

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Educación Básica

Aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas a partir de la resolución de problemas en la educación básica

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Educación Básica

Autores:

David Santiago Pinos Maita

Darwin Andres Quizhpi Barbecho

Directora:

María Gabriela Aguilar Feijóo

ORCID: 0000-0002-2868-1616

Cuenca, Ecuador

2023-02-07

Resumen

El presente trabajo monográfico se sitúa en el área de la Didáctica de la Matemática. Se pretende determinar la importancia de la resolución de problemas para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en estudiantes de básica elemental. Para cumplir con este objetivo se realizó una investigación documental de diversas fuentes de información bibliográfica, entre ellas, libros, artículos científicos y tesis de posgrado de diversos autores. El análisis y síntesis del material permitió seleccionar la información más destacada para la redacción de los capítulos. A partir del trabajo realizado se concluye que la resolución de problemas es un eje transversal necesario para poder trabajar el significado de las operaciones básicas matemáticas en las aulas de la educación básica elemental. Esto en virtud de la familiaridad que le brinda al estudiante el trabajar con situaciones cotidianas conceptos matemáticos, hecho que además de eliminar prejuicios y miedos sobre la matemática, genera interés y curiosidad en los estudiantes por saber qué camino tienen que seguir para resolver un problema. Desde este punto, el docente y sus concepciones sobre la matemática, juegan un papel fundamental para guiar su labor y hacer que las operaciones básicas matemáticas cobren sentido, relevancia y funcionalidad en el diario vivir de sus estudiantes.

Palabras clave: resolución de problemas, matemáticas, operaciones básicas

Abstract

This monographic work is situated in the area of Didactics of Mathematics. It is intended to determine the importance of problem solving for the learning of basic mathematical operations in elementary school students. In order to fulfill this objective, a documentary research of diverse sources of bibliographic information was carried out, among them, books, scientific articles and postgraduate theses of diverse authors. The analysis and synthesis of the material made it possible to select the most relevant information for the writing of the chapters. Thus, it is concluded that problem solving is a necessary transversal axis to be able to work on the meaning of basic mathematical operations in elementary basic education classrooms. This is due to the familiarity that working with mathematical concepts in everyday situations provides to the student, a fact that, in addition to eliminating prejudices and fears about mathematics, generates interest and curiosity in the students to know which path to follow. From this point, teachers and their conceptions about mathematics play a fundamental role in guiding their work and making basic mathematical operations meaningful, relevant and functional in the daily lives of their students.

Keywords: problem solving, mathematics, basic operations

Índice

Resumen	2
Abstract	3
Dedicatoria	8
Agradecimiento	10
Introducción	12
Capítulo 1: El proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas	15
1.1. Concepto de las operaciones básicas matemáticas.....	15
1.2. Importancia de las operaciones básicas en el aprendizaje escolar y para la vida	17
1.2.1. Aprendizaje de las operaciones básicas en el ámbito escolar	17
1.2.2. Aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas para la vida	18
1.3. Enseñanza de las operaciones básicas matemáticas	19
1.3.1. Proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas desde una	21
concepción idealista-platónica	21
1.3.1.1. Libro: Tratado elemental de Matemáticas (1821).....	22
1.3.1.2. Libro: Guía de las escuelas Cristianas.....	24
1.3.1.3. Libro: Itinerarios didácticos para la enseñanza de la matemática	25
1.3.2. Concepción de las operaciones básicas matemáticas.....	27
1.3.3. Proceso de enseñanza desde una concepción constructivista	28
1.4. Las operaciones básicas matemáticas en el currículo ecuatoriano	31
Capítulo 2: La resolución de problemas matemáticos en la educación básica elemental	39
2.1. Resolución de problemas.....	39
2.1.1. ¿Qué es un problema matemático?	39
2.1.2. ¿Qué significa resolver un problema matemático?.....	40
2.2. Paradigmas de la resolución de problemas matemáticos.....	41
2.2.1. Paradigma teorista y tecnicista	41
2.2.2. Paradigma constructivista	42
2.2.3. Paradigma procedimental	42
2.2.4. Paradigma de la modelización	42
2.3. Las estrategias de resolución de problemas	43
2.4. Tipos de problemas matemáticos en la educación elemental	45

2.4.1. Tipos de problemas de suma y resta.....	45
2.4.2 Problemas multiplicativos y de división	48
Capítulo 3: Uso de la resolución de problemas para la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas	51
3.1. Aspectos generales del análisis	51
3.1.1. Análisis descriptivo.....	51
3. 2. Principales hallazgos	52
3.2.1. La resolución de problemas como método de enseñanza de las matemáticas.....	52
3.2.1.1. Dificultades que tienen los niños al resolver problemas matemáticos	53
3.2.1.2. Beneficios de la aplicación de la resolución de problemas para la enseñanza de las matemáticas	56
3.2.2. El método Pólya en la resolución de problemas para la enseñanza de las operaciones básicas	57
3.2.2.1. El método de Pólya en la resolución de problemas como estrategia pedagógica para fortalecer las operaciones básicas	58
3.2.2.2. Beneficios del método Pólya en la resolución de problemas para la enseñanza de	61
las operaciones básicas	61
Conclusiones	64
Referencias Bibliográficas	67

Índice de figuras

Figura 1 <i>Enseñanza de la suma</i>	32
Figura 2 <i>Ejercicios propuestos de enseñanza de la suma</i>	33
Figura 3 <i>Problema propuesto para el inicio del proceso de enseñanza de la resta</i>	34
Figura 4 <i>Ejercicios de resta propuestos en el libro de texto del estudiante</i>	35
Figura 5 <i>Problema propuesto para el inicio de la enseñanza de la multiplicación</i>	36
Figura 6 <i>Estrategia de memorización tabla del 9</i>	37
Figura 7 <i>Actividades propuestas libro de texto estudiante para el inicio a la división</i>	38
Figura 8 <i>Problemas de transformación de medidas incógnitas estado de inicio, transformación y estado inicial.</i>	46
Figura 9 <i>Problemas de isomorfismo de medidas función de proporcionalidad entre dos magnitudes</i>	48

Índice de tablas

Tabla 1: <i>Guía operaciones básicas matemáticas</i>	26
--	----

Dedicatoria

Mi trabajo de titulación está dedicado a:

La persona que me ha acompañado diariamente en esta etapa universitaria que está a punto de culminar, esa persona con la que hemos sufrido, llorado, divertido y reído a carcajadas. Todo mi amor, respeto y admiración para mi mami María Carmen Maita Vele, nada de esto sería posible sin su amor incondicional, su comprensión y especialmente su paciencia.

A mis hermanas Lisseth y Abigail, con quienes he crecido y han tenido que aguantar a este niño inquieto, molesto, travieso, pero eso si divertido. A mi familia, en especial a mi abuelita, a mis tíos y tías, que con una sonrisa o un abrazo siempre sientes su cariño.

De igual manera, dedico este trabajo a esas personas que por casualidad conoces en la vida y llegan a convertirse en familia. Esos verdaderos amigos y amigas con los que he vivido experiencias increíbles que espero que se repitan.

Todo esto es para ustedes,

David Pinos

Dedicatoria

Dedico este trabajo de titulación:

Al Señor de la buena muerte quien ha sido un eje para mi familia, a mi familia quienes han sido una base y una guía. En especial a mis abuelos y a mi difunto abuelo José Barbecho quien ha sido una inspiración y a mis padres Jorge Quizhpi y Cesilia Barbecho gracias, ustedes son mis pilares, mi fuerza, a quienes admiro y respeto, gracias a su sacrificio, amor y regaños, me encuentro acabando mi formación.

A mis hermanos John y Jorge cómplices en las travesuras, en los regaños y quienes soportaban a este niño. A mis tíos/as quienes alegran mi vida con chistes, anécdotas y me han apoyado con un trabajo. A mis primos/as con quienes he reído, llorado, compartido, chumado y volado.

Finalmente, a mis amigos/as por su apoyo incondicional, mi segunda familia con los que he vivido cosas maravillosas y espero seguirla viviendo.

Gracias a todos ustedes por hacer que mi vida sea maravillosa.

Darwin Quizhpi

Agradecimiento

Quiero expresar mi gratitud con Dios, con mi madre que con su ardua lucha día a día, nos ha podido dar lo más importante que se necesita para transformar la sociedad, la educación. Le agradezco mami por haber cumplido el papel como padre y madre a la vez, por a pesar de cualquier adversidad mostrarnos siempre una sonrisa y hacer que nosotros sus hijos estemos felices. Me va a faltar una vida para devolverle todo lo que me ha dado, todos sus consejos, sus enseñanzas, sus cariños, sus ocurrencias y su vida.

De la misma forma, agradecer a la Universidad Pública por abrirme sus puertas, por recogerme y brindarme un segundo hogar. Gracias Universidad de Cuenca, Facultad de Filosofía y en especial a la carrera de Educación Básica, por su papel humanizante con sus estudiantes y por su preocupación ante todo de la educación de niños y niñas de nuestra ciudad y región. Así también, guardo una inmersa gratitud hacia todos los docentes que nos acompañaron en este camino que recién empieza, me llevo conmigo todos esos aprendizajes y experiencias que tuvimos que enfrentar en la universidad, en las escuelas y hasta en nuestros hogares con las clases virtuales. Tengo un agradecimiento especial, a nuestras tutoras Isabel Cedillo y Gabriela Aguilar, por su tiempo y consejos para realizar este trabajo, sin su ayuda nada de esto sería posible.

Finalmente, le doy gracias a mis amigos, a mis panas, a mis ñaños, a mis compañeros de carrera, gracias a la vida por permitirnos compartir tantos momentos de risa, anécdotas, tardes, noches, madrugadas, ojalá los lleve conmigo siempre, gracias por darme tanto.

David Pinos

Agradecimiento

Agradezco a Dios, a la universidad de Cuenca, a los docentes de mi carrera y mis compañeros con quienes vivo toda mi formación les guardo una inmensa gratitud. Agradezco en especial a nuestras tutoras Isabel Cedillo y Gabriela Aguilar por su tiempo, paciencia, comprensión y asesoría que nos ha permitido terminar el presente trabajo de investigación.

Agradezco a mi padre Jorge Quizhpi quien sacrifico mi niñez para darme un futuro y Cesilia Barbecho por haber sido mi madre y padre en mi infancia, me faltara la vida para agradecerles su sacrificio y apoyo incondicional, agradezco a mis hermanos, primos/as, tíos y abuelos por su apoyo moral y por su cariño, en especialmente te agradezco a ti José Barbecho mi difunto abuelo y padre, quien me enseñó a ser trabajador, humilde y nunca rendirme.

A mis amigos Luis Carabajo y Marco Yunga quienes siempre me han ayudado y motivado a seguir estudiando. Por último, a mis compañeros y colegas Marcela Bermeo, Erika Lima y David Pinos con quienes he vivido cosas maravillosas gracias por aguantarme, por ser mis amigos y apoyarme incondicional en toda la carrera.

Darwin Quizhpi

Introducción

En Ecuador, uno de los últimos ajustes curriculares en el área de Matemática, toma como base la perspectiva epistemológica emergente de la Matemática denominada pragmático constructivista, que considera que el estudiante alcanza un aprendizaje significativo cuando resuelve problemas de la vida real aplicando diferentes conceptos y herramientas matemáticas (Ministerio de Educación, 2016, p. 2). Sin embargo, Sánchez (2016) desde su investigación en México afirma que:

La mayoría de los docentes de los tres primeros periodos de educación básica enseñan matemáticas de una forma rutinaria, expositiva y tediosa siguiendo el modelo tradicionalista, no se preocupan por innovar en su forma de enseñar lo cual repercute en el aprendizaje de los alumnos (p. 212)

De esta forma, a pesar del proceso realizado para diseñar la actualización a la reforma curricular ecuatoriana en el 2010 y sus ajustes posteriores en el 2016, se afirma que “no ha existido cambios de fondo, sino solo de forma y que se continúa enseñando bajo los mismos preceptos previos a la reforma, debido a la escasa capacitación en el campo de metodologías” (Taco, 2020). Además, esta situación se vio reflejada en los bajos resultados en las pruebas Pisa (2018) que muestra las graves dificultades que tienen los estudiantes ecuatorianos para desenvolverse en situaciones que requieren la capacidad de resolver problemas matemáticos (Instituto Nacional de Evaluación Educativa de Ecuador [Ineval], 2018, p 44).

La relevancia del estudio se fundamenta en reflexionar en torno al proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas, y la dualidad sobre cómo enseñar este contenido en el sistema educativo ecuatoriano, ya que por una parte el Currículo estipula ciertos lineamientos y en los salones de clase los docentes siguen transmitiendo prácticas tradicionalistas. Es por ello que se considera relevante involucrar desde este punto la solución de problemas en la enseñanza de las operaciones básicas en los estudiantes. Como futuros docentes de Educación Básica, se consideró que es importante investigar en el área de las matemáticas y sobre todo en estrategias que ayuden a los estudiantes a desarrollar habilidades y destrezas de pensamiento lógico-matemático para la resolución de problemas ya que, si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento, a los estudiantes se les debe brindar oportunidades de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel. (Pólya, 1954, como se citó en Vilanova et al, 2001)

Por otra parte, desde las experiencias en las prácticas pre-profesionales en las escuelas se ha evidenciado cómo el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas, se realizó mediante una metodología tradicional en la que el docente es el que expone la materia y ejemplifica con los ejercicios resueltos del libro, y a los estudiantes les toca realizar numerosos ejercicios de práctica. Con esto se evidencia una concepción epistemológica de las matemáticas planteada por Godino, Batanero y Font (2003) en la que “el alumno debe adquirir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática. Se supone que una vez adquirida esta base, será fácil que el alumno por sí solo pueda resolver las aplicaciones y problemas que se le presenten”. Tal parece que, a la larga muchos docentes se apropien de este discurso y eluden la significatividad que deben propiciar los aprendizajes matemáticos.

Por esa razón, el interés motivacional y personal de este tema surgió desde las prácticas pre-profesionales en diferentes instituciones educativas, en donde se observó que la enseñanza de las matemáticas sigue teniendo un fin memorístico basándose en ejercicios que no provocan el desarrollo del pensamiento del estudiante. Se ha observado que la resolución de problemas es efectuada con ejercicios, con reglas y algoritmos que guían a la respuesta siendo un aprendizaje lineal castrando el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Frente a esta problemática, el presente trabajo monográfico fundamenta y caracteriza la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las operaciones básicas en la educación básica. En este sentido se ha planteado como objetivo general determinar la importancia de la resolución de problemas para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas. Para alcanzar este objetivo se han planteado los siguientes objetivos específicos:

- Conocer cómo desde diferentes concepciones de aprendizaje se ha propuesto la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas desde el campo de su didáctica.
- Reconocer el aporte de la resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica.
- Determinar los aportes que existen desde la literatura para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas a partir de la resolución de problemas.

Para el desarrollo del trabajo se ha realizado una revisión documental, ya que permite la revisión de fuentes bibliográficas pertinentes, para definir y explicar el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas, la resolución de problemas y la relación entre las dos diferentes categorías del presente estudio. Para ello, se realizó la recopilación y sistematización de la información

mediante lecturas críticas y análisis del material bibliográfico para establecer conclusiones claras. Se sintetizó y analizó la información obtenida con el fin de alcanzar el objetivo general y los específicos planteados.

El trabajo está conformado por tres capítulos: en el primer capítulo se aborda el proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas, por tal motivo se expone su concepto, la importancia para la vida, la enseñanza desde distintas concepciones y las operaciones básicas en el sistema educativo.

En el segundo capítulo se desarrolla la resolución de problemas matemáticos en la educación básica elemental donde se presenta, los paradigmas, los factores que intervienen en el proceso de la resolución de problemas y los tipos de problemas matemáticos en la educación elemental.

En el capítulo final se presenta el estado del arte acerca del uso de la resolución de problemas para la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas. A partir de un análisis de los principales hallazgos encontrados en las investigaciones, se presenta lo reportado en dos grupos: investigaciones que tratan la resolución de problemas como método de la enseñanza de las matemáticas e investigaciones enfocadas en el uso del método Pólya en la resolución de problemas para la enseñanza de las operaciones básicas. La razón de referirse al método Pólya se realiza principalmente por la gran producción científica encontrada alrededor de este tema.

Para finalizar, el presente trabajo monográfico concluyó viendo a la resolución de problemas como un eje transversal necesario para poder trabajar el significado de las operaciones básicas matemáticas en las aulas de la educación básica elemental. Esto en virtud de, la familiaridad que le brinda al estudiante el trabajar con situaciones cotidianas conceptos matemáticos, hecho que además de eliminar prejuicios y miedos sobre la matemática, genera interés y curiosidad en los estudiantes por saber que camino tiene que seguir o le permite idear una manera creativa de llegar a una solución. Desde este punto, el docente y sus concepciones sobre la matemática, juegan un papel fundamental para guiar su labor y hacer que las operaciones básicas matemáticas cobren sentido, relevancia y funcionalidad en el diario vivir de sus estudiantes.

Capítulo 1: El proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas.

El objetivo de este capítulo se centra en presentar cómo a lo largo de la historia matemática se ha propuesto el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas. Para ello, el capítulo iniciará con una breve noción de a qué llamamos operaciones básicas matemáticas y cuáles son sus implicaciones para el ámbito escolar y para la vida. A partir de lo mencionado se detalla la visión dual que existe dentro de la didáctica de la matemática acerca de la naturaleza de esta área que conlleva dos maneras de concebirla, y que repercute en la manera de enseñarla. Dentro de estas dos maneras de concebirlas se encuentra una concepción idealista-platónica y por otra una constructivista. Para poder caracterizarlas y diferenciarlas se analizarán algunos apartados de libros que han sido propuestos para enseñar matemáticas. Para finalizar este capítulo, se expondrá, cómo ha sido tratada la enseñanza de las operaciones básicas en nuestro sistema educativo ecuatoriano mediante la revisión del currículo y los libros de texto de los estudiantes de 2°, 3° y 4° grado, que corresponden a la básica elemental.

1.1. Concepto de las operaciones básicas matemáticas

Dentro de la aritmética de la matemática podemos encontrar el término *operación* que según Obando y Vázquez (2008) es “el aspecto conceptual ligado a la comprensión del sentido y significado matemático y práctico de las operaciones” (p. 2), en la operación interviene todas esas conceptualizaciones o reglas que permiten obtener diferentes cantidades. La operación debe distinguirse del término cálculo, ya que, aunque forme parte del proceso que se emplea para realizar una operación, implica distintas maneras de encontrar un resultado. El cálculo se clasifica en diferentes tipos, pero uno de los más utilizados en la educación es el cálculo mecánico, que como lo describe Pérez (2013) hace referencia a los algoritmos que representan a una de las más rutinarias y mecanizadas acciones de los docentes en los primeros niveles educativos.

En uno de los primeros instructivos creados para la enseñanza de la matemática por el School Mathematics Study Group (1961) detallan que la suma y la resta son dos operaciones matemáticas. La multiplicación y la división son también operaciones. Estas cuatro operaciones se denominan operaciones básicas. A partir de aquí, diversos autores han caracterizado a estas operaciones desde sus visiones. Por una parte, Maza (2001) detalla que las operaciones básicas no solo describen la realidad, sino que actúan sobre ella. Resalta que estas operaciones se caracterizan por tener una acción transformadora en la que intervienen dos situaciones que interactúan entre sí para dar lugar a una nueva. Tal es el caso, de la vida misma, de la estructura habitual de la cotidianidad que afrontan tanto niños como adultos.

Por su parte, Pérez (2013) considera que las operaciones básicas matemáticas se pueden observar desde diferentes perspectivas. De un lado, desde la perspectiva matemática, en la cual es importante conocer las características y propiedades de los diferentes operadores; por otro lado, desde otra perspectiva en la que se analicen los verdaderos significados de las operaciones y el hecho de reconocer las acciones que ésta representa. Godino y Batanero (2004) se adhieren a esta visión y afirman que el profesor deberá ayudar a los niños a conectar los diversos significados, interpretaciones y relaciones de las operaciones básicas matemáticas, de manera que puedan usarlas en los contextos de la vida real. En este marco, Rodríguez y Silva (como se citó en Jung et al., 2011) complementan lo expuesto al mencionar que el hecho de trabajar los diferentes significados y representaciones le brinda al estudiante la posibilidad de identificar las relaciones entre las operaciones matemáticas.

Es por ello que, atender a la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas conlleva entender todas las dimensiones que estas implican, Alsina (2019) las organiza desde 3 diferentes aspectos. En primer lugar, un aspecto comprensivo, que hace referencia a que los alumnos deben comprender que operar significa transformar cantidades. Por otra parte, el aspecto funcional, en el que los estudiantes descubren para qué sirven las operaciones básicas, descubrir cuando es necesario sumar, restar, multiplicar o dividir en diferentes conjuntos numéricos. Como lo detalla Godino y Batanero (2004) “el profesor deberá ser capaz de ayudar a los niños a conectar los diversos significados, interpretaciones y relaciones de las operaciones aritméticas de manera que puedan usarlas de manera eficiente en los contextos de la vida real” (p.189) Por último, las operaciones básicas matemáticas poseen un aspecto técnico, que hace referencia a los algoritmos existentes para desarrollar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

Desde las escuelas como lo menciona Salgado (2019) “se tratan a las operaciones básicas en muchos casos solamente desde la perspectiva del algoritmo formal; así, gran parte del alumnado no llega a comprender los procesos que se hacen de descomposición y que conforman los algoritmos de resolución” (p.18). Autores como Kamii (citado en Chamorro, 2003) critican y ven necesario eliminar el uso de estos algoritmos, porque limitan al estudiante a seguir una receta y dejar de lado todos los procesos informales de cálculo que han utilizado los estudiantes hasta el momento para resolver sus problemas cotidianos, también denominado técnicas artesanales. En esta línea, una posición no tan radical, es la de Chamorro (2005) quien menciona que la enseñanza de los algoritmos no debe ser un obstáculo para que los estudiantes desarrollen sus propias estrategias, sino que las técnicas artesanales que se usen deben ser un punto de inicio o de apoyo para poder construir los significados de las operaciones. Por su parte, Godino y

Batanero (2003) ven la necesidad de que al menos ciertas habilidades de cálculo se deben automatizar, para que estas operaciones no ocupen la memoria de trabajo que deberá tratar procesamientos de mayor nivel a la hora de resolver problemas. No obstante, el proceso de automatización debe partir de la comprensión del significado de las operaciones básicas y no limitarse al aprendizaje memorístico de procedimientos y datos.

1.2. Importancia de las operaciones básicas en el aprendizaje escolar y para la vida

Es fundamental el papel que cumplen las operaciones básicas en nuestra sociedad, estas son utilizadas en nuestro diario vivir, pero como lo menciona Godino y Batanero (2003) la disponibilidad de calculadoras y ordenadores liberan al ser humano de realizar estos cálculos penosos. Por ello, a continuación, se presenta la importancia de la enseñanza de las operaciones básicas, por una parte, para el ámbito escolar y por para la vida.

1.2.1. Aprendizaje de las operaciones básicas en el ámbito escolar

Peñalva (2010) afirma que el aprendizaje y la enseñanza de las operaciones básicas en las escuelas desarrollan el pensamiento analítico, permite investigar a profundidad, potencia la capacidad de razonamiento para la búsqueda de soluciones de manera coherente y efectiva. De la misma forma, agiliza la mente para que esté alerta al error y de esta manera comprobar o conocer la verdad. También, ayuda al estudiante a mejorar la toma de decisiones frente a diferentes circunstancias de la vida ayudando de manera clara y contundente al desarrollo de la metacognición, y por ende a la capacidad de aprender a aprender.

Además, Lorenzato (2015) señala que, en el contexto escolar, tanto el cálculo numérico como su respectivo análisis, proporcionan un camino útil para llevar a cabo diversos procedimientos matemáticos, que pueden ser expresados algorítmicamente y solucionados mediante procesos sencillos, empleando números y haciendo uso de las operaciones básicas. En consecuencia, las operaciones matemáticas dotan a los alumnos de un conocimiento que les acompañará durante toda su vida en las tareas más comunes: administrar sus ahorros, gestión de su tiempo, resolución de juegos con amigos y familiar, sobre todo, una capacidad de abstracción aguda que usarán para jamás dejar de aprender (Palmer, 2018).

Igualmente, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación se enfoca en la construcción del conocimiento por ello, es importante que los contenidos se los asocie con actividades diarias matemáticas, de tal forma que ese conocimiento sea significativo. Para Godino, Batanero y Font (2003) el objetivo de la enseñanza – aprendizaje es propiciar

herramientas al estudiante para que relacione lo aprendido con experiencias matemáticas cotidianas, es decir, contar, agrupar, sumar, restar, etc.

Además, en la escuela se ocupan ejercicios basados en el contexto para potenciar el uso de las operaciones básicas para luego identificar en la vida cotidiana situaciones, para Godino, Batanero y Font (2003) estos problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de códigos y sistemas de numeración, utilizando las propiedades y características de éstos para lograr una mejor comprensión y resolución de dichos problemas. Además, Brousseau (2007) menciona que un alumno no aprende matemáticas sólo por sus necesidades, sino también para ofrecer a la sociedad una oportunidad de encontrar, en un momento dado, tanto a las matemáticas como a los modestos usuarios de las matemáticas que necesitará. Por esta razón, llevar situaciones de la vida cotidiana al ámbito académico significa llevar a clase una situación cotidiana de cualquier forma. El educador responsable debe ser consciente de que convertir una situación cotidiana en una situación de aprendizaje matemático no es algo banal.

Por esta razón, el Ministerio de Educación ecuatoriano (2016) tiene como propósito que los educandos logren las competencias matemáticas precisas para comprender, utilizar, aplicar, comunicar conceptos y realizar operaciones matemática que por medio de la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación se llegue a obtener resultados que les permita comunicarse para realizar interpretaciones y representaciones, en otras palabras que las matemáticas estén relacionadas con hechos de la vida del estudiante y del entorno que lo rodea.

En este sentido en el ámbito escolar lo importante que resulta el aprendizaje de las operaciones básicas, se enfoca en un requisito primordial pues sin ellas no podrán acceder a las matemáticas de secundaria y preparatoria debido a que son la base para los siguientes años educativos. Para Fernández (2012), la enseñanza de matemáticas no es muy permeable, el currículo matemático tiene los mismos ingredientes de hace décadas: mucha aritmética y cálculo, bastante álgebra y análisis, un poco de geometría y casi nada de estadística y de probabilidad.

1.2.2. Aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas para la vida

Por otro lado, el aprendizaje de las operaciones básicas de matemática es fundamental para el estudiante, debido a que ésta brinda las pautas indispensables para su desarrollo y se propicie una interacción con el medio en que se desenvuelve, sea éste en la escuela, como fuera de ella (Lorenzato, 2015). Es importante que los estudiantes aprendan a identificar datos y comprender

las interrogantes planteadas, a utilizar el método y resolver situaciones que enfrentan en su vida cotidiana.

En efecto, Broitman (2013) señala que existen fenómenos que se producen en los ámbitos cotidianos o en la práctica social que conllevan actividades matemáticas (sumar, restar, multiplicar o dividir), situaciones como cambiar dinero, comprar, vender, trabajar, etc. En este sentido, si no se aprende de una manera satisfactoria a entender estos procesos matemáticos difícilmente lograrán encontrar la incógnita y sin ello probablemente les costará salir adelante, así, por ejemplo, hasta para ir a la tienda deben de saber matemáticas, cuando un estudiante se enfrenta a situaciones problemáticas para manejar dinero, el estudiante ve la necesidad de usar sus estructuras cognitivas ya adquiridas para no ser estafado con pagar más o recibir menos cambio en la compra.

Siguiendo esta línea Brousseau (2000) resalta la importancia de organizar desde la infancia relaciones más vivas con las matemáticas, más próximas de su funcionamiento real, y menos austeras de lo que podría pensarse. En este sentido, la matemática en la vida es fundamental para el estudiante, debido a que ésta brinda las pautas indispensables para su desarrollo y se propicia una interacción con el medio en que se desenvuelve, sea éste en la escuela, como fuera de ella. A lo que Palmer (2018) menciona que es fácil divisar que varias formas como: contar, medir, localizar, diseñar, jugar o explicar son parte de actividades cotidianas y, como tal, es mejor tener los elementos básicos para poder entenderlas.

De esta forma, Godino, Batanero y Font (2003) plantean que apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas maneras de encontrar una solución, son de suma importancia al momento de analizar planteamientos matemáticos, puesto que propicia, además del entendimiento, la identificación de las situaciones donde los niños utilizarán operaciones básicas, pues de poco sirve el hecho de saber sumar, restar, multiplicar o dividir, si no se sabe cuándo y por qué hacerlo.

1. 3. Enseñanza de las operaciones básicas matemáticas

La didáctica de las matemáticas ha sufrido grandes cambios desde que se consolidó como ciencia, hecho que ha aportado de gran manera a las formas de cómo los profesores enseñan los contenidos a sus estudiantes. Para Cabanne (2007) la enseñanza en términos generales solo es un proceso en el que una persona tiene un conocimiento, y se lo traspassa a otra sin importar el medio, ni la forma. A lo que Gómez et al. (2016) indican que esta es una característica que ha

poseído la educación en todo el transcurso histórico, ya que no importa el método ni la manera de transmitir los contenidos sino solo se buscaba que los estudiantes aprendan, utilizando la repetición, memorización y cualquier otra técnica que ayude a transmitir el conocimiento. Por otra parte, Feldman (2008) refiere que la didáctica, fue creada con el propósito de universalizar la educación, proponer pautas y estrategias que ayuden a enseñar a un número grande de estudiantes. Es por ello, que la didáctica de las matemáticas como lo conceptualiza Bruno D' Amore (2006), es el arte de enseñar la ciencia a partir de procesos de enseñanza y aprendizaje que vinculen al estudiante, docente y al saber matemático. A la vez, Rico y Sierra (2002) añaden que también la didáctica de la matemática se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, proporcionar fundamentos teóricos y sostener planes para la formación profesional de los educadores matemáticos. Dichos planes se han fundamentado a lo largo de la historia desde diversas corrientes científicas, psicológicas o pedagógicas, para poder guiar el actuar docente y así poder mejorar la calidad de la enseñanza matemática.

La enseñanza de la matemática a lo largo de la historia se ha visto condicionada por las concepciones que se tengan sobre su naturaleza, es así que autores como Flores (1995) y Jiménez (2010) mencionan que existen dos posturas contrarias sobre la génesis del conocimiento matemático. Por un lado, “las matemáticas como un cuerpo fijo, objetivo y único, de conocimientos, que es externo al hombre, aquí, las verdades matemáticas son descubiertas, no inventadas” (Flores, 1995, p. 29), y, por otro lado, se tiene a una concepción en la que las matemáticas son un producto del pensamiento humano y que se encuentran íntimamente relacionadas con el mundo y el contexto que les rodea. Por su parte, Godino (2004) sintetiza esta clasificación diferenciando una concepción idealista-platónica, que correspondería con la primera descripción expuesta por Flores y una concepción constructivista, que se vincula con la visión de las matemáticas como resultado del pensamiento humano.

Es así que, para analizar cómo se ha llevado a cabo el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas a lo largo de la educación formal, es imprescindible reconocer los rasgos que han caracterizado a las concepciones matemáticas y sus derivadas implicaciones pedagógicas que han marcado a nuestra educación. Para recolectar esta información se presentan manuales o libros que fueron utilizados para enseñar las operaciones básicas matemáticas, ya que como lo menciona Maz y Rico (2015, p.54) “El análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares o sociales”

1.3.1. Proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas desde una concepción idealista-platónica

La universalización y obligatoriedad de la educación hizo que las sociedades crearan escuelas para educar a los niños mediante programas de enseñanza en el que se transmitían contenidos y saberes que se creían necesarios para estos. En la década de los 50 como lo menciona Contreras (2012) la enseñanza de las matemáticas se convirtió en un área problemática con respecto a otras asignaturas que se brindaban, porque en esta época la labor del docente se centraba en difundir la matemática, en impartir los hallazgos obtenidos por otras personas a los estudiantes, tratar de que ellos los asimilen y traten de utilizarlos a la manera que mejor les sirva. Como lo detalla Auccahuallpa (2021) en los orígenes de la Didáctica de la Matemática el profesor era una artista y era el que modelaba a sus estudiantes, quienes tenían que interiorizar e intentar reproducir los conocimientos matemáticos. Dichas nociones parecieran desfasadas a nuestra época pero que gran parte de docentes siguen llevando a los salones de clase tal como lo lamenta Martínez (2018), cuando afirma que todavía existen profesionales de la educación que se enfocan en mantener la copia de los libros, el aprendizaje memorístico para evaluaciones, los dictados, las clases magistrales donde se presentan contenidos sin explicarlos adecuadamente y se exige la memorización del alumnado.

Como lo considera Chamorro (2003), esta manera de enseñar las matemáticas consiste en que el docente tiene que presentar los contenidos matemáticos de manera detallada y exhaustiva; los alumnos al estar atentos, van a interiorizar y asimilar lo presentado por el docente para así poder perpetuar la cultura matemática de manera sistemática. Desde esta perspectiva la lógica que subyace a este enfoque de manera práctica consiste en cómo nos lo describe García:

“Enseñamos un algoritmo, ponemos ejemplos del mismo, el alumnado los copia. Luego ponemos ejercicios para repetir y repetir el algoritmo sin que haya comprensión del mismo, entre otras razones porque no fueron diseñados para niños de estas edades” (2021, p. 31)

Para comprender la manera en la que se ha enseñado las operaciones básicas se han analizado algunos textos de matemáticas. En primera instancia, se revisó a Vallejo (1821) quien fue un catedrático matemático, escritor del libro tratado elemental de matemáticas. En segundo lugar, a Gallegos, Cerón, Aguilar, Reyes, y Bravo (2009) quienes son miembros del Colegio Nacional de Matemáticas y publicaron su libro Aritmética. Ambos textos sin importar el tiempo transcurrido comparten aportes y líneas de enseñanza en sus concepciones y que logran reafirmar lo propuesto por Mccrory (2006, como se citó en Maz y Rico, 2015) quien menciona que "algunos

de los libros se cimientan en otros libros escritos anteriormente, lo que puede interpretarse como una genealogía de los libros de texto de matemáticas"

1.3.1.1. Libro: Tratado elemental de Matemáticas (1821)

Para la enseñanza de la suma, se encontró en el texto que ya con las nociones adquiridas de qué es un número, a los estudiantes se les presenta la estructura conceptual de la operación aditiva, se les enseña a los estudiantes que para sumar números de varias cifras deben escribir ordenadamente una debajo de otra, de manera que cada cifra corresponda con la misma columna de unidades. De ahí, se empieza sumando la columna de las unidades, escribiendo el resultado de las unidades obtenidas y llevando mentalmente las decenas restantes que tendrán que ser sumadas con los números de la siguiente columna. Este proceso debe ser llevado a cabo hasta que se llegue a la última columna, en donde se escribirá el resultado íntegro y se obtendrá el resultado formado por todas estas cifras.

En la resta el proceso inicia de manera similar que la suma, presentando la estructura de la sustracción y sus respectivas partes que la integran, que son el minuendo, sustraendo y diferencia o resto. Para después, pasar a escribir los números a restar uno debajo del otro, teniendo en cuenta que para los números naturales el minuendo siempre tiene que ser mayor al sustraendo. De ahí, se comienza a sustraer desde las unidades, se resta el minuendo del sustraendo y se ve si es posible hacer la operación, sino, se añadirá 10 a la cifra del minuendo, sin olvidar que siempre que se añade hay que poner una unidad a la cifra siguiente del sustraendo. Y se añade los resultados en la parte de la diferencia, continuando con este algoritmo hasta llegar a la última columna teniendo en cuenta que si quedan cifras solas en el minuendo se añadirán íntegras en el resultado.

En el proceso de enseñanza de la multiplicación se presenta la totalidad de tablas de multiplicación para que estas sean aprendidas por los estudiantes; para desde ahí, representar en papel la multiplicación de un número de varias cifras por un multiplicador de una sola. Se escribe una debajo de otra, señalando las partes de la multiplicación y que el multiplicador siempre va abajo del multiplicando, el resultado de estos se lo va a denominar producto. Después, se plantea la lógica del algoritmo, se multiplican cada una de las cifras del multiplicando por el multiplicador, empezando por la derecha y teniendo en cuenta que se escriben sólo las cifras de las unidades en el producto para añadir la cifra restante de las decenas a las unidades del producto siguiente.

En la división el proceso se comienza con la enseñanza de sus partes, dividendo, divisor y cociente, para facilitar la ejecución posterior de su algoritmo. Después, se continúa separando de la izquierda del dividendo tantas cifras como sean necesarias y suficientes para obtener un número mayor que el divisor. Se divide el número así formado, llamado primer dividendo parcial, por el divisor, de acuerdo con la regla precedente; el cociente obtenido es la primera cifra del cociente total. Añádase a la derecha del resto la cifra siguiente del dividendo, y con el número así formado, llamado segundo dividendo parcial, se procede del mismo modo que con el primero, escribiendo la cifra cociente a la derecha de la anterior, y agregando a la derecha del resto la cifra siguiente del dividendo para formar el tercer dividendo parcial; y así sucesivamente hasta agotar todas las cifras del dividendo. Las cifras de los cocientes parciales sucesivos forman el cociente total; el último resto es el resto de la operación. Cuando algún dividendo parcial es menor que el divisor, se escribe un cero en el lugar de la cifra correspondiente del cociente y se continúa la operación bajando una cifra más del dividendo.

En estos fragmentos del texto se pueden encontrar términos como; se presenta al estudiante, se presenta la estructura de la operación, los estudiantes deben memorizar, se plantea la lógica del algoritmo. Estas instrucciones son un claro ejemplo de lo presentado anteriormente por autores como Chamorro o Auccahuallpa que señalan que el profesor es el que posee el conocimiento y sus estudiantes tienen que interiorizar sin ningún tipo de cuestionamiento. La ejecución de estos procesos algorítmicos marco a la educación matemática y a muchas generaciones que crecieron con la idea de que solo se puede hacer un tipo de matemática, con un solo camino y con fórmulas ideales que solucionan todo. Esto traspasado a la realidad ha ocasionado problemas al momento en que los estudiantes se enfrentan a la realidad.

En nuestro contexto latinoamericano, los procesos de alfabetización y enseñanza de la aritmética, y en sí las operaciones básicas matemáticas, estuvieron guiadas por cómo nos lo menciona Romero, Alzate y Gomez (2015) por los Hermanos de las Escuelas Cristianas de La Salle [...] se da en el contexto de la hegemonía conservadora y la influencia de la iglesia católica en la educación, lo que condiciona significativamente la formación escolar”. Cabe destacar, que se utilizaban guías o manuales que indicaban a los profesores los lineamientos pedagógicos que debían llevar a cabo con sus estudiantes. Entre estos manuales se tomó como referencia el texto de María (1951)

1.3.1.2. Libro: Guía de las escuelas Cristianas

Dentro de la guía al profesor se le señala que su fin no es lograr que los niños calculen con rapidez, sino que lo hagan con exactitud, evitando los errores. Es así que el autor parte con la necesidad para la enseñanza de la suma de ejercicios preparatorios, que consisten en ir añadiendo un 2 a un número cualquiera, es así que, si se da el número 5, se añaden 2 y serían 7. Con la constante ejercitación se propone ir aumentando la dificultad de la actividad con cantidades de 2, 3 y 4 cifras. Estas actividades se caracterizan por ser trabajadas de forma oral, en coro y de memoria en el salón de clases.

En el caso de la resta, existe cierta similitud al procedimiento anteriormente mencionado, se utiliza un ejercicio en el que a un número dado se le quita números del 2 al 9, progresivamente se aumenta la dificultad y pueden quedar ejercicios como 20 menos 4 es igual a 16. Después de realizar varios de estos ejercicios, como lo menciona el autor se procederá a adiestrar a los estudiantes al mecanismo de la operación.

Empieza a aparecer cuando los estudiantes no se equivocan con la suma y resta, es ahí cuando se les presentan la tabla pitagórica que tendrán que memorizar, al progresar con la tabla del 2 o 3, se les presentarán a los estudiantes ejercicios donde tendrán que resolver multiplicaciones con dos o tres cifras. Se toma en cuenta la necesidad de que en la progresión de la resolución de los casos multiplicativos la mayoría del salón lo haya dominado.

Para finalizar, en el caso de la división se menciona que si los estudiantes comprenden fácilmente casos de la multiplicación como 8 por 9 son 72, el podrá comprender que 72 contiene 9 veces el número 8 o al revés.

En los años 60 comienza la mejora de los planes de estudio de las matemáticas bajo la influencia de como lo menciona Contreras (2012) Ivan Pavlov y B.F. Skinner, quienes proponen una renovación en los procesos de enseñanza, currículos y contenidos con una nueva mirada conductista, en donde los profesores tienen que centrarse en trabajar a partir de objetivos dispuestas por las taxonomías existentes. Es entonces, que el modelo de enseñanza se sigue lo planteado por Auccahuallpa (2021) como una “clase magistral del profesor, seguido de una sobredosis de ejercitación en la que el alumno aprendía a hacer matemáticas en forma mecánica, memorizando y repitiendo fórmulas, procedimientos y demostraciones” (p.116). Esto para remediar la principal crítica que se tenía al modelo tradicional que era el hecho que se enseñaban contenidos muy antiguos y poco aplicados a la vida cotidiana, pero que por querer simplificar y

llevar a la ejecución de solo los llamados algoritmos pudo haber llevado a intentar deslindar a las matemáticas su desarrollo acumulativo de procesos.

Es así que en los años 70 concuerdan Contreras (2012) y Aucchuallpa (2021) que bajo la influencia psicológica conductista el saber didáctico de la matemática se fundamentó en un saber técnico, en el que intervienen solamente saberes y contenidos normativos que no debían ser comprendidos, sino solo memorizados y en donde al docente solo se le proporcionaba recursos técnicos para llevar de mejor manera su labor.

1.3.1.3. Libro: Itinerarios didácticos para la enseñanza de la matemática

En los últimos años, parte de la comunidad matemática guía su trabajo desde una concepción idealista-platónica, un ejemplo puede ser Alsina (2019) quien presenta una guía por edades para la enseñanza de las operaciones básicas (ver tabla 1), desde una perspectiva empirista e instrumentalista en donde prioriza el trabajo sistemático y cíclico de estos contenidos y que desde su aportación señala que permite responder a las necesidades de los alumnos y su posterior alfabetización matemática.

Tabla 1:

Guía operaciones básicas matemáticas

Contenidos operacionales según edades			
6 a 7 años	7 a 8 años	8 a 9 años	9 a 10 años
1. Comprender los diferentes significados tanto de la suma y el significado de la resta.	1. Comprensión de las operaciones de suma y resta. 2. Realización de sumas con llevadas y restas sin llevadas utilizando la recta numérica y los algoritmos.	1. Suma y resta con números naturales. 2. Comprensión de la multiplicación como suma repetida y como área. 3. Construcción de las tablas de multiplicar hasta el 10.	1. Suma, resta, multiplicación y división con números naturales. 2. Operaciones inversas: suma y resta; multiplicación y división.
2. Estimación de resultados de sumas y restas.	3. Estimación de los resultados de sumas y restas.	4. Mecanización del algoritmo de la multiplicación por una y dos cifras.	3. Suma y resta de números fraccionarios y decimales.
3. Realización de sumas y restas a través de algoritmos o rectas numéricas.	4. Introducción de la multiplicación desde las situaciones de agrupamiento y como un área. Y el de la noción de la división desde su significado de reparto.	5. Comprensión de la división como partes de una unidad (fracción) y como reparto.	4. Propiedades de las operaciones.
4. Establecer analogías de cálculo mental.	5. Construcción del significado de las tablas de multiplicar.	6. Comunicación de estrategias de cálculo mental.	5. Resolución de problemas numéricos.
5. Desarrollar estrategias de cálculo mental.	6. Realización de multiplicaciones.	7. Resolución de problemas numéricos.	
6. Resolución de problemas numéricos.	7. Inicio en la elaboración de estrategias mentales 8. Resolución de problemas numéricos.		

Fuente: Adaptado de Alsina (2019)

En el análisis de los textos anteriormente presentados, se pueden encontrar similitudes con la manera en la que se pretende que sean tratadas las operaciones básicas matemáticas. Por una parte, una mirada cerrada y completa que imposibilita la utilización de técnicas alternativas o diferentes caminos para resolver las operaciones, de esta manera el error no es aceptable y los que no logran llegar a la solución se los cataloga como vagos o despreocupados. Por otra parte, los autores coinciden en partir de la teoría matemática, para al final con todos los conceptos memorizados, presentarles situaciones problemas que se supone ellos ya pueden resolver.

1.3.2. Concepción de las operaciones básicas matemáticas

Dentro de la literatura la concepción tanto de la suma, resta, multiplicación y división, ha sido generalizada y estandarizada dentro de la matemática, es por ello que se presentan a continuación sus definiciones.

La operación suma:

La suma o también llamada adición se representa con el signo más + y consiste como nos lo mencionan Gallegos, Cerón, Aguilar, Reyes, y Bravo (2009) es reunir todos los objetos de varios conjuntos en uno solo y contar el conjunto total. Por su parte, Alsina (2019) coincide con la definición de suma y, además, plantea que posee una característica denominada modelación y posee una perspectiva de conteo que es fundamental en las operaciones matemáticas y también una perspectiva basada en las estrategias de conteo; es decir, la suma posee una conceptualización general que le permite ver al estudiante que la suma de dos números es el resultado de contar el número de veces que indica el segundo desde el primero.

La operación resta:

La resta o sustracción se representa con el signo menos – y como lo menciona Ríos (2013) es la operación que permite averiguar cuanto queda después de quitar o retirar una cantidad a otra que es igual o más grande. En palabras de Gallegos, Cerón, Aguilar, Reyes, y Bravo (2009) y Alsina (2019) es la operación que es inversa a la suma, esto es, que a partir de un número al que se le resta, se obtiene un tercer número, que al sumarle al segundo se obtendrá el primero.

La operación multiplicación

La multiplicación se representa mediante el signo por x y como acuerdan Gallegos, Cerón, Aguilar, Reyes, y Bravo (2009) y Ríos (2013) es una suma abreviada, que permite de manera

rápida hallar el resultado de la suma de una misma cantidad. Alsina (2019), además del significado anterior explica la multiplicación como un área que ocupa el producto de dos factores.

La operación división

La división como lo describe Ríos (2013) se representa con el signo \div o también mediante una diagonal / y es una operación que permite repartir una cantidad en varias partes iguales, es así que permite saber cuántas veces cabe un número natural en otro que es igual o más grande. Alsina (2019) añade que a la división se la puede asociar al reparto o a la medida y es una operación inversa a la multiplicación.

1.3.3. Proceso de enseñanza desde una concepción constructivista

La enseñanza de las operaciones básicas de matemáticas a lo largo de la historia, ha evolucionado y ha cambiado de acuerdo a los requerimientos de cada época y al tipo de concepción que se utilizaba, es así que, el constructivismo ha tomado su lugar en la educación actual, es así que el sistema educativo ecuatoriano mediante el Ministerio de Educación (2016) menciona en el currículo la importancia del constructivismo dentro del área de educación, ya que juega un papel importante en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Por ello, en el proceso de enseñanza el constructivismo propone un rol protagónico del estudiante, y el docente es visto como un orientador en el proceso. Fernández (2006) afirma que el constructivismo considera que los estudiantes son los protagonistas en su proceso de aprendizaje, al construir su propio conocimiento a partir de sus experiencias. El docente es el guía o creador de los ambientes donde se den estos procesos.

Por su parte, Carretero (2002) menciona que el constructivismo resalta los aspectos cognitivos, sociales y afectivos que intervienen para dar sentido y significado al aprendizaje, ya que este no es un simple producto del ambiente ni resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se produce en la interacción entre estos factores y en relación con el medio que lo rodea diariamente. Por ello, el propósito del constructivismo, es que los niños y niñas desarrollen a cabalidad sus capacidades de razonamiento, sean protagonistas de su propio aprendizaje, puedan aplicar lo aprendido, reflexionen para llegar a la comprensión de los mismos y busquen distintas soluciones para desenvolverse en su entorno social.

Es así que, desde el constructivismo, lo primordial es que el conocimiento sea activamente construido por el sujeto, pues para Mora (2005) se debe partir de los conocimientos previos, para

así dar origen a uno nuevo. Así mismo Godino, Batanero y Font (2003) mencionan que en la concepción constructivista se considera crucial el papel del profesorado debido a la organización, dirección y promoción de los aprendizajes de los estudiantes.

Así también, Ortiz (2015) menciona que desde el constructivismo se ayuda al estudiante a ser el protagonista de su aprendizaje, quien construye su conocimiento de manera significativa, tomando como base sus conocimientos previos antes de incorporar a los estudiantes aprendizajes formales contenidos, símbolos escritos de manera que puedan conectarse. Al respecto, Arteaga y Macías (2016) indican que para los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas primero se debe tener en cuenta los algoritmos propios de los estudiantes para seguir desarrollando su conocimiento matemático.

Para Chamorro (2003) el desarrollo y la aplicación del constructivismo en matemáticas no es solo aprender matemáticas sino construir matemáticas. En este sentido, la enseñanza de las operaciones básicas se basa en la construcción del conocimiento y para que este proceso se desarrolle en plenitud se debe asociar los conocimientos con el contexto del estudiante. Así pues, Godino, Batanero y Font (2003) afirman que es importante mostrar a los alumnos la necesidad de cada parte de las matemáticas antes de presentar el contenido y ellos deberían ser capaces de ver cómo cada parte satisface sus necesidades.

Siguiendo esta misma línea, Chamorro (2005) menciona que los niños iniciarán la construcción del conocimiento matemático a través de acciones concretas y efectivas sobre objetos reales y probarán la validez o invalidez de sus procedimientos manipulando dichos objetos. Al considerar al constructivismo como una concepción esencial, Oyaneder (2002) indica que facilita la enseñanza-aprendizaje de las relaciones lógico-matemáticas, implica que los niños y niñas desarrollen el pensamiento y a la vez reflexionen sobre la toma de decisiones relacionadas con su realidad y que a futuro serán capaces de resolver situaciones más complejas.

Para finalizar, se presentará tras la mirada constructivista de Chamorro (2003) como debería llevarse este proceso de enseñanza de las operaciones básicas matemáticas:

Cuando se habla de la enseñanza de las operaciones, el objetivo es proveer al individuo de los conocimientos necesarios para decidir y ejecutar de forma autónoma el tipo de técnica dependiendo la situación. Es así, que desde la mirada constructivista la enseñanza de las cuatro operaciones se presenta contextualizada y justificada, obteniendo un mejor resultado en el aprendizaje de los niños debido a que el concepto sólo se va a construir y va a cobrar sentido a

partir de una variable contextual. Este proceso permite mejorar y conocer cada operación matemática, trabajar con los algoritmos de las operaciones, brindar diversas ventajas como, por ejemplo: mejorar el conocimiento de las técnicas, corregir los errores más usuales de los

Chamorro (2005) indica que la enseñanza de la suma y resta son las primeras operaciones que los estudiantes van a manejar. Así pues, para su enseñanza es necesario comenzar enfrentándolo a distintas situaciones en las que la operación que se ocupe sea la herramienta que los resuelve. Considerando a Chamorro (2005) las primeras técnicas para obtener resultados en ejercicios de suma y resta son aquellas que están ligadas al conteo, hablamos de técnicas como el sobreconteo, desconteo o doble conteo. Por ejemplo, para realizar la adición $35 + 41$ según nuestra técnica usual, se necesita conocer previamente los resultados $3 + 4 = 7$ y $5 + 1 = 6$.

Esto ofrece otra pista para el diseño de actividades para el aula. Teniendo en cuenta lo que indica Arteaga y Macías (2016) que, al producir un aprendizaje significativo de las técnicas, debemos conseguir que el estudiante se familiarice con el uso de las propiedades para transformar los cálculos, en operaciones más sencillas. Por ello, es importante plantear actividades que permitan que el alumno se acostumbre con las escrituras aditivas y sustractivas. Ya que para Chamorro (2005) esto proyecta un doble objetivo: primero facilitar el significado a escrituras como $a + b = c$, $a + b + c = d$ o $a - b = c$ y segundo dar control sobre las reglas sintácticas de las escrituras matemáticas, que pueden favorecer la construcción de nuevas estrategias de cálculo.

Los errores usuales de la adición, son debidos a un uso incorrecto del valor de la posición, vienen señalados por una mala ubicación de las cifras cuando los dos números tienen distinta cantidad de cifras, y por problemas en la llevada que es un punto que se deja de lado la mayoría de las veces. Además, en cuanto a la sustracción las dificultades se incrementan debido a que la llevada se ocupa más; si la sustracción incita una doble llevada ($503 - 195$), la dificultad prácticamente se intensifica.

Por otro lado, en la multiplicación y división, al igual que para la enseñanza en la suma y la resta, la descomposición se hacía de forma aditiva y de igual manera se ocupará en la multiplicación, lo que hará necesario el uso de las propiedades antes aprendidas en la adición y sustracción. Porque, la transformación de resultados en una multiplicación se va a realizar mayoritariamente mediante la propiedad distributiva del producto respecto de la suma abreviada, lo que nos va a permitir obtener unos productos a partir de la suma de otro con situaciones contextualizadas.

En el constructivismo el conocimiento previo ayuda a crear aprendizajes valiosos, en la enseñanza de la multiplicación la propiedad distributiva permite constatar la posibilidad de descomponer una escritura multiplicativa en una suma de otras más pequeñas esto refuerza el aprendizaje de la operación, ya que se ocupa una operación ya comprendida que es la suma y los aprendizajes ya interiorizados ayudan a desarrollar un nuevo conocimiento.

El caso de la división consiste en la búsqueda del valor unitario y para este momento los estudiantes deberían saber las suma, resta y multiplicación. Para Chamorro (2003) con respecto a las técnicas de la división, podemos destacar dos estrategias artesanales: el encuadramiento del dividendo por múltiplos del divisor y las sustracciones repetidas del divisor al dividendo y debe tenerse en cuenta el conocimiento de los niños para poder crear situaciones en donde ocupen lo aprendido para luego entregar el contenido y crear una nueva base de conocimiento.

Igualmente, el contexto sigue jugando un papel importante en todo el momento de la enseñanza de las operaciones básicas de matemáticas para esta operación que es la división se hace necesario conocer la relación entre la multiplicación y la división ya que son conocimientos que refuerzan y ayudan a comprender una nueva operación, también debe conocer cuáles son sus reglas sintácticas cuando aparecen juntas en una expresión. Aunque parezca un procedimiento un tanto rebuscado y complejo, no es más que el detalle del constructivismo de parte de las tareas que utiliza la técnica usual de crear aprendizajes útiles y significativos, que sigan desarrollando en el estudiante su razonamiento lógico matemático y su conocimiento permitirá desenvolverse en la realidad y en su ámbito académico.

1.4. Las operaciones básicas matemáticas en el currículo ecuatoriano

Al revisar el currículo del Ministerio de Educación (2016), y el texto del estudiante de 2°, 3° y 4° grado de EGB del Ministerio de Educación (2020) se puede observar que el proceso para desarrollar las cuatro operaciones básicas se presenta de la siguiente forma: el estudio de la suma y la resta tiene sus comienzos en el segundo grado de Educación General Básica a través de las destrezas planteadas en el currículo del Ministerio de Educación (2016). El currículo plantea relacionar los términos suma al agregar objetos a un conjunto, y el de resta a la noción de sustracción, asociado al hecho de quitar objetos de un conjunto y establecer diferencias entre dos cantidades. Desde aquí, progresivamente el estudiante va realizando adiciones y sustracciones con los números hasta llegar al 9.999, a través de material concreto, representaciones gráficas, mentales y de manera numérica. La finalización de esta progresión de

destrezas culmina con la resolución de problemas de sumas y restas con números hasta de cuatro cifras, interpretando los resultados en el contexto.

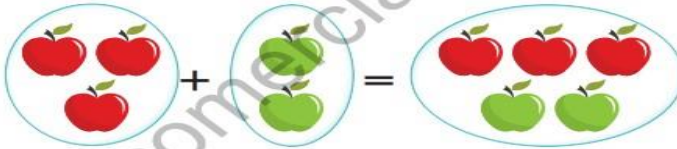
Suma:

En el texto de matemáticas de 2° grado de EGB (Ministerio de Educación, 2020) encontramos la siguiente conceptualización “Sumar es: unir, combinar, aumentar, agregar o juntar objetos similares; es decir, con atributos comunes” (p.46); la noción de conjuntos que se trabajan desde el nivel de preparatoria, reaparece como elemento principal para adentrarnos en el mundo de la suma, y así con ayuda de una situación aditiva resuelve ejercicios a manera de ejemplo. Para ello emplean además representaciones gráficas, numéricas, simbólicas y semirectas numéricas.

Figura 1 Enseñanza de la suma

Suma de números naturales hasta el 5

Si había tres manzanas y se agregaron dos, para saber cuántas manzanas hay en total, se las reúne y se las cuenta. Mira el ejemplo.




Planteamiento:
 $3 + 2 = 5$

Respuesta:
5 manzanas

Se puede plantear la suma de forma vertical. Las regletas te ayudan a realizar sumas. Observa.

+	U
	3
	2
	5



En el texto del 3° grado de EGB (Ministerio de Educación, 2020) se parte del algoritmo de la suma, cuáles son sus partes y cuáles son los pasos que los estudiantes tienen que memorizar para resolver los ejercicios propuestos. Después de presentar estos contenidos se presenta una serie de 16 sumas para que el estudiante las realice.

Figura 2 Ejercicios propuestos de enseñanza de la suma

1. Realiza las siguientes sumas.

$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 21 \\ + 35 \\ \hline 56 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 32 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 48 \\ + 31 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 56 \\ + 30 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 64 \\ + 32 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 73 \\ + 25 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 82 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 85 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 16 \\ + 13 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 35 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 12 \\ + 10 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 23 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 62 \\ + 21 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 33 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 70 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$

Seguido a estos ejercicios, se introduce la resolución de problemas de adición, se presenta así los pasos que el estudiante tiene que aprender y poder aplicar. Es hasta este momento, que al estudiante se le presenta la noción de reagrupación, en el cual juega un papel fundamental que el niño tenga interiorizado la noción de valor posicional y el cómo funciona nuestro sistema decimal. En estos momentos del aprendizaje es elemental la utilización de material concreto o cómo se representa en el texto el material de la base 10. Es así que el texto muestra cómo desde números dados al azar puede realizar la suma con reagrupación y más adelante la involucra en actividades de resolución de problemas.

Por último, en el texto de 4° grado de EGB (Ministerio de Educación, 2020) se presentan los conceptos y los pasos que deben seguir los estudiantes para resolver esta vez sumas con reagrupación hasta la unidad de mil. Cabe destacar, que además se presenta la estrategia de suma por descomposición para que los estudiantes tengan otra manera para resolver ejercicios que se le planteen. Más adelante, el libro de texto plantea la siguiente afirmación “Para resolver problemas matemáticos, se sigue un proceso sistemático, es decir, unos pasos en orden: datos, razonamiento, operación y razonamiento” (Ministerio de Educación, 2020, p.24) planteando así un único camino que los estudiantes tienen que seguir para encontrar una respuesta correcta.

Resta:


En el texto de 2° grado encontramos el concepto de resta y la define como “una operación que consiste en: sacar, recortar, reducir, empequeñecer o separar algo de un todo” (p.50), deslindando así alguna relación que exista con la adición (Ministerio de Educación, 2020). Hecho

que más adelante pueda ser necesario para poder entender las propiedades de estas operaciones. Para comenzar una situación sustractiva, se plantea un ejemplo (Ver figura 3) utilizando conjuntos de dinosaurios a través de los cuales los estudiantes deben extraer una cantidad de ellos, con la cual se inicia la idea de lo que es restar, se da respuesta al ejercicio mediante representaciones gráficas, simbólicas y más adelante en semirrectas numéricas.

Figura 3 Problema propuesto para el inicio del proceso de enseñanza de la resta

Resta de números naturales hasta el 5

Si de un grupo de cinco dinosaurios se retiraron dos, para saber cuántos dinosaurios hay ahora en el grupo, se cuentan los que quedaron. Mira el ejemplo.



Planteamiento:
 $5 - 2 = 3$

Respuesta:
Quedan 3 dinosaurios

Se puede plantear la resta de forma vertical. Si se trabaja con las regletas, quitamos las que se indiquen para encontrar el resultado. Observa.

-	5	5
	2	5
	3	3

Por su parte, en el texto de 3° grado de EGB (Ministerio de Educación, 2020) parte de una situación problema para continuar y buscar una forma de dar respuesta a la cuestión de la resta, pero ya nos indica que pasos debe seguir el estudiante para resolver esta operación. Después, de esta breve enunciación del problema se presenta una serie de 24 restas que el estudiante va a tener que realizar y resolver.

Figura 4 Ejercicios de resta propuestos en el libro de texto del estudiante

1. Realiza las restas y encierra los términos con los siguientes colores: **minuendo**, **sustraendo** y **diferencia**.

$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 2 \quad 4 \\ 1 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 3 \quad 6 \\ 2 \quad 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 4 \quad 9 \\ 3 \quad 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 5 \quad 3 \\ 4 \quad 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{D} \quad \text{U} \\ 2 \quad 5 \\ 1 \quad 0 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 5 \quad 8 \\ 3 \quad 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \quad 9 \\ 2 \quad 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \quad 2 \\ 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \\ 1 \quad 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \quad 7 \\ 4 \quad 5 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ 2 \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \quad 9 \\ 3 \quad 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \quad 3 \\ 5 \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \quad 1 \\ 8 \quad 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \quad 6 \\ 4 \quad 4 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \\ 5 \quad 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \quad 8 \\ 5 \quad 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \\ 7 \quad 0 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \quad 5 \\ 3 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \\ 1 \quad 0 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 5 \quad 6 \\ 4 \quad 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \quad 5 \\ 7 \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \quad 4 \\ 8 \quad 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \quad 5 \\ 4 \quad 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \quad 1 \\ 3 \quad 0 \\ \hline \end{array}$

Cabe mencionar que estas operaciones de suma y resta siguen la misma estructura y proceso para ser enseñadas dentro de los libros de texto, pues después de la ejecución de estas restas presentadas, los estudiantes van a aprender la resta con reagrupación y cómo esta se puede utilizar para resolver problemas. Además, en este subnivel se va a ir progresivamente aumentando el número de cifras, integrando las sumas y restas hasta las centenas.

En el texto de 4° grado de EGB (Ministerio de Educación, 2020) la enseñanza de la resta avanza hasta las unidades de mil y se proponen dos maneras de resolverlas; por un lado, la resta con reagrupación, a través de la base 10 se puede representar los resultados y facilitar el proceso de aprendizaje y comprensión. Por otro lado, se presenta la resta por descomposición que involucra un nivel mayor de abstracción para poder relacionar por qué existe una respuesta u otra. Para finalizar, igualmente que la suma el texto plantea una única manera de resolverla y los pasos que los estudiantes tienen que seguir.

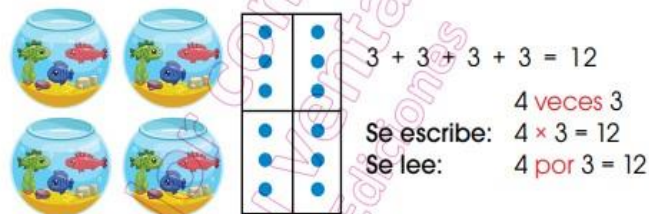
Multiplicación

El estudio de la multiplicación parte en el 3° grado de EGB y desde el Currículo Nacional (Ministerio de Educación, 2016) se propone partir de la noción de multiplicación como patrón de sumandos iguales, con situaciones que insten al estudiante a utilizar actividades que contengan el tantas veces tanto. Posteriormente, plantea realizar multiplicaciones desde diferentes modelos de resolución para que el estudiante tenga a su disponibilidad varias estrategias para resolverlas. Más adelante, el estudiante tendrá que memorizar las tablas de multiplicar a partir de actividades manipulativas para así, por último, poder resolver problemas relacionados con la multiplicación.

Desde el libro de texto de 3° grado (Ministerio de Educación, 2020) se aborda la multiplicación desde situaciones problemas (Ver figura 5) en dónde se involucra prioritariamente gráficos que ayuden al estudiante a relacionar la multiplicación con la suma abreviada y presentando las terminologías tantas veces tanto y la simbología *por* o *x* de la multiplicación. Además, propone la representación de los resultados de estas pequeñas multiplicaciones en tablas o dibujos en columnas y filas, que se denomina como modelo geométrico de la multiplicación. Para finalizar, se retoman las secuencias abordadas en la preparatoria y curso anterior, para trabajar con las tablas multiplicativas, que a partir de situaciones concretas se va a construir las tablas del 2 al 9 y que en los años posteriores la enseñanza de la multiplicación va progresando en términos de dificultad.

Figura 5 Problema propuesto para el inicio de la enseñanza de la multiplicación


Si hay 4 peceras con 3 peces cada una, se puede calcular el total de peces sumando los que hay en cada pecera, o de una forma más rápida. Observa el ejemplo.



En el texto de 4° grado (Ministerio de Educación, 2020) se continúa con la enseñanza de la multiplicación a partir de los dos restantes modelos de representar la multiplicación; por una parte, el modelo grupal, en el que involucra a la utilización de conjuntos mediante gráficos, para llegar a la noción de *tantas veces tanto*. Por otra parte, se presenta el modelo lineal que involucra a la semirrecta numérica y la utilización de términos como los saltos. Desde esta breve enunciación y trabajo, se retoman las tablas de multiplicar. Es así que el texto presenta una serie de estrategias que los estudiantes pueden llevar a cabo para facilitar su proceso.

Figura 6 Estrategia de memorización tabla del 9

Una ayuda para dominar la tabla del 9 consiste en utilizar los dedos de las dos manos. Sigue las instrucciones:



1. Abre tus manos con todos los dedos extendidos.
2. El dedo meñique de la mano izquierda representa al 1, el anular de la misma mano sería el 2 y así sucesivamente hasta llegar al meñique de la mano derecha, que equivaldría al 10.
3. Para multiplicar un número por 9, se baja el dedo que corresponde a dicho número. Observa el ejemplo: para multiplicar 9×4 ; doblar el cuarto dedo, el resultado es $3d + 6u$.
4. El número de dedos que quedan levantados a la izquierda del dedo que se bajó corresponden a las decenas del resultado; y a la derecha, las unidades.

División

Desde el currículo (Ministerio de Educación, 2016) el estudio de la división debe partir de relacionar esta noción con el de reparto de cantidades en tantos iguales, para identificar a la división y la multiplicación como operaciones inversas. Propiciando que los estudiantes puedan resolver problemas relacionados con la división, utilizando varias estrategias e interpretando sus soluciones.

En el texto de 4° grado de EGB Ministerio de Educación (2020) aparece la primera noción de la enseñanza de la división, en ella se presenta un problema en el que los estudiantes tienen que solucionar una situación cotidiana de su diario vivir. Posteriormente se avanza en el texto con ejercicios de cálculo mental de divisiones, es así que los estudiantes van a tener que brindar sus soluciones exactas. Para finalizar, se presenta un apartado denominado *resolución de problemas de división*, en donde se enuncia la manera en que se tiene que resolver los problemas y además añade una serie de ejercicios para que los estudiantes los hagan.

Figura 7 Actividades propuestas libro de texto estudiante para el inicio a la división

M.2.1.32. Calcular mentalmente productos y cocientes exactos utilizando varias estrategias.

1. **Resuelve** mentalmente y **une** con una línea la división con su cociente.

$27 \div 9$	4	$25 \div 5$
$81 \div 9$	5	$15 \div 5$
$48 \div 6$	8	$9 \div 1$
$35 \div 7$	9	$16 \div 2$
$16 \div 4$	3	$12 \div 3$

A manera de conclusión de este capítulo, se ha podido reconocer que desde la didáctica de la matemática existe una visión dual para la enseñanza de la matemática, por una parte, autores como Vallejo, Gallego o Alsina centran su atención en una concepción denominada idealista platónica, en la que el ser humano no interactúa con la matemática y solo tiene que aprenderla, es así que para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas se toma en cuenta los constructos teóricos que se han creado para transmitirlos a los demás. En su contraparte, se encuentra una concepción constructivista, que mira a la matemática como una creación del ser humano, por lo que es parte fundamental en su día a día y que con ayuda de su entorno, pares y profesores puede construir significados de situaciones problemáticas a los que se enfrente.

Además, se puede resaltar la importancia que posee la concepción sobre las matemáticas que desarrollan los docentes y cabe mencionar, que es necesario una revisión y un reajuste a los contenidos, las actividades y los ejercicios propuestos en los libros de texto de los estudiantes del Ministerio de Educación, para cerciorarse si las actualizaciones de los textos presentan los nuevos avances de la investigación matemática o simplemente es una reconfiguración y una simple síntesis que se vuelve a reimprimir.