española. Obtenido de Real Academia Española: <https://dle.rae.es/>

Vargas, C. M. (2015). Sucesión de Fibonacci y el número áureo. 25-30. Obtenido de https://www.google.com/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=0CAIQw7AJahcKEwjI1ZG4IPX_AhUAAAHQAAAAAQAg&url=http%3A%2F%2Fmatesup.cl%2Fportal%2Frevista%2F2003%2F4&psig=AOvVaw1HO5JIbuOWHKHFNG4E7Nui&ust=1688563763227557&opi=89978449

Conclusiones

En conclusión, la matemática es una ciencia compleja que abarca diversos temas, los cuales sin duda conectan sus conocimientos con el fin de lograr otros más complejos. Ahora bien, dentro del tema de sucesiones es importante resaltar su correcto aprendizaje sin dejar de lado su relación con lo variacional, esto debido a que es fundamental dentro de apartados como el Cálculo.

En síntesis, tras haber elaborado y realizado tanto la evaluación diagnóstica como la encuesta enfocadas en las sucesiones con el apoyo de las Tics, aplicada a los estudiantes de primer y segundo ciclo de la carrera de la Pedagogía de las ciencias experimentales – Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, se ha concluido en la necesidad de desarrollar un instrumento como recurso para el estudiante que en su mayoría no cuenta con los conocimientos necesarios para adentrarse al mundo del Cálculo, por lo cual, se ha elaborado la “Guía didáctica para el aprendizaje de sucesiones con el apoyo de las Tics”, en base a los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica y la encuesta realizadas, donde se evidencia la falta de conocimientos por parte de los estudiantes, además de la importancia de las herramientas tecnológicas en el proceso de aprendizaje, que les permiten salir de la monotonía del modelo tradicional que se lleva en el aula de clases, propiciando así un aprendizaje significativo para el estudiante.

Por último, la investigación realizada con base en el aprendizaje, se ha realizado una “Guía didáctica para el aprendizaje de sucesiones con el apoyo de las Tics”, siendo una propuesta dirigida al estudiante, por medio de las herramientas tecnológicas como: GeoGebra, Desmos, Khan Academy que están al alcance de los estudiantes, debido a su gratuidad y a las opciones que tiene para el usuario, así pues, se ha planteado diferentes actividades como: Diccionario virtual, lluvia de ideas, mapa mental, ejemplos y ejercicios contextualizados, tablas de datos, actividades en Khan Academy, GeoGebra, Desmos; siendo actividades que le permite al estudiante ir construyendo o reforzando sus conocimientos y aplicarlo en cualquier momento, haciendo uso así de los diferentes recursos tecnológicos que tienen los estudiantes para mejorar su proceso de aprendizaje. Tomando como base la metodología constructivista que le permite al estudiante construir sus propios conocimientos, mismos que con el apoyo de las Tics le permiten llegar a obtener un aprendizaje significativo e ir cumpliendo con los objetivos planteados, reforzando así sus sapiencias cada clase.

Recomendaciones

Sabiendo que la presente propuesta ha analizado como se presenta el tema de sucesiones dentro del currículo, se recomienda que, si bien no se relaciona de manera abierta con el precálculo, se tome en consideración que este enfoque ayudará a mejorar el entendimiento de los estudiantes, sin dejar de lado que se analizó que la presente propuesta analizó el nivel de comprensión con la que los estudiantes entran a la educación superior.

Así también, es importante mencionar que el uso de Tics cada vez es más necesario dentro del aula y sobre todo en el aprendizaje de cada tema de estudio, por ello hay que enfatizar que, si bien los estudiantes saben utilizar la tecnología, esta no solo debe ser usada para el ocio, sino que de igual forma se debe incluir dentro del estudio, aplicando herramientas tecnológicas pertinentes de acuerdo nivel de conocimientos.

Finalmente, al haber analizado el Precálculo, hay que enfatizar su importancia dentro del estudio de materias posteriores, ya que este brinda bases importantes que muchas veces se obvian cuando se imparten los conocimientos en las aulas y así como se realizó el análisis en el tema de sucesiones, también podemos analizar otros temas que de igual forma son parte de los problemas más significativos dentro del aprendizaje matemático.

Referencias

- Bravo, G. F. (2020). Dificultades que enfrentan los nuevos estudiantes universitarios en Matemática. *INNOVA Research Journal*, 1-13.
- Delgado, P. M. (2013). Un problema con la concepción de la continuidad de una función. *El Cálculo y su enseñanza*, 27-44.
- Desmos Studio. (2023). Acerca de nosotros. *Acerca de Desmos Studio*. Obtenido de <https://www.desmos.com/about?lang=es>
- Díaz, P. C., García, S. J., García, M. J., & Pacheco, S. I. (2014). Dificultades de aprendizaje en las matemáticas, prevención y actuación. En P. C. Díaz, S. J. García, M. J. García, & S. I. Pacheco. Piramide.
- Educación3.0. (s.f.). *Educación 3.0*. Recuperado el 24 de Enero de 2023, de Educación 3.0: <https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/recursos-matematicas-secundaria/>
- Garcés, C. L., Montaluísa, V. Á., & Salas, J. E. (2018). El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje. *Revista Anales*, 1(376), 231-248.
- García, B. A., Angarita, C. J., & Velandia, M. C. (2013). Implicaciones pedagógicas del uso de las TICs. *Implicaciones pedagógicas del uso de las TICs*, 12, 36-56. Bogotá, Colombia: Revista de Tecnología | Journal Technology.
- García, Z. V., Espino, F. G., & Olvera, C. B. (2017). Sucesiones numericas: Una estrategia para su aprendizaje. En Z. V. Garcia, F. G. Espino, & C. B. Olvera, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 606-614). México, DF.
- Granda, C. C. (2016). Características del docente constructivista según la teoría de Ausubel en el aprendizaje integral de niños y niñas en educación inicial. *Características del docente constructivista según la teoría de Ausubel en el aprendizaje integral de niños y niñas en educación inicial*. Machala, El Oro, Ecuador: Machala : Universidad Técnica de Machala. Obtenido de <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/48000/9095>
- Jiménez, G. J., & Jiménez, I. S. (Junio de 2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas*, 7, 1-17. Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad.
- León, J. C. (2021). *Precálculo*. México: Grupo Editorial Patria.
- López, R. D., & Sigüenza, C. F. (8 de Septiembre de 2022). Propuesta Metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de derivadas en las funciones trascendentes. *Propuesta Metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de derivadas en las funciones trascendentes*. Cuenca, Azuay, Ecuador.
- Maplesoft. (2023). Obtenido de <https://www.maplesoft.com/products/maple/math-suite-education/index.aspx>

- Martínez, C. P., Pérez, C. J., & Martínez, J. M. (2016). Las TICs y el entorno virtual para la tutoría Universitaria. *Las TICs y el entorno virtual para la tutoría Universitaria*, 287-310. (E. XX, Ed.)
- Meneses, E. M., & Peñaloza, G. D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*, 7-25. Recuperado el 25 de 04 de 2023, de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442019000200008
- Ministerio de educación. (1 de Marzo de 2016). Currículo de los niveles de educación obligatoria. *Introducción Matemáticas*, 218-240. Quito, Ecuador.
- Ministerio de Educación. (1 de Marzo de 2016). Currículo de niveles de educación obligatoria. *Currículo de niveles de educación obligatoria*, 3-39. Quito, Ecuador. Obtenido de www.educacion.gob.ec
- Ministerio de Educación. (2019). Lineamientos para la construcción de la Propuesta Pedagógica. *Lineamientos para la construcción de la Propuesta Pedagógica*. Quito, Ecuador. Obtenido de www.educacion.gob.ec
- Miranda, N. Y. (2022). Aprendizaje significativo desde la praxis educativa constructivista. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, 78-87.
- REAL ACADEMIA ESPAÑOLA. (s.f.). Diccionario de la lengua española. 23. Recuperado el 23 de Enero de 2023, de <https://dle.rae.es>
- Rengifo, O. S. (2017). Las corrientes pedagógicas y los desafíos de la educación. *ORADORES ISSN*, 49-59.
- Villagrán, M. A., Mendizábal, E. A., & Navarro, J. I. (2013). Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). Estado del arte. *Revista de psicología y educación*, 13 - 42.

Anexos

Anexo A: Prueba diagnóstica

UNIVERSIDAD DE CUENCA FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – CARRERA DE CIENCIAS EXPERIMENTALES – MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Objetivo: Indagar sobre el conocimiento de sucesiones y su relación con el aprendizaje del estudiante para su posterior aplicación dentro del área de aprendizaje de las matemáticas.

Instrucciones: Lea atentamente las siguientes preguntas y marque con una “X” el casillero de las respuestas correctas de acuerdo a lo que usted ha aprendido.

Tema: Sucesiones numéricas.

Nivel que se encuentra cursando:

1.-Seleccione la palabra que no se relacione con sucesiones numéricas.

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Secuencia | <input type="checkbox"/> Patrones | <input type="checkbox"/> Creciente |
| <input type="checkbox"/> Serie | <input type="checkbox"/> Desorden | |

2.-Seleccione los tipos de sucesiones que conoce y coloque un ejemplo.

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Finita _____ | <input type="checkbox"/> Constante _____ |
| <input type="checkbox"/> Aritmética _____ | <input type="checkbox"/> Creciente _____ |
| <input type="checkbox"/> Infinita _____ | <input type="checkbox"/> Decreciente _____ |
| <input type="checkbox"/> Geométrica _____ | <input type="checkbox"/> Otros _____ |

3.- ¿Cómo se le conoce al término o componente que nos permite conocer (por operaciones matemáticas) cualquier otro término de la sucesión? (una respuesta)

- | | | |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> Término inicial | <input type="checkbox"/> Término general | <input type="checkbox"/> Término respuesta |
| <input type="checkbox"/> Término objetivo | <input type="checkbox"/> Término réplica | |

4.- En las siguientes sucesiones identifique si son aritméticas o geométricas y halle su diferencia o razón

- a) 4,12,36,108, ... _____
- b) 7,21,35,49, ... _____

5.- Resuelva el siguiente ejercicio

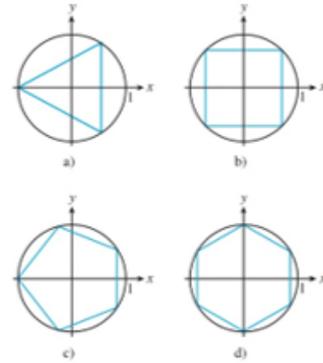
- a) Reconocer el tipo de sucesión
- b) Hallar los primeros 3 términos
- c) Encuentre el 100-ésimo término de la siguiente sucesión
- $$a_n = 5 + (n + 1)3$$

Tipo de sucesión:

Solución

6.-Resuelva la siguiente sucesión.

En la siguiente sucesión de diagramas, en un círculo unitario están inscritos polígonos regulares que tienen al menos un lado perpendicular al eje "x" positivo.



- a) Encuentre el perímetro de cada polígono de la sucesión está dado por: $a_n = 2n \text{ sen } (\pi/n)$, donde "n" es el número de lados en el polígono. (Utilizar en radianes)
- b) Obtenga el valor de a_n para "n" 10, 100, 1000, 10000. ¿Qué conclusión puede sacar?

7.- ¿Una sucesión puede ser expresada como una función?

- Si No

8.- ¿Se puede calcular el límite de una función a través de una sucesión?

- Si No

9.- ¿Se puede graficar una sucesión?

- Si No

10.- ¿Con qué nombre se le conoce a la siguiente sucesión: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...?



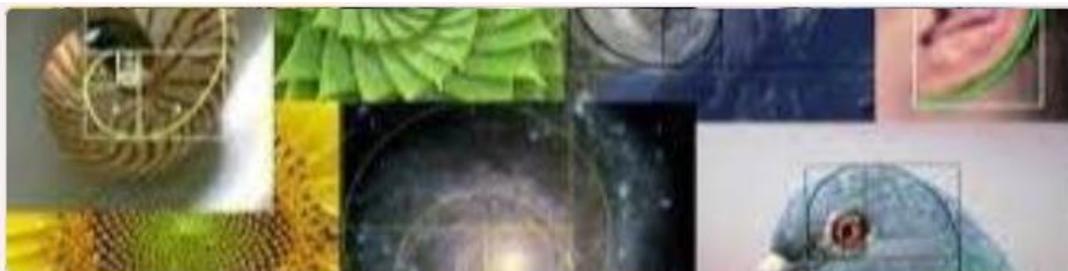
11.- ¿Qué sucede si sumamos de manera indefinida los términos de una sucesión?

12.- ¿Con qué símbolo matemático se puede expresar la adición de varios términos de una sucesión? (una respuesta)

- ∫ Σ ∂y/∂x Δ +

13.- Coloque un ejemplo de sucesión dentro de nuestro entorno.

Anexo B: Encuesta



Cuestionario sobre Sucesiones

Esta herramienta es de uso plenamente catedrático y confidencial.

La siguiente encuesta tiene como fin analizar su experiencia en el aprendizaje de el tema de sucesiones y captar su opinión sobre el uso de ciertas herramientas o Tics para el aprendizaje.

¿Dentro de sus estudios de EGB ó BGU su docente le presentó el tema "sucesiones numéricas"? *

SI

NO

Quando su docente le presentó el tema de sucesiones ¿Qué tipo de recursos utilizó? *

Pizarra

Geogebra

Libro de la Materia

Desmos

Videos

Diapositivas

Otra...

Califique la calidad de enseñanza de su docente en el tema "sucesiones numéricas" *

Donde 0 es nada satisfactoria y 5 es completamente satisfactoria.

1

2

3

4

5

NADA SATISFACTORIA

COMPLETAMENTE SATISFACTORIA

¿Conoce alguna de las siguientes herramientas presentadas? *

- Geogebra
- Desmos
- Khan Academy
- Maple
- WolframAlpha

En la siguiente escala identifique la importancia de el uso de la tecnología para el aprendizaje significativo *

	1	2	3	4	5	
NADA IMPORTANTE	<input type="radio"/>	MUY IMPORTANTE				

¿Qué herramienta recomendaría para un optimo aprendizaje de sucesiones numéricas? ¿Por que? *

Texto de respuesta larga
