Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Sistemas de ecuaciones lineales: Propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la Teoría de Situaciones Didácticas

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Autor:

Paola Viviana Mejía González

Director:

Tatiana Gabriela Quezada Matute

ORCID: 0000-0003-2730-9342

Cuenca, Ecuador

2023-08-31

Resumen

El área de matemática es percibida, según la realidad ecuatoriana, como una asignatura compleja y comprendida únicamente por mentes privilegiadas. Por consecuencia, es notable que los estudiantes recurran a métodos poco factibles como la memorización, por ejemplo, de procesos, fórmulas, resoluciones, etc., como una salida rápida para la aprobación de la materia.

Por tal motivo, el presente trabajo de integración tiene por objetivo desarrollar una propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables mediante la estrategia de Teoría de Situaciones Didácticas, implementada por Guy Brousseau. Con ello, se busca el diseño de una estrategia alternativa de enseñanza que pueda emplear el docente para que el aprendiz interactúe de manera activa y dinámica en la construcción de su propio conocimiento.

Palabras clave: Teoría de Situaciones Didácticas, sistemas de ecuaciones lineales, enseñanza, propuesta didáctica, innovación

Abstract

The area of mathematics is perceived, according to the Ecuadorian reality, as a complex subject and understood only by privileged minds. Consequently, it is remarkable that student's resort to methods that are not very feasible, such as memorization, for example, of processes, formulas, resolutions, etc., as a quick way to pass the subject.

For this reason, the present integration work aims to develop a didactic proposal for teaching the methods of solving systems of linear equations with two variables through the strategy of Didactic Situations Theory, implemented by Guy Brousseau. With this, we seek to design an alternative teaching strategy that can be used by the teacher so that the learner interacts actively and dynamically in the construction of his own knowledge.

Keywords: Theory of Didactic Situations, systems of linear equations, teaching, didactic proposal, innovation

Índice de contenidos

Índice de figuras

Índice de tablas

Índice de anexos

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi madre, por ser ella quien me mostró desde pequeña la hermosa vocación de ser docente. A mi padre, por ser mi más grande ejemplo de responsabilidad y esfuerzo. A mi hermana Cecilia, porque su apoyo representa para mí la fortaleza que un día ella me enseñó que llevo en el corazón. A mi hermano Santiago, que desde pequeña me enseñó el valor de la perseverancia.

A mi ángel en el cielo, a usted mi Dianita, mi segunda madre.

Finalmente, dedico este trabajo a mi persona de dieciocho años que, con miedos y dudas, emprendió un viaje a lo desconocido y hoy, con el corazón lleno de gratas y amargas experiencias, cumple su sueño que nació en un aula de clases y que, de forma poética, regresa a una, ahora de manera diferente.

Agradecimiento

"Ella lo ha hecho todo" - San Juan Bosco.

Cuando me detuve a pensar en las palabras que escribiré a continuación, usted vino a mi mente, Madre Auxiliadora. En usted encontré la fortaleza que hoy me condujo hasta el final de esta etapa en mi vida. Hoy le agradezco por no soltar mi mano en todo el trayecto, por ser mi guía en los momentos de adversidad y por permitirme compartir este logro con los seres que amo.

Agradezco a mis padres, Tomás y Mónica, quienes fueron mi motor para seguir adelante en cada una de las dificultades presentes en esta etapa de mi vida. A mis hermanos, Santiago y Cecilia, quienes son mis modelos a seguir y gracias a su apoyo incondicional, hoy ven a su hermana pequeña cumplir su sueño. A mis abuelos, Cirio y Clara, que jamás perdieron la oportunidad de invitarme a un viaje corto a Guayaquil para que me distrajera de mis actividades. A mi tío Xavier, por su preocupación y sus sabios consejos. De forma especial a usted, mi Dianita, quien me vio comenzar esta travesía de ser docente y ahora, desde el cielo me da su bendición.

Agradezco a cada uno de mis docentes que, con sus innumerables anécdotas, me enseñaron que la vida te exige ser un buen profesional, pero sobre todas las cosas, a ser un buen ser humano. De forma especial a la Mgs. Tatiana Quezada, que con su paciencia y consejos me permitieron llevar a cabo este trabajo de titulación y a la Ing. Andreita Maruri, por ser aquella maestra que confió en mi mucho antes de tomar este camino y me enseñó que toda persona posee en su interior el potencial para llegar a ser alguien exitoso.

A mis amigas del colegio, porque su amistad es el regalo más bonito que María Auxiliadora me pudo otorgar.

A usted, que con su apoyo incondicional pude seguir creyendo en mí, y a pesar de que me decía que lo iba a lograr sola, sinceramente esta aventura fue mucho más bonita a su lado.

Gracias a todas aquellas personas que fueron parte de este viaje.

Paola

Introducción

En el presente trabajo de integración curricular se propone una estrategia didáctica alternativa para la enseñanza basada en la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, como parte del trabajo en el aula. Además, tiene como objetivo la elaboración de una propuesta innovadora dirigida al docente en la cual se incorporan diversas situaciones didácticas, en donde se establezcan casos para la resolución de problemas contextualizados relacionados con el tema de sistemas de ecuaciones lineales. Debido a que, al momento de enseñar por parte del profesorado este tema, no se evidencia una asimilación de conocimientos en los estudiantes de forma adecuada en la resolución de ejercicios relacionados con este objeto matemático.

Asimismo, se pretende ofrecer alternativas de soluciones a las posibles dificultades presentes en los estudiantes al momento de analizar este tema del álgebra lineal. El trabajo de integración curricular se estructura en tres capítulos: fundamentación teórica, aplicación de diversas técnicas de investigación para respaldar la propuesta y, por último, la presentación de la propuesta en sí.

En el capítulo I: Fundamentación teórica, se desarrolla el soporte conceptual, por medio de la recopilación de información y revisión bibliográfica en: buscadores académicos, revisas indexadas, libros, entre otros, con énfasis en las situaciones didácticas, sus conceptos y procesos, a fin de otorgar las bases para la elaboración del marco teórico del tema a tratar.

En el capítulo II: Metodología y Resultados, dicha investigación se sustenta en una metodología mixta. En la cual, se emplean tres técnicas de investigación: entrevistas, encuesta y prueba de ejecución, para el diagnóstico de las dificultades de aprendizaje que poseen los estudiantes, acerca de del tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Acto seguido, se realiza la tabulación e interpretación de los datos obtenidos para así extraer ideas sobre: estrategias, recursos y temas fundamentales, que formarán parte de la guía didáctica.

En el capítulo III: Propuesta, se diseña una guía didáctica con ayuda de la Teoría de Situaciones Didácticas, dirigida a los docentes que contendrá cuatro situaciones didácticas que abordarán los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, en base a la información obtenida por las tres técnicas de investigación del capítulo previo.

CAPÍTULO I: Fundamentación teórica

1.1. Problemática de la enseñanza del Sistemas de Ecuaciones Lineales

Actualmente, se evidencian cambios significativos en el área de la enseñanza de las matemáticas debido a la influencia de la tecnología, de las nuevas estrategias didácticas y el fenómeno de la contextualización de problemas a resolver por parte del estudiante. Sin embargo, aún existen elementos que se resisten a este paso del tiempo y generan dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se da en las aulas de clase. Se presentan dos factores principales que esquematizan la problemática en materia de enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: el primero, es enfatizar el recurrente uso de la metodología tradicionalista y, el segundo, la escasa innovación de las actividades desarrolladas en las aulas de clase, al momento de enseñar los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

Por un lado, la vía de apoyo para el docente que se da durante el proceso de enseñanza en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales son las estrategias metodológicas. Dichas componentes establecen un soporte pedagógico que maximiza la eficiencia del proceso y participa como un complemento didáctico que es adaptable a las particularidades de los estudiantes. Por ende, es de prioridad la necesidad de su desarrollo en los diversos temas de estudio y a su vez, sirve como un medio eficaz de motivación para el estudiante, debido a que estimula su interés frente a conocimientos frescos, brindando una mayor dinámica a las clases y elevando la calidad de la educación.

Sin embargo, las estrategias metodológicas tradicionales sumado al conjunto de actividades que inducen únicamente a la memorización y repetición sistemática de contenidos, representan la principal fuente de dificultades para la comprensión y resolución de problemas en los que intervienen sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Según Guanopatín (2021) en la investigación titulada Estrategias metodológicas en la resolución de sistema de ecuaciones lineales en los procesos de enseñanza – aprendizaje, de la Universidad Técnica de Ambato, señala que las estrategias metodológicas empleadas por el docente para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales no son las idóneas, conduce a la memorización de conceptos como única vía de aprobación; además, dicha metodología pasa por alto la reflexión que el estudiante debe hacer para llevar a cabo los procedimientos de resolución y se enseña únicamente procesos de manera mecánica, dando como resultado el bajo interés que los aprendices muestran sobre la asignatura de matemáticas.

Así también, Marin y Romero (2018) en el artículo titulado Concepción de los estudiantes sobre las estrategias empleadas por los docentes para la enseñanza de los contenidos del Módulo de Álgebra Lineal, manifiestan que, para que se dé lugar a la efectividad en las estrategias del docente, debe existir de manera inmediata variaciones en los modelos de enseñanza que se aplican durante la impartición de conocimientos algebraicos, debido a que los métodos utilizados actualmente no están en sincronía a los intereses y necesidades de los estudiantes. Asimismo, se expresa que un limitante para enseñar matemáticas es el uso solo del pizarrón o la reproducción de ejercicios guía sin contexto, al igual que los estudiantes son examinados de forma única por evaluaciones sumativas con problemas similares a los expuestos por el docente, sin desarrollar un proceso de reflexión y crítica. Todo lo mencionado anteriormente, evidencia que el docente aplica técnicas y estrategias de una metodología tradicional, restringiéndose de este modo a nuevos enfoques didácticos y como consecuencia, puede generar un ausentismo en las prácticas contemporáneas de enseñanza.

En lo que atañe a la planificación de actividades para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales, el docente debe ser capaz de emplear métodos de índole innovador que incentive la motivación en los alumnos para aprender temas relacionados a matemáticas, por lo tanto, se espera que programe actividades lúdicas con el propósito de alcanzar habilidades como: creatividad en resolución de ejercicios, análisis de información relevante para la concesión de objetivos y desarrollo de criterio para dar juicios de valor, todo ello para dar pleno uso de una educación de calidad.

Aun así, se evidencia que dichos trabajos planificados por el docente y que deben cumplir con la característica de ser innovadores, no se concretan dentro del aula de clases. Asimismo, un estudio realizado en el año 2018, en el apartado de hallazgos, se observa la notoria falta de métodos novedosos para el proceso de enseñanza de contenidos abarcados por el Módulo de Álgebra Lineal y a su vez, la desvinculación con contextos de la vida real que brinden un razonamiento significativo y utilidad práctica al conocimiento que el estudiante se encuentra aprendiendo. Todo ello, se debe a una causa que la misma investigación determina y se trata de la deficiencia en la formación del docente en materia de estrategias innovadoras que restringe el desarrollo cognitivo del aprendiz en la unidad curricular de matemáticas (Marin y Romero, 2018). Así como se menciona con anterioridad, la enseñanza memorística y mecánica de los saberes algebraicos hace que no se dé la debida importancia en conocer aquellas estrategias que benefician a un aprendizaje significativo.

Además, Mafla (2022) en los resultados obtenidos en el trabajo titulado Utilización de herramientas didácticas en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales en primer año de bachillerato en la U.E. Atahualpa resalta que, al momento de aprender los diferentes métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, los estudiantes presentan dificultades de comprensión y asimilación de los procesos a seguir para su correcta resolución, se destaca que el docente encargado de impartir la temática emplea una didáctica tradicional para la enseñanza, sin variación de metodologías o estrategias para dictar la misma. Por lo tanto, el autor manifiesta que, con base a los resultados recabados, la necesidad inmediata de brindar a los docentes herramientas didácticas de carácter novedoso para su uso como un recurso llamativo de aprendizaje, y de esta manera evitar que los maestros caigan en las formas tradicionales de enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Otro factor que se evidencia, es en los estudiantes, mismos que no poseen disciplina para desarrollar los trabajos de forma independiente y, a su vez, la resistencia del docente al delegar la responsabilidad de aprendizaje autónomo como una estrategia de enseñanza. Las exigencias presentes en el sistema educativo ecuatoriano y a nivel mundial demandan la potencialización del pensamiento reflexivo, consciente y crítico de los estudiantes para ejercer sus futuras profesiones en el marco de la autonomía del desarrollo de competencias requeridas para alcanzar la excelencia. No obstante, la realidad que se evidencia dentro de las aulas de clase es completamente ajena a lo buscado por el sistema educativo nacional e internacional debido a que, el docente aún se considera como el único actor del proceso educativo y percibe confianza en sus prácticas pedagógicas tradicionales, generando resultados adversos a los propuestos (Pamplona, Cuesta y Cano, 2019).

El desarrollo del pensamiento que se debe fomentar en las instituciones educativas no siempre es favorable, debido a que se centra en una enseñanza caracterizada por dictar los contenidos conceptuales y/o procedimentales, de esta forma, el estudiante aprende de manera mecánica y no es capaz de dar una respuesta contextualizada. Esto conlleva a la revisión de puntos importantes que los docentes de matemáticas no observan con detenimiento, en particular las acciones que realiza el profesorado durante el proceso de enseñanza que desemboca a la inconsistencia entre lo visto en clase con los hechos del mundo real.

1.2. Teoría de Situaciones Didácticas

En la década de los sesenta, Guy Brousseau, integrante de la escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas es el creador intelectual de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la cual es reconocida a nivel educativo por relacionar diversas interacciones que el estudiante pueda sostener con el medio de enseñanza y aprendizaje. Por lo anterior, Figueroa (2013) sostiene que, en la TSD, el componente de enseñanza es un proceso focalizado en la obtención de los saberes matemáticos. Además, esta teoría busca comprender los procesos de comunicación y reconstrucción de conocimientos en el sistema didáctico. Tal como lo mencionan Espinoza y Campillay (2011), en Latinoamérica la teoría es considerada como una referencia para la elaboración de textos, manuales de estudio y para la formación inicial y continua del profesorado.

De hecho, para el docente es importante aplicar diversos métodos, recursos y estrategias de formación durante el proceso de enseñanza de las matemáticas, puesto que posibilita la solución de las diversas dificultades que los aprendices puedan manifestar y, especialmente, que los mismos adquieran un aprendizaje significativo durante su formación. Debido a que, cada estudiante posee formas partículas de aprendizaje, las estrategias innovadoras aportan en dos temas fundamentales: la comprensión del tema y una nueva manera de adquisición del conocimiento. Con el objetivo de que el docente cumpla con este proceso se plantea las situaciones didácticas, sostenidas por la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau.

Para entender de mejor manera la TSD y la forma en cómo se encuentran estructuradas las situaciones didácticas debemos tomar en cuenta que, para Brousseau, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es de suma importancia las preguntas y actividades presentadas al aprendiz y que son formuladas por el cuerpo docente. Asimismo, la introducción a nuevos conocimientos mediante las múltiples operaciones intelectuales como, por ejemplo: identificar elementos, buscar y analizar información, deducir situaciones y explicar fenómenos, razonar, demostrar, entre otras. Bajo estas características, el docente debe presentar a sus estudiantes situaciones matemáticas reales que los mismos puedan vivir, y que provoquen el surgimiento de legítimos problemas matemáticos.

Visto que, al tomar la TSD combinada con una perspectiva constructivista de Piaget, dicha teoría hace hincapié en proponer actividades secuenciadas a los estudiantes. Estas actividades permiten fomentar el aprendizaje significativo debido a que se encuentran relacionadas con la cotidianidad y, a su vez, promueven y alientan llevar a la práctica diversas acciones para alcanzar la adquisición y construcción del conocimiento. Se destaca que el rol del docente, quien es el programador y desarrollador de las situaciones didácticas, es de gran relevancia durante este proceso de enseñanza debido a que será un guía para el estudiante (Larriva y Torres, 2019). Con referencia a lo anterior Figueroa (2013), afirma que la TSD proporciona la facilidad de diseñar y explorar un grupo de secuencias de clase, creado por el docente, con la finalidad de situar de un medio para llevar a cabo la instrucción y aprendizaje de nuevos saberes.

Dentro de la TSD, se concibe la matemática como un espacio de solución a problemas que concluyen en el desarrollo de saberes matemáticos beneficiosos tanto para resolverlos como a la inducción del acto reflexivo de los mismos. Asimismo, la TSD se trata de un enfoque sistémico que conduce a ejecutar y a comprender sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje que se llevan a cabo dentro de una organización conformado por: docentes, estudiantes, conocimiento matemático y el entorno donde se desarrollan las relaciones entre las partes (Barreiro et. al, 2012); como se muestra en la figura 1:

Figura 1: La situación didáctica.

Fuente: Autoría propia.

Por lo tanto, la teoría de situaciones didácticas tiene influencia tanto en cómo los estudiantes procesan los saberes de forma cognitiva y metacognitiva, así como en la consecución de los mismos, de esta manera, se evidencian respuestas efectivas durante el proceso de enseñanza (Guevara y Riveros, 2021). El aprendiz se manifiesta con libertad para en dicha condición, utilice su capacidad de razonamiento en situaciones correspondientes a experiencias anteriores. En virtud de lo cual, estas acciones se encuentran encaminadas a generar desequilibrios cognitivos que modifican esquemas previos del estudiante.

Para comprender la TSD se requiere, además de lo visto, tener claro los conceptos de: medio, situación, situación didáctica y situación a-didáctica:

a) **Medio:** Engloba todo material tangible o intangible disponible para el estudiante, sin embargo, el medio debe contener en su autonomía intenciones didácticas debido a que tiene el objetivo de causar nuevos aprendizajes. Asimismo, el medio es categorizado por abarcar recursos que el aprendiz puede utilizar para generar un aprendizaje nuevo, dentro de esto se incluye: el espacio, el docente, los materiales y, a su vez, la presencia o ausencia de un grupo de estudiantes.

b) **Situación:** Se denomina situación a “un modelo de interacción entre sujeto y medio determinado” (Brousseau, 2007, p.17).

c) **Situación didáctica:** Al respecto, Godino, Burgos y Wilhelmi (2020), proponen que las situaciones didácticas son un conjunto de interconexiones que su presentación puede ser de forma explícita y/o implícita ante tres elementos, el primero: un solo individuo o un grupo de estudiantes, el segundo: frente a algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el tercero: en presencia del profesor, con el objetivo de conceder al estudiantado un modo de aprender cierto conocimiento. Es decir, la interacción de los tres sujetos (estudiante, docente y medio) es fundamental para construir una situación didáctica dado que, se establece un medio de comunicación entre estos elementos, para afrontar problemas elaborados por el docente y adaptados a los saberes de los estudiantes.

d) **Situación a-didáctica:** Dicho por Guevara y Riveros (2021) “es una forma en la cual el maestro no trata de enseñar, pero finalmente enseña, diciéndolo de mejor manera, el maestro propone ejercicios, actividades, saberes previos, esto permite al estudiante desarrollar destrezas sin la guía intensiva del maestro” (p.28). Se destaca que durante la situación a-didáctica los actores serán únicamente el estudiante y el medio. Asimismo, el docente proporciona al alumnado problemas contextualizados que exigen habilidades cognitivas como: el razonamiento, la comprensión, el lenguaje, entre otros, donde se ven reflejadas las capacidades del estudiante en función de sus conocimientos previos y sin la participación directa o indirecta del profesor. En síntesis, significa el momento más determinante del aprendizaje, puesto que el éxito del estudiante en la resolución de los problemas o ejercicios recae en su propio mérito al conseguir sintetizar un conocimiento.

En síntesis, el docente moldea el entorno del estudiante para diseñar situaciones didácticas y con ello, se alcanza la utilización de diferentes métodos para avivar el interés por parte del estudiante. Al ser empleadas dichas situaciones, el docente de forma intencional provoca el aprendizaje del alumnado conduciéndolo a relacionarse con el entorno que ha creado.

1.2.1. Tipología

Brousseau (2007) menciona que, las acciones precedidas por los estudiantes pueden no revelar conocimientos uniformes con respecto al resto, es decir, el interactuar con su entorno puede generar variaciones de un momento a otro. Existen tres tipos de relaciones de un estudiante con el medio: la primera hace referencia a las acciones y decisiones, la segunda a mensajes o codificaciones y la tercera a intercambios de valor. Además, la capacidad con que el estudiante logre adaptarse al medio tiene correspondencia directa con la interacción del mismo con la situación, habiendo o no participación del docente. Ahora bien, desde la perspectiva de la TSD, el alumnado devela las propiedades de las situaciones didácticas al instante en que relacionan, siendo las interacciones una serie de decisiones. Dentro de la TSD, se destaca dos tipos de interacciones, que son:

1. Interacción entre: el aprendiz y un medio resistente.
2. Interacción entre: el aprendiz y el docente. Este último induce a propósito la primera.

La situación didáctica se encuentra organizada en cuatro fases: la situación problema o de acción, la situación de formulación en la que el aprendiz resuelve el problema planteado, la situación de validación en donde el aprendiz construye y reconstruye su desarrollo cognitivo (metacognición). Las tres primeras fases implican directamente al estudiante, no obstante, Brousseau plantea una cuarta fase, la situación de institucionalización, como parte de la labor docente en el cual se genere un proceso de reflexión entre pares y consigo mismo sobre experiencias dadas en la enseñanza del saber matemático, como se evidencia en la figura 2:

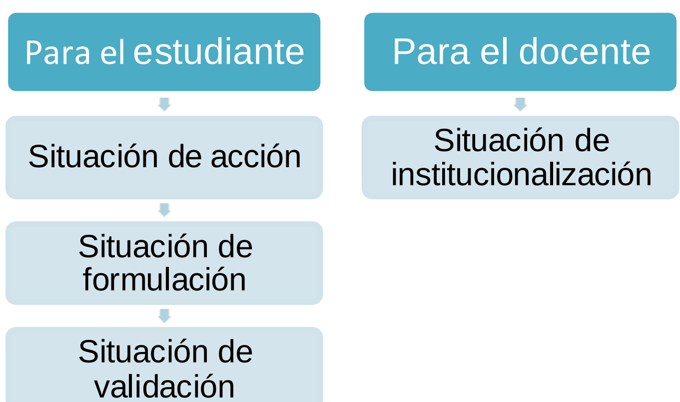


Figura 2: Fases de la situación didáctica.

Fuente: Autoría propia.

La TSD distingue cuatro tipos de situaciones: acción, formulación, validación e institucionalización. A continuación, se indica las principales características de cada una de ellas en la figura 3.

Figura 3: Dimensiones de las situaciones didácticas.

Adaptado de: (Brousseau, 2007; Barreiro et. al, 2012; Larriva y Torres, 2019)

1.2.2. El contrato didáctico

El contrato didáctico hace referencia a un modelo sistémico utilizado para analizar las relaciones existentes entre el docente, el estudiante y el saber dentro de una situación didáctica. Dicho término, empleado en la didáctica de la matemática e incorporado en la década de los ochenta por Guy Brousseau, permite la comprensión de la práctica docente sumergida en la realidad de las clases de matemáticas. En apoyo al análisis de las estrategias de enseñanza de la matemática, el contrato didáctico surge como un concepto importante para la didáctica en general, lo que conlleva a la explicación del por qué suceden ciertas situaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Collí, 2020).

Gracias a la definición que establece Guy Brousseau en 1978, el contrato didáctico es determinado como un conjunto de conductas del alumnado que son esperadas por el docente y como el conjunto de conductas del cuerpo docente que son previstas por el alumnado, proporcionando de esta manera, un cambio en la concepción de la didáctica de la matemática y ampliando el panorama sobre la complejidad de las relaciones didácticas (Brousseau, 2007). En cambio, D'Amore et. al (2018), mencionan que la didáctica naciente de la época se centraba únicamente en el análisis de las interacciones entre los actores del proceso de enseñanza y de aprendizaje, descuidando las características particulares de dicho proceso. Ahora bien, una ruptura del estructuralismo, favoreció una nueva mirada a la didáctica y con ello, al contrato didáctico dando paso a un enfoque enmarcado por la influencia de los juegos como situación de análisis y por la interacción en clases como puntos de estudio del fracaso o éxito en el aula.

Tal como lo menciona Veliz y Aguilar (2017), durante el proceso de enseñanza – aprendizaje se da lugar a un "contrato" establecido entre educadores y aprendices, que es el resultado del conjunto de reglas y pactos explícitos e implícitos que organizan las interacciones, comportamientos y relaciones entre profesores y estudiantes. Con el aparecimiento del contrato didáctico, dichas reglas implícitas pasan a un plano explícito y, asimismo, el control del docente por la autonomía del estudiante, dando paso a una "aula diversificada". Sin embargo, no hay que olvidar que posiblemente durante el desarrollo de la situación didáctica, el contrato didáctico podría presentar reestructuraciones y fracturas de sus normas (Barreiro et. al, 2012).

Tal como lo señala López (2020), el objetivo del contrato no es tratarlo de forma explícita, tampoco cuidar su oportuno funcionamiento, sino dar origen a los escenarios necesarios de ruptura para que los propios estudiantes se responsabilicen de su conocimiento. Una de las características importantes que engloba el contrato didáctico es que, a raíz de una situación didáctica no existe un único contrato, sino que éste puede ser múltiple debido a la necesidad que demanda las situaciones. A razón de que, la interacción social es consecuencia directa del proceso de enseñanza – aprendizaje – saber, debido a que no se escapa de las circunstancias que conceden el funcionamiento social y, por ende, el rompimiento que obliga a conceder nuevos contratos para normalizar la secuencia didáctica (Arboleda, 2012).

Bernard Sarrazy (como se citó en Arboleda, 2012), establece el origen del contracto didáctico en dos contextos: el primero enfocado en un contexto empírico; en el cual se menciona el caso Gael registrado por Brousseau, aquel hecho hace referencia a la falta de compromiso por parte del estudiante para adquirir su aprendizaje, es decir, el alumno hace todo lo posible para que el profesor piense como él. Y el segundo, se trata de un enfoque epistemológico. Sarrazy alude a la fractura con los modelos explicativos imperativos de la Sociología Educativa y, así, el factor aprendizaje en el contrato didáctico surge como una ruptura, obligando al uso de múltiples contratos para lograr la adquisición de conocimientos.

Se destaca que, al emplear un contrato didáctico dentro del aula de clases, favorece el desarrollo de la autonomía en los estudiantes. Los mismos que participan activamente en el proceso de aprendizaje, se fijan objetivos en función de actividades que permitan potencializar la toma de decisiones y la administración del tiempo. Además, disminuye la distancia entre el docente y el estudiante debido a que se trata de un instrumento de pedagogía diferente, flexible y proporciona apoyo metodológico y psicopedagógico al docente para organizar el aula de clase y llevar a cabo el proceso de enseñanza.

Sin embargo, si bien el contrato didáctico genera en los educandos la habilidad de autonomía, la responsabilidad recae en los docentes ya que ellos son los encargados de crear situaciones adecuadas, en donde el estudiante utilice sus conocimientos previos y promueva la construcción de sus propios saberes y significados en la matemática. D’Amore et. al. (como se citó en Collí, 2020) plantea que, el contrato didáctico en la educación matemática incluye tanto el resolver problemas de razonamiento lógico como el refuerzo a la incorporación de conocimiento propios por parte del estudiante y por consecuencia, el proceso de aprendizaje se enmarque en base a ello, tomando en cuenta que la situación didáctica carece de sentido una vez el profesor fuerza la “adherencia al contrato”.

1.3. Cognitivismo

Cada persona posee diferentes formas de asimilar su aprendizaje, es evidente que para algunos individuos la exposición del docente del tema a trabajar basta para entenderlo, mientras que, otros requieren un complemento adicional para alcanzar un aprendizaje significativo. Así pues, se llega a la conclusión de que, cuando dos individuos están en presencia de un mismo saber académico, asimilan dicho conocimiento de diferente forma. Con base a ello, el cognitivismo toma en cuenta aquellas diferencias para brindar herramientas sobre cómo se debería llevar a cabo el proceso de enseñanza en el aula.

El paradigma pedagógico cognitivista se encarga del desarrollo de todos los nuevos conocimientos adquiridos por parte del aprendiz. Se enfoca en el funcionamiento de la mente, las operaciones y resultados que conllevan dichos procesos internos. Asimismo, describe los efectos que causa en la conducta del sujeto. El procesamiento de la información se refiere a las operaciones mentales que se transforman constantemente basándose en reglas o algoritmos determinados, generando un saber propio a partir de la comprensión de aquella información. Gracias a la información captada mediante los estímulos sensoriales vinculado con los datos recientes, el aprendiz será capaz de constituir sus esquemas mentales y a la misma vez, sus propios significados.

De igual modo, el cognitivismo tiene como finalidad promover el desarrollo personal del estudiante al asignarlo como actor principal de su aprendizaje y al docente como un guía en ese proceso. Asimismo, aquel enfoque está caracterizado por brindar actividades que estimulen las capacidades mentales y cognitivas del alumnado mediante la asimilación de saberes nuevos, los mismos que serán útiles y necesarios para que se dé inicio a la construcción de su propio aprendizaje, siendo un aprendizaje activo, significativo, y con mira a un proceso autónomo – dinámico (Fernández, 2021).

Ahora bien, se destaca que el objetivo del maestro siempre será proponer el activo empleo de las facultades presentes en cada individuo y, el resultado de esto, deriva a un aprendizaje significado, el cual permitirá un crecimiento personal. Además, el significado es un factor clave para todo tipo de aprendizaje, el mismo se extrae a partir de la interacción entre el sujeto y el entorno en que se desenvuelve. Gracias a este contacto, se produce una activa y permanente adaptación a las diversas situaciones, enderezada a mantener y restablecer sucesivos estados de equilibrio cognitivo. Con base a dichas experiencias, nos es posible sobrevivir dentro de la sociedad, sin embargo, nos conlleva a un cambio transcendental.

Por otra parte, la actitud presentada en los estudiantes jugará un papel decisivo respecto a este aprendizaje significativo y la comprensión del mismo. El educador debe ser capaz de ver al estudiante más allá de su personaje, rompiendo las barreras de las diferencias que existen entre los dos. Sumado a esto, la potencialidad de las ideas básicas favorece a discriminar semejanzas y diferencias entre los conceptos a estudiar por parte de los individuos de un mismo círculo educativo. Se destaca que, el aprendizaje significativo se basa en los conocimientos previos que tiene el joven más los conocimientos nuevos, estos dos hacen una conexión y es así como se forma el nuevo aprendizaje.

El paradigma cognitivo genera importantes aportaciones a los aspectos fundamentales del proceso de enseñanza y aprendizaje, pero también, brinda el conocimiento preciso para entender y desarrollar capacidades mentales que son esenciales para el aprendizaje, tales como: la atención, la memoria y el razonamiento de cada uno de los individuos. Además, se reconoce por su trascendencia en establecer lineamientos de cómo el estudiante organiza, discierne y evalúa la información aprendida y la forma en la que estás herramientas y estructuras mentales son empleadas para acceder e interpretar la realidad (Rivas, 2008).

Para Piaget, la adaptación se da en un estudiante cuando existe el equilibrio entre dos mecanismos: asimilación y acomodación. Dicho proceso busca en algún punto la estabilidad y, en otros, la modificación de esquemas o conceptos prexistentes. Por ejemplo, el estudiante se adapta cuando ya es capaz de utilizar y entender lo que son los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2; si no es procesado por el aprendiz de manera adecuada uno de los dos procesos, se dice que no existió un equilibrio dentro del saber aprendido (Mafla, 2022). Ahora, se presentan las características principales de los procesos de asimilación y acomodación en la figura 4:

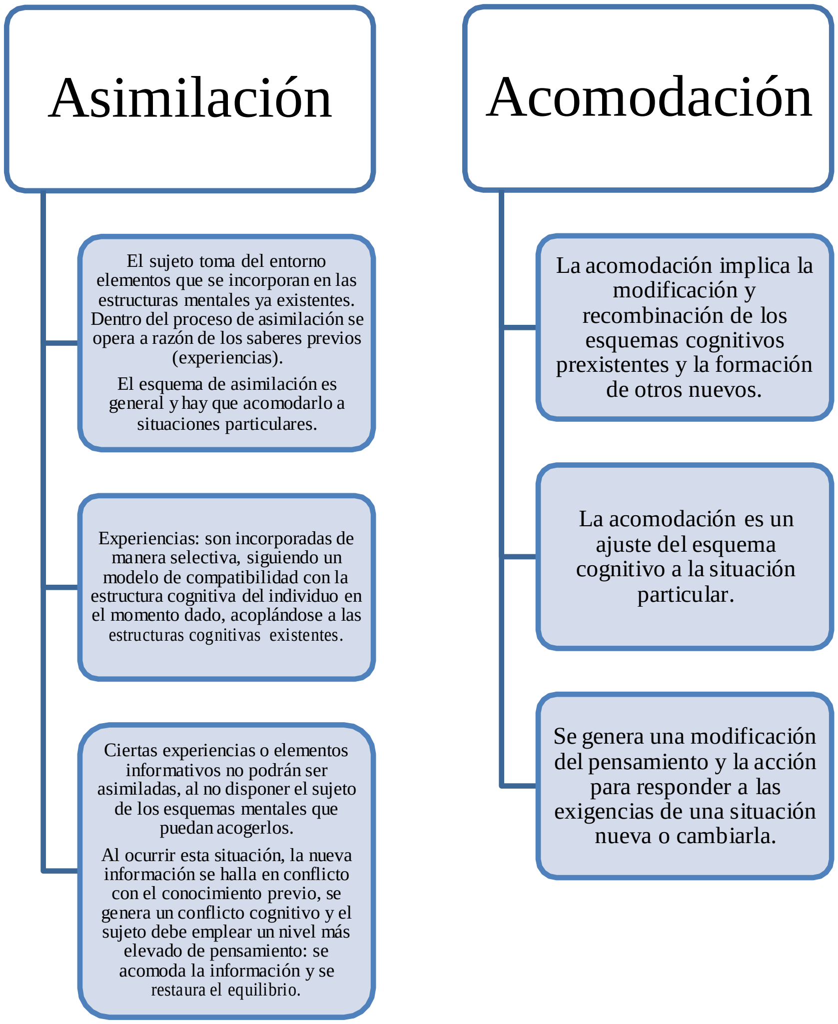


Figura 4: Proceso de asimilación y acomodación

Adaptado de: (Rivas, 2008).

1.4. Estrategias y recursos para la enseñanza

Los procesos que se llevan de la mano son la enseñanza y el aprendizaje, de forma que, las estrategias que se apliquen para la formación repercutan a su vez en los saberes por aprender. Así pues, lo planificado por el docente en materia de preparación posibilita al educando un mayor conocimiento, dado que se consideran como los instrumentos fundamentales para la enseñanza. Estimulando de esta manera, las habilidades cognitivas y metacognitivas en los estudiantes.

En la actualidad, el factor social demanda en los niños y jóvenes una instrucción cada vez mayor, en donde el papel del docente es formar ciudadanos capacitados para enfrentarse a un entorno cada vez más desafiante. La posibilidad de que esto suceda se dará cuando el proceso de enseñanza se encuentre bajo una modificación, en la cual se tome atención a criterios de calidad y a la capacidad de adaptación de la misma a nuevas realidades. De este modo, surge la trascendencia de motivar a los estudiantes a fomentar sus habilidades y competencias elementales para la adquisición del pensamiento matemático (González y Díaz, 2018).

En consideración de lo anteriormente expuesto, emerge la importancia de incentivar en el cuerpo docente el uso de estrategias de enseñanza dentro del área de matemáticas que impulsen en el estudiantado la creatividad, la resolución de problemas contextualizados, el razonamiento, entre otros, y de esta manera, deconstruir los múltiples paradigmas sociales que rodean su aprendizaje, unido a una visión de asignatura no flexible, memorística e infructífera (Cerda et al. 2017).

En relación con lo anterior, Weiss et al. (2019), afirman que para optimizar la comprensión de los saberes matemáticos es factible la utilización de estrategias de enseñanza, en las que se dé mayor relevancia al trabajo autónomo del estudiantado por medio de la solución de problemas. La misma que desencadene el aprendizaje de nociones nuevas y se haga visible la importancia de desarrollar la creatividad individual, para que lleguen a una misma finalidad siguiendo diferentes procedimientos de resolución. Así concluyendo en una discusión entre sus compañeros, priorizando el desarrollo de las habilidades y competencias matemáticas indispensables para alcanzar un aprendizaje significativo.

1.4.1. Estrategias de enseñanza

Díaz y Hernández (como se citó en Vargas, 2020) ponen en consideración que las estrategias de enseñanza tratan sobre procedimientos entendidos como conjuntos de operaciones y/o habilidades que son llevados a cabo por medio del docente de forma controlada, consciente e intencional, con el objetivo de enseñar significativamente, dejando a un lado la memorización y beneficiando el análisis en la resolución de problemas. De igual manera, se afirma que durante el proceso de enseñanza y aprendizaje se ejecuta una interacción conjunta entre docentes y estudiantes, en el marco de la factibilidad de un procesamiento más elevado de la información recabada.

De acuerdo al momento de su utilización en una clase, las estrategias de enseñanza se clasifican en tres tipos: 1) pre – instruccionales (se emplean antes de presentar formalmente un nuevo contenido), 2) co – instruccionales (se emplean durante el proceso de enseñanza de un contenido) y 3) post – instruccionales (se emplean después de que se trabajó el contenido nuevo). A continuación, la figura 5 indica las características principales de cada uno de los tipos de estrategias de enseñanza.

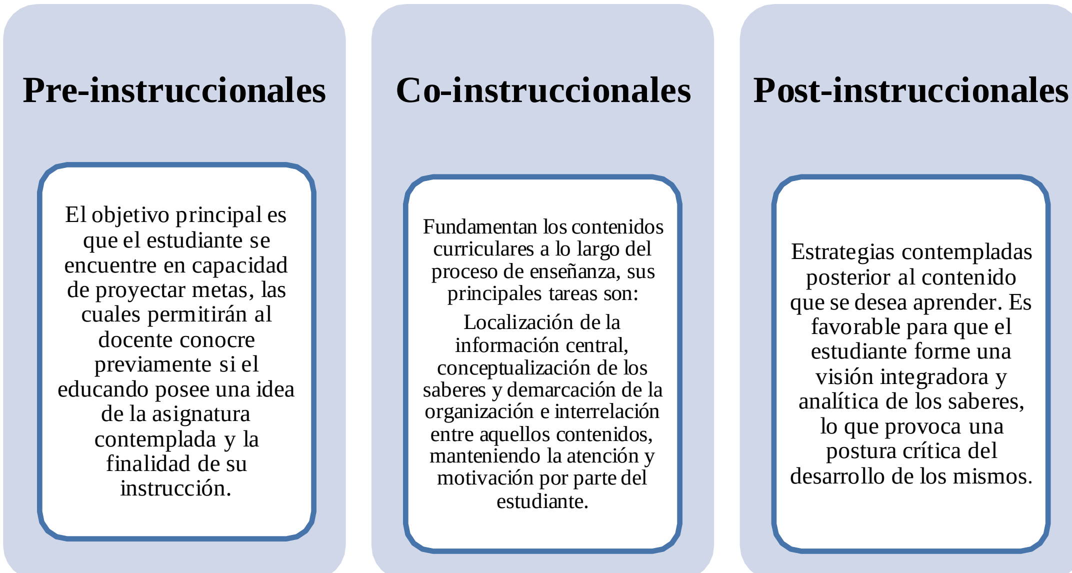


Figura 5: Tipos de estrategias de enseñanza

Fuente: Autoría propia.

Estrategias Pre-instruccionales

Bustamante, Carmona y Renteria (como se citó en Blanquiz y Villalobos, 2018) afirman que, al hablar de estrategias pre-insitucionales, se hace referencia a la manipulación de objetos, colores, formas y texturas por parte del aprendiz. Con mayor énfasis, su objetivo principal es activar los saberes que el estudiante ya posee frente a una destreza y así, enfrentar las capacidades cognitivas e intelectuales de los mismos. El docente debe llevar a cabo el diagnóstico correspondiente previo al inicio de la clase para cuestionar e inquietar al aprendiz frente al saber a aprender. Entre las estrategias pre- instruccionales se tiene:

a. **Activar conocimientos previos:** Se trata de estrategias conductoras a la activación de conocimientos previos, por ejemplo: lluvia de ideas, preguntas dirigidas, entre otras, útiles para el docente al momento de registrar lo que conoce el estudiante y aprovechar dichas ideas para promover nuevos aprendizajes (Acosta y García, 2012).
b. **Objetivos:** Se trata de enunciados técnicos, los mismos que determinan el plan de clase y los contenidos. Además, se puntualizan los métodos, medios de enseñanza y la evaluación de los logros a obtener.

c. **Organizadores previos:** Información de clase contextual e introductoria, que beneficia al despertar de los conocimientos previos, con el fin de la creación de un referente común entre el saber nuevo y el previo.
d. **Señalizaciones:** Se utiliza para indicar un texto o para resaltar elementos de importancia del saber a aprender, dirige y encamina la atención del estudiante para seleccionar la información principal.

Estrategias Co-instruccionales

Son aquellas estrategias empleadas como un recurso que el docente utiliza para captar y sostener la atención del estudiante a lo largo de la clase. Además, uno de las utilidades de este tipo de estrategias es que se pueden aplicar de forma continua con la meta de dar a entender los conceptos e ideas al alumno y en los cuales, deben focalizar sus procesos metacognitivos, como: intención, aprendizaje y codificación.

a. **Las ilustraciones:** Se trata de representaciones visuales de situaciones u objetos de temas o teorías específicas, facilitando la codificación visual de los datos. Además, se recomienda su utilización para transmitir ideas de bajo nivel de abstracción, conceptos visuales o espaciales.
b. **Organizadores gráficos:** Se utiliza para representar conceptos, patrones de información o explicaciones de tipo visual; considerado uno de los mejores métodos para potenciar las habilidades del pensamiento.
c. **Preguntas intercaladas:** Son aquellas que están presenten en situaciones de enseñanza, su objetivo es mantener la atención del estudiante, propiciar la práctica y la obtener de información más relevante en los nuevos saberes aprendidos.
d. **Mapas y redes conceptuales:** Son herramientas que benefician al estudiante en cuanto a almacenamiento de ideas e información debido a que su finalidad es construir relaciones significativas.

Estrategias Post-instruccionales

Vargas (2020) menciona que las estrategias post-instruccionales son aquellas que se emplean después del contenido aprendido por los estudiantes. Su función radica en posibilitar la creación de una visión integradora y crítica del conocimiento estudiado, además, este tipo de estrategia permite valorar el grado de comprensión que el alumno posee una vez desarrollado los contenidos. Algunos tipos de estrategias post-instruccionales, son:

a. **Promoción de enlaces:** Estrategia utilizada para la creación de vínculos apropiados entre saberes previos y nuevos aprendizajes, potenciando un mayor significado en la comprensión y asimilación de la información recetada.
b. **Resúmenes:** Hacen referencia a una síntesis de los datos relevantes en un documento o exposición oral, enfatiza conceptos claves, ideas centrales y principios presentados.
c. **Analogías:** Son oraciones que señalan semejanzas entre un hecho o evento y otro. Utilizadas para comprender conceptos abstractos debido a que se trasladan los conocimientos aprendidos a diferentes contextos.

Así pues, González (2019) en el artículo titulado Estrategias de enseñanza y métodos de aprendizaje en la transferencia del conocimiento matemático, hace mención que, los docentes se encuentran en la búsqueda de innovar sus estrategias de enseñanza, donde la clase difiera de la categorización única de transferencia de conocimientos, y se incorpore también, la exploración de cómo dichos saberes sea significativos para el alumnado. Esto sólo será alcanzado mediante la utilización de estrategias de enseñanza adecuadas para despertar la motivación, el deseo de aprender y de transferir estos conocimientos a la cotidianidad.

Rodríguez (2014) en el documento Alternativas matemáticas de enseñanza en los sistemas de ecuaciones lineales, destaca que, al existir un cambio en el proceso de enseñanza – aprendizaje y un nuevo significado de los roles del profesor – estudiante se ha logrado una renovación y adaptación en la pedagogía y didáctica de los métodos de enseñanza. Por consecuencia, tanto las estrategias de enseñanza empleadas por el docente para resolver problemas relacionados con ecuaciones lineales, así como actividades para que el estudiante alcance un aprendizaje duradero, se debe tomar en cuenta estrategias y actividades de carácter investigativo e interpretativo dentro y fuera del aula de clase, encaminando hacia un aprendizaje extraordinario y agradable para el alumnado.

Además, se destaca que, por medio de las estrategias adecuadas para la enseñanza de las matemáticas se otorga al estudiante los principios para que éste pueda desarrollar actividades constructivas de su saber. Sin embargo, recae en los maestros la responsabilidad de facilitar dichas herramientas para que los aprendices obtengan la máxima desenvoltura en la construcción de sus habilidades cognitivas. Asimismo, los saberes que el docente desea transmitir deben ser con intencionalidad y trascendencia de por medio, siempre en dirección al manejo de estrategias cognitivistas de aprendizaje que favorezca al sujeto el aprender a aprender.

Tipos de estrategias para la enseñanza:

Figura 6: Estrategias de enseñanza tradicionales

Adaptado de: (Pamplona, Cuesta y Cano, 2019).

Figura 7: Estrategias de enseñanza innovadoras.

Adaptado de: (Pamplona, Cuesta y Cano, 2019).

1.4.2. Recursos Didácticos

Cuando hablamos del término *recursos didácticos* hacemos alusión a los medios o instrumentos utilizados por el docente para alcanzar los objetivos de enseñanza y a su vez, para facilitar el aprendizaje de los contenidos al estudiante. Se aclara que los recursos didácticos no se tratan de un sustituto del docente, sino que son elementos que refuerzan los sabres educativos. En el ámbito pedagógico podemos encontrar tres tipos de recursos didácticos: los primeros se denominan formales debido a que engloban todo aquello que sirve de ayuda para obtener un aprendizaje significativo y obedecen a las propiedades de ser tangibles, manipulables y obsérvales. Se pone como ejemplo de los recursos didácticos formales a los siguientes: folletos, libros, ejemplos e imágenes, entre otros. Por otro lado, el segundo tipo de recurso didáctico tiene relación con el recurso humano, es decir, es el docente y el alumno. El primero es quien cumple su rol de guía, orientador, trasmisor de conocimientos y, el segundo es quien recibe la información y desarrolla su proceso de aprendizaje. Y, por último, se tiene el tercer recurso didáctico que se designa como materiales y son todos aquellos elementos que contribuyen al componente actitudinal del alumno en cuanto a motivación en su aprendizaje.

Es importante que los recursos sean fáciles de manejar para que el docente alcance los objetivos educativos planteados, además que los mismos se encuentren en condiciones óptimas y adecuadas para la enseñanza de cada tema, así como potencialice la capacidad creativa del alumno. Los recursos didácticos se pueden encontrar de forma impresa, como periódicos, revistas, folletos cuadernos, etc., donde se pueden observar mapas, diagramas, esquemas, que favorezca la consecución del aprendizaje en el área de las matemáticas por parte del educando. También, se trata de elementos de carácter ejecutivo como los son los proyectos o periódico mural donde se evidencia lo aprendido por el educando en tanto a conocimientos relacionados con: el génesis de los números desde épocas antiguas y la variación que tiene en la actualidad, al igual que enseñar temas de trigonometría, cálculo, solución de problemas matemáticos, entre otros. Finalmente, tenemos recursos didácticos audiovisuales (televisión, grabadora, etc.) y programas de cómputo (software, Canva, discos, proyectores), ambos destinados a captar la atención y provocar motivación al estudiante para continuar preparándose en su formación académica; asimismo, los recursos tridimensionales (enciclomedia) facilita la interrelación del aprendiz con lo que está observando, desarrolla las habilidades cognitivas, motricidad, destreza y beneficia al aprendizaje matemático (Flores, 2013).

Para que exista un adecuado aprendizaje por parte de los estudiantes es imprescindible que los conceptos y procesos sean transmitidos por el profesor de una forma realista, es decir, los mismos serán abordados conforme a las experiencias del diario vivir del educando. Gracias a ello, juega un papel importante la enseñanza de las matemáticas debido a que se tiñen con factores prácticos e interesantes en aplicaciones cotidianas como, por ejemplo: ejercicios relacionados con compras que se realizan en el mercado, al adquirir un boleto de pasaje, al depositar dinero en una cuenta de ahorros, al pesar alimentos, entre otros; de esta manera se fortalecerán los saberes aprendidos mantenido la mente del estudiante ocupada en procesos de reflexión sobre su utilidad en la vida.

De igual forma, para que lo mencionado anteriormente se lleve a cabo, es fundamental que el docente emplee recursos didácticos adecuados para enseñar cada contenido matemático, éste deberá ser de carácter ilustrativo, motivante, tangible, para que el estudiante esté concentrado en la explicación de los temas y, por consecuencia, logre un mayor impacto en la asimilación y la comprensión del componente práctico de los saberes matemáticos que en algunas ocasiones pueden ser tediosos. Así mismo se utilizan normas, fundamentos, experimentación, descubrimientos y prácticas para hacer mejoras en el proceso de enseñanza – aprendizaje con una mirada al desarrollo óptimo del rendimiento académico y, por consiguiente, se refuerce la responsabilidad del aprendiz en la adquisición y conducción de sus conocimientos dentro de su formación en cada nivel (Flores, 2013).

Los tipos de recursos didácticos que se pueden considerar como principales a partir del medio que se utilizan son los siguientes que se muestran en la figura 8:

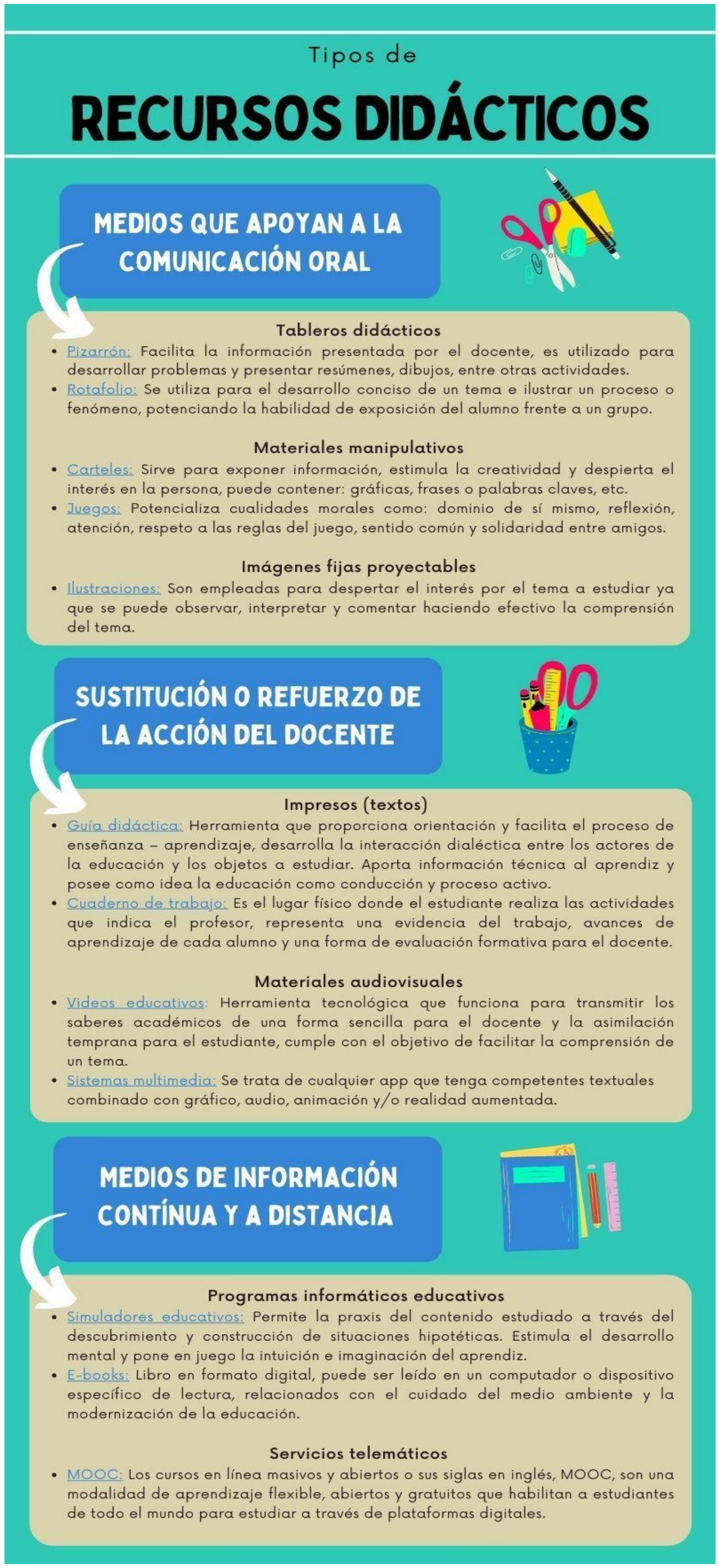


Figura 8: Tipos de recursos didácticos

Adaptado de: (Pino y Urías, 2020; Romero, 2022).

CAPÍTULO II: Metodología y resultados

2.1. Metodología

Para desarrollar este trabajo de integración curricular se empleó un enfoque mixto, aplicando tres técnicas de investigación: entrevistas, encuestas y una prueba de ejecución. Asimismo, Hernández-Sampieri y Mendoza (2018) mencionan que, la metodología mixta hace referencia a las investigaciones de carácter sistémico, empírico y crítico de un grupo de procesos que implican la recaudación, análisis e integración de datos, tanto cualitativos como cuantitativos, con la finalidad de elaborar inferencias resultantes de toda la información obtenida y alcanzar una mayor comprensión del fenómeno bajo estudio. A continuación, en la figura 9 se presenta la definición del enfoque cuantitativo y el enfoque cualitativo:

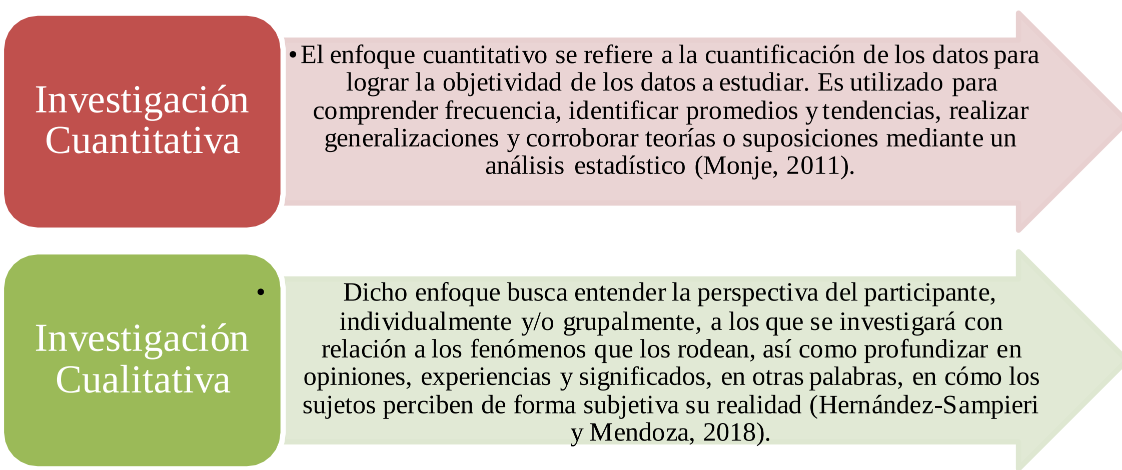


Figura 9: Enfoques de la investigación

Fuente: Autoría Propia.

Con respecto a las técnicas de investigación utilizadas para la recolección de datos en este trabajo, podemos definir a la entrevista como una herramienta de índole cualitativa que se usa para la obtención de información mediante una conversación entre el investigador y el sujeto de estudio, en relación a un tema específico (Díaz et al., 2013). Por otro lado, la encuesta es una técnica de naturaleza cuantitativa que se lleva a la práctica por medio de la aplicación de un cuestionario que suministra información sobre actitudes, comportamientos y opiniones de una muestra de individuos (Casas et al., 2003). Y, por último, la prueba de ejecución o también conocida como prueba de diagnóstico, es una herramienta de evaluación por medio de la cual se realiza un proceso de recolección y tratamiento de datos acerca del grado de desarrollo de las competencias básicas que el estudiante posee en base a una temática específica, con el propósito de conocer, pronosticar y tomar decisiones en pro del desarrollo educativo óptimo para el estudiantado (PISA, 2006).

2.1.1. Entrevista

El objetivo de las entrevistas fue obtener información acerca de las estrategias de enseñanza y las dificultades de aprendizaje que poseen los estudiantes de una institución educativa de la ciudad de Cuenca, acerca del tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables basada en la experiencia práctica de profesionales de dicha institución. Las entrevistas fueron de carácter semiestructurado y llevadas a cabo por la población total de docentes, en este caso tres, encargados de la asignatura de matemáticas, los mismo que aceptaron participar en la investigación de forma voluntaria, libre y bajo la firma del consentimiento informado (Ver Anexo 1). También, se menciona que el formulario de la entrevista fue validado previamente a su aplicación por un experto en el área de la investigación y docente de la carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca (Ver Anexo 2 y 3).

Las entrevistas se realizaron en dos modalidades, la primera de forma presencial dentro de las localidades de la institución, y la segunda de manera virtual mediante una reunión programada por zoom. Las sesiones fueron grabadas con una duración promedio de 13 minutos. Posteriormente, las entrevistas se transcribieron, designando por cada docente un nombre al azar y cambio de género en algunos casos para garantizar la confidencialidad, así como las mismas fueron procesadas con ayuda del software Dedoose en su versión 9.0.107. Para el análisis de las entrevistas, se estableció categorías y subcategorías que facilitó la clasificación de la información obtenida y su revisión meticulosa de esta.

2.1.2. Prueba de ejecución

El objetivo de aplicar la prueba de ejecución a los estudiantes fue diagnosticar las falencias y dificultades que poseen en el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Dicha técnica de investigación fue dirigida a la población total de estudiantes de Primero de Bachillerato, seleccionados entre los paralelos A y B de la institución (Ver Anexo 4). De igual forma, el instrumento se enfocó en evaluar las destrezas con criterio de desempeño, que se relacionan con el tema de sistemas de ecuaciones lineales que son:

- M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

- M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana.
- M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

El instrumento utilizado fue un cuestionario con preguntas abiertas y de base estructurada (Ver Anexo 5), validadas previamente a su aplicación por un experto en el área de conocimiento y docente de la carrera de la Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. La prueba de diagnóstico se realizó de manera presencial, con una duración de una hora pedagógica donde se socializaron las respectivas indicaciones para ser realizada. Posteriormente, se elaboró una base de datos con todos los resultados obtenidos que fueron analizados para generar conclusiones al respecto.

2.1.3. Encuesta

La finalidad de la encuesta fue identificar las estrategias y los recursos didácticos que el docente de matemáticas emplea para enseñar el tema de métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos variables. La encuesta consta de cinco preguntas, entre las cuales podemos encontrar preguntas de opción múltiple, escala numérica y escala Likert, la misma que se aplicó de manera presencial a la población total de estudiantes de Primero de Bachillerato de la institución (Ver Anexo 6). Se destaca que el cuestionario fue validado por un profesional en el área de investigación y docente de la Universidad de Cuenca. Más adelante, para el análisis de las preguntas se elaboró una base de datos y gráficos estadísticos con la información obtenido que fueron considerados para llevar a cabo la interpretación de los mismos.

2.2. Resultados

2.2.1. Entrevistas

Después de realizar una lectura minuciosa de la información obtenida de las entrevistas, se elaboró una tabla para el análisis de las preguntas introductorias y finales del formulario, correspondiente a la tabla 1.

Tabla 1: Análisis de las preguntas introductorias y finales.

Preguntas asociadas	***Docentes entrevistados***		
	Cecilia	**David**	**Xavier**
Pregunta 1	*Idea de ayudar a las personas mediante la docencia.*	*Descubrió su pasión por la docencia cuando enseñaba a sus compañeros de la universidad, a pesar de obtener un título en otra área de conocimiento.*	Sus estudios universitarios no fueron direccionados a la docencia, sin embargo, por cuestiones laborales comenzó su gusto por la profesión.
Pregunta 2	*2020*	*2012*	1991
Pregunta 3	*Décimo de Básica y Bachillerato General Unificado*	*Niveles de Básica superior y Bachillerato General Unificado*	*Niveles de Básica superior y Bachillerato General Unificado*
Pregunta 12	*Paciencia, brindar herramientas mentales, inculcar el razonamiento.*	*Entrega a la profesión de corazón, sin interés de por medio más que el beneficio para los estudiantes.*	*Buscar estrategias para que la enseñanza de las matemáticas sea dinámica.*

Nota: Examinación de respuestas de acuerdo con los entrevistados.
Fuente: Autoría propia.

Con base a lo mencionado con anterioridad, se puntualiza que los docentes entrevistados coinciden en la gran estima que poseen por la profesión docente y, sobre todo, en la entrega desinteresada de ayudar a los estudiantes para cultivar conocimientos y aptitudes destacadas, no solo en el área matemática, sino en diferentes ámbitos de su vida. Además, al socializar con profesionales que manejan un recorrido laboral de tres décadas distintas, se puede recabar una amplia experiencia en el ámbito educativo, así como visiones distintas al hablar sobre estrategias de enseñanza de las matemáticas para estudiantes de Básica superior y Bachillerato General Unificado.

Posteriormente, se elaboró una segunda tabla de operacionalización en la cual se determinó cuatro principales categorías con sus correspondientes subcategorías para un análisis adecuado de los datos obtenidos en relación al cuestionario realizado, correspondiente a la tabla 2.

Tabla 2:Categorías de análisis

Tema	Pregunta asociada	Categoría	Subcategoría
Estrategias de enseñanza y dificultades de aprendizaje que poseen los estudiantes acerca del tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.	Pregunta 4 Pregunta 6 Pregunta 7	Dificultades detectadas en los estudiantes	- Lenguaje Algebraico - Resolución algebraica: * Despeje de variebles * Operaciones con fracciones * Sustitución de valores - Análisis
	Pregunta 8 Pregunta 9	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2	- Método de sustitución - Método de igualación
	Pregunta 5 Pregunta 11	Estrategias de enseñanza	- Estrategias direccionadas al razonamiento del estudiante - Contextualización
	Pregunta 10	Teoría de Situaciones Didácticas	- Conocimiento - Aplicación y recomendación

Nota: Análisis de categorías y subcategorías de preguntas realizadas a los estudiantes.

Fuente: Autoría propia

Al mencionar las dificultades detectadas en los estudiantes durante sus clases, los docentes destacaron que el alumnado presenta mayores inconvenientes en dos temas puntuales del álgebra, que serían: el lenguaje algebraico y la resolución algebraica, es decir, despeje de variables, manejo de fracciones, sustitución de valores, entre otros. El primero corresponde a una observación en la cual los entrevistados concuerdan de manera unánime:

> *[…] El transformar al lenguaje algebraico, eso no pueden, eso se quedan bastante. No, no sé, el razonamiento como que está muy muy bajo, eso me doy cuenta. De ahí lo demás lo saben hacer, […], pero para llegar a la ecuación se quedan así en cero, no logran. […]. (Entrevista a David).*

Xavier, a su vez, hace hincapié en el correcto manejo que los docentes deben tener al momento de enseñar el tema, debido a que éste funciona como primera base para, posteriormente realizar problemas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

> *[…] Sí, el lenguaje algebraico pues es hay que tenerle tino y saber manejar con los estudiantes ya que de la escuela vienen con lo que es la aritmética vienen con números, con sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y al llegar al colegio pues se encuentra con algo chocante, […], se encuentran con que es más complicado porque a los números les ponen letras, sí, y a las letras les ponen potencias, sí, y después dicen que las letras pueden tener valores numéricos variables, […], entonces uno como docente creo que el trabajo más fuerte para introducir al álgebra si está en los octavos y reforzar en novenos para no tener problemas en bachillerato, por ejemplo […]. (Entrevista a Xavier).*

Además, los docentes no solo tomaron el tema del lenguaje algebraico como única dificultad presente para iniciar con el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, sino mencionan que los estudiantes acarrean trabas desde la parte netamente algebraica, es decir, el conocer cómo manejar una igualdad o el adecuado despeje de una variable, etc.

> *[…] También, en el hecho de que vienen arrastrando dificultades, ahondadas un poco más por lo que fue la pandemia, ahondadas un poco más por la virtualidad, viene con aún más dificultades. Por ejemplo, […] podría mencionar el hecho de que ya manejar una igualdad, poder despejar una incógnita, saber que lo que está sumando va restando, etcétera. Todas esas cositas. O sea, a veces se les dificulta hallar la lógica y se confunden cuándo pasar multiplicando, cuándo pasa dividiendo, ahí es donde yo le he visto bastantes dificultades. […]. (Entrevista a Cecilia).*

Al momento de tocar el tema puntual de sistemas de ecuaciones lineales, el mismo docente indica que la falencia mencionada anteriormente influye directamente en el grado de conocimientos que poseen los estudiantes con respecto a su resolución y en qué posición se encuentra el mismo a nivel general.

> *[…] Sí sobre las ecuaciones lineales, los chicos han avanzado hasta lo que es resolver, plantear a partir de problemas, plantear lo que es las ecuaciones lineales con una variable y luego hallar la solución. Sin embargo, sabemos que hay diferentes niveles, hay estudiantes que llegan a ese nivel de poder resolver, plantear una ecuación a partir de un problema, resolverla, pero hay estudiantes que tienen dificultades hasta de poder*

despejar un valor, de pasarle al otro lado de la igualdad,; hay estudiantes muy avanzados y estudiantes que están muy bajos y en la mitad obviamente, los estudiantes que van más o menos, […] pero ya digo, tenemos estos casos, hay una separación muy grande entre algunos estudiantes. […]. (Entrevista a Cecilia).

Otra de las falencias que mencionan, tiene relación con el factor análisis que los estudiantes deben realizar para resolver el ejercicio o problema planteado. Los docentes identifican el bajo desarrollo que el alumnado posee de aquella habilidad cognitiva, así como la preferencia de los mismos a la repetición de proceso de forma mecánica al momento de aplicar un sistema de ecuaciones lineales.

[…] De un curso, yo diría que un 60% sí (son capaces de aplicar un sistema de ecuaciones), el resto pues no tiene dificultades más que en resolver, en analizar. Eso es un problema grande que tenemos ahora justamente hablamos con los profesores colegas decían que, en la pandemia, ellos (los estudiantes) se perdieron tres años de análisis, de analizar porque, por más que usted quiera pedirles que analicen detrás de una computadora por zoom, ellos no lo hacen, entonces hay se perdió mucho tiempo y estamos teniendo problemas ahora en segundo, en tercero de bachillerato, estos son los problemas que estamos acarreando ahora. […]. (Entrevista a Xavier).

[…] Lo que yo poco ya he percibido, sobre todo en décimo que es el nivel donde ya iniciamos esta parte de los sistemas de ecuaciones lineales y profundizamos ecuaciones, yo pienso que los chicos siempre vienen con la preconcepción de que las matemáticas son […] como un procedimiento, algo algorítmico, que se repetir, repetir, repetir. […], siempre es como que tienes "que hacer este proceso y ya" y, no se da como que ese análisis, es decir, ¿por qué hago esto? ¿por qué se da esta situación?, todos los procesos. Entonces, yo pienso que los chicos vienen con esta mentalidad de repetir algo, de siempre que matemáticas es repetir algo, pero ya cuando vamos a la parte del álgebra, ya cuando necesitamos que ellos entiendan ¿de dónde sale una ecuación? ¿qué es la solución?, ahí se les dificulta ya avanzar ese "poco más" que no es solo algo de repetir, sino ya tienen que ponerse a analizar, a razonar para poder llegar a ecuaciones y resolverlas, por ejemplo. […]. (Entrevista a Cecilia).

Otro de los tópicos desarrollados en las entrevistas son las dificultades observadas por los docentes al instante en que los estudiantes aprendían los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Los entrevistados ponderaban a ciertos métodos como los más propensos a presentar dificultades a causas de factores ya mencionados, en particular los métodos de sustitución y de igualación.

> *[…] Yo le pongo primerito al de sustitución por este problema de la parte algebraica, donde tienen que despejar, donde tienen que hacer propiedades distributivas, usar fracciones. Ahí es donde hay muchísimos errores, ese le veo el más complejo. […]. (Entrevista a Cecilia).*

Así mismo, los docentes aplicando evaluaciones sobre este tema, han llegado a la conclusión que existen métodos de resolución que son poco aceptados por sus estudiantes debido a la complejidad que presentan al encontrarse con fracciones, decimales o despeje de variables, más que en el proceso a seguir.

> *[…] Prácticamente dos, en lo que son pruebas, lecciones de los muchachos son los dos más difíciles es el método de igualación y el método de sustitución. Justamente, por lo que le decía, porque en el método de igualación yo tengo que reemplazar o despejar la variable "x", en la una ecuación y "x" en la otra, y ahí se van generando fracciones y toca trabajar con fracciones. Mientras que el de sustitución igual se trabaja con fracciones. No digo que no puedan, pueden, pero sí se les complica un poquito más porque lastimosamente es lo que pasa con nuestros muchachos, no les gustan las fracciones y en eso es lo que trabajamos más todavía. […]. (Entrevista a Xavier).*

Por otro lado, lo métodos de enseñanza utilizados por los docentes son clave para afrontar dichas falencias que presentan los estudiantes en los distintos puntos enumerados con anterioridad. Los entrevistados hacen énfasis en qué es lo que se tiene que mejorar e implementar para que el alumnado adquiera las herramientas necesarias para su desenvolvimiento en el tema de sistemas de ecuaciones. Según los docentes, estrategias direccionadas al ejercicio del razonamiento lógico sería una técnica adecuada para solventar dichas falencias.

> *[…] Bueno, como yo comienzo con este método que más se me hace a mí fácil, y es que ellos vayan razonando y no yo darles todo. Por ejemplo, yo doy el concepto, […] les coloco el enunciado y les ayudo a transformar de un lenguaje coloquial a un lenguaje algebraico […] y que ellos solamente vayan ya sacando solitos sus respuestas, es decir, ellos se vayan planteando solitos el camino a seguir y se vayan preguntando. No yo darles todo, que ellos razonen. Eso es lo que yo aplico. […]. (Entrevista a David).*

[…] Eso también es un tema muy largo porque a ellos hay que como que enseñarles la que aprendan a analizar; porque muchos de ellos están enseñados a que les doy los ejercicios, las dos ecuaciones, resuelven "x" y "y" y listo pero el ver en un problema, ¿cuál es la variable independiente? ¿Cuál es la variable dependiente? ¿A qué tengo que igualarle?, eso les tomó un poquito de problemas, pero bueno es algo que ellos tienen que superar para desenvolverse en la vida. […]. (Entrevista a Xavier).

También, el análisis y la relación con la cotidianidad de los problemas o ejercicios a resolver juegan un papel clave para los docentes cuando de estrategias de enseñanza se trata. Así como, el papel importante que desempeña el trabajo en grupo de los estudiantes al momento de aprender un tema, como lo menciona un docente.

[…] Bueno, prácticamente es la enseñanza primero del profesor, después se trabaja bastante en lo que son grupos de aprendizaje porque muchas veces, los estudiantes a veces no le entienden al docente, pero al amigo sí, le capta mucho más rápido y al final para concretar con el tema pues se hacen aplicaciones prácticas, problemas ya de la de la vida real. Esa relación con la cotidianidad es importante. (Entrevista a Xavier).

Entre las metodologías recomendadas para la elaboración de una guía didáctica, los entrevistados nuevamente orientaron sus respuestas hacia los dos temas tratados: razonamiento y contextualización.

[..] Estrategia de razonamiento, que ejecuten su razonamiento, podría ser tipo como juego porque en ello yo los veo muy, muy bajos. También […], tal vez un poco más llevándole a la contextualización, los problemas, es decir, ahora que justo pasó el mundial, tal vez problemas relacionados a ello. Sería lo más conveniente, sí algo así. […]. (Entrevista a David).

Asimismo, la combinación de lo ya manejado con anterioridad, por ejemplo, trabajos grupales y el refuerzo en actividades atractivas para los estudiantes.

[…] Yo trabajo bastante con los muchachos con lo que son pequeñas lecciones interactivas, que son kahoot, dentro de los kahoot (las tics) vienen las gamificaciones, por ejemplo, las gamificaciones es muy bueno cuando uno quiere que se afiancen los conceptos especialmente; entonces ahí los jueguitos de las naves espaciales, de los carritos que, bueno aprendí este año yo también, y me pareció muy bueno, esa estrategia a lo que son contenidos o conceptos básicos; el otro pues estamos aplicando lo que es

trabajos en equipo, lo conocido, se les da que hagan trabajos grupales. El ABP, manejando lo de una buena manera, es excelente pero cuando hay estudiantes que son responsables, un poquito más grandes, en décimos y en primeros como que no están acostumbrados todavía a la ABP, y eso va a tomar mucho tiempo creo que ellos aprendan a trabajar un ABP, es una estrategia muy buena. Un poco más autónomo. (Entrevista a Xavier).

Finalmente, un docente menciona la Teoría de Situaciones Didácticas como método de enseñanza de frente innovador para efectuarlo en una guía didáctica. Dicha estrategia trabaja con una relación estrecha entre maestro, estudiante y el medio didáctico al momento de construir un saber, específicamente en las interacciones que se llevan a cabo en el proceso de asimilación del conocimiento matemático.

[…] Cuando yo inicié la docencia, yo manejaba lo típico: una clase normal, una clase magistral como dicen. Obviamente, haciéndoles trabajos individuales, trabajos grupales, etcétera, pero de ahí viene esa necesidad de hacer que los chicos, aparte de que aprendan un proceso como tal, que ellos reflexionen, que analicen, que por su cuenta ellos mismos intenten resolver las cosas; entonces ahí, he planteado lo que son las situaciones didácticas. Intentando un poco que, en la primera parte, ellos sean los que lleguen a los conocimientos, que intenten llegar a los conocimientos y sobre todo, en estos problemas de lo que es el álgebra, una nivelación que siempre hacemos en el colegio, pues hay que centrarse justamente en estos detalles que necesitamos. Por ejemplo, aplicando lo que son las fichas de trabajo; intentando, como digo, que ellos intenten y no solo me pasen escuchando a mí toda la clase, sino que haya unos momentos en los que ellos analicen, razonen, intenten interpretar las cosas, con sus compañeros conversen y llegar a los conocimientos, que pienso que es lo más importante. Desarrollar el cerebro más que aprendan un proceso algorítmico. […]. (Entrevista a Cecilia).

Cabe destacar que, solo uno de los tres entrevistados tenían conocimiento de la Teoría de Situaciones Didácticas como una estrategia de enseñanza.

Teoría de situaciones didácticas, no. No, no la conozco para nada. (Entrevista a Xavier).

No tengo conocimiento de este método. (Entrevista a David).

Cecilia manifestó que trabajar con la TSD ha generado un gran cambio al momento de enseñar un tema de matemáticas. Debido a que no únicamente se realiza la clase de carácter tradicional con pequeñas variantes para volverla interactiva, sino que se toma en cuanta variable como: el trabajo autónomo, colaboración con los compañeros de aula, adquisición de conocimientos nuevos en base a los anteriores, análisis de casos puntuales que te dirijan a la adquisición de saberes, entre otros.

> *[…] Yo este tema de las situaciones didácticas ya lo comencé a trabajar desde mi trabajo de titulación, cuando una docente de la carrera nos mencionó esta teoría, pues nosotras lo intentamos aplicar en nuestro trabajo porque le veíamos que era muy completo. O sea, cumplía un círculo completo porque tenía: hacerles a los chicos que analicen, hacerles que piensen, hacerles que usen su razonamiento, les hacías un trabajo individual, un trabajo grupal y al final no se les deja solos, que ellos saquen el contenido, ya que ellos construyen. No. Sino que al final hay una parte institucional, donde el profesor al tener las conclusiones de los chicos, va desarrollando las clases. […]. Pues partir con estos conocimientos de los chicos, que hayan hecho un análisis, que ya tengan cierta idea del tema, que ya hayan llegado a conclusiones y partir de esas conclusiones, de preguntarles a ellos "¿qué es lo que hicieron? ¿cómo le hicieron?", pues se hacen mucho mejor la parte de la clase. La parte en la que yo les indico cómo son las cosas. Se hace mucho mejor. Y los chicos no están desde cero, ya que están con esos pequeños conocimientos. […]. (Entrevista a Cecilia).*

De igual forma, la entrevistada recomienda utilizar la TSD para la construcción de una guía didáctica.

> *[…]. Definitivamente, 100% de acuerdo que sería muy bueno que se pueda construir una guía didáctica del tema que estamos conversando, sobre todo, para ayudarnos a nosotros, a los profesores a tener un material bueno para poder aplicar y, que en verdad, como digo, teoría de situaciones didácticas es muy completo; trabajamos cada uno de los aspectos de los chicos: interdisciplinariedad, relación con la cotidianidad, trabajos individuales, trabajo grupal, refuerzo con actividades, con tareas y también, la institucionalización que no les dejamos a los chicos sin ese conocimiento y siempre el docente acompañando durante todo el proceso. Entonces 100% de acuerdo con que se elabore con la teoría de situaciones didácticas la guía didáctica. […]. (Entrevista a Cecilia).*

2.2.2. Prueba de ejecución

Seguidamente, se da a conocer el análisis de los datos obtenidos en la prueba de ejecución mediante una tabla de escala de valoración numérica:

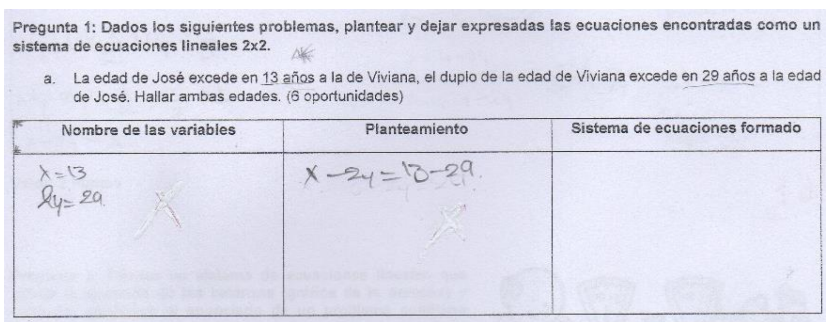
Tabla 3: Escala de valoración numérica paralelos "A" y "B".

RESULTADOS DE LA PRUEBA DE EJECUCIÓN									
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO EVALUADAS	Pregunta asignada	≤ 4 No alcanza los aprendizajes requeridos %		4.01 – 6.99 Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos %		7- 8.99 Alcanza los aprendizajes requeridos %		9-10 Domina los aprendizajes requeridos %	
		F	%	f	%	f	%	f	%
M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.	Pregunta 1	49	84,48	7	12,07	0	0,00	2	3,45
M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana.	Pregunta 2	55	94,83	3	5,17	0	0,00	0	0,00
	Pregunta 4	55	94,84	1	1,72	1	1,72	1	1,72
M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones.	Pregunta 3	41	70,69	6	10,34	2	3,45	9	15,52

Nota: Valoración de resultado de la prueba de ejecución.

Fuente: Autoría propia.

La pregunta número 1, se trabajó la primera destreza con criterio de desempeño que se deseó evaluar en los estudiantes de primero de bachillerato, la misma que está relacionada con expresar un enunciado del lenguaje coloquial a un lenguaje algebraico. Según la escala de datos, el 84,48% del estudiantado se encuentra ubicado en la categoría “No alcanza los aprendizajes requeridos”, seguido del 12,07% situado en “Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos” y únicamente el 3,45% “Domina el aprendizaje requerido”. Borja (2014) menciona que los estudiantes al momento de la traducción del enunciado verbal al lenguaje algebraico, presentan dificultades de identificación de los datos que ayudan a la interpretación de las palabras claves para designar de forma correcta, los valores que acompañan a las incógnitas del sistema de ecuaciones. Se destaca que, al construir una ecuación, se debe llevar a cabo por medio de un apropiado procedimiento que tenga presente todas las variables e información que proporciona el enunciado del tema. Por ende, podemos afirmar que existe la dificultad en los estudiantes de transformar de un lenguaje coloquial a un lenguaje algebraico y esto presenta consecuencias directas en la formación de sistemas de ecuaciones, además de confusión en la identificación de los datos, como podemos observar en la siguiente imagen recopilada de la prueba de ejecución:



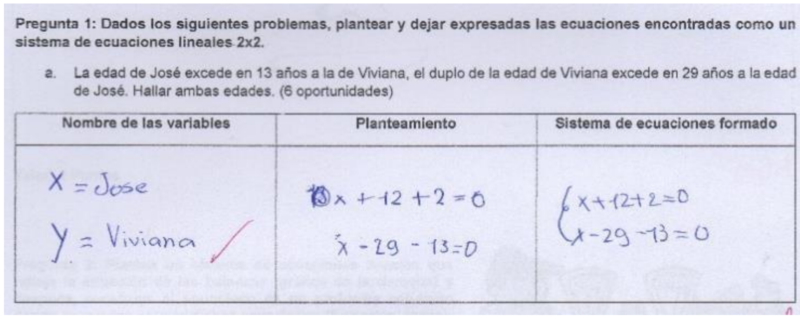
Pregunta 1: Dados los siguientes problemas, plantear y dejar expresadas las ecuaciones encontradas como un sistema de ecuaciones lineales 2x2.

a. La edad de José excede en 13 años a la de Viviana, el duplo de la edad de Viviana excede en 29 años a la edad de José. Hallar ambas edades. (6 oportunidades)

Nombre de las variables	Planteamiento	Sistema de ecuaciones formado
x=13 2y=29	x-2y=13-29	

Figura 10: Respuesta de "LB" a la pregunta 1 de la prueba de ejecución.
Fuente: Autoría propia

A su vez, se evidencia ésta no es la única dificultad que se presenta, puesto que, existen casos en los que el estudiante tiene la capacidad de reconocer las variables en juego, sin embargo, al realizar el siguiente paso que es plantear las ecuaciones, lo hace de una forma incorrecta debido a que el razonamiento que expresa carece de coherencia lógica de las incógnitas con las operaciones que propone el enunciado. Según Díaz, Mejía y Sanabria (2016) hacen mención de que un grupo considerable de estudiantes manifiestan falencias en el primer paso para resolver un sistema de ecuaciones lineales que involucra la traducción de un lenguaje verbal al algebraico, en relación a la carencia de desarrollo en habilidades tal como: el advertir, codificar, especificar, relacionar, reconocer, entre varias imprescindibles al instante de resolver un problema que condice a un sistema de ecuaciones lineales. Un ejemplo claro se muestra en la imagen a continuación obtenida de la prueba:


Pregunta 1: Dados los siguientes problemas, plantear y dejar expresadas las ecuaciones encontradas como un sistema de ecuaciones lineales 2x2.

a. La edad de José excede en 13 años a la de Viviana, el duplo de la edad de Viviana excede en 29 años a la edad de José. Hallar ambas edades. (6 oportunidades)

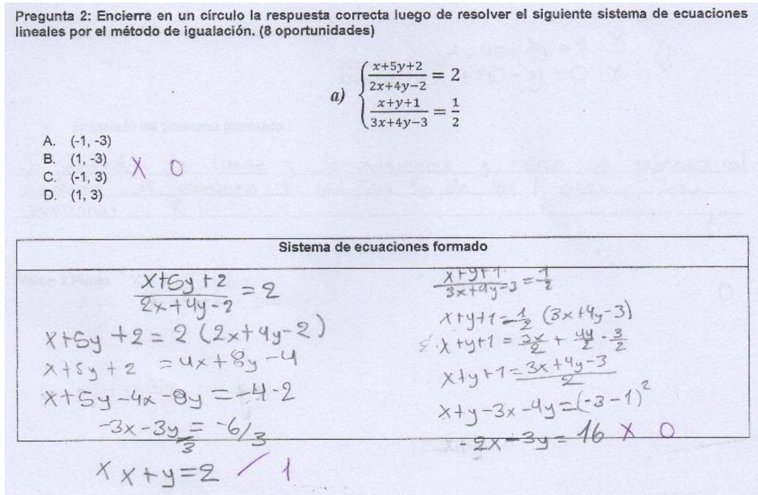
Nombre de las variables	Planteamiento	Sistema de ecuaciones formado
X = Jose y = Viviana	$x + 12 + 2 = 0$ $x - 29 - 13 = 0$	$\begin{cases} x+12+2=0 \\ x-29-13=0 \end{cases}$

Figura 11: Respuestas de "JS" a la pregunta 1 de la prueba de ejecución.

Fuente: Autoría propia

Por otro lado, al momento de analizar la segunda destreza que dispone relación con la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando los métodos de determinantes, de igualación y de eliminación gaussiana, se contó con la segunda y cuarta pregunta para valorar su dominio. Por una parte, la pregunta número 2, donde se le solicitó al estudiante resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por un método especifico, el de igualación, podemos observar que el 94,87% del alumnado no alcanzan los aprendizajes requeridos y un 5,17% de la población se encuentra en la categoría de “Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos”. La causa que se detectó del por qué los estudiantes no logran el objetivo de resolver el ejercicio fue por los errores aritméticos y algebraicos observados durante la ejecución de los procesos matemáticos de resolución. Se encontraron principalmente errores matemáticos relacionados con la falta de comprensión o dominio de los conceptos y procedimientos aritméticos básicos antes de abordar las ecuaciones. Cuando se combinan varios conceptos y procedimientos, como adiciones, sustracciones, fracciones, signos o igualdades, en una ecuación sin una comprensión completa, esto genera dificultades significativas para el estudiante, lo que puede resultar en la conducción de errores (Pérez et al., 2019).

Podemos evidenciar los errores conceptuales y procedimentales cometidos por los estudiantes en las imágenes a continuación obtenidas de la prueba aplicada:


Pregunta 2: Encierre en un círculo la respuesta correcta luego de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación. (8 oportunidades)

$$a)\ \begin{cases} \frac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2 \\ \frac{x+y+1}{3x+4y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

A. (-1, -3)
B. (1, -3) X 0
C. (-1, 3)
D. (1, 3)

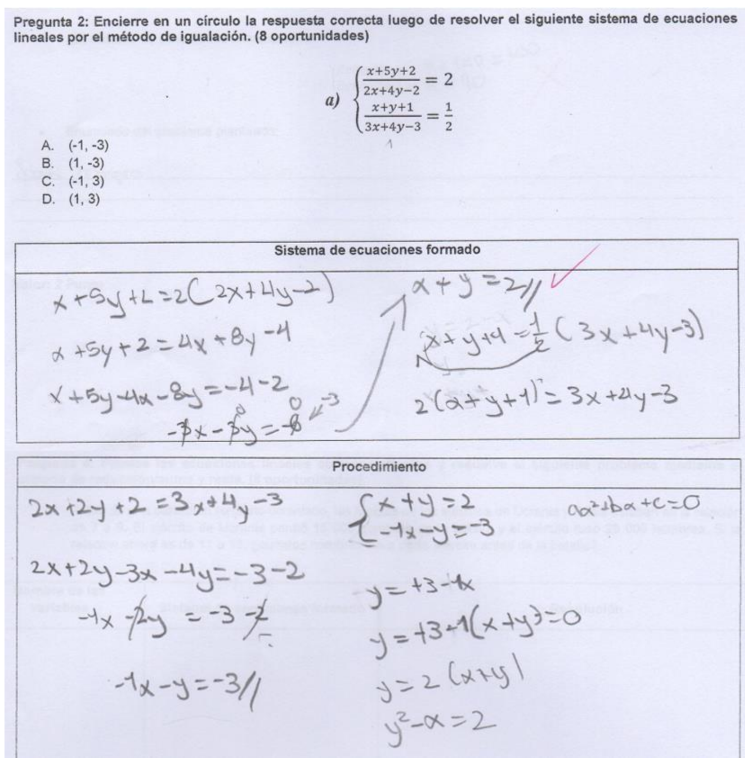
Sistema de ecuaciones formado

$\frac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2$
$x+5y+2 = 2(2x+4y-2)$
$x+5y+2 = 4x+8y-4$
$x+5y-4x-8y = -4-2$
$-3x-3y = -6/3$
$x+y=2$ ✓ 1

$\frac{x+y+1}{3x+4y-3} = \frac{1}{2}$
$x+y+1 = \frac{1}{2}(3x+4y-3)$
$x+y+1 = \frac{3x}{2} + \frac{4y}{2} - \frac{3}{2}$
$x+y+1 = \frac{3x+4y-3}{2}$
$x+y-3x-4y = (-3-1)^2$
$-2x-3y = 16$ X 0

Figura 12: Respuesta de "AF" a la pregunta 2 de la prueba de ejecución

Fuente: Autoría propia


Pregunta 2: Encierre en un círculo la respuesta correcta luego de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación. (8 oportunidades)

$$a)\ \begin{cases} \frac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2 \\ \frac{x+y+1}{3x+4y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

A. (-1, -3)
B. (1, -3)
C. (-1, 3)
D. (1, 3)

Sistema de ecuaciones formado

$x+5y+2=2(2x+4y-2)$
$x+5y+2=4x+8y-4$
$x+5y-4x-8y=-4-2$
$-3x-3y=-6$
$x+y=2$ ✓
$x+y+1=\frac{1}{2}(3x+4y-3)$
$2(x+y+1)=3x+4y-3$

Procedimiento

$2x+2y+2=3x+4y-3$
$2x+2y-3x-4y=-3-2$
$-1x-2y=-3$
$-1x-y=-3$

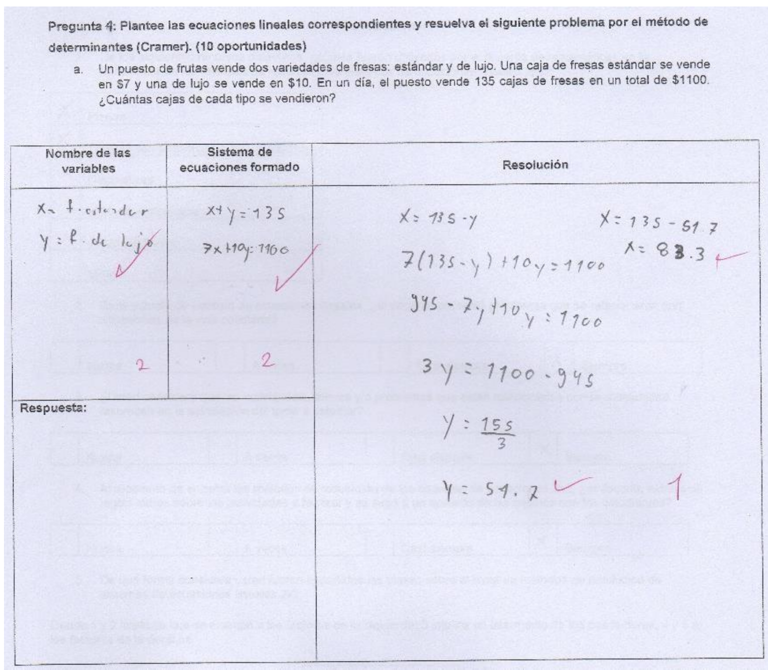
$\begin{cases} x+y=2 \\ -1x-y=-3 \end{cases}$ $ax^2+bx+c=0$

$y=+3-1x$
$y=+3-1(x+y)=0$
$y=2(x+y)$
$y^2-x=2$

Figura 13: Respuesta de "MA" a la pregunta 2 de la prueba de ejecución.

Fuente: Autoría propia

Con respecto a la pregunta número 4, que de manera similar evalúa la segunda destreza, se obtuvo que el 94,84% de los estudiantes se localizan en la categoría de “No alcanzan los aprendizajes requeridos” y en las restantes categorías: *“Está próximo a alcanzar los aprendizajes* *requeridos”*, *“Alcanza los aprendizajes requeridos”* y *“Domina los aprendizajes requeridos”*, se encuentran un porcentaje de 1,72% del alumnado en cada una de ellas. En dicha pregunta se presentó un problema contextualizado que, además de requerir una traducción del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, se especificó el empleo de un método de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2: Cramer o método de determinantes. A partir de estos datos y lo observado en las respuestas obtenidas, se puede inferir que la gran mayoría de los participantes en la investigación, no pudieron plantear el sistema de ecuaciones requerido para resolver el problema y, a pesar de conseguir este primer paso, no recuerdan el método solicitado para llegar a la respuesta y recorren a otro distinto. Como lo demuestra la siguiente imagen extraída de la resolución de un estudiante en la prueba de ejecución:


Pregunta 4: Plantee las ecuaciones lineales correspondientes y resuelva el siguiente problema por el método de determinantes (Cramer). (10 oportunidades)

a. Un puesto de frutas vende dos variedades de fresas: estándar y de lujo. Una caja de fresas estándar se vende en $7 y una de lujo se vende en $10. En un día, el puesto vende 135 cajas de fresas en un total de $1100. ¿Cuántas cajas de cada tipo se vendieron?

Nombre de las variables	Sistema de ecuaciones formado	Resolución
x= f. estandar y: f. de lujo 2	x+y=135 7x+10y=1100 2	x= 135 - y 7(135-y)+10y=1100 945 - 7y + 10y = 1100 3y = 1100 - 945 y = 155/3 y = 51.7 1 x = 135 - 51.7 x = 83.3
Respuesta:		

Figura 14: Respuesta de "CO" a la pregunta 4 de la prueba de ejecución.

Fuente: Autoría propia.

La preferencia de ciertos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 se puede dar debido a que los estudiantes manifiestan dificultades en realizar operaciones con diferentes conjuntos numéricos y en la aplicación del razonamiento matemático para la deducción de elementos en el proceso. No obstante, a pesar de que seleccionados alumnos lograron desarrollar el proceso para hallar la respuesta, se afirma el bajo nivel de conocimiento existente en los participantes acerca de ciertos métodos de resolución, así como el planteamiento del sistema de ecuaciones debido a que la respuesta más recurrente por parte de ellos era dejar en blanco la pregunta mencionada.

Por último, el análisis del dominio de la destreza número tres estuvo abarcado en la pregunta 3; la misma en la que, se solicitó plantear un sistema de ecuaciones lineales 2x2 que refleje una situación particular retratada en un gráfico y posteriormente, construir un enunciado de un problema cotidiano donde se utilicen las ecuaciones del primer paso. Como se puede observar en la tabla 3, solamente el 15,92% de estudiante domina el aprendizaje requerido, es decir, es capaz de llevar a cabo la interpretación de la imagen, determinar las variables en juego, plantear el sistema de ecuaciones lineales y desarrollar un enunciado. Por el contrario, el 70,69% no alcanza el aprendizaje requerido, se observó que la mayoría de los estudiantes tuvieron dificultades para relacionar y describir un ejemplo de cómo se podría aplicar un ejercicio planteado en la vida real. Esto puede atribuirse al enfoque memorístico, repetitivo y mecánico de su educación hasta el momento. Luego, se encuentra el 10,34% donde el alumno está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos, en otras palabras, es capaz de establecer las variables en juego, pero al momento de formar el sistema de ecuaciones lineales no relaciona los datos observados con las incógnitas ya constatadas. Y el 3,45% de la población alcanza los aprendizajes requeridos, esto se debe gracias a la formulación del sistema de ecuaciones en base a los datos de la imagen es correcto, cuando se dispone a redactar el problema, existe una confusión en la pregunta final para hallar el valor de las incógnitas. Panizza (como se citó en Trejo et al., 2016), resulta esencial en la enseñanza de las matemáticas establecer una conexión significativa entre los objetos de conocimiento, las representaciones y la adquisición de sentido. Estos aspectos adquieren una relevancia particular en una didáctica que considera las particularidades del nivel educativo y reconoce la extensa trayectoria necesaria para alcanzar los aprendizajes deseados; escenario que no se evidencia dentro de las aulas de clase de acuerdo a los resultados se la prueba de diagnóstico.

2.2.3. Encuesta

Se presenta a continuación, los resultados obtenidos de los datos estadísticos proporcionados por la encuesta aplicada a la población de estudiantes de Primero de Bachillerato, los mismos que se presentan por medio de gráficos y el correspondiente análisis:

1. ***De los siguientes recursos didácticos, ¿cuáles fueron utilizados por el docente de matemáticas en la enseñanza de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2?***

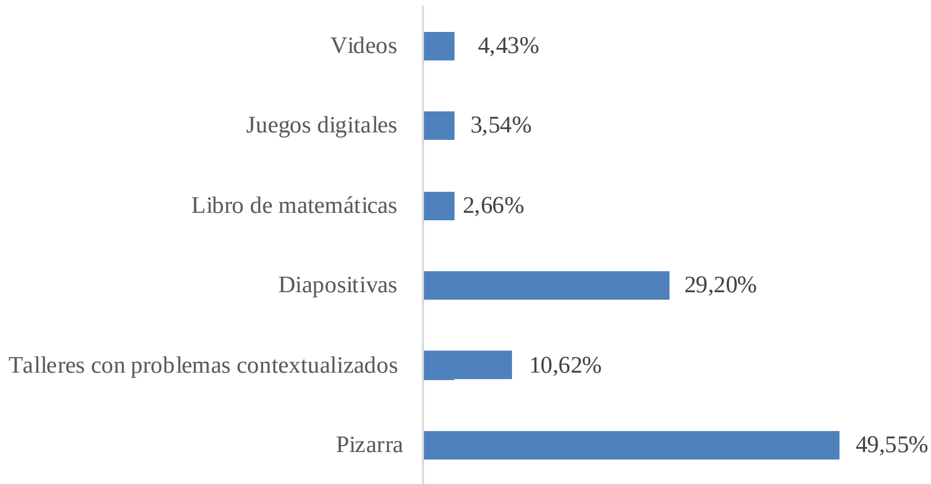


Figura 15: Porcentaje de respuestas de la pregunta 1 de la encuesta.

Fuente: Autoría propia.

Se observa que el 49,55% de la población marca la opción "*pizarra*" como el recurso didáctico con mayor presencia en la enseñanza de los métodos de resolución se sistemas de ecuaciones lineales 2x2, esto no es de extrañarse debido a que es un elemento tradicional necesario para la explicación de los contenidos matemáticos. Sin embargo, se aspiró que, gracias a la modernización de las prácticas educativas, con métodos y estrategias de enseñanza nuevas, donde se involucran los ítems de "*videos*" y "juegos digitales", tomen un porcentaje representativo de presencia en las aulas de clase, no obstante, solo el 4,43% y 3,54% respetivamente señaló estas opciones. El desconocimiento de herramientas innovadoras, sumado con la desconfianza que genera el uso de las mismas, se llegó a la conclusión de que la resistencia al cambio, vinculada a la personalidad, se manifiesta a través de un comportamiento observado en los docentes. Este comportamiento se caracteriza por mantener un enfoque inflexible en el cual se intenta replicar experiencias exitosas sin considerar las demandas de cambio del entorno (Mejía et al., 2018). Ahora bien, se destaca que el 10,62% de los encuestados responden que el docente de matemáticas emplea talleres con problemas contextualizados para la enseñanza de este tema, una cifra menor de la esperada ya que, hoy en día, la educación se direcciona a mostrar la aplicabilidad de los saberes aprendidos en la vida cotidiana. Por último, se encuentra el uso de libros de texto con un 2,66% de presencia en el proceso de enseñanza, algo que fue sustituido con la proyección de diapositivas al disponer del 29,20% de elección por los docentes.

2. ***En el estudio de sistema de ecuaciones lineales, ¿el docente presentó problemas que se relacionaron con situaciones de la vida cotidiana?***

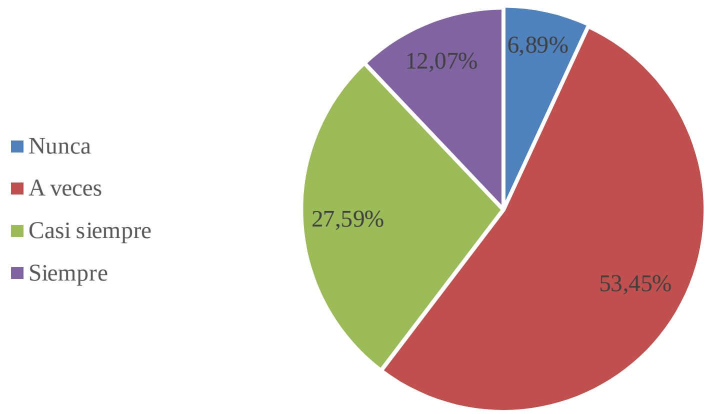


Figura 16: Porcentaje de respuestas de la pregunta 2 de la encuesta.
Fuente: Autoría propia.

Con un 53,45% se cuenta que “*A veces*” los docentes de matemáticas utilizan problemas que se relacionan con situaciones de la vida cotidiana durante el proceso de enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales, seguido del 27,59% de la opción “*Casi siempre*”, se puede inferir que, las estrategias empleadas no se dirigen a la exploración de las actividades realizadas por el estudiante y la relación existente de los contenidos con las mismas. El docente no se debe limitar únicamente a las experiencias y acciones diarias del alumno, el contexto no puede ser reducido únicamente a eso. Es fundamental incorporar las matemáticas en el marco más amplio de las ciencias que el alumno estudia en la escuela, lo que se conoce como contexto curricular (Angulo et al., 2019).

3. ***¿Usted considera que las actividades, talleres y/o problemas que están relacionados con la cotidianidad favorecen en la asimilación del tema a estudiar?***

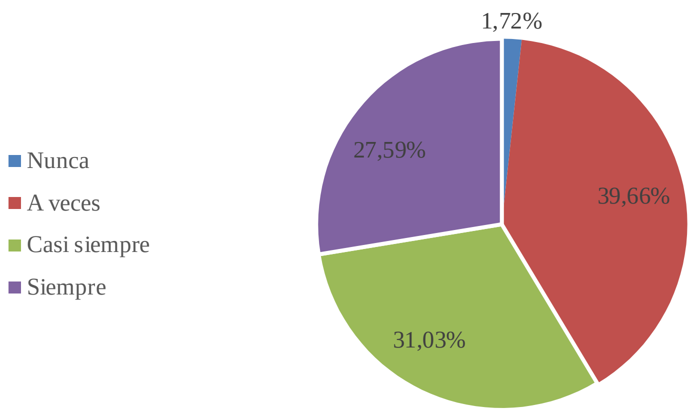


Figura 17: Porcentaje de respuestas de la pregunta 3 de la encuesta.
Fuente: Autoría propia.

Referente a la percepción del estudiante, las opciones "*Casi siempre*" y "*Siempre*" acumuladas por la sumatoria del 58,62% muestran disposición a comprender de mejor manera el concepto matemático a tratar si se maneja problemas contextualizados. Consecutivamente, el 41,38% proveniente de la sumatoria de las alternativas "*Nunca*" y "*A veces*" existe cierta resistencia en el proceso de asimilación del tema estudiando aplicando talleres que involucren factores de contexto. El contexto juega un papel fundamental en todas las etapas del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. No solo es relevante durante la fase de aplicación, sino también en la fase de exploración y en la fase de desarrollo, donde los estudiantes descubren o reinventan conceptos matemáticos.

4. ***Al momento de enseñar los métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones 2x2, ¿el docente estableció reglas claras sobre las actividades a realizar y se llegó a un acuerdo de las mismas con los estudiantes?***

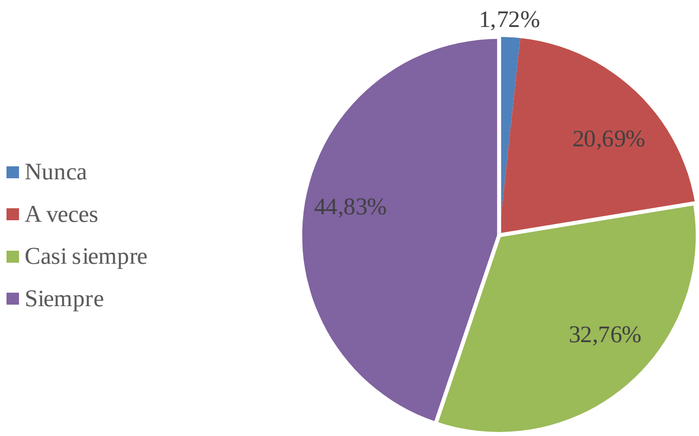


Figura 18: Porcentaje de respuestas de la pregunta 4 de la encuesta.
Fuente: Autoría propia.

Se puede inferir que el planteamiento y la puesta en práctica de las actividades propuestas por el docente cumplen con el modelo sistémico denominado contrato didáctico debido a que la alternativa con mayor marcación fue "*Siempre*" con el 44,83%. Gracias a ello, se evidencia la existencia de consignas establecidas entre el docente y el estudiante que brindan el mayor beneficio para el desarrollo de la autonomía de este último, una característica destacable del uso del contrato didáctico y la apertura de la implementación de situaciones didácticas como estrategia de enseñanza de las matemáticas. Además, el 32,76% marcó la opción de "*Casi siempre*", que de igual forma se mantiene dentro del rango favorable para concluir que la relación entre los actores educativos es oportuna para establecer este juego de reglas implícitas. Finalmente, se concluye la pregunta con el 20,69% y el 1,72% de los encuestados señaló "*A veces*" y "*Nunca*" como selección.

5. ***De qué forma considera usted que fueron impartidas las clases sobre el tema de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Donde 1 y 2 implican que se acercan a los factores de la izquierda, 3 implica un intermedio de los dos factores, 4 y 5 a los factores de la derecha.***

Tabla 4: Porcentaje de respuestas a la pregunta 5 de la encuesta.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
Clase participativa	5,17%	17,24%	60,35%	10,35%	6,89%	**Clase teórica**

Nota: Porcentaje de consideración de clases métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Fuente: Autoría propia.

Se destaca en esta pregunta que, la escala de 1 está conformada por el 5,17% de los estudiantes que consideran que las clases sobre el tema de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 fue impartida de forma participativa, así como el 17,24% en la escala de 2. Un aspecto importante de considerar debido a que los resultados muestran un acercamiento mayoritario para la opción de clase participativa, por consecuencia, es un resultado positivo. Sin embargo, es necesario continuar trabajando para lograr que esto se aplique de manera más amplia. Es fundamental abandonar las antiguas técnicas de enseñanza teórica y clásica, y adoptar en su lugar modelos actuales e innovadores, como las situaciones didácticas (Guevara y Riveros, 2021).

CAPÍTULO III: Propuesta

3.1. Estructura de la propuesta

A continuación, se presenta el diseño de una guía didáctica la cual lleva por nombre “Situaciones didácticas para sistemas de ecuaciones lineales 2x2” y está dirigida a los docentes de matemáticas que enseñan este tema del álgebra lineal. La guía didáctica se basa en la Teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau. El material cuenta con actividades enfocadas a solventar ciertas dificultades detectadas en las pruebas de ejecución aplicadas a los estudiantes y entrevistas efectuadas a los docentes.

Las actividades planteadas para las situaciones didácticas se distribuyen en cuatro temáticas que abordan la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables y constan de cuatro momentos: acción, formulación, validación e institucionalización. Este recurso cuenta con los elementos necesarios para desarrollar el proceso de enseñanza del tema en el aula de clase; y el docente, en su papel de guía, será el encargado de tomar las decisiones adecuadas e instrucciones precisas para realizar las diversas acciones propuestas.

3.2. Estructura de las situaciones didácticas

Acción

- Para la situación de acción se propone un taller de trabajo por cada clase, éste posee indicaciones claras y precisas para ser llevada a cabo. Además, se incorporan diferentes elementos como: videos, juegos, problemas contextualizados, etc., que deberán ser solucionados por el estudiante. Por último, se elaborarán conclusiones de acuerdo al contenido matemático desarrollado en cada taller y quedarán en constancia al final, en un apartado específico.

Formulación

- Para la situación de formulación en cada tema específico, se propone la conformación de grupos de trabajo de entre 3 a 5 estudiantes, quienes serán los encargados de elaborar un organizador gráfico de las conclusiones de la situación de acción (se especifica en cada situación didáctica el tipo de organizador gráfico). Al final, dicho material será recogido por el docente.

Figura 19: Fases de acción y formulación de la propuesta didáctica.

Fuente: Autoría propia.

Validación	Institucionalización
• Para la situación de validación, consideran las conclusiones formuladas en las situaciones previas de cada tema específico por los estudiantes. Los grupos de trabajo conformados con anterioridad, resolverán y expondrán un formulario de preguntas que es suministrado en la guía didáctica.	• Para la situación de institucionalización, se presenta una ficha científica por cada clase que servirá como guía para el docente al momento de realizar el proceso de reflexión del contenido matemático visto.

Figura 20: Fases de validación e institucionalización de la propuesta didáctica.

Fuente: Autoría propia.

Acto continuo, se muestra una tabla donde se detalla de forma precisa los temas matemáticos de cada situación didáctica y los cuatro momentos ya mencionados previamente:

Tabla 5: Estructura de las situaciones didácticas propuestas.

SITUACIONES DIDÁCTICAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES					
Destreza	**Tema específico**	**Acción**	**Formulación**	**Validación**	**Institucionalización**
M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.	Traducción del lenguaje verbal al algebraico	Taller de trabajo 1: Conceptos previos	Organizador gráfico: Diagrama de estrellas	Formulario de preguntas 1	Ficha científica 1
M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2: Igualación y sustitución	Taller de trabajo 2: Método de igualación y método se sustitución	Organizador gráfico: Cuadro de secuencias	Formulario de preguntas 2	Ficha científica 2
	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2: Cramer y eliminación gaussiana	Taller de trabajo 3: Método de determinante y método de eliminación gaussiana	Organizador gráfico: Mapa de persuasión	Formulario de preguntas 3	Ficha científica 3
M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	Problemas contextualizados que involucren sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Taller de trabajo 4: Problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Organizador gráfico: Organizador para la resolución de problemas	Formulario de preguntas 4	Ficha científica 4

Nota: situaciones didácticas de sistemas de ecuaciones lineales.

Fuente: Autoría propia.

$ax + by = c$

GUÍA PARA LA ENSEÑANZA

SITUACIONES DIDÁCTICAS

Sistemas de ecuaciones lineales 2x2

Realizado por Paola Mejía González

$2x + 4y = 0$

$a + b = b + a$

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Sistemas de ecuaciones lineales: Propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la Teoría de Situaciones Didácticas.

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Autor:
Paola Viviana Mejía González

Director:
Mgs. Tatiana Gabriela Quezada Matute
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2730-9342

Cuenca, Ecuador
2023

Universidad de Cuenca

SITUACIONES DIDÁCTICAS

TEMA

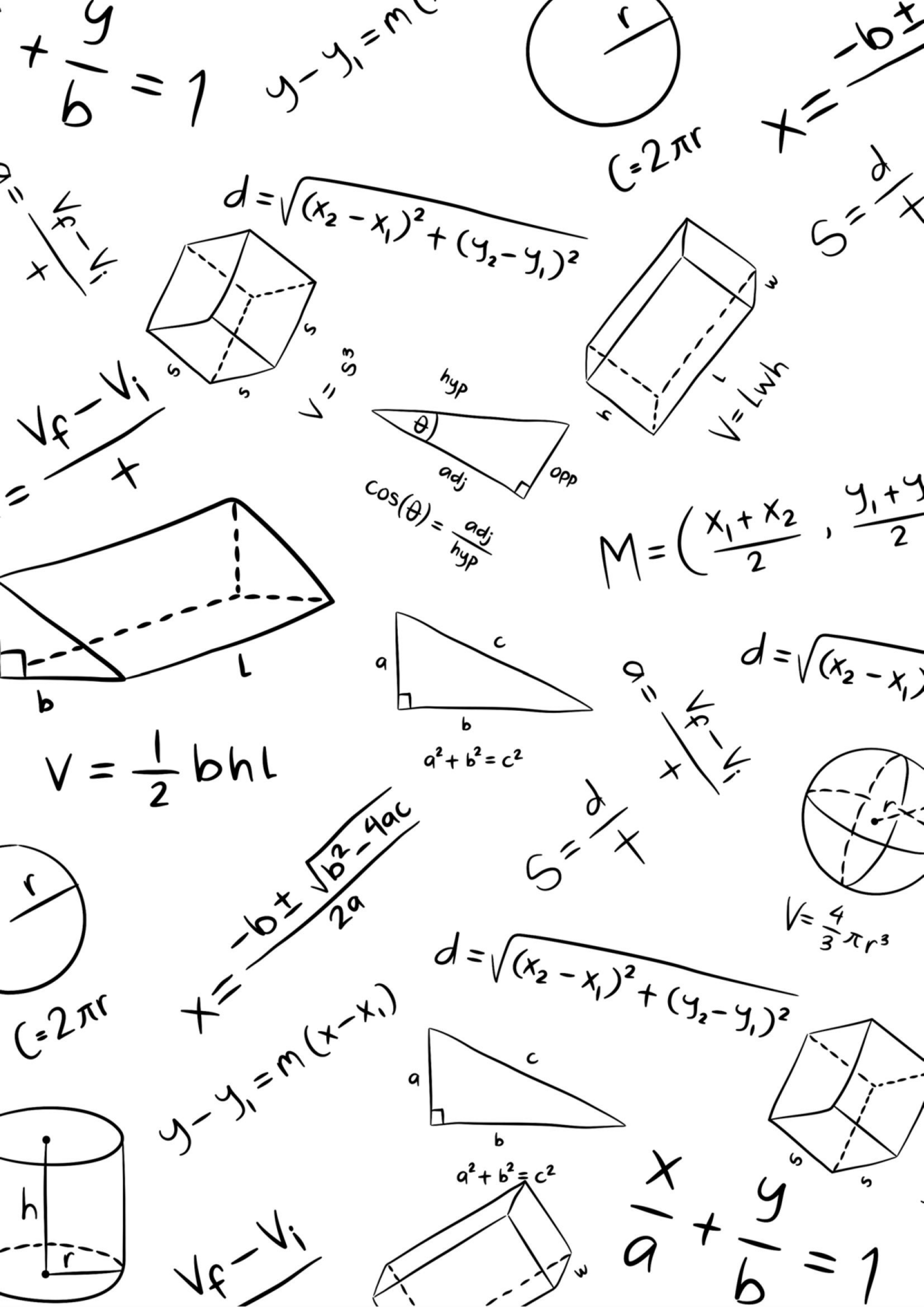
Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

ELABORADO E ILUSTRADA:

Paola Mejía González

TUTORÍA Y DIRECCIÓN:

Mg. Tatiana Quezada



C=2πr
d=√((x2−x1)²+(y2−y1)²)
V=s³
s
hyp
θ
adj
opp
cos(θ)= adj/hyp
V=Lwh
L
w
h
Vf−Vi / t
M=(x1+x2 / 2 ,
L
b
V= 1/2 bhL
a
b
c
a²+b²=c²
a= Vf−Vi / t
S= d/t
V= 4/3 πr³
r
x= −b± √b²−4ac / 2a
y−y1=m(x−x1)
h
x/a + y/b =1

INTRODUCCIÓN

La presente guía didáctica está conformada por cuatro situaciones didácticas propuestas para el docente, que abordan temas relacionados con sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, las cuales son: Conceptos generales, Método de igualación y sustitución, Método de determinantes y de eliminación gaussiana y Problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Cada una de estas situaciones incluye el uso de diversas actividades llamativas y de gran desafío para el estudiante, además de datos curiosos y lecturas que informan, entretienen y forman.

Las situaciones didácticas fueron creadas de acuerdo con los principios establecidos en la Teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau. Dicha propuesta cuenta con las herramientas necesarias para que el docente lleve a cabo el proceso de enseñanza de este tema del álgebra lineal según los lineamientos de las situaciones didácticas para que los estudiantes alcancen una aprendizaje significativo.

ÍNDICE

ÍNDICE

INSTRUCCIONES PREVIAS PARA EL DESARROLLO DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Es fundamental que el docente posea un conocimiento previo del contenido, de la estructura y la razón detrás de cada una de las actividades propuestas para desarrollar las situaciones didácticas.

Se destaca que las situaciones didácticas planteadas a continuación siguen los lineamientos establecidos por su creador, Guy Brousseau, y se sugiere al docente profundizar sobre la teoría de situaciones didácticas para mayor comprensión del tema.

Se encuentran formuladas de la siguiente manera:

Cada una de las situaciones didácticas poseen una introducción de los contenidos y actividades a ser desarrolladas en cuatro etapas distintas que se detallan a continuación, cumpliendo los objetivos propuestos en cada una de ellas.

TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

Para entender de mejor manera la Teoría de Situaciones Didácticas y la forma en cómo se encuentran estructuradas las situaciones didácticas debemos tomar en cuenta que, para Guy Brousseau, en el proceso de enseñanza, es de suma importancia las preguntas y actividades presentadas al estudiante y que son formuladas por el cuerpo docente.
Asimismo, la introducción a nuevos conocimientos mediante las múltiples operaciones intelectuales como, por ejemplo: identificar elementos, buscar y analizar información, deducir situaciones y explicar fenómenos, razonar, demostrar, entre otras. Bajo estas características, el docente debe presentar a sus estudiantes situaciones matemáticas reales que los mismos puedan vivir, y que provoquen la emergencia de legítimos problemas matemáticos.

¿QUÉ ES UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA?

Las situaciones didácticas son un conjunto de interconexiones que su presentación puede ser de forma explícita y/o implícita ante tres elementos, el primero: un solo individuo o un grupo de estudiantes, el segundo: frente a algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el tercero: en presencia del profesor, con el objetivo de conceder al estudiantado un modo de aprender cierto conocimiento. Es decir, la interacción de los tres sujetos (estudiante, docente y medio) es fundamental para construir una situación didáctica dado que, se establece un medio de comunicación entre estos elementos, para afrontar problemas elaborados por el docente y adaptados a los saberes de los estudiantes.

¿QUÉ ES UNA SITUACIÓN A-DIDÁCTICA?

Se destaca que durante la situación a-didáctica los actores serán únicamente el estudiante y el medio. El docente proporciona al alumnado problemas que exigen habilidades cognitivas como: el razonamiento, la comprensión, el lenguaje, entre otros, donde se ven reflejadas las capacidades del estudiante en función de sus conocimientos previos y sin la participación directa o indirecta del profesor. En síntesis, significa el momento más determinante del aprendizaje, puesto que el éxito del estudiante en la resolución de los problemas o ejercicios recae en su propio mérito al conseguir sintetizar un conocimiento.

ETAPAS DE UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA

SITUACIÓN DE ACCIÓN:

Para la situación de acción se propone un ***taller de trabajo*** por cada temática a ser abordada donde el estudiante realizará la actividad de forma individual, éste posee indicaciones claras y precisas para ser llevada a cabo. Además, se incorporan diferentes elementos como: videos, imágenes, juegos, problemas contextualizados, etc., que deberán ser solucionados por el estudiante para alcanzar el aprendizaje requerido para avanzar a la siguiente etapa.
Por último, cada uno de los talleres de trabajo posee un aparatado específico en el cual se elaborarán conclusiones propias de acuerdo al contenido matemático desarrollado por los estudiantes, finalizado el taller de trabajo se da paso a la siguiente etapa.

- **Responsabilidades del docente:**

Cade destacar que, al tratarse de una guía didáctica para la enseñanza, los talleres de trabajo contarán con indicaciones dirigidas al docente que, en su papel de orientador del conocimiento, deberá tomar en consideración a lo largo de la ejecución de esta etapa. Sin embargo, es importante que el docente resuelva dudas del estudiante sobre el uso del taller de trabajo y de los pasos a seguir que no sean comprendidos, más no del saber matemático a ser deducido por ellos, es decir, no dar información del tema o de cómo resolverlo.

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN:

Para la situación de formulación en cada tema específico, se propone la conformación de grupos de trabajo de entre 5 a 6 estudiantes, quienes serán los encargados de elaborar un organizador gráfico de las conclusiones obtenidas en la situación de acción; se especifica en cada situación didáctica el tipo de organizador gráfico.

- **Responsabilidades del docente:**

El docente debe mirar que los distintos grupos estén equiparados antes de realizar las indicaciones generales. Luego, se dará a conocer a los estudiantes que en esta etapa deben socializar y discutir acerca de las conclusiones generadas individualmente en la situación anterior, expresar las razones que les arrojó a ellas, los procesos seguidos y las dificultades presentes. El docente juega un papel importante debido a que será el encargado de motivar el trabajo colaborativo y de estar atento para que cada miembro participe al compartir sus ideas.

Asimismo, debe aproximarse a cada grupo de trabajo y brindar pequeñas pautas o guías para el desarrollo de las mismas, sin influir de forma directa en las conclusiones. Al final, dicho material será recogido por el docente.

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN:

Para la situación de validación, se consideran las conclusiones formuladas por los estudiantes en la situación previa (situación de formulación) de cada tema específico. El objetivo de realizar este paso es buscar que cada una de las deducciones encontradas, sean puestas a prueba y juzgadas por la totalidad del grupo de estudiantes. Para ello, los grupos de trabajo conformados con anterioridad, resolverán y expondrán un ***formulario de preguntas*** que es suministrado en la guía didáctica.

- **Responsabilidades del docente:**

A lo largo de esta etapa, el docente se encuentra más activo en el desarrollo de la misma ya que será el coordinador general de todas las actividades a ejecutar, además, determinará el tiempo de inicio y de finalización. Cabe señalar que, el docente recolectará todas las conclusiones que sean validadas por los estudiantes, de igual forma los errores y las dificultades presenten para solventarlas en la situación de institucionalización.

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN:

Para la situación de institucionalización, se presenta una ficha científica por cada tema específico que servirá como guía para el docente al momento de realizar el proceso de reflexión del contenido matemático visto.

- **Responsabilidades del docente:**

Los estudiantes regresarán a trabajar de forma individual. En esta etapa, el docente será el encargado de afianzar los saberes adquiridos a lo largo de las situaciones de acción, formulación y validación. Para esa finalidad, el profesor cuenta con las ***fichas científicas*** que cada situación didáctica posee de acuerdo al tema trabajado y funcionará como una guía para validar las conclusiones obtenidas.

Acto continuo, se muestra una tabla donde se detalla de forma precisa los temas matemáticos de cada situación didáctica y los cuatro momentos ya mencionados previamente:

SITUACIONES DIDÁCTICAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Destreza	Tema específico	Acción	Formulación	Validación	Institucionalización
M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.	Traducción del lenguaje verbal al algebraico	Taller de trabajo 1: Conceptos previos	Organizador gráfico: Diagrama de estrellas	Formulario de preguntas 1	Ficha científica 1
M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2: Igualación y sustitución	Taller de trabajo 2: Método de igualación y método se sustitución	Organizador gráfico: Cuadro de secuencias	Formulario de preguntas 2	Ficha científica 2
	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2: Cramer y eliminación gaussiana	Taller de trabajo 3: Método de determinante y método de eliminación gaussiana	Organizador gráfico: Mapa de persuasión	Formulario de preguntas 3	Ficha científica 3
M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	Problemas contextualizados que involucren sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Taller de trabajo 4: Problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2	Organizador gráfico: Organizador para la resolución de problemas	Formulario de preguntas 4	Ficha científica 4

Parte complementaria

SITUACIÓN A-DIDÁCTICA:

Para la situación a-didáctica se propone como una actividad lúdica debido a que, en primera forma, se trata de una tarea que no tiene la finalidad explícita de enseñar, pero lo hace. Para llevar a cabo la actividad, los estudiantes tendrán dos modalidad de trabajo: individual y/o grupal, dependiendo de la situación didáctica vista. Se priorizará siempre la colaboración de todos los integrantes.

Esta etapa consta de dos partes: estructuración y aplicación que en cada tema se encuentra especificado, como se muestra en la siguiente tabla:

SITUACIONES A-DIDÁCTICAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	
Tema específico	**Recurso**
Traducción del lenguaje verbal al algebraico	Sopa de números
Método de igualación Método de sustitución	Mentes matemáticas
Método de Cramer Método de eliminación Gaussiana	Un viaje con Cramer y Gauss
Problemas contextualizados	Luces, cámara y álgebra

Situación Didáctica

PRIMERA

Conceptos Generales

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Situación Didáctica

1

CONCEPTOS GENERALES

INTRODUCCIÓN

Para el estudio de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es de gran importancia poseer conocimientos generales previos antes de adentrarnos al estudio propio de este tema. Por ello, se plantean actividades relacionadas con los siguientes conceptos: traducción del lenguaje verbal al algebraico, reconocimiento de ecuaciones lineales con dos incógnitas y la estructura que debe tener un sistema de ecuaciones lineales 2x2. En la primera situación didáctica, el docente contará con el taller de trabajo 1 para entregarlo a sus estudiantes, en el cual se abordará de manera significativa los conceptos ya mencionados. Posteriormente, los estudiantes trabajarán en equipos para desarrollar las situaciones de formulación y validación. Al final, el docente reforzará cada uno de los conceptos trabajados y conclusiones alcanzadas por medio de la situación de institucionalización. Además, se propone una situación a-didáctica con actividades lúdicas para complementar.

OBJETIVOS

- Valorar la presición que contribuye el lenguaje algebraico en el planteamiento y resolución algebraica de los problemas numéricos.
- Comprender los conceptos básicos de los sistemas de ecuaciones lineales, incluyendo términos como variables, coeficientes y soluciones.

INDICADORES DE APRENDIZAJE ESPERADOS:

- Conecta la traducción de un lenguaje verbal a uno algebraico con saberes matemáticos más generales, como la resolución de ecuaciones, la simplificación algebraica y la representación gráfica.
- Identifica una ecuación lineal con dos incógnitas y plantea un sistema para representar situaciones de la vida cotidiana.

Situación Didáctica

1

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Conceptos Generales

INTRUCCIONES PARA EL DOCENTE

Deztreza: M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

APLICACIÓN

Tiempo estimado:
La situación didáctica dispondrá de cuatro horas pedagógicas de duración y se recomienda distribuirlo de la siguiente manera:

- 60 minutos la situación de acción
- 20 minutos la situación de formulación
- 50 minutos la situación de validación
- 30 minutos la situación de institucionalización

Sin embargo, el docente será el encargado de tomar la desición más óptima para disponer del tiempo según las necesidades y requerimientos del grupo.

PROCESO

SITUACIÓN DE ACCIÓN

El docente debe estar atento que todos los estudiantes dispongan del taller de trabajo 1 para comenzar la actividad. Los estudiantes analizarán tres situaciones problema a lo largo de este taller, comenzando por el tema de traducción de un lenguaje verbal a un lenguaje algebraico y terminando con la formulación de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. En total se elaborarán tres conclusiones al final.

Como se especificó con antelación, el docente debe únicamente orientar al estudiante en el desarrollo sin que este dicte el proceso a ser seguido, es decir, el estudiante debe trazar su propio camino para llegar a la solución. .

Situación Didáctica

1

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Conceptos Generales

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

En este aparatado, el docente debe conformar los grupos de trabajo para que los estudiantes socialicen sus conclusiones y elaboren un organizador gráfico del tipo "diagrama de estrellas", de las mismas. Este debe ser realizado en una hoja o cartulina y entregado al docente.

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

El docente dictará las instrucciones necesarias para llevar a cabo esta parte del trabajo de la siguiente manera: para realizar el proceso de validación de las conclusiones obtenidas en los anteriores pasos, cada grupo conformado deberá desarrollar, responder y exponer una de las preguntas que se presentarán al finalizar las indicaciones (formulario de preguntas 1) y será el docente el encargado de proporcionar la pregunta a cada grupo. Finalizada la exposición, se dará paso a un debate con todos los estudiantes del curso, que tiene por objetivo buscar la existencia de nuevas ideas o ideas contrarias.

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Se presenta la “ficha científica 1” que servirá como guía para el docente al momento de afianzar los conocimientos que se vieron a lo largo de la situación didáctica 1.

1

Taller de trabajo

CONCEPTOS GENERALES

Nombre:

Nivel:

Fecha:

PARTE 1

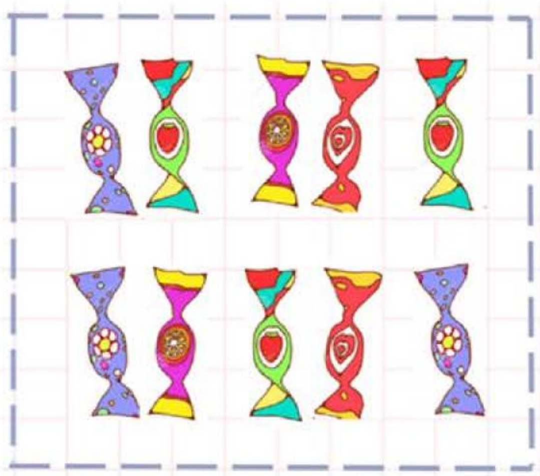
Pregunta – Problema:
¿Cómo expresar en lenguaje algebraico los datos proporcionados por un ejercicio o problema?

Para el docente:
Para resolver sistemas de ecuaciones lineales es de suma importancia saber representar las ecuaciones que traducen las situaciones de igualdad que se manifiestan en el problema. Es por ello, se comienza con un recordatorio de la traducción del lenguaje verbal a uno algebraico donde los estudiantes pueden solventar vacíos existentes para arrancar con el estudio de los métodos de resolución.

EXPLORO PARA RECORDAR:
Observe e interprete los resultados del siguiente caso

Como observamos en la gráfica, el recuadro morado está formado por un número definido de caramelos, en el recuadro existen 10.

Para saber cuántos caramelos hay en el recuadro, basta con contar el número de filas por el número de columnas y obtienes el total. Te has dado cuenta de que tienen dos filas de caramelos, pero en el recuadro hay 5 caramelos por cada fila.



¡Pero OJO!

El álgebra ofrece una perspectiva más amplia al permitirnos generalizar el cálculo mediante el uso de variables que representan valores generales y que luego pueden ser reemplazadas por valores específicos en un momento dado.

De esta manera, podemos construir una expresión matemática conocida como **expresión algebraica**, que nos brinda la capacidad de calcular la cantidad de caramelos en cualquier recuadro.

Dicha expresión puede ser representada de la siguiente manera:

1. Asigne una variable para el número de filas: **x**
2. Asigne una variable para el número de columnas: **y**

Número de caramelos: $\boxed{x} \times \boxed{y}$

Este proceso de cálculo que acabamos de realizar es lo que se llama **calcular el valor numérico** de la expresión algebraica para unos valores concretos de sus variables.

Para el docente:
A continuación, se presenta una actividad en la cual el estudiante debe completar con expresiones algebraicas los distintos casilleros. La finalidad de esta actividad es llegar a una familiarización de los diversos casos que el aprendiz se pueda encontrar al momento de resolver un problema de sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Expresa en lenguaje algebraico los datos desconocidos y plantea una ecuación que exprese la situación.

a. Expresiones comunes como el doble, el triple, la mitad o el cuadrado de un determinado valor que no conocemos están presenten cuando tenemos que traducir al lenguaje algebraico. En la tabla a continuación, determina la expresión algebraica que corresponda al enunciado.

Situación	Enunciado	Expresión algebraica
Si mi edad es x	El triple de mi edad es:	$3x$
	La cuarta parte de mi edad es:	$\frac{1}{4}x$
	El antecesor de mi edad es:	$x-1$
Si tengo z docenas de huevos	La mitad de número de docenas que tengo aumentado en 3 es:	$\frac{z}{2}+3$
	El número de huevos que tengo es:	$6z$
Si tengo a bolsas rojas y b bolsas amarillas	El número total de bolsas será:	$a+b$
	El triple producto de bolsas rojas por el número de amarillas al cuadrado:	$3a \cdot b^2$
	El cuádruplo de bolsas amarillas mas el otro es 24:	$4b+a=24$
Si mi hermano mayor tiene w años y yo tengo k años de edad	El número de años que me lleva mi hermano es:	$w-k$
Si tengo un cuadrado de lado l	Su área se establecerá como:	l^2

Para el docente:
Una vez estudiadas las expresiones algebraicas más comunes, es momento de empezar a practicar en situaciones de contexto. El problema que se presenta trata justamente de ello, modelar las ecuaciones que expresen las condiciones de igualdad; puede tratarse de una posible dificultad que se manifieste en el desarrollo por ello es necesario estar atento a este paso fundamental.

APLICA PARA APRENDER:
Lee, analiza y responde.

Blanca tiene en su cartera 8 billetes, haciendo un total de $55, unos billetes son de $5 y otro de $10. ¿Cuántos billetes de cada tipo tiene, considerando que Blanca tiene "x" billetes de $5 y "y" de $10?

a. Escribe una ecuación que representa que la condición “Blanca tiene 8 billetes”:

$$x+y = 8$$

b. Escribe una ecuación que represente la condición “un total de $55”.

$$5x+10y = 55$$

c. ¿Cómo determinarías que las ecuaciones planteadas serían las correctas?

Ejemplo de respuesta:
Las ecuaciones cumplen las condiciones establecidas por el problema y respetan las operaciones que se establecen entre ellas.

ACTIVIDAD EXTRA

Para el docente:
Esta actividad extra tiene como objetivo la familiarización del estudiante con el proceso de sustitución de valores correspondientes a cada variable y la resolución algebraica que conlleva para la obtención de la respuesta.

Construcción: En la casa de Alberto se requieren hacer varias remodelaciones, el costo para cada una de ellas está representado por una expresión algebraica, dado que cada variable (x,y,w,z) representa un tipo de cambio diferente en moneda.

La modena de cambio es el dolar estadounidense

Pintura (P)

$5x - 10y + 2x - 5w$

Albañilería (A)

$5x - 7y + 2z$

Carpintería (C)

$-10x + 2y - 4z + w$

Jardinería (J)

$-x - 10y + 2z + 3w$

De acuerdo a la información, responda las siguientes preguntas:

1.- ¿Cuál es el costo de Pintura, si $x = 14, y = 3$ y $w = 4$?	2.- ¿Cuál es el costo de Albañilería, si $x = 14, y = 5$ y $z = 10$?
Procedimiento $7x - 10y - 5w$ $7(14) - 10(3) - 5(4)$ 48	*Procedimiento* $5x - 7y + 2z$ $5(14) - 10(5) + 2(10)$ 40
Respuesta: El costo de la pintura será de $48.	**Respuesta:** El costo de albañilería será de $40.

3.- ¿Cuál es el costo de Carpintería, si $x = \frac{1}{5}, y = \frac{3}{4},\ z = \frac{3}{8}$ y $w = \frac{77}{2}$?	4.- ¿Cuál es el costo de Jardinería, si $x = 1{,}3, y = 2{,}5, w = 8{,}3$ y $z = 9{,}2$?
Procedimiento $-10x + 2y - 4z + w$ $-10\left(\frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{3}{4}\right) - 4\left(\frac{3}{8}\right) + \left(\frac{77}{2}\right)$ $38{,}5$	*Procedimiento* $-x - 10y + 2z + 3w$ $-(1{,}3) - 10(2{,}5) + 2(9{,}2) + 3(8{,}3)$ 17
Respuesta: El costo de la carpintería será de $38,5.	**Respuesta:** El costo de jardinería será de $17.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema conceptos generales.

PARTE 2

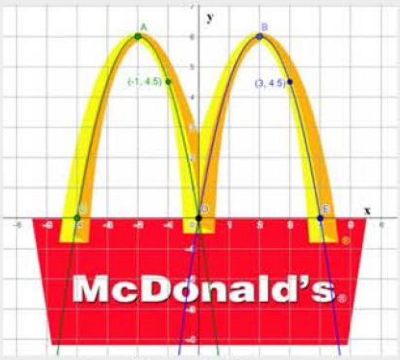
Pregunta – Problema:
¿Cuándo una ecuación con dos incógnitas es lineal?

Como hemos observado, en las expresiones algebraicas se emplean números y letras que representan un valor genérico sin especificar. Sin embargo, en esta sección nos enfocaremos en encontrar valores específicos para esas letras, generalmente representadas por "x" y "y", que satisfagan ciertas condiciones; estas condiciones las expresaremos mediante ecuaciones de igualdad.

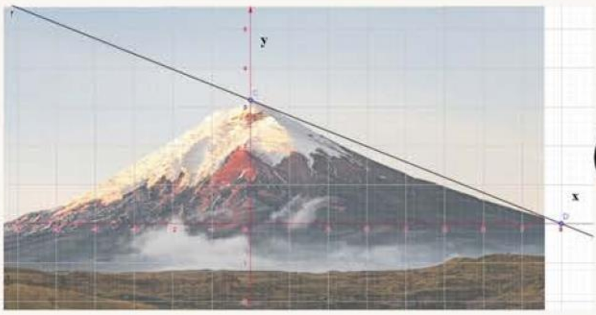
Para el docente:
La representación gráfica de una situación puede apoyar al estudiante al momento en que intenta resolver un problema matemático. Por esa razón, la identificación de la gráfica puede representar el punto de partida del concepto a trabajar, en este caso del tema: ecuación lineal con dos incógnitas.

EXPLORO PARA RECORDAR:
Observe y analise las siguientes gráficas para reconocer una ecuación lineal

De las siguientes gráficas, señale con una equis (x) la que represente una ecuación lineal con dos incógnitas:

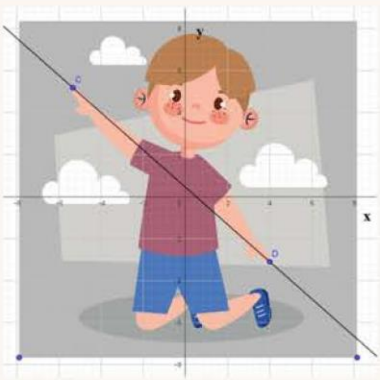


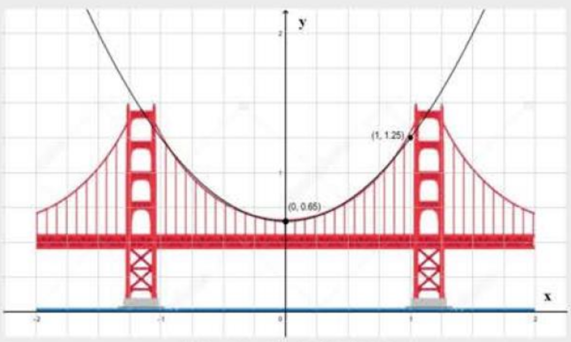
https://acortar.link/Fj1exL



X

X





https://acortar.link/ex5JGE

Las ecuaciones lineales con una variable son aquellas a las que se representa de la siguiente forma: **x+y= -4.** Las ecuaciones lineales con dos variables son parecidas, pero se agrega otra letra, comúnmente la i griega "y", por ejemplo: **x+3y= -4.**

a. Escribe a continuación dos ejemplos de ecuaciones lineales con dos variables:

- 6x+4y=18
- 0,8x-5,9y=-0,5

Para el docente:
Se presenta a continuación una actividad en la cual el estudiante se enfrenta a las preguntas de: ¿qué es una ecuación?, ¿qué valores puede tomar las incógnitas para satisfacer la igualdad?, ¿cómo identifico los datos que solicita el enunciado?, entre otras. Es importe que el docente haga énfasis en los concetos que abarcan dichas preguntas en la etapa de institucionalización.

REFLEXIONO PARA COMPRENDER:
Analice y complete con la opción correcta:

Lionel Messi es un jugar de fútbol, y en la final de Champions League del 2015 acertó 7 duelos en total, ¿Cuántos balones recuperados y pases filtrados acertó?

a. Considerando que acertó "x" balones recuperados y "y" pases filtrados, escribe una ecuación que represente la condición de "acertó 7 duelos".

x+y=7

b. ¿Qué valor debe tener la "x" y la "y" en la ecuación encontrada para que se cumpla la igualdad? Construya una tabla para determinar los valores para "x" y "y".

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado	7	7	7	7	7	7	7	7

c. A que conclusión podrías llegar:

- ¿Existen varios valores de "x" y "y" que cumplen la ecuación lineal de dos variables?

Si, existe más de una valor que satisface la ecuación lineal

- ¿Cuál es la diferencia con la ecuación lineal de una variable?

Existe ahora dos valores que pueden y deben satisfacer la igualdad estanlecida

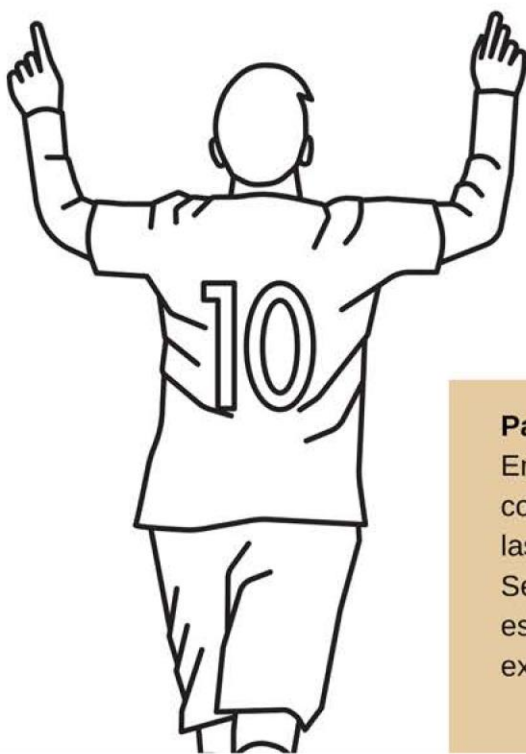
Las ecuaciones de la forma: x+y= 7 se llaman ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y tal como se desarrolló anteriormente, para estas ecuaciones existen más de un par de valores que las satisfacen.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema conceptos generales.

PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿Cómo se forma un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:



Según Messi, por acertar 7 duelos obtuvo 10 en puntaje de rendimiento. ¿Cuántos balones recuperados y cuántos pases filtrados acertó? Sabiendo que el puntaje de pases filtrados vale por dos.

Para el docente:
En este aparatado se trabaja el concepto de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y las posibles soluciones que puede tener; a lo largo de las situaciones didácticas se visualizarán ejemplos con una única solución. Se recomienda al docente tener precaución cuando el estudiante realice esta actividad porque al plantear de forma incorrecta las ecuaciones, existiría fallos con las respuestas obtenidas.

a. Escriba una ecuación que represente la condición “obtuvo 10 en puntaje de rendimiento”.

x+2y=10

b. Agrega una fila a la tabla anterior y encuentra los pares de valores que cumplen la nueva condición.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado: $x+y=7$	7	7	7	7	7	7	7	7
Total de puntos: $x+2y=10$	14	13	12	11	10	9	8	7

Para satisfacer las dos condiciones y encontrar los valores de “x” y “y” que satisfagan las dos condiciones, se plantea las dos ecuaciones de forma simultánea:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=7} \\ \boldsymbol{x+2y=10} \end{cases}$$

A la combinación de dos ecuaciones se le llama sistema de dos ecuaciones y la solución de sistema será el par de valores que satisfacen las dos incógnitas.

c. Encuentra los valores de "x" y "y" que cumplan ambas ecuaciones lineales del sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=14} \\ \boldsymbol{x-y=4} \end{cases}$$

x= 9

y= 5

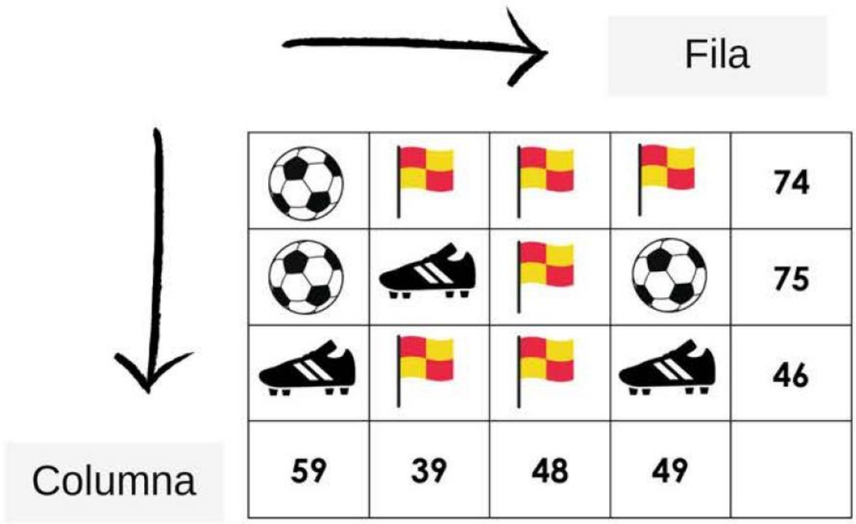
- ¿Cuál crees que es la condición que debe cumplir el sistema de ecuaciones lineales 2x2 para que tenga una sola solución?

Las dos ecuaciones deben representan dos rectas que se crucen en una único punto.

COMPRENDO PARA SABER:
Relacione con lo aprendido y complete:

Para el docente: Es importante que los estudiantes aprendan a plantear ecuaciones según una situación dada y la finalidad de la siguiente actividad es justamente eso. Ahora que conocen el concepto y los pasos para hacerlo, es la oportunidad para que potencialicen su razonamiento lógico y encuentren la solución.

Determinar los valores numéricos que representan las siguientes figuras: las pelotas los zapatos y las banderas para que se cumplan estas siete condiciones. Los números en negrita son el resultado de la suma de cada fila y cada columna.



Nombre de las variables:

Pelota: x
Zapato: y
Bandera: z

- ¿Qué imagen sería la que encontrarías primero?

El valor de las banderas porque al analizar la tercera columna se puede despejar fácilmente esa variable.

- Elabora ecuaciones con el resultado de cada fila.

Primera fila: x+3z= 74
Segunda fila: 2x+y+z= 75
Terecera fila: 2y+2z=46

- Elabora ecuaciones con el resultado de cada columna.

Primera columna: 2x+y= 59
Segunda columna: 2z+y= 39
Tercera columna: 3z= 48
Cuarta columna: x+y+z=49

- Juega con las ecuaciones anteriormente escritas y determina los valores de cada variable

Pelota: 26 - Zapato: 7 - Bandera: 16

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema conceptos generales.

CONCLUSIONES

Para el docente: Este apartado está dirigido para que los estudiantes elaboren y escriban, de forma individual, las conclusiones, ideas, fórmulas, pistas, etc., que llegaron en cada una de las tres “pregunta – problema” presentes en la primera situación didáctica. El docente de estar atento debido a que es una parte imprescindible del proceso que nos ayudará en la situación de formulación.

CONCLUSIÓN #1:

¿Cómo expresar en lenguaje algebraico los datos proporcionados por un ejercicio o problema?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- Para expresar en lenguaje algebraico los datos proporcionados por un ejercicio o problema, puedes seguir estos pasos:

1. Identifica las cantidades o variables desconocidas del problema.
2. Asigna una letra o símbolo para representar cada variable desconocida.
3. Traduce las descripciones o enunciados del problema a expresiones algebraicas. Utiliza operadores matemáticos y símbolos para representar las operaciones y relaciones indicadas en el problema.

CONCLUSIÓN #2:

¿Cuándo una ecuación con dos incógnitas es lineal?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- Una ecuación con dos incógnitas es lineal cuando las incógnitas están elevadas a la potencia 1 y no están multiplicadas ni divididas entre sí. En otras palabras, una ecuación lineal en dos variables tiene la forma general: $ax + by = c$. Donde "a", "b" y "c" son constantes y "x" e "y" son las variables desconocidas. La ecuación sigue siendo lineal incluso si los coeficientes "a" y "b" son cero.

CONCLUSIÓN #3:

¿Cómo se forma un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se forma al combinar dos ecuaciones lineales que involucran las mismas dos variables desconocidas. Estas ecuaciones se escriben juntas como un sistema y se resuelven simultáneamente para encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen ambas ecuaciones.

FORMULARIO DE PREGUNTAS

1

CONCLUSIÓN 1:

a. ¿Cuál es la importancia de adquirir la destreza de traducir de un lenguaje verbal a uno algebraico?
b. Explique mediante ejemplos las pautas que usted considere necesarias tomar en cuenta al momento de escribir las ecuaciones que traducen las condiciones de igualdad del problema.

CONCLUSIÓN 2:

a. Desarrolle las siguientes preguntas:

- ¿Qué es una ecuación lineal con dos incógnitas?
- ¿Cuáles son las diferencias y las similitudes de una ecuación lineal con una función lineal?
- Escriba dos ejemplos de ecuaciones lineales con dos incógnitas y elabore su gráfica respectiva. Además, platee un enunciado de un problema cotidiano donde se pueda ocupar dichas ecuaciones.

CONCLUSIÓN 3:

a. ¿Cuántas soluciones puede tener un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas? Exponga los diferentes casos mediante gráficos.
b. Investigue y explique mediante un collage las aplicaciones de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en la vida cotidiana.

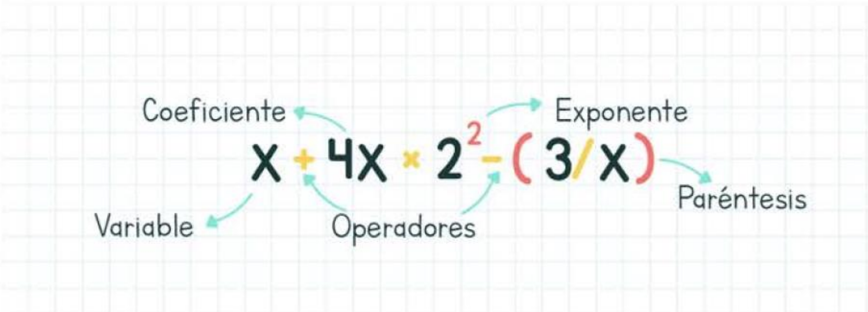
Situación Didáctica

1

FICHA CIENTÍFICA

1. TRADUCCIÓN DE UN LENGUAJE VERBAL A UN LENGUAJE ALGEBRAICO

Cuando resolvemos problemas de álgebra, nos enfrentamos con enunciados que emplean el lenguaje común o habitual, en los cuales una o más cantidades son desconocidas y necesitamos convertirlas al lenguaje algebraico para poder encontrar la respuesta. A las cantidades desconocidas se les denomina incógnitas.



¿QUÉ ES UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA?

Se trata de una combinación de números y letras relacionadas por medio de operaciones aritméticas. Estas expresiones pueden ser de primer grado, de segundo grado, tener una o varias incógnitas, entre otras posibilidades y están conformadas por términos.

Las expresiones algebraicas desempeñan un papel importante al facilitar la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, lo que nos permite escribir la ecuación correspondiente para poder resolverla y encontrar el valor de la incógnita que buscamos.

Situación Didáctica

1

FICHA CIENTÍFICA

TRADUCCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS DE LENGUAJE COMÚN A LENGUAJE ALGEBRAICO

Cuando expreses una especifica expresión verbal a un lenguaje algebraico, toma en cuenta el orden en que escribes las distintas letras, números y operaciones la componen. En caso contrario puede que la expresión no se corresponda con lo que realmente debe significar. Un ejemplo a continuación:

Si tenemos dos números: a y b, la expresión "la diferencia de los cuadrados de los dos números" es $a^2 - b^2$, la cual es muy distinta a $(a-b)^2$ que representa "el cuadrado de la diferencia de los dos números".

Es fundamental considerar la jerarquía de las operaciones al calcular el valor numérico de una expresión algebraica, al igual que se hace al calcular el valor de expresiones numéricas.

$$a^2 - b^2$$

$$(a-b)^2$$

Situación Didáctica

1

FICHA CIENTÍFICA

2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

Una ecuación de primer grado se denomina ecuación lineal.

Una ecuación lineal con dos incógnitas es una igualdad algebraica del tipo: ax+by=c, donde x e y son las incógnitas, y a, b y c son números conocidos

Una solución de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par de valores (xi,yi) que hacen cierta la igualdad. Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta.

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Definición

Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas x y y:

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

donde $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1$ y b_2 son números dados. Cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta. Cualquier par de números reales (x, y) que satisface el sistema (1.1.1) se denomina como solución.

Un sistema de ecuaciones lineales puede

1. no tener solución, o
2. tener exactamente una solución, o
3. tener una cantidad infinita de soluciones.

Situación Didáctica

1

FICHA CIENTÍFICA

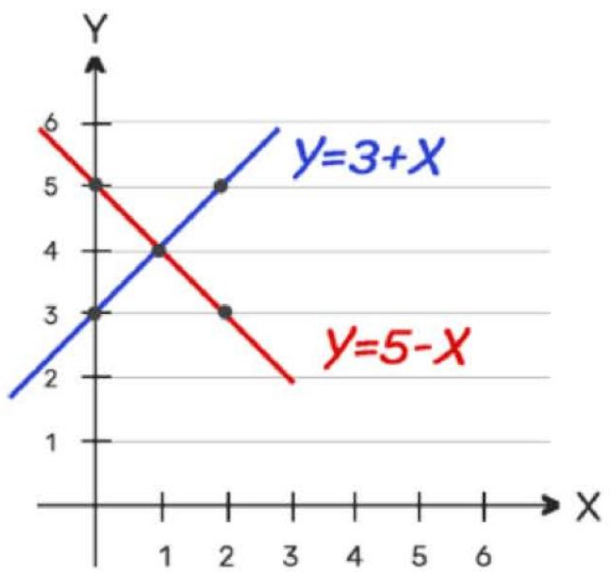
CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta en el plano. Discutir un sistema es estudiar la situación de estas rectas en el plano, que pueden ser:

- Secantes, el sistema tiene solución única, se llama Compatible Determinado.

- Coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones, es Compatible Indeterminado

- Paralelas, el sistema no tiene solución, se llama Incompatible.



1 SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Sopa de números

Tema:

Conceptos generales

Tiempo estimado:

20 a 30 minutos

Materiales:

Actividad "Sopa de números"

Modalidad:

Trabajo individual

OBJETIVO

Desarrollar la habilidad de identificar términos clave y operaciones matemáticas en expresiones algebraicas para poder traducirlas correctamente.

ESTRUCTURACIÓN:

La actividad denominada "Sopa de números" se llevará a cabo de forma individual y tendrá la opción de ser realizada como trabajo en contacto con el docente o como trabajo autónomo, se deja a consideración del docente. Por tal motivo se recomienda que, a la hora de su aplicación, las reglas y normas sean pactadas de forma clara para que todos los participantes conozcan sus roles y se alcance el objetivo de la actividad.

APLICACIÓN:

Sopa de números: Encuentra y colorea cada una de las expresiones algebraicas relacionadas con los siguientes enunciados.

1. La diferencia de los cubos de dos números.
2. El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia.
3. La semi suma de dos números.
4. Dos decenas más que un número.
5. El perímetro de un cuadrado.
6. El triple del cuadrado de la suma de dos números.
7. El cociente de dos números.
8. El doble de la diferencia de dos números.
9. Un número impar.
10. El cuadrado de la diferencia de 7 y 4.
11. La mitad de un número menos su tercera parte.
12. 3 al cuadrado más su doble.
13. Un número elevado a la cuarta potencia.
14. El número natural anterior a n.
15. El cuadrado de un número menos su doble.
16. El triple de un número más su cubo.

ANOTA LAS EXPRESIONES ENCONTRADAS:

Resuelta

Sopa de números

$x^3 - y^3$	$\frac{a-b}{a+b}$	$2n+1$	$(2x-2y)$	$n-1$
$\frac{(a+b)^2}{3}$	$2l$	$a+b+c$	w^4	$(4-7)^2$
$a^2 - b^2$	$x+20$	$\frac{f}{e}$	$x+3x^3$	$4l$
$\frac{x}{3} - \frac{x}{2}$	$3^2 + a$	w^3	$t^2 - 6t$	$(7+4)^2$
$3^2 + 2(3)$	$\frac{a+20}{b}$	$3n$	$\frac{a+b}{a-b}$	$\frac{x}{2} - 3x$
$\frac{l}{4}$	$3^2 - 2^3$	$(7-4)^2$	$4w^4$	$2(x-y)$
$(a+b)^2$	$t^2 - 2t$	$4l^2$	$x+12$	$\frac{c-d}{2}$
$\frac{c+d}{2}$	$x-20$	$\frac{x+x^2}{2}$	$3(a+b)^2$	$2l+20$
w^2	$a+b-c$	$3x+x^3$	ab	$\frac{x}{2} - \frac{x}{3}$

Situación Didáctica

SEGUNDA

Método de igualación
Método de sustitución

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Situación Didáctica

2

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN: IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

INTRODUCCIÓN

Una vez abarcados los conceptos generales que engloba el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se da paso al desarrollo de las habilidades necesarias para encontrar la solución al sistema planteado. Por ello, se plantea actividades relacionadas con el concepto de cómo se llevan a cabo los procesos para hallar la respuesta de un sistema de ecuaciones 2x2 por medio de los métodos de igualación y de sustitución. En la segunda situación didáctica, el docente contará con el taller de trabajo 2 para entregarlo a sus estudiantes, en el cual se abordará de manera significativa los conceptos ya mencionados. Posteriormente, los estudiantes trabajaran en equipos para desarrollar las situaciones de formulación y validación. Al final, el docente reforzará cada uno de los conceptos trabajados y conclusiones alcanzadas por medio de la situación de institucionalización. Además, se propone una situación a-didáctica con actividades lúdicas para complementar.

OBJETIVO

- Desarrollar habilidades para resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando métodos como el método de sustitución y el método de igualación.

INDICADORES DE APRENDIZAJE ESPERADOS:

- Compara diferentes métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, evaluando sus ventajas y desventajas en diferentes situaciones.
- Aplica los conocimientos adquiridos sobre sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas del mundo real.

Situación Didáctica

2

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Métodos de resolución: Igualación y sustitución

INTRUCCIONES PARA EL DOCENTE

Destreza: Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de igualación y de sustitución. (M.4.1.55.)

APLICACIÓN

Tiempo estimado:
La situación didáctica dispondrá de cuatro horas pedagógicas de duración y se recomienda distribuirlo de la siguiente manera:

- 60 minutos la situación de acción
- 20 minutos la situación de formulación
- 50 minutos la situación de validación
- 30 minutos la situación de institucionalización

Sin embargo, el docente será el encargado de tomar la desición más óptima para disponer del tiempo según las necesidades y requerimientos del grupo.

PROCESO

SITUACIÓN DE ACCIÓN

El docente debe estar atento que todos los estudiantes dispongan del taller de trabajo 2 para comenzar la actividad. Los estudiantes analizarán cuatro situaciones problema a lo largo de este taller, comenzando por el tema de el método de sustitución y de igualación, y terminando con la síntesis de los pasos a seguir para resolver los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por estos dos métodos. En total se elaborarán cuatro conclusiones al final.
Como se especificó con antelación, el docente debe únicamente orientar al estudiante en el desarrollo sin que este dicte el proceso a ser seguido, es decir, el estudiante debe trazar su propio camino para llegar a la solución.

Situación Didáctica

2

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Métodos de resolución: Igualación y sustitución

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

En este aparatado, el docente debe conformar los grupos de trabajo para que los estudiantes socialicen sus conclusiones y elaboren un organizador gráfico del tipo "cuadro de secuencias", de las mismas. Este debe ser realizado en una hoja o cartulina y entregado al docente.

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

El docente dictará las instrucciones necesarias para llevar a cabo esta parte del trabajo de la siguiente manera: para realizar el proceso de validación de las conclusiones obtenidas en los anteriores pasos, cada grupo conformado deberá desarrollar, responder y exponer una de las preguntas que se presentarán al finalizar las indicaciones (formulario de preguntas 2) y será el docente el encargado de proporcionar la pregunta a cada grupo. Finalizada la exposición, se dará paso a un debate con todos los estudiantes del curso, que tiene por objetivo buscar la existencia de nuevas ideas o ideas contrarias.

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Se presenta la “ficha científica 2” que servirá como guía para el docente al momento de afianzar los conocimientos que se vieron a lo largo de la situación didáctica 2.

2 Taller de trabajo

MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

Nombre:

Nivel:

Fecha:

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

¡Hola chicos y chicas! Soy John y necesito tu ayuda para resolver los misterios que enmascaran las siguientes actividades con el método de sustitución

Con tus conocimientos y la ayuda de tus compañeros podrás resolver los problemas. Pero ten cuidado con las diversas trampas que llevan al tesoro.

Dato curioso

Los antiguos babilonios ya habían encontrado soluciones a sistemas de ecuaciones lineales. En su enfoque, utilizaban términos como: área, longitud, anchura o volumen para representar las incógnitas, sin que necesariamente estuvieran vinculados a problemas de medición.

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

EXPLORO PARA RECORDAR:

- Determine el valor de la incógnita mediante el proceso de sustitución.

Para el docente:
La siguiente actividad tiene como finalidad practicar el proceso de sustitución de valores correspondientes a cada variable y las operaciones requeridas para hallar la solución. Existe la probabilidad de que los estudiantes no realicen el proceso adecuado y se recomienda al docente estar atento a ello.

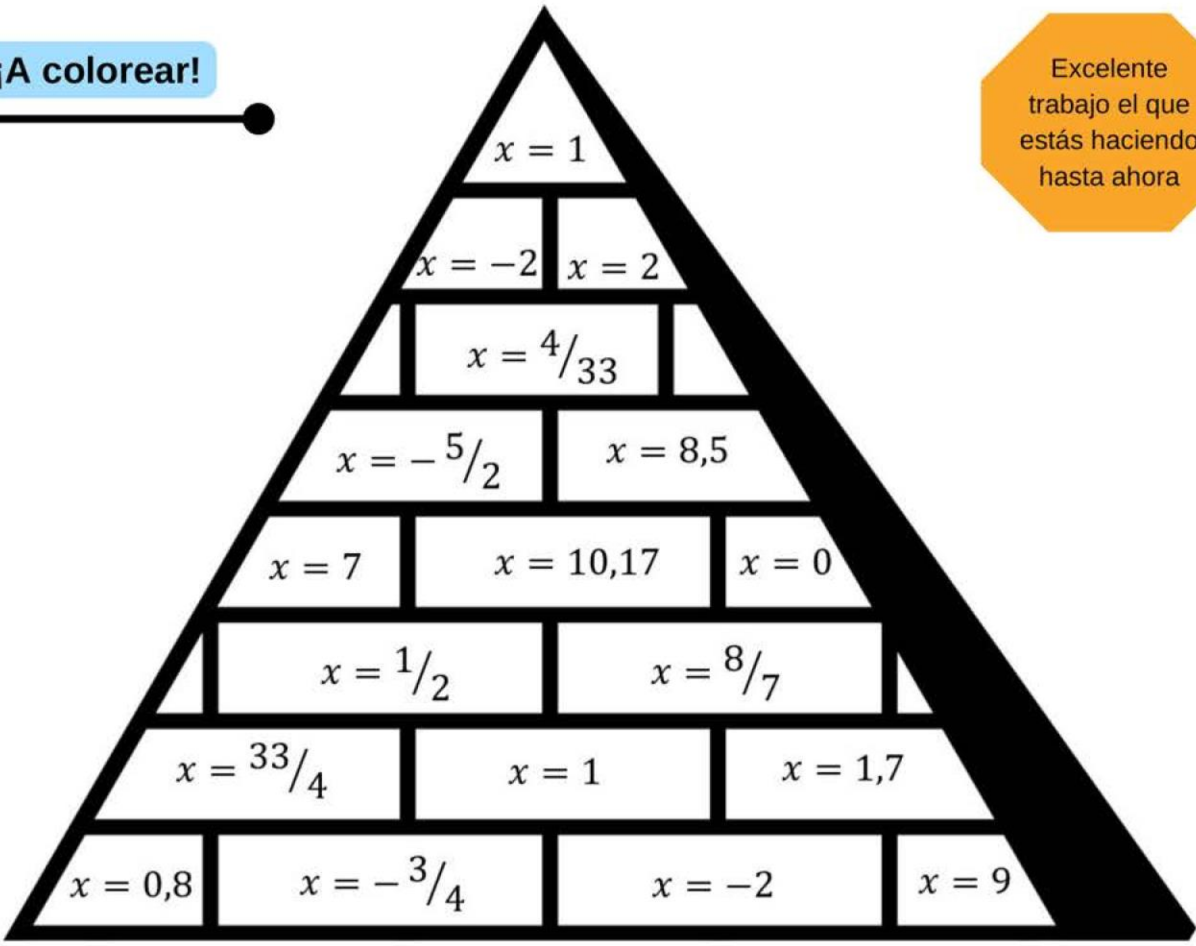
a. Determine el valor de "x" sustituyendo el valor de "y" por el monomio o binomios que se indica en cada una de las siguientes ecuaciones. Posteriormente, coloree la casilla donde se ubica la respuesta obtenida para que John sepa el camino para escalar la pirámide.

$3x - y = 10 \ Cuando \ y = 7x$	$3x - (7x) = 10 \rightarrow -4x = 10 \rightarrow \ x = -\frac{5}{2}$
$1{,}5x + y = 1{,}7 \ Cuando \ y = 0{,}2x$	$1{,}5x - (0{,}2x) = 1{,}7 \rightarrow 1{,}7x = 1{,}7 \rightarrow \ x = 1$
$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 2 \ Cuando \ y = 9x$	$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}(9x) = 2 \rightarrow \frac{33}{2}x = 2 \rightarrow \ x = \frac{4}{33}$
$3x + 2y = 14 \ Cuando \ y = \frac{5x-2}{2}$	$3x + 2\left(\frac{5x-2}{2}\right) = 14 \rightarrow 8x = 16 \rightarrow \ x = 2$
$3x - y = 10 \ Cuando \ y = 8x$	$3x - (8x) = 10 \rightarrow -5x = 10 \rightarrow \ x = -2$
$0{,}4x + 1{,}7y = 5{,}8 \ Cuando \ y = 0{,}1x$	$0{,}4x + 1{,}7(0{,}1x) = 5{,}8 \rightarrow 0{,}57x = 5{,}8 \rightarrow \ x = 10{,}17$
$3x + 19y = 49 \ Cuando \ y = 5x$	$3x - 19(5x) = 49 \rightarrow 98x = 49 \rightarrow \ x = \frac{1}{2}$
$10x - 3y = 4 \ Cuando \ y = \frac{4x+2}{3}$	$10x - 3\left(\frac{4x+2}{3}\right) = 4 \rightarrow 6x = 6 \rightarrow \ x = 1$

Es importante utilizar un paréntesis cuando se sustituya una incógnita. Esto es útil porque si tenemos a+3b y tenemos que reemplazar b=8a – 1, el 3 está delante de b deberá multiplicar al 8a – 1 de la siguiente manera:

$$a + 3\boldsymbol{b} \ \rightarrow \ a + 3(8a - 1) \ \rightarrow \ a + 24a - 3$$

¡A colorear!

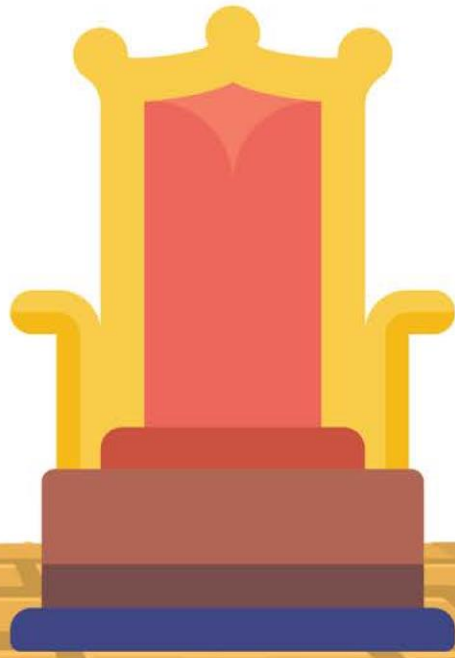


Excelente trabajo el que estás haciendo hasta ahora

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:

Para el docente:
La finalidad de estas actividades es que el estudiante razone y obtenga por sus propias conclusiones los pasos para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de sustitución, es por ello que se emplea elementos gráficos como recurso de apoyo para determinar la solución.

John se encuentra en una parte decisiva del viaje, debe encontrar la forma de descubrir las trampas puestas en el salón del trono para continuar su recorrido. Es hora de plantear, analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales.



a. Resuelve por sustitución el siguiente sistema de ecuaciones.

Antes de realizar esta aventura, John visitó el Mercado más famoso de reliquias antigua en Egipto, Khan El Khalili, para comprar las herramientas necesarias para llevar al tesoro.

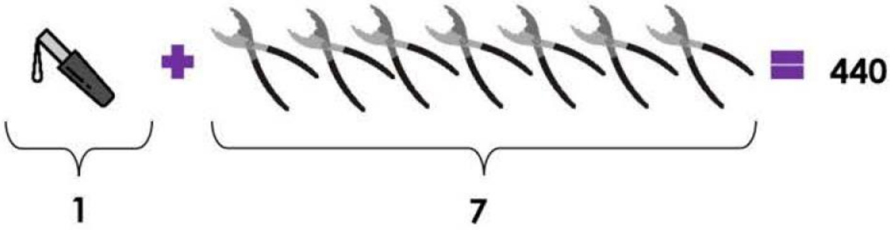
El costo de una sonda (objeto que sirve para localizar y medir la profundidad de los objetos y estructuras en una excavación) y de 7 herramientas mecánicas (pinzas, tijeras y alicates) es de 440 libras egipcias. Ahora bien, regateando el precio de los mismo, John consigue que el costo de una sonda es de 10 libras egipcias menos que el de 2 herramientas mecánicas. ¿Cuál es el precio de una sonda y de las herramientas mecánicas?

- Gráficamente se representaría de la siguiente forma:

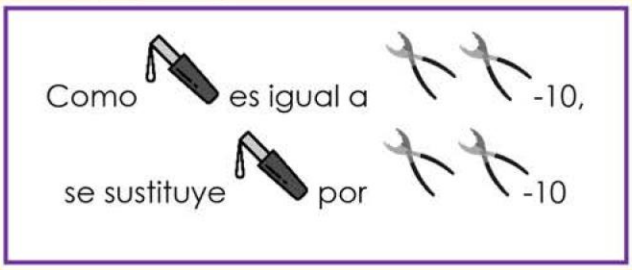
Variables del problema

Precio de una sonda:

Precio de las herramientas metálicas:



Proceso de sustitución



- Representando "x" como el precio de la sonda y por "y" el precio de las herramientas mecánicas, para satisfacer las dos condiciones se forma el sistema de ecuaciones:

Ecuación 1: x + 7y = 440
Ecuación 2: x = 2y - 10

Sistema formado: $\begin{cases} x + 7y = 440 \\ x = 2y - 10 \end{cases}$

- Pongamos especial atención en la ecuación número dos, ¿consideras que se puede sustituir el binomio formado en la ecuación número uno?

Ecuación 2: x = 2y - 10

Como trabajamos la actividad anterior, podemos darnos cuenta que si puede ser sustituido el equivalente de la variable "x" en la ecuación 1.

- ¿Qué variable se encontraría al hacer este paso? Desarrollalo a continuación.

Se encontraria el valor de la variable "y". El proceso a continuación:

(2y-10) + 7y= 440

9y = 440 + 10

y = 50

- ¿Cuál sería tu siguiente paso? Desarrolla las operaciones en el siguiente recuadro.

El valor de la variable "y" es igual a 50. El siguiente paso es sustituir en la ecuación 2:

x = 2(50) -10

x = 90

- ¿Por qué consideras que es importante utilizar ambas ecuaciones al momento de realizar el proceso de sustitución?

El proceso de sustitución implica despejar una variable en una de las ecuaciones y luego reemplazar esa expresión en la otra ecuación. Al hacer esto, estamos relacionando las dos ecuaciones y encontrando un punto de intersección común que satisface ambas ecuaciones simultáneamente.

- ¿Cuál es el costo de la sonda y de las herramientas?

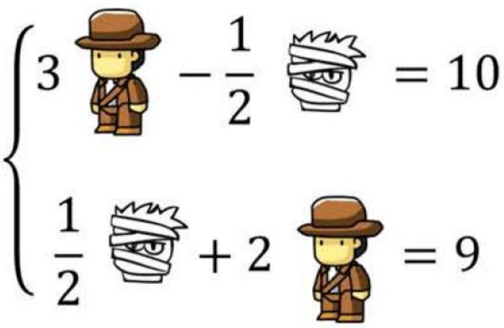
El costo de la sonda es de 90 libras egipcias

El costo de las herramientas es de 50 libras egipcias

Para resolver un sistema por el método de sustitución se **despeja** una incógnita en una de las ecuaciones y se **sustituye** su valor en la otra.

Para el docente:
El propósito la siguiente actividad es practicar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones, mediante el método de sustitución de una variable. Se puede presentar en los estudiantes la dificultad de llevar a cabo incorrectamente el proceso de despeje de una variable y al sustituirla en la otra ecuación, no se realicen las operaciones indicadas.

b. Ahora es tu turno de ayudar a John a superar la trampa elaborada por la momia y ver quién gana la batalla. Para ello, resuelve el siguiente sistema de ecuaciones siguiendo los pasos del punto anterior.



Nombre de las variables:

John: a
Momia: b

Paso 1: ¿Cuál es la incógnita que resulta más fácil despejar? y realice el despeje.	**Paso 2:** ¿Qué debes hacer con la incógnita despejada? Y resuélvela.
La incógnita que resulta más fácil de despejar es la "b" correspondiente a la momia. $\frac{1}{2}b = 9 - 2a$	Con la incógnita despejada debo sustituirla en la primera ecuación. $3a - (9 - 2a) = 10$ $5a = 19$ $a = \frac{19}{5} = 3{,}8$

Paso 3: ¿En cuál de las dos ecuaciones se debe reemplazar el valor obtenido? Y realícelo.	**Paso 4:** ¿Cuál es el punto de solución para que John tenga la posibilidad de ganar la batalla contra la momia?
Se debe reemplazar en la segunda ecuación. $\frac{1}{2}b = 9 - 2\left(\frac{19}{5}\right)$ $b = 18 - 4\left(\frac{19}{5}\right)$ $b = \frac{14}{5} = 2{,}8$	El punto de solución para que John tenga posibilidad de ganar será: $\left(\frac{19}{5}; \frac{14}{5}\right)$ o $(3{,}8\,; 2{,}8)$

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza la siguiente situación planteada

Para el docente:
Los estudiantes están acostumbrados a realizar procesos algorítmicos y sin duda, la resolución de un sistema de ecuaciones lineales puede ser víctima de ello. Por tal razón, se propone la siguiente actividad para que el propio estudiante se dé cuenta de los posibles errores que pueden cometer sino interiorizan el concepto matemático aprendido.

Para atravesar el laberinto de pasillos, John debe superar el acertijo que le propone la esfinge. Solo le queda una sola oportunidad para acertar ¡ayúdalo!

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

a. Analiza el proceso que siguió nuestro aventurero para resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales e identifica el error cometido y luego realiza el procedimiento correcto.

¡Caray! ¿El sistema tiene infinitas soluciones? No lo creo. Necesito tu ayuda para saber la respuesta correcta.

Proceso que siguió John:

$$x = \frac{8 - 2y}{3}$$

$$3\left(\frac{8 - 2y}{3}\right) + 2y = 8$$

$$8 - 2y + 2y = 8$$

$$8 = 8$$

- ¿Cuál crees que fue el error que cometió?

El error que cometió fue que la variable "x" se sustituyó en la misma ecuación de donde la despejó.

- ¿Cuál es proceso correcto a seguir? Desarróllalo a continuación.

$$Variable\ despejada: x = \frac{8-2y}{3}$$

$$4\left(\frac{8-2y}{3}\right) - 3y = 5$$

$$32 - 8y - 9y = 15$$

$$-17y = -17$$

$$y = 1$$

$$x = \frac{8-2(1)}{3}$$

$$x = 2$$

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema método de sustitución.

Pregunta – Problema:
Pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de sustitución

PARTE 2

Para el docente:
En este apartado se reflexionará sobre los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por medio del método de sustitución. El docente puede corroborar si los ítems señalados son los correspondientes a este método.

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Lea las siguientes oraciones y señale según corresponda.

ESTA AVENTURA HA TERMINADO

Nuestro aventurero ha encontrado el tesoro perdido y en el camino, aprendió a escalar una pirámide, a no confiar en una esfinge y el costo de sus herramientas. Pero lo más importante, aprendió a resolver sistemas con el método de sustitución.

a. Señale con un visto los pasos correctos a seguir por John para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 mediante el método de sustitución.

	Se igualan las dos ecuaciones despejadas y resolvemos la nueva ecuación que se obtiene.
✓	Se elige la variable a despejar de cualquiera de las dos ecuaciones.
	Despejar la misma variable de ambas ecuaciones.
✓	Se resuelve la ecuación resultante.
✓	Reemplazar el valor obtenido en la ecuación inicialmente despejada para obtener la otra variable.
✓	Se sustituye la expresión obtenida en la ecuación con la que no se ha operado.
✓	Solución del sistema.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema método de sustitución.

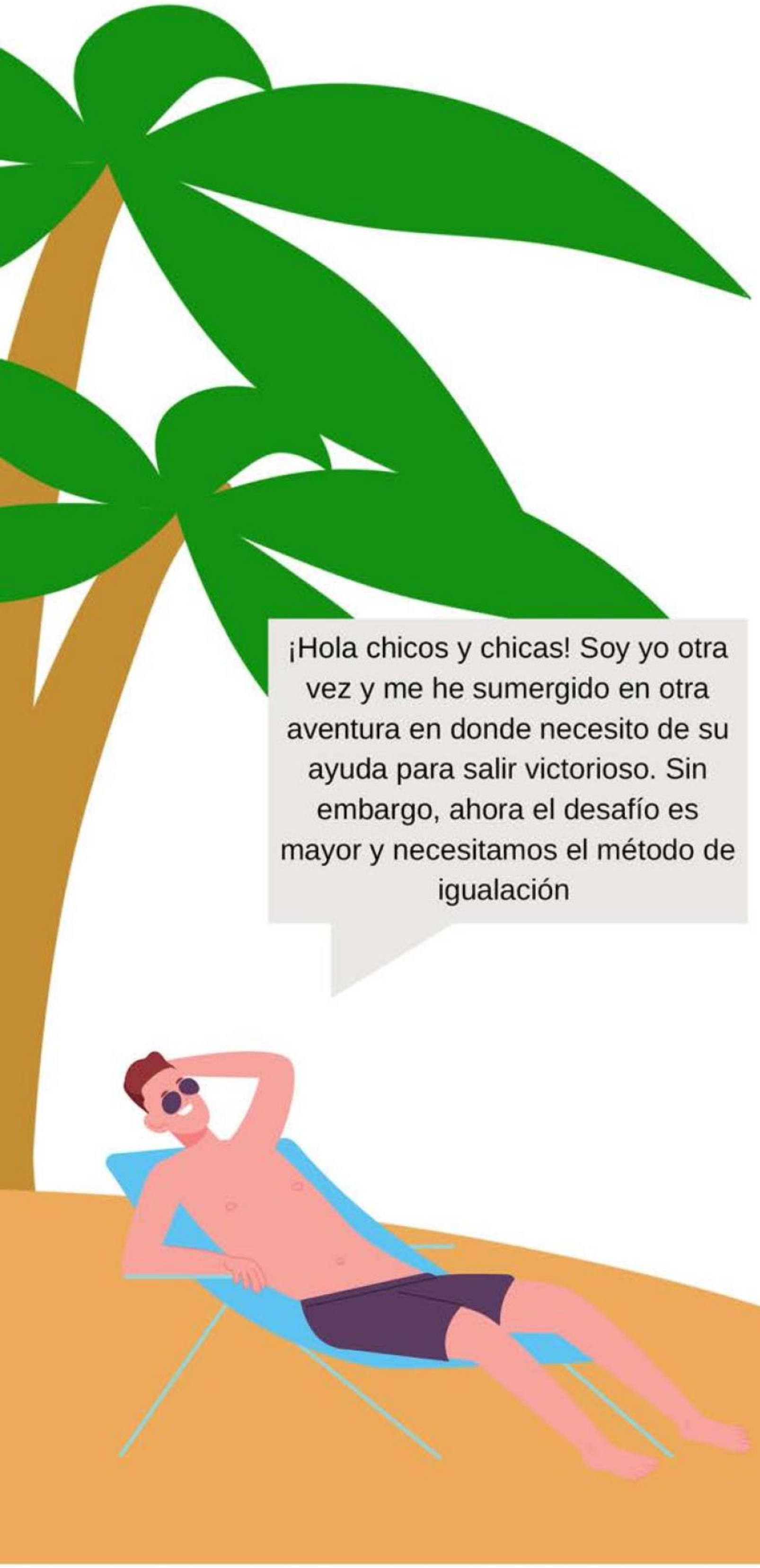
Dato curioso

A lo largo de la historia, los números han sido cada vez más utilizados y han demostrado una utilidad creciente. Sin embargo, su uso resultaba insuficiente para realizar cálculos generales basados en los posibles valores de las cantidades presentes en diversos problemas de la vida real, especialmente aquellos relacionados con la geometría y la astronomía.

Fueron los árabes quienes introdujeron de manera sistemática el uso de letras y otros símbolos para expresar conceptos matemáticos, dando origen a la rama de las matemáticas conocida como Álgebra (al-jabr). Al-Khuwarizmi, considerado el primer matemático en este campo, escribió el primer tratado algebraico.

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Ahora que John ha conseguido el tesoro escondido, decide tomarse unas vacaciones en las playas del caribe. Sin embargo, lo que encuentra es una aventura aún más emocionante que involucra cangrejos engañosos, olas traicioneras, una bella damisela y hasta piratas.



PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

Para el docente:
Como primer paso de este tema será recordar el método visto con anterioridad debido a que guarda cierta similitud con el método de igualación. Una vez más, el estudiante podrá practicar los pasos de despeje de variables y el de sustitución de las mimas, procedimientos claves para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

¡Aventurero! Soy Lady Cecilia y me encuentro capturada por el pirata Barba Blanca. Necesito de tu ayuda para obtener mi libertad y a mi captor se le escapó las coordenadas de mi ubicación, pero están codificadas. Resuelve el acertijo y ven en mi auxilio ¡Rápido!

EXPLORO PARA RECORDAR:
Recuerda cómo se resolvía un sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

a. Lee con atención el siguiente problema, halla las ecuaciones y resuelve el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

La coordenada del Norte y la del Sur para hallar la ubicación del lugar en el mapa están dadas por la suma de un tercio de la coordenada Norte más un quinto de la coordenada Sur sea igual a 12 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 300 como suma de los dos productos.

- Nombre de las variables:

Coordenada del Norte: y
Coordenada del Sur: x

- Sistema de ecuaciones formado:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = 12 \\ 5x + 7y = 300 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 180 \\ 5x + 7y = 300 \end{cases}$$

- Despeje de una incógnita:

$$1)\ x = \frac{180 - 3y}{5} \quad o \quad 2)\ x = \frac{300 - 7y}{5}$$

- Resolución:

$$Variable\ despejada: x = \frac{180 - 3y}{5}$$

$$5\left(\frac{180 - 3y}{5}\right) + 7y = 300 \qquad x = \frac{180 - 3(30)}{5}$$

$$180 - 3y + 7y = 300 \qquad x = 18$$

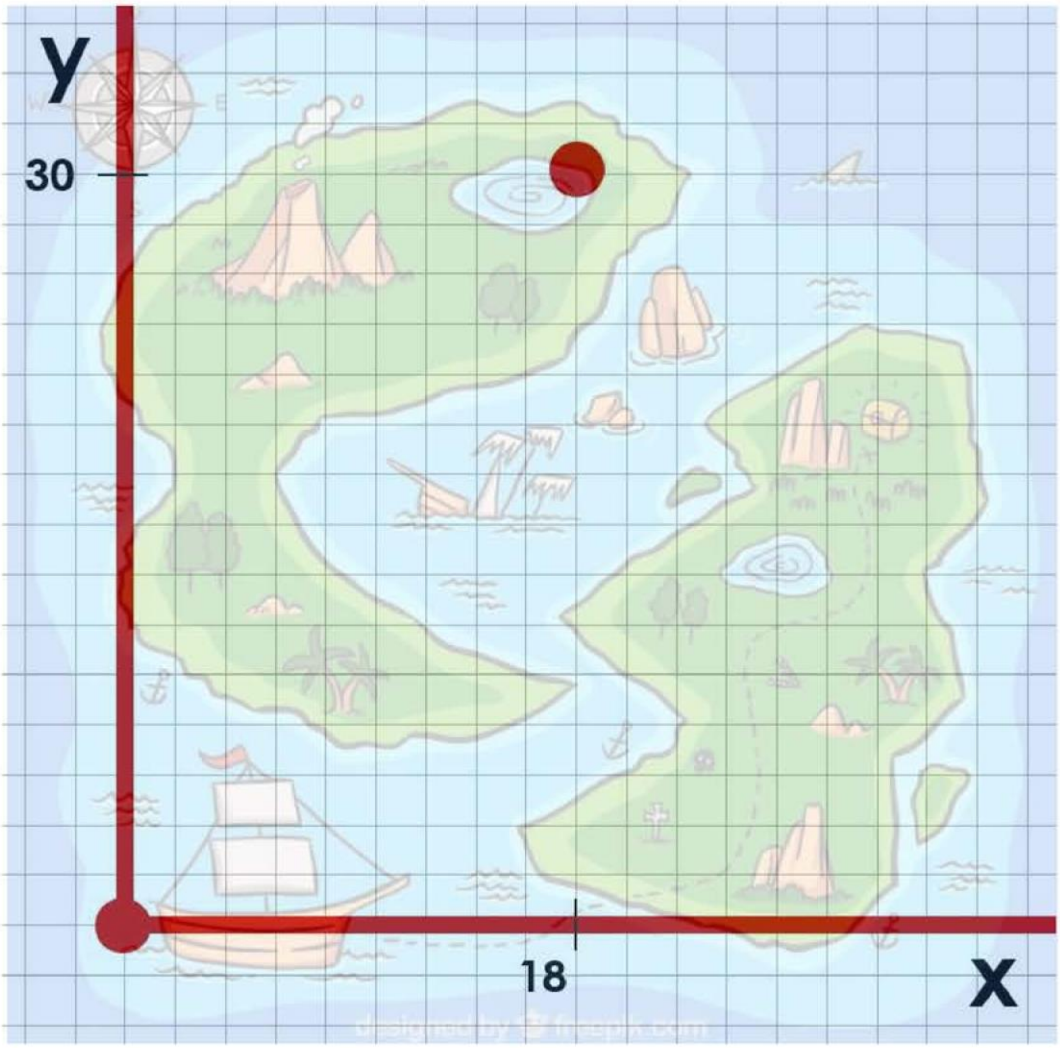
$$4y = 120$$

$$y = 30$$

- ¿Cuáles son las coordenadas a las que se debe dirigir nuestro aventurero?

Las coordenadas donde se debe dirigir es (18; 30)

- Realiza la gráfica del punto obtenido y señala el lugar en donde se encuentra Lady Cecilia.



https://acortar.link/k7IjKQ

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:

Para el docente:
La presente actividad tiene como propósito que el propio estudiante sea quien descubra el concepto del método de igualación y los pasos a seguir para resolver un problema siguiendo los mismo. Se recomienda al docente ser un guía en este desarrollo con la precaución de no entregar la respuesta sino encaminar al estudiante a encontrarla.

¡Felicidades!

Has descubierto el paradero de Lady Cecilia. No obstante, se encuentra en lugar muy peligro y por ello, John debe pasar primero por las aguas traicioneras del estrecho de Naguini. Existen tres canales para atravesarlo, pero solo uno es el más seguro. Ayúdalo para que elija el camino correcto.

- Despejamos la variable "x" de la siguiente ecuación:

$$\mathbf{3(x+y)-(6y-5x)=41}$$

$$8x-3y=41$$

$$x=\frac{41+3y}{8}$$

Ecuación pincipal

Ecuaciones que representan los tres canales

$$x=\frac{31+5y}{4}$$

$$x=\frac{50-3y}{5}$$

$$x=\frac{8-3y}{4}$$

1

2

3

Pistas para elegir el camino correcto:

- El número que debes encontrar debe ser entero y positivo.

¡Buena suerte!

a. Responde las siguientes preguntas antes de realizar el proceso para obener la respuesta correcta.

- ¿Cuál es la incógnita despejada de las tres ecuaciones del camino de la izquierda, centro y derecha?

La incógnita despejada es las tres ecuaciones es la “x”.

- Tienes conocimiento de lo que es sustituir un valor en procesos matemáticos, ahora ¿Qué crees que significa el concepto de igualar las incógnitas despejadas de un sistema de ecuaciones?

Hace referencia al proceso de comparar los valores obtenidos al ser despajados de las ecuaciones individuales de un sistema de ecuaciones y asegurarse de que sean iguales entre sí.

- ¿Cómo hallarías el valor de una de las dos incógnitas si se presentan las ecuaciones del camino de la izquierda, centro y derecha de la forma escrita anteriormente?

Se podría hallar el valor de “y” si se igualan las dos incógnitas de las ecuaciones despejadas presentes y resolver la ecuación lineal resultante.

¡A resolver las ecuaciones!

a. A continuación, iguala la incógnita despejada "x" de la ecuación principal con cada una de las siguientes expresiones equivalentes y determina el camino que debe seguir John para atravesar el estrecho.

$$x = \frac{31 + 5y}{4}$$

1

$$x = \frac{50 - 3y}{5}$$

2

$$x = \frac{8 - 3y}{4}$$

3

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la primera ecuación.

Ecuación pincipal - Primera ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{31+5y}{4}$$

$$62+10y=41+3y$$

$$7y=-21$$

$$y=-3$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

La incógnita hallada fue "y" y su valor -3

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la segunda ecuación.

Ecuación pincipal - Segunda ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{50-3y}{5}$$

$$400-24y=205+15y$$

$$-39y=-145$$

$$y=5$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

La incógnita hallada fue "y" y su valor 5

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la tercera ecuación.

Ecuación pincipal - Tercera ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{8-3y}{4}$$

$$16-6y=41+3y$$

$$-9y=25$$

$$y=-\frac{25}{9}$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

La incógnita hallada fue "y" y su valor -25/9

- ¿Cuál es el camino que debe tomar John para cruzar: el derecho, el centro o el izquierdo?

John debe tomar el camino del centro para avanzar.

- ¿Cómo determinarías el valor de "x" en cada una de las ecuaciones?

Sustituyendo el valor encontrado en cualquiera de las ecuaciones.

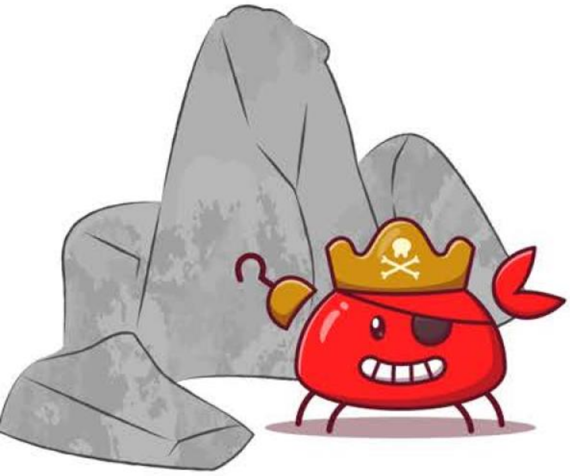
Para el docente:
La intención de la actividad es poner en práctica el proceso de solución de un sistema de ecuaciones, mediante el método de igualación. El docente debe estar atento en el desarrollo del método ya que el proceso de despeje de ambas variables no sea correcto y no se realicen las operaciones adecuadas para encontrar la solución.

Al llegar a la orilla de la playa, John se ve frente a un nuevo reto para rescatar a la damisela. Un grupo de cangrejos lo atrapan bajando de su embarcación alegando que no son bienvenidos los extraños.

John le explica al jefe cangrejo, Nuky, que se encuentra en una misión de rescate y negocia su liberación con la promesa nunca regresar. Sin embargo, Nuky propone una votación entre todos sus ciudadanos para dejarlo libre o arrojarlo al barranco.

b. Lee con atención la siguiente situación en donde deberás formular el sistema de ecuaciones que te ayude a resolver si los cangrejos votaron por la liberación de John o no. Resuelve el sistema de ecuaciones siguiendo los pasos de la actividad anterior.

En la audiencia celebrada para determinar el futuro de nuestro aventuro se propone que los votos a favor de su liberación exceden en 12 unidades a los votos en contra; y si restamos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. ¿Cuántos votos a favor y en contra obtuvo John?



Paso 1: Nombre de las variables

a = votos a favor
b = votos en contra

Paso 2: Formulación del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a = b + 12 \\ a - 4 = 2(b - 4) \end{cases}$$

Paso 3: Despejar en las ecuaciones la misma variable

$$\textit{Primera ecuación} \rightarrow \quad a = b + 12$$

$$\textit{Segunda ecuación} \rightarrow \quad a = 2b - 4$$

Paso 4: Igualar las dos expresiones de la variable despejada y resolver la ecuación obtenida

$$b + 12 = 2b - 4$$

$$b = 16$$

Paso 5: Sustituir la solución obtenida en cualquiera de las expresiones de la otra incógnita

$$a = 2(16) - 4$$

$$a = 28$$

- ¿Cuál fue el veredicto final de la votación? ¿John podrá continuar con su viaje?

El veredicto final es que se obtuvo 28 votos a favor de su liberación y 16 en contra. Así pues, John podrá continuar con su viaje.

En el método de **igualación** lo primero que debemos hacer es despejar la **misma incógnita** de las dos ecuaciones. Puedes despejar la incógnita que quieras, pero siempre **la misma en las dos ecuaciones.**

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema método de igualación.

PARTE 4

Pregunta – Problema:
¿Cuál consideras que es el paso más importante para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación?

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza la siguiente situación planteada

Para el docente: Los estudiantes están acostumbrados a realizar procesos algorítmicos y sin duda, la resolución de un sistema de ecuaciones lineales puede ser víctima de ello. Por tal razón, se propone la siguiente actividad para que el propio estudiante se dé cuenta de los posibles errores que pueden cometer sino interiorizan el concepto matemático aprendido.

Después de que John fuera liberado por el jefe cangrejo, continuo su camino hasta llegar al lago donde la doncella que encontraba cautiva. Ahí lo estaba esperado el pirata Barba Blanca con sus secuaces y nuestro aventurero se tendrá que enfrentar a un último desafío.

Barba Blanca le propuso un juego llamado "verdad o chao", el cual consiste en analizar cuatro enunciados donde cada respuesta acertada es un paso más a la liberación de la doncella. Si John se equivoca, no solo Lady Cecilia se quedará ahí, sino que John será arrojado al calabozo

¡Que comience el juego!

a. Dada las siguientes situaciones, verifica si cada afirmación es verdadera(V) o falsa(F). Cada vez que aciertes a la pregunta coloca un visto en la casilla de la izquierda, caso contario puedes decirle adiós a nuestro aventurero.

Cuando empiezan a jugar John y Barba Blanca en la apuesta, la relación de lo que tiene John y lo que tiene Barba Blanca es de 10 a 13. Después que John ha ganado $10 a Barba Blanca, la relación entre lo que tiene John y lo que le queda a Barba Blanca es de 12 a 11. ¿Con cuánto comenzó a jugar John y Barba Blanca?

1 punto

1.- El sistema de ecuaciones lineales que modela la situación planteada completa es

$$\frac{B}{J} = \frac{10}{13}$$

considerando como "J" es la cantidad de dinero John y "B" la cantidad de dinero Barba Blanca.

Respuesta: Falso

1 punto

2.- La representación algebraica del siguiente enunciado "cuando empiezan a jugar John y Barba Blanca en la apuesta, la relación de lo que tiene John y lo que tiene Barba Blanca es de 10 a 13" se represaría así:

$$\begin{cases} 13J - 10B = 0 \\ 11J - 12B = -230 \end{cases}$$

considerando como "J" es la cantidad de dinero John y "B" la cantidad de dinero Barba Blanca.

Respuesta: Verdadero

1 punto

3.- Al igual las incógnitas despejadas "J" me quedaría la siguiente ecuación:

$$\frac{-13B}{10} = \frac{-230+12B}{11}$$

Respuesta: Falso

1 punto

4.- John empezó jugando con $50 y Barba Blanca con $65

$$\frac{10B}{13} = \frac{-230+12B}{11} \rightarrow -46B = -2990 \rightarrow B = 65$$

$$J = \frac{10(65)}{13} \rightarrow J = 50$$

Respuesta: Verdadero

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 4 del tema método de igualación.

Nos veremos en otra aventura

Esta aventura ha terminado

Nuestro aventurero consiguió vencer al pirata Barba Blanca y en el camino, aprendió a navegar por aguas engañosas, negociar con cangrejos y liberar a la doncella. Pero lo más importante, aprendió a resolver sistemas con el método de igualación.

CONCLUSIONES

Para el docente: Este apartado está dirigido para que los estudiantes elaboren y escriban, de forma individual, las conclusiones, ideas, fórmulas, pistas, etc., que llegaron en cada una de las cuatro "pregunta – problema" presentes en la primera situación didáctica. El docente de estar atento debido a que es una parte imprescindible del proceso que nos ayudará en la situación de formulación.

CONCLUSIÓN #1:

¿En qué consiste utilizar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- El método de sustitución es un método utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Consiste en despejar una de las variables en una de las ecuaciones y luego sustituirla en la otra ecuación.

CONCLUSIÓN #2:

Pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de sustitución

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

Dado un sistema de ecuaciones, el método de resolución por sustitución consiste en:
I. Despejar una variable de una de las ecuaciones, sustituirla en la otra ecuación y resolver la ecuación lineal resultante.
II. Reemplazar el valor obtenido en la ecuación inicialmente despejada para obtener la otra variable.

CONCLUSIÓN #3:

¿En qué consiste utilizar el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- El método de igualación es otro método utilizado para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Consiste en igualar las dos ecuaciones del sistema a una misma variable y luego resolver esa ecuación para encontrar el valor de la variable.

CONCLUSIÓN #4:

¿Cuál consideras que es el paso más importante para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- El paso más importante para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación es asegurarse de igualar correctamente las expresiones de las variables en ambas ecuaciones. Cuando se aplica el método de igualación, el objetivo es obtener una ecuación que contenga una sola variable, lo que permitirá resolverla y encontrar el valor de dicha variable. Al igualar las expresiones de las variables, se crea una ecuación en la cual se puede trabajar para obtener el valor de una variable específica.

FORMULARIO DE PREGUNTAS

2

CONCLUSIÓN 1:

a. ¿Cuál consideras la utilidad de aprender los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?
b. El método de sustitución puede llegar a ser uno de los más comunes en emplearse al momento de resolver sistemas de ecuaciones lineales. Escribe los consejos que le darías a un compañero que recién comienza con el estudio de este método.

CONCLUSIÓN 2:

a. Plantea un problema de tu entorno el cual se involucre el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, donde se requiera el método de sustitución para solucionarlo. Además, enumera los pasos que seguiste para llegar a la respuesta.

CONCLUSIÓN 3:

a. ¿En qué situaciones consideras que es apropiado utilizar el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2?
b. Plantea un problema de tu entorno el cual se involucre el tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, donde se requiera el método de igualación para solucionarlo. Además, enumera los pasos que seguiste para llegar a la respuesta.

CONCLUSIÓN 4:

a. Según tu experiencia, ¿qué errores podría cometerse al momento de resolver un sistema de ecuaciones por el método de igualación?

Situación Didáctica

2

FICHA CIENTÍFICA

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Dado un sistema de ecuaciones $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

el método de resolución por sustitución consiste en:

I. Despejar una variable de una de las ecuaciones, sustituirla en la otra ecuación y resolver la ecuación lineal resultante.

II. Reemplazar el valor obtenido en la ecuación inicialmente despejada para obtener la otra variable.

Dato importante: El método de sustitución es muy útil cuando en ambas ecuaciones se resuelve una de las variables en términos de la otra o cuando al menos una de las ecuaciones está en esta forma.

Ejemplo:

Resolver $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ por sustitución

Despejamos x en la 2ª ecuación y sustituimos en la 1ª:

$$x = 1 + 2y$$
$$3(1 + 2y) + 4y = -7$$
$$3 + 6y + 4y = -7$$
$$10y = -10$$
$$y = -1$$

$$x = 1 + 2(-1)$$
$$x = -1$$

Situación Didáctica

2

FICHA CIENTÍFICA

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Dado un sistema de ecuaciones $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

el método de resolución por sustitución consiste en:

I. Despejar la misma variable de ambas ecuaciones, puede ser cualquiera.

II. Igualan los dos valores de las ecuaciones despejadas y resolver la ecuación lineal resultante.

III. Reemplazar el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones inicialmente despejadas para obtener la otra variable.

Ejemplo:

Resolver $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ por igualación

Despejamos x en ambas ecuaciones e igualamos:

$$\frac{-7-4y}{3} = 1 + 2y$$

$$-7 - 4y = 3 + 6y$$

$$-10y = 10$$

$$y = -1$$

$$x = 1 + 2(-1)$$

$$x = -1$$

2 SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Juego: Mentes matemáticas

Tema:

Método de igualación
Método de sustitución

Tiempo estimado:

15 a 20 minutos

Materiales:

Computadora y celular con conexión a Internet
Plataforma "Wordwall"
Hoja perforada

Modalidad:

Trabajo en grupo

OBJETIVO

Dominar los métodos de sustitución e igualación para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2, aplicándolos correctamente y obteniendo las soluciones correctas.

ESTRUCTURACIÓN:

La actividad "Mentes matemáticas" se realizará de forma colaborativa, el docente debe solicitar a los estudiantes que conformen grupos de tres participantes. Una vez establecidos los grupos, cada uno debe escojan el nombre de un personaje de la ciencia para jugar bajo ese seudónimo. Para el desarrollo del juego se va a utilizar el programa Wordwall y el docente debe pedir a cada grupo que ingrese en el siguiente link: https://wordwall.net/play/58281/166/219, una vez que hayan ingresado escribir el nombre escogido por el grupo en el recuadro y esperar que el docente de la señal para comenzar con la actividad.

APLICACIÓN:

1. Pedir a sus estudiantes que conformen grupos de tres personas y que escojan el nombre de un personaje de la ciencia para caracterizar al grupo.
2. Indicar a los estudiantes que ingresen en el siguiente link: https://wordwall.net/play/58281/166/219 y que escriban el nombre seleccionado.
3. Una vez que todos los grupos se encuentren listos, dar la señar de inicio del juego.
4. Retroalimentar las preguntas que tuvieron alguna dificultad los estudiantes al desarrollar la actividad.

LINK DEL RECURSO Y CÓDIGO QR:

https://wordwall.net/play/58281/166/219

Wordwall

https://acortar.link/bJsWbL

Situación Didáctica

TERCERA

Método de Cramer

Método de Gauss

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Situación Didáctica

3

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN: REGLA DE CRAMER Y ELIMINACIÓN GAUSSIANA

INTRODUCCIÓN

Después de estudiar el método de igualación y de sustitución como formas de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se continúa profundizando en dicho tema de forma similar, ahora con el desarrollo del método de Cramer y el de eliminación Gaussiana. Por consiguiente, se plantean actividades relacionadas con el concepto y procesos que se deben llevar a cabo para obtener la solución del sistema de ecuaciones lineales 2x2 por medio de los métodos descritos anteriormente. En la tercera situación didáctica, el docente contará con el taller de trabajo 3 para entregarlo a sus estudiantes, en el cual se abordará de manera significativa los conceptos ya mencionados. Posteriormente, los estudiantes trabajarán en equipos para desarrollar las situaciones de formulación y validación. Finalmente, el docente reforzará cada uno de los conceptos trabajados y conclusiones alcanzadas por medio de la situación de institucionalización; además, se propone una situación a-didáctica con actividades lúdicas para complementar.

OBJETIVO

- Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de los métodos de Cramer y de eliminación gaussiana con aplicación en situaciones concretas.

INDICADORES DE APRENDIZAJE ESPERADOS:

- Contrasta diversos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 de forma que evalúe sus pros y contras en diferentes situaciones.
- Desarrolla habilidades cognitivas como el pensamiento crítico y el razonamiento matemático al analizar problemas que involucren sistemas de ecuaciones lineales.

Situación Didáctica

3

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Métodos de resolución: Regla de Cramer y eliminación Gaussiana

INTRUCCIONES PARA EL DOCENTE

Destreza: Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinantes (Cramer) y de eliminación gaussiana. (M.4.1.55.)

APLICACIÓN

Tiempo estimado:
La situación didáctica dispondrá de cuatro horas pedagógicas de duración y se recomienda distribuirlo de la siguiente manera:

- 60 minutos la situación de acción
- 20 minutos la situación de formulación
- 50 minutos la situación de validación
- 30 minutos la situación de institucionalización

Sin embargo, el docente será el encargado de tomar la desición más óptima para disponer del tiempo según las necesidades y requerimientos del grupo.

PROCESO

SITUACIÓN DE ACCIÓN

El docente debe verificar que todos los estudiantes dispongan del taller de trabajo 3 para comenzar la actividad. Los estudiantes analizarán cinco situaciones problema a lo largo de este taller, comenzando por el concepto de los métodos de Cramer y de eliminación gaussina, y terminando con la síntesis de los pasos a seguir para resolver los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por estos dos técnicas. En total se elaborarán cinco conclusiones al final.
Como se especificó con antelación, el docente debe únicamente orientar al estudiante en el desarrollo, sin que éste dicte el proceso a ser seguido, es decir, el estudiante debe construir su propio camino para llegar a la solución.

Situación Didáctica

3

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Métodos de resolución: Regla de Cramer y eliminación Gaussiana

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

En este aparatado, el docente debe conformar los grupos de trabajo para que los estudiantes socialicen sus conclusiones y elaboren un organizador gráfico del tipo "mapa de persuasión", de las mismas. Este debe ser realizado en una hoja o cartulina y entregado al docente.

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

El docente dictará las instrucciones necesarias para llevar a cabo esta parte del trabajo de la siguiente manera: para realizar el proceso de validación de las conclusiones obtenidas en los anteriores pasos, cada grupo conformado deberá desarrollar, responder y exponer una de las preguntas que se presentarán al finalizar las indicaciones (formulario de preguntas 3) y será el docente el encargado de proporcionar la pregunta a cada grupo. Finalizada la exposición, se dará paso a un debate con todos los estudiantes del curso, que tiene por objetivo buscar la existencia de nuevas ideas o ideas contrarias.

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Se presenta la “ficha científica 3” que servirá como guía para el docente al momento de afianzar los conocimientos que se vieron a lo largo de la situación didáctica 3.

3 Taller de trabajo

MÉTODO DE CRAMER Y ELIMINACIÓN GAUSSIANA

Nombre:

Nivel:

Fecha:

DETERMINANTES O MÉTODO DE CRAMER

Dato curioso

Hace 200 a.C., los matemáticos en China usan series de números para hallar el valor de las incógnitas en un sistema. Nueve capítulos sobre el Arte de las matemáticas (Jiu Zhang Suan Shu), es el primer ejemplo conocido de uso del método de matrices para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas.

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿Qué es y cómo se forma una matriz de coeficientes?

Para el docente: Para resolver los sistemas de ecuaciones lineales por el método de Cramer es imprescindible conocer el concepto de matriz de coeficientes y a su vez, cómo se forma uno. El docente debe tener cuidado con este apartado debido a que es el punto clave para continuar con el desarrollo de las actividades.

EXPLORO PARA RECORDAR:
Lee, analiza y responde las preguntas formuladas.

La primera prueba que Lucy debe enfrentar es atletismo. La pista de atletismo tiene una longitud de 400 metros y al realizar esta prueba hubo varias personas que no pudieron terminarla, entre ellas su mejor amigo, Tom.

Tom y Lucy se encuentran en la primera prueba del torneo y en ese día ocurre lo siguiente. Se sabe que seis veces el número de vueltas que recorre Tom más cinco veces el número de vueltas que recorre Lucy suman 27 vueltas a la pista. Siete veces el número de vueltas que dio Tom menos tres veces el número de vueltas de Lucy equivale a cinco vueltas. ¿Cuántas vueltas dio cada uno ese día?

a. Identifica y representa las incógnitas.

Núm. de vueltas de Tom: x
Núm. de vueltas de Lucy: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema.

$$\begin{cases} 6x + 5y = 27 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$$

c. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "x" en el sistema formado?

Coeficientes
x = 6 y 7

d. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "y" en el sistema formado?

Coeficientes
y = 5 y -3

e. ¿Cuáles son los términos independientes en el sistema formado?

Términos independientes
27 y 5

¿Qué es una matriz?
Se llama matriz a un arreglo rectangular de números dispuestos en "m" filas y en "n" columnas.

f. ¿Cómo formarías una matriz en la cual contenga los coeficientes tanto de la variable “x” como de la variable “y”?

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} x & y \end{array} \\ M= & \begin{bmatrix} \boxed{6} & \boxed{5} \\ \boxed{7} & \boxed{-3} \end{bmatrix} \end{array}$$

Dato importante

Los coeficientes de *x* se colocan en la **primera** columna de la matriz, mientras que los coeficientes de *y* se colocan en la **segunda** columna.

ACTIVIDAD EXTRA

Determina la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y + 0{,}2 = 0 \\ \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4}y - \dfrac{5}{2} = 0 \end{cases}$$

a. ¿Cuál es la diferencia que encuentras con respecto del sistema de ecuaciones del problema de Lucy y Tom?

Las ecuaciones del sistema no se encuentran en la forma estándar, es decir, las incógnitas del lado izquierdo de la igualdad y los términos independientes del lado derecho.

Paso 1: **Ordenar** las ecuaciones

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = -0{,}2 \\ \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4}y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Paso 2: **Identificar** los coeficientes que acompañan a *x* y los coeficientes que acompañan a *y*

Coeficientes

x = 0,2 y 0,3

y = 3/2 y -5/4

Paso 3: **Construir** la matriz de coeficientes

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} x & y \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\ M= & \begin{bmatrix} \boxed{0{,}2} & \boxed{0{,}3} \\ \boxed{\frac{3}{2}} & \boxed{-\frac{5}{4}} \end{bmatrix} \end{array}$$

b. ¿Cuál sería la definición de matriz de coeficientes?

La matriz de coeficientes se utiliza para representar los coeficientes de las variables en las ecuaciones.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema método de Cramer.

PARTE 2

Pregunta – Problema:
¿Cómo encontrar el determinante de una matriz 2x2?

Para el docente: El siguiente paso fundamental que deben analizar los estudiantes es cómo encontrar el determinante de una matriz de orden dos. Por ende, las siguientes actividades propuestas servirán para este objetivo. Se sugiere tener especial cuidado en este paso porque es el más importante para seguir con el proceso de desarrollo del método a estudiar.

REFLEXIONO PARA AVANZAR: Analiza la teoría de los determinante.

La siguiente prueba que Lucy debe pasar es la de remo de ida y vuelta por el río. En esta etapa es importante tomar en cuenta el factor velocidad, primero con la que rema Lucy para llegar a la meta y segundo la velocidad de la corriente del río.

Lucy puede remar 20 km río abajo en un tiempo de 2 horas, o bien 9 km río arriba en un tiempo de 3 horas. Determinar la velocidad con que rema Lucy en agua tranquila y la velocidad de la corriente del río.

a. Nombre de las variables:

x = Velocidad en que rema Lucy en agua tranquila en km/h

y = Velocidad de la corriente del río en km/h

Puedes ayudarte con la siguiente tabla para determinar el sistema de ecuaciones:

Condición	**Distancia**	**Velocidad**	**Tiempo**
Río abajo	20	$x+y$	2
Río arriba	9	$x-y$	3

En el movimiento rectilíneo uniforme el desplazamiento es igual a:

$$d = v \cdot t$$

donde v es la velocidad y t el tiempo.

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

c. Determina la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$M=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} x & y \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

d. Halla el determinante de la matriz de coeficientes. Toma en cuenta la siguiente regla.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Determinante de una matriz:

$$|M| = \det(M) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \cdot d) - (c \cdot d)$$

AHORA ES TU TURNO =

$$|M| = \det(M) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (1 \cdot -1) - (1 \cdot 1) = -2$$

Determinante de la matriz M = **-2**

ACTIVIDAD EXTRA

Encuentra el determinante de la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$\begin{cases} 0{,}8x - 0{,}2y = 7 \\ 0{,}4x + 2y = 14 \end{cases}$$

Coeficientes

x = 0,8 y 0,4

y = -0,2 y 2

Paso 1: **Identificar** los coeficientes que acompañan a *x* y los coeficientes que acompañan a *y*

$$M = \begin{bmatrix} \boxed{0{,}8} & \boxed{-0{,}2} \\ \boxed{0{,}4} & \boxed{2} \end{bmatrix}$$

Paso 2: **Construir** la matriz de coeficientes

Paso 3: Seguir la regla para encontrar el **determinante** de la matriz.

$$|M| = \det(M) = \begin{vmatrix} 0,8 & -0,2 \\ 0,4 & 2 \end{vmatrix} = (0,8 \cdot 2) - (0,4 \cdot -0,2) = 1,68$$

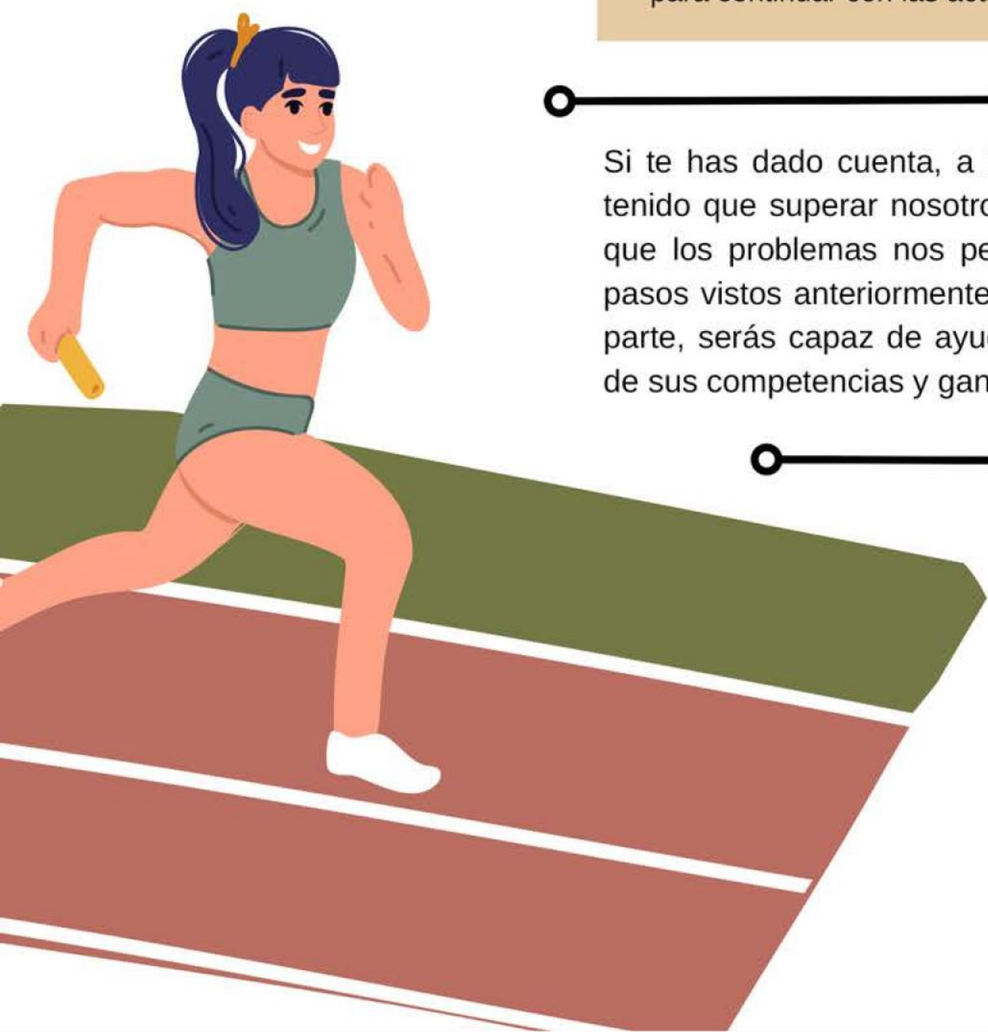
Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema método de Cramer.

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de Cramer o determinantes para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

PARTE 3

APLICO PARA APRENDER:
Resuelve el sistema aplicando la regla de Cramer

Para el docente:
En este apartado se resuelve como tal un sistema de ecuaciones lineales por el método de Cramer. Es necesario que los estudiantes hayan analizado y comprendido los conceptos previos de: matriz de coeficientes y hallar el determinante de una matriz, para continuar con las actividades.



Si te has dado cuenta, a lo largo de las pruebas que Lucy ha tenido que superar nosotros no hemos determinado los valores que los problemas nos pedían. Es por ello que, gracias a los pasos vistos anteriormente y los que vamos a aprender en esta parte, serás capaz de ayudar a nuestra deportista en cada una de sus competencias y ganar el torneo de los Tres Sabios.

Comencemos por el problema de Tom y Lucy. El enunciado nos solicitaba hallar el número de vueltas que dieron cada uno alrededor de la pista de atletismo. Descubramos cuáles serían los pasos a seguir para resolver el sistema de ecuaciones.

Paso 1: Hallar el determinante del sistema.

Se simboliza de la siguiente manera: Δ_s

- El determinante del sistema está formado por coeficientes de x, en la primera columna, y por los de y, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante?

MATRIZ

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

PROCESO

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = (6 \cdot 3) - (7 \cdot 5) = -53$$

- ¿Qué relación tiene la matriz que acabas de construir con la matriz de coeficientes?

Son las mismas

Paso 2: Hallar el determinante de "x"

Se simboliza de la siguiente manera: Δ_x

- El determinante de "x" está formado por los términos independientes, en la primera columna, y por los de y, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante? Realiza el proceso para hallar el valor.

MATRIZ

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 27 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

PROCESO

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 27 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = (27 \cdot 3) - (5 \cdot 5) = -106$$

- ¿Cómo nos ayudan los términos independientes del sistema para hallar el determinante de x?

Se ubican en la columna que deberían tomar los coeficientes de x para realizar el proceso y hallar el determinante de la matriz de incógnitas "x".

<u>Paso 3:</u> Hallar el determinante de "y"

Se simboliza de la siguiente manera:

$$\Delta_y$$

- El determinante de "y" está formado por los coeficientes de x, en la primera columna, y por los términos independientes, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante? Y realiza el proceso para hallar el valor.

MATRIZ

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 6 & 27 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$$

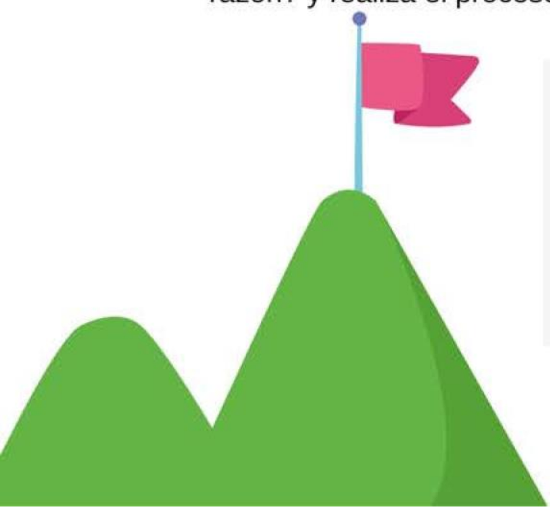
PROCESO

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 6 & 27 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = (6 \cdot 5) - (7 \cdot 27) = -159$$

- ¿Por qué crees que los términos independientes del sistema se intercambian de columna según el valor del determinante que vayamos a encontrar?

Porque los términos independientes se utilizan junto con los coeficientes de la matriz para encontrar la solución particular del sistema.

- Para calcular los valores de "x" y "y" se debe realizar una división entre los valores de las determinantes ya calculadas, ¿Cuál crees que sea el numerador y el denominador de aquella razón? y realiza el proceso para hallar los valores de las incógnitas.



Para el valor de la incógnita x

El numerador es el determinate de x y el denominador es el determinante del sistema.

Para el valor de la incógnita y

El numerador es el determinate de x y el denominador es el determinante del sistema.

Para hallar los valores de las incógnitas tenemos:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s}$$

PROCESO

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \rightarrow x = \frac{-106}{-53} \rightarrow x = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \rightarrow y = \frac{-159}{-53} \rightarrow y = 3$$

Respuesta:
Tom dio 2 vueltas y Lucy 3

¡Bien hecho!
Es hora de poner a prueba tus conocimientos

Ahora que conoces los pasos para encontrar la solución del sistema utilizando el método de Cramer, practiquemos un poco y ayuda a Lucy a determinar las velocidades relacionadas con la segunda prueba.

a. Escribe y encuentra el valor de las determinantes de "x" y "y" del sistema.

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (1 \cdot -1) - (1 \cdot 1) = -2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = (10 \cdot -1) - (3 \cdot 1) = -13$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = (1 \cdot 3) - (1 \cdot 10) = -7$$

b. Determina los valores de las incógnitas.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \rightarrow x = \frac{-13}{-2} \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \rightarrow y = \frac{-7}{-2} \rightarrow y = \frac{7}{2} = 3{,}5$$

Respuesta:

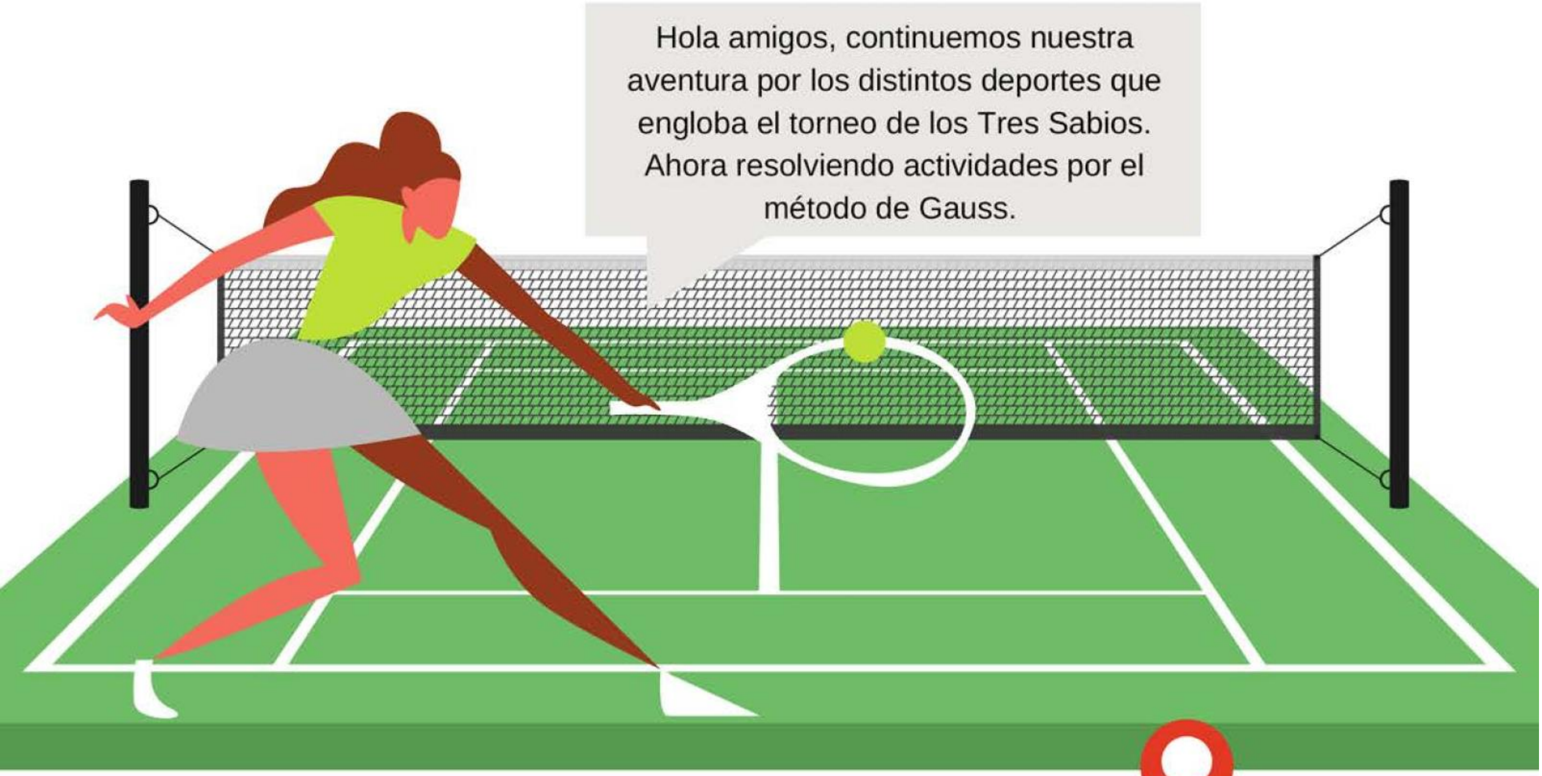
La velocidad con la que rema Lucy en agua tranquila es de 6,5 km/h y la velocidad de la corriente del río es de 3,5 km/h.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema método de Cramer.

Dato curioso

El método de determinantes para resolver un sistema de ecuaciones se llama regla de Cramer, en honor a Gabriel Cramer (1708-1752) quien fue un matemático suizo.

MÉTODO DE GAUSS O ELIMINACIÓN GAUSSIANA



PARTE 4

Dato curioso

J. J. Sylvester introduce el término «matriz» en 1848. Posteriormente, Carl Friedrich Gauss y Wilhelm Jordan desarrollaron la eliminación de Gauss-Jordan en el siglo XIX. como un método alternativo para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Pregunta – Problema:
¿Qué es y cómo se forma una matriz aumentada?

Para el docente:
Para resolver los sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss o eliminación gaussiana es imprescindible conocer el concepto de matriz aumentada y a su vez, cómo se forma uno. El docente debe tener cuidado con este apartado debido a que es el punto clave para continuar con el desarrollo de las actividades.

EXPLORO PARA RECORDAR:
Lee, analiza y responde.

La tercera prueba que Lucy debe pasar para continuar en el torneo es la de un partido de tenis. Para avanzar necesita ganar a su oponente Santi, pero se le presentó una complicación durante el partido. Apoya a Lucy para que pueda solucionarla y seguir en la competición.

Las dimensiones de una cancha de tenis para el juego de individuales son de 23,77 m de largo por 8,23 m de ancho. Lucy se preparó para el torneo en una cancha similar a esas longitudes donde aprendió a dominar sus movimientos y jugadas. Sin embargo, la cancha donde se disputa el torneo no posee esas dimensiones. Encuentra las nuevas medidas y ayuda a Lucy a determinar los ajustes que tendrá que hacer.

Para saber las nuevas medidas viene dado este enunciado:

- Halla los lados de un rectángulo sabiendo que uno es el triple del otro y que el perímetro mide 40 m.

a. Identifica y representa las incógnitas.

Ancho de la cancha: x
Largo de la cancha: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema.

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x + 2y = 40 \end{cases}$$

c. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable “x” en el sistema formado?

Coeficientes
x = 3 y -1

d. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable “y” en el sistema formado?

Coeficientes
y = 2 y 2

e. ¿Cuáles son los términos independientes en el sistema formado?

Términos independientes
0 y 40

f. ¿Cómo formarías una matriz en la cual contenga los coeficientes tanto de la variable “x” como de la variable “y” (matiz de coeficientes)?

Matriz de coeficientes

$$M = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

g. Ahora bien, si la matriz formada en el literal f contiene los coeficientes de "x" y "y", ¿qué valores nos faltarían de agregar?

Los términos independientes

g. ¿Cómo formarías una matriz que contenga los coeficientes de "x", "y" y los términos independientes?

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \ \ x\ \ & \ \ y\ \ & \ \ D\ \ \end{array} \\ M = \left[\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 40 \end{array}\right] \end{array}$$

h. ¿Cuál sería la definición de matriz aumentada o matriz del sistema de ecuaciones?

Una matriz se compone por los coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales, si a esto también se le añaden los términos independientes del sistema de ecuaciones, se obtiene una matriz aumentada.

Dato importante

Los coeficientes de *x* se colocan en la **primera** columna de la matriz, los coeficientes de *y* se colocan en la **segunda** columna y los términos independientes se colocan en la **tercera** columna.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 4 del tema método de Gauss.

PARTE 5

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de Gauss o eliminación Gausiana para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

Para el docente:
En este apartado se resuelve como tal un sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss o eliminación gaussiana. Es necesario que los estudiantes hayan analizado y comprendido el concepto previo de matriz aumentada, para continuar con las actividades. Se sugiere tener especial cuidado en este paso porque es el más importante para seguir con el proceso de desarrollo del método a estudiar.

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza el problema y realiza las actividades siguientes:

La última prueba que Lucy debe superar es una combinación de recorrido en bicicleta que sale del parque central hasta el coliseo de la ciudad y después, debe correr el tramo final del coliseo hasta la escuela donde le espera la meta. Los papás de Lucy, Mónica y Tomás, están muy orgullosos de ella por el esfuerzo realizado y quieren estar en la línea de meta cuando llegue. Pero, no saben la distancia que le tome a Lucy realizar todo el recorrido.

Mónica y Tomás conocen que hay 12 km del parque central hasta la escuela. Lucy viaja en bicicleta a una velocidad de 20 km por hora, desde el parque central hasta el coliseo y de ahí hasta la escuela corre a 4 km por hora. El recorrido tarda en total 1 hora. ¿Cuál es la distancia que hay entre el parque central y el coliseo y del coliseo a la escuela?

a. Identifica las variables del problema

Recorrido desde el parque al coliseo: x
Recorrido desde el coliseo a la escuela: y

b. Construye una tabla que representa la relación entre distancias y tiempos:

Ten en cuenta

$$Velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$$

$$Tiempo = \frac{distancia}{velocidad}$$

	Recorrido desde el parque al coliseo	Recorrido desde el coliseo a la escuela	Total
Distancia	$x\ km$	$y\ km$	$12\ km$
Velocidad	$20\ \frac{km}{h}$	$4\ \frac{km}{h}$	------------
Tiempo	$\frac{x}{20}\ hora$	$\frac{y}{4}\ hora$	$1\ hora$

c. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \dfrac{x}{20} + \dfrac{y}{4} = 1 \end{cases}$$

d. Determina la matriz aumentada del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$P = \left[\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{12} \\ \boxed{\frac{1}{20}} & \boxed{\frac{1}{4}} & \boxed{1} \end{array}\right]$$

Matriz del sistema de ecuaciones

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & b & r \\ c & d & s \end{array}\right)$$

Dato importante

La matriz está compuesta por filas y columnas. Los elementos *a* y *d* de la matriz forman la **diagonal principal**. El elemento que se ubica en la primera fila, primera columna (*a*) se denomina **pivote**.

¿Qué es una matriz triangular superior?
Este tipo de matriz posee la característica de que los elementos situados por debajo de la diagonal principal son ceros.

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ES HORA DE PONERNOS MANOS A LA OBRA

Paso 1: Hallar la matriz del sistema de ecuaciones

$$P=\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 12 \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{4} & 1 \end{array}\right]$$

Paso 2: Convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior

¿Cómo hacemos eso?

Consiste en realizar operaciones elementales a las filas de la matriz ampliada hasta transformarla en una matriz triangular superior.

Las operaciones elementales son:

- Multiplicar o dividir una fila por un número real diferente de cero.
- Sumar o restar una fila con otra fila.
- Sumar una fila con otra fila multiplicada por un número diferente de cero.
- Modificar el orden las filas.

En este ejercicio, el pivote ya es 1 así que debemos seguir con el 1/20 y transformalo en 1. De la siguiente manera:

- **Multiplica** por -1/20 a la primera fila y **suma** esta con la segunda fila, el resultado será la nueva fila 2.

Nueva matriz

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 12 \\ \frac{1}{20} & \frac{1}{4} & 1 \end{array}\right) \rightarrow -\frac{1}{20}\cdot F_1 + F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 12 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{array}\right)$$

- Haz 1 el elemento de la segunda fila, segunda columna, dividiendo la segunda fila para **5**.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$$

a. Miremos el elemento de la segunda fila, segunda columna, ¿cuál sería ahora el coeficiente de "y"?

El coeficiente de "y" ahora sería 1

b. ¿Consideras que se podría formar ecuaciones equivalentes reducidas si colocamos los nuevos valores obtenidos en con sus respectivas incógnitas? ¿Cómo lo harías?

x + y =12
y = 2

c. ¿Qué método de resolución ya analizado podrías usar para encontrar el valor de la otra incógnita? Resuelve.

El método de sustitución
x = 10

d. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

Los valores x = 10 km, y = 2 km satisfacen las dos condiciones del problema; por tanto desde el parque al coliseo hay 10 km y del coliseo a la escuela hay 2 km.

¡Bien hecho!
Es hora de poner a prueba tus conocimientos

Ahora que conoces los pasos para encontrar la solución del sistema utilizando el método de Gauss, practiquemos un poco y ayuda a Lucy a determinar las dimensiones de la cancha de la tercera prueba.

Paso 1: Hallar la matriz del sistema de ecuaciones

$$M=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 40 \end{array}\right] \end{array}$$

Paso 2: Convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior

- En este ejercicio, el pivote no es 1 así que debemos dividir la primera fila entre 1/3.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 40 \end{array}\right) \rightarrow \frac{1}{3} \div F_1 \rightarrow$$

Nueva matriz

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 2 & 40 \end{array}\right)$$

- Haz 0 el número bajo el pivote. Multiplica la fila 1 por -2, suma la fila 2 y coloca el resultado en la fila 2.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 2 & 2 & 40 \end{array}\right) \rightarrow -2 \cdot F_1 + F_2 \rightarrow$$

Nueva matriz

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{8}{3} & 40 \end{array}\right)$$

- Haz 1 el elemento de la segunda fila, segunda columna, dividiendo la segunda fila para **3/8**.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{8}{3} & 40 \end{array}\right) \rightarrow \frac{3}{8} \cdot F_1 \rightarrow$$

Nueva matriz

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 15 \end{array}\right)$$

a. Miremos el elemento de la segunda fila, segunda columna, ¿cuál sería ahora el coeficiente de "y"?

El coeficiente de "y" ahora sería 1

b. ¿Consideras que se podría formar ecuaciones equivalentes reducidas si colocamos los nuevos valores obtenidos en con sus respectivas incógnitas? ¿Cómo lo harías?

$x - 1/3y = 0$
$y = 15$

c. ¿Qué método de resolución ya analizado podrías usar para encontrar el valor de la otra incógnita? Resuelve.

El método de sustitución
$x = 5$

d. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

Los valores $x = 5$ m, $y = 15$ m satisfacen las dos condiciones del problema; por tanto las dimenciones de la cancha son de 5x15 metros.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 5 del tema método de Gauss.

Dato curioso

El álgebra lineal tiene amplias utilidades. Por ejemplo se aplica cuando se quiere calcular la velocidad con que una persona maneja, como acelerar, frenar, mover el embrague, etc. Por otra parte, la construcción de edificios a desniveles.

CONCLUSIONES

Para el docente: Este apartado está dirigido para que los estudiantes elaboren y escriban, de forma individual, las conclusiones, ideas, fórmulas, pistas, etc., que llegaron en cada una de las cinco "pregunta – problema" presentes en la primera situación didáctica. El docente debe estar atento debido a que es una parte imprescindible del proceso que nos ayudará en la situación de formulación.

CONCLUSIÓN #1:

¿Qué es y cómo se forma una matriz de coeficientes?

El estudiante puede llegar a las siguientes ideas:

- **Concepto:** Una matriz de coeficientes es una matriz que representa los coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales. En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, la matriz de coeficientes es una matriz 2x2, donde cada elemento de la matriz corresponde al coeficiente de una variable en una ecuación específica.
- **Representación:**

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x + 2y = 40 \end{cases}$$

$$M = \begin{bmatrix} \boxed{3} & \boxed{-1} \\ \boxed{2} & \boxed{2} \end{bmatrix}$$

CONCLUSIÓN #2:

¿Cómo encontrar el determinante de una matriz 2x2?

El estudiante puede llegar a las siguientes ideas:

- Aplicando la fórmula:

$$|M| = \det(M) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \cdot d) - (c \cdot d)$$

CONCLUSIÓN #3:

¿En qué consiste utilizar el método de Cramer o determinantes para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

El estudiante puede llegar a las siguientes ideas:

I. Se prepara la matriz de coeficientes y se halla el determinante del sistema.

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

II. Se prepara la matriz de la incógnita “x” y se halla el determinante.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1 b_2 - c_2 b_1$$

III. Se prepara la matriz de la incógnita “y” y se halla el determinante.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

IV. Entonces para hallar el valor de las incógnitas tenemos:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s};\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s}$$

CONCLUSIÓN #2:

¿Qué es y cómo se forma una matriz aumentada?

El estudiante puede llegar a las siguientes ideas:

- **Concepto:** Una matriz aumentada es una representación de un sistema de ecuaciones lineales que combina la matriz de coeficientes y el vector columna de términos independientes en una única matriz. La matriz aumentada se utiliza para aplicar métodos de resolución de sistemas de ecuaciones, como la eliminación de Gauss.
- **Representación:**

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x + 2y = 40 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x & y & D \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ M= & \left[\begin{array}{cc|c} \boxed{3} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ \boxed{2} & \boxed{2} & \boxed{40} \end{array}\right] \end{array}$$

CONCLUSIÓN #5:

¿En qué consiste utilizar el método de Gauss o eliminación Gausiana para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- El método de Gauss consiste en realizar operaciones elementales a las filas de la matriz ampliada hasta convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior, obteniendo así ecuaciones equivalentes reducidas, de las cuales, en la segunda fila, obtenemos el valor de una de las incógnitas, que al ser sustituida en la primera fila nos dará el valor de la otra incógnita.

FORMULARIO DE PREGUNTAS

3

CONCLUSIÓN 1:

a. ¿Cuáles son las aplicaciones de las matrices que podemos encontrar en la cotidianidad? Elabore una infografía con la información obtenida.

CONCLUSIÓN 2:

a. Investigue las propiedades de los determinantes, elabore un mapa conceptual con la información recopilada y responde la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las propiedades que nos pueden ayudar al momento de resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de Cramer?

CONCLUSIÓN 3:

a. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones 2x2 utilizando el método de Cramer y enumere los pasos que seguiste para hallar la solución:

$$\begin{cases} \dfrac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2 \\ \dfrac{x+y+1}{3x+4y-3} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

CONCLUSIÓN 4:

a. ¿Cuáles son los diferentes tipos de matrices cuadradas que existen? Enumeras en tu cuaderno.

CONCLUSIÓN 5:

a. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones 2x2 utilizando el método de Gauss y enumere los pasos que seguiste para hallar la solución:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{4} = \dfrac{x+y-1}{3} \\ \dfrac{2x-y}{8} - \dfrac{3}{2} = \dfrac{x+2y}{2} \end{cases}$$

Situación Didáctica

3

FICHA CIENTÍFICA

MÉTODO DE CRAMER O DETERMINANTES

El método de Cramer se aplica para resolver sistemas de ecuaciones lineales que cumplan las siguientes condiciones:

1. El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.

2. El determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero.

Dado un sistema de ecuaciones $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$,

el método de resolución por Regla de Cramer consiste en:

I. Se prepara la matriz de coeficientes y se halla el determinante del sistema.

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

II. Se prepara la matriz de la incógnita "x" y se halla el determinante.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1$$

III. Se prepara la matriz de la incógnita "y" y se halla el determinante.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

IV. Entonces para hallar el valor de las incógnitas tenemos:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s};\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s}$$

Situación Didáctica

3

FICHA CIENTÍFICA

Dato importante: si el determinante de sistema es nulo, $\Delta_s = 0$, el sistema será incompatible o inconsistente.

Ejemplo:

Resolver $\begin{cases} 5x + 6y = -10 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$ aplicando la regla de Cramer.

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (5 \cdot 3) - (2 \cdot 6) = 3$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -10 & 6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = (-10 \cdot 3) - (-1 \cdot 6) = -24$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 5 & -10 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (5 \cdot -1) - (2 \cdot -10) = 15$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{-24}{3} = -8$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{15}{3} = 5$$

Situación Didáctica

3

FICHA CIENTÍFICA

MÉTODO DE GAUSS O ELIMINACIÓN GAUSSIANA

El método de Gauss consiste en realizar operaciones elementales a las filas de la matriz ampliada hasta convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior, obteniendo así ecuaciones equivalentes reducidas, de las cuales, en la segunda fila, obtenemos el valor de una de las incógnitas, que al ser sustituida en la primera fila nos dará el valor de la otra incógnita.

Ejemplo:

Resolver $\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 74 \end{cases}$ aplicando el método de Gauss

Escribe la matriz ampliada del sistema.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 30 \\ 2 & 3 & 74 \end{pmatrix}$$

Debes convertir el 2 en 0. Para ello, multiplica por -2 a la primera fila y suma esta con la segunda fila, el resultado será la nueva fila 2.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 30 \\ 2 & 3 & 74 \end{pmatrix} \rightarrow -2 \cdot F_1 + F_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 30 \\ 0 & 1 & 14 \end{pmatrix}$$

De esta forma, tienes las ecuaciones equivalentes:

$$\begin{gathered} x + y = 30 \\ y = 14 \end{gathered}$$

Finalmente, encuentre el valor de la otra incógnita:

$$\begin{gathered} x + 14 = 30 \\ y = 16 \end{gathered}$$

3

SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Un viaje con Cramer y Gauss

Tema:

Método de Cramer
Método de eliminación Gaussiana

Tiempo estimado:

25 a 30 minutos

Materiales:

Computadora con conexión a Internet
Plataforma "Liveworksheets"
Hoja perforada

Modalidad:

Trabajo individual

OBJETIVO

Dominar el método de Cramer y de eliminación gaussiana para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2, aplicándolos correctamente y obteniendo las soluciones correctas.

ESTRUCTURACIÓN:

La actividad denominada “Un viaje con Cramer y Gauss” se realizará de forma individual y tendrá la opción de ser realizada como trabajo en contacto con el docente o como trabajo autónomo, se deja a consideración del docente. Por tal motivo se recomienda que, a la hora de su aplicación, las reglas y normas sean pactadas de forma clara para que todos los participantes conozcan sus roles y se alcance el objetivo de la actividad.

APLICACIÓN:

Para desarrollar la actividad, el docente debe tomar en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Compartir con los estudiantes el link: **https://es.liveworksheets.com/8-uf359160ky**, en el cual se presenta una hoja de trabajo relacionada con el tema de resolución de sistemas de ecuaciones por los métodos de Cramer y Gauss.
2. El docente pedirá a los estudiantes que ingresen en el link proporcionado y que desarrollen las actividades.
3. Una vez finalizado, el estudiante debe de enviar la calificación obtenida por el medio que el docente se lo indique. Se sugiere seleccionar la opción de enviar al correo electrónico que la misma plataforma ofrece.

LINK DEL RECURSO:

https://es.liveworksheets.com/8-uf359160ky

LIVEWORKSHEETS

https://acortar.link/dhMUcy

Situación Didáctica

CUARTA

Problemas con sistemas de ecuaciones lineales 2x2

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Situación Didáctica

4

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2

INTRODUCCIÓN

Una vez culminado el estudio previo de los concetos generales y los cuatro métodos principales para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se platea actividades en donde el estudiante ponga a prueba las destrezas adquiridas con anterioridad al resolver problemas de su entorno. En la cuarta situación didáctica, el docente contará con el taller de trabajo 4 para entregarlo a sus estudiantes, en el cual se abordará de manera significativa los contenidos ya mencionados. Posteriormente, los estudiantes trabajarán en equipos para desarrollar las situaciones de formulación y validación. Al final, el docente reforzará cada uno de los conceptos trabajados y conclusiones alcanzadas por medio de la situación de institucionalización. Además, se propone una situación a-didáctica con actividades lúdicas para complementar.

OBJETIVO

- Aplicar los conceptos y procedimientos estudiados sobre los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógntas en la resolución de ejercicios y problemas de acuerdo al contexto.
- Interpretar las soluciones obtenidas del sistema de ecuaciones lineales en problemas relacionados con el entorno cotidiano de los estudiantes.

INDICADORES DE APRENDIZAJE ESPERADOS:

- Determina ecuaciones que representen las relaciones entre diferentes magnitudes y emplea los métodos estudiados de resolución para determinar los valores de las variables.
- Explora aplicaciones de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en dominios diversos de la cotidianidad.
- Juzga la validez de sus respuestas de acuerdo a los lineamientos del problema dado.

Situación Didáctica

4

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Problemas con sistemas de ecuaciones 2x2

INTRUCCIONES PARA EL DOCENTE

Destreza: M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

APLICACIÓN

Tiempo estimado:
La situación didáctica dispondrá de cuatro horas pedagógicas de duración y se recomienda distribuirlo de la siguiente manera:

- 60 minutos la situación de acción
- 20 minutos la situación de formulación
- 50 minutos la situación de validación
- 30 minutos la situación de institucionalización

Sin embargo, el docente será el encargado de tomar la desición más óptima para disponer del tiempo según las necesidades y requerimientos del grupo.

PROCESO

SITUACIÓN DE ACCIÓN

El docente debe verificar que todos los estudiantes dispongan del taller de trabajo 4 para comenzar la actividad. Los estudiantes analizarán tres situaciones problema a lo largo de este taller, los cuales sentarán los pasos a seguir para resolver problemas que involucren sistemas de ecuaciones lineales 2x2 aplicando diversos métodos. En total se elaborarán tres conclusiones al final.
Como se especificó con antelación, el docente debe únicamente orientar al estudiante en el desarrollo sin que éste dicte el proceso a ser seguido, es decir, el estudiante debe seguir su propio camino para llegar a la solución. .

Situación Didáctica

4

ESTRUCTURA DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Problemas con sistemas de ecuaciones 2x2

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

En este aparatado, el docente debe conformar los grupos de trabajo para que los estudiantes socialicen sus conclusiones y elaboren un organizador gráfico del tipo "organizador para la resolución de problemas", de las mismas. Este debe ser realizado en una hoja o cartulina y entregado al docente.

SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

El docente dictará las instrucciones necesarias para llevar a cabo esta parte del trabajo de la siguiente manera: para realizar el proceso de validación de las conclusiones obtenidas en los anteriores pasos, cada grupo conformado deberá desarrollar, responder y exponer una de las preguntas que se presentarán al finalizar las indicaciones (formulario de preguntas 4) y será el docente el encargado de proporcionar la pregunta a cada grupo. Finalizada la exposición, se dará paso a un debate con todos los estudiantes del curso, que tiene por objetivo buscar la existencia de nuevas ideas o ideas contrarias.

SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Se presenta la “ficha científica 4” que servirá como guía para el docente al momento de afianzar los conocimientos que se vieron a lo largo de la situación didáctica 4.

4

Taller de trabajo

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2

Nombre:

Nivel:

Fecha:

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿Cuáles serían los criterios que considerarías antes de elegir un método de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Para el docente:
El objetivo de esta sección de ejercicios es que el estudiante identifique con facilidad el método más óptimo para encontrar la solución del sistema. Es necesario que el docente haga énfasis en la premisa de que se debe utilizar el método que simplifique el desarrollo para determinar la solución. Sin embargo, se acepta por válida la solución en el caso de que el estudiante aplique un método distinto de forma correcta.

COMPRENDO PARA SABER:
A partir de la situación planteada, reflexiona y responde las preguntas.

PROBLEMA 1

El baile de promoción al graduarte del colegio se ha convertido en una tradición que lo llevan a cabo los estudiantes de tercero de bachillerato de las instituciones educativas de la ciudad de Cuenca. Y para tal evento, las señoritas buscan el vestido de gala más perfecto para lucir esa noche. Este es el caso de Alicia y Clara que han acudido a la cadena de moda española, Zara, para encontrar dicha prenda.

Alicia adquirió su vestido aplicando un descuento del 15%, su mejor amiga Clara compró otro vestido 25 dólares más costoso que el de Alicia, pero también consiguió un descuento del 20%, y al final unicamente canceló 8 dólares más que Alicia. Determina el precio de cada uno de los vestidos antes del descuento y después de aplicarlo.

a. Identifica las variables del problema

Precio del vestido de Alicia: x
Precio del vestido de Clara: y

b. Construye una tabla que representa la relación de los precios:

	Vestido de Alicia	Vestido de Clara	Comparación de los precios
Precio Original	x *dólares*	y *dólares*	$y = x + 25$
Descuento	15% *de* x	20% *de* y	------------
Precio con descuento	$0{,}85x$ *dólares*	$0{,}8y$ *dólares*	$0{,}8y = 0{,}85x + 8$ *dólares*

c. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} y = x + 25 \\ 0{,}8y = 0{,}85x + 8 \end{cases}$$

Analicemos juntos

Como puedes ver, ya tenemos planteado el sistema de ecuaciones de acuerdo a las condiciones del problema. Observa con atención las ecuaciones y responde, ¿qué método de resolución utilizarías? y ¿por qué lo seleccionas?

De acuerdo a la forma de las ecuaciones del sistema, el método de resolución más favorable sería el de sustitución porque en la primera ecuación la variable "y" ya se encuentra despejada y puede ser sustitudia en la segunda ecuación.

d. Resuelve el sistema de ecuaciones de acuerdo al método que elegiste.

$$\mathbf{0,8y = 0,85x + 8}$$

$$0{,}8(x + 25) = 0{,}85x + 8$$

$$0{,}8x + 20 = 0{,}85x + 8$$

$$x = 240$$

$$y = 240 + 25$$

$$y = 265$$

e. Complete la siguiente tabla de acuerdo a los datos obtenidos:

	Precio sin descuento	Descuento	Precio con descuento
Alicia	240 dólares	36 dólares	204 dólares
Clara	265 dólares	53 dólares	212 dólares

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

El vestido de Alicia costó 204 dólares y Clara 212 dólares

PROBLEMA 2

El 24 de febrero del 2022 suscitó la invasión en el territorio ucraniano por parte de Rusia. Tropas del ejército ruso traspasaron las fronteras en diversos puntos de Ucrania y los ocuparon, desde entonces los dos países han estado en conflicto debido a las altas tensiones políticas y la continua acumulación de fuerzas militares (CNN Español, 2023). Acto continuo, se presenta una situación hipotética en donde vas a poner a prueba tus conocimientos sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y determinar el número de soldados que tenía cada país antes de una batalla. Sin embargo, es importante recalcar que no necesitamos pistolas y bombas para traer la paz. Necesitamos amor y compasión, frase dicha por Madre Teresa de Calcuta.

Antes de una batalla en territorio ucraniano, las fuerzas militares de Ucrania y Rusia se encuentran en la relación de 7 a 9. El ejército de Ucrania perdió 15 000 hombres en la batalla y el ejército ruso 25 000 soldados. Si la relación en este instante es de 11 a 13, ¿cuántos militares tenía cada ejército antes de la batalla?

a. Identifica las variables del problema

Ejército de Ucrania: x
Ejército de Rusia: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

Sistema de ecuaciones formado		
Primera ecuación:	Segunda ecuación:	Sistema de ecuaciones:
$\frac{x}{y}=\frac{7}{9}$ $x=\frac{7}{9}y$	$\frac{x-15\,000}{y-25\,000}=\frac{11}{13}$ $13x-11y=-80\,000$	$\begin{cases} x=\frac{7}{9}y \\ 13x-11y=-80\,000 \end{cases}$

Analicemos juntos

Como puedes ver, ya tenemos planteado el sistema de ecuaciones de acuerdo a las condiciones del problema. Observa con atención las ecuaciones y responde, ¿qué método de resolución utilizarías? y ¿por qué lo seleccionas?

De acuerdo a la forma de las ecuaciones del sistema, el método de resolución más favorable sería el de sustitución porque en la primera ecuación la variable "x" ya se encuentra despejada y puede ser sustitudia en la segunda ecuación.

d. Resuelve el sistema de ecuaciones de acuerdo al método que elegiste.

$$\mathbf{13x - 11y = -80\ 000}$$

$$13\left(\frac{7}{9}y\right) - 11y = -80\ 000 \qquad y = 70\ 000 \cdot \frac{9}{7}$$

$$-8x = -560\ 000 \qquad y = 90\ 000$$

$$x = 70\ 000$$

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

Antes de la batalla, Ucrania tenía 70 000 hombres y Rusia 90 000

PROBLEMA 3

La compañía La Favorita S.A, debido al lanzamiento de un nuevo producto de cajas de fruta, se propuso vender un tipo de caja en diferentes lugares del Ecuador para realizar una prueba de mercado. Las cajas de fruta picada se clasifican en estándar y de lujo. Se definió por la empresa que la caja de frutas estándar se despacha en 7 dólares y la caja de lujo se comercializa en 10 dólares. Supermaxi en un día vende 135 cajas de frutas en un total de 1100 dólares. Determine el número de cajas de lujo y estándar que se vendieron.

a. Identifica las variables del problema

Caja de fruta estándar: x
Caja de fruta de lujo: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} x + y = 135 \\ 7x + 10y = 1\ 100 \end{cases}$$

Analicemos juntos

Ahora que conoces cuatro distitntos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y has recopilado los pasos que se siguen para obtener la solución, vamos a realizar una comparación entre ellos para que analices los veneficios que utilizarlo.

c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de Cramer**.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

$$|M| = (1 * 10) - (7 * 1) = 3$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 135 & 1 \\ 1\,100 & 10 \end{bmatrix}$$

$$|M_x| = (135 * 10) - (1\,100 * 1) = 250$$

$$M_y = \begin{bmatrix} 1 & 135 \\ 7 & 1\,100 \end{bmatrix}$$

$$|M_y| = (1 * 1\,100) - (7 * 135) = 155$$

$$y = \frac{|M_y|}{|M|} = \frac{155}{3} = 51{,}666 \approx 52$$

$$x = \frac{|M_x|}{|M|} = \frac{250}{3} = 83{,}333 \approx 83$$

d. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de sustitución**.

$$x = 135 - y$$

$$7(135 - y) + 10y = 1\,100$$

$$945 - 7y + 10y = 1\,100$$

$$x = 83{,}333 \approx 83$$

$$83{,}333 + y = 135$$

$$y = 51{,}666 \approx 52$$

f. Si el resultado obtenido es un decimal, ¿cómo interpretaría dicha cifra para responder la pregunta del número de cajas?

Para interpretar el resultado se tendría que redondear la cifra obtenidad. Sin embargo, este problema fue colocado con la intensión de que el estudiante tome conciencia del contexto del problema y evalée si la respuesta obtenida es válida.

g. ¿Cuál crees que son los beneficios de utilizar el método de sustitución?

Los beneficios de usar el método de sustitución en problemas que involucren sistemas de ecuaciones pueden ser: simplificación de expresiones o ecuaciones, aplicabilidad en difeferentes áreas, facilita la comprensión de problemas complejos, etc.

h. Segú tu criterio, ¿qué método de resolución eligirías?

La respuesta depende del criterio del estudiante.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

PARTE 2

Pregunta – Problema:
¿Cómo podrías verificar si la solución encontrada satisface las condiciones del problema?

APLICO PARA APRENDER:
Analiza la situación y responda las preguntas a continuación:

Para el docente:
Uno de los pasos más importantes al resolver un sistema de ecuaciones es el de comprobación de resultados. Por tal motivo, los siguientes problemas tienen la finalidad de trabajar esta destreza siempre con la guía del docente si se posee aún fallos en la traducción de las condiciones de igualdad y el planteamiento del sistema.

La empresa Feilo SYLVANIA S.A que es fabricante de bombillos LED gana 0,3 centavos de dólar por cada bombilla que manufactura la fábrica, pero pierde 0,4 centavos de dólar por cada una que sale defectuosa. Un día en el que SYLVANIA fabricó 2100 bombillas generó un beneficio de 484,4 dólares. Obten el número de bombillas LED sin defecto y el número de bombillas LED defectuosas que la empresa fabricó ese día.

PROBLEMA 4

a. Identifica las variables del problema

Bombillas LED sin defecto: x
Bombillas LED con defecto: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} x + y = 2\,100 \\ 0{,}3x - 0{,}4y = 484{,}4 \end{cases}$$

c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de igualación**.

$$x = 2100 - y$$

$$x = \frac{484{,}4 + 0{,}4y}{0{,}3}$$

$$2100 - y = \frac{484{,}4 + 0{,}4y}{0{,}3}$$

$$630 - 0{,}3y = 484{,}4 + 0{,}4y$$

$$y = 208$$

$$x = 2100 - 208$$

$$x = 1892$$

d. ¿Cómo verificarías si las soluciones del problema son la correctas?

Se verifica si la solución satisface las condiciones del problema sustituyendo los valores de las incónitas en cada una de las ecuaciones.

e. Realiza el proceso de comprobación de resultados:

$$(1892)+(208)=2100 \qquad 0{,}3(1892)-0{,}4(208)=484{,}4$$

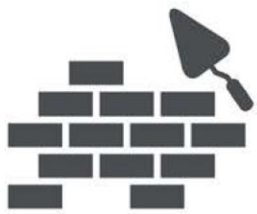
$$2100=2100 \qquad 484{,}4=484{,}4$$

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

El número de bombillas Led sin defecto es 1892 y el número de bombilla Led con defecto es 208.

PROBLEMA 5

Daniel con su abuelo Cirio, se propusieron construir un portón nuevo para la entrada a la finca que tienen en Gualaceo. Cirio comienza tomando las medidas correspondientes, pero decide jugar un poco con su nieto y le entrega las dimensiones en forma de acertijo matemático. Encuentra las dimensiones del nuevo portón que deben construir abuelo y nieto, sabiendo que el perímetro mide 16 metros y la base mide 2 metros más que la altura.

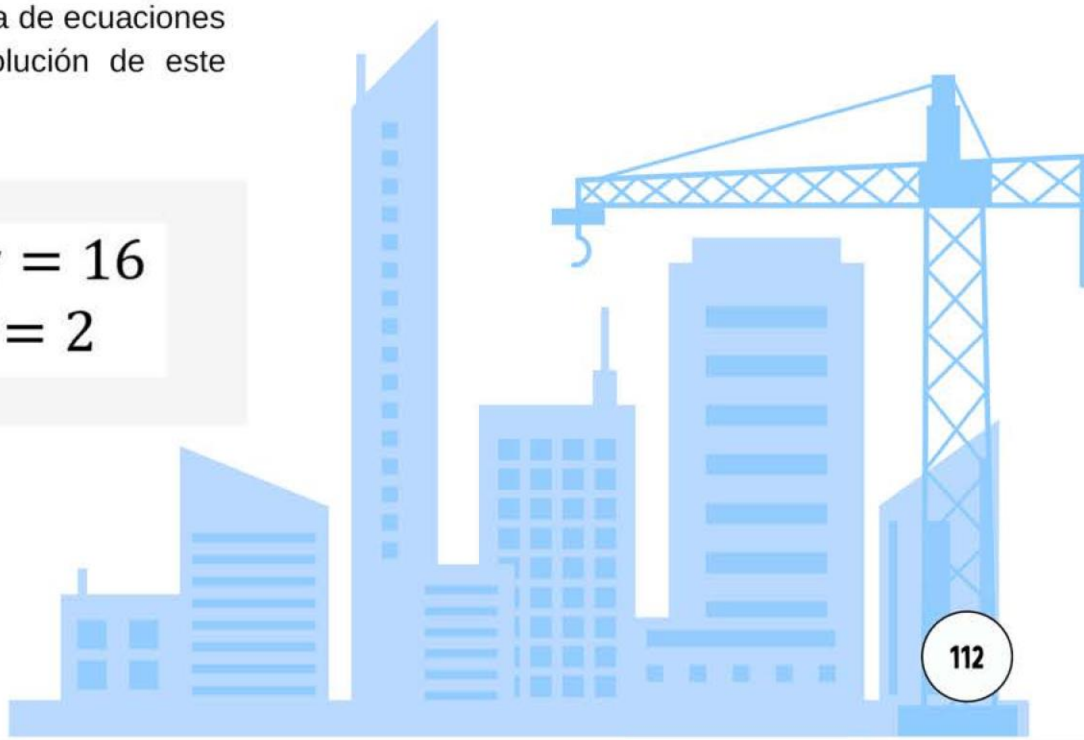


a. Identifica las variables del problema

Base del portón: x
Altura del portón: y

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

$$\begin{cases} 2x+2y=16 \\ x-y=2 \end{cases}$$



c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de eliminación gaussiana** .

Matriz del sistema de ecuaciones

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 16 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 16 \end{array}\right) \xrightarrow{-2\cdot F_1 + F_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{1}{4}\cdot F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Ecuaciones equivalentes:

$x - y = 2$ $\qquad$ $x - 3 = 2$

$y = 3$ $\qquad$ $x = 5$

d. ¿Cómo verificarías si las soluciones del problema son la correctas?

Se verifica si la solución satisface las condiciones del problema sustituyendo los valores de las incógnitas en cada una de las ecuaciones.

e. Realiza el proceso de comprobación de resultados:

$2(5) + 2(3) = 16$ $\qquad$ $(5) - (3) = 2$

$16 = 16$ $\qquad$ $2 = 2$

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

La base del portón es de 5 m y la altura es de 3 m.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2?

Para el docente:
En este apartado se reflexionará sobre los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por medio del método de los distintos métodos aprendidos. El docente puede corroborar si los conceptos señalados son los correspondientes.

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Lea las siguientes oraciones y señale según corresponda.

a. Una con una línea los pasos correctos a seguir para resolver un problema que involucre el tema de sistema de ecuaciones lineales 2x2.

1. Representación

2. Planteo de la ecuaciones:

3. Resolución

4. Comprobación

a. Corroborar si la solución concuerda con las condiciones del problema y realiza un proceso de sustitución de los valores en las ecuaciones iniciales.

b. Se puede construir una tabla donde se muestre la relación entre las variables.

c. Resuelve el sistema de ecuaciones por cualquier método visto.

d. Se plantea las ecuaciones que cumplen las condiciones de igualdad en el problema.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

CONCLUSIONES

Para el docente: Este apartado está dirigido para que los estudiantes elaboren y escriban, de forma individual, las conclusiones, ideas, fórmulas, pistas, etc., que llegaron en cada una de las tres "pregunta – problema" presentes en la primera situación didáctica. El docente debe estar atento debido a que es una parte importante del proceso que ayudará a los estudiantes en la situación de formulación.

CONCLUSIÓN #1:

¿Cuáles serían los criterios que considerarías antes de elegir un método de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

El estudiante puede llegar a las siguientes ideas:

- Si el sistema es relativamente sencillo y se busca una solución rápida, es posible que desees elegir un método directo y eficiente, como la eliminación o sustitución.
- Si necesitas resolver diferentes tipos de sistemas o si el sistema tiene características particulares, es importante considerar la flexibilidad y la generalidad del método.

CONCLUSIÓN #2:

¿Cómo podrías verificar si la solución encontrada satisface las condiciones del problema?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

- Sustituye los valores encontrados para las incógnitas en las ecuaciones originales del sistema. Si los valores son correctos, las ecuaciones se cumplirán.

CONCLUSIÓN #3:

¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2?

El estudiante puede llegar a la siguiente idea:

1. Representación: si es posible, realizar una representación del problema. Identificar los datos conocidos y simbolizar las incógnitas.
2. Planteo de las ecuaciones: Escribe las ecuaciones que traducen las condiciones de igualdad que se presentan en el problema.
3. Resolución: Resuelve el sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos estudiados.
4. Comprobación: Verificar si la solución satisface las condiciones del problema, sustituyendo los valores de las incógnitas en una de las ecuaciones.

FORMULARIO DE PREGUNTAS

4

CONCLUSIÓN 1:

a. ¿Cuándo conviene utilizar los métodos de: igualación, sustitución, regla de Cramer y eliminación gaussiana para resolver un sistema de ecuaciones 2x2?
b. ¿Cuáles serían las ventajas y desventajas de utilizar los métodos de: igualación, sustitución, regla de Cramer y eliminación gaussiana?

CONCLUSIÓN 2:

a. ¿Siempre es importante verificar la respuesta obtenida del sistema de ecuaciones lineales 2x2? ¿consideras que existen situaciones en las que no es imprescindible realizar este paso?

CONCLUSIÓN 3:

a. Proponga un problema de sistema de ecuaciones lineales 2x2, resuélvelo por el método que desees y señala los pasos que seguiste para determinar la respuesta.
b. Elabora una infografía sobre las recomendaciones que darías a un compañero que comienza su estudio acerca de problemas de ecuaciones lineales 2x2.

Situación Didáctica

4

FICHA CIENTÍFICA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Los sistemas de ecuaciones se presentan y muchas aplicaciones prácticas de la ciencia y de la vida cotidiana.

Para resolver problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales seguiremos los siguientes pasos:

1. Representación: si es posible, realizar una representación del problema. Identificar los datos conocidos y simbolizar las incógnitas.

2. Planteo de las ecuaciones: Escribe las ecuaciones que traducen las condiciones de igualdad que se presentan en el problema.

3. Resolución: Resuelve el sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos estudiados.

4. Comprobación: Verificar si la solución satisface las condiciones del problema, sustituyendo los valores de las incógnitas en una de las ecuaciones.

Situación Didáctica

4

FICHA CIENTÍFICA

Ejemplo:

Resuelve el siguiente problema.

Para una obra benéfica se organizó un concierto musical en el coliseo del colegio, cuya capacidad es de 200 personas. Se divide en dos localidades: general que cuesta 50 USD y vip a 200 USD. Si se vendieron todos los boletos y se recaudó en total 17 500 USD, ¿cuántos boletos de cada localidad se vendieron?

Paso 1:

Representación: Identifica los datos conocidos y simboliza las incógnitas.

	Precio por boleto	Número de boletos	Precio
Entradas: general	50	x	$50x$
Entradas: vip	200	y	$200y$
Total	------------	$x + y = 200$	$50x + 200y = 17\,500$

Paso 2:

Representa en forma de ecuaciones las dos condiciones presentadas en el problema.

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 50x + 200y = 17\,500 \end{cases}$$

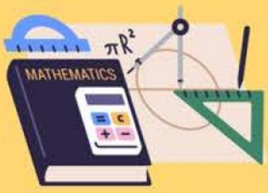
Paso 3:
Resolución. Resuelve el sistema de ecuaciones.
De la ecuación 1: $x = 200 - y \;\rightarrow\; x = 150$
Sustituimos en la ecuación 2 $50(200 - y) + 200y = 17\,500 \;\rightarrow\; y = 50$

Paso 4:
Escribe la solución.
Cantidad de entradas general: 150
Cantidades de entradas vip: 50

Paso 5:
Comprobación.
En una de las ecuaciones, sustituye los valores encontrados:

$$50(150) + 200(50) = 17\,500$$

4 SITUACIÓN A-DIDÁCTICA



Luces, cámara y álgebra

Tema:

Problemas con sistemas de ecuaciones 2x2

Tiempo estimado:

2 horas pedagógicas

Materiales:

Cámara de video
Material concreto
Plataforma "YouTube"

Modalidad:

Trabajo grupal

OBJETIVO

Mejorar la capacidad de elegir el método más adecuado (sustitución, igualación, regla de Cramer o eliminación Gaussiana) para resolver diferentes sistemas de ecuaciones 2x2, en función de las características y los coeficientes de las ecuaciones.

ESTRUCTURACIÓN:

La actividad denominada “Luces, cámara y álgebra” se realizará de forma colaborativo. Se deja a consideración del docente el número de integrantes para conformar los grupos de trabajo, se sugiere cinco integrantes. La consigna del trabajo es la realización de un video explicativo donde se evidencie la aplicación directa en la vida cotidiana de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 con el uso de un material concreto, como elemento de apoyo para la resolución.

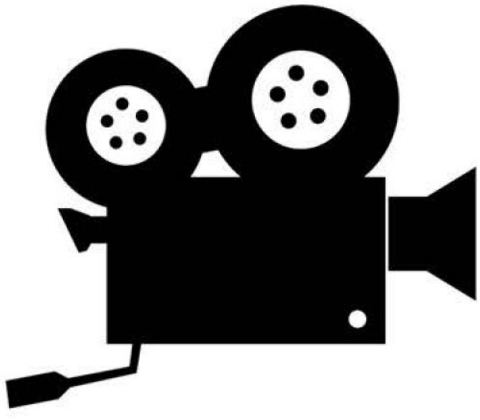
APLICACIÓN:

El docente debe tomar en consideración las siguientes instrucciones para el desarrollo de la actividad:

1. Una vez conformados los grupos de trabajo, se dará la indicación de la consigna principal de la actividad:

Luces, cámara y álgebra: Elaborar un material concreto para resolver un problema acerca de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Asimismo, mostrar la resolución de un ejercicio mediante un video.

2. El problema seleccionado debe estar en relación con suceso de la vida cotidiana del estudiante. Para la selección del método de resolución, se sugiere al docente pre asignarlo a cada grupo para que exista una diversidad de ejemplos.
3. Se sugiere que la duración del video sea de cinco minutos como máximo, el cual debe contar con: introducción, desarrollo del problema mediante el material concreto, enumeración de las aplicaciones de este tema del álgebra lineal y conclusiones.
4. El material concreto se dejará a consideración de la creatividad de los estudiantes. Sin embargo, se recalca que debe ser elaborado y no adquirido en una tienda.
5. El video debe ser subido a la plataforma YouTube para su visualización posterior con el resto de compañeros.



PLANTILLAS DE TRABAJO

$ax + by =$

SITUACIONES DIDÁCTICAS

Sistemas de ecuaciones lineales 2x2

$x + 4y = 0$

Realizado por Paola Mejía González

$a + b = b + a$

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Sistemas de ecuaciones lineales: Propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la Teoría de Situaciones Didácticas.

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciada en Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Autor:
Paola Viviana Mejía González

Director:
Mgs. Tatiana Gabriela Quezada Matute
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2730-9342

Cuenca, Ecuador
2023

Universidad de Cuenca

SITUACIONES DIDÁCTICAS

TEMA

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

ELABORADO E ILUSTRADA:

Paola Mejía González

TUTORÍA Y DIRECCIÓN:

Mg. Tatiana Quezada

TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

Para entender de mejor manera la Teoría de Situaciones Didácticas y la forma en cómo se encuentran estructuradas las situaciones didácticas debemos tomar en cuenta que, para Guy Brousseau, en el proceso de enseñanza, es de suma importancia las preguntas y actividades presentadas al estudiante y que son formuladas por el cuerpo docente.

Asimismo, la introducción a nuevos conocimientos mediante las múltiples operaciones intelectuales como, por ejemplo: identificar elementos, buscar y analizar información, deducir situaciones y explicar fenómenos, razonar, demostrar, entre otras. Bajo estas características, el docente debe presentar a sus estudiantes situaciones matemáticas reales que los mismos puedan vivir, y que provoquen la emergencia de legítimos problemas matemáticos.

¿QUÉ ES UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA?

Las situaciones didácticas son un conjunto de interconexiones que su presentación puede ser de forma explícita y/o implícita ante tres elementos, el primero: un solo individuo o un grupo de estudiantes, el segundo: frente a algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el tercero: en presencia del profesor, con el objetivo de conceder al estudiantado un modo de aprender cierto conocimiento. Es decir, la interacción de los tres sujetos (estudiante, docente y medio) es fundamental para construir una situación didáctica dado que, se establece un medio de comunicación entre estos elementos, para afrontar problemas elaborados por el docente y adaptados a los saberes de los estudiantes.

¿QUÉ ES UNA SITUACIÓN A-DIDÁCTICA?

Se destaca que durante la situación a-didáctica los actores serán únicamente el estudiante y el medio. El docente proporciona al alumnado problemas que exigen habilidades cognitivas como: el razonamiento, la comprensión, el lenguaje, entre otros, donde se ven reflejadas las capacidades del estudiante en función de sus conocimientos previos y sin la participación directa o indirecta del profesor. En síntesis, significa el momento más determinante del aprendizaje, puesto que el éxito del estudiante en la resolución de los problemas o ejercicios recae en su propio mérito al conseguir sintetizar un conocimiento.

Situación Didáctica

PRIMERA

Conceptos Generales

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1

Taller de trabajo

CONCEPTOS GENERALES

Nombre:

Nivel:

Fecha:

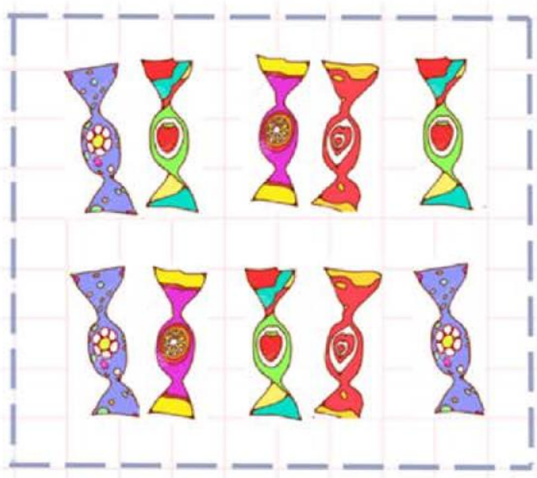
PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿Cómo expresar en lenguaje algebraico los datos proporcionados por un ejercicio o problema?

EXPLORO PARA RECORDAR:
Observe e interprete los resultados del siguiente caso

Para saber cuántos caramelos hay en el recuadro, basta con contar el número de filas por el número de columnas y obtienes el total. Te has dado cuenta de que tienen dos filas de caramelos, pero en el recuadro hay 5 caramelos por cada fila.

Como observamos en la gráfica, el recuadro morado está formado por un número definido de caramelos, en el recuadro existen 10.



¡Pero OJO!

El álgebra ofrece una perspectiva más amplia al permitirnos generalizar el cálculo mediante el uso de variables que representan valores generales y que luego pueden ser reemplazadas por valores específicos en un momento dado.

De esta manera, podemos construir una expresión matemática conocida como _________________, que nos brinda la capacidad de calcular la cantidad de caramelos en cualquier recuadro.

Dicha expresión puede ser representada de la siguiente manera:

1. Asigne una variable para el número de filas:
2. Asigne una variable para el número de columnas:

Número de caramelos: ☐ ✖ ☐

Este proceso de cálculo que acabamos de realizar es lo que se llama ________________________ de la expresión algebraica para unos valores concretos de sus variables.

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Expresa en lenguaje algebraico los datos desconocidos y plantea una ecuación que exprese la situación.

a. Expresiones comunes como el doble, el triple, la mitad o el cuadrado de un determinado valor que no conocemos están presenten cuando tenemos que traducir al lenguaje algebraico. En la tabla a continuación, determina la expresión algebraica que corresponda al enunciado.

Situación	Enunciado	Expresión algebraica
Si mi edad es x	El triple de mi edad es:	
	La cuarta parte de mi edad es:	
	El antecesor de mi edad es:	
Si tengo z docenas de huevos	La mitad de número de docenas que tengo aumentado en 3 es:	
	El número de huevos que tengo es:	
Si tengo a bolsas rojas y b bolsas amarillas	El número total de bolsas será:	
	El triple producto de bolsas rojas por el número de amarillas al cuadrado:	
	El cuádruplo de bolsas amarillas mas el otro es 24:	
Si mi hermano mayor tiene w años y yo tengo k años de edad	El número de años que me lleva mi hermano es:	
Si tengo un cuadrado de lado l	Su área se establecerá como:	

APLICA PARA APRENDER:
Lee, analiza y responde.

Blanca tiene en su cartera 8 billetes, haciendo un total de $55, unos billetes son de $5 y otro de $10. ¿Cuántos billetes de cada tipo tiene, considerando que Blanca tiene "x" billetes de $5 y "y" de $10?

a. Escribe una ecuación que representa que la condición “Blanca tiene 8 billetes”:

b. Escribe una ecuación que represente la condición “un total de $55”.

c. ¿Cómo determinarías que las ecuaciones planteadas serían las correctas?

ACTIVIDAD EXTRA

Construcción: En la casa de Alberto se requieren hacer varias remodelaciones, el costo para cada una de ellas está representado por una expresión algebraica, dado que cada variable (x,y,w,z) representa un tipo de cambio diferente en moneda.

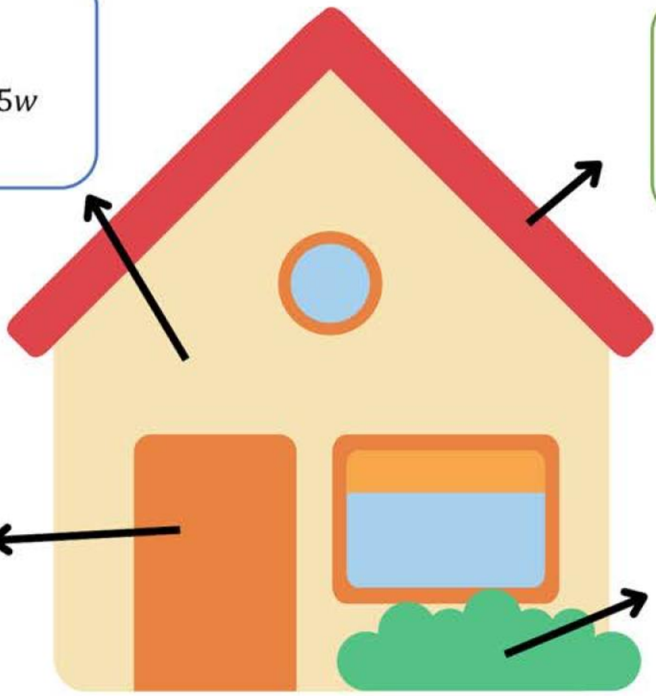
La modena de cambio es el dolar estadounidense

Pintura (P)

$5x - 10y + 2x - 5w$

Albañilería (A)

$5x - 7y + 2z$



Carpintería (C)

$-10x + 2y - 4z + w$

Jardinería (J)

$-x - 10y + 2z + 3w$

De acuerdo a la información, responda las siguientes preguntas:

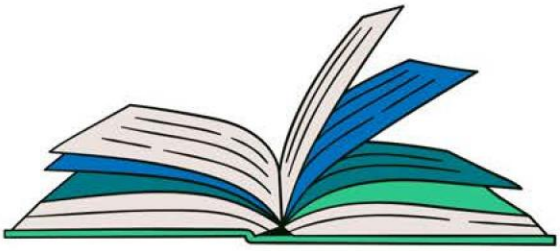
1.- ¿Cuál es el costo de Pintura, si $x = 14, y = 3$ y $w = 4$?	2.- ¿Cuál es el costo de Albañilería, si $x = 14, y = 5$ y $z = 10$?
Procedimiento	*Procedimiento*
Respuesta:	**Respuesta:**

3.- ¿Cuál es el costo de Carpintería, si $x = \frac{1}{5}, y = \frac{3}{4}, z = \frac{3}{8}$ y $w = \frac{77}{2}$?	4.- ¿Cuál es el costo de Jardinería, si $x = 1{,}3, y = 2{,}5, w = 8{,}3$ y $z = 9{,}2$?
Procedimiento	*Procedimiento*
Respuesta:	**Respuesta:**

PARTE 2

Pregunta – Problema:
¿Cuándo una ecuación con dos incógnitas es lineal?

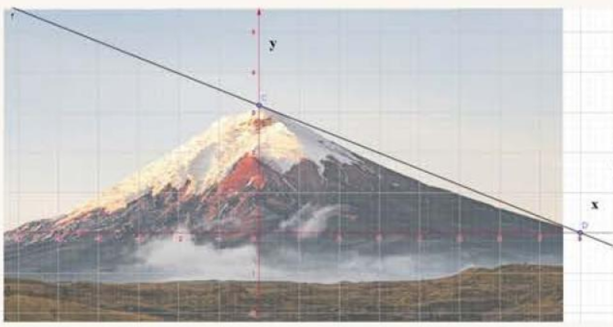
Como hemos observado, en las expresiones algebraicas se emplean números y letras que representan un valor genérico sin especificar. Sin embargo, en esta sección nos enfocaremos en encontrar valores específicos para esas letras, generalmente representadas por "x" y "y", que satisfagan ciertas condiciones; estas condiciones las expresaremos mediante ecuaciones de igualdad.

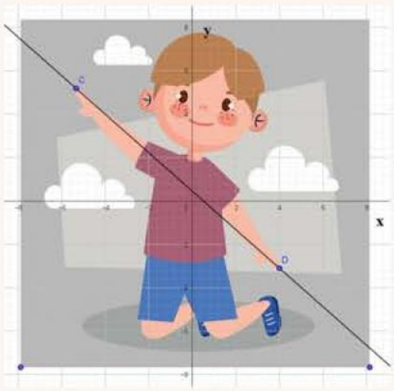


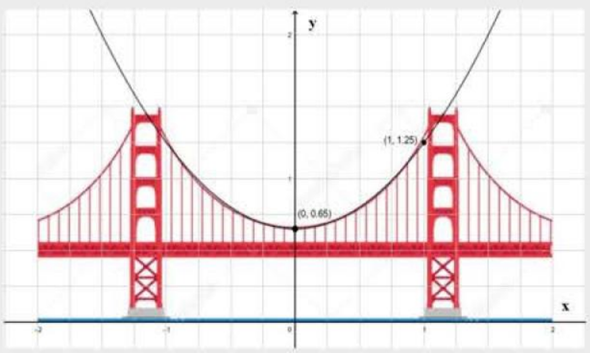
EXPLORO PARA RECORDAR:
Observe y analise las siguientes gráficas para reconocer una ecuación lineal

De las siguientes gráficas, señale con una equis (x) la que represente una ecuación lineal con dos incógnitas:

https://acortar.link/Fj1exL







https://acortar.link/ex5JGE

Las ecuaciones lineales con una variable son aquellas a las que se representa de la siguiente forma: **$x+y=-4$.** Las ecuaciones lineales con dos variables son parecidas, pero se agrega otra letra, comúnmente la i griega “y”, por ejemplo: **$x+3y=-4$.**

a. Escribe a continuación dos ejemplos de ecuaciones lineales con dos variables:

- ____________________
- ____________________

REFLEXIONO PARA COMPRENDER:
Analice y complete con la opción correcta:

Lionel Messi es un jugar de fútbol, y en la final de Champions League del 2015 acertó 7 duelos en total, ¿Cuántos balones recuperados y pases filtrados acertó?

a. Considerando que acertó “x” balones recuperados y “y” pases filtrados, escribe una ecuación que represente la condición de “acertó 7 duelos”.

b. ¿Qué valor debe tener la “x” y la “y” en la ecuación encontrada para que se cumpla la igualdad? Construya una tabla para determinar los valores para “x” y “y”.

x								
y								
Total acertado	7	7	7	7	7	7	7	7

c. A que conclusión podrías llegar:

- ¿Existen varios valores de "x" y "y" que cumplen la ecuación lineal de dos variables?

- ¿Cuál es la diferencia con la ecuación lineal de una variable?

Las ecuaciones de la forma: x+y= 7 se llaman ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y tal como se desarrolló anteriormente, para estas ecuaciones existen más de un par de valores que las satisfacen.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema conceptos generales.

PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿Cómo se forma un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:

Según Messi, por acertar 7 duelos obtuvo 10 en puntaje de rendimiento. ¿Cuántos balones recuperados y cuántos pases filtrados acertó? Sabiendo que el puntaje de pases filtrados vale por dos.

a. Escriba una ecuación que represente la condición "obtuvo 10 en puntaje de rendimiento".

b. Agrega una fila a la tabla anterior y encuentra los pares de valores que cumplen la nueva condición.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
Total acertado: $x + y = 7$	7	7	7	7	7	7	7	7
Total de puntos: $x + 2y = 10$								

Para satisfacer las dos condiciones y encontrar los valores de "x" y "y" que satisfagan las dos condiciones, se plantea las dos ecuaciones de forma simultánea:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

A la combinación de dos ecuaciones se le llama ____________________________ y la solución de sistema será _____________________ que __________ las dos incógnitas.

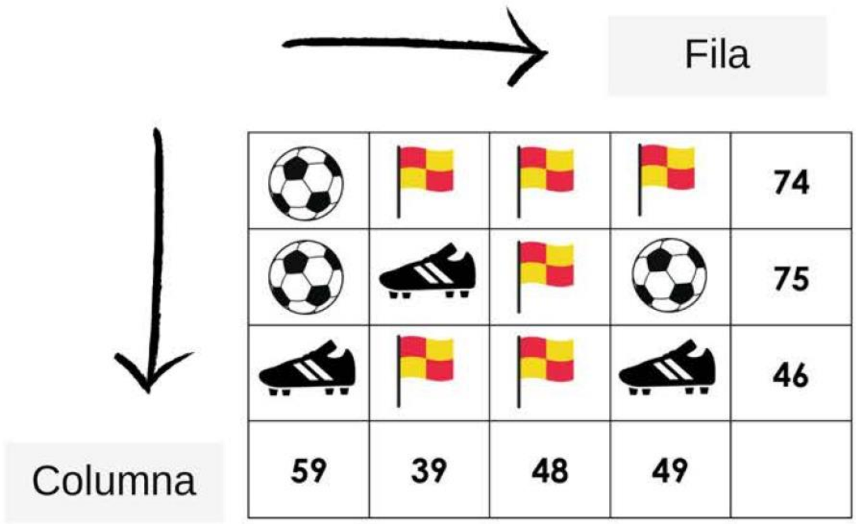
c. Encuentra los valores de "x" y "y" que cumplan ambas ecuaciones lineales del sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

- ¿Cuál crees que es la condición que debe cumplir el sistema de ecuaciones lineales 2x2 para que tenga una sola solución?

COMPRENDO PARA SABER:
Relacione con lo aprendido y complete:

Determinar los valores numéricos que representan las siguientes figuras: las pelotas los zapatos y las banderas para que se cumplan estas siete condiciones. Los números en negrita son el resultado de la suma de cada fila y cada columna.



Nombre de las variables:

- ¿Qué imagen sería la que encontrarías primero?

- Elabora ecuaciones con el resultado de cada fila.

- Elabora ecuaciones con el resultado de cada columna.

- Juega con las ecuaciones anteriormente escritas y determina los valores de cada variable

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema conceptos generales.

CONCLUSIONES

CONCLUSIÓN #1:

¿Cómo expresar en lenguaje algebraico los datos proporcionados por un ejercicio o problema?

CONCLUSIÓN #2:

¿Cuándo una ecuación con dos incógnitas es lineal?

CONCLUSIÓN #3:

¿Cómo se forma un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Situación Didáctica

SEGUNDA

Método de igualación
Método de sustitución

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

2 Taller de trabajo

MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

Nombre:

Nivel:

Fecha:

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

¡Hola chicos y chicas! Soy John y necesito tu ayuda para resolver los misterios que enmascaran las siguientes actividades con el método de sustitución

Con tus conocimientos y la ayuda de tus compañeros podrás resolver los problemas. Pero ten cuidado con las diversas trampas que llevan al tesoro.

Dato curioso

Los antiguos babilonios ya habían encontrado soluciones a sistemas de ecuaciones lineales. En su enfoque, utilizaban términos como: área, longitud, anchura o volumen para representar las incógnitas, sin que necesariamente estuvieran vinculados a problemas de medición.

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

EXPLORO PARA RECORDAR:

- Determine el valor de la incógnita mediante el proceso de sustitución.

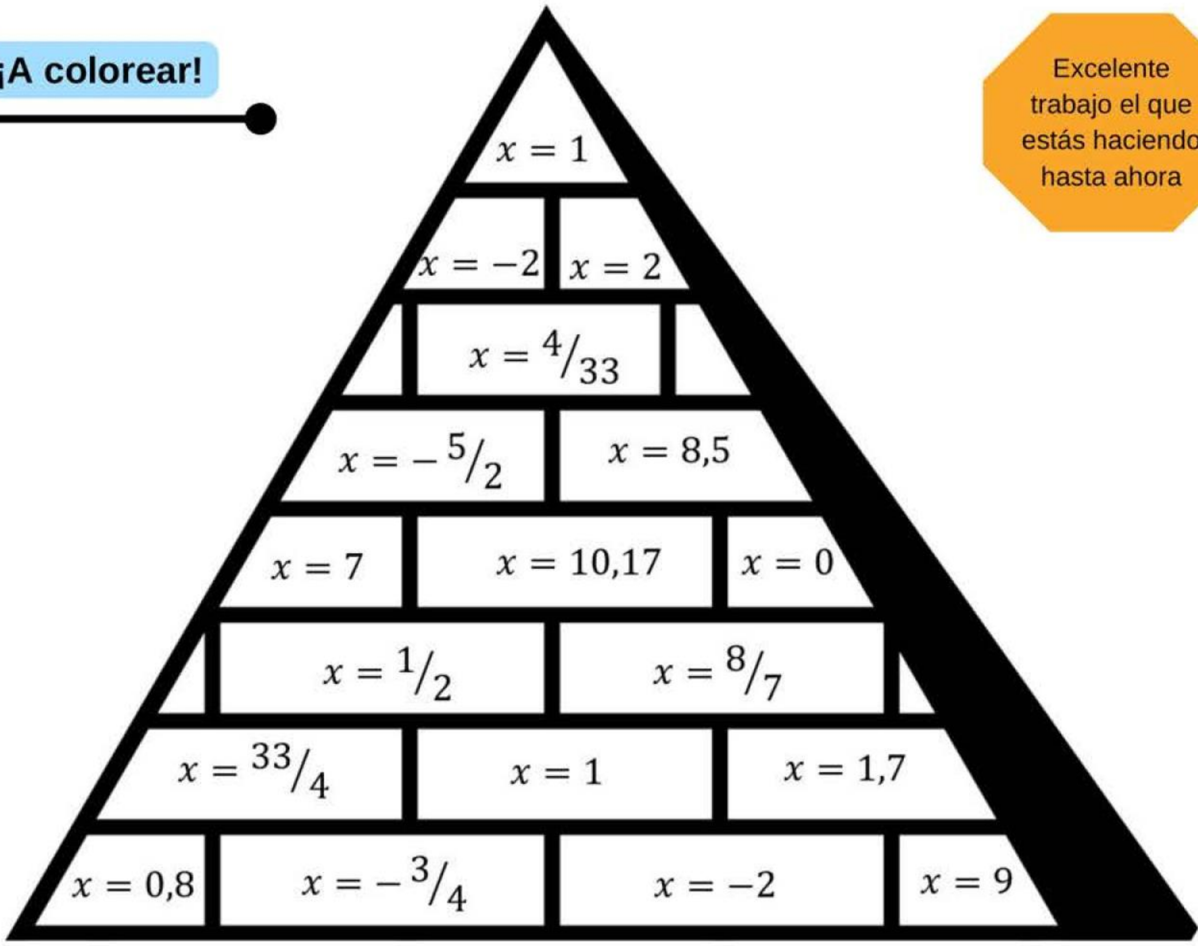
a. Determine el valor de "x" sustituyendo el valor de "y" por el monomio o binomios que se indica en cada una de las siguientes ecuaciones. Posteriormente, coloree la casilla donde se ubica la respuesta obtenida para que John sepa el camino para escalar la pirámide.

$3x - y = 10 \ \text{Cuando} \ y = 7x$	
$1{,}5x + y = 1{,}7 \ \text{Cuando} \ y = 0{,}2x$	
$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 2 \ \text{Cuando} \ y = 9x$	
$3x + 2y = 14 \ \text{Cuando} \ y = \frac{5x - 2}{2}$	
$3x - y = 10 \ \text{Cuando} \ y = 8x$	
$0{,}4x + 1{,}7y = 5{,}8 \ \text{Cuando} \ y = 0{,}1x$	
$3x + 19y = 49 \ \text{Cuando} \ y = 5x$	
$10x - 3y = 4 \ \text{Cuando} \ y = \frac{4x + 2}{3}$	

Es importante utilizar un paréntesis cuando se sustituya una incógnita. Esto es útil porque si tenemos a+3b y tenemos que reemplazar b=8a – 1, el 3 está delante de b deberá multiplicar al 8a – 1 de la siguiente manera:

$$a + 3\boldsymbol{b} \quad \rightarrow \quad a + 3(8a - 1) \quad \rightarrow \quad a + 24a - 3$$

¡A colorear!



Excelente trabajo el que estás haciendo hasta ahora

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:

John se encuentra en una parte decisiva del viaje, debe encontrar la forma de descubrir las trampas puestas en el salón del trono para continuar su recorrido. Es hora de plantear, analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales.

a. Resuelve por sustitución el siguiente sistema de ecuaciones.

Antes de realizar esta aventura, John visitó el Mercado más famoso de reliquias antigua en Egipto, Khan El Khalili, para comprar las herramientas necesarias para llevar al tesoro.

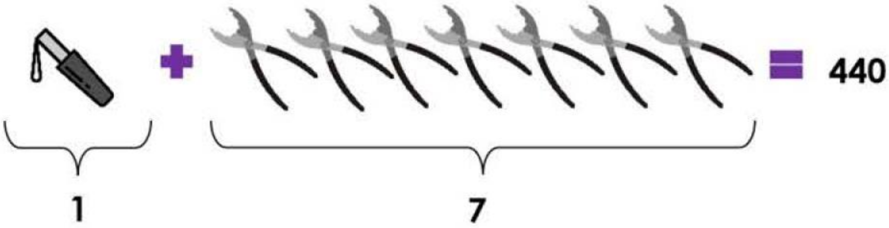
El costo de una sonda (objeto que sirve para localizar y medir la profundidad de los objetos y estructuras en una excavación) y de 7 herramientas mecánicas (pinzas, tijeras y alicates) es de 440 libras egipcias. Ahora bien, regateando el precio de los mismo, John consigue que el costo de una sonda es de 10 libras egipcias menos que el de 2 herramientas mecánicas. ¿Cuál es el precio de una sonda y de las herramientas mecánicas?

- Gráficamente se representaría de la siguiente forma:

Variables del problema

Precio de una sonda:

Precio de las herramientas metálicas:



Proceso de sustitución

- Representando "x" como el precio de la sonda y por "y" el precio de las herramientas mecánicas, para satisfacer las dos condiciones se forma el sistema de ecuaciones:

- Pongamos especial atención en la ecuación número dos, ¿consideras que se puede sustituir el binomio formado en la ecuación número uno?

- ¿Qué variable se encontraría al hacer este paso? Desarrollalo a continuación.

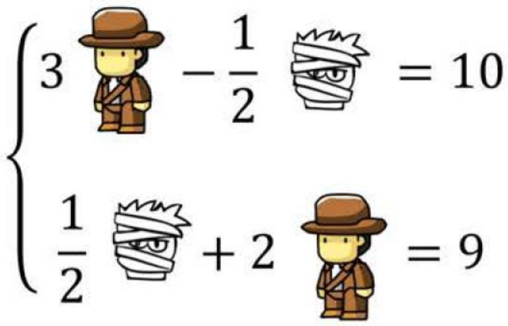
- ¿Cuál sería tu siguiente paso? Desarrolla las operaciones en el siguiente recuadro.

- ¿Por qué consideras que es importante utilizar ambas ecuaciones al momento de realizar el proceso de sustitución?

- ¿Cuál es el costo de la sonda y de las herramientas?

Para resolver un sistema por el método de sustitución se __________ una incógnita en una de las ecuaciones y se _____________ su valor en la otra.

b. Ahora es tu turno de ayudar a John a superar la trampa elaborada por la momia y ver quién gana la batalla. Para ello, resuelve el siguiente sistema de ecuaciones siguiendo los pasos del punto anterior.



Nombre de las variables:

Paso 1: ¿Cuál es la incógnita que resulta más fácil despejar? y realice el despeje.	**Paso 2:** ¿Qué debes hacer con la incógnita despejada? Y resuélvela.

Paso 3: ¿En cuál de las dos ecuaciones se debe reemplazar el valor obtenido? Y realícelo.	**Paso 4:** ¿Cuál es el punto de solución para que John tenga la posibilidad de ganar la batalla contra la momia?

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza la siguiente situación planteada

Para atravesar el laberinto de pasillos, John debe superar el acertijo que le propone la esfinge. Solo le queda una sola oportunidad para acertar ¡ayúdalo!

a. Analiza el proceso que siguió nuestro aventurero para resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales e identifica el error cometido y luego realiza el procedimiento correcto.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

¡Caray! ¿El sistema tiene infinitas soluciones? No lo creo. Necesito tu ayuda para saber la respuesta correcta.

Proceso que siguió John:

$$x = \frac{8 - 2y}{3}$$

$$3\left(\frac{8 - 2y}{3}\right) + 2y = 8$$

$$8 - 2y + 2y = 8$$

$$8 = 8$$

- ¿Cuál crees que fue el error que cometió?

- ¿Cuál es proceso correcto a seguir? Desarróllalo a continuación.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema método de sustitución.

Pregunta – Problema:
Pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de sustitución

PARTE 2

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Lea las siguientes oraciones y señale según corresponda.

ESTA AVENTURA HA TERMINADO

Nuestro aventurero ha encontrado el tesoro perdido y en el camino, aprendió a escalar una pirámide, a no confiar en una esfinge y el costo de sus herramientas. Pero lo más importante, aprendió a resolver sistemas con el método de sustitución.

a. Señale con un visto los pasos correctos a seguir por John para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 mediante el método de sustitución.

	Se igualan las dos ecuaciones despejadas y resolvemos la nueva ecuación que se obtiene.
	Se elige la variable a despejar de cualquiera de las dos ecuaciones.
	Despejar la misma variable de ambas ecuaciones.
	Se resuelve la ecuación resultante.
	Reemplazar el valor obtenido en la ecuación inicialmente despejada para obtener la otra variable.
	Se sustituye la expresión obtenida en la ecuación con la que no se ha operado.
	Solución del sistema.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema método de sustitución.

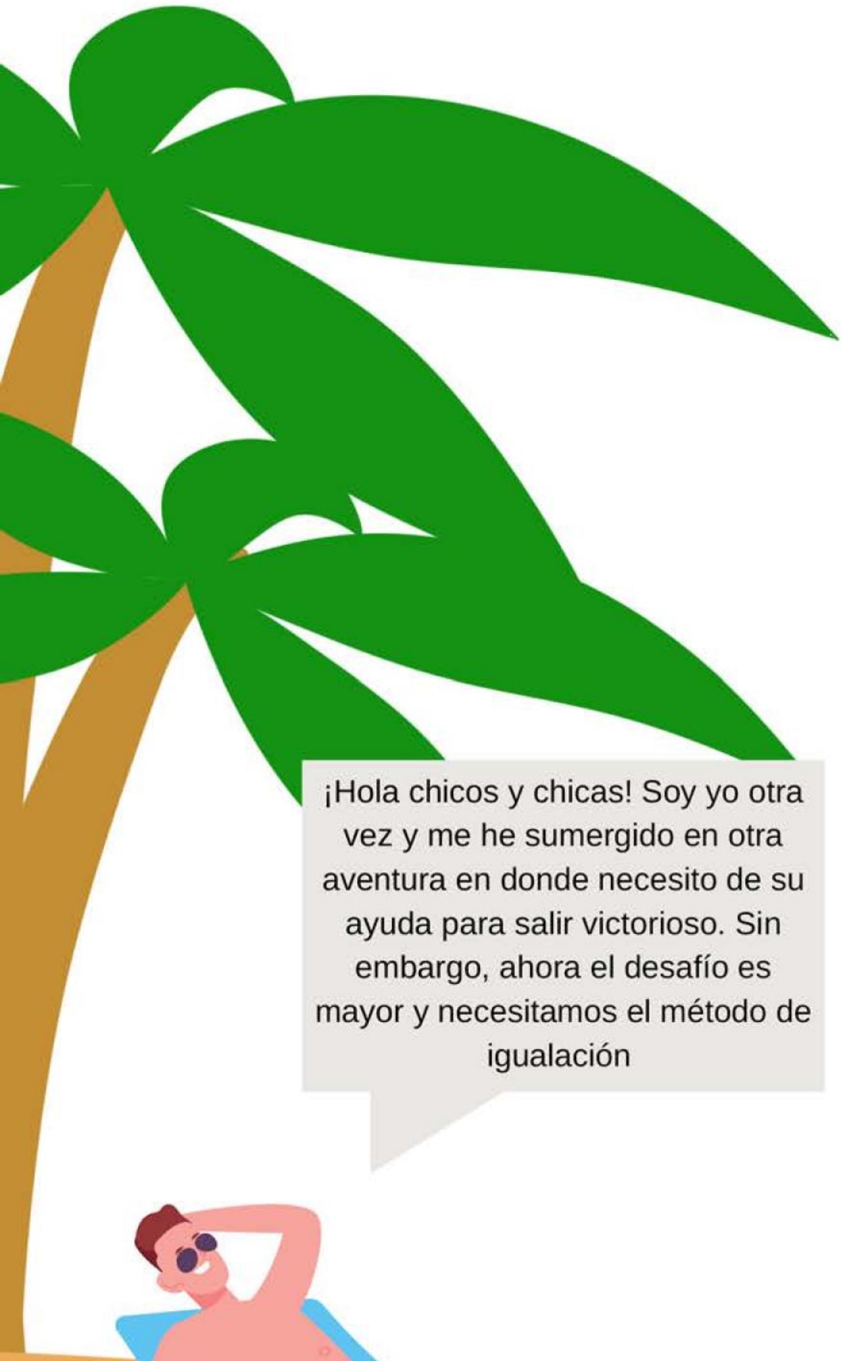
Dato curioso

A lo largo de la historia, los números han sido cada vez más utilizados y han demostrado una utilidad creciente. Sin embargo, su uso resultaba insuficiente para realizar cálculos generales basados en los posibles valores de las cantidades presentes en diversos problemas de la vida real, especialmente aquellos relacionados con la geometría y la astronomía.

Fueron los árabes quienes introdujeron de manera sistemática el uso de letras y otros símbolos para expresar conceptos matemáticos, dando origen a la rama de las matemáticas conocida como Álgebra (al-jabr). Al-Khuwarizmi, considerado el primer matemático en este campo, escribió el primer tratado algebraico.

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Ahora que John ha conseguido el tesoro escondido, decide tomarse unas vacaciones en las playas del caribe. Sin embargo, lo que encuentra es una aventura aún más emocionante que involucra cangrejos engañosos, olas traicioneras, una bella damisela y hasta piratas.



¡Hola chicos y chicas! Soy yo otra vez y me he sumergido en otra aventura en donde necesito de su ayuda para salir victorioso. Sin embargo, ahora el desafío es mayor y necesitamos el método de igualación

John necesitará de sus conocimientos para superar las nuevas y mejoradas trampas que le hemos tendido. ¡Buena suerte, muchachos!

PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

¡Aventurero! Soy Lady Cecilia y me encuentro capturada por el pirata Barba Blanca. Necesito de tu ayuda para obtener mi libertad y a mi captor se le escapó las coordenadas de mi ubicación, pero están codificadas. Resuelve el acertijo y ven en mi auxilio ¡Rápido!

EXPLORO PARA RECORDAR:
Recuerda cómo se resolvía un sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

a. Lee con atención el siguiente problema, halla las ecuaciones y resuelve el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

La coordenada del Norte y la del Sur para hallar la ubicación del lugar en el mapa están dadas por la suma de un tercio de la coordenada Norte más un quinto de la coordenada Sur sea igual a 12 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 300 como suma de los dos productos.

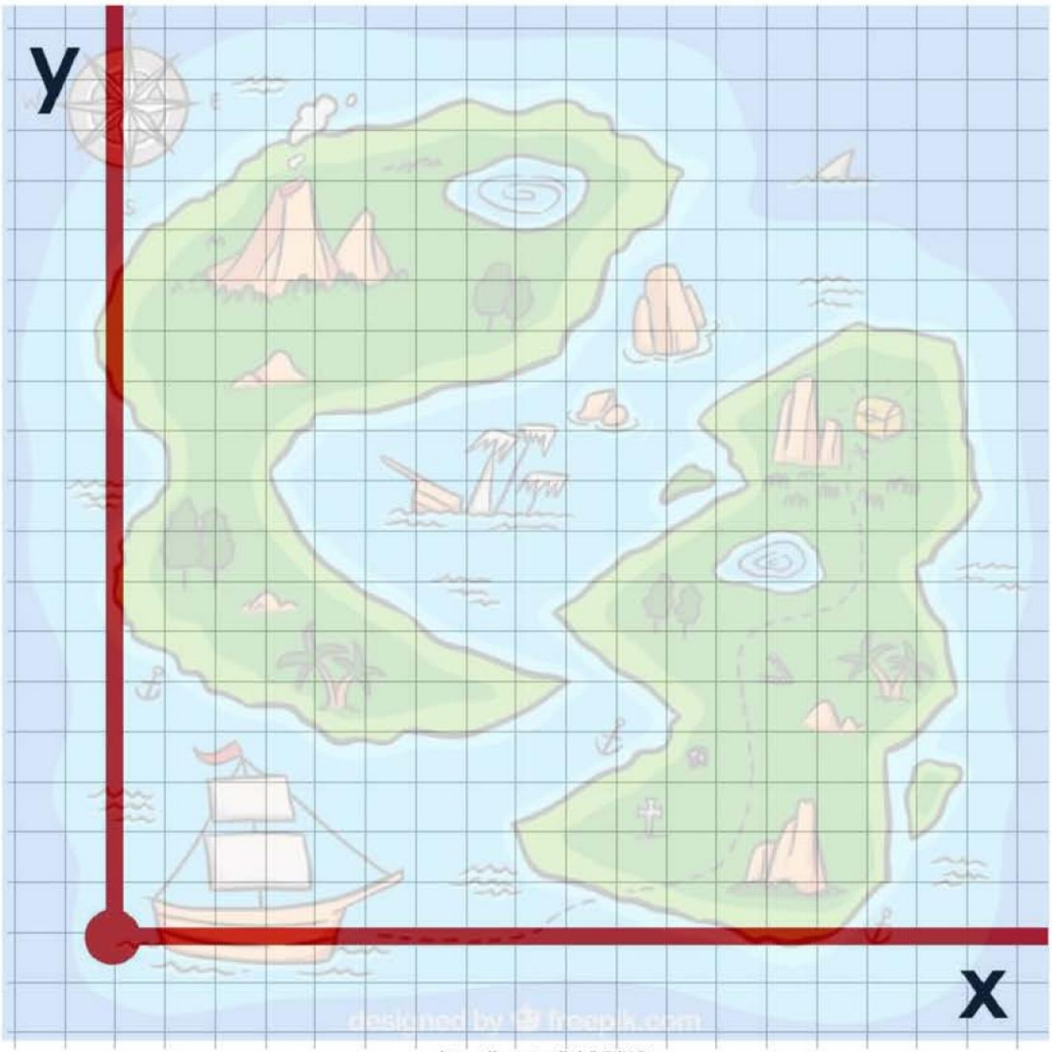
- Nombre de las variables:
- Sistema de ecuaciones formado:

- Despeje de una incógnita:

- Resolución:

- ¿Cuáles son las coordenadas a las que se debe dirigir nuestro aventurero?

- Realiza la gráfica del punto obtenido y señala el lugar en donde se encuentra Lady Cecilia.



https://acortar.link/k7IjKQ

APLICO PARA APRENDER:
Plantea las ecuaciones y completa las siguientes actividades:

¡Felicidades!

Has descubierto el paradero de Lady Cecilia. No obstante, se encuentra en lugar muy peligro y por ello, John debe pasar primero por las aguas traicioneras del estrecho de Naguini. Existen tres canales para atravesarlo, pero solo uno es el más seguro. Ayúdalo para que elija el camino correcto.

- Despejamos la variable "x" de la siguiente ecuación:

$$3(x+y)-(6y-5x)=41$$

Ecuación pincipal

Ecuaciones que representan los tres canales

$$x=\frac{31+5y}{4}$$

$$x=\frac{50-3y}{5}$$

$$x=\frac{8-3y}{4}$$

1

2

3

Pistas para elegir el camino correcto:

- El número que debes encontrar debe ser entero y positivo.

¡Buena suerte!

a. Responde las siguientes preguntas antes de realizar el proceso para obener la respuesta correcta.

- ¿Cuál es la incógnita despejada de las tres ecuaciones del camino de la izquierda, centro y derecha?

- Tienes conocimiento de lo que es sustituir un valor en procesos matemáticos, ahora ¿Qué crees que significa el concepto de igualar las incógnitas despejadas de un sistema de ecuaciones?

- ¿Cómo hallarías el valor de una de las dos incógnitas si se presentan las ecuaciones del camino de la izquierda, centro y derecha de la forma escrita anteriormente?

¡A resolver las ecuaciones!

a. A continuación, iguala la incógnita despejada "x" de la ecuación principal con cada una de las siguientes expresiones equivalentes y determina el camino que debe seguir John para atravesar el estrecho.

$$x = \frac{31 + 5y}{4}$$

1

$$x = \frac{50 - 3y}{5}$$

2

$$x = \frac{8 - 3y}{4}$$

3

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la primera ecuación.

Ecuación pincipal - Primera ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{31+5y}{4}$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la segunda ecuación.

Ecuación pincipal - Segunda ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{50-3y}{5}$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

- Realiza el proceso de igualación de las expresiones: ecuación principal y la tercera ecuación.

Ecuación pincipal - Tercera ecuación

$$\frac{41+3y}{8}=\frac{8-3y}{4}$$

Escribe el valor de la incógnita hallada:

- ¿Cuál es el camino que debe tomar John para cruzar: el derecho, el centro o el izquierdo?

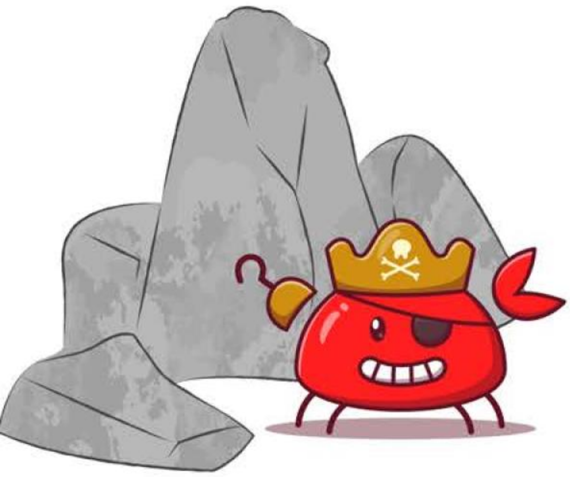
- ¿Cómo determinarías el valor de "x" en cada una de las ecuaciones?

Al llegar a la orilla de la playa, John se ve frente a un nuevo reto para rescatar a la damisela. Un grupo de cangrejos lo atrapan bajando de su embarcación alegando que no son bienvenidos los extraños.

John le explica al jefe cangrejo, Nuky, que se encuentra en una misión de rescate y negocia su liberación con la promesa nunca regresar. Sin embargo, Nuky propone una votación entre todos sus ciudadanos para dejarlo libre o arrojarlo al barranco.

b. Lee con atención la siguiente situación en donde deberás formular el sistema de ecuaciones que te ayude a resolver si los cangrejos votaron por la liberación de John o no. Resuelve el sistema de ecuaciones siguiendo los pasos de la actividad anterior.

En la audiencia celebrada para determinar el futuro de nuestro aventuro se propone que los votos a favor de su liberación exceden en 12 unidades a los votos en contra; y si restamos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. ¿Cuántos votos a favor y en contra obtuvo John?



Paso 1: Nombre de las variables

Paso 2: Formulación del sistema de ecuaciones

Paso 3: _________ en las ecuaciones la ___________ variable

Paso 4: ______ las dos expresiones de la variable despejada y __________ la ecuación obtenida

Paso 5: ______ la solución obtenida en cualquiera de las expresiones de la _____________

- ¿Cuál fue el veredicto final de la votación? ¿John podrá continuar con su viaje?

En el método de _________ lo primero que debemos hacer es despejar la _______________ de las dos ecuaciones. Puedes despejar la incógnita que quieras, pero siempre **la misma en las dos ecuaciones.**

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema método de igualación.

PARTE 4

Pregunta – Problema:
¿Cuál consideras que es el paso más importante para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación?

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza la siguiente situación planteada

Después de que John fuera liberado por el jefe cangrejo, continuo su camino hasta llegar al lago donde la doncella que encontraba cautiva. Ahí lo estaba esperado el pirata Barba Blanca con sus secuaces y nuestro aventurero se tendrá que enfrentar a un último desafío.

Barba Blanca le propuso un juego llamado “verdad o chao”, el cual consiste en analizar cuatro enunciados donde cada respuesta acertada es un paso más a la liberación de la doncella. Si John se equivoca, no solo Lady Cecilia se quedará ahí, sino que John será arrojado al calabozo

¡Que comience el juego!

a. Dada las siguientes situaciones, verifica si cada afirmación es verdadera(V) o falsa(F). Cada vez que aciertes a la pregunta coloca un visto en la casilla de la izquierda, caso contario puedes decirle adiós a nuestro aventurero.

Cuando empiezan a jugar John y Barba Blanca en la apuesta, la relación de lo que tiene John y lo que tiene Barba Blanca es de 10 a 13. Después que John ha ganado $10 a Barba Blanca, la relación entre lo que tiene John y lo que le queda a Barba Blanca es de 12 a 11. ¿Con cuánto comenzó a jugar John y Barba Blanca?

1 punto

1.- El sistema de ecuaciones lineales que modela la situación planteada completa es

$$\frac{B}{J} = \frac{10}{13}$$

considerando como "J" es la cantidad de dinero John y "B" la cantidad de dinero Barba Blanca.

Respuesta: _______

1 punto

2.- La representación algebraica del siguiente enunciado "cuando empiezan a jugar John y Barba Blanca en la apuesta, la relación de lo que tiene John y lo que tiene Barba Blanca es de 10 a 13" se represaría así:

$$\begin{cases} 13J - 10B = 0 \\ 11J - 12B = -230 \end{cases}$$

considerando como "J" es la cantidad de dinero John y "B" la cantidad de dinero Barba Blanca.

Respuesta: _________

1 punto

3.- Al igual las incógnitas despejadas "J" me quedaría la siguiente ecuación:

$$\frac{-13B}{10} = \frac{-230+12B}{11}$$

Respuesta:_________

1 punto

4.- John empezó jugando con $50 y Barba Blanca con $65

Respuesta:_________

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 4 del tema método de igualación.

Nos veremos en otra aventura

Esta aventura ha terminado

Nuestro aventurero consiguió vencer al pirata Barba Blanca y en el camino, aprendió a navegar por aguas engañosas, negociar con cangrejos y liberar a la doncella. Pero lo más importante, aprendió a resolver sistemas con el método de igualación.

CONCLUSIONES

CONCLUSIÓN #1:

¿En qué consiste utilizar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

CONCLUSIÓN #2:

Pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de sustitución

CONCLUSIÓN #3:

¿En qué consiste utilizar el método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

CONCLUSIÓN #4:

¿Cuál consideras que es el paso más importante para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación?

Situación Didáctica

TERCERA

Método de Cramer

Método de Gauss

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

3

Taller de trabajo

MÉTODO DE CRAMER Y ELIMINACIÓN GAUSSIANA

Nombre:

Nivel:

Fecha:

DETERMINANTES O MÉTODO DE CRAMER

Dato curioso

Hace 200 a.C., los matemáticos en China usan series de números para hallar el valor de las incógnitas en un sistema. Nueve capítulos sobre el Arte de las matemáticas (Jiu Zhang Suan Shu), es el primer ejemplo conocido de uso del método de matrices para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas.

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿Qué es y cómo se forma una matriz de coeficientes?

EXPLORO PARA RECORDAR:
Lee, analiza y responde las preguntas formuladas.

La primera prueba que Lucy debe enfrentar es atletismo. La pista de atletismo tiene una longitud de 400 metros y al realizar esta prueba hubo varias personas que no pudieron terminarla, entre ellas su mejor amigo, Tom.

Tom y Lucy se encuentran en la primera prueba del torneo y en ese día ocurre lo siguiente. Se sabe que seis veces el número de vueltas que recorre Tom más cinco veces el número de vueltas que recorre Lucy suman 27 vueltas a la pista. Siete veces el número de vueltas que dio Tom menos tres veces el número de vueltas de Lucy equivale a cinco vueltas. ¿Cuántas vueltas dio cada uno ese día?

a. Identifica y representa las incógnitas.

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema.

c. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "x" en el sistema formado?

Coeficientes

d. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "y" en el sistema formado?

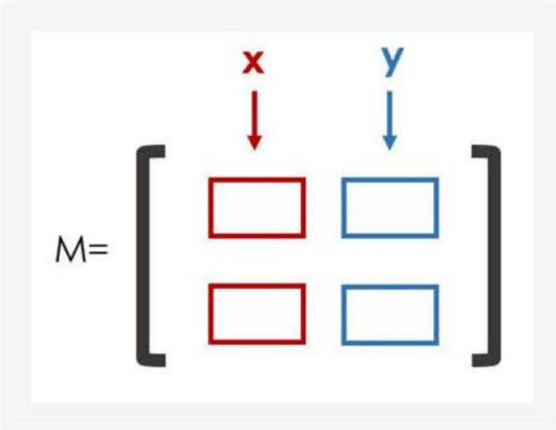
Coeficientes

e. ¿Cuáles son los términos independientes en el sistema formado?

Términos independientes

¿Qué es una matriz?
Se llama matriz a un arreglo rectangular de números dispuestos en "m" filas y en "n" columnas.

f. ¿Cómo formarías una matriz en la cual contenga los coeficientes tanto de la variable “x” como de la variable “y”?



Dato importante

Los coeficientes de *x* se colocan en la ___________ columna de la matriz, mientras que los coeficientes de *y* se colocan en la ____________ columna.

ACTIVIDAD EXTRA

Determina la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y + 0{,}2 = 0 \\ \dfrac{3}{2}x - \dfrac{5}{4}y - \dfrac{5}{2} = 0 \end{cases}$$

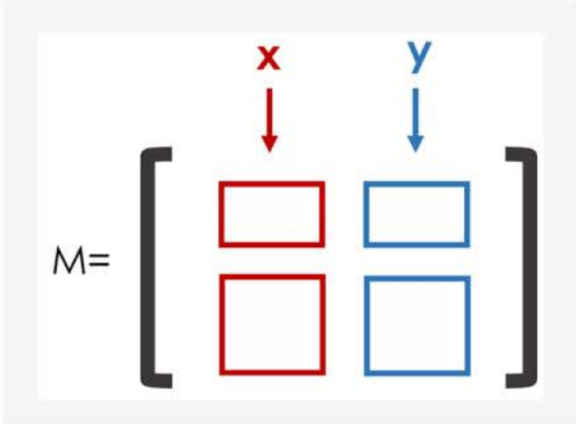
a. ¿Cuál es la diferencia que encuentras con respecto del sistema de ecuaciones del problema de Lucy y Tom?

Paso 1: _______ **las ecuaciones**

Paso 2: ________los coeficientes que acompañan a *x* y los coeficientes que acompañan a *y*

Coeficientes
x =
y =

Paso 3: ___________ la matriz de coeficientes



b. ¿Cuál sería la definición de matriz de coeficientes?

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema método de Cramer.

PARTE 2

Pregunta – Problema:
¿Cómo encontrar el determinante de una matriz 2x2?

La siguiente prueba que Lucy debe pasar es la de remo de ida y vuelta por el río. En esta etapa es importante tomar en cuenta el factor velocidad, primero con la que rema Lucy para llegar a la meta y segundo la velocidad de la corriente del río.

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Analiza la teoría de los determinante.

Lucy puede remar 20 km río abajo en un tiempo de 2 horas, o bien 9 km río arriba en un tiempo de 3 horas. Determinar la velocidad con que rema Lucy en agua tranquila y la velocidad de la corriente del río.

a. Nombre de las variables:

Puedes ayudarte con la siguiente tabla para determinar el sistema de ecuaciones:

Condición	Distancia	Velocidad	Tiempo
Río abajo			
Río arriba			

En el movimiento rectilíneo uniforme el desplazamiento es igual a:

$$d = v \cdot t$$

donde v es la velocidad y t el tiempo.

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

c. Determina la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$M=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} x & y \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} \end{array}$$

d. Halla el determinante de la matriz de coeficientes. Toma en cuenta la siguiente regla.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Determinante de una matriz:

$$|M| = \det(M) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \cdot d) - (c \cdot d)$$

AHORA ES TU TURNO =

Determinante de la matriz M =

ACTIVIDAD EXTRA

Encuentra el determinante de la matriz de coeficientes del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

$$\begin{cases} 0{,}8x - 0{,}2y = 7 \\ 0{,}4x + 2y = 14 \end{cases}$$

Coeficientes

x =

y =

Paso 1: ____________ los coeficientes que acompañan a *x* y los coeficientes que acompañan a *y*

$$M = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

Paso 2: ____________ la matriz de coeficientes

Paso 3: Seguir la regla para encontrar el ___________ **de la matriz.**

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema método de Cramer.

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de Cramer o determinantes para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

PARTE 3

APLICO PARA APRENDER:
Resuelve el sistema aplicando la regla de Cramer

Si te has dado cuenta, a lo largo de las pruebas que Lucy ha tenido que superar nosotros no hemos determinado los valores que los problemas nos pedían. Es por ello que, gracias a los pasos vistos anteriormente y los que vamos a aprender en esta parte, serás capaz de ayudar a nuestra deportista en cada una de sus competencias y ganar el torneo de los Tres Sabios.

Comencemos por el problema de Tom y Lucy. El enunciado nos solicitaba hallar el número de vueltas que dieron cada uno alrededor de la pista de atletismo. Descubramos cuáles serían los pasos a seguir para resolver el sistema de ecuaciones.

Paso 1: Hallar el determinante del sistema.

Se simboliza de la siguiente manera: Δ_s

- El determinante del sistema está formado por coeficientes de x, en la primera columna, y por los de y, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante?

MATRIZ

PROCESO

- ¿Qué relación tiene la matriz que acabas de construir con la matriz de coeficientes?

Paso 2: Hallar el determinante de "x"

Se simboliza de la siguiente manera: Δ_x

- El determinante de "x" está formado por los términos independientes, en la primera columna, y por los de y, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante? Realiza el proceso para hallar el valor.

MATRIZ

PROCESO

- ¿Cómo nos ayudan los términos independientes del sistema para hallar el determinante de x?

Paso 3: Hallar el determinante de "y"

Se simboliza de la siguiente manera:

$$\Delta_y$$

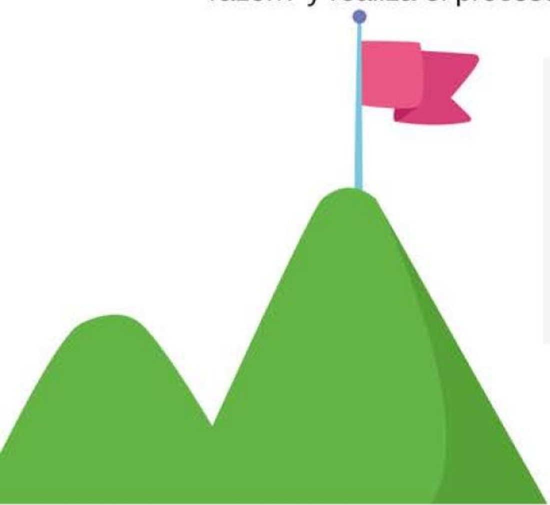
- El determinante de "y" está formado por los coeficientes de x, en la primera columna, y por los términos independientes, en la segunda. De acuerdo a esto, ¿cómo formarías la matriz respectiva para realizar el proceso de hallar el determinante? Y realiza el proceso para hallar el valor.

MATRIZ

PROCESO

- ¿Por qué crees que los términos independientes del sistema se intercambian de columna según el valor del determinante que vayamos a encontrar?

- Para calcular los valores de "x" y "y" se debe realizar una división entre los valores de las determinantes ya calculadas, ¿Cuál crees que sea el numerador y el denominador de aquella razón? y realiza el proceso para hallar los valores de las incógnitas.



Para el valor de la incógnita x

Para el valor de la incógnita y

Para hallar los valores de las incógnitas tenemos:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s}$$

PROCESO

Respuesta:

¡Bien hecho!
Es hora de poner a prueba tus conocimientos

Ahora que conoces los pasos para encontrar la solución del sistema utilizando el método de Cramer, practiquemos un poco y ayuda a Lucy a determinar las velocidades relacionadas con la segunda prueba.

a. Escribe y encuentra el valor de las determinantes de "x" y "y" del sistema.

b. Determina los valores de las incógnitas.

Respuesta:

____

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema método de Cramer.

Dato curioso

El método de determinantes para resolver un sistema de ecuaciones se llama regla de Cramer, en honor a Gabriel Cramer (1708-1752) quien fue un matemático suizo.

MÉTODO DE GAUSS O ELIMINACIÓN GAUSSIANA

Dato curioso

J. J. Sylvester introduce el término «matriz» en 1848. Posteriormente, Carl Friedrich Gauss y Wilhelm Jordan desarrollaron la eliminación de Gauss-Jordan en el siglo XIX. como un método alternativo para resolver un sistema de ecuaciones lineales.

PARTE 4

Pregunta – Problema:
¿Qué es y cómo se forma una matriz aumentada?

EXPLORO PARA RECORDAR:
Lee, analiza y responde.

La tercera prueba que Lucy debe pasar para continuar en el torneo es la de un partido de tenis. Para avanzar necesita ganar a su oponente Santi, pero se le presentó una complicación durante el partido. Apoya a Lucy para que pueda solucionarla y seguir en la competición.

Las dimensiones de una cancha de tenis para el juego de individuales son de 23,77 m de largo por 8,23 m de ancho. Lucy se preparó para el torneo en una cancha similar a esas longitudes donde aprendió a dominar sus movimientos y jugadas. Sin embargo, la cancha donde se disputa el torneo no posee esas dimensiones. Encuentra las nuevas medidas y ayuda a Lucy a determinar los ajustes que tendrá que hacer.

Para saber las nuevas medidas viene dado este enunciado:

- Halla los lados de un rectángulo sabiendo que uno es el triple del otro y que el perímetro mide 40 m.

a. Identifica y representa las incógnitas.

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema.

c. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "x" en el sistema formado?

Coeficientes

d. ¿Cuáles son los coeficientes que acompañan a la variable "y" en el sistema formado?

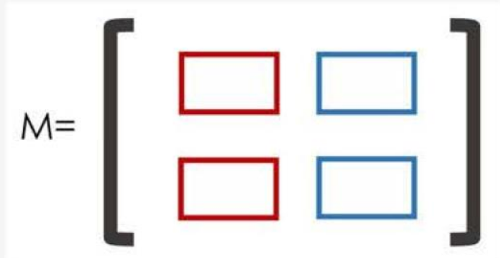
Coeficientes

e. ¿Cuáles son los términos independientes en el sistema formado?

Términos independientes

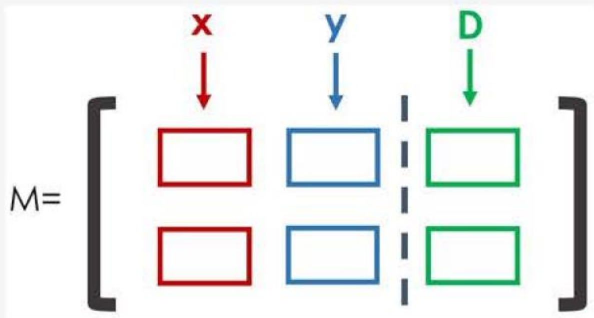
f. ¿Cómo formarías una matriz en la cual contenga los coeficientes tanto de la variable “x” como de la variable “y” (matiz de coeficientes)?

Matriz de coeficientes



g. Ahora bien, si la matriz formada en el literal f contiene los coeficientes de "x" y "y", ¿qué valores nos faltarían de agregar?

g. ¿Cómo formarías una matriz que contenga los coeficientes de "x", "y" y los términos independientes?



h. ¿Cuál sería la definición de matriz aumentada o matriz del sistema de ecuaciones?

Dato importante

Los coeficientes de *x* se colocan en la _______ **columna de la matriz, los coeficientes de** *y* se colocan en la ______ columna y los términos independientes se colocan en la____________columna.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 4 del tema método de Gauss.

PARTE 5

Pregunta – Problema:
¿En qué consiste utilizar el método de Gauss o eliminación Gausiana para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

COMPRENDO PARA SABER:
Analiza el problema y realiza las actividades siguientes:

La última prueba que Lucy debe superar es una combinación de recorrido en bicicleta que sale del parque central hasta el coliseo de la ciudad y después, debe correr el tramo final del coliseo hasta la escuela donde le espera la meta. Los papás de Lucy, Mónica y Tomás, están muy orgullosos de ella por el esfuerzo realizado y quieren estar en la línea de meta cuando llegue. Pero, no saben la distancia que le tome a Lucy realizar todo el recorrido.

Mónica y Tomás conocen que hay 12 km del parque central hasta la escuela. Lucy viaja en bicicleta a una velocidad de 20 km por hora, desde el parque central hasta el coliseo y de ahí hasta la escuela corre a 4 km por hora. El recorrido tarda en total 1 hora. ¿Cuál es la distancia que hay entre el parque central y el coliseo y del coliseo a la escuela?

a. Identifica las variables del problema

b. Construye una tabla que representa la relación entre distancias y tiempos:

Ten en cuenta

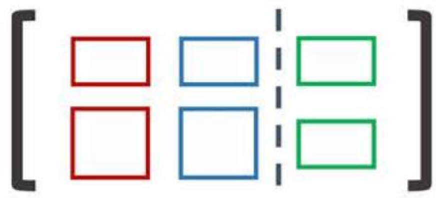
$$Velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$$

$$Tiempo = \frac{distancia}{velocidad}$$

	Recorrido desde el parque al coliseo	Recorrido desde el coliseo a la escuela	Total
Distancia			
Velocidad			
Tiempo			

c. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

d. Determina la matriz aumentada del siguiente sistema de ecuaciones 2x2.

P=


Matriz del sistema de ecuaciones

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & b & r \\ c & d & s \end{array}\right)$$

Dato importante

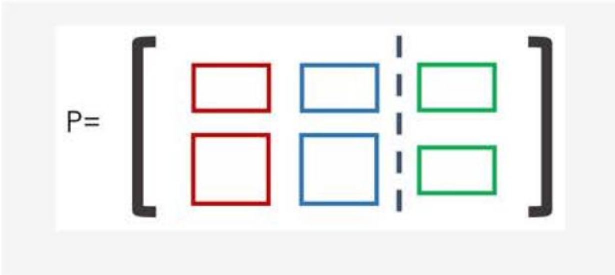
La matriz está compuesta por filas y columnas. Los elementos *a* y *d* de la matriz forman la **diagonal principal**. El elemento que se ubica en la primera fila, primera columna (*a*) se denomina **pivote**.

¿Qué es una matriz triangular superior?
Este tipo de matriz posee la característica de que los elementos situados por debajo de la diagonal principal son ceros.

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ES HORA DE PONERNOS MANOS A LA OBRA

Paso 1: Hallar la matriz del sistema de ecuaciones



Paso 2: Convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior

¿Cómo hacemos eso?

Consiste en realizar operaciones elementales a las filas de la matriz ampliada hasta transformarla en una matriz triangular superior.

Las operaciones elementales son:

- Multiplicar o dividir una fila por un número real diferente de cero.
- Sumar o restar una fila con otra fila.
- Sumar una fila con otra fila multiplicada por un número diferente de cero.
- Modificar el orden las filas.

En este ejercicio, el pivote ya es 1 así que debemos seguir con el 1/20 y transformalo en 1. De la siguiente manera:

- **Multiplica** por -1/20 a la primera fila y **suma** esta con la segunda fila, el resultado será la nueva fila 2.

Nueva matriz

- Haz 1 el elemento de la segunda fila, segunda columna, dividiendo la segunda fila para __.

a. Miremos el elemento de la segunda fila, segunda columna, ¿cuál sería ahora el coeficiente de "y"?

b. ¿Consideras que se podría formar ecuaciones equivalentes reducidas si colocamos los nuevos valores obtenidos en con sus respectivas incógnitas? ¿Cómo lo harías?

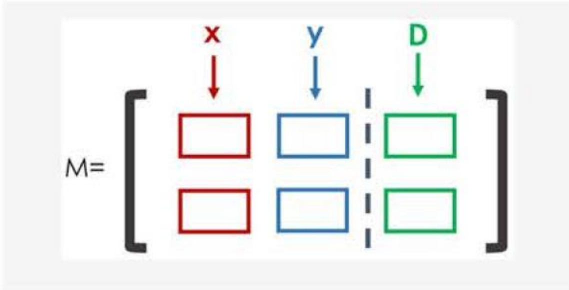
c. ¿Qué método de resolución ya analizado podrías usar para encontrar el valor de la otra incógnita? Resuelve.

d. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

¡Bien hecho!
Es hora de poner a prueba tus conocimientos

Ahora que conoces los pasos para encontrar la solución del sistema utilizando el método de Gauss, practiquemos un poco y ayuda a Lucy a determinar las dimensiones de la cancha de la tercera prueba.

Paso 1: Hallar la matriz del sistema de ecuaciones



Paso 2: Convertir la matriz de coeficientes en una matriz triangular superior

- En este ejercicio, el pivote no es 1 así que debemos dividir la primera fila entre 1/3.

Nueva matriz

- Haz 0 el número bajo el pivote. Multiplica la fila 1 por -2, suma la fila 2 y coloca el resultado en la fila 2.

Nueva matriz

- Haz 1 el elemento de la segunda fila, segunda columna, dividiendo la segunda fila para _____.

Nueva matriz

a. Miremos el elemento de la segunda fila, segunda columna, ¿cuál sería ahora el coeficiente de "y"?

b. ¿Consideras que se podría formar ecuaciones equivalentes reducidas si colocamos los nuevos valores obtenidos en con sus respectivas incógnitas? ¿Cómo lo harías?

c. ¿Qué método de resolución ya analizado podrías usar para encontrar el valor de la otra incógnita? Resuelve.

d. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 5 del tema método de Gauss.

Dato curioso

El álgebra lineal tiene amplias utilidades. Por ejemplo se aplica cuando se quiere calcular la velocidad con que una persona maneja, como acelerar, frenar, mover el embrague, etc. Por otra parte, la construcción de edificios a desniveles.

CONCLUSIONES

CONCLUSIÓN #1:

¿Qué es y cómo se forma una matriz de coeficientes?

CONCLUSIÓN #2:

¿Cómo encontrar el determinante de una matriz 2x2?

CONCLUSIÓN #3:

¿En qué consiste utilizar el método de Cramer o determinantes para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

CONCLUSIÓN #2:

¿Qué es y cómo se forma una matriz aumentada?

CONCLUSIÓN #5:

¿En qué consiste utilizar el método de Gauss o eliminación Gausiana para resolver sistemas de ecuaciones 2x2?

Situación Didáctica

CUARTA

Problemas con sistemas de
ecuaciones lineales 2x2

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

4

Taller de trabajo

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2

Nombre:

Nivel:

Fecha:

PARTE 1

Pregunta – Problema:
¿Cuáles serían los criterios que considerarías antes de elegir un método de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

COMPRENDO PARA SABER:
A partir de la situación planteada, reflexiona y responde las preguntas.

PROBLEMA 1

El baile de promoción al graduarte del colegio se ha convertido en una tradición que lo llevan a cabo los estudiantes de tercero de bachillerato de las instituciones educativas de la ciudad de Cuenca. Y para tal evento, las señoritas buscan el vestido de gala más perfecto para lucir esa noche. Este es el caso de Alicia y Clara que han acudido a la cadena de moda española, Zara, para encontrar dicha prenda.

Alicia adquirió su vestido aplicando un descuento del 15%, su mejor amiga Clara compró otro vestido 25 dólares más costoso que el de Alicia, pero también consiguió un descuento del 20%, y al final unicamente canceló 8 dólares más que Alicia. Determina el precio de cada uno de los vestidos antes del descuento y después de aplicarlo.

a. Identifica las variables del problema

b. Construye una tabla que representa la relación de los precios:

	Vestido de Alicia	Vestido de Clara	Comparación de los precios
Precio Original			
Descuento			
Precio con descuento			

c. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

Analicemos juntos

Como puedes ver, ya tenemos planteado el sistema de ecuaciones de acuerdo a las condiciones del problema. Observa con atención las ecuaciones y responde, ¿qué método de resolución utilizarías? y ¿por qué lo seleccionas?

d. Resuelve el sistema de ecuaciones de acuerdo al método que elegiste.

e. Complete la siguiente tabla de acuerdo a los datos obtenidos:

	Precio sin descuento	Descuento	Precio con descuento
Alicia			
Clara			

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

PROBLEMA 2

El 24 de febrero del 2022 suscitó la invasión en el territorio ucraniano por parte de Rusia. Tropas del ejército ruso traspasaron las fronteras en diversos puntos de Ucrania y los ocuparon, desde entonces los dos países han estado en conflicto debido a las altas tensiones políticas y la continua acumulación de fuerzas militares (CNN Español, 2023). Acto continuo, se presenta una situación hipotética en donde vas a poner a prueba tus conocimientos sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y determinar el número de soldados que tenía cada país antes de una batalla. Sin embargo, es importante recalcar que no necesitamos pistolas y bombas para traer la paz. Necesitamos amor y compasión, frase dicha por Madre Teresa de Calcuta.

Antes de una batalla en territorio ucraniano, las fuerzas militares de Ucrania y Rusia se encuentran en la relación de 7 a 9. El ejército de Ucrania perdió 15 000 hombres en la batalla y el ejército ruso 25 000 soldados. Si la relación en este instante es de 11 a 13, ¿cuántos militares tenía cada ejército antes de la batalla?

a. Identifica las variables del problema

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

Sistema de ecuaciones formado		
Primera ecuación:	Segunda ecuación:	Sistema de ecuaciones:

Analicemos juntos

Como puedes ver, ya tenemos planteado el sistema de ecuaciones de acuerdo a las condiciones del problema. Observa con atención las ecuaciones y responde, ¿qué método de resolución utilizarías? y ¿por qué lo seleccionas?

d. Resuelve el sistema de ecuaciones de acuerdo al método que elegiste.

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

PROBLEMA 3

La compañía La Favorita S.A, debido al lanzamiento de un nuevo producto de cajas de fruta, se propuso vender un tipo de caja en diferentes lugares del Ecuador para realizar una prueba de mercado. Las cajas de fruta picada se clasifican en estándar y de lujo. Se definió por la empresa que la caja de frutas estándar se despacha en 7 dólares y la caja de lujo se comercializa en 10 dólares. Supermaxi en un día vende 135 cajas de frutas en un total de 1100 dólares. Determine el número de cajas de lujo y estándar que se vendieron.

a. Identifica las variables del problema

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

Analicemos juntos

Ahora que conoces cuatro distitntos métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y has recopilado los pasos que se siguen para obtener la solución, vamos a realizar una comparación entre ellos para que analices los veneficios que utilizarlo.

c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de Cramer**.

d. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de sustitución**.

f. Si el resultado obtenido es un decimal, ¿cómo interpretaría dicha cifra para responder la pregunta del número de cajas?

g. ¿Cuál crees que son los beneficios de utilizar el método de sustitución?

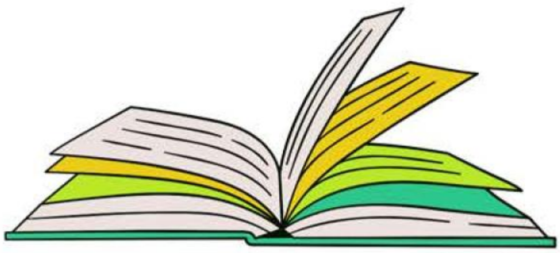
h. Segú tu criterio, ¿qué método de resolución eligirías?

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 1 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

PARTE 2

Pregunta – Problema:
¿Cómo podrías verificar si la solución encontrada satisface las condiciones del problema?

APLICO PARA APRENDER:
Analiza la situación y responda las preguntas a continuación:



PROBLEMA 4

La empresa Feilo SYLVANIA S.A que es fabricante de bombillos LED gana 0,3 centavos de dólar por cada bombilla que manufactura la fábrica, pero pierde 0,4 centavos de dólar por cada una que sale defectuosa. Un día en el que SYLVANIA fabricó 2100 bombillas generó un beneficio de 484,4 dólares. Obten el número de bombillas LED sin defecto y el número de bombillas LED defectuosas que la empresa fabricó ese día.

a. Identifica las variables del problema

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:

c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de igualación**.

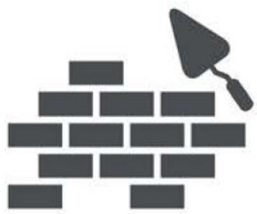
d. ¿Cómo verificarías si las soluciones del problema son la correctas?

e. Realiza el proceso de comprobación de resultados:

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

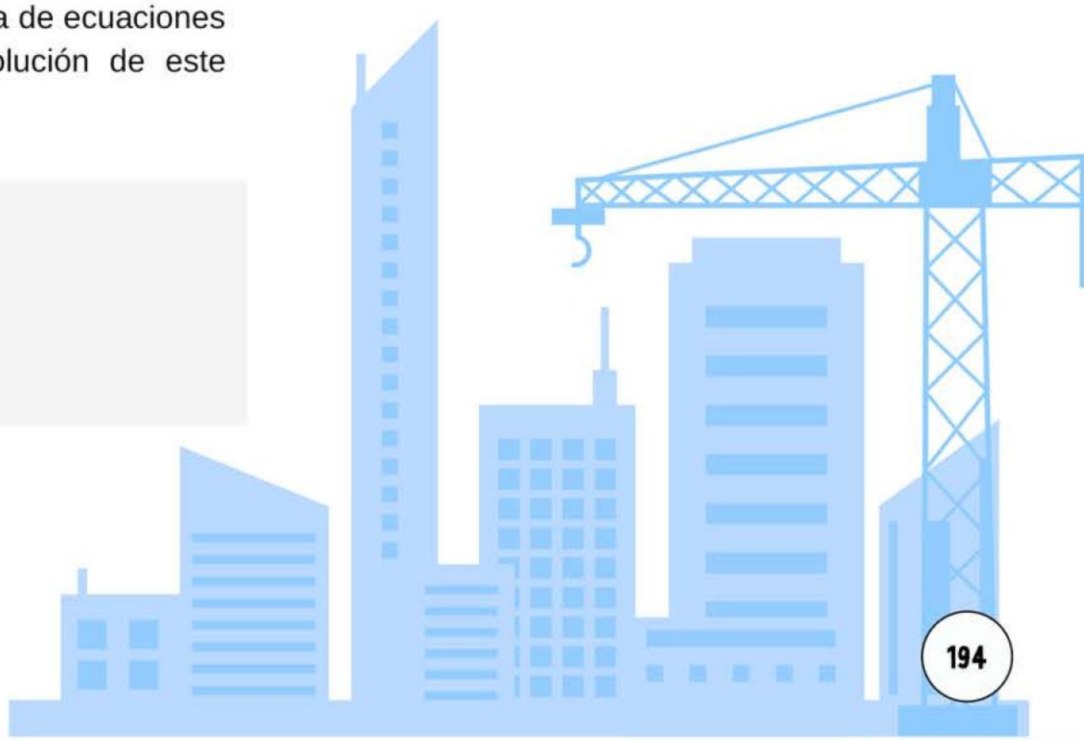
PROBLEMA 5

Daniel con su abuelo Cirio, se propusieron construir un portón nuevo para la entrada a la finca que tienen en Gualaceo. Cirio comienza tomando las medidas correspondientes, pero decide jugar un poco con su nieto y le entrega las dimensiones en forma de acertijo matemático. Encuentra las dimensiones del nuevo portón que deben construir abuelo y nieto, sabiendo que el perímetro mide 16 metros y la base mide 2 metros más que la altura.



a. Identifica las variables del problema

b. Platea el sistema de ecuaciones que permita la resolución de este problema:



c. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el **método de eliminación gaussiana** .

Matriz del sistema de ecuaciones

d. ¿Cómo verificarías si las soluciones del problema son la correctas?

e. Realiza el proceso de comprobación de resultados:

f. ¿Cuál sería la respuesta del problema planteado?

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 2 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

PARTE 3

Pregunta – Problema:
¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2?

REFLEXIONO PARA AVANZAR:
Lea las siguientes oraciones y señale según corresponda.

a. Una con una línea los pasos correctos a seguir para resolver un problema que involucre el tema de sistema de ecuaciones lineales 2x2.

1. Representación

2. Planteo de la ecuaciones:

3. Resolución

4. Comprobación

a. Corroborar si la solución concuerda con las condiciones del problema y realiza un proceso de sustitución de los valores en las ecuaciones iniciales.

b. Se puede construir una tabla donde se muestre la relación entre las variables.

c. Resuelve el sistema de ecuaciones por cualquier método visto.

d. Se plantea las ecuaciones que cumplen las condiciones de igualdad en el problema.

Lo antes estudiado forma parte de la conclusión 3 del tema problemas con sistemas de ecuaciones 2x2.

CONCLUSIONES

CONCLUSIÓN #1:

¿Cuáles serían los criterios que considerarías antes de elegir un método de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?

CONCLUSIÓN #2:

¿Cómo podrías verificar si la solución encontrada satisface las condiciones del problema?

CONCLUSIÓN #3:

¿Cuáles son los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2?

REFERENCIAS

Baldor, A. (1962). *Algebra Elemental*. Madrid: Mediterráneo.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (D. Fregona, Trad.; 2.a ed.). Buenos Aires: Libros de Zorsal.

Padinger, G. (2023, febrero 23). *Así ha sido la guerra en Ucrania: datos y cronología sobre la invasión rusa, un año después*. CNN. https://cnnespanol.cnn.com/2023/02/23/guerra-ucrania-cronologia-orix/

ESPOL (2006). *Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato*. Guayaquil: ICM-Espol.

Kolman, B. y Hill, D. (2013). *Álgebra lineal. Fundamentos y aplicaciones* (Pearson Education, Inc.; 1.ra ed.). PEARSON. (Trabajo original publicado en 2005).

Mancill, J. D. (1998). *Algebra elemental moderna*. Buenos Aires: Libresa.

Mejía, C. y Jiménez, W. (2018). *Matemáticas 10. Décimo Grado de Educación General Básica* (1ra ed.). Editorial Prolipa.

Lay, D. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones* (3ra. ed.). PEARSON EDUCACIÓN.

Conclusiones

Por medio de la aplicación de tres técnicas de investigación: encuesta, entrevistas y prueba de ejecución, se dio a conocer las dificultades que poseen los estudiantes en el tema de sistemas de ecuaciones lineales y se concluye los siguientes aspectos:

Se ha podido observar que las dificultades y errores que afrontan los estudiantes son causantes directas de la falta de comprensión y profundización sobre conceptos fundamentales del algebra, lo que deriva a consecuencias graves al momento de enfrentarse a un desequilibrio cognitivo, como resolver un problema o ejercicio, donde la falta de bases y conceptualización matemática juega un papel decisivo para el desarrollo de procesos mentales necesarios. Por lo tanto, es necesario tomar consideraciones significativas en la didáctica que los docentes emplean para la enseñanza de los distintos contenidos matemáticos debido a que los resultados ponen en evidencia que la utilizada hasta el momento, no cumple su finalidad.

De manera puntual, cuando se aborda el tema de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas mediante la aplicación de problemas contextualizado, los estudiantes no desarrollan el correcto razonamiento para superar el primer paso que es plantear las ecuaciones que forman parte del sistema, debido a que este se encuentra en un lenguaje coloquial y debe ser transformado a un lenguaje algebraico. Esta falencia se atribuye a que los estudiantes esperan que el docente les facilite el proceso lógico y, al momento de resolverlos, únicamente realicen el proceso algorítmico. A pesar de ello, se identificó que la razón por la cual los estudiantes no logran alcanzar el objetivo de resolver los ejercicios radica en los errores aritméticos y algebraicos que se presentan durante el proceso de resolución matemática.

Con respecto al tema de la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el uso de los métodos de sustitución, igualación, regla de Cramer y eliminación Gaussiana, se detecta que la elección de ciertos métodos se puede manifestar por las dificultades que los estudiantes tienen al momento de realizar operaciones con diversos conjuntos numéricos y la exigencia que el razonamiento matemático pide para su ejecución. Además, de la forma en cómo estos procesos de desarrollo son presentados, es decir, la mayoría de docentes imparten este tema de forma algorítmica sin poner un contexto de por medio para que el estudiante pueda observar su aplicación directa y su utilidad en diversos campos de la ciencia.

Mediante la información recopilada, se detecta además las falencias que los docentes cometen al momento de enseñar este tema del álgebra lineal debido a que la metodología tradicionalista sigue presente en las aulas a pesar de la década en la que nos encontramos. Por tal razón, es evidente que la modernización de las prácticas de enseñanza es un tema urgente para contribuir con el crecimiento de los estudiantes y del sistema educativo como tal. La Teoría de Situaciones Didácticas contribuye de forma adecuada en esta innovación de la didáctica debido a que dicha estrategia se destaca como una herramienta apropiada para envolver a los estudiantes en la potencialización de sus destrezas, tales como: representar, razonar y argumentar; asimismo, evidenciando en los educandos que sean capaces de comprender y relacionar diferentes anotaciones semióticas. Además, dicha teoría aporta elementos, conceptos claves, características y particularidades, para un rediseño del enfoque que desempeña el profesorado y el estudiantado durante el proceso de enseñanza.

La aplicación de situaciones didácticas como método de enseñanza juega un papel importante al tomar en cuenta el factor innovador que puede brindar al proceso educativo. Con ellas, se busca la construcción de estrategias diferentes a las habituales para que el estudiante se relacione de forma dinámica en la adquisición de sus propios saberes. Así pues, la opción de trabajar bajo la TSD, para ejercer una matemática distinta es una opción pertinente debido a que el estudiante logra relacionarse con el medio planteado por el docente de manera libre y gracias a ello, se desarrolla la adquisición de conocimientos específicos.

Recomendaciones

Se recomienda la aplicación de la Teoría de Situaciones Didácticas en el proceso de enseñanza porque aporta significativamente a puntos estratégicos del labor docente, al promover el fortalecimiento de habilidades en el estudiante como: pensamiento crítico matemático e interpretación de fenómenos bajo situaciones cotidianas, con ello se busca facilitar la comprensión social y la naturaleza como agente de cambio; pues también, representa una estrategia renovadora que proporciona herramientas didácticas para el aprendizaje. Asimismo, se evidencia una mejoría en el ámbito actitudinal del estudiantado en materia de aprendizaje, incentivando a la participación activa en cada ejercicio elaborado, incluyendo a aquellos estudiantes que no actúan con regularidad.

Del mismo modo, se siguiere el diseño de nuevas propuestas de enseñanza mediante el uso de situaciones didácticas por la razón de que, al ser una metodología activa, favorece al estudiante en el desarrollo de sus habilidades sociales y mentales debido a que interactúa con su entorno en cada etapa del proceso. Además, juega con la dinámica pre establecida de roles dentro del aula de clase, siendo ahora los estudiantes promotores directos en la construcción y asimilación de conceptos científicos, mientras que los docentes son agentes pasivos y elementos guía de los saberes ya descubiertos por los aprendices gracias a sus propios medios.

Finalmente, es pertinente recomendar al profesor de matemáticas la implementación del TSD como estrategia de enseñanza alternativa para los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables por todos los factores acotados anteriormente.

Referencias

Acosta, S. y García, M. (2012). Estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes de biología en las universidades públicas. *Revista Omnia, 18*(2), 67-82. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73723402005

Angulo, M., Arteaga, E. y Carmenate, O. (2019). La significación del contexto para la formación y asimilación de conceptos matemáticos. Principios básicos. *Revista Universidad y Sociedad, 11*(5), 33-41. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202019000500033

Arboleda, A. (2012). El contrato didáctico en la educacion superior: Elementos para su comprensión. *Sabia Revista Científica, 1*(1), 20–29. https://repositorio.unipacifico.edu.co/handle/unipacifico/662

Barreiro, P., Bressan, A., Camós, C., Carnelli, G., Casetta, I., Crespo, C., Colombano, V., Formica, A., Marino, T., Nápoles, J., Ortiz, M., Pochulu, M., Rodríguez, M., Scaglia, S., Visokolskis, S. y Zolkower, B. (2012). *Educación Matemática Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (1ra. ed.). Buenos Aires: Eduvim.

Blanquiz, Y. y Villalobos, M. (2018). Estrategias de Enseñanza y Creatividad del Docente en el área de Ciencias Sociales de Instituciones Educativas de Media de San Francisco. T*elos, 20*(2), 356–366. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99356889008

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (D. Fregona, Trad.; 2.ª ed.). Buenos Aires: Libros de Zorsal.

Casas, J., Repullo, J. y Donado, J. (2003). La encuesta como técnica de investigación. Elaboración de cuestionarios y tratamiento estadístico de los datos (I). *Atención Primaria, 31*(8), 527-538. DOI: https://doi.org/10.1016/S0212-6567(03)70728-8

Cerda, G., Pérez, C., Romera, E., & Casas, J. (2017). Influencia de variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en estudiantes chilenos. *Educación XX1, 20*(2)*,* 325-385. DOI: 105944/educ XXI.12183, 365-385.

Collí, S. (2020). El contrato didáctico: impacto y evolución en la didáctica de la matemática, de Bruno D'Amore, Martha Isabel Fandiño, Inés Marazzani y Bernard Sarrazy. *Perfiles Educativos, 42*(169). DOI: https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.59875

Díaz, K., Mejía, L. y Sanabria, S. (2016). *Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico en la Resolución de Problemas que conducen a Sistemas de Ecuaciones Lineales de los* *estudiantes del Curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia* [Tesis de grado, Univerisidad de Antioquia]. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/13802/4/DiazSaezKaren_2016_DificultadesInterpretacionLenguaje.pdf

Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M. y Valera, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación médica, 2*(7), 162-167. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-50572013000300009

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I. y Sarrazy, B. (2018). *El contrato didáctico en educación matemática* (D. Narváez, Trad.; 1ra ed.). Editorial: Magisterio.

Espinoza, L. y Campillay, W. (2011). La teoría de situaciones didácticas en latinoamérica, ¿funciona?. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 881-888). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Fernández, C. (2021). *El software Geogebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones: Una propuesta didáctica* [Tesis de grado, Universidad de Cuenca].

Figueroa, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas* [Tesis de maestría, Potificia Univeridad Católica del Perú]. https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/4736/FIGUEROA_VERA_ROCIO_RESOLUCION_DIDACTICAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Flores, M. (2013). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *Perspectivas docentes, 52*, 43-58. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6349169

Godino, J., Brugos, M. y Wilhelmi, M. (2020). Papel de las situaciones didácticas en el aprendizaje matemático. Una mirada crítica desde el enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias, 38*(1), 147-164. DOI: https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2906

González, A. y Díaz, A. (2018). Formación docente y desarrollo profesional situado para la enseñanza del lenguaje y matemática en Colombia. *Panorama, 7-17*.

González, M. (2019). Estrategias de enseñanza y métodos de aprendizaje en la transferencia del conocimiento matemático. Un estudio de caso en educación superior. *Journal of alternative perspectives in the social sciencies*, 139-150.

Guanopatín, E. (2021). *Estrategias metodológicas en la resolución de sistema de ecuaciones lineales en los procesos de enseñanza aprendizaje* [Tesis de maestría, Universidad Técnica de Ambato]. https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/32886/1/TRABAJO%20DE%20INVESTIGACI%c3%93N%20FINAL._.pdf

Guevara, A. y Riveros, P. (2021). *Propuesta de enseñanza - aprendizaje para la cinemática angular mediante situaciones didácticas y el software libre Tracker* [Tesis de grado, Universidad de Cuenca].

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta* (1ra ed.). McGRAW-HILL INTERAMERICANA.

Larriva, D. y Torres, R. (2019). *Propuesta didáctica para la enseñanza de Cinemática con el uso del software libre Tracker* [Tesis de grado, Universidad de Cuenca]. https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/32679/1/Trabajo%20de%20Titulaci%c3%b3n.pdf

López, M. (2020). El contrato didáctico: un concepto relevante en la educación actual. (Reseña crítica). *Educación y ciencia, 9*(54), 173-176. http://educacionyciencia.org/index.php/educacionyciencia/article/view/595/456557

Mafla, D. (2022). *Utilización de herramientas didácticas en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales en primer año de bachillerato en la U.E. Atahualpa* [Tesis de grado, Universidad Técnica del Norte]. http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/12209

Marin, M. y Romero, L. (2018). Concepción de los estudiantes sobre las estrategias empleadas por los docentes para la enseñanza de los contenidos del Módulo de Álgebra Lineal. *Revista de Ciencias de la Educación, Docencia, Investigación y Tecnologías de la Información: CEDOTIC, 3*(1), 123-143. http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/381/3811688005/index.html

Mejía, A., Silva. C., Villareal, C., Suarez, D. y Villamizar, C. (2018). Estudio de los factores de resistencia al cambio y actitud hacia el uso educativo de las TIC por parte del personal docente. *Revista Boletín Redipe, 7*(2), 53-63. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/428

Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: Guía didáctica*. Universidad Surcolombiana. https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf

Pamplona, J., Cuesta, J. y Cano, V. (2019). Estrategias de enseñanza del docente en las áreas básicas: una mirada al aprendizaje escolar. *Revista Eleuthera, 21*, 13-33. DOI: https://doi.org/10.17151/eleu.2019.21.2

Pérez, M., Diego, M., Polo, I. y González, J. (2019). Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. *PNA, 13*(2), 84-103. DOI: https://doi.org/10.30827/pna.v13i2.7613

Pino, R. y Urías, G. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia?. *Revista Scientific, 5*(18), 371-392. DOI: https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392

PISA. (2006). *MARCO TEÓRICO DE LA EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA: Educación Secundaria*. España. https://www.educacion.navarra.es/documents/713364/714655/Marcoteorico2.pdf/2e344e54-41b5-45bb-b077-864fa07a7d4f

Rivas, M. (2008). *Procesos cognitivos y aprendizaje significativo*. Editorial: BOCM.

Rodríguez, M. (2014). *Alternativas matemáticas de enseñanza en los sistemas de ecuaciones* [Tesis de maestria, Universidad de Granada]. https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_MartinRodriguez.pdf

Romero, V. (2022). *Incorporación del Software MATLAB en el Aprendizaje de “Sistemas de Ecuaciones Lineales” para el Décimo Año de Educación General Básica* [Tesis de grado, Universidad Nacional de Chimborazo]. http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/9723/1/UNACH-EC-FCEHT-CEX-0009-2022.pdf

Trejo, E., Camarena, P., Trejo, N. y Zúñiga, J. (2016). Sistemas de representación en la solución de problemas matemáticos. *Revista de Aplicación Científica y Técnica, 2*(3), 38-53. https://www.ecorfan.org/spain/researchjournals/Aplicacion_Cientifica_y_Tecnica/vol2num3/Revista_de_Aplicacion_Cientifica_y_Tecnica_V2_N3_7.pdf

Vargas, G. (2020). Estrategias educativas y tecnología digital en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos Hospital de Clínicas, 61*(1), 114-129. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762020000100010

Veliz, V. y Aguilar, M. (2017). El contrato didáctico en la producción de conocimientos del área tecnológica en la estadística aplicada a la educación. *Revista Arjé. Edición Especial 12*(23), 367-374. http://arje.bc.uc.edu.ve/arje23e/art39.pdf

Weiss, E., Sevilla, D., Dávalos, A. y Naranjo, G. (2019). La enseñanza de distintas asignaturas en escuelas primarias: Una mirada a la práctica docente. *Revista mexicana de investigación educativa, 24*(81), 349-374. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14062583002

Anexos

Anexo A: Consentimiento informado previo a la aplicación de las entrevistas.

CARTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo____________________________________, CI__________________declaro que se me ha explicado que mi participación en el estudio sobre Sistemas de ecuaciones lineales: propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la teoría de situaciones didácticas**;** consistirá en responder una entrevista que pretende aportar al conocimiento, comprendiendo que mi participación es una valiosa contribución. Acepto la solicitud de que la entrevista sea grabada en formato de audio para su posterior transcripción y análisis, a los cuales podrá tener acceso parte del equipo docente de la carrera de PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y FÍSICA, que guía la investigación.

Declaró que se me ha informado ampliamente sobre los posibles beneficios, riesgos y molestias derivados de mi participación en el estudio, y que se me ha asegurado que la información que entregue estará protegida por el anonimato y la confidencialidad.

La Investigadora Responsable del estudio, Paola Mejía, se compromete a responder cualquier pregunta y aclarar cualquier duda que le plantee acerca de los procedimientos que se llevarán a cabo, riesgos, beneficios o cualquier otro asunto relacionado con la investigación. Asimismo, la entrevistadora me ha dado seguridad de que no se me identificará en ninguna oportunidad en el estudio y que los datos relacionados con mi privacidad serán manejados en forma confidencial. En caso de que el producto de este trabajo se requiera mostrar al público externo (publicaciones, congresos y otras presentaciones), se solicitará previamente mi autorización.

Por lo tanto, como participante, acepto la invitación en forma libre y voluntaria, y declaro estar informado de que los resultados de esta investigación tendrán como producto un informe, para ser presentado como parte del trabajo de titulación de los investigadores.

He leído esta hoja de Consentimiento y acepto participar en este estudio según las condiciones establecidas.

Cuenca, a_______de marzo de 2023

______________________ ______________________

Firma investigadora Firma docente participante

Anexo B: Formulario de preguntas para la entrevista.

UCUENCA

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

Entrevistas

Título del Trabajo de Integración Curricular

Sistemas de ecuaciones lineales: propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la teoría de situaciones didácticas**.**

Objetivo general del Trabajo de Integración Curricular

Desarrollar una propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables mediante la estrategia de TSD para el 10mo EGB.

Objetivo de la entrevista.

Obtener información acerca de las estrategias de enseñanza y las dificultades de aprendizaje que poseen los estudiantes de la Unidad Educativa Fiscomisional San José de La Salle, acerca del tema de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables basada en la experiencia práctica de profesionales de dicha institución.

Población

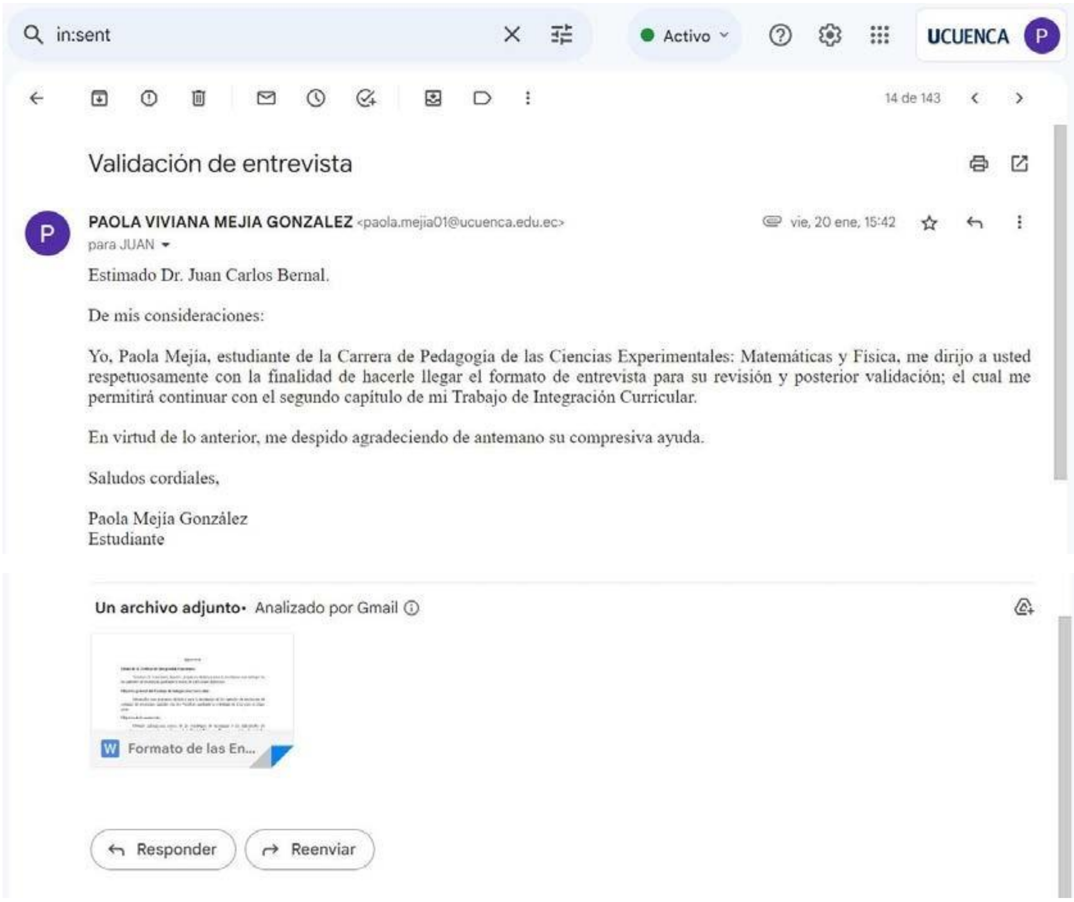
Docentes de Matemática de Educación General Básica y Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Fiscomisional San José de La Salle.

Preguntas de la entrevista:

1. Estimado/a docente, cuéntenos ¿cuáles fueron los motivos que usted tuvo para elegir la docencia como profesión? ¿y cómo inició en la misma?
2. ¿Desde qué año se encuentra en las aulas de clase como docente de matemáticas?
3. ¿Cuáles son los niveles en los que usted imparte la asignatura de matemáticas?
4. ¿Cómo considera usted el grado de conocimientos que poseen los estudiantes de Primero de Bachillerato en relación al tema de sistemas de ecuaciones lineales?

5. Podría mencionar, ¿qué estrategias de enseñanza y/o aprendizaje utiliza para impartir el tema de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas?
6. En su opinión, ¿considera que el aprendizaje del álgebra, de manera específica el lenguaje algebraico genera dificultades en los estudiantes?
7. ¿Qué motivo(s) considera usted para que algunos estudiantes les resulten difícil aprender a resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas?
8. ¿Qué método de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas es el que más dificultades de aprendizaje genera en los estudiantes? ¿Y el que menos?
9. Los estudiantes, ¿Son capaces de aplicar los sistemas de ecuaciones lineales en la resolución de problemas? ¿Cuáles son las equivocaciones más recurrentes en este sentido?
10. ¿Conoce la Teoría de Situaciones Didácticas? ¿La utilizaría para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas? ¿Mencione cómo lo haría?
11. ¿Qué estrategias de enseñanza, considera adecuadas para la construcción de una guía didáctica? ¿Colocaría en la guía situaciones didácticas para la resolución de problemas contextualizados?
12. Para finalizar, en base a su experiencia, ¿qué consejo le daría a una persona que está iniciando su recorrido en la labor docente?

Anexo C: Validación del formulario de preguntas para las entrevistas previo a su aplicación.



in:sent

Activo

UCUENCA

14 de 143

Validación de entrevista

PAOLA VIVIANA MEJIA GONZALEZ <paola.mejia01@ucuenca.edu.ec> vie, 20 ene, 15:42

para JUAN

Estimado Dr. Juan Carlos Bernal.

De mis consideraciones:

Yo, Paola Mejía, estudiante de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, me dirijo a usted respetuosamente con la finalidad de hacerle llegar el formato de entrevista para su revisión y posterior validación; el cual me permitirá continuar con el segundo capítulo de mi Trabajo de Integración Curricular.

En virtud de lo anterior, me despido agradeciendo de antemano su compresiva ayuda.

Saludos cordiales,

Paola Mejía González
Estudiante

Un archivo adjunto • Analizado por Gmail

Formato de las En...

Responder

Reenviar

Anexo D: Planificación de la prueba de ejecución.

La Salle U.E.F. San José Cuenca AÑO LECTIVO 2022-2023	PLANIFICACIÓN DE LA PRUEBA DE EJECUCIÓN	LaUtopía ¡Un sueño posible! Pág. 1 de 3

1. DATOS INFORMATIVOS		
ÁREA: Matemática	ASIGNATURA: Matemática	NIVEL: Bachillerato
GRADO/CURSO: Primero	PARALELO/S: A – B	QUIMESTRE: Segundo
DOCENTE/S: Paola Mejía González		

2. CUESTIONARIO				
Destrezas con Criterios de Desempeño	Indicadores esenciales de evaluación	Preguntas	Nro. de oportunidades	Valor
M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.	Ejemplifica situaciones reales en las que se utilizan los números enteros; establece relaciones de orden empleando la recta numérica; aplica las propiedades algebraicas de los números enteros en la solución de expresiones con operaciones combinadas, empleando correctamente la prioridad de las operaciones; juzga la necesidad del uso de la tecnología. (I.4.)	Pregunta 1: Dados los siguientes problemas, plantear y dejar expresado las ecuaciones encontradas como un sistema de ecuaciones lineales 2x2. a. La edad de José excede en 13 años a la de Viviana, el duplo de la edad de Viviana excede en 29 años a la edad de José. Hallar ambas edades. <table><tr><th>Nombre de las variables</th><th>Planteamiento</th><th>Sistema de ecuaciones formado</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	6	2,0
M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana.	Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema. (I.4., J.2.)	Pregunta 2: Encierre en un círculo la respuesta correcta luego de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación. $\begin{cases} \frac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2 \\ \frac{x+y+1}{3x+4y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$ a. (-1, -3) b. (1, -3) c. (-1, 3) d. (1, 3)	6	2,0

AÑO LECTIVO 2022-2023	**PLANIFICACIÓN DE LA PRUEBA DE EJECUCIÓN**	LaUtopía ¡Un sueño posible! Pág. 2 de 3

Sistema de ecuaciones formado	Procedimiento

M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana. M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema. (I.4., J.2.)	Pregunta 4: Plantea un sistema de ecuaciones lineales que refleja la situación de las balanzas y después, construye el enunciado de un problema cotidiano donde se puedan ocupar dichas ecuaciones  ¿El sistema de ecuaciones lineales sería? $\begin{cases} Ecuación\ 1 \\ Ecuación\ 2 \end{cases}$ Enunciado del problema planteado: ____________________ ____________________ ____________________ Pregunta 4: Plantee las ecuaciones lineales correspondientes y resuelva el siguiente problema por el método de determinantes (Cramer). a. Un puesto de frutas vende dos variedades de fresas: estándar y de lujo. Una caja de fresas estándar se vende en $7 y una de lujo se vende en $10. En un día, el puesto vende 135 cajas de fresas en un total de $1100. ¿Cuántas cajas de cada tipo se vendieron?	8 10	2,7 3,3

AÑO LECTIVO 2022-2023	PLANIFICACIÓN DE LA PRUEBA DE EJECUCIÓN	LaUtopía ¡Un sueño posible! Pág. 3 de 3

Nombre de las variables	Sistema de ecuaciones formado	Resolución
Respuesta:		

b. Si el resultado obtenido es un decimal, ¿cómo interpretaría dicha cifra para responder la pregunta del número de cajas?

____

____

	30	10

ELABORADO	REVISADO	APROBADO
DOCENTE Paola Mejía González	DIRECTOR/A DE ÁREA	VICERRECTOR/A/COORDINADOR/A DE NIVEL
Firma: Fecha: 12 / 04 / 2023	Firma: Fecha: 12 / 04 / 2023	Firma: Fecha: 12 / 04 / 2023

Anexo E: Prueba de ejecución.

La Salle U.E.F. San José Cuenca AÑO LECTIVO 2022-2023	INSTRUMENTO PRUEBA DE EJECUCIÓN	LaUtopía ¡Un sueño posible! Pág. 1 de 3

1. DATOS INFORMATIVOS		
GRADO/CURSO: Primero	PARALELO:	QUIMESTRE: Segundo
ASIGNATURA: Matemáticas		
FECHA:		
ESTUDIANTE:		

Estimados estudiantes, soy Paola Mejía, estudiante de la Universidad de Cuenca y me encuentro realizando mi trabajo de integración curricular, el cual lleva por título "Sistemas de ecuaciones lineales: Propuesta didáctica para la enseñanza con enfoque en los métodos de resolución mediante la Teoría de situaciones didácticas", cuyo objetivo es la elaboración de una guía didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

Por este motivo, solicito su colaboración para completar la siguiente evaluación de carácter diagnóstico ya que la información recabada me permitirá desarrollar adecuadamente la propuesta. Cabe destacar que los detalles obtenidos por medio de la misma, serán tratados de forma confidencial.

Agradezco su participación.

2. CUESTIONARIO

Pregunta 1: Dados el siguiente problema, plantear y dejar expresadas las ecuaciones encontradas como un sistema de ecuaciones lineales 2x2.

a. La edad de José excede en 13 años a la de Viviana, el duplo de la edad de Viviana excede en 29 años a la edad de José. Hallar ambas edades. (6 oportunidades)

Nombre de las variables	Planteamiento	Sistema de ecuaciones formado

Valor: 1,5 Puntos

Pregunta 2: Encierre en un círculo la respuesta correcta luego de resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación. (8 oportunidades)

$$a)\ \begin{cases} \frac{x+5y+2}{2x+4y-2} = 2 \\ \frac{x+y+1}{3x+4y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

A. (-1, -3)
B. (1, -3)
C. (-1, 3)
D. (1, 3)

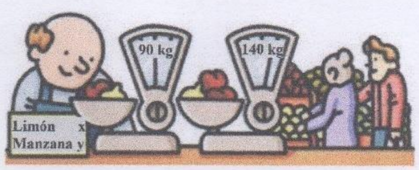
La Salle U.E.F. San José Cuenca AÑO LECTIVO 2022-2023	INSTRUMENTO PRUEBA DE EJECUCIÓN	LaUtopía ¡Un sueño posible! Pág. 2 de 3

Sistema de ecuaciones formado

Procedimiento

Valor: 2 Puntos

Pregunta 3: Plantea un sistema de ecuaciones lineales que refleje la situación de las balanzas (gráfica de la derecha) y después, construye el enunciado de un problema cotidiano donde se puedan ocupar dichas ecuaciones (8 oportunidades).



- ¿El sistema de ecuaciones lineales sería?

$$\begin{cases} Ecuación\ 1 = \\ Ecuación\ 2 = \end{cases}$$

- Enunciado del problema planteado:

___
___
___
___

AÑO LECTIVO 2022-2023	INSTRUMENTO PRUEBA DE EJECUCIÓN	Pág. 3 de 3

Valor: 2 Punto

Pregunta 4: Plantee las ecuaciones lineales correspondientes y resuelva el siguiente problema por el método de determinantes (Cramer). (10 oportunidades)

a. Un puesto de frutas vende dos variedades de fresas: estándar y de lujo. Una caja de fresas estándar se vende en $7 y una de lujo se vende en $10. En un día, el puesto vende 135 cajas de fresas en un total de $1100. ¿Cuántas cajas de cada tipo se vendieron?

Nombre de las variables	Sistema de ecuaciones formado	Resolución
Respuesta:		

b. Si el resultado obtenido es un decimal, ¿cómo interpretaría dicha cifra para responder la pregunta del número de cajas?

____

____

____

____

Valor: 2,5 Puntos

Anexo F: Encuesta.

UCUENCA

ENCUESTA

A continuación, se ofrece un formulario de preguntas que le pedimos responder con total responsabilidad y sinceridad debido a que dicha información contribuirá para el desarrollo de la propuesta, además, los datos proporcionados en esta encuesta se mantendrán estrictamente confidenciales. Agradezco su colaboración.

Cuestionario

1. De los siguientes recursos didácticos, ¿cuáles fueron utilizados por el docente de matemáticas en la enseñanza de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2?

	Pizarra
	Talleres con problemas contextualizados
	Diapositivas
	Libro de matemática
	Juegos digitales
	Videos

2. En el estudio de sistema de ecuaciones lineales, ¿el docente presentó problemas que se relacionaron con situaciones de la vida cotidiana?

	Nunca		A veces		Casi siempre		Siempre

3. ¿Usted considera que las actividades, talleres y/o problemas que están relacionados con la cotidianidad favorecen en la asimilación del tema a estudiar?

	Nunca		A veces		Casi siempre		Siempre

4. Al momento de enseñar los métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones 2x2, ¿el docente estableció reglas claras sobre las actividades a realizar y se llegó a un acuerdo de las mismas con los estudiantes?

	Nunca		A veces		Casi siempre		Siempre

5. De qué forma considera usted fueron impartidas las clases sobre el tema de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

Donde 1 y 2 implican que se acercan a los factores de la izquierda, 3 implica un intermedio de los dos factores, 4 y 5 a los factores de la derecha.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
Clase participativa						Clase teórica