

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Guía Didáctica para la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física.


Autores:

Evelyn Adriana Ávila Quito

Dorian Alejandro Pérez Carreño

Director:

Freddy Patricio Guachún Lucero

ORCID:  0000-0002-1421-7804

Cuenca, Ecuador

2023-08-21

Resumen

Nuestra sociedad se encuentra inmersa en un constante cambio que influye en todos los aspectos de nuestra vida. En este contexto, la educación no es una excepción, ya que diariamente se la trata de mejorar mediante la implementación de diferentes recursos y estrategias didácticas, que divergen de lo tradicional y que por el contrario buscan adaptarse a las necesidades de la sociedad actual. El presente trabajo, tiene la finalidad de reflejar dicha transición a partir del diagrama de V de Gowin, en donde se integra también el uso de videos, sopa de letras, crucigramas, ilustraciones, entre otros. Para plasmar dichos elementos en la creación de una guía didáctica dirigida a los estudiantes, de tal forma que pueda beneficiar el aprendizaje del Cálculo Diferencial.

Mediante la revisión bibliográfica se ha corroborado la importancia de aprender de una manera diferente a la tradicional, optando por metodologías que permitan al estudiante construir su propio conocimiento y logre un aprendizaje significativo. En este sentido, la guía didáctica busca promover la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas mediante la V de Gowin, fomentando su capacidad para reflexionar, analizar y comunicar sus ideas. Es preciso mencionar que esta guía está elaborada desde un enfoque constructivista cuya finalidad es mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en el Cálculo Diferencial.

Para averiguar la pertinencia de la propuesta se aplicó una encuesta en el “*Colegio de Bachillerato Ricaurte*”, en donde se encontró que los estudiantes tienen la percepción de mejorar su aprendizaje con la utilización de una guía didáctica para temas del Cálculo Diferencial. Por este motivo se concluye infiriendo que el uso de la V de Gowin plasmada en una guía, enfocada en la resolución de problemas, podría ser una alternativa eficiente para implementarla en la educación.

Palabras clave: constructivismo, guía didáctica, V de Gowin, resolución de problemas, Cálculo Diferencial



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

Our current society is immersed in a constant change that influences all aspects of our lives. In this context, education is not an exception, since daily it is tried to improve through the implementation of different didactic resources, methodologies, that diverge from the traditional and that, on the contrary, seek to adapt to modernity. The present work has the purpose of reflecting this transition from the Gowin V diagram, where the use of videos, word search, crossword puzzles, illustrations, among others, is integrated. To capture these elements in the creation of a didactic guide aimed at students, in such a way that it can benefit the learning of Differential Calculus.

Through the bibliographic review, the importance of learning in a different way than the traditional one has been corroborated, opting for methodologies that allow the student to build their own knowledge and achieve significant learning. In this sense, the didactic guide seeks to promote the active participation of students in solving problems through Gowin's V, fostering their ability to reflect, analyze and communicate their ideas. It is worth mentioning that our guide is prepared from a constructivist approach whose purpose is to improve the understanding and performance of students in Differential Calculus.

The relevance of the proposal lies in a survey developed at the "Colegio de Bachillerato Ricaurte", where students have the perception of improving their learning with the creation of a didactic guide for Differential Calculus topics. For this reason, it is concluded by inferring that the use of Gowin's V embodied in a guide, focused on problem solving, is an efficient alternative to implement it in education.

Keywords: constructivism, didactic guide, Gowin's V, problem solving, differential calculus



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de contenido

Introducción	8
Fundamentación teórica.....	9
1.1 Educación Tradicional	9
1.2 Corriente Pedagógica Constructivista.....	10
1.3 Aprendizaje desde el constructivismo.....	10
1.4 Aprendizaje de las Matemáticas	11
1.5 Aprendizaje del Cálculo Diferencial	12
1.7 Estrategia de aprendizaje	13
1.7.2 Estrategia de aprendizaje Heurístico y Metacognitivo	13
1.8 V de Gowin.....	13
1.8.1 V de Gowin en la Matemática.....	14
1.8.2 Beneficios al trabajar con la V de Gowin en las Matemáticas.....	15
1.8.3 Tipos de V Gowin.....	16
1.9 Guía Didáctica	20
1.10 Momentos de una clase.....	23
Métodos y análisis de resultados	25
2.1 Metodología.....	25
2.2 Encuesta	25
2.2.1 Población	25
2.2.2 Estructura de la encuesta.....	25
2.2.3. Análisis de la encuesta.....	25
2.2.4. Análisis de los resultados de la encuesta	30
Desarrollo de la guía didáctica	32
3.1 Estructura de la propuesta.....	32
3.2 Estructura general de la Guía Didáctica	34
3.2.1 Carátula	34
3.2.5 Materiales necesarios	36
3.2.6 Temas de Clases	40
3.2.7 Tiempo estimado para el uso de la guía.....	40
3.3 Estructura específica de la Guía Didáctica.....	40
3.3.1 Estructura de las clases	40

3.4 Guía Didáctica para la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin	46
Conclusiones	114
Recomendaciones	115
Referencias.....	116
Anexos.....	121

Agradecimiento

A los docentes de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física, debido a las enseñanzas de cada uno de ellos y las experiencias compartidas, nos acompañaron y formaron durante todo el proceso para alcanzar nuestra meta. De manera especial al Dr. Patricio Guachún quien, con su dirección, consejos, y enseñanzas, nos ha permitido culminar nuestro trabajo de titulación.

A nuestras familias, por permitirnos formarnos profesionalmente y motivarnos para persistir a lo largo de estos 4 años.

A nuestros amigos y compañeros de clases, por todo el tiempo compartido y los recuerdos creados.

Evelyn – Dorian

Dedicatorias

La concepción de este trabajo de titulación está dedicada en primer lugar a Dios por ser eje central en mi vida, por brindarme perseverancia en la culminación de mis estudios.

A toda mi familia, por su apoyo incondicional y confianza, de manera especial a mi madre Martha Quito y a mi hermana Lisseth, quienes me han acompañado en todo el camino, brindándome consejo y apoyo, a pesar de los obstáculos.

Evelyn Ávila

Este trabajo de titulación se lo dedico a mi amado abuelo Juan Carreño, quien, a pesar de ya no estar en este mundo, me crio como su hijo, me enseñó todo lo que sé y me motivo a culminar mis estudios universitarios.

Dorian Pérez

Introducción

En el presente trabajo de titulación se propone una guía didáctica basado en un modelo pedagógico constructivista, que utiliza a la V de Gowin como eje central para reforzar conocimientos acerca de temas del Cálculo Diferencial, a partir de la resolución de problemas y está dirigida hacia los estudiantes de primero de bachillerato o personas interesadas. Cabe mencionar, que esta guía didáctica contiene conceptos, análisis de imágenes, crucigramas, sopa de letras, links de videos de refuerzo y problemas de aplicación.

En el primer capítulo, se abordan las corrientes pedagógicas, investigaciones y trabajos propuestos que funcionan como bases de este trabajo de titulación, de la misma forma se han incluido los conceptos y principios claves utilizados para el mismo de modo que se entienda los términos utilizados en la propuesta.

El segundo capítulo, contempla una investigación cuantitativa en el “Colegio de Bachillerato Ricaurte”, donde se aplicó encuestas se corroboró la dificultad de los estudiantes en la asignatura de Matemáticas, referente a los temas de Cálculo Diferencial, demostrando así la pertinencia de esta propuesta.

En el tercer capítulo, se detalla la distribución general de la propuesta, la estructura de la guía. Posterior a ello, se crea un diagrama propio de Uve de Gowin que servirá específicamente para resolver problemas del Cálculo Diferencial, en el mismo se contempla la correlación de la parte práctica con la teórica y las recomendaciones obtenidas en las encuestas realizadas, para luego establecer los temas de clases que se abordarán desde un enfoque constructivista, el cual consta de tres momentos: anticipación, construcción y consolidación. Además, los estudiantes tendrán un proceso de autoevaluación acerca de lo que aprendieron de los diferentes temas.

Finalmente, se presentan las recomendaciones para el uso de la guía y las conclusiones generales a las que se han llegado luego de realizar el presente trabajo de titulación.

Fundamentación teórica

1.1 Educación Tradicional

La sociedad actual está en constante cambio, sin embargo, en lo que concierne a la educación no ha ido a la par. Aunque en las diferentes reformas que han existido en el sistema educativo se presentan algunas modificaciones, por ejemplo, en las planificaciones, instrumentos de evaluación, recursos, la cátedra los docentes, pero hay ciertos componentes que evitan esta transición y el que resalta es el uso arraigado de metodologías tradicionalistas. Según Echeverría (2018) la escuela tradicionalista surge simultáneamente con la burguesía donde el respeto a la autoridad y el orden son pilares fundamentales, los docentes en este modelo cumplen un rol protagónico, donde estos son autoritarios con sus educandos, ya que, son los dueños del conocimiento, es decir, toda gira respecto a sus saberes y su relación de dominio hacia sus alumnos. Por otra parte, los discentes tienen el rol de ser entes únicamente pasivos y receptivos, donde se limitan a memorizar y repetir la información abordada durante las clases, dejando inactiva su capacidad para tomar sus propias decisiones con respecto a la educación.

Según Santana et al. (2017) indican que aprender matemáticas desde el modelo tradicionalista simboliza para los estudiantes seguir solamente las reglas o algoritmos creados por el docente, ya que eso les asegura llegar a la respuesta determinada, por consiguiente, los estudiantes son considerados como unas esponjas absorbentes que no refutan ni opinan nada. Además, Coronel y Solís (2022) mencionan que esa manera enfatizada de decir que hay un solo camino para llegar a la respuesta, convierte a la Matemática en una herramienta rígida que no permite alteraciones, lo cual es una idea completamente errónea, ya que esta admite un sinnúmero de maneras para resolver un mismo problema o ejercicio.

Cabe mencionar que el aprendizaje desde un enfoque tradicional considera importante el tiempo, ya que entre menos se demore un alumno en resolver un ejercicio significa que sabe más, pero si el alumno se tarda demasiado, se alude que no entendió la materia, sin embargo, esto sólo enfatiza a la mecanización y memorización de saberes. Además, otra falencia en este tipo de aprendizaje es que no se contextualiza los ejercicios o problemas con la realidad de los alumnos, lo que ocasiona que se pierda el interés por la asignatura, que no se sepa la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y que los estudiantes solo la vean como un requisito a cumplir en su proceso académico.

Es importante que se produzcan cambios en la educación, que se generen nuevos recursos didácticos, estrategias, herramientas, técnicas y metodologías, etc., que consideren los avances tecnológicos como los pedagógicos, donde los roles se reestructuren completamente, pasando el docente a ser un acompañante pedagógico y el alumno en el principal protagonista de sus saberes, dando paso así a un modelo constructivista, en concordancia por lo propuesto por el Mineduc en actualización del currículo ecuatoriano del 2016, misma que propone dejar atrás el modelo tradicional-conductista que se ha mantenido durante varios periodos escolares, con el fin que los estudiantes logren desarrollar habilidades metacognitivas, se motiven y que se conviertan en personas curiosas propensas a investigar.

1.2 Corriente Pedagógica Constructivista

El constructivismo es una corriente pedagógica, que da importancia al desarrollo de esquemas mentales en los estudiantes, a partir de experiencias previas con relación a nuevas experiencias. En otras palabras, los conocimientos anteriores son la base para generar nuevos conocimientos, donde el estudiante participe del proceso educativo de forma activa, al entregarle las herramientas necesarias para ayudarlo a generar su propio procedimiento ante una situación problemática.

Ordoñez et al. (2020) indican que el conocimiento desde un enfoque constructivista trata de cómo el individuo percibe la realidad, la organiza, la transforma y le da un sentido en su propia cotidianidad. Cabe mencionar que cada individuo construye su propia realidad y eso depende de factores socioeconómicos, culturales, emocionales, aficiones, entre otros.

De acuerdo a Bravo et al. (2017), el paradigma constructivista señala que el sujeto pasa de ser un ente inactivo a activo, donde el alumno mediante su propia motivación e interés es el eje fundamental de este modelo pedagógico, ya que sus saberes previos serán muy importantes en el proceso enseñanza-aprendizaje, debido se toma en consideración lo que sabe el alumno, hasta lo que se pretende que conozca.

1.3 Aprendizaje desde el constructivismo

Según Reyero (2019), el aprendizaje desde un enfoque constructivista busca que el estudiante despierte su curiosidad, para así lograr que estos tengan un rol protagónico en el aula de clases y se apropien por sí mismos del conocimiento mediante la ayuda del profesorado, pero además cabe mencionar que el constructivismo funciona bajo una línea de aprendizaje significativo. Además, es importante destacar lo mencionado por Serrano et al. (2019) quienes indican que para que un alumno interiorice conocimientos, sus experiencias previas son fundamentales para un aprendizaje efectivo.

Siguiendo este mismo hilo, el aprendizaje significativo se da cuando los sujetos son expuestos a nueva información, la cual mediante una especie de anclaje en la estructura cognitiva se queda arraigada en nuestra mente generando así significados, es decir, el conocimiento se queda enganchado de una manera sustancial en nuestros cerebros (Latorre, 2017, como se citó en Baque y Portilla, (2021). De igual modo, el aprendizaje significativo no es solo la selección, recolección y análisis de información, sino que esa información se contrasta con experiencias de la vida cotidiana (Carneros, 2018, como se citó en Baque y Portilla, 2021). La importancia de aprender significativamente consiste en la comprensión y capacidad de transmitir lo aprendido a nuevas situaciones, favoreciendo a la retención y abriendo paso a reaprender lo olvidado sin dificultad, lo cual lo diferencia del aprendizaje memorístico.

El aprendizaje matemático desde el constructivismo recalca la reconstrucción del contenido numérico, priorizando en dar significado a los objetos matemáticos. Los procedimientos y operaciones matemáticas no tienen un sentido único intelectual, pues para que sea significativo aprender matemática es necesario la construcción de estructuras internas, el manejo de los conceptos en la práctica y la relación del sujeto con el objeto, lo cual permite la adquisición de nociones fundamentales del conocimiento matemático y su aplicación.

1.4 Aprendizaje de las Matemáticas

La educación matemática siempre ha tenido lugar en las instituciones educativas, debido a su importancia para formar individuos lógicos, con razonamiento ordenado y una mente preparada para la abstracción y la crítica. Sin embargo, existen dificultades en el aprendizaje de las operaciones y en el empleo de algoritmos para resolver problemas y ejercicios matemáticos (Fernández, 2021).

Actualmente, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas preocupan a la sociedad, aunque hay propuestas didácticas y técnicas variadas, algunos estudiantes tienen problemas para la comprensión y aplicación de los contenidos (Herrera, 2016). Por ende, es fundamental abordar los conceptos conjuntamente con la resolución de ejercicios y problemas de acuerdo al contexto del estudiante, además, los contenidos deben presentarse de forma atractiva que despierten el interés por aprender la asignatura.

Finalmente, el aprendizaje de la matemática se debe construir a partir de la interacción activa del estudiante con los objetos matemáticos, considerando sus habilidades y necesidades, precisando que esos objetos no se presentan inmersos en un ejercicio lineal, sino en un problema contextualizado. Debido a que, al exponer al estudiante a situaciones problemáticas, generan en él desequilibrios cognitivos que ocasionan la búsqueda propia de acomodación, dando como resultado la construcción de conocimiento.

1.5 Aprendizaje del Cálculo Diferencial

El Cálculo Diferencial contribuye al desarrollo del pensamiento lógico matemático, en concordancia con el perfil de salida del bachiller ecuatoriano. Además, permite modelizar fenómenos de la cotidianidad, por ejemplo: el incremento de casos de Covid-19, la tasa de mortalidad, las ganancias o pérdidas producidas en un año, etc. A su vez, si los estudiantes cursan estudios superiores en la mayoría de las carreras universitarias tienen la asignatura de Cálculo Diferencial, donde dominar conceptos como: razón de cambio, derivada, optimización, etc., les sirven como base para asimilar materias más avanzadas como lo son: Cálculo integral, Análisis Vectorial, Ecuaciones Diferenciales, y demás materias con componente matemático y físico.

1.6 Dificultad en el aprendizaje del Cálculo Diferencial

Mercapide (2017) señala que, durante la educación secundaria, los alumnos son introducidos al Cálculo y estos no generan una comprensión profunda de los conceptos presentados. No obstante, a pesar de las dificultades la mayoría de los estudiantes pueden resolver ejercicios de manera mecánica, pero al presentarse un problema carecen de habilidades para resolverlos. Lo cual coincide con los resultados obtenidos de la investigación de Cuesta et al. (2021), donde se demuestra un adecuado desarrollo de habilidades procedimentales, pero sin trasladarlas a entornos aplicados. Visualizando la poca claridad de los estudiantes en definir conceptos de límite y derivadas fundamentales para el cálculo diferencial.

Siguiendo el hilo, (Gutiérrez et al., 2017) señala que los educandos tienen problemas con el Cálculo Diferencial debido a la implementación procesos mecanizados en la resolución de ejercicios, y alejaos de la aplicación del conocimiento adquirido en una problemática contextual, lo que resulta en no lograr anclar dichos saberes en la estructura cognitiva de los estudiantes. Por lo cual, arrastrar esos vacíos conceptuales pueden generar grandes problemas a futuro en la formación del alumnado.

Finalmente, Taño (2021) menciona que los estudiantes tienen dificultad en algunos conceptos esenciales del Cálculo Diferencial, como lo son: la derivada de una función en un punto, su interpretación física y geométrica, reglas de derivación de funciones y sus aplicaciones fundamentales. Además, los estudiantes no resuelven la cantidad necesaria de ejercicios y problemas, lo que produce desinterés por el estudio de estos temas debido a la poca contextualización de los problemas. Por lo tanto, para generar un aprendizaje a largo plazo y significativo, es necesario concretar estrategias didácticas a fin de presentar los contenidos de manera coherente, atractiva y no arbitraria, solidificando los conceptos con aplicaciones e interconectando conocimientos.

1.7 Estrategia de aprendizaje

Maldonado et al. (2019) menciona que las estrategias de aprendizaje son procesos que permiten la toma de decisiones, en los cuales el docente elige los contenidos pertinentes y necesarios para alcanzar el aprendizaje significativo del estudiante. Así mismo, para Camizán et al. (2021) lo define como actividades en relación con el modelo educativo, que facilitan la adquisición, almacenamiento y uso de los conocimientos, por lo tanto, estas estrategias favorecen al desarrollo cognitivo de los alumnos. En este sentido, buscar una estrategia de aprendizaje idónea es fundamental para garantizar la formación del estudiante, y que estos aprendizajes adquiridos le puedan ayudar en su vida futura.

1.7.2 Estrategia de aprendizaje Heurístico y Metacognitivo

Según lo mencionado por Carruitero y Oseada (2020) quienes sostienen que las estrategias heurísticas establecen indicaciones claras que conlleven al estudiante a revelar de forma espontánea la solución, a la vez que proporciona los medios y recursos necesarios para encontrar el camino a la meta. Por ende, no es suficiente conocer los procedimientos a seguir para lograr el objetivo, también se necesita seguir un proceso de deducción lógica, para abrir nuevas perspectivas de cognición o racionalidad de los estudiantes.

Schooenfeld (1895) citado por Carruitero y Oseada (2020) indica que las estrategias heurísticas dan sugerencias generales para ayudar en la comprensión y familiarización del problema, asimismo permite detallar los procedimientos involucrados en la búsqueda de información y en el desarrollo de un pensamiento matemático eficaz, dejando de lado el aprendizaje convencional.

Según lo mencionado por Adrianzem (2019) las estrategias metacognitivas, permite que la persona regule sus propios procesos para el aprendizaje y controle las condiciones del medio que lo rodea. Estos recursos están presentes en diversas etapas del procesamiento de información, lo cual ayuda a la toma de decisiones de forma coherente, y significa. De la misma manera Rios (1990) citado por Adrianzem (2019) recalca que la persona tiene las condiciones, habilidades y destrezas para controlar el conocimiento que posee y los procesos internos dinámicos y estructurales. Lo cual capacita al estudiante para solucionar situaciones problemáticas que atraviesa a lo largo de su vida, habilitando el control de sus procesos mentales como generar información de forma oportuna, pertinente, constante y funcional.

1.8 V de Gowin

La UVE o V heurística, fue creada por Bob Gowin en 1977, el Diagrama de V puede construir un aprendizaje significativo en los estudiantes, porque contribuye a la asimilación de conceptos a partir de la experimentación.

Los estudiantes al trabajar en el diagrama desarrollan competencias mediante la práctica reflexiva y el análisis de la información (Bermeo et al., 2016). En este sentido, la V de Gowin ayuda a mejorar la relación con la teoría, pero el objetivo es que los problemas se desarrollen dentro del contexto de la sociedad, sustentando las respuestas en teorías, conceptos y experiencias (González, 2018). Es por ello que es necesario el trabajo a partir de las necesidades del estudiante, donde se pueda encadenar los conocimientos previos pertinentes para la resolución al problema y adquirir nuevos. La cooperación es fundamental, ya que permiten la organización reflexiva y la toma de decisiones. Cabe destacar que, los elementos para el diagrama de UVE propuestos por Gowin establecen, en la base de la V los acontecimientos de interés sobre el cual se formulan las preguntas clave. El lado derecho se relaciona con la parte metodológica, mientras que el lado izquierdo está asociado a lo conceptual (Morantes et al., 2013). El diagrama puede contener información tanto simple como abstracta, pero cuyo objetivo es mejorar la comprensión y evaluar la construcción de los contenidos.

1.8.1 V de Gowin en la Matemática

El Diagrama de UVE original, ha sido acoplado en diferentes áreas de conocimiento. Debido a que, contribuye significativamente en la construcción del conocimiento, destacando su potencialidad para la resolución de problemas en física u otras ciencias. Es un instrumento que puede ser aplicado como estrategia de aprendizaje, enseñanza, evaluación, entre otros (Herrera, 2016). Por lo tanto, la V de Gowin, facilita la comprensión de los conceptos, y la organización de la información.

Morales en 1998, realizó una investigación acerca del efecto de una didáctica centrada en la resolución de problemas utilizando la V de Gowin y mapas conceptuales en el razonamiento matemático de los alumnos de 9o. grado de educación básica realizada en Venezuela. Los resultados obtenidos del grupo experimental de estudiantes al cual se le impartió una enseñanza de la matemática basada en la V de Gowin y mapas conceptuales, manifestaron un aumento importante en su rendimiento escolar, comparada con el grupo de control que tuvo clases de forma tradicional. Así pues, el diagrama de Uve permite comprender, organizar, buscar diferentes estrategias y resolver un problema matemático, además de interrelacionar conceptos previos y nuevos (Morales, 1998, como se citó en Alcántara, R. y Alcántara, J., 2016).

Bermeo et al. (2016) plantea una estrategia en la resolución de problemas contextualizados del cálculo diferencial utilizando la V de Gowin, donde los estudiantes deben buscar información, organizarla e interpretarla. En tal sentido, la UVE heurística socioformativa,

aporta en la organización, depuración, selección y recuperación de forma coordinada los contenidos necesarios para obtener un resultado. El impacto de esta estrategia en el aprendizaje de los estudiantes es favorable en el reconocimiento de conocimientos previos precisos para la solución reflexiva y crítica del problema, no obstante, es poco frecuente su uso en el área de matemáticas.

El estudiante al emplear la V de Gowin en la solución de un problema matemático, no solo opera los datos explícitos del enunciado, también debe analiza la situación, así como, profundiza en los datos presentes y las variables que intervienen en el planteamiento del problema (Muñoz y Obando, 2009). Por ello, es necesario que el alumno pueda desarrollar la competencia de análisis del diagrama de Uve, pues va aprender bajo su propio control.

1.8.2 Beneficios al trabajar con la V de Gowin en las Matemáticas

Utilizar la V de Gowin para aprender Matemáticas tiene muchos beneficios, ya que es una herramienta que permite organizar las ideas, entrelazar los conceptos con la parte práctica, entre otros. Según Herrera (2016) menciona que la UVE permite cambiar la dinámica de interacción entre alumno y docente, puesto que el profesor deja de ser el protagonista y son los estudiantes quienes se apropian de sus saberes, logrando generar una clase diferente a la tradicional.

En el estudio realizado Morales (2011) acerca de *“La V de Gowin como estrategia para favorecer la construcción del conocimiento matemático en estudiantes de ingeniería”*, exploró la eficacia de la Uve de Gowin en el aprendizaje de las Matemáticas. Una vez finalizada la investigación, Morales (2011) menciona que:

- La herramienta ayudó a los estudiantes a centrarse en el problema a resolver.
- La UVE consiguió motivar a los estudiantes y que estos sean participativos.
- Permitió a los alumnos construir su conocimiento de una forma más organizada y favorecer procesos metacognitivos.
- El utilizar el diagrama de V de Gowin conlleva una exigencia mayor por el grado de exactitud de esta estrategia.

Siguiendo el mismo hilo de investigación Torregrosa et al. (2021) señalan que la apropiación por parte de los estudiantes de las fases de resolución de problemas matemáticos y los procesos metacognitivos generan una mejora en el proceso enseñanza aprendizaje (PEA). Finalmente, Herrera et al, (2018) señala que la v de Gowin, además de ser una estrategia que facilita el aprendizaje o enseñanza, se la puede utilizar como instrumento de evaluación que aporte de manera sustancial en la consolidación de saberes.

Ling et al. (2019) también en su investigación denominada “*Application of Vee Diagram as a Problem-Solving Strategy in Developing Students Conceptual and Procedural Knowledge*” utilizaron el diagrama de V de Gowin en una escuela secundaria ubicada en Johor Bahru, donde se separó a un curso de Form1 en dos grupos de veinticuatro participantes, al primer grupo se le implementó el diagrama en UVE y al segundo se lo siguió trabajando con el mismo método de enseñanza previo, el tema que se trabajó en ambos grupos fue la enseñanza de ángulos. Después de algunas sesiones de clases se procedió a realizar una prueba a ambos grupos, la cual constaba de una parte conceptual y procedimental. A través de la tabulación de dichas pruebas, la comparación de medias y de desviación estándar, se constató que el grupo que empleó la V de Gowin para llevar a cabo sus clases obtuvo una mejora significativa en el conocimiento conceptual y procedimental, por encima del grupo que trabajó con una metodología tradicional. Una vez finalizada la investigación, Ling et al. (2019) indica que:

- Utilizando la V de Gowin como una estrategia para la resolución de problemas, esta permite consolidar los saberes de los alumnos.
- La herramienta ayudó a los estudiantes a comprender los principios y conceptos relevantes de la resolución de problemas.
- El conocimiento procedimental y conceptual están completamente ligados durante el proceso de aprendizaje y en la resolución de problemas matemáticos.

1.8.3 Tipos de V Gowin

Para la creación de la guía didáctica que se utilizará en este trabajo, se consideran los cambios realizados en la estructura original de la V de Gowin con el paso del tiempo. A continuación, se presenta la UVE de Gowin original y posterior a ello, se presentan las modificaciones realizadas a esta herramienta y diversos estudios que avalan que la V de Gowin genera una mejora significativa en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Figura 1

UVE de Gowin original. Novak y Gowin (1988).

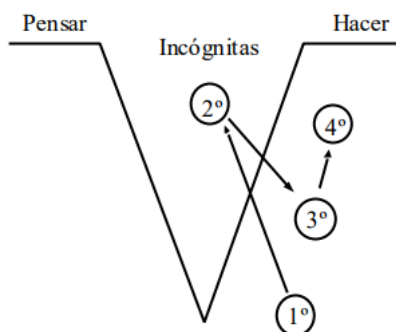


Novak y Gowin (1988) indican que la UVE está constituida por una parte conceptual donde se ven inmersos aspectos como: principios, estructuras conceptuales, teorías, entre otros. Dicha parte debe tener una interacción recíproca activa con la segunda parte que es la metodología, en donde se presentan juicios de valor, resultados, transformaciones, hechos, etc. Así como se observa en la (figura 1).

Sin embargo, Escudero y Moreira (1999) mencionan que hay que tener cuidado a la hora de trabajar con la Uve de Gowin es desde un enfoque tradicional (figura 2), ya que, está se centra en la parte procedimental de la UVE, desvinculando así la teoría (definiciones, conceptos) con la práctica (hacer). No obstante, hay que considerar que ese desfase entre las dos partes de la V de Gowin solo genera vacíos en los discentes.

Figura 2

V de Gowin desde un enfoque tradicional. Fuente: Escudero y Moreira (1999)



A su vez, María, Urbina y Sucre (2011) (figura 3) adaptó la V de Gowin para resolver problemas matemáticos en ingeniería, sin descuidar la parte teórica con la práctica, al utilizarla, consiguieron que los alumnos:

- Presten atención a las instrucciones a seguir.
- Comprendieran el problema y sus aspectos más relevantes
- Se motiven, mejoren la comprensión del tema y que su comportamiento a la hora de trabajar sea positivo.
- Establezcan una relación estrecha con los procesos metacognitivos

Figura 3

UVE propuesta por María, Urbina y Sucre. Fuente: María, Urbina y Sucre (2011)

¿Cuál será el rectángulo de área máxima?

<p>Conceptos:</p> <ul style="list-style-type: none"> •Rectángulo •Perímetro •Área •Sist. De ecuaciones lineales con dos incógnitas. <p>Relaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> •Axiomas de cuerpo •Reglas de derivación •Criterio de 1era derivada para extremos relativos. 	<p>Transformaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> •Tenemos nuestro sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 2x+2y=P & (I) \\ x=y & (II) \end{cases}$ •Despejando Y de (I) nos queda: $y = -x + \frac{P}{2} \quad (III)$ •Sustituyendo (III) en (II) nos queda nuestra ecuación a optimizar: $A = -x^2 + \frac{P}{2}x \quad (IV)$ •Luego para hallar el área máx. hacemos $A'(x)=0$ •Esto es: $-2x + \frac{P}{2} = 0$ •Despejando a X nos queda: $X = \frac{P}{4} \quad (V)$ •Posteriormente hallamos nuestra variable faltante sustituyendo (V) en (I), nos queda: $Y = \frac{P}{4} \quad (VI)$ •Por último sustituyendo X e Y en (II) tenemos que: $A = \frac{P^2}{16}$ <p>Respuesta es un cuadrado de lados $x = y = \frac{P}{4}$ y su área es: $A = \frac{P^2}{16}$</p>	<p>Eventos y/o acontecimientos</p> <p>X e Y son los lados del rectángulo</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> </div> <p>$2x+2y = P$ (I), siendo P el perímetro</p> <p>$A = x \cdot y$ (II), siendo A el área del rectángulo</p>
---	--	---

De igual manera, Gil et al. (2013) (figura 4) modeliza una propuesta de enseñanza enfocada en la resolución de problemas en los temas de dinámica, mediante el uso de V de Gowin. Los resultados que obtuvo en su investigación fueron alentadores debido a que se logró de cierta manera un aprendizaje significativo e incrementó las capacidades cognitivas de los estudiantes para resolver problemas de la Física.

Figura 4

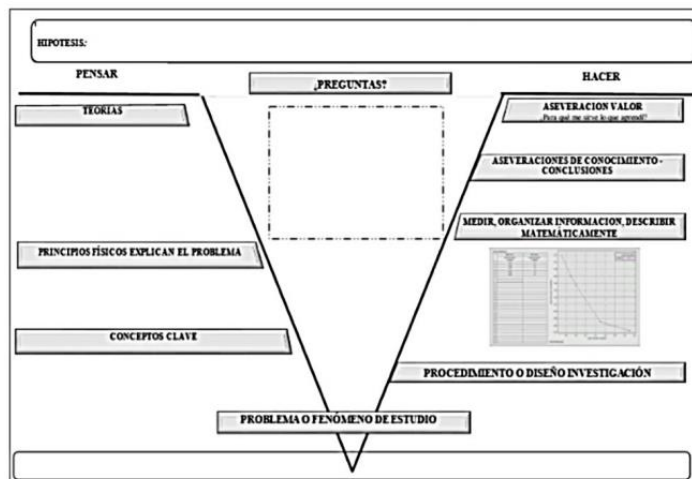
V de Gowin para resolver problemas de Dinámica. Gil et al. (2013)

Nombre:		Dpto. de CCNN
Enunciado:		
Análisis inicial:	Dibujos y gráficos:	Registros – datos:
Teorías, Principios o Leyes:		Transformaciones:
Conceptos:	Preguntas clave:	Resultados y afirmaciones de valor:

Asimismo, Herrera y Sánchez (2019) (figura 5) adaptaron y aplicaron la V de Gowin a los estudiantes de Ingeniería civil de la Universidad de Bio, al emplear esta herramienta en el laboratorio de Física, lograron que los discentes cambiarán su perspectiva sobre el trabajo en el laboratorio, formando personas de pensamiento crítico, responsables y productivos a la hora de trabajar colaborativamente.

Figura 5

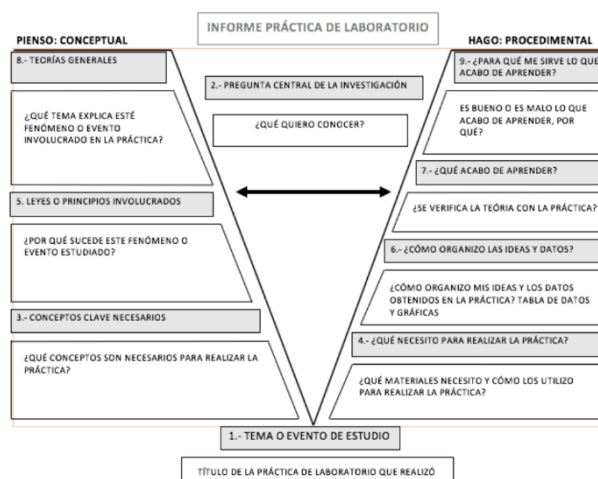
V de Gowin Modelizada por Herrera y Sánchez. Fuente Herrera y Sánchez (2019)



De la misma forma, Guachún (2022) (figura 6) mantiene dividida en dos partes (conceptual y procedimental) a la UVE. Sin embargo, la estructura de este diagrama consta de nueve etapas, las cuales no requieren de un orden a seguir, dando la libertad al alumno de escoger por donde quiera iniciar, pero sin olvidarse que hay que responder al núcleo problémico. Los resultados de las investigaciones de Guachún (2022) son alentadores ya que el grupo de estudio mejoró su propio promedio luego de trabajar con la V de Gowin, logrando así afianzar conocimientos y la oportunidad de mejorar la calidad educativa de nuestro país.

Figura 6

UVE de Gowin para prácticas de laboratorio de Física. Fuente: Guachún (2022)



En conclusión, la V de Gowin es una herramienta adaptable a cualquier asignatura, en el caso particular de la Matemática y la Física los autores modifican a la UVE para generar un entrelazamiento entre la parte teórica y práctica, evitando un desfase entre estos mismos, así como lo mencionan Escudero y Moreira (1999). Asimismo, la adaptación del diagrama de V de Gowin depende del contexto, la asignatura y de las necesidades educativas que deseen solventar durante el proceso.

1.9 Guía Didáctica

La guía didáctica es aquello que requiere una organización, cuya finalidad es orientar y/o facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje para llegar a una determinada meta. Es un recurso didáctico de utilidad para el docente, en su labor de planificar, organizar, encaminar y favorecer el acto educativo, así mismo ayuda al estudiante acentuar los contenidos vistos en clase (Pino y Urías, 2020). En este sentido, utilizar la guía didáctica como una herramienta permite que la enseñanza y aprendizaje adquieran un mayor significado y funcionalidad, debido a que brinda los elementos necesarios para construir una educación dinámica.

Para Heras y Mena (2022) la guía didáctica es un instrumento atractivo para impartir la clase, ya que presenta los contenidos de la asignatura de manera planificada y organizada. El recurso debe ser preciso y dar la suficiente información técnica, incluso para que el estudiante pueda desarrollarlo de forma autónoma, logrando así la interacción de los sujetos que intervienen en el acto educativo. Por consiguiente, la guía es importante para optimizar el trabajo del docente como facilitador y al estudiante como participante, debido a que orienta y contribuye al estudio independiente a lo largo del proceso.

Por lo tanto, una guía didáctica debe encaminarse en buscar el interés del estudiante por la asignatura, facilitando la comprensión de los contenidos, a fin de desarrollar su capacidad cognitiva, donde presente las actividades que contribuyan al refuerzo del aprendizaje. Además, las guías son de carácter flexible, se pueden trabajar tanto dentro de clases como en casa, se da un tiempo aproximado para los temas, se agregan apartados según lo requiera el autor o atendiendo a las necesidades de los estudiantes, lo cual ayuda que el aprendizaje sea dinámico y creativo.

Tomando en cuenta lo mencionado anteriormente, la educación requiere de herramientas que permitan lograr una educación de calidad, por ello, se pretende elaborar una guía didáctica enfocado al aprendizaje del Cálculo Diferencial mediante la resolución de problemas con ayuda de la V de Gowin, en base a las destrezas con criterio de desempeño planteadas por el currículo ecuatoriano.

1.9.1 Estructura de la Guía Didáctica

Una guía didáctica no tiene una estructura fija, puede ser adaptable según lo requiera el autor, por lo que, existen diversas estructuras. Tomando en consideración lo mencionado, Arteaga y Figueroa (2004) presentan una estructura muy detallada, dando en cada apartado un consejo para su elaboración, como se muestra en la tabla 1. De igual forma, Pino y Urías,

(2020) mencionan los aspectos generales de una guía didáctica, tal como se ven en la tabla 2, que pueden ser modificados según el contenido.

Tabla 1

Estructura de la guía didáctica de Arteaga y Figueroa (2004)

LA GUÍA DIDÁCTICA DEBE CONTENER:

1. Presentación de la asignatura

En este apartado, se debe dar a conocer información más relevante de la asignatura, es decir, es una visión general de los contenidos. Entre los aspectos principales a tratar están:

- Situar al tema dentro del plan de estudio de la institución educativa
- Determinar el propósito o finalidad de la guía para la construcción de un aprendizaje significativo
- Presentar los contenidos por tema, determinando un tiempo aproximado.
- Referenciar bibliografía básica sobre los temas a tratar.
- Señalar los materiales que se implementarán para la construcción de la guía como: videos, crucigramas, sopa de letras, ejercicios, entre otros.

2. Breve caracterización del colectivo de autores.**3. Objetivos**

Los objetivos son las metas que se espera que el estudiante alcance. Es necesario mencionar que los objetivos planteados deben ser medibles.

- Objetivos generales: expresan los resultados que el estudiante debe alcanzar durante el desarrollo de los contenidos de la guía.
- Objetivos específicos: expresan de forma concreta los conocimientos, habilidades, destrezas que se obtendrán en cada clase.

4. Materiales necesarios

Se debe mencionar los materiales que se utilizaron para el desarrollo de la guía como: organizadores gráficos, talleres, ejercicios, videos, simuladores, software, entre otros.

5. Evaluación

La evaluación es importante, debido a que, los objetivos y destrezas serán objetos de control.

- Existen diferentes tipos de evaluaciones: heteroevaluación (siendo el docente el evaluador), coevaluación (evaluación mutua) y autoevaluación (el estudiante es el agente evaluador).

6. Orientaciones para el estudio

Es un aspecto importante de la guía didáctica, su función es acompañar y orientar al estudiante en su preparación autónoma o al docente para el proceso de enseñanza. Proporciona una visión general de los contenidos, donde se establece cómo se organizan los momentos y las actividades presentes en cada clase o tema de estudio.

7. **Actividades**

Se debe presentar las actividades de forma ordenada y en cada momento del proceso de aprendizaje con las indicaciones necesarias para realizarlas. El material utilizado en la guía tiene que fomentar la motivación de los discentes.

8. **Bibliografía**

Se debe colocar los enlaces de acceso a todos los recursos utilizados como: videos, simuladores, etc., se debe indicar el sitio web o links de acceso.

9. **Glosario**

Proporciona definiciones precisas de conceptos claves para el estudio. Estas definiciones deben ser breves.

Tabla 2

Estructura de una guía didáctica mencionada por Pino y Urías (2020)

ESTRUCTURA DE LA GUÍA DIDÁCTICA

1. Título del Tema

El título da información al lector acerca del contenido de la guía.

2. Breve introducción.

En este aspecto se debe mencionar los temas correspondientes a tratar, es decir, la forma en la que está organizada la guía.

3. Descripción del contenido.

Aquí se debe mencionar en concreto los contenidos abordados.

4. Objetivos o resultados de aprendizaje

Son las metas de aprendizaje que se esperan lograr, se divide en objetivos generales y específicos para cada clase.

5. Tareas docentes a ejecutar específicas por objetivo.

En este apartado se mencionan las estrategias de aprendizaje que debe contener la guía, específicamente las tareas propuestas que debe realizar el estudiante de forma autónoma.

6. Evaluación

La importancia de evaluar el proceso educativo es corroborar si se cumplen los resultados esperados, por medio de la coevaluación y autoevaluación.

7. Bibliografía

Su función es proporcionar al estudiante fuentes de libre acceso.

8. Anexos

Los anexos buscan complementar a la guía didáctica mediante la implementación de actividades preseleccionadas acorde a las necesidades de los alumnos.

En consecuencia, se ha adaptado la estructura de Arteaga y Figueroa (2004) así como la de Pino y Urías (2020), para la creación de la guía didáctica del presente trabajo de titulación, considerando los apartados: Título del tema, Presentación, Introducción, Objetivos, Actividades, Evaluación (autoevaluación) y Bibliografía.

1.10 Momentos de una clase

En la planificación de una clase, hay que considerar el ciclo de aprendizaje que sigue una secuencia coherente, donde cada actividad contribuye en lograr una meta deseada. Rezabala (2015) manifiesta la importancia de tener definido las tres fases como se muestra en la tabla 3, para el desarrollo de las clases de forma organizada, cuyo objetivo es desarrollar en los estudiantes un pensamiento crítico.

Tabla 3

Las tres fases para planificar una clase: anticipación, construcción y consolidación.

CICLO DE APRENDIZAJE:

1. Anticipación

- La anticipación hace referencia a la activación de los conocimientos previos al inicio de cada clase con el fin que estos faciliten los siguientes momentos.
- Las actividades en este apartado deben dar una pequeña introducción de los contenidos y objetivos para despertar el interés y la importancia del nuevo tema.

2. Construcción del conocimiento

- La construcción permite evidenciar lo que se está aprendiendo.
- En este momento, los estudiantes deben relacionar sus experiencias previas para construir nuevas, es la oportunidad para reflexionar, revisar y dar significado a la información construida hasta el momento,

3. Consolidación

-
- La última etapa tiene como finalidad encontrar la aplicación de lo aprendido a través de la reflexión y la relación en la vida real.
 - Es fundamental que las actividades no deben ser repetitivas, como resolver 100 ejercicios, sino que deben permitir al estudiante afianzar lo aprendido y la comprobación.
-

Métodos y análisis de resultados

2.1 Metodología

En el presente trabajo se utiliza un enfoque cuantitativo, la técnica empleada es la encuesta, con su respectivo instrumento un cuestionario de 7 preguntas de opción múltiple, cuya finalidad es conocer las dificultades en los contenidos y en la resolución de problemas del cálculo diferencial por parte de los estudiantes de segundo de bachillerato, además analizar aspectos sobre el aprendizaje mediante guías didácticas, y actividades con las que pueden trabajar los estudiantes para con base a ello elaborar la propuesta didáctica.

2.2 Encuesta

2.2.1 Población

La investigación de campo fue dirigida a los estudiantes de segundo de bachillerato del colegio de Bachillerato Ricaurte ubicado en la ciudad de Cuenca – Ecuador, además, cabe mencionar que fueron seleccionados porque en dicho colegio hay diferentes subespecialidades como: Mecánica, Informática, Electricidad y BGU, lo cual permite que la muestra sea diversa y representativa.

Se aplicó la encuesta a 155 estudiantes, siendo ellos el total de la población. La información obtenida fue analizada mediante tablas y gráficos estadísticos.

2.2.2 Estructura de la encuesta

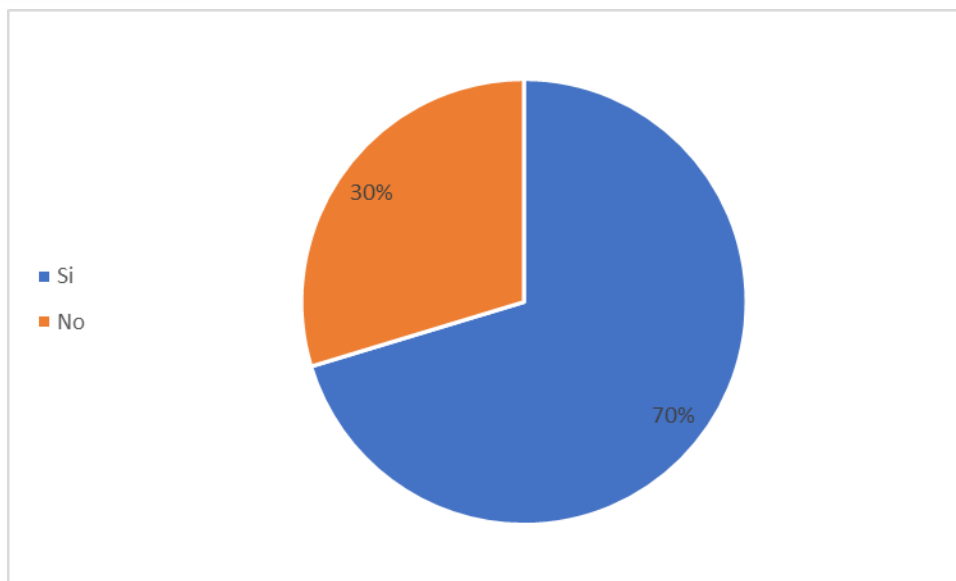
La encuesta consta de tres momentos: la primera parte contiene preguntas sobre las dificultades de los estudiantes al aprender la asignatura de Matemáticas específicamente los temas relacionados con el Cálculo Diferencial. La segunda parte pretende conocer si los estudiantes pueden diferenciar entre un ejercicio y un problema matemático y en qué algoritmo de resolución tienen mayor dificultad. La última parte pretende conocer lo relacionado al conocimiento de la V de Gowin, las herramientas principales que debe tener una guía didáctica y su uso dentro del aula de clases.

2.2.3. Análisis de la encuesta

1.- Señale una sola respuesta con “X”. ¿A usted se le dificulta aprender la asignatura de Matemáticas?

Figura 7

Presenta dificultad a la hora de aprender Matemáticas



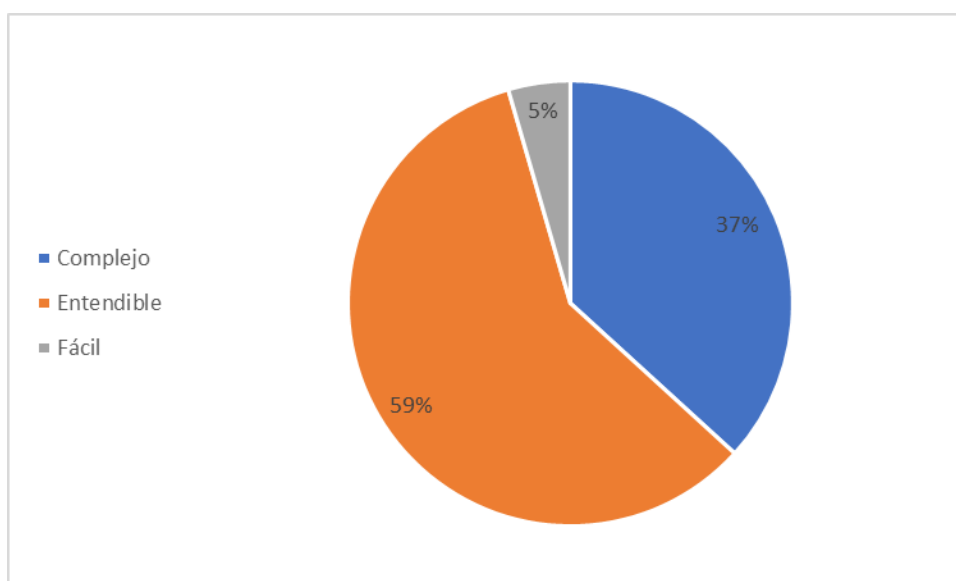
Fuente: propia.

En los resultados, se evidencia que la mayoría de los estudiantes presentan dificultad en aprender la asignatura de matemáticas, esto demuestra la necesidad de contar con estrategias y recursos didácticos que ayuden a facilitar este proceso de aprendizaje.

2.- Señale una sola respuesta con “X”. Para usted los temas abordados del Cálculo Diferencial de la asignatura de Matemática, le resultaron:

Figura 8

Comprensión de los temas abordados en el Cálculo diferencial



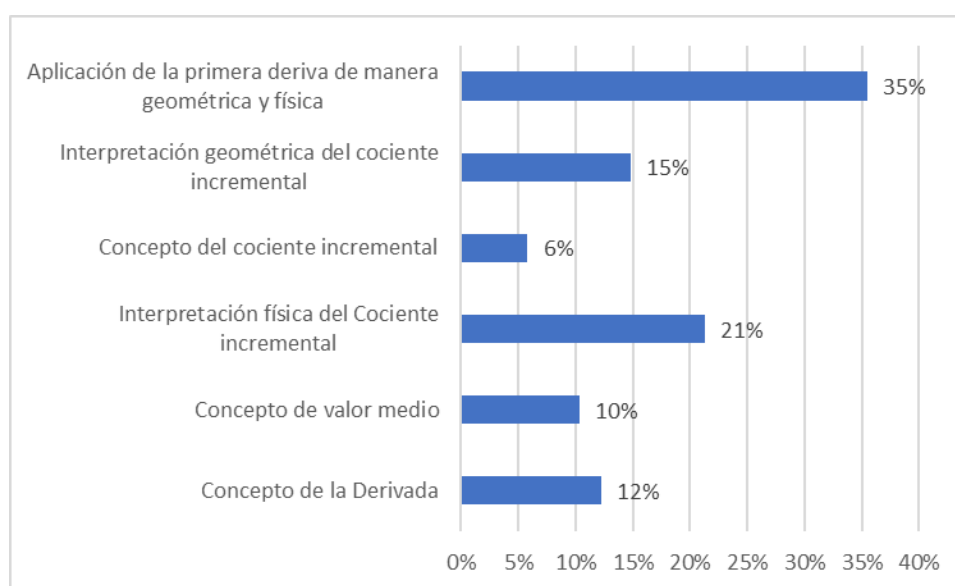
Fuente: propia.

En la figura anterior con respecto a la comprensión del Cálculo Diferencial, solo una minoría de estudiantes mencionan que los temas son fáciles, evidenciando así que existen falencias en el proceso de enseñanza aprendizaje, debido a esto, nuestro trabajo de titulación tendría pertinencia porque busca que los discentes afiancen y profundicen sus saberes mediante el uso de la V de Gowin.

3.- Señale una sola respuesta con “X”. ¿En qué contenidos sobre Cálculo Diferencial tuvo dificultades?

Figura 9

Temas del Cálculo Diferencial con mayor grado de dificultad



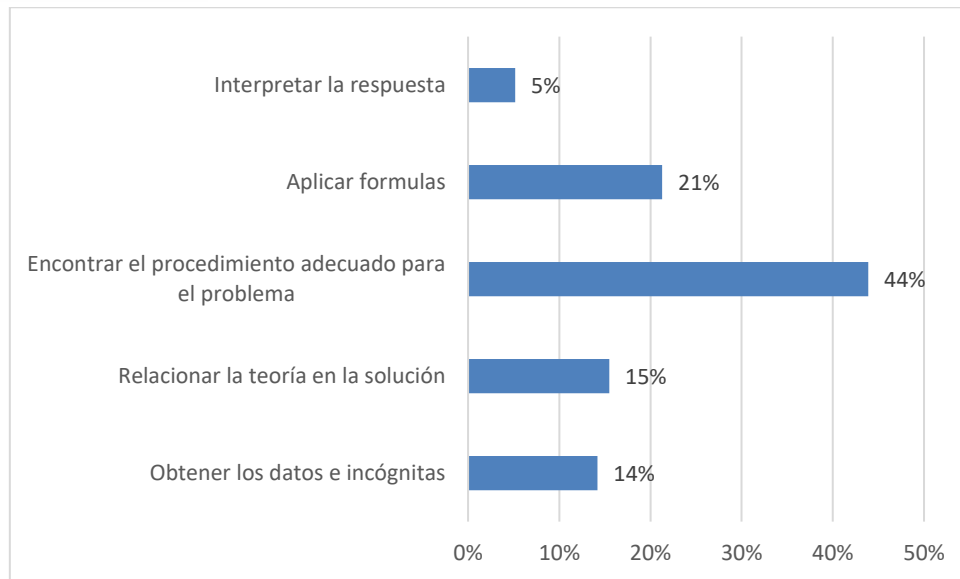
Fuente: propia.

Los resultados demuestran que los estudiantes tienen mayor dificultad en ciertos temas específicos del Cálculo Diferencial, cabe destacar, que los alumnos no presentan mayores falencias para comprender temas de índole conceptual o teórico, sin embargo, donde sí tienen un grado alto de dificultad son en los temas que tienen que ver con las aplicaciones a problemas.

4.- Señale una sola respuesta con “X”. ¿Cuándo se le presenta un problema del Cálculo Diferencial, en cuál de los siguientes pasos tiene mayor dificultad?

Figura 10

Procedimiento que al estudiante se le dificulta a la hora de resolver un problema



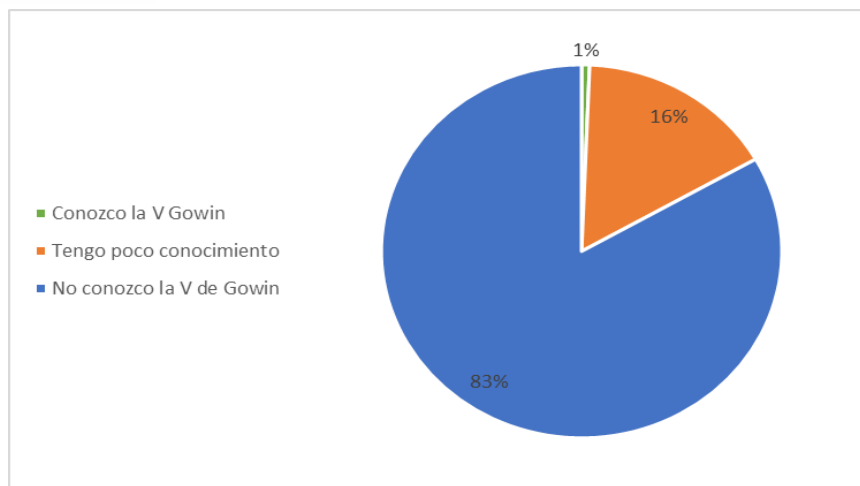
Fuente: propia.

Según los resultados de la figura 10, casi la mitad de los encuestados presenta falencias para encontrar el procedimiento adecuado para resolver el problema, seguido de la dificultad en la aplicación de fórmulas y a su vez hay grupo considerable que no puede relacionar la teoría con la práctica. Lo cual, es un indicador positivo porque nuestro trabajo de titulación considera a la UVE como eje central, dado que, esta herramienta permite organizar las ideas, relacionar la parte práctica con la teórica y a su vez esta me indica que pasos debo seguir para la resolución de un problema. No obstante, hay que recalcar que todos los pasos o algoritmos de la figura 10 son importantes, ya que están ligados entre sí; si el estudiante llega a errar en uno de estos pasos, no obtendrá el resultado esperado.

5.- Señale una sola respuesta con "X". ¿Conoce o ha escuchado sobre la V de Gowin?

Figura 11

Familiarización con la V de Gowin



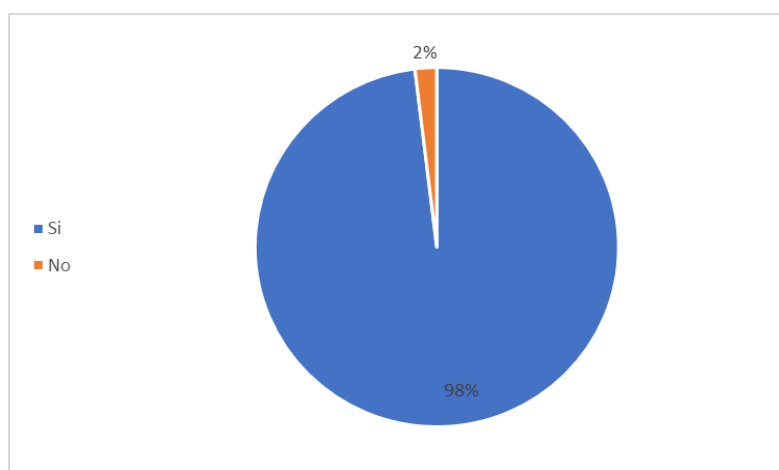
Fuente: propia.

Con respecto a los resultados obtenidos, más de tres cuartos de la población estudiada desconoce el concepto de la V de Gowin. Por lo que, el diagrama de UVE es una estrategia nueva e innovadora, que tiene como finalidad consolidar el aprendizaje de los estudiantes en temas del Cálculo Diferencial y sería importante considerarla para el desarrollo del trabajo de titulación, ya que esta herramienta me permite organizar ideas.

6.- Señale una sola respuesta con "X". ¿Cree usted que mejoraría su aprendizaje, en el tema de Cálculo Diferencial, con la creación de una guía didáctica?

Figura 12

Utilización de guía didáctica



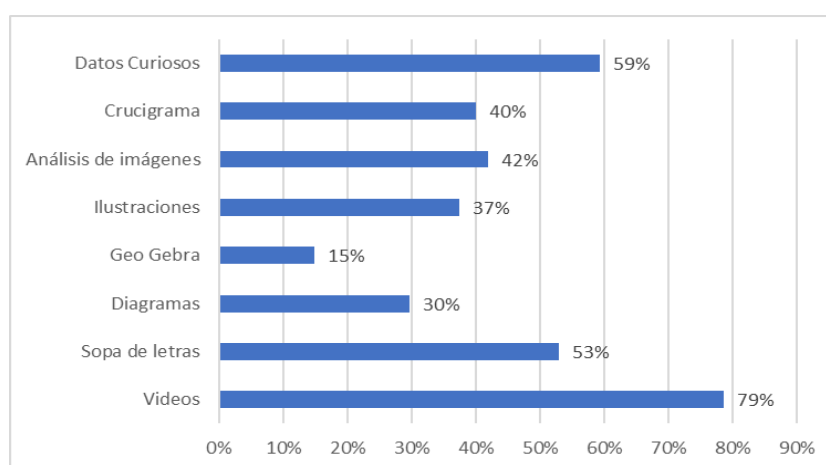
Fuente: propia.

Analizando la figura 12 se obtiene que la mayoría de los estudiantes encuestados están de acuerdo con la creación de una guía didáctica que implemente nuevas formas de aprendizaje, esta herramienta educativa debe ser crítica, reflexiva e innovadora, para una posible mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

7.- Señale una sola respuesta con “X”. Si se creara una guía didáctica de aprendizaje para temas del Cálculo Diferencial, ¿Qué actividades le gustaría que tuviera?

Figura 13

Herramientas a utilizar en creación de una Guía Didáctica de resolución de problemas del Cálculo Diferencial



Fuente: propia.

Los estudiantes del Colegio de Bachillerato Ricaurte sugieren que una guía didáctica de aprendizaje debe priorizar el contenido de videos, seguido de datos curiosos y sopa de letras. También los alumnos tienen la percepción que es factible el uso de análisis de imágenes e ilustraciones.

2.2.4. Análisis de los resultados de la encuesta

Analizando los resultados obtenidos, se concluye que los estudiantes presentan dificultad a la hora de aprender los contenidos matemáticos. De igual forma, los docentes manifiestan que entienden superficialmente los temas del Cálculo Diferencial. No obstante, se debe llegar a comprensión total o sólida de estos contenidos, para que, al presentarse una situación problemática, puedan dar una solución crítica y acertada a ella.

Es fundamental abordar los conceptos del Cálculo Diferencial, conjuntamente con la resolución de problemas de aplicación donde pongan a prueba sus conocimientos,

fomentando la importancia del contenido en la vida diaria, y desarrollar más su capacidad crítica y cognitiva. Sin embargo, para los estudiantes les resulta más complejo esta clase de problemas o ejercicios contextualizados, debido a que, la información necesaria para encontrar el camino a la respuesta está implícita; así mismo, al no tener una consigna específica, el estudiante debe buscar el concepto y plantear su propio procedimiento hacia la solución.

Finalmente, los estudiantes muestran la aceptación de una guía didáctica en el aprendizaje de temas del Cálculo Diferencial, donde los contenidos se consolidarán con problemas de aplicación y su respectiva resolución mediante la V de Gowin, que permite la relación entre teoría con la práctica, así como, contribuye a la organización de la metodología para resolver un problema. La guía se considera un complemento a lo abordado en clase, cuyo objetivo es reforzar y facilitar la comprensión del tema, mediante actividades sugeridas por los estudiantes, que dan preferencia a videos, datos curiosos, sopas de letras, análisis de imágenes y crucigramas, además se enfatizará en aplicar los contenidos en la resolución de problemas o ejercicios contextualizados.

Desarrollo de la guía didáctica

La propuesta incluye una guía didáctica para resolver problemas del Cálculo diferencial mediante la V de Gowin, donde se encuentran los siguientes temas: Valor medio Cociente incremental y derivada y sus interpretaciones física y geométrica. Dirigida a estudiantes de primero de bachillerato y a personas interesadas en el tema.

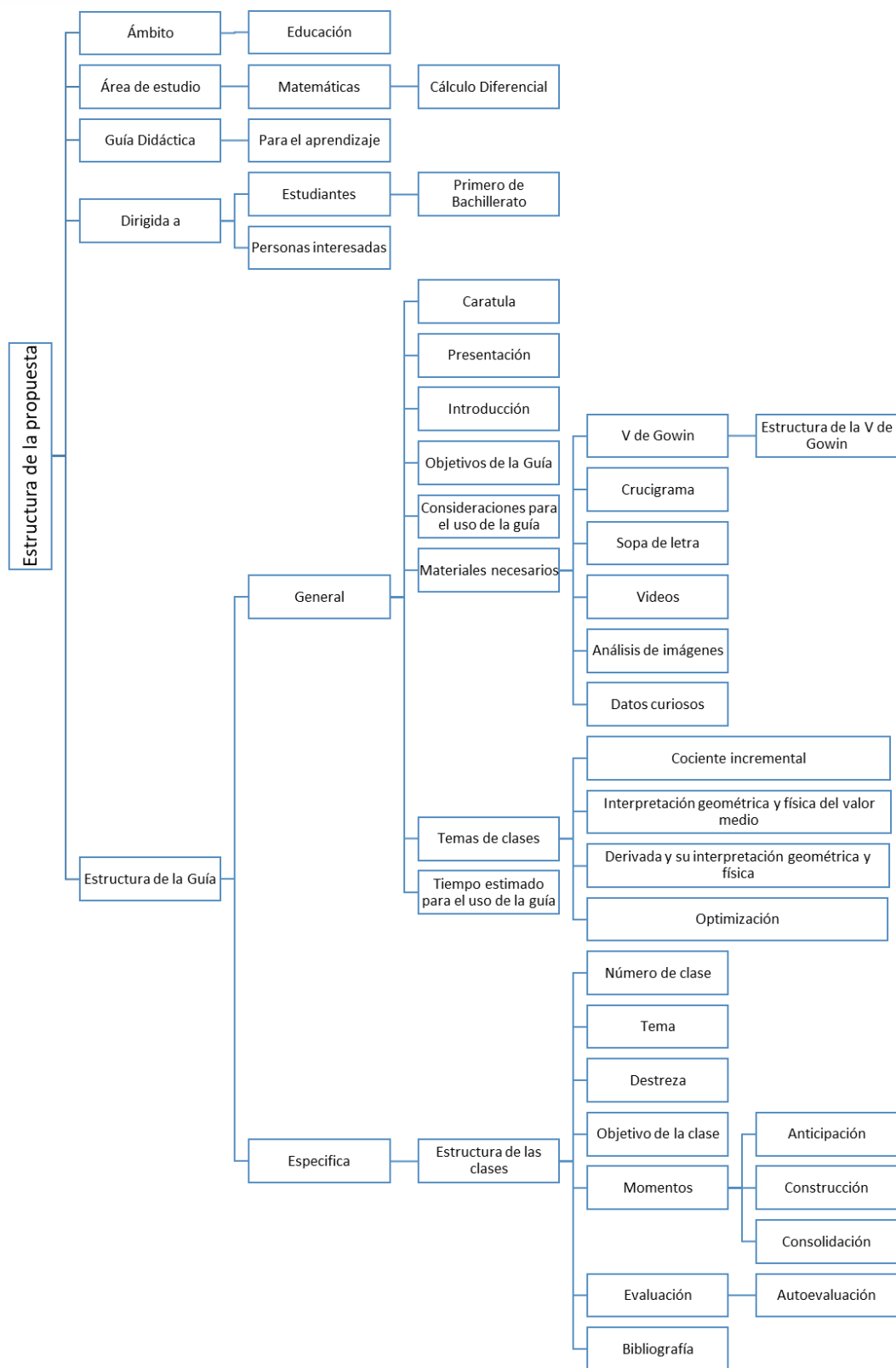
Uno de los objetivos de este trabajo de titulación, es el poder construir, contribuir e innovar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas mediante una guía didáctica que buscará relacionar la parte teórica y práctica, puesto que esta asignatura muchas veces ocasiona que a los estudiantes no les guste las ciencias exactas debido a que la perciben como compleja. Cabe recalcar, que para ello se trabajará con la V de Gowin con un enfoque más analítico y reflexivo.

Es por ello, que la guía didáctica se enfocará en el aprendizaje del estudiante, presentando actividades como sopa de letras, crucigrama, análisis de imágenes, problemas propuestos e ilustraciones, que buscan reforzar los conocimientos del alumno. Además, se proporcionará enlaces a videos de conceptos y problemas resueltos. Finalmente, la guía incluye un proceso de autoevaluación, donde el estudiante será el encargado de evaluar su trabajo.

3.1 Estructura de la propuesta

Figura 14

Estructura de la propuesta



Fuente: propia.

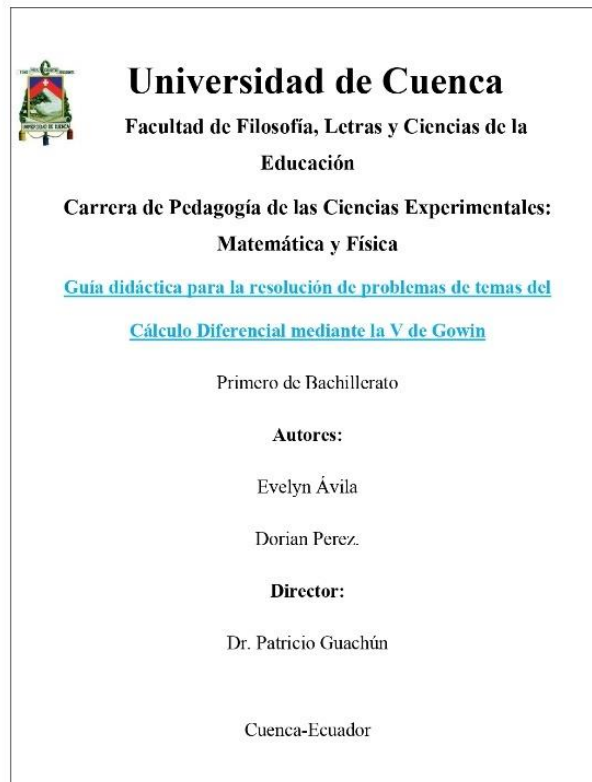
3.2 Estructura general de la Guía Didáctica

3.2.1 Carátula

En esta sección se incluyen los datos generales de la guía didáctica como: Institución, facultad, carrera, tema, autores y director

Ilustración 1

Carátula de la propuesta



3.2.2 Presentación

En esta sección se da una breve presentación acerca del objetivo fundamental de la guía, los recursos que incluye, su finalidad y su adaptabilidad a los diferentes temas a trabajar. Además, se define lo que es una guía de aprendizaje y su finalidad.

Ilustración 2

Presentación de la guía

Presentación

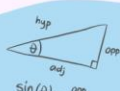

La guía que se presenta, tiene como objetivo fundamental, guiar y apoyar al estudiante durante el aprendizaje de la resolución de problemas del Cálculo Diferencial mediante el uso de la V de Gowin, de igual forma, contiene recursos como: sopa de letras, imágenes, videos, crucigramas, entre otros. Con la finalidad de contribuir al aprendizaje de los estudiantes en el área de Matemática.

La V de Gowin presentada se puede adaptar a los diferentes temas del Cálculo Diferencial, lo cual convierte a esta herramienta en versátil y que pueda ser compatible con cualquier tipo de aprendizaje.

Guía Didáctica para el aprendizaje. ¿Qué son?

Una guía didáctica es una herramienta valiosa de motivación y apoyo, es una pieza clave para el desarrollo de los diferentes temas que se aborden, ya que promueve el aprendizaje autónomo de los alumnos mediante el uso de diversos recursos didácticos.

Una guía didáctica tiene que responder a las necesidades y cumplimiento de una meta específica, guiando y explicando un camino, el que permitirá al estudiante recordar, construir y afianzar sus nuevos saberes.


 $y = mx + b$




3.2.3 Introducción

En esta sección de la Guía Didáctica se introduce el modelo pedagógico, el número de clases y los momentos que va a contener.

Ilustración 3

Introducción de la guía

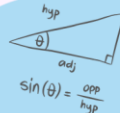

Introducción

Con base a la propuesta pedagógica basada en una educación constructivista que sugiere el Ministerio de Educación se ha desarrollado una guía didáctica para la resolución de problemas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin para estudiantes de primero de bachillerato.

La guía didáctica cuenta con el desarrollo de nueve clases, la primera se refiere al cociente incremental, la segunda y tercera clase tratan de la Tasa de Variación Media e Instantánea, la cuarta y quinta clase tratan sobre la interpretación geométrica y física del cociente incremental, la sexta del concepto de la derivada, la séptima y octava clase tratan acerca de la aplicación de la primera derivada de manera geométrica y Física, la novena clase trata sobre la aplicación del concepto de derivada en problemas de optimización.

La estructura de las clases contiene de tres momentos: anticipación, construcción y consolidación.


 $y = mx + b$


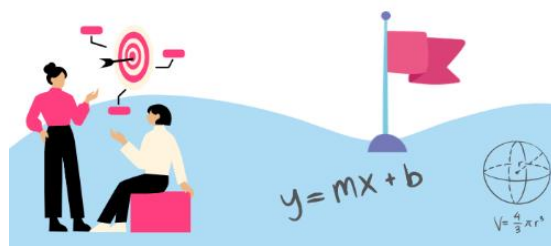
3.2.4 Objetivos generales

Ilustración 4

Objetivos generales de la guía



- Reforzar los conceptos del cociente incremental, tasa de variación media y derivada por medio de actividades y problemas propuestos.
- Resolver problemas del cociente incremental, tasa de variación y la primera derivada mediante la V de Gowin.
- Introducir al estudiante al pensamiento lógico y crítico mediante la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial.



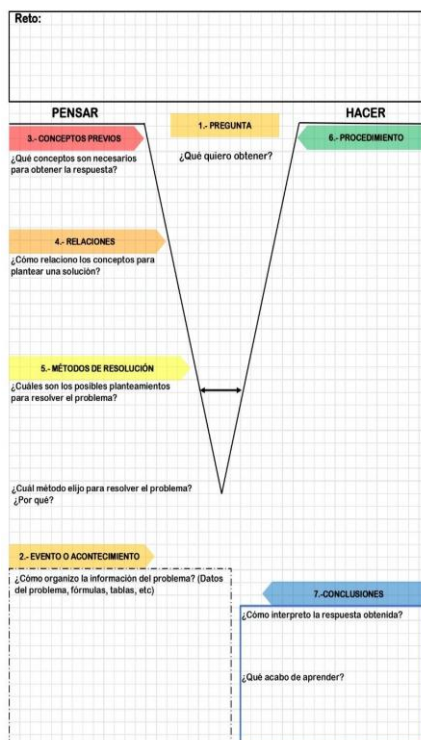
3.2.5 Materiales necesarios

➤ V de Gowin

La UVE propuesta por Gowin, es una técnica heurística, pues ayuda a facilitar la resolución de un problema o el entendimiento de un procedimiento. La estructura original de la UVE consta de tres secciones: la pregunta central, concepto y metodología. Tomando estos elementos como punto de partida, se elaboró un diagrama de UVE para trabajar en el área de matemáticas con problemas de temas del cálculo diferencial. Para ello, se consideró la estructura inicial de la UVE y las sugerencias de los trabajos de María et al. (2011), Gil et al. (2013), Herrera y Sánchez (2019) y Guachún (2022). La guía didáctica está diseñada para abordar temas del cálculo diferencial, de modo que se puedan resolver problemas utilizando este diagrama. En la figura 15 se presenta la UVE de Gowin adaptada.

Ilustración 5

Estructura de la UVE de Gowin para resolver problemas del Cálculo Diferencial.



Nota. Fuente: propia

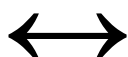
La UVE de Gowin propuesta para la guía didáctica de resolución de problemas del Cálculo Diferencial se estructuró en 8 secciones, donde la sugerencia para su uso es seguir el orden indicado. Para facilitar el desarrollo de la V de Gowin se incluyó preguntas en cada sección como una orientación para el estudiante.

Tabla 4

Especificaciones acerca de la estructura de la V de Gowin para resolver problemas

SECCIÓN	ESPECIFICACIONES
Reto	Se coloca el enunciado del problema.
1. Pregunta	“¿Qué quiero obtener?”, en esta parte se escribe la pregunta central del problema.
2. Evento o acontecimiento	“¿Cómo organizo la información del problema?”, aquí colocamos la información que nos brinda el enunciado, como gráficos, tablas, ecuaciones, funciones, entre otros.
<ul style="list-style-type: none"> Parte izquierda de la UVE: PENSAR 	

-
3. Conceptos previos “¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?”
Se deben definir los conceptos claves necesarios, no es preciso que se coloque la definición a cada concepto.
4. Relaciones “¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?”, hace referencia la conexión entre concepto y planteamiento.
5. Métodos de resolución “¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?”, en esta pregunta se tiene que diseñar diferentes caminos para llegar o no a una respuesta.
“¿Qué método elijo para resolver el problema? ¿Por qué?”, se debe decidir y justificar el camino a tomar, aquí la elección dependerá de la persona de acuerdo a la dificultad, dominio, comprensión, comodidad, entre otros, del método.
- Parte Derecha de la UVE: HACER
6. Procedimiento Hace referencia a la parte procedimental donde se ejecuta las operaciones matemáticas.
7. Conclusiones “¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?”
El estudiante dará explicación lógica–crítica del valor obtenido en respuesta a la pregunta.
“¿Qué acabo de aprender?”
Se describe la importancia de aplicar los conceptos en la resolución del problema.
En la abertura de la UVE se encuentra una flecha “ \leftrightarrow ” que representa la conexión que existe entre la parte izquierda y derecha del diagrama, en donde los conceptos previos, relaciones y las fórmulas ayudarán en el procedimiento para obtener la solución, contribuyendo así una mejor organización de datos, planteamiento e interpretación de todo problema del Cálculo Diferencial.
-



➤ Crucigrama

El crucigrama es un esquema formado por un casilleros cuadrados o rectangulares, esta actividad consiste en rellenar cada casilla vacía con letras de manera que se formen palabras verticales y horizontales; para ello solo se ofrecen las definiciones de dichas palabras o

párrafos para completar. Su función es la retención de la información, la concentración, la creatividad, entre otros, además ofrece un aprendizaje dinámico al estudiante.

➤ **Dato curioso**

Un dato curioso hace referencia a un hecho interesante que sirve para despertar interés, asombrar o generar curiosidad en el estudiante. Por ello, será incluido en la guía y para visualizar de mejor manera información atractiva de los diferentes temas de clases. A continuación, se presenta una ilustración de un gran exponente del Cálculo diferencial Isaac Newton, que abrirá los datos relevantes o curiosos.

Ilustración 6

Ícono de datos curiosos de la guía didáctica



➤ **Análisis de Imágenes**

El análisis de imágenes consiste en extraer la información de una representación gráfica. El lenguaje gráfico puede transmitir determinados conceptos y relaciones, facilitando así la comunicación de los contenidos relevantes, que resulta más complejo transmitir con el lenguaje verbal.

➤ **Videos**

Los videos de relevancia informativa proporcionan al estudiante flexibilidad en su aprendizaje, ya que puede encontrar información acorde a su necesidad.

Ilustración 7

Ícono de links de videos de la guía didáctica



➤ **Sopa letras**

Una sopa de letras son palabras que se tiene que encontrar en una serie de letras dispuestas en columnas y filas, estas palabras pueden estar dispuestas de forma horizontal, vertical y diagonal, ya sea derechas o al revés. Esta técnica se puede trabajar tanto como una actividad de inicio permitiendo conocer los saberes previos; en el momento de construcción para explicar su significado y contextualizar o en la consolidación como una actividad de refuerzo.

3.2.6 Temas de Clases

La guía didáctica aborda tres temas del cálculo diferencial y cuenta con 9 clases desarrolladas, los contenidos a trabajar se han dividido de la siguiente manera:

1. Cociente incremental: concepto y problemas propuestos
2. Interpretación geométrica y física del valor medio: conceptos y problemas propuestos
3. Derivada y su interpretación geométrica y física: conceptos y problemas propuestos
4. Optimización: Conceptos y problemas propuestos.

3.2.7 Tiempo estimado para el uso de la guía

El tiempo estimado para la Guía Didáctica de resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin es aproximadamente 360 minutos, cabe recalcar que el estudiante puede hacer uso de la guía en cualquier momento de su proceso educativo y adaptarse a su ritmo.

3.3 Estructura específica de la Guía Didáctica

3.3.1 Estructura de las clases

Tema: Cociente incremental: concepto y problemas propuestos

N° de Clase: 1	Cociente incremental		
Destreza: Interpretar el concepto de cociente incremental mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)			
Objetivo: Conocer el concepto de cociente incremental, mediante el uso de la V de Gowin.			
Anticipación	Construcción	Consolidación	
<ul style="list-style-type: none"> ● Recordatorio breve acerca de ¿Qué es un cociente? ● Análisis de ejemplos de cociente. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Definición del cociente incremental. ● Pasos para la resolución de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> ● Resolución de problemas del cociente incremental mediante la V de Gowin. 	

<ul style="list-style-type: none"> • Dato curioso • Resolver ejercicios de cocientes sencillos. 		<ul style="list-style-type: none"> • Gamificación: Sopa de letras sobre el cociente incremental. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios.
---	--	---

N° de Clase: 2	Tasa de Variación Media	
Destreza: Relacionar el concepto de cociente incremental con la Tasa de Variación Media mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)		
Objetivo: Explicar el concepto de cociente incremental y su relación con la Tasa de Variación Media mediante el uso de la V de Gowin.		
Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> • Recordatorio del concepto y fórmula del cociente incremental. • Dato curioso: acerca de los principales exponentes del Cálculo Diferencial 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación de imágenes. • Definición de la Tasa de Variación Media en un determinado intervalo. • Ejercicios relacionados con la Tasa de Variación Media. • Resolución de problemas acerca de la Tasa de Variación Media mediante la V de Gowin. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver un problema acerca de la Tasa de Variación Media mediante la V de Gowin. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios.

N° de Clase: 3	Tasa de Variación Instantánea	
Destreza: Relacionar el concepto de cociente incremental como una Tasa de Variación Instantánea mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)		
Objetivo: Conocer el concepto de cociente incremental y lo relaciona con la Tasa de Variación Media.		
Anticipación	Construcción	Consolidación

<ul style="list-style-type: none"> • Recordatorio del concepto de límite. • Dato curioso: acerca de la utilidad del Cálculo Diferencial. • Análisis de imágenes acerca de ejemplos de límite. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de un ejercicio de Tasa de Variación Media y análisis de su gráfica. • Definición de la Tasa de Variación Instantánea en un determinado punto. • Ejercicios relacionados con la Tasa de Variación Instantánea. • Resolución de problemas acerca de la Tasa de Variación Instantánea mediante la V de Gowin. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver un problema acerca de la Tasa de Variación Media Instantánea mediante la V de Gowin. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios.
--	---	---

Tema: Interpretación geométrica y física del valor medio: conceptos y problemas propuestos

N° de Clase: 4	Interpretación geométrica del cociente incremental	
Destreza: Interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) del cociente incremental (velocidad media) de funciones cuadráticas. (Ref.M.5.1.34.)		
Objetivo: interpretar de manera geométrica el cociente incremental, mediante la resolución de problemas tratados en la V de Gowin.		
Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> • Recordatorio del concepto de recta secante. • Dato curioso: acerca de la vida de Isaac Newton. • Recordatorio de la fórmula de la tangente de un ángulo. • Análisis de imágenes con respecto a la recta secante. 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación de una gráfica de una función. • Definición de la Tasa de Variación Media como la pendiente de la recta secante. • Ejercicios relacionados con el cálculo de la pendiente de una recta secante. • Resolución de problemas acerca 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver un problema acerca de la Tasa de Variación Media como la pendiente de la recta secante. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios.

	de la Tasa de Variación Media como la pendiente de la recta secante y a su vez como la tangente del ángulo.	
--	---	--

N° de Clase: 5	Interpretación física del cociente incremental.	
Destreza: Interpretar de manera física el cociente incremental (velocidad media) mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)		
Objetivo: Conocer de manera física el cociente incremental, mediante la resolución de problemas tratados en la V de Gowin.		
Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> Recordatorio del concepto velocidad. Dato curioso: acerca de la vida de Leibniz. Recordatorio de la fórmula de la velocidad media. 	<ul style="list-style-type: none"> Observación de una gráfica posición tiempo. Definición de la Tasa de Variación Media en un determinado intervalo como la velocidad media de un móvil. Ejercicios relacionados con la velocidad media. Resolución de problemas acerca de la velocidad mediante la V de Gowin. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolver un problema acerca de la velocidad media mediante la V de Gowin. Autoevaluación con respecto al tema abordado. Link de videos complementarios.

Tema: Derivada y su interpretación geométrica y física: conceptos y problemas propuestos

N° de Clase: 6	Concepto de Derivada
Destreza: Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones por medio de gráficas. (Ref. M.5.1.35.)	

Objetivo: Identificar los conceptos que intervienen en la derivada, como recta tangente, recta secante, tasa de variación media e instantánea, velocidad instantánea por medio de ilustraciones

Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> • Dato curioso: acerca del inicio del concepto de derivada. • Análisis de imágenes de los conceptos que intervienen en la derivada. 	<ul style="list-style-type: none"> • Recordatorio de la simbología matemática del cálculo diferencial. • Definición de la Tasa de la pendiente de la recta tangente a la curva y la velocidad instantánea. • Demostración del concepto de la derivada como pendiente a la recta tangente a la curva por medio de la V de Gowin • Ejemplificación del concepto de velocidad instantánea. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver la aplicación de la derivada para encontrar los extremos de una función cualquiera mediante la V de Gowin. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios.

N° de Clase: 7	Aplicación geométrica de la derivada de una función y aplicación.
--------------------------	--

Destreza: Comprender de manera geométrica la derivada como la pendiente a la recta tangente, mediante la resolución de ejercicios y problemas. (Ref. M.5.1.35.)

Objetivo: Resolver ejercicios y problemas contextualizados donde se aplique el concepto de la primera derivada como pendiente de la recta tangente, mediante el diagrama de V de Gowin

Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> • Dato curioso: la derivada del modelo matemático para calcular el volumen de una esfera. • Análisis de imágenes de 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigación acerca de las aplicaciones de la derivada en la vida real. • Ejercicios de derivadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver dos problemas acerca de la derivada mediante la V de Gowin. • Autoevaluación con respecto al tema abordado.

conceptos necesarios para el concepto de derivada.	<ul style="list-style-type: none"> Ejemplificación mediante un problema matemático sobre la aplicación de la derivada de forma geométrica. 	<ul style="list-style-type: none"> Link de videos complementarios
--	---	--

N° de Clase: 8	Aplicación Física de la derivada de una función y aplicación.	
Destreza: Comprender de manera física el concepto de primera derivada (velocidad instantánea) de funciones, con apoyo de ejercicios y problemas. (Ref. M.5.1.35.)		
Objetivo: Resolver ejercicios y problemas donde se aplique el concepto de la primera derivada como velocidad instantánea, mediante el diagrama de V de Gowin.		
Anticipación	Construcción	Consolidación
<ul style="list-style-type: none"> Dato curioso: acerca de la velocidad instantánea. Sopa de letras sobre los conceptos claves de la velocidad instantánea. 	<ul style="list-style-type: none"> Sopa de letras sobre los conceptos claves de la velocidad instantánea. Ejemplificación de las aplicaciones de la derivada de forma física. Ejemplificación mediante un problema matemático sobre la aplicación de la derivada de forma física. 	<ul style="list-style-type: none"> Resolver dos problemas acerca de la derivada mediante la V de Gowin. Autoevaluación con respecto al tema abordado. Link de videos complementarios

Tema: Optimización: Conceptos y problemas propuestos.

N° de Clase: 9	Aplicación de las derivadas en Problemas de Optimización	
Destreza: Aplicar el concepto de la derivada en la resolución de problemas de optimización		
Objetivo: Resolver problemas de optimización mediante modelos matemáticos y con apoyo de la V de Gowin		
Anticipación	Construcción	Consolidación

<ul style="list-style-type: none"> • Crucigrama acerca de los conceptos abordados durante las clases 1-8. 	<ul style="list-style-type: none"> • Dato curioso: acerca del inicio de la optimización. • Recordatorio acerca del modelo matemático. • Ejercicios para plantear un modelo matemático. • Ejemplificación mediante un problema matemático sobre la aplicación de la derivada en problemas de optimización. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver dos problemas acerca de la optimización mediante la V de Gowin. • Autoevaluación con respecto al tema abordado. • Link de videos complementarios
--	---	---

➤ **Autoevaluación**

Ilustración 8

Iconos de autoevaluación de la guía



Nota. Los estudiantes deberán señalar con una sola x su nivel de aprendizaje en los diferentes temas que se aborden. Fuente: propia.

3.4 Guía Didáctica para la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin



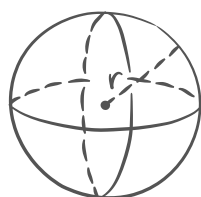
Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la
Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales:
Matemática y Física

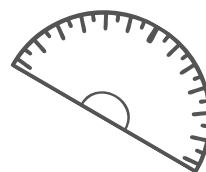
Guía didáctica para la resolución de problemas de temas del

Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Primero de Bachillerato



Autores:

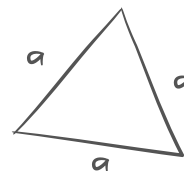
Evelyn Ávila

Dorian Perez.

Director:

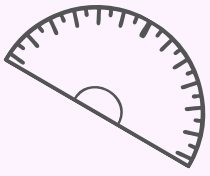
Dr. Patricio Guachún

$$y = mx + b$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Cuenca-Ecuador

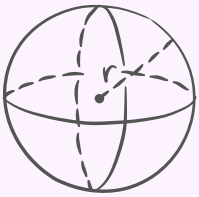


$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

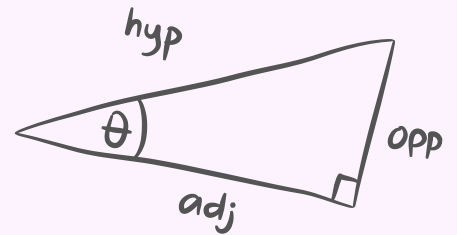
MATEMÁTICA

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TEMAS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL MEDIANTE LA V DE GOWIN

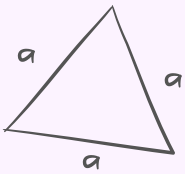


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



*Autores: Evelyn Ávila
Dorian Pérez*

$$y = mx + b$$

Presentación

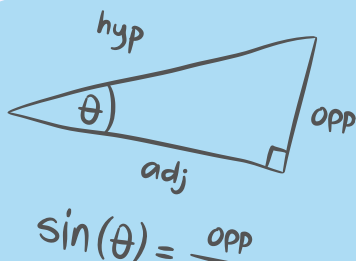
La guía que se presenta, tiene como objetivo fundamental, guiar y apoyar al estudiante durante el aprendizaje de la resolución de problemas del Cálculo Diferencial mediante el uso de la V de Gowin, de igual forma, contiene recursos como: sopa de letras, imágenes, videos, crucigramas, entre otros. Con la finalidad de contribuir al aprendizaje de los estudiantes en el área de Matemática.

La V de Gowin presentada se puede adaptar a los diferentes temas del Cálculo Diferencial, lo cual convierte a esta herramienta en versátil y que pueda ser compatible con cualquier tipo de aprendizaje.

Guía Didáctica para el aprendizaje. ¿Qué son?

Una guía didáctica es una herramienta valiosa de motivación y apoyo, es una pieza clave para el desarrollo de los diferentes temas que se aborden, ya que promueve el aprendizaje autónomo de los alumnos mediante el uso de diversos recursos didácticos.

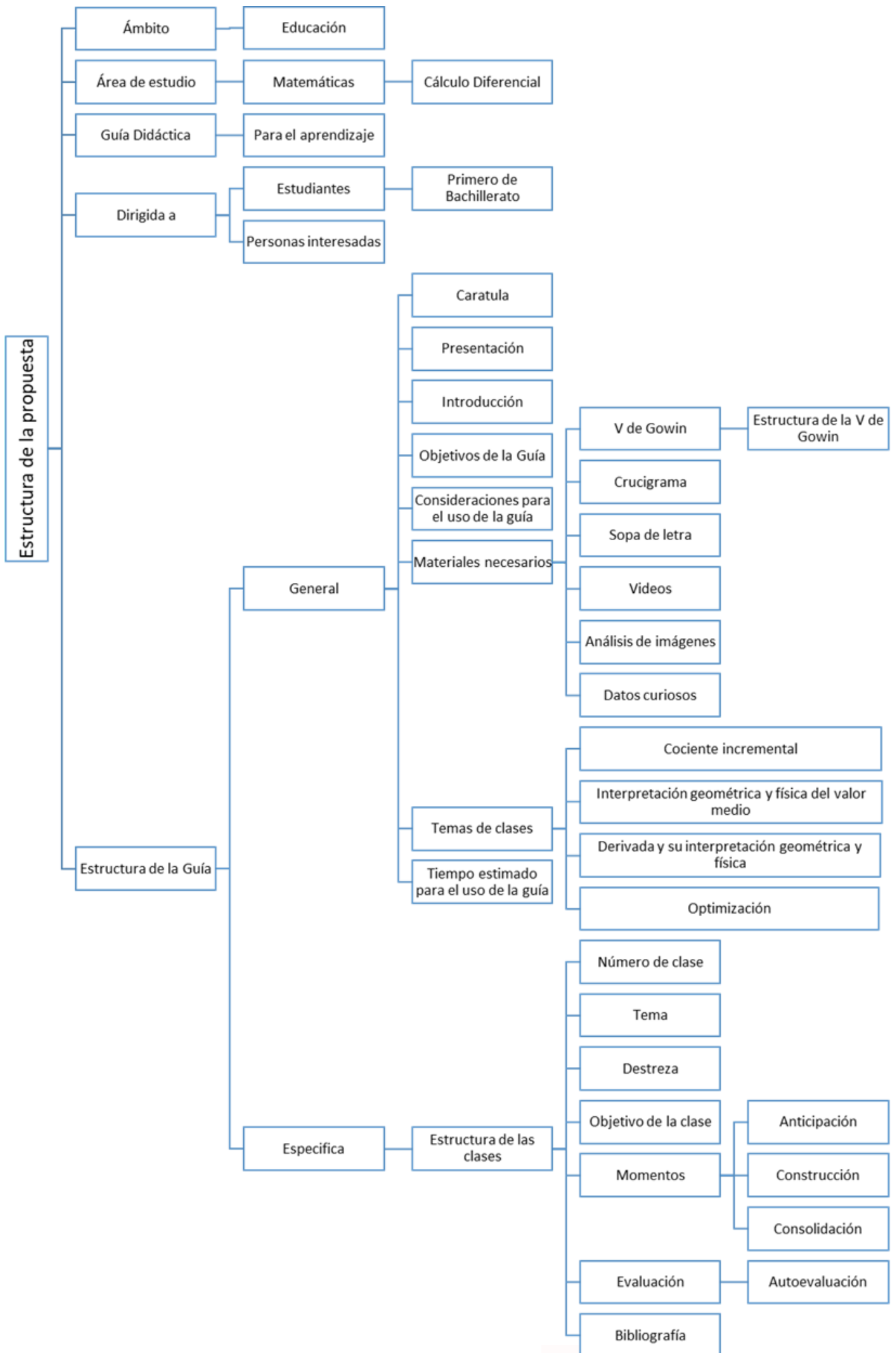
Una guía didáctica tiene que responder a las necesidades y cumplimiento de una meta específica, guiando y explicando un camino, el que permitirá al estudiante recordar, construir y afianzar sus nuevos saberes.

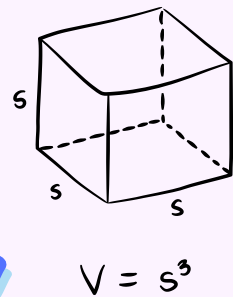


$$y = mx + b$$



Estructura de la Guía Didáctica





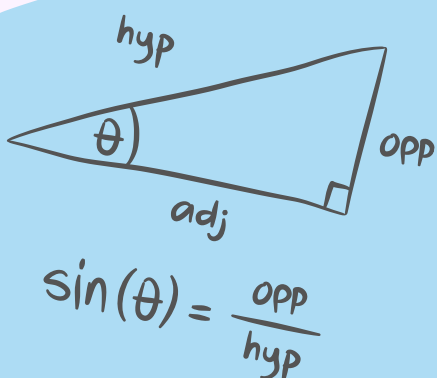
Introducción



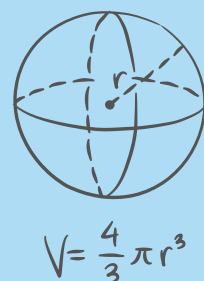
Con base a la propuesta pedagógica basada en una educación constructivista que sugiere el Ministerio de Educación se ha desarrollado una guía didáctica para la resolución de problemas del Cálculo Diferencial mediante la V de Gowin para estudiantes de primero de bachillerato.

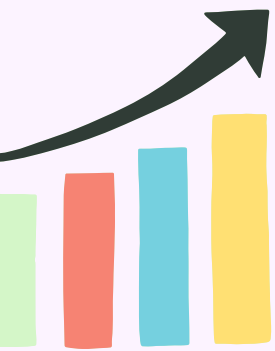
La guía didáctica cuenta con el desarrollo de nueve clases, la primera se refiere al cociente incremental, la segunda y tercera clase tratan de la Tasa de Variación Media e Instantánea, la cuarta y quinta clase tratan sobre la interpretación geométrica y física del cociente incremental, la sexta del concepto de la derivada, la séptima y octava clase tratan acerca de la aplicación de la primera derivada de manera geométrica y Física, la novena clase trata sobre la aplicación del concepto de derivada en problemas de optimización.

La estructura de las clases contiene de tres momentos: anticipación, construcción y consolidación.

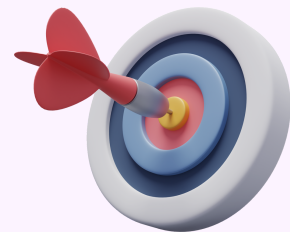


$$y = mx + b$$



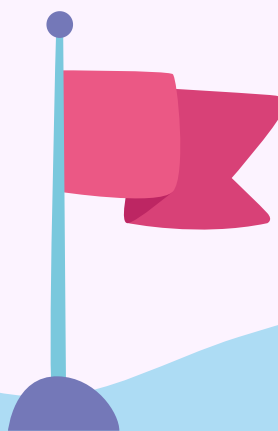


Objetivos



generales:

- Reforzar los conceptos del cociente incremental, tasa de variación media y derivada por medio de actividades y problemas propuestos.
- Resolver problemas del cociente incremental, tasa de variación y la primera derivada mediante la V de Gowin.
- Introducir al estudiante al pensamiento lógico y crítico mediante la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial.



$$y = mx + b$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Orientaciones previas para el uso de la guía



La presente guía se va a dividir en tres momentos, los cuales permitirán al estudiante identificar el aspecto que se va a trabajar.



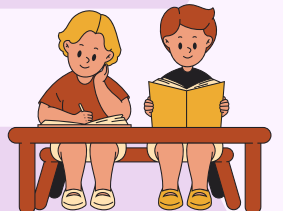
Momento de Anticipación:

En este momento, se presenta el tema que se va a trabajar, además un dato curioso para así despertar un poco de interés, para conseguir que el estudiante vaya entrando en contexto del tema que se va aprender.



Momento de Construcción:

En este momento, se trabaja con el diagrama de V de Gowin, busca que el estudiante recuerde la parte conceptual necesaria para resolver el problema para luego enlazar dichos saberes con la parte procedimental donde se realizan los cálculos necesarios para llegar a la respuesta y finalmente interpretar la respuesta obtenida.



Momento de Consolidación:

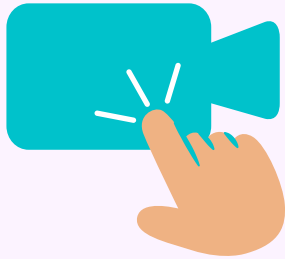
En este momento, se planteará un problema que simbolice un reto para el estudiante, el cual busca poner a prueba sus conocimientos recién adquiridos y tiene como objetivo lograr afianzar los saberes del mismo. Por último se presenta un icono de autoevaluación para que el alumno determine mediante un proceso introspectivo cuál es su nivel de aprendizaje.



Íconos



Links de videos



Dato Curioso



Momentos de la clase

Autoevaluación

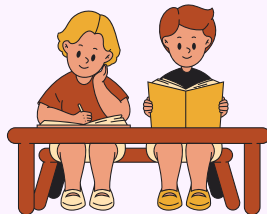
• *Anticipación*



• *Construcción*



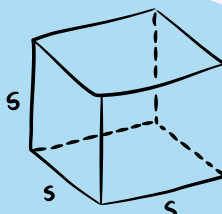
• *Consolidación*



	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros

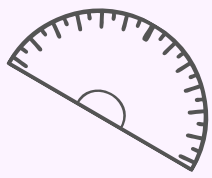


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = s^3$$

$$y = mx + b$$



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 1

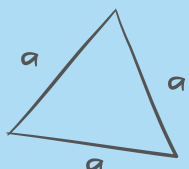
COCIENTE INCREMENTAL

- Destreza

Interpretar el concepto de cociente incremental mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)

- Objetivo de la clase

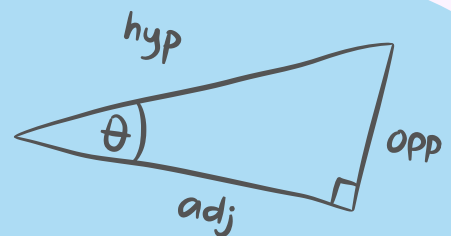
Conocer el concepto de cociente incremental, mediante el uso de la V de Gowin.



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



¿Qué es un cociente?

En el campo de la matemática, se conoce como cociente al resultado al que se llega tras dividir un número por otro.

Dato Curioso

¿Sabías qué?

El Cálculo Diferencial se originó en el siglo XVII cuando se estudiaba con qué velocidad caen los cuerpos en el vacío.



Señale con una "x". ¿En qué imágenes se encuentra la operación de cociente?

$$53 \div 3$$

$$12 - 15$$

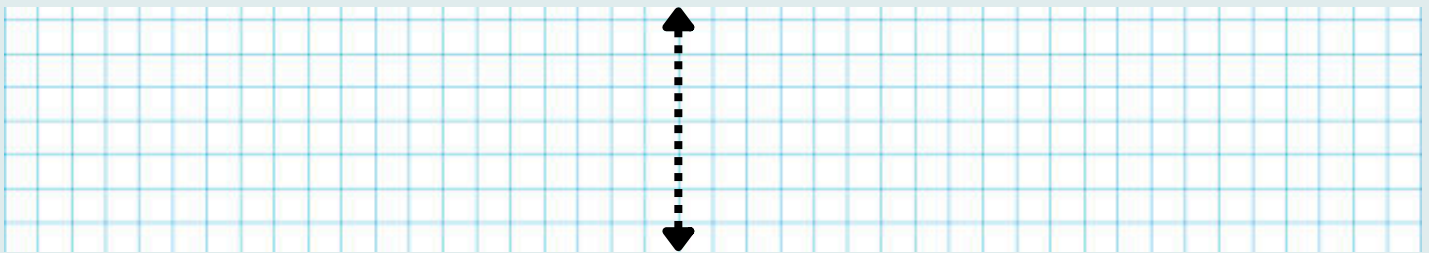
$$\frac{1}{3}$$



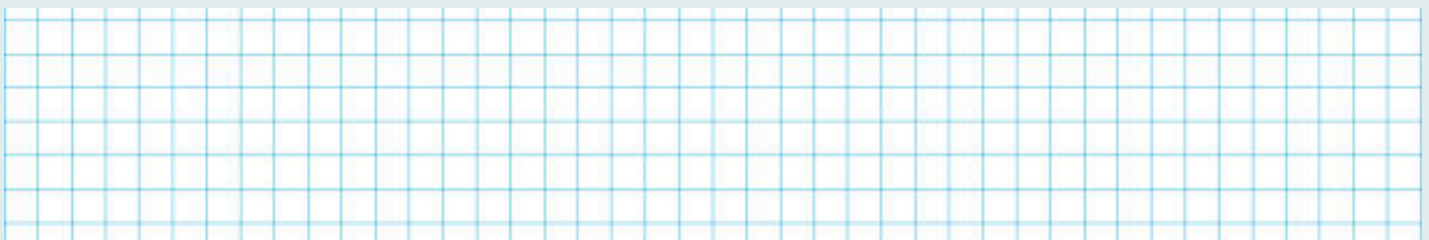
Actividad: Resolver los siguientes cocientes.

$$1) \frac{2456}{2}$$

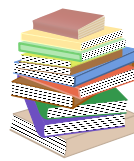
$$2) \frac{-255}{5}$$



$$3) \frac{x^2 + 2}{2}$$



• Construcción



Reto:

Juan al recorrer un sendero de montaña en el Cajas nota que su altura respecto del valle depende de la distancia horizontal avanzada. Si Juan inicio su caminata en x_0, y_0 y se detuvo en x_1, y_1 ¿Cuál es la relación que existe entre el desplazamiento horizontal y desplazamiento vertical?

PENSAR**3.- CONCEPTOS PREVIOS**

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Desplazamiento
- Cociente
- Posición
- Función.

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Debo relacionar el desplazamiento horizontal con el desplazamiento vertical y así encontrar una relación entre ellos. Además, se debe recordar lo que es una función y su gráfica

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

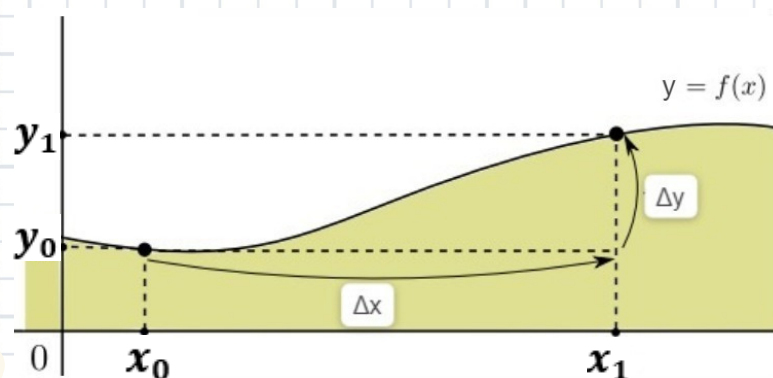
1. Intuir mediante la gráfica la posible solución del problema.
2. Determinar mediante cálculos algebraicos la posible solución del problema.

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

Escojo el segundo método debido a que éste me permite verificar el resultado obtenido.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Datos del problema, fórmulas, tablas, etc)

**1.- PREGUNTA**

¿Qué quiero obtener?

¿Cuál es la relación que existe entre el desplazamiento horizontal y desplazamiento vertical?

**HACER****6.- PROCEDIMIENTO**

El tramo recorrido horizontalmente es:

$$x = x_1 - x_0$$

Por lo cuál, el incremento del valor de x sería:

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

Para calcular el tramo recorrido verticalmente debo tener en cuenta las siguientes consideraciones.

$$y_0 = f(x_0) \quad y_1 = f(x_1)$$

El tramo recorrido verticalmente es:

$$y = y_1 - y_0$$

Por lo cuál, el incremento del valor de y sería:

$$\Delta y = y_1 - y_0 = f(x_1) - f(x_0)$$

El cociente del incremento de la altura Δy respecto del incremento horizontal Δx , es la pendiente del tramo recorrido es:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

El cociente incremental o razón de cambio promedio es la forma de relacionar dos incrementos diferentes.

¿Qué acabo de aprender?

En este ejemplo en particular el cociente representa la cantidad de centímetros subidos por metro horizontal recorrido.



Reto:

Consideremos que Ximena quiere subir al Cotopaxi por un camino con una altura dada por la función $f(x) = 100 + 40x - x^2$ donde y se mide en centímetros y x se mide en metros. Si pasamos de $x_0 = 10 \text{ m}$ a $x_1 = 20 \text{ m}$, la altura cambia desde $y_0 = 400 \text{ cm}$ hasta $y_1 = 500 \text{ cm}$. ¿Cuáles es la razón de cambio promedio para este tramo?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



Cotopaxi

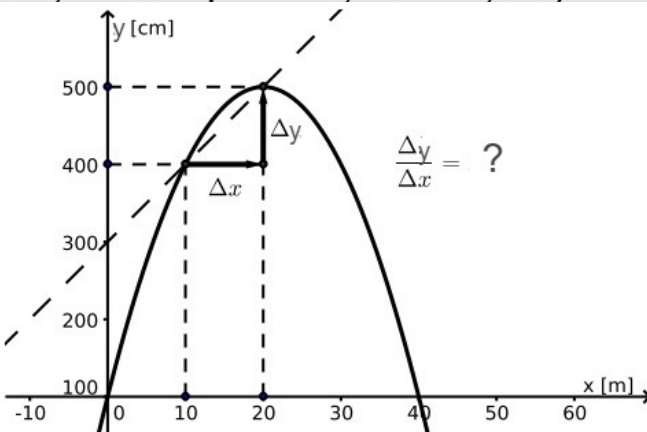
5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)



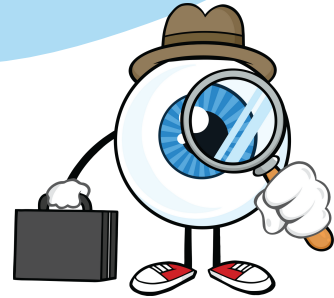
7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

¿Qué acabo de aprender?

¡Preparado para poner a prueba tus conocimientos?

Técnica: Gamificación



En la siguiente sopa de letras encuentre 10 palabras relacionadas con el tema del cociente incremental.

R	O	F	V	B	L	O	Z	B	X	V	Z	U	M
S	Z	E	F	O	Z	X	L	K	I	R	P	R	G
V	C	O	C	I	E	N	T	E	N	C	I	F	K
Q	P	S	T	M	R	M	B	H	C	M	N	C	O
B	N	V	A	S	F	Z	H	V	R	E	S	B	D
B	Q	R	I	W	X	A	M	A	E	D	T	B	Y
M	J	E	N	Y	C	O	G	R	M	I	A	V	L
S	I	B	N	B	K	F	R	I	E	A	N	I	N
T	G	T	A	S	A	U	Á	A	N	K	T	C	G
D	R	P	H	G	M	N	F	C	T	E	Á	E	A
W	T	B	Y	E	Z	C	I	I	A	U	N	Y	S
L	P	Z	S	G	Y	I	C	Ó	L	T	E	Z	X
G	L	D	K	O	E	Ó	A	N	G	X	A	A	D
V	Z	G	C	T	Z	N	E	S	I	G	Q	O	H



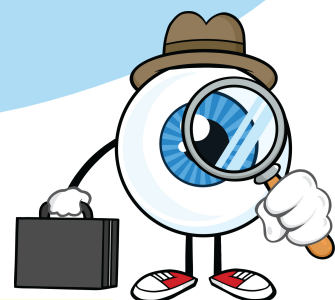
Palabras

- 1) _____
- 2) _____
- 3) _____
- 4) _____
- 5) _____
- 6) _____
- 7) _____
- 8) _____
- 9) _____
- 10) _____





Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

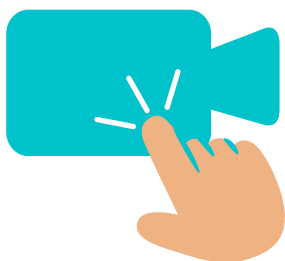
.....

.....

.....

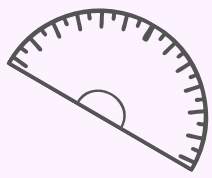
.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



<https://www.youtube.com/watch?v=-T6YC2KArqY>

<https://www.youtube.com/watch?v=9yKDzASuX1U>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 2

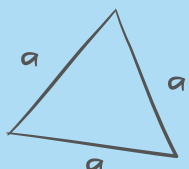
TASA DE VARIACIÓN MEDIA

- **Destreza**

Relacionar el concepto de cociente incremental con la Tasa de Variación Media mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)

- **Objetivo de la clase**

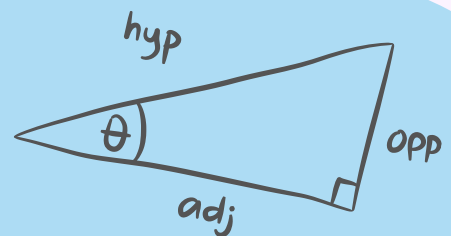
Explicar el concepto de cociente incremental y su relación con la Tasa de Variación Media mediante el uso de la V de Gowin.



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



¿Qué es un cociente incremental?

El cociente incremental (o razón de cambio promedio) es la forma significativa de relacionar el incremento de Δy con el de Δx .

Dato Curioso

¿Sabías qué?

Los principales exponentes del Cálculo Diferencial son Newton y Leibniz

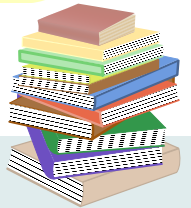


Recordemos que el cociente incremental es:

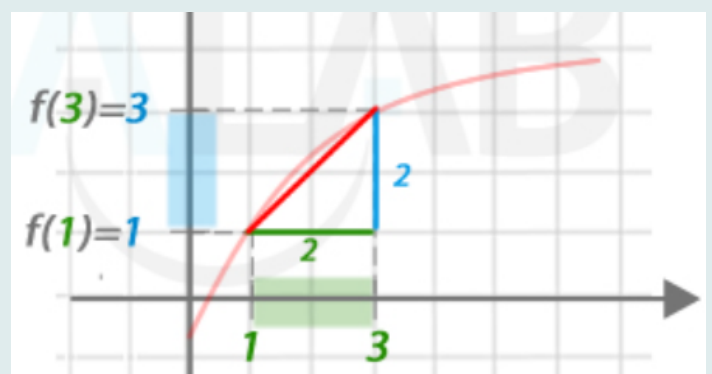
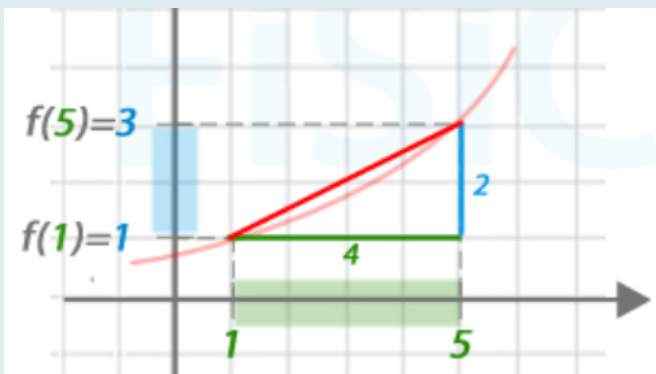
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \longrightarrow \text{Es la pendiente de la función.}$$

• Construcción

Actividades



1. Observa y analiza las siguientes gráficas.



2. Señala con una sola "x" ¿A qué tema previo se te hace parecido?

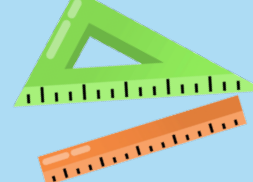
- Factorización Adición de números Cociente incremental

3. ¿Qué ocurre en las gráficas presentadas? Descríbelo con tus propias palabras.

.....

.....

.....



4. Tomando en cuenta la gráficas, se sabe que hay una variación al desplazarse de manera horizontal tanto como vertical y están relacionadas entre sí. Dicha relación es el cociente incremental:

$$\frac{\Delta y}{\Delta X} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

5. Te toca expandir tus conocimientos, por lo que el cociente incremental o razón de cambio que ya conoces, también se llama Tasa de Variación Media (T.V.M)

$$\frac{\Delta y}{\Delta X} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = T.V.M$$

6. Ahora bien, si la función f está definida en un intervalo $[a, b]$, la tasa de variación media de f en $[a, b]$ es el cociente entre la variación de la función y la longitud del intervalo:

$$T.V.M_{[a,b]} f(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad \begin{array}{l} a \rightarrow \text{Es el punto inicial} \\ b \rightarrow \text{Es el punto final} \end{array}$$

• **Ejemplo:**

Calcular la Tasa de Variación Media de la función $f = x^2 - 1$ en el intervalo $[1, 3]$

$$f(1) = (1)^2 - 1 = 0$$

$$f(3) = (3)^2 - 1 = 8$$

$$T.V.M_{[1,3]} f(x) = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{8 - 0}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

• **Resolver los siguientes ejercicios:**

Calcular la Tasa de Variación Media de la función $f = x^3 + 1$ en el intervalo $[2, 6]$

--	--

Calcular la Tasa de Variación Media de la función $f = x^2 + 2$ en el intervalo $[1, 4]$

--	--

Reto:

En un estudio llevado a cabo por el departamento de biología, han determinado que la población de un tipo de hormiga crece según la función $f(x) = 1 + e^x$, donde $f(x)$ indica el número de hormigas en miles y x el tiempo transcurrido en meses. Calcular la Tasa de Variación Media de una población de hormigas del tercer al sexto mes.

PENSAR**3.- CONCEPTOS PREVIOS**

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Tasa de Variación Media.
- Función
- Intervalo

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Debo relacionar al cociente incremental como una Tasa de Variación Media en un intervalo determinado. Además debo recordar el concepto de función exponencial y su gráfica.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

1. Intuir mediante la gráfica la posible solución del problema.
2. Determinar mediante cálculos algebraico la posible solución del problema.

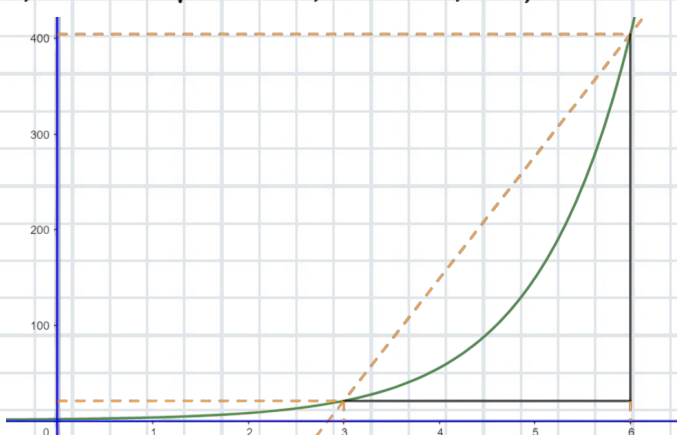
¿Cuál método elijo para resolver el problema?

¿Por qué?

Escojo el segundo método de resolución ya que este me permite entender más a fondo la materia. No obstante, corroboraré mis resultados con la gráfica.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

**1.- PREGUNTA**

¿Qué quiero obtener?

Calcular la Tasa de Variación Media de una población de hormigas del tercer al sexto mes.

**HACER****6.- PROCEDIMIENTO**

1. Reconocer con que función y en que intervalo voy a trabajar.

$$f(x) = 1 + e^x \text{ en el intervalo } [3, 6]$$

2. Debo calcular el valor de la función en el tercer y sexto mes.

$$f(3) = 1 + e^3 = 21,98$$

$$f(6) = 1 + e^6 = 404,42$$

3. Escribir la formula de Tasa de Variación Media

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$a \rightarrow$ Es el punto inicial
 $b \rightarrow$ Es el punto final

4. Reemplazar los datos en la formula de T.V.M

$$T.V.M_{[3,6]} = \frac{f(6) - f(3)}{6 - 3} = \frac{404,42 - 21,98}{3} = \frac{382,44}{3} = 127,48$$

5. La Tasa de Variación Media de población es de:

$$T.V.M_{[3,6]} = 127,48$$

7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

Considerando que no se puede tener valor decimales de hormigas, la Tasa de Variación Media de población de hormigas en el tercer y sexto mes es de: $T.V.M_{[3,6]} = 127$ hormigas

¿Qué acabo de aprender?

Acabo de aprender que la Tasa de Variación Media es de gran importancia, ya que, me permite calcular que tanto crece una población en un determinado intervalo.



Reto:

Un estudio llevado a cabo por el departamento de zoología, menciona que la contaminación en el Océano Pacífico provoca que la población de un tipo de estrellas de mar decrezca según la siguiente función $f(x) = x^3/100$, donde $f(x)$ indica el número de estrellas de mar en cientos y x el tiempo transcurrido en días. Calcular la Tasa de Variación Media del decrecimiento de la población de estrellas de mar del décimo al quinto día.

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

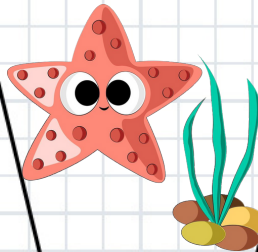
1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



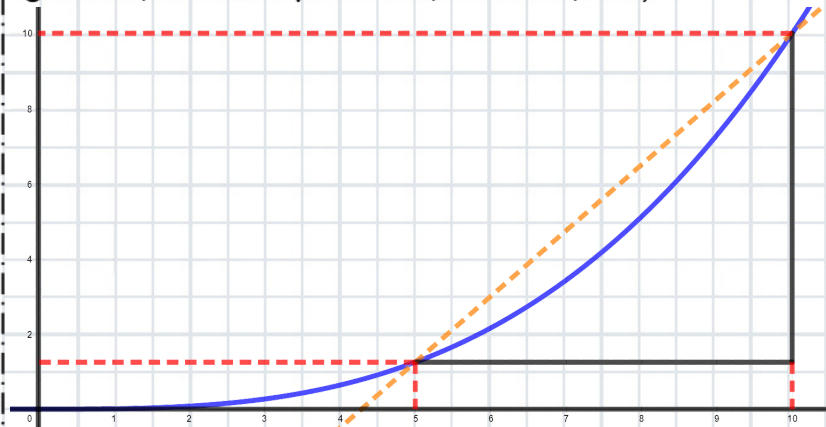
5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)



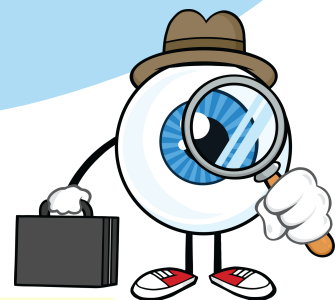
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?


¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

.....

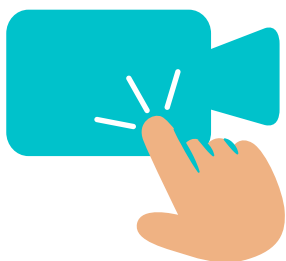
.....

.....

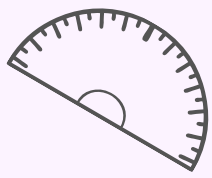
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=G6xPPJj-Xq4>
- <https://www.youtube.com/watch?v=bjLOYftFzDw>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 3

TASA DE VARIACIÓN INSTANTÁNEA

- **Destreza**

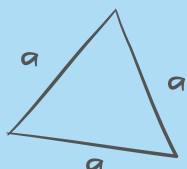
Relacionar el concepto de cociente incremental como una Tasa de Variación Instantánea mediante la resolución de problemas. (Ref.M.5.1.34.)

- **Objetivo de la clase**

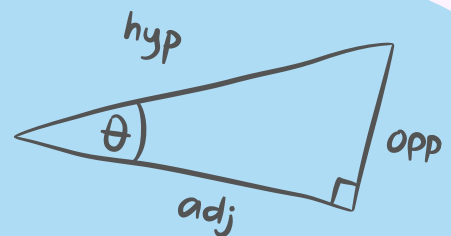
Conocer el concepto de cociente incremental y lo relaciona con la Tasa de Variación Media.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



¿Qué es un Límite?

Se entiende por límite a la línea imaginaria o real, que una entidad no puede sobre pasar.

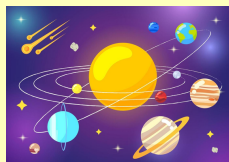
Dato Curioso

¿Sabías qué?

El Cálculo Diferencial sirve para programar los motores de búsqueda de las redes sociales (Facebook, Instagram, Tik Tok, etc.), ya que estos consideran variables como la ubicación, historial, preferencias, etc. Para presentarte contenido que se adapte a ti.



Señale con una "x" ¿Cuál de las siguientes imágenes se relaciona con el concepto de límite?



• Construcción

Actividades



1. Realizar el siguiente ejercicio y complete donde haga falta.

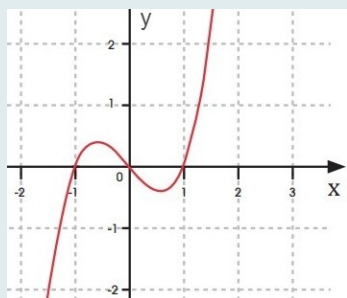
Calcular la Tasa de Variación Media de la función $f(x) = x^3 - 1$ en el intervalo $[-1, 1]$

$$f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$$

$$f(1) = (1)^3 - 1 = 0$$

$$T.V.M_{[-1,1]} f(x) = \frac{f(\boxed{}) - f(\boxed{})}{-1 - (-1)} = \frac{-}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Respuesta: La Tasa de Variación Media del ejercicio es cero pero ¿Qué nos mostrará su gráfica?



Observa la gráfica y luego escribe con tus propias palabras que sucede en el intervalo $[-1, 1]$.

.....

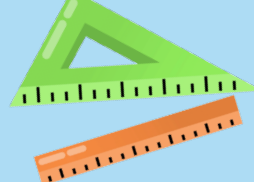
.....

.....

.....

.....

Cómo te pudiste haber dado cuenta, en el intervalo propuesto por el ejercicio se presentan importantes variaciones, pero la Tasa de Variación Media al ser un promedio no contempla esos valores importantes.



¿Qué puedo hacer?

- Recordemos el concepto de Límite según la Matemática.

.....

.....

.....

- Complete la representación Matemática de límite y de la Tasa de Variación Media.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(\square) = L \quad T.V.M_{[a,b]} f(x) = \frac{f(\square) - f(\square)}{b - a}$$

- Con esas consideraciones previas, el límite en que los extremos de los intervalos de la T.V.M son infinitamente próximos se conoce como Tasa de Variación Instantánea (T.V.I).

La tasa de variación instantánea de una función f en $x = a$ es el valor, en caso de que exista, al que tiende la tasa de variación media en los intervalos $[a, x]$ cuando $x \rightarrow a$. Es decir:

$$T.V.I_{[a]} f(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- Otra forma equivalente de expresar a la T.V.I es:

$$f(x) \text{ en } x = a \quad \lim_{h \rightarrow 0} = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$



Esta expresión es muy útil para resolver cálculos

Ejemplo:

Calcular la Tasa de Variación Instantánea de la función $f(x) = 3x + 2$, en $[2]$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \longrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + h) - f(3)}{h}$$

$\longrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9 + 2h - 9}{h} \longrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \longrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} = 2$

$\left\{ \begin{array}{l} f(3) = 2(3) + 3 = 9 \\ f(3 + h) = 2(3 + h) + 3 = 9 + 2h \end{array} \right.$

Respuesta: La Tasa de Variación Instantánea es de 2

Resolver el siguiente ejercicio:

Calcular la Tasa de Variación Instantánea de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, en $[2]$

.....

.....

.....

Reto:

En un estudio llevado a cabo por el departamento de biología, han determinado que la población de un tipo de abejas crece según la función $f(x) = 1 + x^2$, donde $f(x)$ indica el número de abejas en miles y x el tiempo transcurrido en minutos. Calcular la Tasa de Variación Instantánea de una población de abejas en el sexto minuto.

PENSAR**3.- CONCEPTOS PREVIOS**

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Tasa de Variación Instantánea.
- Función.
- Limite.

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Debo relacionar la función del problema con la Tasa de Variación Instantánea con la función cuadrática para así determinar el crecimiento de la población de abejas en el punto dado.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

1. Calcular la Tasa de Variación Media en un intervalo para aproximar mi respuesta.

2. Determinar mediante la Tasa de Variación Instantánea y cálculos algebraico para hallar la respuesta.

¿Cuál método elijo para resolver el problema?

¿Por qué?

Escojo el segundo método porque me permite calcular directamente el crecimiento de la función en un determinado punto.

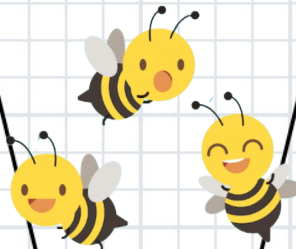
2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

**1.- PREGUNTA**

¿Qué quiero obtener?

Calcular la Tasa de Variación Instantánea de una población de abejas en el sexto minuto.

**HACER****6.- PROCEDIMIENTO**

1. Reconocer con que función y en que punto voy a trabajar.

$$f(x) = 1 + x^2 \text{ en } x = 6$$

2. Recordar que $x = a$, por lo tanto:

$$x = 6 \longrightarrow a = 6$$

3. Debo calcular el valor de la función para (a) y $(a+h)$. Considerando que en este caso (a) tiene el valor de seis.

$$f(a) \longrightarrow f(6) = 1 + 6^2 = 37$$

$$f(a+h) \longrightarrow f(6+h) = 1 + (6+h)^2 = 37 + 12h + h^2$$

3. Escribir la formula de T.V.I.

$$\lim_{h \rightarrow 0} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

4. Reemplazar los datos en la formula de la T.V.I.

$$\lim_{h \rightarrow 0} = \frac{(37 + 12h + h^2) - 37}{h} = \frac{12h + h^2}{h} = \frac{h(12 + h)}{h} = 12 + h$$

$\lim_{h \rightarrow 0} = 12 + 0 = 12 \longrightarrow$ **Respuesta:** La Tasa de Variación Instantánea es de 12 abejas.

7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

La Tasa de Variación Instantánea en el sexto minuto es de 12 abejas.

$$T.V.I_{[6]} = 12 \text{ abejas}$$

¿Qué acabo de aprender?

Aprendí que la T.V.I me permite calcular que tanto creció o decreció la función en un determinado punto. Lo cual, es importante porque se puede aplicar a la vida cotidiana.



Reto:

En un estudio llevado a cabo en Ecuador por el departamento de biología, han determinado que la población del cóndor andino tiene crías según la función $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, donde $f(x)$ indica el número de crías de cóndores en cientos y x el tiempo transcurrido en años. Calcular la Tasa de Variación Instantánea de las crías de cóndor en el décimo año y cuantas crías nacen por año.

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

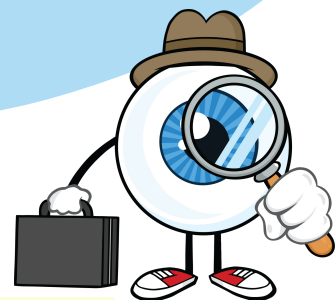
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

.....

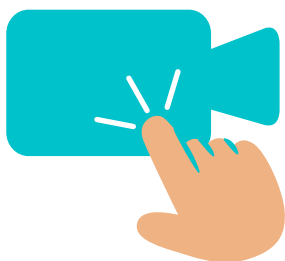
.....

.....

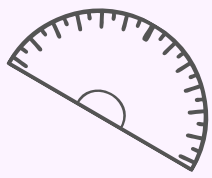
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=CPMDUrxhmk>
- <https://www.youtube.com/watch?v=E9e7-NxFFcg>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 4

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL COCIENTE INCREMENTAL

- Destreza

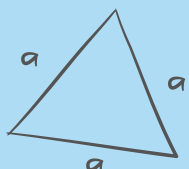
Interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) del cociente incremental (velocidad media) de funciones cuadráticas. **(Ref.M.5.1.34.)**

- Objetivo de la clase

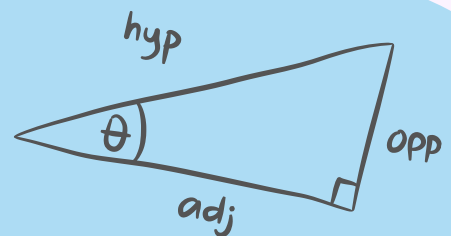
Explicar de manera geométrica el cociente incremental, mediante la resolución de problemas tratados en la V de Gowin.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



¿Qué es una recta Secante?

Una recta secante es aquella que corta otra recta o una curva.

- **Recta secante con respecto a otro recta:** Son aquellas que se intersecan en único punto en común.
- **Recta secante con respecto a una curva:** Son aquellas que se intersecan con dos puntos de la curva

Dato Curioso

¿Sabías qué?

Los primeros maestros de Isaac Newton lo consideraban como un mal estudiante por tener un carácter introvertido.

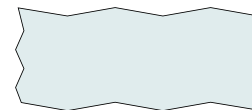
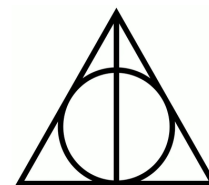
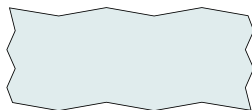
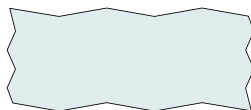
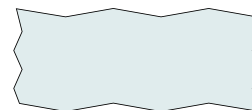
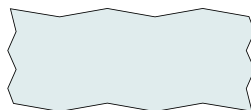
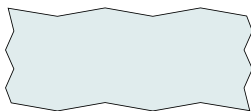


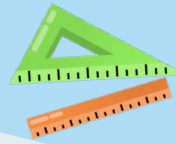
Recordemos que el tangente de un ángulo es:

$$Tg(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{C.O}{C.A}$$

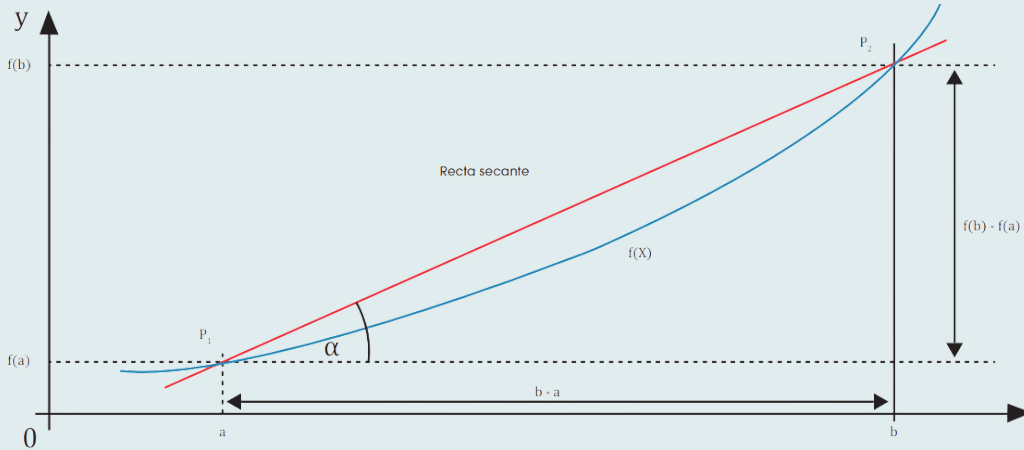
Técnica: Análisis de imágenes

De las siguientes imágenes, señale con una "x" las rectas que son secantes





1. Consideremos la función $f(x)$ cuya gráfica es la siguiente:



2. ¿Qué elementos aparecen en la gráfica?

.....

.....

.....

3. Recuerda y completa la fórmula de la Tasa de Variación Media entre a y b es:

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(\square) - f(\square)}{b - a} \quad \begin{matrix} a \rightarrow \text{Es el punto} \dots\dots\dots \\ b \rightarrow \text{Es el punto} \dots\dots\dots \end{matrix}$$

4. Fíjate que la T.V.M coincide con la tangente trigonométrica del ángulo α , que es, a su vez, la pendiente de la recta secante.

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = Tg(\alpha) = \frac{C.O}{C.A} \longrightarrow \boxed{\text{Pendiente de la recta secante}}$$

5. Por lo tanto, podemos afirmar que:

La Tasa de Variación Media de una función f en el intervalo $[a, b]$ coincide con la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función.

• **Ejemplo:**

Calculemos la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función $f(x) = 3x^2$ en los puntos de abscisa $x = 4$ y $x = 7$.

$$TVM [4, 7] = \frac{f(7) - f(4)}{7 - 4} = \frac{147 - 48}{4} = 33$$

Respuesta: La pendiente de la recta secante es 33, lo que significa que esa recta forma con el eje x un ángulo cuya tangente es 33.

Reto:

Juan y sus hijos quieren subir el Volcán Sangay que está representado por la función $f(x) = 800 - (x - 50)^2$. Pero su esposa decidió quedarse en la cabaña porque no se sentía muy bien. Si se sabe que Juan partió desde la cabaña ubicada a las faldas del volcán en $x_0 = 0 \text{ Km}$ y llegó hasta $x_1 = 40 \text{ Km}$ ¿Con qué ángulo respecto a la horizontal debe alzar los binoculares la esposa de Juan para tratar de ver a su familia?

PENSAR**3.- CONCEPTOS PREVIOS**

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Tasa de Variación Media.
- Recta Secante.
- Pendiente.
- Tangente de un ángulo

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Debo relacionar la Tasa de Variación Media de una función como la tangente del ángulo que a su vez es la pendiente de la recta secante.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

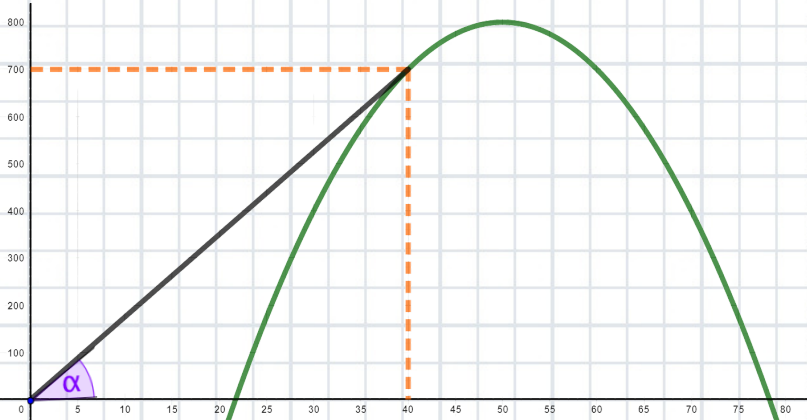
1. Intuir mediante la gráfica el valor del ángulo para dar respuesta al problema.
2. Determinar mediante la Tasa de Variación Media y cálculos algebraicos para hallar la respuesta.

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

Escojo el segundo método porque me permite calcular directamente el ángulo que me pide el problema y verificarlo con procedimientos algebraicos.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

**HACER****6.- PROCEDIMIENTO**

1. Reconocer la función y los intervalos en los que voy a trabajar.

$$f(x) = 800 - (x - 50)^2 \text{ en } [0, 40] \text{ Km}$$

2. Recordar la fórmula Tasa de Variación Media.

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = Tg(\alpha)$$

3. Hallar los valores de la función en b y a.

$$f(a) = f(0) = 800 - (0 - 50)^2 = -1700$$

$$f(b) = f(40) = 800 - (40 - 50)^2 = 700$$

4. Aplicar la Tasa de Variación Media en el intervalo de $[0, 40]$.

$$T.V.M_{[0,40]} = \frac{f(40) - f(0)}{40 - 0} = \frac{700 - (-1700)}{40} = \frac{2400}{40} = 60$$

4. Despejar de la fórmula el ángulo.

$$tg(\alpha) = 60 \longrightarrow \alpha = \tan^{-1}(60) \approx 89,04^\circ$$

Respuesta: El ángulo es $89,04^\circ$.

7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

La esposa de Juan debe alzar los binoculares con respecto a la horizontal, un ángulo de $89,04^\circ$ grados para tratar de ver a sus hijos y esposa.

¿Qué acabo de aprender?

Aprendí que la Tasa de Variación Media la puedo interpretar como la pendiente o la tangente del ángulo comprendido entre la abscisa.



Reto:

El número de alumnos de un colegio afectados por la gripe a lo largo de un mes viene dado por la función $f(x) = 800 - x^2$. La variable x indica los días del mes y $f(x)$, el número de alumnos afectados. Calcular la T.V.M en los siguientes intervalos $[3, 5]$ y $[13,15]$. ¿En cuál de los intervalos ha disminuido más rápidamente el número de alumnos enfermos?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

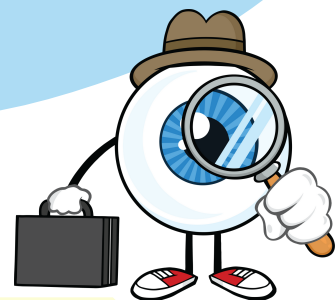
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

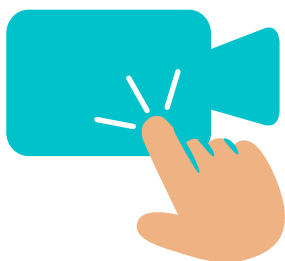
.....

.....

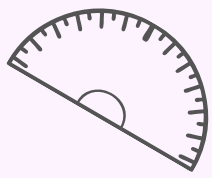
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=e3GV2ivn-0M>
- <https://www.youtube.com/watch?v=7pb-tpZRAFw>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 5

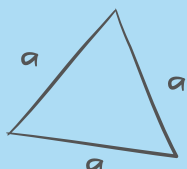
INTERPRETACIÓN FÍSICA DEL COCIENTE INCREMENTAL

- Destreza

Interpretar de manera física el cociente incremental (velocidad media) de funciones cuadráticas. (Ref.M.5.1.34.)

- Objetivo de la clase

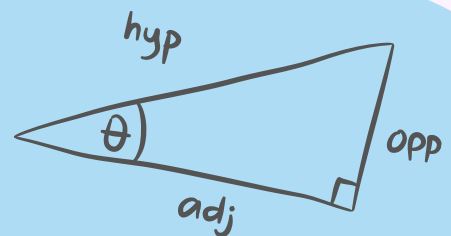
Conocer de manera física el cociente incremental, mediante la resolución de problemas tratados en la V de Gowin.



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



¿Qué es la velocidad?

La velocidad es el cambio de posición de un objeto con respecto al tiempo.

- **Velocidad Media:** Es el cambio de posición durante un intervalo de tiempo determinado.
- **Velocidad Instantánea:** Es la velocidad que tiene el cuerpo en un instante específico, en un punto determinado de su trayectoria.

Dato Curioso

¿Sabías qué?
Leibniz es considerado como el "último gran genio universal"

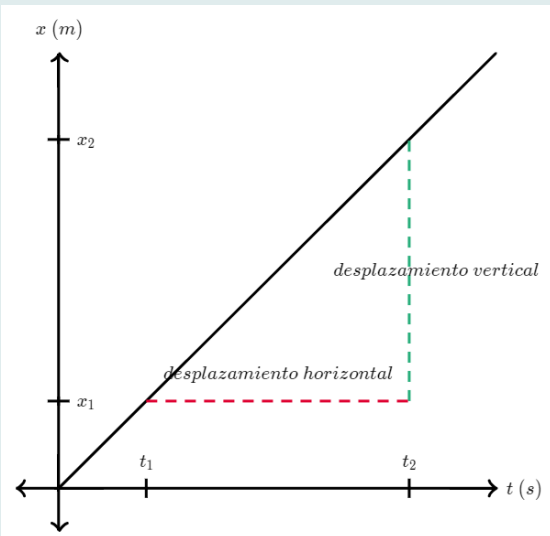


Recordemos que la formula de velocidad media es:

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}$$

• Construcción

1. Consideremos la función f(t) cuya gráfica es la siguiente:



Describe con tus palabras lo que observas.

.....

.....

.....

.....

¿A qué temas previos se te hace parecido esta gráfica?

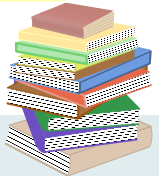
.....

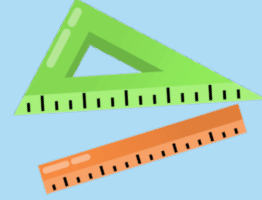
.....

.....

.....

2. Recordemos que ésta es una gráfica posición tiempo de un móvil.





3. Recordemos que la Tasa de Variación Media entre a y b es:

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(\square) - f(\square)}{b - a} \quad \begin{array}{l} a \rightarrow \text{Es el punto} \\ b \rightarrow \text{Es el punto} \end{array}$$

4. Fíjate que la T.V.M en un intervalo determinado nos proporciona la velocidad media de dicho móvil en ese intervalo.

$$\boxed{\text{Velocidad Media de un móvil}} \longrightarrow T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = V_m$$

5. Por lo tanto, podemos afirmar que:

La Tasa de Variación Media de una función $f(t)$ en el intervalo determinado coincide con la velocidad media de un móvil.

• Ejemplo:

La posición en función del tiempo de un móvil que se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea viene dada por: $f(t) = t^2 + 3t$ en unidades del S.I. Calcula la velocidad media, entre $t = 1$ s y $t = 5$ s.

$$V_m = \text{TVM}_{[1,5]} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{40 - 4}{5 - 1} = \frac{36}{4} = 9 \text{ m/s}$$

Respuesta: La velocidad media del móvil es de 9 m/s

• Resolver el siguiente ejercicio:

La posición en función del tiempo de un móvil que se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea viene dada por: $f(t) = t^3 + 3t + 1$ en unidades del S.I. Calcula la velocidad media, entre $t = 1$ s y $t = 10$ s.

Reto:

La posición en función del tiempo de un móvil que se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea viene dada por: $f(t) = 50 + 150t$ siendo t la hora del día y $f(t)$ su distancia al origen. ¿Cuándo va más rápido el móvil, entre las 3 h y las 5 h o entre las 7 h y las 11 h?

PENSAR**3.- CONCEPTOS PREVIOS**

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Tasa de Variación Media.
- Velocidad media.
- Pendiente.
- Física

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Debo relacionar a la Tasa de Variación Media como la velocidad media a la que va un móvil en un determinado intervalo.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

1. Resolver el problema con la Tasa de Variación Media.
2. Resolver el problema utilizando las formulas de M.R.U.

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

Escojo el primer método para poder contrastar mis saberes de física con esta forma de resolver el problema.

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Cuándo va más rápido el móvil, entre las 3 h y las 5 h o entre las 7 h y las 11 h?

**HACER****6.- PROCEDIMIENTO**

1. Reconocer la función y los intervalos en los que voy a trabajar.

$$f(t) = 50 + 150t \quad [3, 5] \text{ y } [7, 11]$$

2. Recordar la fórmula Tasa de Variación Media.

$$T.V.M_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

3. Aplicar la Tasa de Variación Media para el primer intervalo.

$$T.V.M_{[3,5]} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{800 - 500}{2} = \frac{300}{2} = 150 \frac{Km}{h}$$

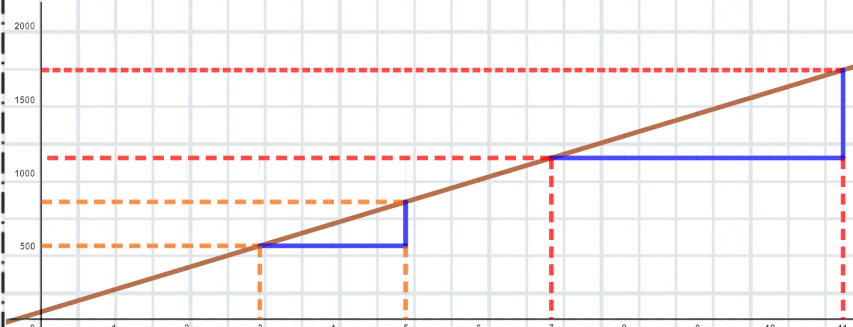
4. Aplicar la Tasa de Variación Media para el segundo intervalo.

$$T.V.M_{[7,11]} = \frac{f(11) - f(7)}{11 - 7} = \frac{1700 - 1100}{4} = \frac{600}{4} = 150 \frac{Km}{h}$$

Respuesta: La velocidad media móvil es de 150 kilómetros por hora.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

**7.-CONCLUSIONES**

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

La velocidad media del móvil en ambos intervalos es 150 kilómetros por hora, lo cual es correcto porque me dan una función lineal.

¿Qué acabo de aprender?

Aprendí que la velocidad media de un móvil se la puede medir con la Tasa de Variación Media.



Reto:

La posición en función del tiempo de un móvil que se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea viene dada por: $f(t) = 50 + 150\sqrt{t}$ siendo t la hora del día y $f(t)$, su distancia al origen. ¿Cuándo va más rápido el móvil, entre las 2 h y las 4 h o entre las 7 h y las 13 h?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

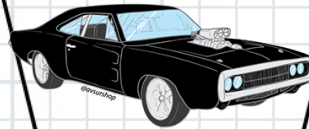
1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?



¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

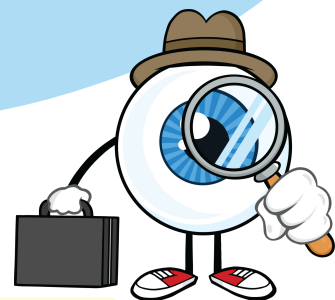
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?



¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

.....

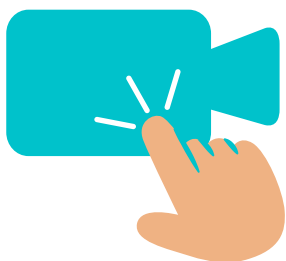
.....

.....

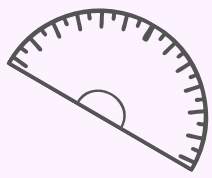
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=7pb-tpZRAFw>
- <https://www.youtube.com/watch?v=270L2TJE4Fk>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 6

CONCEPTO DE DERIVADA

- Destreza

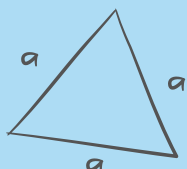
Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones por medio de gráficas. (Ref. M.5.1.35.)

- Objetivo de la clase

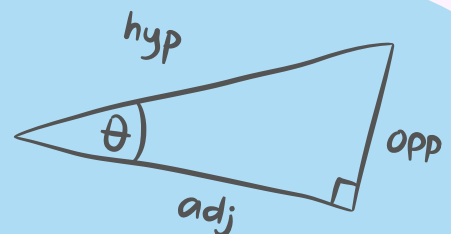
Identificar los conceptos que intervienen en la derivada, como recta tangente, recta secante, tasa de variación media e instantánea, velocidad instantánea por medio de ilustraciones.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

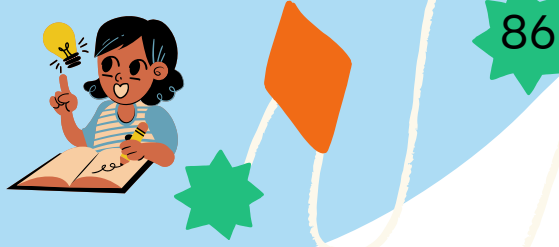


$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



Dato Curioso

¿Sabías qué?

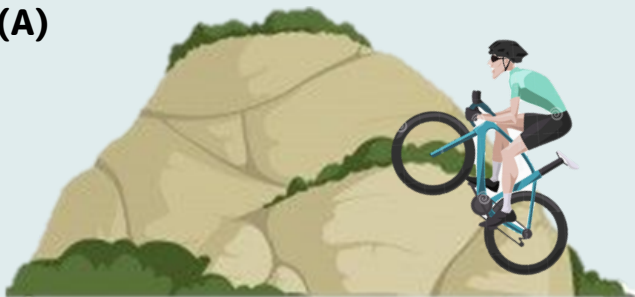
Los matemáticos querían entender el concepto que los Griegos ya habían tenido en el siglo III a.C. acerca de la Derivada, como una recta secante que se podía convertir en una recta tangente moviendo un solo punto.



Realice las siguientes actividades.

1. Observa las imágenes (A) y (B) que muestra a un ciclista en diferentes situaciones y responde:

(A)



(B)



¿En qué caso el ciclista hará más esfuerzo para subir la montaña? ¿Por qué?

2. Clasifica los siguientes ejemplos como un caso de rapidez o velocidad.

(A) Un avión viaja de Quito a Cuenca a 280 km/h.



(B) Un correcaminos puede alcanzar los 42 km/h.



(C) María recorre 2 metros en un segundo con su mascota.



(D) Juan camina desde su casa a la tienda, a 1 m/s.



3. Observe imágenes, y escriba si se considera como un extremo máximo o mínimo.

- Puente del Velero en Guayaquil



- Cúpulas de la Catedral de Cuenca



• Construcción



Expresa de forma escrita cada simbología.

- $\Delta y / \Delta x$

- dy/dx

- y'

- $f'(x)$

Interpretación de la Derivada



La derivada

La derivada de la función $f(x)$ es la razón de cambio instantánea en un momento dado, donde la relación se da entre la variable dependiente y la independiente

Velocidad Instantánea

La velocidad en el instante toma un valor un tiempo determinado, y es igual a la pendiente de la recta tangente en el punto P

Actividad: Lea detenidamente y complete el siguiente problema.

Reto: Dada una función cualquiera $f(x)$, ¿Cómo podemos demostrar la derivada de una función en un punto como la pendiente a la curva?.

PENSAR

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Recta Secante y Tangente
- Pendiente de una recta
- Triángulo rectángulo
- Funciones trigonométricas

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Triángulo rectángulo.
- Pendiente de la recta secante
- Límite de una función

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

- Mediante una recta que corte a la grafica en dos puntos y utilizando el concepto de límite.
- A partir de la tasa de variación media en un intervalo de su variable independiente.

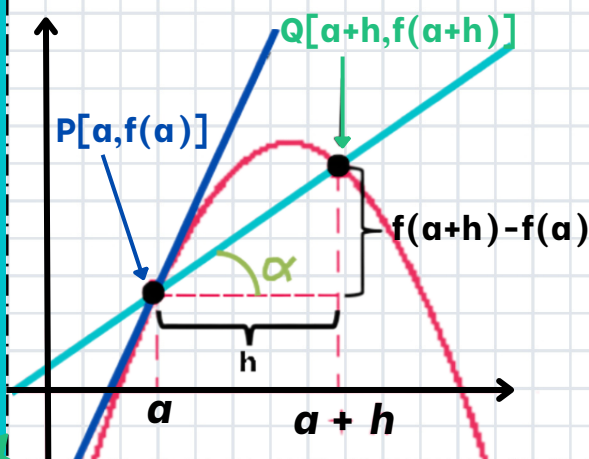
¿Cuál método elijo para resolver el problema?

¿Por qué?

El método gráfico, debido a da un mejor vistazo sobre la interpretación de la derivada.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)



Fórmulas

- Pendiente de una recta

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Función Tangente

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{C.Opuesto}}{\text{C.Adyaente}}$$

HACER

6.- PROCEDIMIENTO

Trazar una recta secante a la grafica y formar un triángulo de ángulo α .

- El aumento de **P** cuando nos movemos hacia **Q** es **<h>**.

Coordenadas:

P $[a, f(a)]$ y **Q** $[a+h, f(a+h)]$

Hallar la pendiente de la recta secante y la tangente del ángulo α .

$$m = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- Si **Q** se aproximara tanto a **P**, es decir si **<h>** tiende a 0 la **recta secante** se convierte en **recta tangente**.

Entonces, la pendiente de la **recta tangente** en el punto **P** y coincide con la fórmula de la derivada de una función en un punto.

$$m = \tan(\alpha) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$m = \tan(\alpha) = f'(a)$$

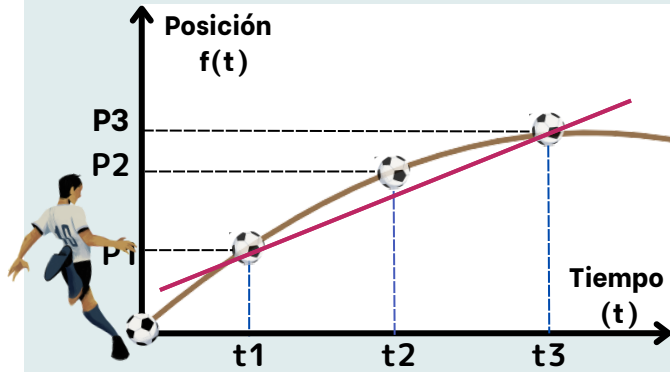
7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida? La derivada de la función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la curva, también la podemos interpretar como el ritmo con la "f(x)" o "y" se modifica con respecto a x, donde x toma un valor en específico.

¿Qué acabo de aprender?

• Interpretación física de la derivada.

- Un futbolista patea el balón que se mueve a lo largo de una recta, siendo $f(t)$ es espacio que recorre el balón en el tiempo t .



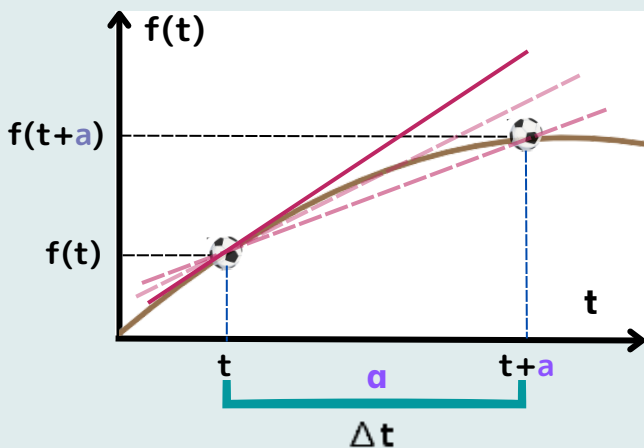
La interpretación física común es la velocidad media V_m .

La V_m del balón en el intervalo de tiempo entre t y $t+a$.

$$V_m = \frac{f(t+a) - f(t)}{t - (t-a)} = \frac{f(t+a) - f(t)}{a} = \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

- Cuando “ a ” ó Δt se aproxima a 0, la velocidad media se aproximara a la velocidad instantánea.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t+a) - f(t)}{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$



La Velocidad instantánea del balón para un tiempo t , es la velocidad que posee el balón cuando se encuentra en un posición $f(t)$.

$$V = \frac{d[f(t)]}{dx}$$

Por lo tanto, el valor de la derivada representa la razón de cambio de la posición del balón en un tiempo determinado.

Escribe como tus propias palabras.

La velocidad instantánea es : _____

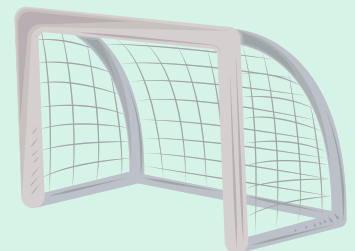


Las velocidades media e instantánea son diferentes:

Ejemplo de velocidad media, una pelota a 4 metros del arco es pateada por un niño, al iniciar el cronómetro se observo que la pelota se demoró 6 segundos en llegar al arco.

Ejemplo de velocidad instantánea, en el caso de la pelota pateada, la velocidad media no da la velocidad de la pelota a los 4 seg de ser pateada, con la instantánea podemos calcular la velocidad de la pelota en el 1 s, 2 s, 3 s,..., hasta detenerse.

Recuerda





Actividad: Lea detenidamente y complete el siguiente problema.

Reto: Una de las aplicaciones de la derivada es la optimización de recursos a partir de un modelo matemático, dada la siguiente función $f(x) = x^3 + 3x^2$. Determinar, ¿Cómo determinar los valores mínimo y máximo de la función mediante la aplicación de la derivada?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Función cóncava.
- Función convexa.
- Signos de desigualdad.
- Monotonía creciente o decreciente.

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?
¿Cómo determinar los valores mínimos y máximos de una función mediante la aplicación de la derivada?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Continuidad de una función.
- Analizar los puntos críticos.
- Buscar los intervalos de solución.
- Definir los extremos relativos y absolutos.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)



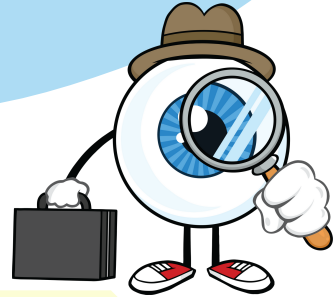
7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

.....

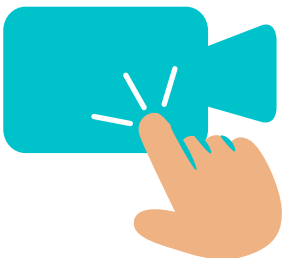
.....

.....

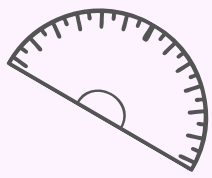
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=fRxLP3pAHio>
- <https://www.youtube.com/watch?v=AzTGmJGlpI8>
- <https://www.youtube.com/watch?v=J-la6TxU8Ws>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 7

APLICACIÓN DE LA PRIMERA DERIVADA (GEOMÉTRICA)

- Destreza

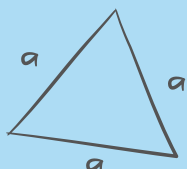
Comprender de manera geométrica la derivada como la pendiente a la recta tangente, mediante la resolución de ejercicios y problemas. (Ref. M.5.1.35.)

- Objetivo de la clase

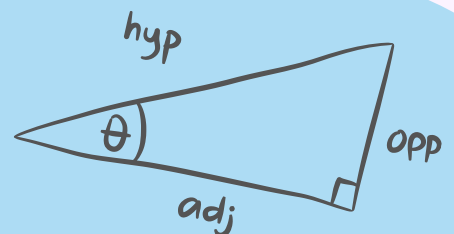
Resolver ejercicios y problemas contextualizados donde se aplique el concepto de la primera derivada como pendiente de la recta tangente, mediante el diagrama de V de Gowin.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



Dato Curioso

¿Sabías qué?

La derivada del volumen de una esfera es igual a su área o superficie. Además, la derivada del área de un círculo es igual su perímetro.



Actividad: Relacione cada imagen con una palabra del siguiente conjunto.

Función: Creciente, cóncavo, convexa, decreciente

Volcán Chimborazo



Monumento a Vulcano en Cuenca.



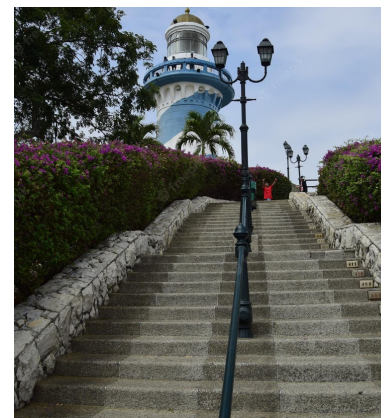
Manta



Baños de Agua Santa



Cerro de Santa Ana





Aplicación de la Derivada Geométricamente.

Actividad: Determine la razón de cambio instantánea en el valor dado e interprete la respuesta.

a) Un disco metálico sometido a calor, expande su área en función de $A(r) = \pi r^2$, siendo r el radio en cm. ¿Cuánto ha crecido el área del disco al alcanzar 10 cm de radio?



$$a) \quad A(r) = \pi r^2 \qquad A'(r) = \frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$$A'(10) = 2\pi(10) = 20\pi \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Respuesta: Cuando el disco tiene un radio de 10 cm, su área se ha expandido a razón de $20\pi \text{ cm}^2$ por radio en cm .

b) Una masa de frío se aproxima a la ciudad de Cuenca , donde la temperatura de la ciudad está en función de $T(t) = 30 - 3t + t^2 \text{ }^\circ\text{C}$, siendo t las horas del día, Determine el cambio la temperatura con respecto a la hora, cuando son las 5 a.m



c) Suponga que se produce un soda en el cual el costo total en producir x litros de soda es $C(x) = 2\sqrt{x} + 5$. Determine el costo marginal cuando se produce 64 litros de soda.



Actividad: Lea detenidamente el ejemplo y escriba la conclusiones.



Reto: En el Cajas existen criaderos de truchas, donde el número de la población depende del tiempo transcurrido t en años. El primero de enero de 2021 el estanque contaba con 1000 truchas para su reproducción y el primero de enero de 2022 se observó que la población de truchas en el estanque estaba en $P(t) = 35t^2 + 50t + 1000$. Los Dueños desean saber: ¿Cuál es la tasa de crecimiento de las truchas para el primero de enero del 2027 y la tasa relativa de crecimiento en ese año?

PENSAR

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

Funcion
Derivada
Tasa de crecimiento
Tasa relativa

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Analizar el período de tiempo del crecimiento de las truchas

- Aplicar reglas de derivación.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

- Determinar el crecimiento a partir de la tasa de variación instantánea.
- Analizar la gráfica para determinar el posible crecimiento de la población.
- La derivada como la tasa de crecimiento

¿Cuál método elijo para resolver el problema?

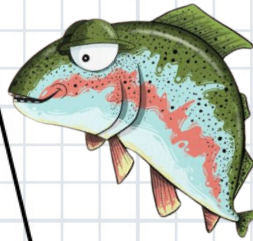
¿Por qué?

Utilizar el tercer método es más rápido que aplicar los demás, solo debemos conocer el concepto.

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Cuál es la tasa de crecimiento de las truchas para el primero de enero del 2023 y la tasa relativa de crecimiento?



HACER

6.- PROCEDIMIENTO

1° Enero 2021 $t=1$ año
1° Enero 2022 $t=2$ años
1° Enero 2023 $t=3$ años
1° Enero 2024 $t=4$ años
1° Enero 2025 $t=5$ años
1° Enero 2026 $t=6$ años
1° Enero 2027 $t=6$ años

• La población de las truchas para sexto año.

$$P(t) = 90t^2 + 225t + 1000$$

$$P(6) = 90(6)^2 + 225(6) + 1000$$

$$P(6) = 5590$$

• Para conocer la tasa de crecimiento tenemos que derivar la función.

$$P'(t) = \frac{dP(t)}{dt} = \frac{d(90t^2 + 225t + 1000)}{dt}$$

$$P'(t) = 90(2)t + 225 = 180t + 225$$

$$P'(6) = 180(6) + 225 = 1305 \frac{\text{Truchas}}{\text{año}}$$

• La tasa de crecimiento relativo se representa sobre una base porcentual.

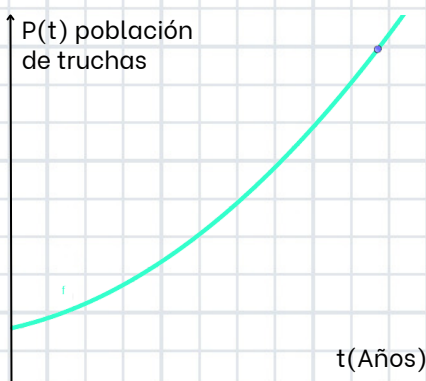
$$T. C. R = \frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{P'(6)}{P(6)} = \frac{1305}{5590} = \frac{261}{1118}$$

$$T. C. R = 0,2335 * 100\% = 23,35\%$$

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

$P(t)$ población de truchas



Datos:

$$P(t) = 90t^2 + 225t + 1000$$

$P(t)$ es la población de truchas en cada año

• Reglas de derivación

$$\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$$

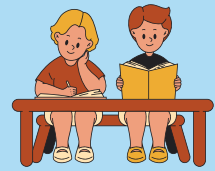
7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

La tasa a la que crece la población es de 1305 truchas por año.

El crecimiento de las truchas para el 2027 es del 23,35%.

¿Qué acabo de aprender?



Reto: La empresa de Paja Toquilla Ecuadorian Hats fabrica x sombreros de paja toquillas con un costo total dada por $C(x) = 2000 + 5x + x^2$. ¿Cuál es el ingreso marginal, cuando se fabrica el sombrero número 67 y cual es el ingreso real por la venta del siguiente sombrero?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?
 - Ingreso Marginal
 - Ingreso Real

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?
 - Función del ingreso marginal
 - Reglas de derivación

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
 ¿Por qué?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?
 ¿Cuál es el ingreso marginal, cuando se fabrica el sombrero número 67 y cual es el ingreso real por la venta del siguiente sombrero?



6.- PROCEDIMIENTO

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

¿Qué acabo de aprender?

Reto: Un vehículo para explorar Marte tiene la capacidad de subir por cráteres de hasta una pendiente de 75%. La representación del perfil del cráter es aproximadamente

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x \leq 20 \\ 100, & 20 < x < 45 \\ \frac{(x-65)^2}{4}, & 45 \leq x \leq 65 \end{cases} \quad \text{¿Hasta que altura puede subir el vehículo explorador?}$$

PENSAR

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Recta Tangente
- Pendiente de una recta
- Triángulo rectángulo
- Funciones Trigonométricas

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Recta Tangente
- Pendiente de una recta
- Triángulo rectángulo
- Funciones Trigonométricas

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

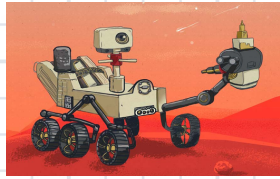
¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Hasta que altura puede subir el vehículo explorador?

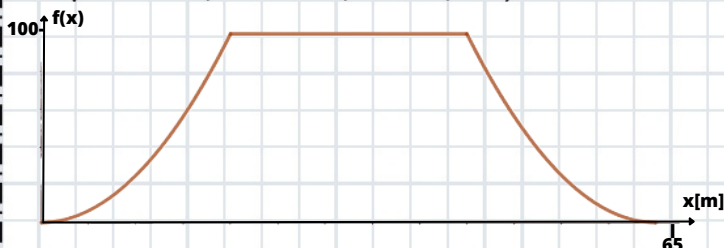


HACER

6.- PROCEDIMIENTO

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Datos del problema, fórmulas, tablas, etc)



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x \leq 20 \\ 100, & 20 < x < 45 \\ \frac{(x-65)^2}{4}, & 45 \leq x \leq 65 \end{cases}$$

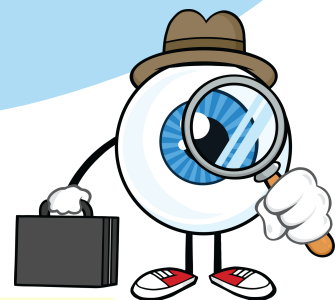
7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

.....

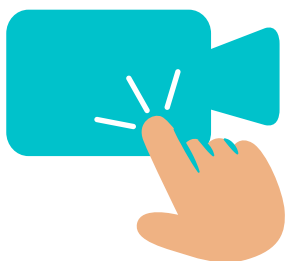
.....

.....

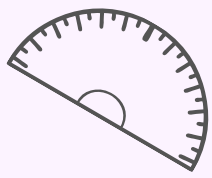
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- https://www.youtube.com/watch?v=Mzq_OWGBtSo&t=9s
- <https://www.youtube.com/watch?v=5kBE1g7wt8k>



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 8

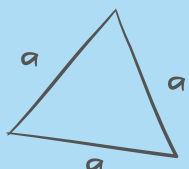
APLICACIÓN DE LA PRIMERA DERIVADA (FÍSICA)

- **Destreza**

Comprender de manera física el concepto de primera derivada (velocidad instantánea) de funciones, con apoyo de ejercicios y problemas. (Ref. M.5.1.35.)

- **Objetivo de la clase**

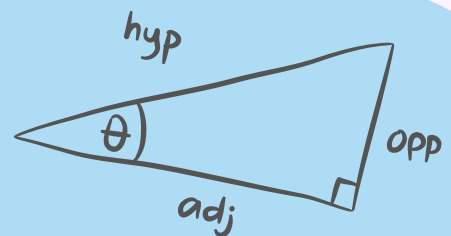
Resolver ejercicios y problemas donde se aplique el concepto de la primera derivada como velocidad instantánea, mediante el diagrama de V de Gowin.



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



Dato Curioso

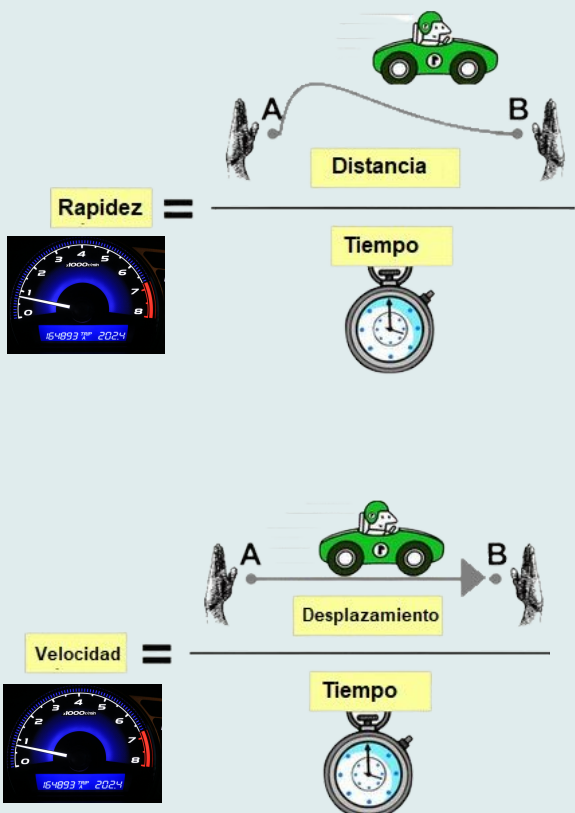
¿Sabías qué?

Leibniz en 1675, desarrolló el cálculo diferencial, donde trato como cociente incremental a la derivada y no como una velocidad. Leibniz inventó los símbolos matemáticos más famosos: Integral \int y diferenciales $\frac{dy}{dx}$



Actividad: Complete los enunciados y después busque la palabra en la sopa de letras.

- Lugar donde se encuentra un móvil en un instante de tiempo:
- Línea imaginaria que deja un objeto cuando describe su movimiento:
- Magnitud escalar, que relaciona la distancia recorrida con el tiempo:
- Magnitud vectorial que relaciona el desplazamiento con el tiempo:
- La derivada de una función en un punto es igual a la de la tangente a la curva en ese punto.
- La velocidad es el cambio de posición de un cuerpo entre el tiempo total del viaje.
- La velocidad es la velocidad en un punto específico en el tiempo.



T	R	M	A	Z	S	O	I	Q	P	I
V	R	A	E	W	E	R	H	L	O	N
O	E	A	P	D	J	H	T	T	S	S
S	T	L	Y	I	I	B	V	V	I	T
K	A	F	O	E	D	A	H	L	C	A
G	C	I	U	C	C	E	L	Y	I	N
D	K	M	P	W	I	T	Z	V	Ó	T
E	O	I	Z	P	V	D	O	Z	N	Á
L	R	D	G	B	B	S	A	R	Y	N
F	D	U	K	B	L	Q	O	D	I	E
D	P	E	N	D	I	E	N	T	E	A

• Construcción

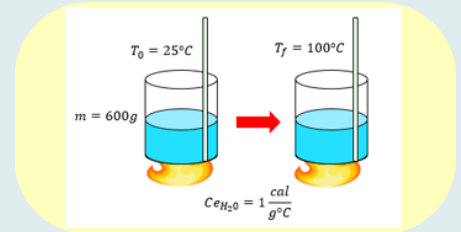


Aplicación de la Derivada Físicamente.

Actividad: Relacione cada aplicación con su campo de estudio.

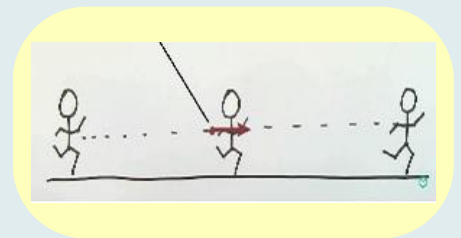
1.-Analiza el movimiento de los objetos como la velocidad y aceleración.

() Termodinámica



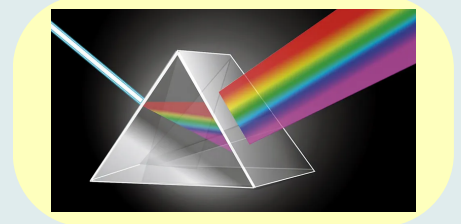
2.-Se utiliza para determinar la capacidad calorífica del sistema.

() Movimiento



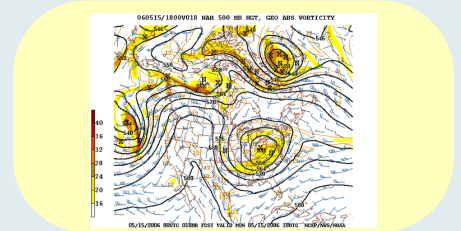
3.-La corriente es igual a la derivada del campo eléctrico con respecto al tiempo.

() Óptica



4.-Modela el comportamiento de la luz, la ecuación de onda contiene derivadas de funciones matemáticas.

() Meteorología



5.-Modeliza el movimiento de las masas de aire para predecir la formación de tormentas

() Electricidad



Actividad: Lea detenidamente el ejemplo y escriba la conclusiones.

Reto:

Los albatros en alta mar describen movimientos en espirales en contra del viento cerca de la superficie, esta fuerza del viento les permite sostenerse, cambiar de velocidad y altura. La trayectoria del despegue de un albatro está dada por la función $r(t) = 3 \cos t + 3 \sin t + t^2$ en segundos. Determinar, ¿Cuál es la velocidad instantánea que adquiere el albatro en el segundo 4 y el minuto 1? Compare los resultados.

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Trayectoria.
- Velocidad y rapidez.
- Velocidad instantánea.

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Identificar la diferencia entre trayectoria, desplazamiento, la velocidad y rapidez.
- Derivar la posición en función del tiempo.
- Reglas de derivación.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

- Derivar la posición en función del tiempo y reemplazar los valores de tiempo.
- Construir la gráfica y por medio de la tasa de variación instantánea encontrar el valor.

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

Elijo el primer método, al entender el concepto de derivada Física, ya no tengo que construir la gráfica de senos y cosenos.

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Datos del problema, fórmulas, tablas, etc)

Datos: $r(t) = 3 \cos t + 3 \sin t + t^2$
 $t = 4 \text{ seg}$
 $t = 1 \text{ minuto.}$

Fórmulas:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Reglas de derivación

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

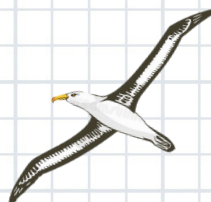
$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$$

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Cuál es la velocidad instantánea que adquiere el albatro en el segundo 4 y su rapidez?



6.- PROCEDIMIENTO

$$r(t) = 3 \cos t + 3 \sin t + t^2$$

Para obtener la velocidad hay que derivar la posición.

$$3 \frac{d(\cos t)}{dx} = -3 \sin t \quad \frac{d(t^2)}{dx} = 2t$$

$$3 \frac{d(\sin t)}{dx} = 3 \cos t$$

$$r'(t) = \frac{dr(t)}{dt} = \frac{d[3 \cos t + 3 \sin t + t^2]}{dt}$$

$$r'(t) = -3 \sin t + 3 \cos t + 2t$$

Reemplazamos el valor de $t = 4 \text{ seg}$ para obtener la velocidad instantánea

$$r'(4) = -3 \sin 4 + 3 \cos 4 + 2(4)$$

$$r'(4) = [2,27 - 1,96 + 8] \frac{m}{s}$$

$$r'(4) = 10,78 \frac{m}{s}$$

Reemplazamos el valor de $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ seg}$ para obtener la velocidad instantánea

$$r'(60) = -3 \sin 60 + 3 \cos 60 + 2(60)$$

$$r'(60) = [0,91 - 2,86 + 120] \frac{m}{s}$$

$$r'(60) = 118,1 \frac{m}{s}$$

7.- CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

¿Qué acabo de aprender?



Reto: En una área al Oeste de Nepal se ha colocado un collar satelital al leopardo de las nieves, cuya información sobre el desplazamiento son enviados al correo electrónico de los investigadores. Los datos han determinado que el leopardo sigue una trayectoria $r(t) = \cos(5t^2) + (3\sqrt[2]{5t} + 3t)$ en 12 horas al movilizarse de su guarida hasta una granja. ¿Cuál es la posición y velocidad del leopardo a los 30 min y 5,5 horas después de salir de su refugio ?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

¿Qué acabo de aprender?

Reto: En las piscinas de Baños (Cuenca) se debe realizar mantenimiento cada fin de Año. El agua de un piscina de **11x5 m** y **2 m** de profundidad, se extrae mediante una bomba, donde el volumen en litros de agua después de t minutos iniciada la extracción es $V(t) = 10(11 - 25t + t^2)$. Determine: ¿Qué tan rápido termino de salir el agua de la piscina, si el proceso duro **20 min**? Si después se llena con cierta cantidad de agua que fluye a una tasa $4 \text{ m}^3/\text{min}$. ¿Qué tan rápido subió el nivel de agua cuando este ha alcanzado la mitad de profundidad?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Unidades de longitud, volumen, tiempo.
- Tasa de variación
- Rapidez

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Continuidad de una función.
- Analizar los puntos críticos
- Buscar los intervalos de solución.
- Definir los extremos relativos y absolutos

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Qué tan rápido termino de salir el agua de la piscina?
¿Qué tan rápido subió el nivel de agua cuando este ha alcanzado la mitad de profundidad?



6.- PROCEDIMIENTO

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

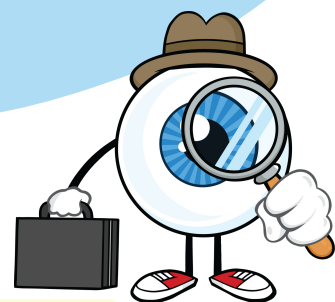
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

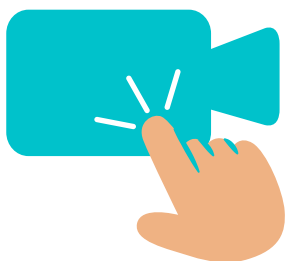
.....

.....

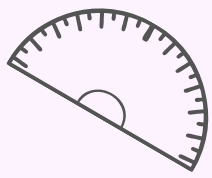
.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=5YJH3Xx8E0A>
- https://www.youtube.com/watch?v=W99g_CLUCxs



$$y = mx + b$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

CLASE # 9

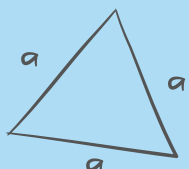
APLICACIÓN DEL CONCEPTO DE DERIVADA EN PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

- Destreza

Aplicar el concepto de la derivada en la resolución de problemas de optimización.

- Objetivo de la clase

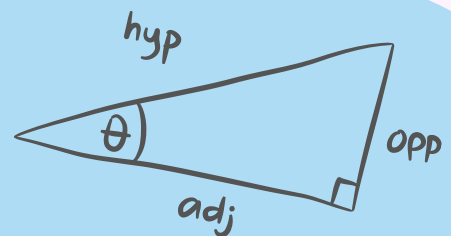
Resolver problemas de optimización mediante modelos matemáticos y con apoyo de la V de Gowin



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



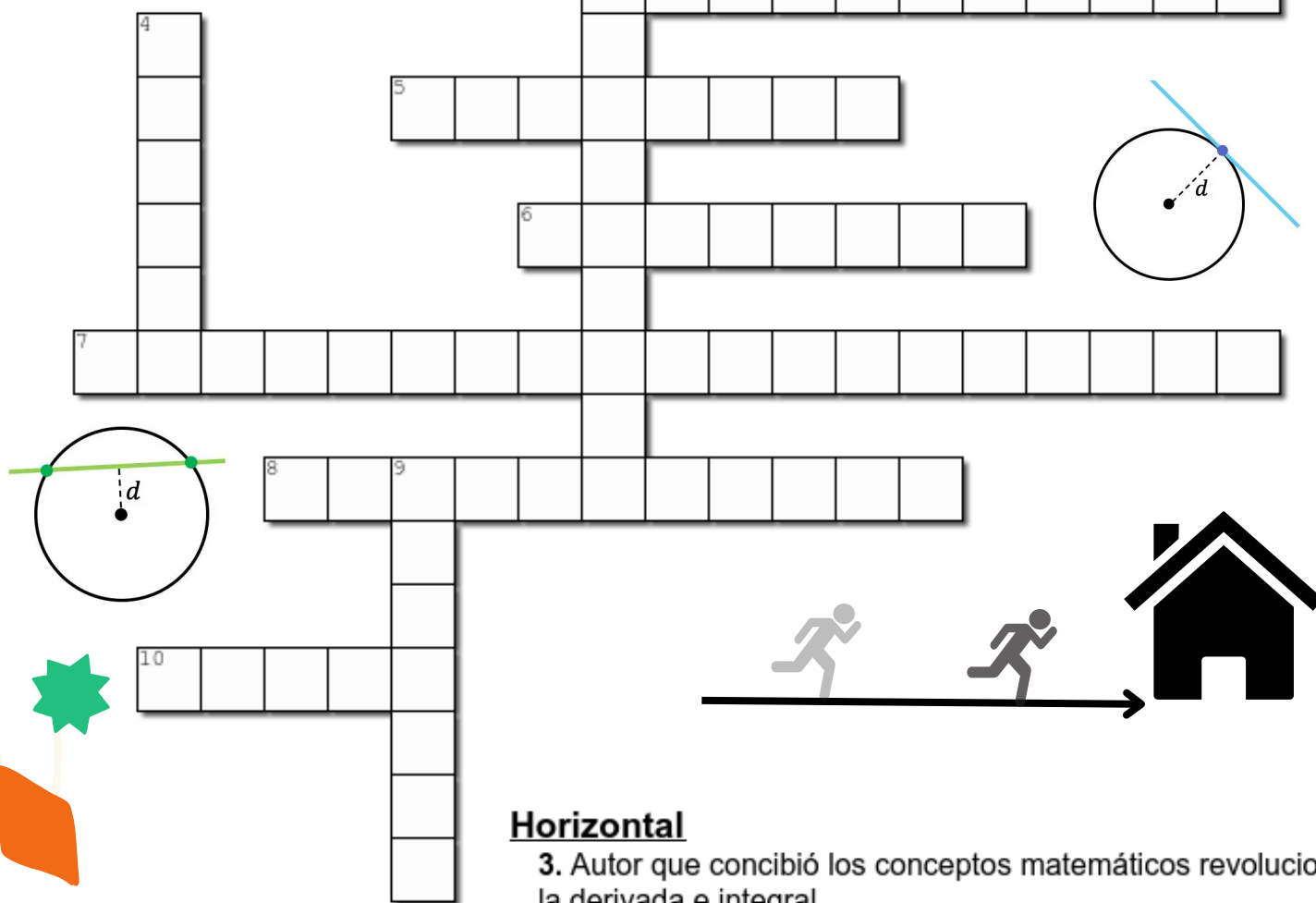
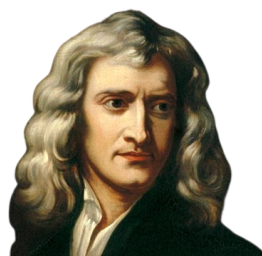
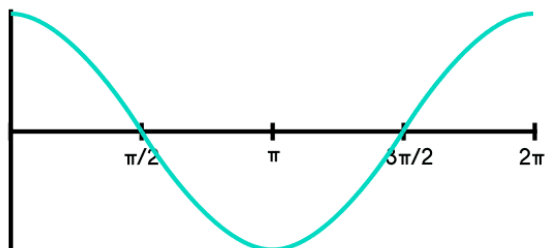
$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

• Anticipación



Actividad: Complete el siguiente crucigrama



Horizontal

3. Autor que concibió los conceptos matemáticos revolucionarios: la derivada e integral.
5. Representa la pendiente de la recta tangente a la curva de una función $f(x)$
6. Recta que toca a una curva en un punto.
7. Forma significativa de relacionar el incremento de Δy con el de Δx .
8. Velocidad que tiene el cuerpo en un instante específico, en un punto determinado de su trayectoria.
10. La tasa de variación _____ es el cociente entre la variación de la función y la longitud del intervalo $[a,b]$.

Vertical

1. Escribir en letras la respuesta de: $f'(x) = 5x - 10$
2. Problema que busca minimizar o maximizar el valor de una variable
4. Derivada de la función seno
9. Recta que corta a una curva en 2 puntos.

• Construcción



Dato Curioso

¿Sabías qué?

Fermat, antes que Newton y Leibniz publicaran sus trabajos sobre el cálculo diferencial, inventó métodos ingeniosos para obtener valores máximos y mínimos; donde J. Baptiste-J. Fourier mostró aproximaciones a los métodos de optimización actualmente se consideran en la programación lineal.

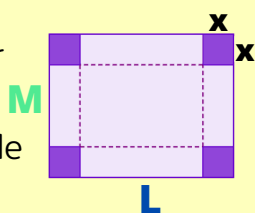


¿Qué es un modelo matemático ?

Es la representación en términos matemáticos de forma aproximada del comportamiento de un sistema o un fenómeno en la vida real.

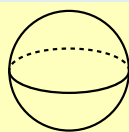
Actividad: Determine modelo Matemático que describe cada enunciado.

Una caja abierta se fabrica a partir de una pieza rectangular de lado L y M . Determine el volumen de la caja en función de la longitud.



$$V(x) = (L - 2x)(M - 2x)(x) [u^3]$$

Determinar el radio de una esfera en función de su área.



Determinar el lado de un cubo en función de su volumen.



Una ventana tiene forma de rectángulo coronada por un semicírculo. Cuyo perímetro es P . Expresa el área de la ventana en función del ancho de la ventana.



Actividad: Lea detenidamente y complete el siguiente problema.

Reto: En una granja se desea construir un depósito con tapa para almacenar Trigo para los caballos. La cantidad de trigo que se quiere almacenar ocupa un espacio 3 metros cúbicos. Por lo tanto, se quiere construir un contenedor de acero inoxidable de extremos laterales cuadrados. ¿Cuales son las dimensiones en la que utilice la mínima cantidad de material en su elaboración?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

- Unidades de longitud.
- Volumen.
- Áreas de cuadriláteros
- Máximo y mínimo.

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

- Modelizar matemáticamente. Encontrar el área y volumen.
- Aplicar la derivada en encontrar el máximo o mínimo.
- Reglas de derivación.

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

- Plantear la superficie en función de un lado del cuadrado y aplicar la deriva.
- Plantear un modelo matemático para la superficie en función de las diagonales, graficar e intuir los extremos con ayuda de la gráfica

¿Cuál método elijo para resolver el problema?

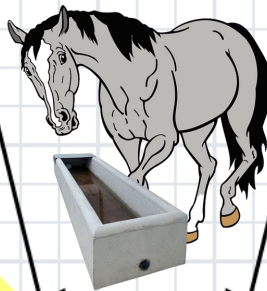
¿Por qué?

- Elijo la primera debido a que el proceso matemático es corto, si comprendo la aplicación de la deriva en buscar los extremos de una función.

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

¿Cuales son las dimensiones en la que utilice la mínima cantidad de material en su elaboración?



6.- PROCEDIMIENTO

- Determinar el área total del depósito.

$$A_t = 2A_{c1} + 4A_{c2}$$

$$A_t(x) = 2x^2 + 4(xy)$$

- El volumen total es: $V = x^2y$

Despejamos <y> $y = \frac{V}{x^2}$

Reemplazar y en el área total

$$A_t(x) = 2x^2 + \left(\frac{4V}{x}\right)$$

Derivar la expresión e igualar a cero para obtener los valores máximo o mínimo.

$$\frac{dA_t(x)}{dx} = A'_t(x) = \frac{d\left[2x^2 + \frac{4V}{x}\right]}{dx} = \frac{d[2x^2 + 4Vx^{-1}]}{dx}$$

$$A'_t(x) = 4x - 1(4Vx^{-2}) = 4x - \frac{4V}{x^2}$$

$$A'_t(x) = 0 \longrightarrow 4x - \left(\frac{4V}{x^2}\right) = 0$$

$$4x = \frac{4V}{x^2} \longrightarrow x^3 = \frac{4V}{4} \longrightarrow x^3 = V$$

$$x = \sqrt[3]{V} \longrightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

$x = 1,44$ metros aproximadamente

$$y = \frac{V}{x^2} = \frac{3}{1,44^2} = 2,08 \text{ metros}$$

7.- CONCLUSIONES

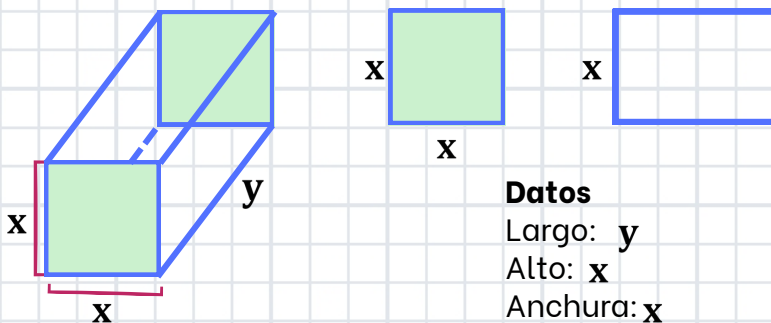
¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

Las dimensiones son de 1,44x1,44 m para las caras laterales y para las 4 caras es de 1,44x2,08 metros, son las dimensiones en las que se utiliza la menor cantidad de material para su elaboración.

¿Qué acabo de aprender?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)



Datos
 Largo: y
 Alto: x
 Anchura: x
 Volumen: $V = 3 \text{ m}^3$

$A_{\text{paralelograma}} = \text{base} * \text{altura}$

$V = A_{\text{cara}} * \text{Altura con respecto a dicha cara}$



Reto: Se desea cercar una parte del terreno para las vacas. Para ello, Juan cuenta con 1000 m de alambre y tiene pensado construir la valla de las siguientes formas: rectangular, cuadrada o circular. Sin embargo Juan no sabe qué forma seguir para que el área sea la máxima posible. Entonces, ¿De qué forma ha de ser la cerca para que las vacas tengan con un espacio máximo para moverse?

PENSAR

HACER

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?

6.- PROCEDIMIENTO

¿De que forma ha de ser la cerca para que las vacas cuenten con un espacio máximo para moverse?

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?



5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?

¿Qué acabo de aprender?

Reto: Hugo vende chocabananas, estima que vende 50 unidades a 30 centavos cada día. Durante la época de vacaciones las ventas han bajado, causando que Hugo tenga que incrementar el precio de 10 centavos por mes, sin embargo, por cada 10 centavos mensual que incrementa el precio, vende 10 chocabananas menos. Si el costo en producir una chocobana es 15 centavos, ¿A qué precio de venta obtiene el máximo beneficio mensual?

PENSAR

3.- CONCEPTOS PREVIOS

¿Qué conceptos son necesarios para obtener la respuesta?

4.- RELACIONES

¿Cómo relaciono los conceptos para plantear una solución?

5.- MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

¿Cuáles son los posibles planteamientos para resolver el problema?

¿Cuál método elijo para resolver el problema?
¿Por qué?

2.- EVENTO O ACONTECIMIENTO

¿Cómo organizo la información del problema? (Tablas, gráficas, datos del problema, formulas, etc.)

1.- PREGUNTA

¿Qué quiero obtener?
¿A qué precio de venta obtiene el máximo beneficio mensual?



HACER

6.- PROCEDIMIENTO

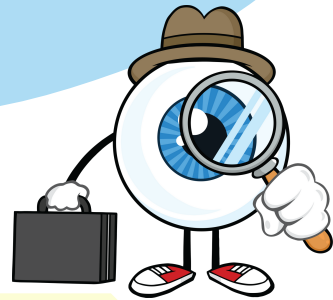
7.-CONCLUSIONES

¿Cómo interpreto la respuesta obtenida?




¿Qué acabo de aprender?

Evaluación

• Autoevaluación



- Marque con una x según considere usted cuanto ha aprendido de este tema abordado.

	<input type="radio"/>	Aprendí poco y estoy con dudas
	<input type="radio"/>	Aprendí lo necesario
	<input type="radio"/>	Aprendí bastante y puedo ayudar a mis compañeros



Escriba el porqué de su respuesta

.....

.....

.....

.....

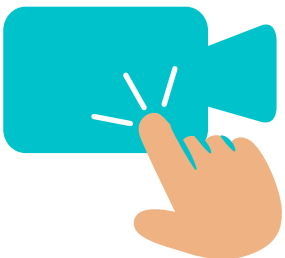
.....

.....

.....

.....

Links de videos complementarios para tú aprendizaje.



- <https://www.youtube.com/watch?v=9oDfZtT-3HU>
- <https://www.youtube.com/watch?v=lbs70tO2v5o>
- <https://www.youtube.com/watch?v=kcue6Upj9-Q>



Bibliografía

- Ayres, F. (2010.) Cálculo diferencial e integral. Editorial Mc Graw Hill. México D. F.
- Ministerio de Educación. (2018). Disponible en:
<https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/04/curriculo/2DO-BGU-FISICA.pdf>

Conclusiones

Mediante las diferentes investigaciones de fuentes bibliográficas y de los resultados obtenidos de la investigación de campo en el “Colegio de Bachillerato Ricaurte”, se ha determinado las siguientes conclusiones:

- La guía didáctica contempla el uso de la V de Gowin para la resolución de problemas de temas del Cálculo Diferencial, mediante un enfoque constructivista, lo que permite a los estudiantes mejorar su aprendizaje mediante la utilización de diferentes recursos interactivos como: el uso de videos, sopa de letras, crucigrama, datos curiosos, análisis de imágenes, entre otros. Los mismos juegan un rol fundamental en la motivación del alumnado, ya que permite diversificar la manera de aprender dentro y fuera del aula de clases.
- Los problemas propuestos en esta Guía se trabajan con la ayuda la V de Gowin, que permite la organización, la interacción entre conceptos previos y el camino hacia la solución, la interpretación de resultados y la reflexión de la actividad.
- Para finalizar, hay que recalcar que la propuesta tiene una gran aceptación por parte de los estudiantes del “Colegio de Bachillerato Ricaurte”, puesto que ratifican que es factible el uso de la Uve de Gowin dentro de las clases, además de la incorporación de actividades sugeridas por ellos.

Recomendaciones

La presente guía didáctica es un material diseñado para fortalecer los contenidos del Cálculo Diferencial para primero de bachillerato, debido a que se ha recopilado la información más relevante e indispensable del mismo, además se ha incorporado la resolución de ejercicios y problemas utilizando la V de Gowin. De igual manera, este material puede ser utilizado por cualquier persona interesada en consolidar o recordar los temas de cociente incremental, tasa de variación y la deriva. Para un óptimo aprendizaje se recomienda que las personas tengan conocimientos previos acerca de los contenidos presentes en esta guía.

El uso de la guía está destinada a estudiantes para acentuar los conocimientos en el área, mediante el trabajo autónomo. También, lo pueden usar los docentes como una bibliografía complementaria al libro base de matemáticas, debido a que esta presenta actividades, ejercicios y problemas contextualizados que pueden resultar atractivas, no obstante, el docente debe analizar y adaptar la guía de acuerdo con sus necesidades.

En consecuencia, la presente guía puede ser trabajada de forma individual o colectiva en cualquier espacio y adaptada al ritmo del estudiante. Finalmente, las sugerencias mencionadas son a fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que se motiva al uso de esta herramienta para la consolidación de saberes acerca de temas del Cálculo diferencial de Primero de Bachillerato.

Referencias

- Adrianzen, L. (2019). *Estrategias metacognitivas para el aprendizaje de la Matemática*
- Arteaga, R. y Figueroa M. (2004). La guía didáctica: sugerencias para su elaboración y utilización. *Mendive*. 2(3). 201-207. ISSN-e 1815-7696
- Baque, G. y Portilla, G. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza –aprendizaje. *Revista: Polo del conocimiento*, 58(6), 75-86. DOI: 10.23857/pc.v6i5.2632
- Bermeo, F., Tobón, S. y Hernández J. (2016). Análisis documental de la V heurística mediante la cartografía conceptual. *Ra Ximhai*, 12(6),103-121. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46148194006>
- Bravo, F., Trelles, C. y Barrazueta, J. (2017). Reflexiones sobre la evolución de la clase de matemáticas en el bachillerato ecuatoriano. *INNOVA Research Journal*, 2(7), 1-12. ISSN 2477-9024.
- Camizán, H., Benites, L. y Damián, I. (2021). Estrategias de aprendizaje. TecnoHumanismo. *Revista Científica*, 1(8), 1-20. <https://doi.org/10.53673/th.v1i8.40>
- Carruitero, P. y Oseada, D. (2021). Estrategias heurísticas en el desarrollo de competencias matemáticas en la institución educativa N° 80127 Huamachuco – 2020. *Revista: Ciencia Latina*, 4(5), 5033. ISSN 2707-2215.
- Coronel, N. y Solis, J. (2022). *Estrategia metodológica y recursos tecnológicos para la enseñanza de aplicaciones de las derivadas* [Tesis de grado Universidad de Cuenca]. Repositorio digital dspace: <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/37772>
- Cuesta, A. Garza, B y Herrera, H. (2021). Habilidades Procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. *Tecnología educativa Docentes* 2.0. 1(11). <https://doi.org/10.37843/rted.v1i11.209>
- Echeveria, Y. (2018). El modelo pedagógico tradicional, su influencia en la enseñanza del. Algunas reflexiones sobre el tema. Congreso virtual sobre la educación, 12
- en estudiantes del quinto año de secundaria de la institución educativa de Jornada Escolar Completa “Pedro Ruiz Gallo” del distrito Ignacio Escudero de la provincia de Sullana – 2018* [Tesis de Master en Educación con mención en matemáticas, Universidad de Piura]. https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/4107/MAE_EDUC_MAT_1901.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Escudero, C. y Moreira, M. (1999) La V Epistemológica aplicada a algunos enfoques en resolución de problemas. *Revistes Catalanes amb Accés Obert* 17(1), 61-68.

Fernández, J. (2021). Tendencias re-educativas para la Enseñanza de la Matemática. *Revista Innovaciones Educativas*, 23(34), 194-197. <http://dx.doi.org/10.22458/ie.v23i34.3517>

Gil, J., Solano, F., Tobaja, L. y Monfort, P. (2013). Propuesta de una herramienta didáctica basada en la V de Gowin para la resolución de problemas de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(2), 1-12. <https://doi.org/10.1590/S1806-11172013000200017>

González, M. (2018). UVE socioformativa: estrategia didáctica para evaluar la pertinencia de la solución a problemas de contexto. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 9(16), 133-153. ISSN: 2007-4336. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=521654339009>

Guachún, P. (2022). *Nuevas prácticas de laboratorio en la formación del docente de Física* [Tesis de doctorado, Universidad Nacional de Comahue]. Archivo digital. <https://mail.google.com/mail/u/0/?tab=rm&ogbl#inbox/FMfcgzGqQvwRfzILhIXbFLSGknzKCP Tk?projector=1&messagePartId=0.3>

Gutiérrez, L., Buitrago, M. y Ariza, L. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Rev. Cient. Gen. José María Córdova*, 15(20), 137-153. DOI: <http://dx.doi.org/10.21830/19006586.170>

Heras, P. y Mena, J. (2022). *Guía Didáctica para el Aprendizaje de la Termodinámica en el Segundo año de Bachillerato General Unificado*. [Tesis de Pregrado, Universidad de Cuenca]. Repositorio de la Universidad de Cuenca. Disponible en: <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/39728>

Herrera, D. (2016), *La comprensión lectora y su influencia en la resolución de ejercicios matemáticos en los estudiantes de octavo año de educación general básica de la unidad educativa Alfonso Troya del cantón Ambato*. [Tesis de Pregrado, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio de la Universidad Técnica de Ambato. Disponible en: <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/23441/3/Darwin%20roberto%20Herrera%20Benavides.pdf>

Herrera, E. (2016). Indagación y modelización con el diagrama Uve de Gowin en la formación inicial del profesorado de ciencias de Educación Secundaria. [Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals. ISBN: 9788449069185. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10803/400303>

Herrera, E., y Sánchez, I. (2019). Uso de la Uve de Gowin en el diseño de prácticas de laboratorio en Física. *Revista Espacios*, 40(23), 21-39.

<http://www.revistaespacios.com/a19v40n23/19402321.html>

Ling, C., Osman, S., Daud, M. & Hussin, W. (2019). Application of vee diagram as a problem-solving strategy in developing students' conceptual and procedural knowledge. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, 8(10), 2796–2800.

Disponible en:

https://www.researchgate.net/publication/337331129_Application_of_Vee_Diagram_as_a_Problem-Solving_Strategy_in_Developing_Students'_Conceptual_and_Procedural_Knowledge

López, J. y Vergara, B. (2015). Enfoque didáctico constructivista de la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática. *Revista ARJÉ*, 18(10), 62-69. ISSN-e 2443-4442. Disponible en: <http://arje.bc.uc.edu.ve/arj18/art07.pdf>

Maldonado, M., Aguinaga, D., Nieto, J., Fonseca, F., Shardin, L. y Cadenillas, V. (2019) Estrategias de aprendizaje para el desarrollo de la autonomía de los estudiantes de secundaria. *Revista de Psicología educativa*, 7(2), 415-439.

<https://doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.290>

María, E., Urbina, M. y Sucre, A. (2011, del 3 al 5 de agosto). Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology [conferencia]. *La V de Gowin como estrategia para favorecer la construcción del conocimiento matemático en estudiantes de ingeniería*, Medellín, Colombia.

http://laccei.org/LACCEI2011-Medellin/RefereedPapers/EUEE056_Morales.pdf

Mercapide, G. (2017). *Dificultades de aprendizaje del cálculo y enseñanza de la economía. Los conceptos de función y derivada*. [Tesis Master en formación del profesorado en educación secundaria, Universidad de Cantabria]. Repositorio de la Universidad de Cantabria.

https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/13733/MercapideArg%C3%B3n_Guillermo.pdf?sequence=1

Morales, U. (2011, del 3 al 5 de octubre). La V de Gowin como estrategia para favorecer la construcción del conocimiento Matemático en estudiantes de ingeniería [conferencia]. *Ninth LACCEI Latin American and Caribbean Conference (LACCEI'2011), Engineering for a Smart Planet, Innovation, Information Technology and Computational Tools for Sustainable Development*, Medellín, Colombia.

https://laccei.org/LACCEI2011-Medellin/RefereedPapers/EUEE056_Morales.pdf

Morantes, Z., Arrieta, X. y Nava, M. (2013). La V de Gowin como mediadora en el desarrollo de la formación investigativa. *Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 8(2), 12–33. <https://doi.org/10.14483/23464712.5147> Disponible en:

<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/5147/9352>

Novak, J. D y Gowin, D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender (edición 15)*. Martínez Roca.

Ordoñez, B., Ochoa, M., y Espinoza, E. (2020). El constructivismo y su prevalencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación básica en Machala. Caso de estudio. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 3(3), 24-31. Disponible en:

<https://docplayer.es/204131828-Constructivismo-y-su-prevalencia-en-el-proceso-de-ensenanza-aprendizaje-en-la-educacion-basica-en-machala-caso-de-estudio.html>

Pino, R. y Urías, G. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia? *Revista Científica*, 5(18), 371-392, ISSN: 2542-2987. Disponible en:

<https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392>

Quiñones, D., Erasmo, R. y Pinilla, C. (2012). La enseñanza de la matemática: de la formación al trabajo de aula. *Educere*, 16(55),361-371. ISSN: 1316-4910. Disponible en:

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35626140019>

Reyero, M. (2019). La educación constructivista en la era digital. *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*, 1(1)111–127. <https://doi.org/10.51302/tce.2019.244>

Rezabala, D. (2015). *Estrategias metodológicas para la estimulación del pensamiento crítico*. [Tesis de maestría, Universidad Católica del Ecuador Sede Esmeraldas]. Repositorio digital PUCESE: <http://repositorio.pucese.edu.ec/123456789/458>

Santana, P., Eirín, R, y Marín, D. (2017). Análisis y evaluación de portales institucionales en España. Los casos de Canarias, Galicia y Valencia.

Serrano, O., Espinoza, E. y Espinoza, E. (2019) La inclusión en la enseñanza básica ecuatoriana. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 2(2), 69-72. ISSN: 2661-6521.

Disponible en: <https://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA/article/view/129/213>

Taño A. (2021) La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral
Revista: *Varona*. 72(1). ISSN: 1992-8238

<https://www.redalyc.org/journal/3606/360670798002/360670798002.pdf>

Torregrosa, A., Deulofeu, J. y Albarracín, L. (2020). Caracterización de procesos metacognitivos en la resolución de problemas de numeración y patrones matemáticos. *Educación Matemática*, 32(3), 39–67. <https://doi.org/10.24844/em3203.02>

Anexos

Anexo # 1: Encuesta

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

ENCUESTA

El objetivo de la presente encuesta es conocer cómo se abordaron los temas del Cálculo Diferencial en Primero de Bachillerato a fin de poder crear una guía didáctica para el aprendizaje del mismo.

Sus respuestas son de gran importancia; por lo que se pide ser lo más sincero/a posible. Recalcando de esta manera que sus respuestas son **ANÓNIMAS** y **CONFIDENCIALES**.

Conteste el siguiente cuestionario.

1. **Señale una sola respuesta con "X".** ¿A usted se le dificulta aprender la asignatura de Matemáticas?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

2. **Señale una sola respuesta con "X".** Para usted los temas abordados del Cálculo Diferencial de la asignatura de Matemática, le resultaron:

Complejo	<input type="checkbox"/>
Entendible	<input type="checkbox"/>
Fácil	<input type="checkbox"/>

3. **Señale una sola respuesta con "X".** ¿En qué contenidos sobre Cálculo Diferencial tuvo dificultades?

Concepto de derivada	<input type="checkbox"/>
Concepto del teorema del valor medio	<input type="checkbox"/>
Interpretación física del cociente incremental	<input type="checkbox"/>
Concepto de Cociente incremental	<input type="checkbox"/>
Interpretación geométrica del cociente incremental	<input type="checkbox"/>
Aplicación de la primera deriva de manera geométrica y física	<input type="checkbox"/>

4. **Señale una sola respuesta con "X".** ¿Cuándo se le presenta un problema del Cálculo Diferencial, en cuál de los siguientes pasos tiene mayor dificultad?

Pasos	
Obtener los datos e incógnitas del problema.	<input type="checkbox"/>
Relacionar la teoría en la solución del problema.	<input type="checkbox"/>

Encontrar el procedimiento adecuado para resolver el problema.	
Aplicar formulas	
Interpretar la respuesta obtenida.	

5. **Señale una sola respuesta con “X”.** ¿Cree usted que mejoraría su aprendizaje, en el tema de Cálculo Diferencial, con la creación de una guía didáctica?

Si mejoraría mi aprendizaje	
No mejoraría mi aprendizaje	

6. **Señale con una “X”, puede seleccionar más de una opción.** Si creara una guía didáctica de aprendizaje para temas del Cálculo Diferencial, ¿Qué actividades le gustaría que tuviera?

Video	
Sopa de letras	
Diagramas	
Geo Gebra	
Ilustraciones	
Análisis de imágenes	
Crucigrama	
Datos Curiosos con respecto al tema	

7. **Señale una sola respuesta con “X”.** ¿Conoce o ha escuchado sobre la V de Gowin?

Conozco la V de Gowin	
Tengo poco conocimiento sobre la V de Gowin	
No Conozco la V de Gowin	