GUÍA DIDÁCTICA

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Erika Samantha Arteaga Bernal
Evelyn Aracely Portilla Castro

PRÓLOGO

El presente trabajo de titulación se sostiene en el álgebra lineal enfocado en sistemas de ecuaciones lineales. Se presenta una guía didáctica para el docente, diseñada con la finalidad de sugerir recursos didácticos y técnicas enfocadas en el constructivismo que contribuyan a la enseñanza del tema en cuestión. El docente presentará clases atractivas, lúdicas e innovadoras con el uso de material concreto y herramientas tecnológicas que están presentes dentro de cada actividad.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

GUIA DIDÁCTICA

UNIVERSIDAD DE CUENCA

PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

Autoras:
Erika Arteaga Bernal
Evelyn Portilla Castro

Director:
Ing. Fabián Bravo Guerrero

INTRODUCCIÓN

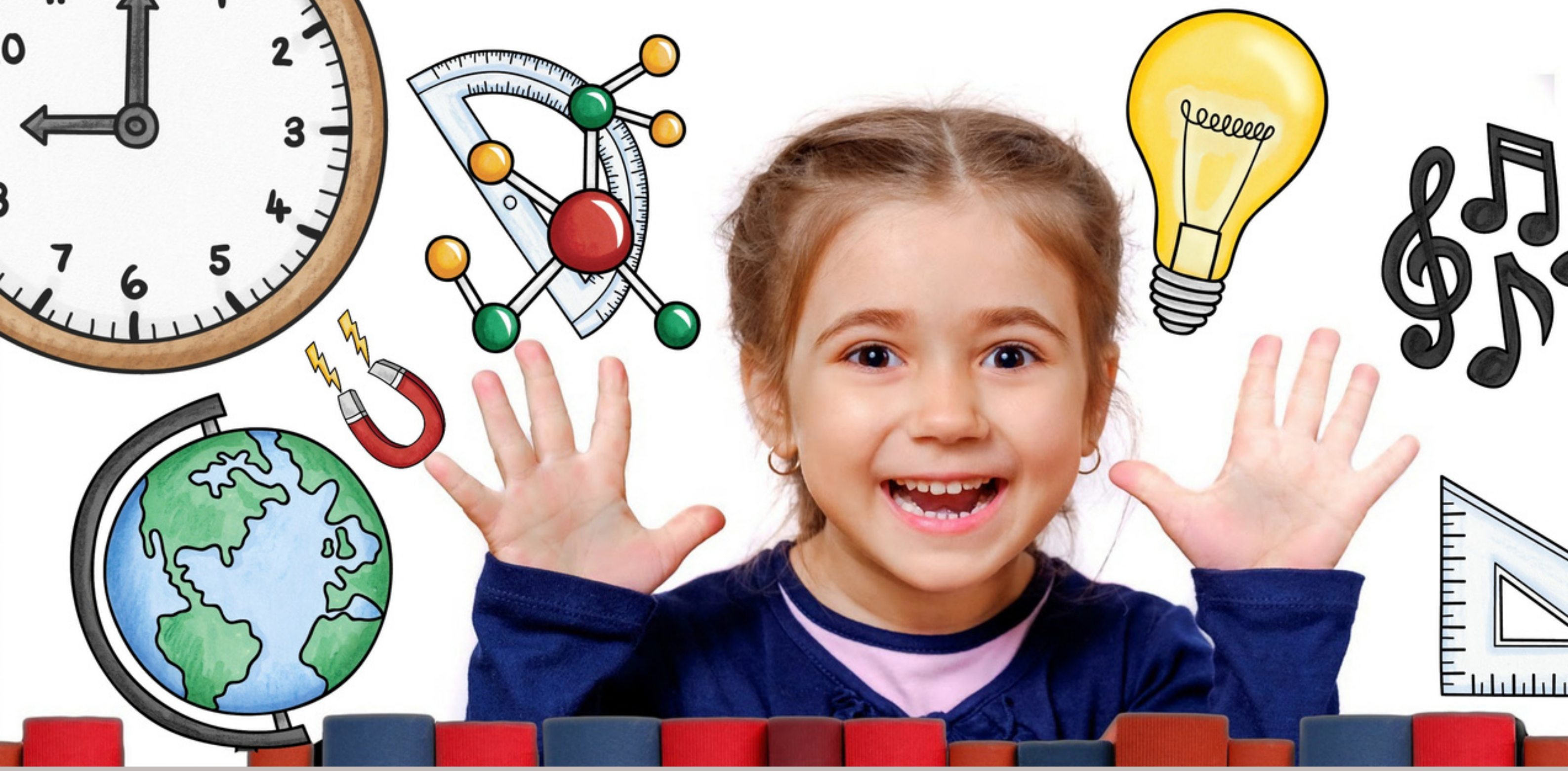
En base al currículo educativo ecuatoriano del 2016 realizamos una propuesta constructivista, en donde se desarrolla una guía didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales, dirigida a docentes del área de matemáticas en la Educación Básica Superior (EGB) en el décimo año general básico.

En esta guía se presentan cuatro clases en las que se utilizará material didáctico y recursos tecnológicos, las mismas se distribuyen de la siguiente manera: en la primera clase se desarrolla sistemas de ecuaciones lineales por los métodos de sustitución e igualación; en la segunda clase se desarrolla el mismo tema por el método de sumas y restas; asimismo, en la tercera clase se desarrollan sistemas de ecuaciones lineales a través del método de Cramer y el método gráfico; finalmente, en la cuarta clase se desarrolla el tema a través de matrices con el método de Gauss-Jordan.

Las clases están conformadas de tres momentos: Anticipación, Construcción y Consolidación, cada uno de los momentos de la clase cuenta con actividades para el fortalecimiento de los conocimientos en los estudiantes, además cuenta con un tiempo aproximado para cada actividad.

ÍNDICE

Sistemas de ecuaciones lineales



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CLASE N°1

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN E IGUALACIÓN

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES : MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

MÉTODO:
Lúdico

ANTICIPACIÓN

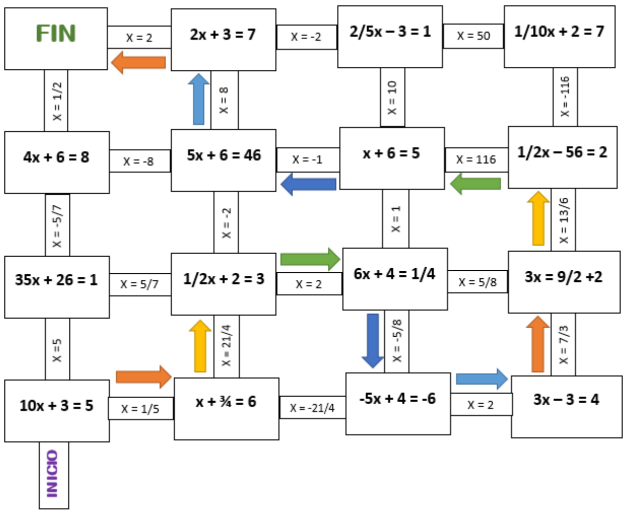
Tiempo aproximado: 15 min

Destrezas con Criterio de Desempeño:

- Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de igualación y sustitución con el apoyo de las TICs y material concreto. REF.M.4.1.55.
- Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. REF.M.4.1.56.

Estrategia lúdica
Laberinto Matemático

- Se entrega a los estudiantes un laberinto con el objetivo de hacer una retroalimentación de ecuaciones lineales como introducción a los sistemas de ecuaciones lineales.
- A modo de juego (competencia) los estudiantes contarán con un tiempo aproximado de 15 min para resolver el laberinto en pares.

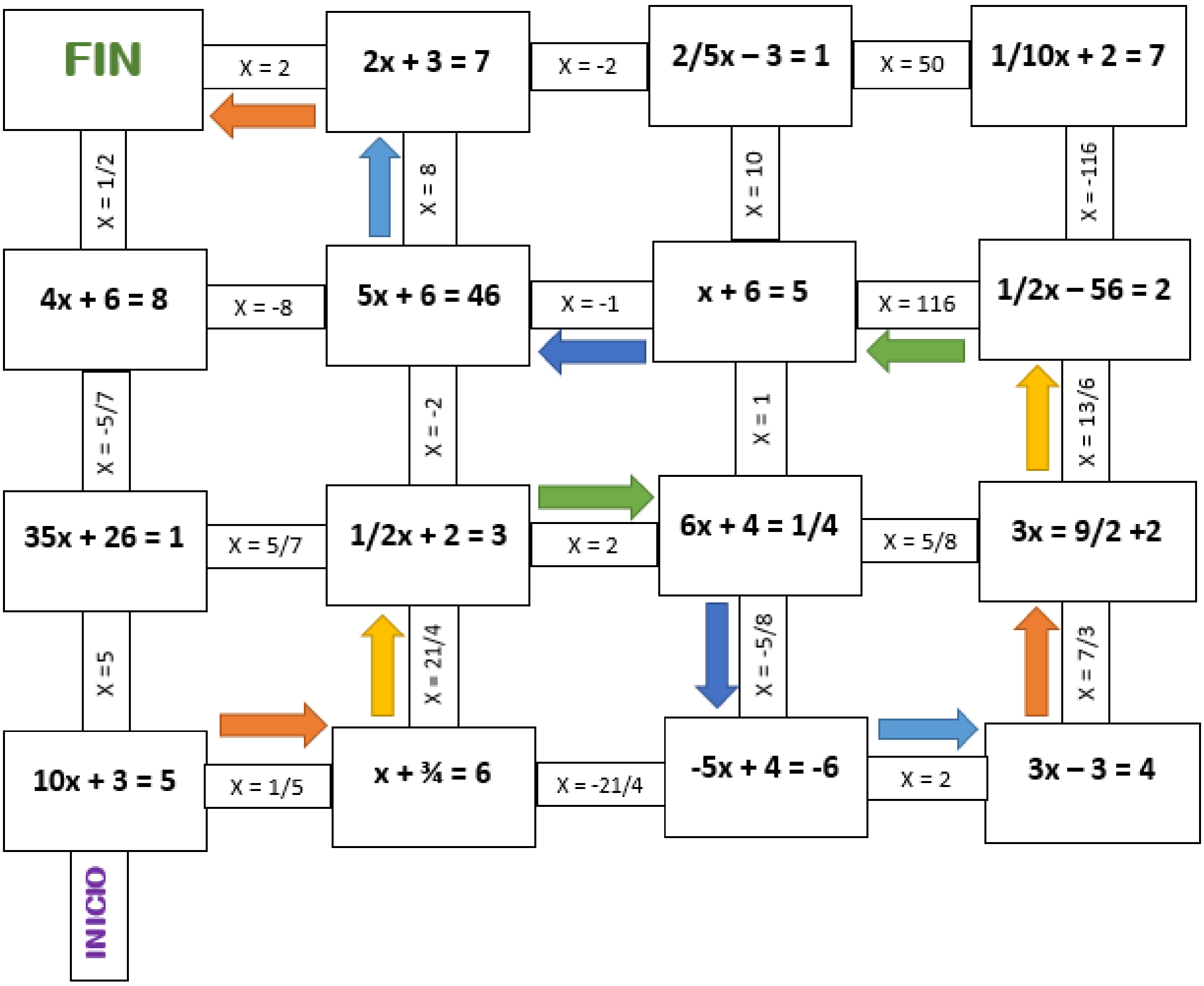


- Los estudiantes deben colorear el camino correcto para llegar de inicio a fin.
- Las tres primeras parejas de estudiantes en presentar se llevarán un premio como compensación y motivación.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

ACTIVIDAD RESUELTA

El laberinto dentro de la anticipación permite al docente identificar los problemas que tienen los estudiantes para despejar incógnitas dentro de una ecuación y a la vez aprovechar para resolver cualquier duda acerca de este tema y constituir una base para un nuevo conocimiento.



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

CONSTRUCCIÓN

Tiempo aproximado: 20 min

MÉTODO: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y Experimentación didáctica

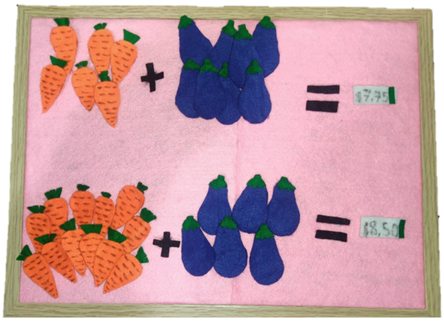
Se propone un problema contextualizado a la realidad del estudiante, ejemplificando situaciones de la vida diaria con el uso y apoyo de material concreto.

Problema Propuesto

Hace dos semanas en el mercado mayorista de Cuenca, mi mamá y yo compramos 6 zanahorias y 8 berenjenas y la señora Mercedes nos cobró $7.75 en total. Esta semana, compramos 12 zanahorias y 6 berenjenas en un precio total de $8.50. ¿Cuál es el costo de cada verdura?

- Para la explicación de este problema utilizaremos material concreto, el mismo consiste en utilizar pequeñas representaciones de frutas y verduras, elaboradas en base a tela fieltro, plumón y pegatina, misma que se utilizará al pegar en una pizarra forrada de tela fieltro.
- A través de estas piezas los estudiantes podrán relacionar las diferentes variables con las frutas y verduras, mismas que facilitarán su aprendizaje.
- El problema presentado se desarrollará a través de los métodos de sustitución e igualación.
- Los estudiantes tendrán un tiempo aproximado de 3 a 5 minutos para analizar y proponer soluciones al problema.

Material concreto



Solución

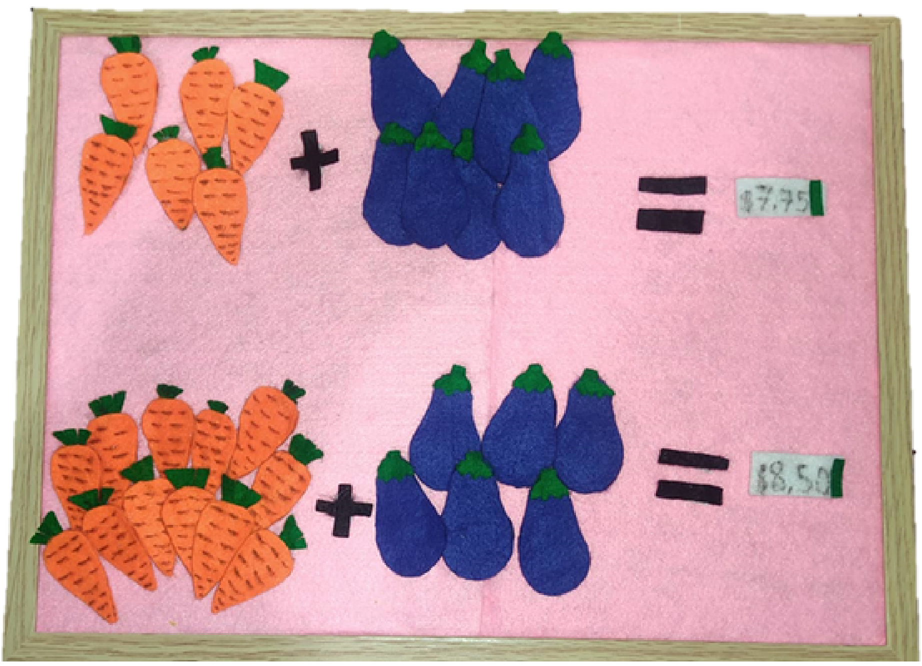
- Identificamos las variables corresponidentes al problema planteado:

  Zanahorias: X
  Berenjenas: Y

- Armamos las ecuaciones algebraicas correspondientes al problema propuesto:

  Ecuación N°1: $6x + 8y = \$7.75$
  Ecuación N°2: $12x + 6y = \$8.50$

- Representamos con el material concreto el sistema de ecuaciones lineales:



- Armamos el sistema de ecuaciones lineales de forma algebraica:

$$\begin{cases} 6x + 8y = 7.75 \\ 12x + 6y = 8.50 \end{cases}$$

Método de sustitución

- Tomamos la ecuación N°1 y despejo la variable "X":

$$6x + 8y = 7.75$$

$$6x + 8y - 8y = 7.75 - 8y$$

$$(1/6)(6x) = (7.75 - 8y)(1/6)$$

$$x = (7.75 - 8y)/6$$

- Reemplazamos el valor de "X" en la ecuación N°2:

$$12x + 6y = 8.50$$

$$12((7.75 - 8y)/6) + 6y = 8.50$$

$$15.5 - 16y + 6y = 8.50$$

$$15.5 - 15.5 - 10y = 8.50 - 15.5$$

$$(-1/10)(-10y) = (- 7)(-1/10)$$

$$\boxed{y = 0.70}$$

- Reemplazamos el valor de "Y" en la ecuación N°1:

$$6x + 8y = 7.75$$

$$6x + 8\ (0.70) = 7.75$$

$$6x + 5.6 - 5.6 = 7.75 - 5.6$$

$$(1/6)(6x) = (7.75 - 5.6)(1/6)$$

$$\boxed{x = 0.35}$$

Método de igualación

- Tomamos las ecuaciones y despejo la variable "X":

$$6x + 8y = 7.75$$

$$6x + 8y - 8y = 7.75 - 8y$$

$$(1/6)(6x) = (7.75 - 8y)(1/6)$$

$$x = (7.75 - 8y)/6$$

$$12x + 6y = 8.50$$

$$12x + 6y - 6y = 8.50 - 6y$$

$$(1/12)(12x) = (8.50 - 6y)(1/12)$$

$$x = (8.50 - 6y)/12$$

- Igualamos las dos ecuaciones que tienen como valor común "X"

$$(7.75 - 8y)/6 = (8.50 - 6y)/12$$

$$12(7.75 - 8y) = 6(8.50 - 6y)$$

$$93 - 96y + 96y = 51 - 36y + 96y$$

$$93 = 51 - 36y + 96y$$

$$93 - 51 = 51 - 51 + 60y$$

$$(1/60)(42) = (60y)(1/60)$$

$$\boxed{y = 0.70}$$

- Reemplazamos en la ecuación N°1:

$$6x + 8y = 7.75$$

$$6x + 8(0.70) = 7.75$$

$$6x + 5.6 - 5.6 = 7.75 - 5.6$$

$$(1/6)(6x) = (7.75 - 5.6)(1/6)$$

$$\boxed{x = 0.35}$$

Conclusiones:

- Cada zanahoria tiene un valor de \$0.35 y cada berenjena tiene un valor de \$0.70.
- Obtenemos las mismas respuestas por dos métodos distintos.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

CONSOLIDACIÓN

Tiempo aproximado: 40 min

Método:
Trabajo Cooperativo
Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Los estudiantes trabajarán en una tarea grupal y una tarea individual para fortalecer los conocimientos adquiridos con anterioridad a través de la resolución de problemas contextualizados a su realidad.

ACTIVIDAD N°1

- Se formarán 4 grupos de trabajo y los estudiantes deben plantear y resolver problemas similares al presentado por el docente, en base a sus experiencias personales.
- Cada estudiante debe aportar con un problema (situación - anécdota), de manera que pueda explicar y resolver ante el grupo.
- Esta actividad se realizará en el aula, se entregará la hoja de trabajo al docente luego de la respectiva evaluación, esta última se desarrollará en base a una rúbrica.
- La actividad tiene un tiempo de duración aproximadamente de 20 minutos para su elaboración y 20 min para su exposición. Tomando en cuenta solamente 1 ejemplo por grupo, es decir, 5 minutos por grupo.

La rúbrica se encuentra al final de la guía.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

CONSOLIDACIÓN

Actividad N°2

Esta actividad se realizará en casa para fortalecer los conocimientos adquiridos en el aula.

Actividad para la casa

Resolver los siguientes problemas mediante el método de reducción y sustitución.

- Carmita compró 3 chaquetas y 4 vestidos en $900 en el mes de mayo y este mes compró 5 chaquetas y 2 vestidos en la misma boutique en $1200. ¿Qué costo tiene cada chaqueta y cada vestido de forma unitaria? (Tomar en cuenta que los precios no han variado en el transcurso del tiempo)

Solución Problema #1

Las chaquetas (x) cuestan $214.29 cada una y los vestidos (y) cuestan $64.28 cada uno.

- Ayer compré 5 manillas y 3 canicas a un costo de $1.05 en la tienda de Doña Cristina, mientras que hoy compré 3 manillas y 10 canicas a un valor total de $0.95. ¿Cuánto vale cada canica y cuánto vale cada manilla?

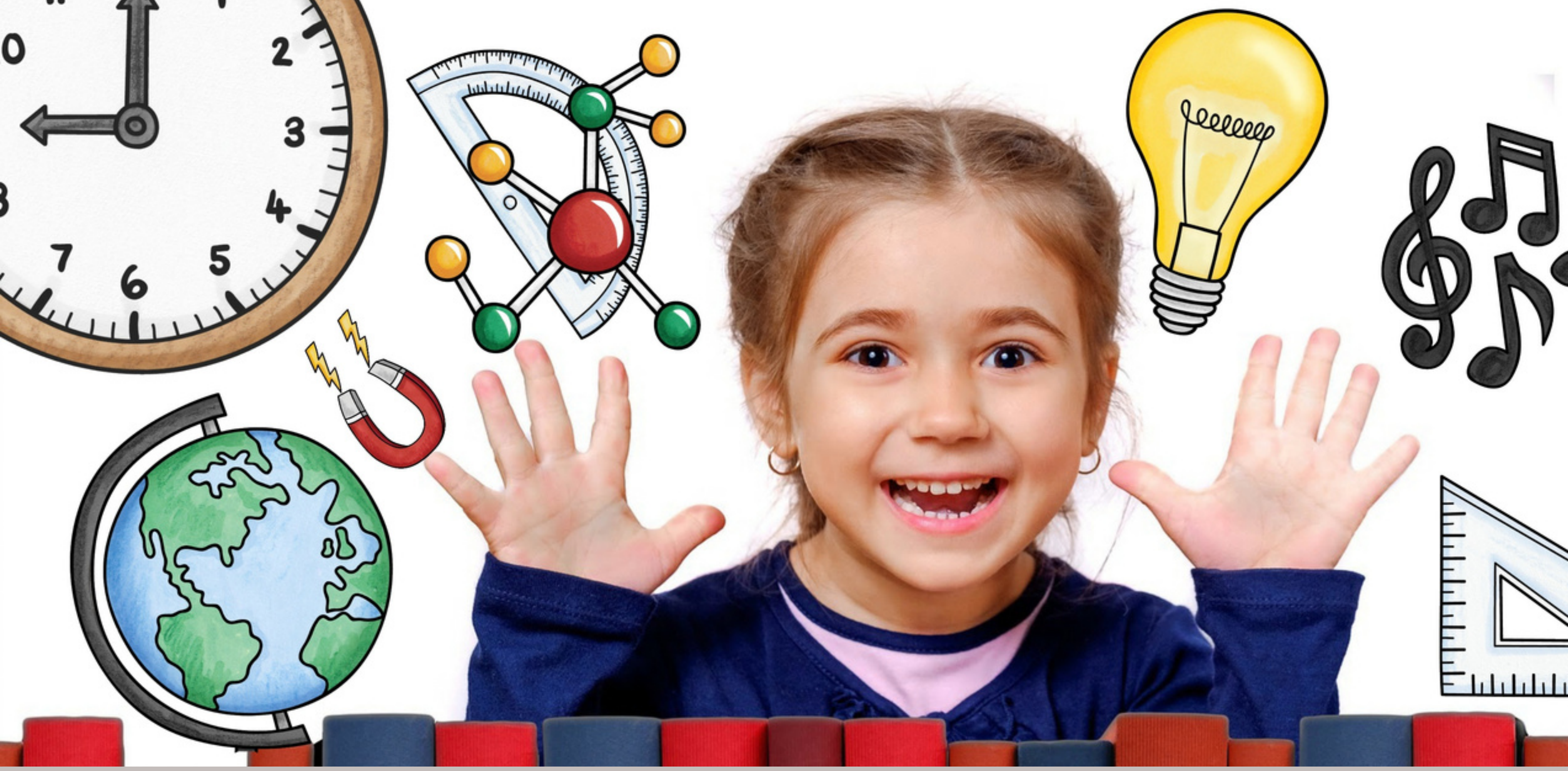
Solución Problema #2

Las manillas (x) tienen un valor unitario de $0.25 y las canicas (y) tienen un valor unitario de $0.03

- Mi mamá y mi papá fueron al mercado el sábado pasado y compraron 12 guineos y 3 lechugas en un total de $3.75, mientras que hoy compraron 8 guineos y 5 lechugas en $4.66. ¿Qué valor tiene cada unidad de guineo y qué valor tiene cada unidad de lechuga?

Solución Problema #3

Cada guineo (x) tiene un precio de $0.20 y cada lechuga (y) tiene un precio de $0.45



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CLASE N°2

MÉTODO DE SUMA Y RESTA (REDUCCIÓN)

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

ANTICIPACIÓN

MÉTODO:
Aula invertida

Tiempo aproximado: 10 min

Destreza con Criterio de Desempeño:

Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando el método de reducción (sumas y restas) con el apoyo de las TICs y material concreto. REF.M.4.1.55.

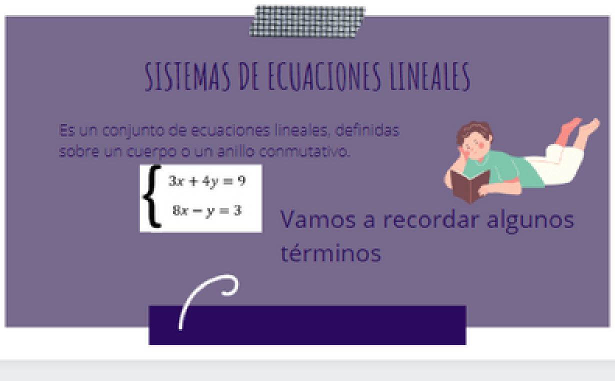
Estrategia lúdica

Completar el mapa

- Con previo aviso se enviará a los estudiantes a observar en casa el siguiente video sobre sistemas de ecuaciones lineales para recordar conceptos y términos previos.

- A continuación, se pone a disposición de los estudiantes un mapa conceptual en dónde deben completar la información faltante, tienen un tiempo de 5 minutos.

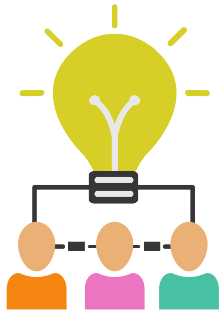
- Luego de completar la actividad los estudiantes comparan las respuestas entre ellos y se procede a retirar las hojas para luego validarla como actividad en clase, para finalizar el docente interviene despejando todas las dudas pendientes.



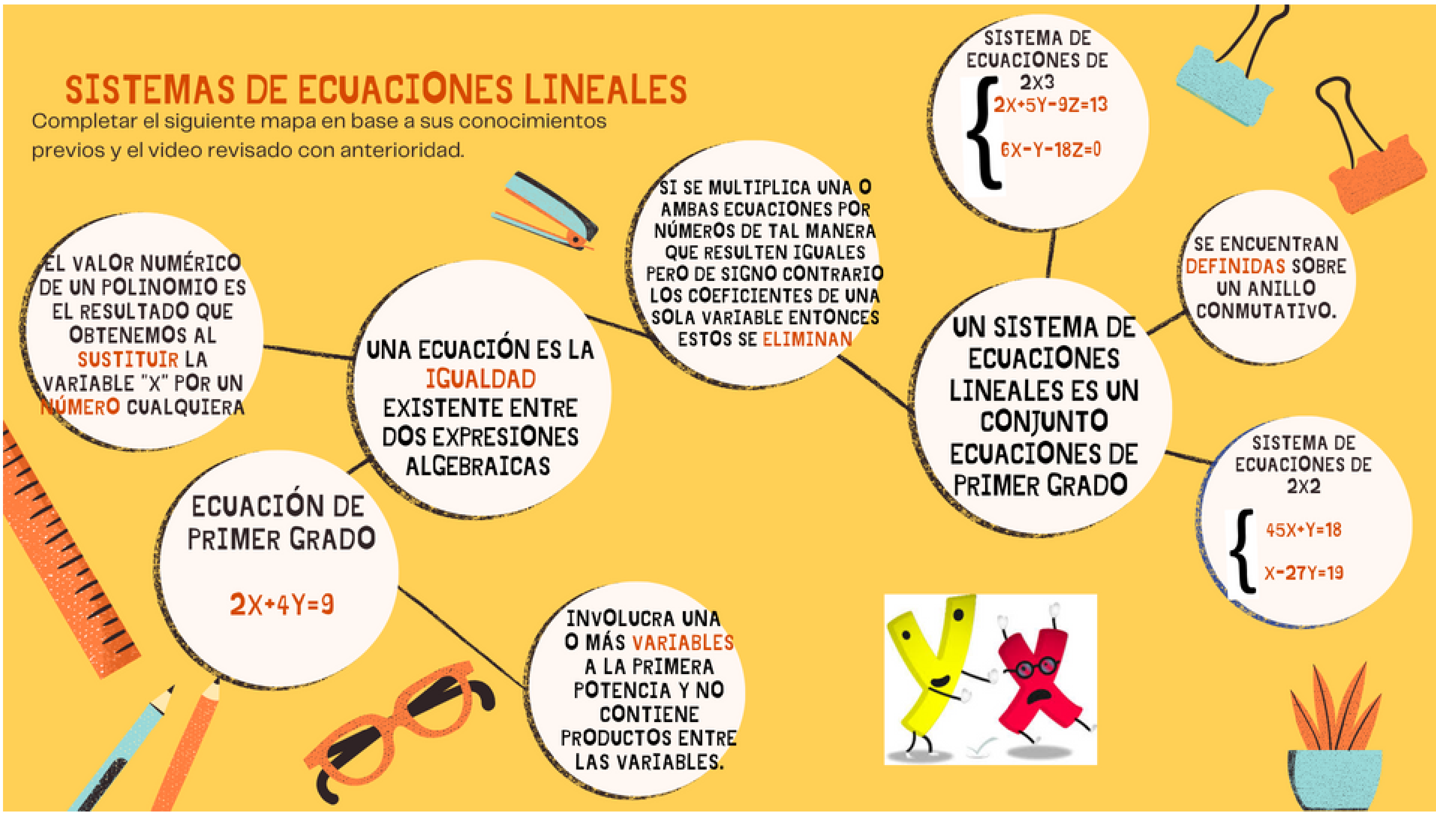
Nota: Tomar apuntes de lo más importante para poder completar la actividad en clase.

Link del video:
https://www.canva.com/design/DAFDjpv_LBQ/274jW_WBW0KXVTwFPvN74A/view?utm_content=DAFDjpv_LBQ&utm_campaign=share_your_design&utm_medium=link&utm_source=shareyourdesignpanel

Plantilla de trabajo Mapa Matemático



El mapa dentro de la anticipación permite al estudiante a recordar los conocimientos necesarios para abortar el tema de sistemas de ecuaciones lineales, mediante la resolución de problemas utilizando el método de suma y resta



Link: https://www.canva.com/design/DAFBiMYX3xg/E0AuoocaDdvhzjlRECiu6w/edit

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

CONSTRUCCIÓN

Tiempo aproximado: 20 min

MÉTODO: Experimentación didáctica y Aprendizaje Basado en Problemas

A través de un ejemplo problematizado se dará a conocer como resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2 por el método de la suma y resta haciendo uso de material didáctico.

Problema Propuesto

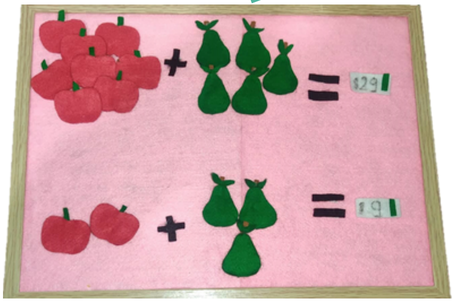
El día lunes Anita fue a la frutería de doña Olguita a comprar 8 manzanas y 5 peras en donde pagó un total de \$3.65, el día jueves compró 2 manzanas y 3 peras por las que pagó \$1.35. ¿Cuánto le costó a Anita cada manzana y cada pera?

- Para la explicación de este problema utilizaremos las frutas que se encuentran en el cajón didáctico (manzanas y peras).
- A través de estas piezas los estudiantes deben relacionar las variables con las diferentes frutas.
- El problema presentado se desarrollará a través del método de suma y resta.

- Los estudiantes tienen 5 minutos para leer con atención, comprender el problema y plasmar el enunciado con las fichas del cajón didáctico.
- A continuación se procede a comparar las pizarras entre los estudiantes para verificar si realizaron la actividad de manera correcta.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

Material concreto

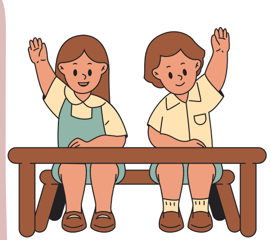


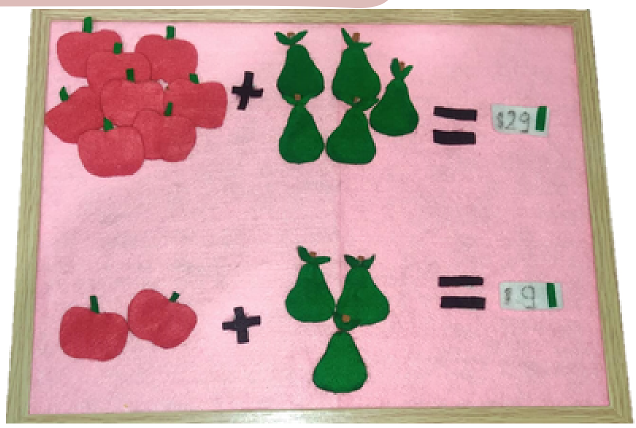
Solución

Método de suma y resta

Para resolver el problema mediante el método de suma y resta, se deben dar las siguientes explicaciones.

- Los estudiantes deben plantear las ecuaciones obtenidas del problema, y ubicarlas como un sistema de ecuaciones.





- Identificamos las variables:

  Manzana: **a**
  Pera: **b**

- Plantea las ecuaciones algebraicas:

Lunes: 8 manzanas y 5 peras, el mismo que pagó un total de $3.65

Ecuación N°1 $8a + 5b = 3.65$

Martes: 2 manzanas y 3 peras, el mismo que pagó un total de $1.35

Ecuación N°2 $2a + 3b = 1.35$

$$\begin{cases} 8a + 5b = 3.65 & \text{Ec. \#1} \\ 2a + 3b = 1.35 & \text{Ec. \#2} \end{cases}$$

- A continuación, dar las indicaciones para resolver el sistema de ecuaciones mediante el método de suma y resta

Buscamos eliminar una variable para obtener el resultado, primero tomamos la ecuación #2 y la multiplicamos por -4.

$$(2a + 3b = 1.35) \cdot (-4)$$
$$-8a - 12b = -5.4$$

- Sumamos la ecuación obtenida con la ecuación #1

$$\begin{array}{r} 8a + 5b = 29 \\ + \; -8a - 12b = -36 \\ \hline -7b = -1.75 \\ \boxed{b = 0.25} \end{array}$$

- Remplazamos el valor de la variable **b** obtenido en cualquier ecuación para obtener el valor de la variable **a.**

$$2a + 3b = 1.35 \qquad \textbf{Ec. \#2}$$
$$2a + 3(0.25) = 1.35$$
$$2a + 0.75 = 1.35$$
$$2a = 1.35 - 0.75$$
$$2a = 0.60$$
$$\boxed{a = 0.3}$$

Para finalizar, se debe plantear la respuesta en base a la pregunta, los estudiantes deben plantear la definición del método de suma y resta en base a lo aprendido.
Deberá dar una breve explicación y despejar las dudas

RESPUESTA: Anita pagó por cada manzana \$0.30 y por cada pera \$0.25.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

CONSOLIDACIÓN

Tiempo aproximado: 10 min

Método: Experimentación didáctica y juego de emparejado

Los estudiantes trabajarán en la siguiente actividad para fortalecer los conocimientos adquiridos.

ACTIVIDAD

- Se inicia con la actividad formando parejas de estudiantes, el docente debe dar las indicaciones necesarias para realizar la actividad.
- Se entregará a cada pareja una hoja con la actividad.
- Los estudiantes tienen 13 minutos para culminar con la actividad, finalizando se debe recibir para asignar una calificación como tarea en clase.

Indicaciones

- Cada pareja debe representar las ecuaciones con las pizarras y fichas del cajón didáctico.
- Resolver los sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de suma y resta para obtener los resultados.
- Una las respuestas correctas en el Juego de emparejado matemático .

Actividad

1. Plasmar las ecuaciones en la pizarra
2. Resuelva los siguientes problemas mediante el método de suma y resta, obtenga el resultado y a continuación complete el Juego de emparejado matemático.

- Mi mamá le compro ayer a mi hermana 4 naranjas y 7 peras y pagó $28 para hacer un jugo nutritivo, el día de hoy quiere hacer ella una con 12 naranjas y 9 peras y pagó $51. Determina cuánto cuesta cada pera y cada naranja.

Solución Problema #1

Cada pera cuesta $3 y cada naranja $2.

- La vecina Lucia compra al por mayor para su tienda, el distribuidor le dejó la semana pasada 5 sandias, 2 bananas y pagó $33. Ayer le dejó 10 sandias, 1 banana y pagó $39. ¿Cuánto pagó por cada sandia y cada banana la vecina Lucia al distribuidor?

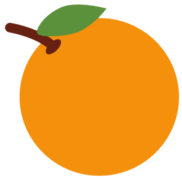
Solución Problema #2

Pagó $3 de cada sandia y $9 de cada banana.

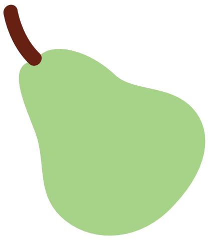
Juego de emparejado
Matemático resuelto

Empareje cada fruta con su respectivo precio

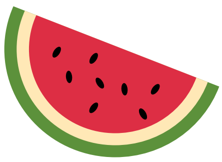
NARANJA



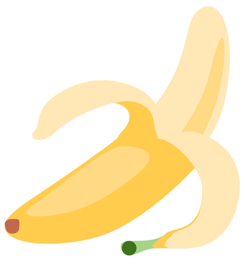
PERA



SANDIA



BANANA



$2

$1

$5

$3

$9

$3

$1

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

CONSOLIDACIÓN

Método: Acertijos matemáticos

Los acertijos matemáticos son utilizados con mucha frecuencia en las redes sociales, pongámoslo a prueba.

ACTIVIDAD

- El docente debe dar las indicaciones necesarias para realizar la actividad.
- Se entregará a cada estudiante una hoja con la tarea.
- Los estudiantes deben realizar la tarea para la siguiente clase.

Tarea en casa resuelta

1. Resolver los siguientes acertijos matemáticos e indicar la respuesta de cada uno.

🌸+🌸+🌸 = 24
🌸+🌹+🌹 = 18
🌹+🌻 🌻 = 13
🌸+🌹×🌻 =?

🌸 + 🌹 x 🌻 =17

🐇+🐇+🐇=9
🐇+🐄=13
🐄+🐌 =4
🐇+🐄+🐌 =?

🐇+🐄+🐌 =7

💄+💍+💍
💍–💄
💍×💄
💍 =? 💄 =?

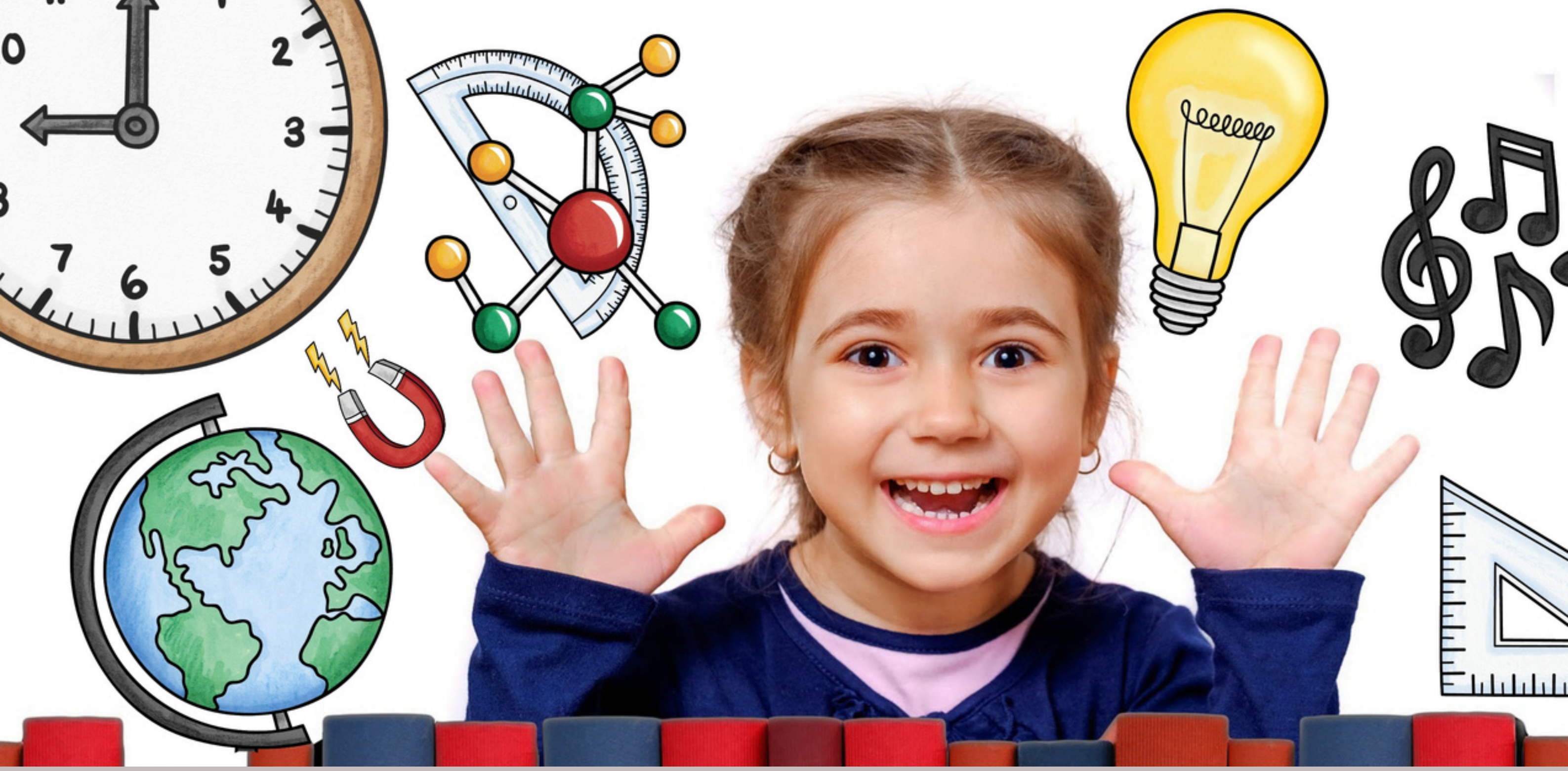
💍 =20 💄 =5

🧙‍♀️ × 🧛 = 0
🧙‍♀️ + 🧛 = 7
14– 3 × 3 = 🧜‍♀️
🧙‍♀️ + 🧛 + 🧜‍♀️ =?

🧙‍♀️ + 🧛 + 🧜‍♀️ =12

🍗 =7
🍔 =5 + 🍗
🍗 =1 + 🍕
🍗 + 🍔 + 🍕 =?

🍗 + 🍔 + 🍕 =25



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CLASE N°3

MÉTODO DE CRAMER Y GRÁFICO

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE CRAMER

ANTICIPACIÓN

MÉTODO:
Lúdico

Tiempo aproximado: 10 min

Destrezas con Criterio de Desempeño:

- Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando el método de determinantes (Crammer) con apoyo de las TICs. REF.M.4.1.55.

Estrategia lúdica

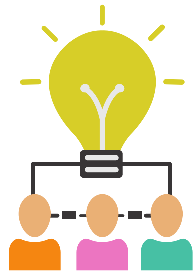
Sopa de letras matemático

- Se entrega a los estudiantes una sopa de letras con el objetivo de hacer una retroalimentación sobre algunos conceptos importantes para introducir al método de cramer.
- Los estudiantes contarán con un tiempo aproximado de 7 a 10 minutos para encontrar las palabras clave.

P	P	C	A	N	E	T	A	N	I
D	D	F	G	R	C	F	I	A	N
A	N	Ó	I	C	U	L	O	S	T
A	I	O	I	R	A	A	D	U	E
I	F	G	T	S	C	E	N	T	R
U	R	T	N	C	I	N	D	A	S
I	R	D	T	L	O	E	P	L	E
O	T	N	U	J	N	O	C	E	C
O	T	N	U	P	E	D	A	S	T
R	E	P	R	E	S	E	N	T	A

- Los estudiantes deben colorear las palabras que encuentren.
- Al finalizar la actividad la hoja será retirada para su evaluación como actividad en clase.

Sistemas de **Ecuaciones**



Sopa de letras

P	P	C	A	N	E	T	A	N	V
D	D	F	G	R	C	F	I	A	A
A	N	Ó	I	C	U	L	O	S	R
A	V	E	N	T	A	S	D	U	I
I	F	G	T	S	C	E	N	T	A
U	R	T	N	C	I	N	D	A	B
I	R	D	T	L	O	E	P	L	L
O	T	S	U	H	N	O	C	E	E
V	I	D	A	R	E	A	L	S	T
R	E	P	R	E	S	E	N	T	A

Vida real
Ecuaciones
Representa

Variable
Solución
Ventas

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE CRAMER

CONSTRUCCIÓN

Tiempo aproximado: 25 min

MÉTODO:
Aula Invertida

Se propone un problema contextualizado a la realidad del estudiante y se desarrolla con el apoyo recursos tecnológico como Geogebra.

Con previo aviso se debe enviar a los estudiantes a revisar el siguiente video para abordar el Método de Cramer:
https://www.canva.com/design/DAFDoBTTFCs/Ng42Xc2KSfWXeBaL_ASfZg/view?utm_content=DAFDoBTTFCs&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=recording_view

Nota: Tomar apuntes de lo más importante para poder completar la actividad en clase.

Problema Propuesto

Don José llega a un almacén de artículos de celulares y compra: 3 cargadores Samsung, 2 pares de audífonos y 1 lápiz capacitivo todo esto en $40. Luego, llega Alondra y compra: 2 cargadores Samsung, 1 par de audífonos y 2 lápices capacitivos, recibió una factura de $38. Finalmente, doña Maricela compra 1 cargador Samsung, 1 par de audífonos y 1 lápiz capacitivo en un total de $20. ¿Cuál es el precio de cada artículo en ese almacén?

- Los estudiantes tienen 3 minutos para analizar y plantear el sistema de ecuaciones correspondiente al problema.
- Con la guía docente se socializa el procedimiento para el sistema de ecuaciones obtenido mediante el Método de Cramer revisado con anterioridad por parte de los estudiantes.

Solución

- Armamos el sistema de ecuaciones lineales correspondiente al problema planteado:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 40 \\ 2x + y + 2z = 38 \\ x + y + z = 20 \end{cases}$$

- Planteamos y resolvemos el determinante general del sistema de ecuaciones lineales y utilizamos la regla de Sarrus para su resolución:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \longrightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (3+2+4) - (1+6+4) = -2$$

- Planteamos y resolvemos el determinante en "x" del sistema de ecuaciones lineales y utilizamos la regla de Sarrus para su resolución:

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 40 & 2 & 1 \\ 38 & 1 & 2 \\ 20 & 1 & 1 \\ 40 & 2 & 1 \\ 38 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (40+38+80) - (20+80+76) = -18$$

- Planteamos y resolvemos el determinante en "y" del sistema de ecuaciones lineales y utilizamos la regla de Sarrus para su resolución:

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 40 & 1 \\ 2 & 38 & 2 \\ 1 & 20 & 1 \\ 3 & 40 & 1 \\ 2 & 38 & 2 \end{vmatrix} = (114+40+80) - (38+120+80) = -4$$

- Planteamos y resolvemos el determinante en "y" del sistema de ecuaciones lineales y utilizamos la regla de Sarrus para su resolución:

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 40 \\ 2 & 1 & 38 \\ 1 & 1 & 20 \\ 3 & 2 & 40 \\ 2 & 1 & 38 \end{vmatrix} = (60+80+76) - (40+114+80) = -18$$

- Para encontrar el valor de cada variable vamos a dividir el valor de cada determinante para el determinante general:

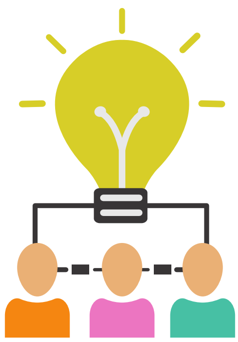
$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-18}{-2} \longrightarrow \boxed{x = 9}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-4}{-2} \longrightarrow \boxed{y = 2}$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{-18}{-2} \longrightarrow \boxed{z = 9}$$

Conclusiones:

Los cargadores Samsung tienen un precio de $9, los audífonos cuestan $2 y los lápices capacitivos $9, estos precios son unitarios.



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO GRÁFICO

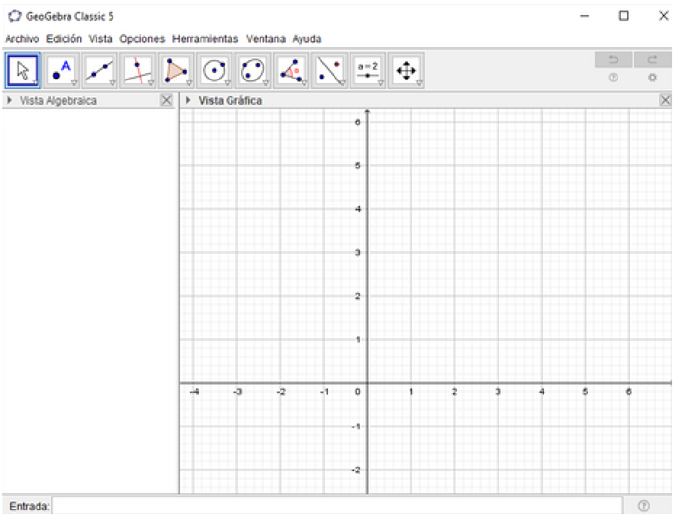
CONSTRUCCIÓN

MÉTODO: Demostración gráfica

GeoGebra

Don José llega a un almacén de artículos de celulares y compra: 3 cargadores Samsung, 2 pares de audífonos y 1 lápiz capacitivo todo esto en $40. Luego, llega Alondra y compra: 2 cargadores Samsung, 1 par de audífonos y 2 lápices capacitivos, recibió una factura de $38. Finalmente, doña Maricela compra 1 cargador Samsung, 1 par de audífonos y 1 lápiz capacitivo en un total de $20. ¿Cuál es el precio de cada artículo en ese almacén?

Los cargadores Samsung tienen un precio de $9, los audífonos cuestan $2 y los lápices capacitivos $9, estos precios son unitarios.



- Se debe formar parejas para que los estudiantes trabajen en las computadoras o teléfonos.
- Con la guía docente se debe comprobar los resultados obtenidos mediante el método gráfico utilizando el recurso tecnológico GeoGebra.

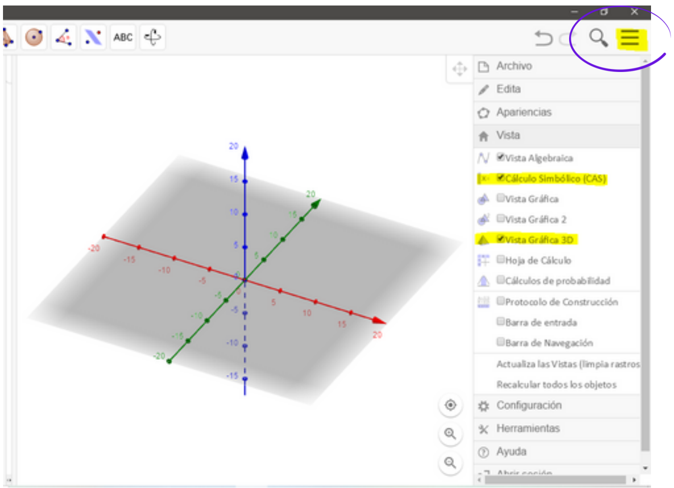
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO GRÁFICO

Solución

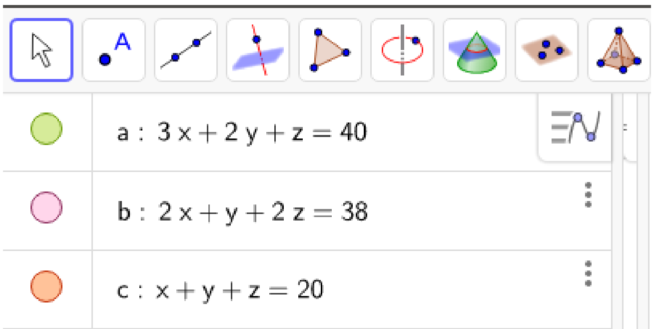
Los estudiantes en conjunto con la guía del docente estudiarán y construirán las gráficas en Geogebra

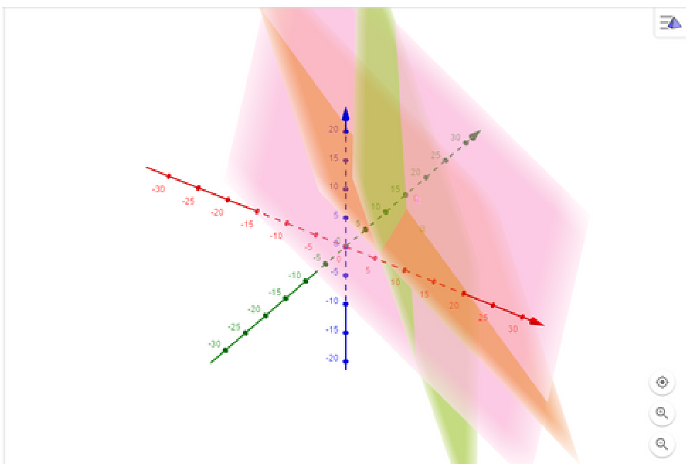
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 40 \\ 2x + y + 2z = 38 \\ x + y + z = 20 \end{cases}$$

- Teniendo en cuenta el sistema de ecuaciones formado con anterioridad, con la ayuda de las herramientas de GeoGebra graficamos en un sistema de tres dimensiones.



- Como primer paso nos dirigimos a las tres rayas y seleccionamos la opción "Cálculo Simbólico (CAS)" a la vez habilitamos la opción "Vista Gráfica 3D"

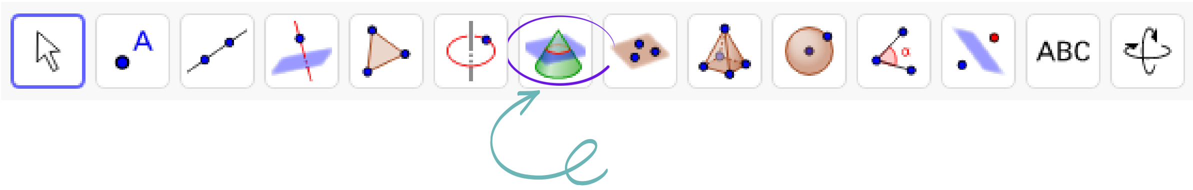


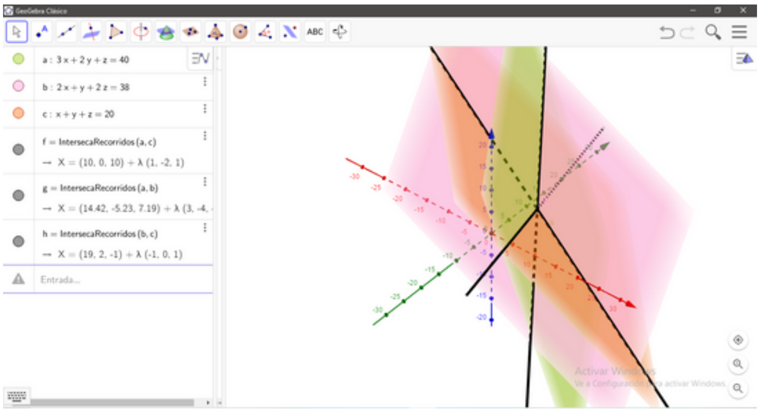


- Nos dirigimos a la opción "Entrada" e ingresamos las ecuaciones del sistema, obteniendo 3 planos distintos (a,b y c) mismos que se intersecan en un solo punto.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO GRÁFICO

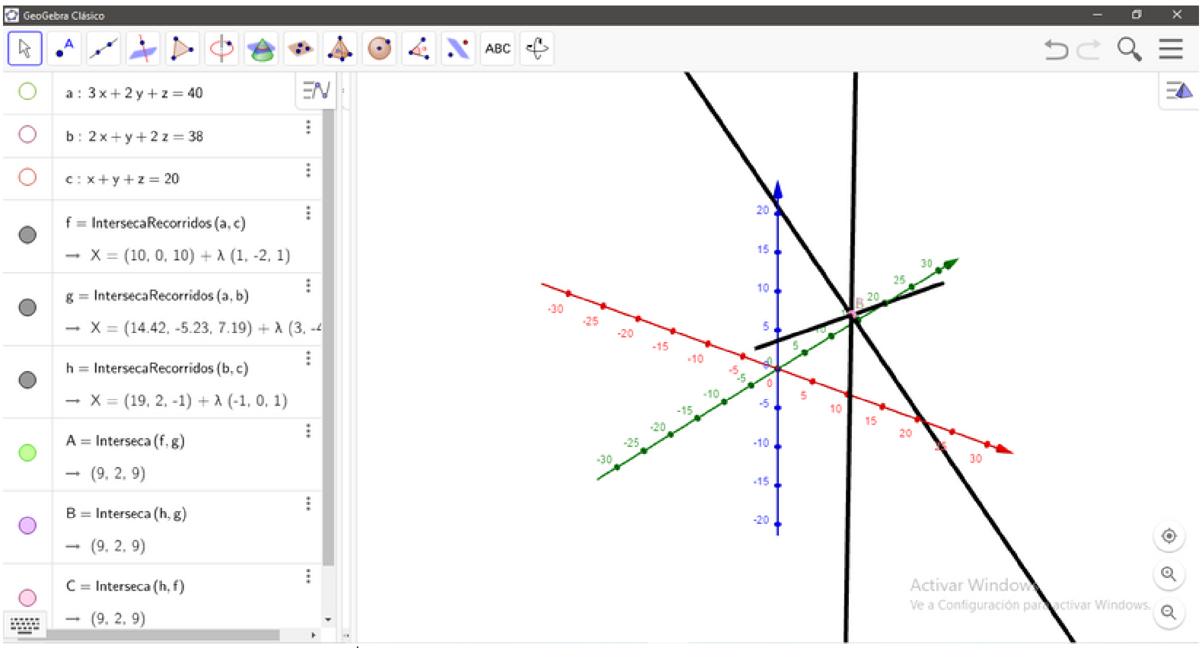
- En la barra de herramientas encontramos la opción "intersección de dos superficies" y seleccionamos los planos de par en par:





- Seleccionamos los planos: (a,c); (a,b); (b,c) y obtenemos como resultado tres rectas que se intersecan.

- Colocamos en la "Entrada" la palabra "interseca" y entre las opciones escogemos la siguiente: "Interseca(<Objeto>, <Objeto>)" y selecciona a su gusto, por ejemplo: "Interseca (f,g)", "Interseca (h,g)", "Interseca (h,f)". Este es el último paso para comprobar que intersecan en un solo punto "solución"



Conclusiones:

- Encontramos como punto solución al punto (9,2,9) el mismo hallado por el método de Cramer.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE CRAMER Y MÉTODO GRÁFICO

CONSOLIDACIÓN

Tiempo aproximado: 10min

Método: Trabajo Cooperativo

Los estudiantes trabajarán en una actividad en parejas durante clase y una tarea individual para la casa.

ACTIVIDAD N°1

- La actividad se realizará en un plazo aproximado de 10 minutos para posteriormente receptar la actividad a cada uno de los estudiantes.
- Se ejecutará únicamente un problema propuesto, los estudiantes plantearán y resolverán el sistema de ecuaciones lineales a través del Método de Cramer.
- La actividad estará evaluada mediante una rúbrica y se tomará la misma calificación para las dos partes.

Actividad en el aula

El hotel Italia, adquirió 200 implementos entre almohadas, sábanas y cortinas para sus habitaciones en un total de $7500 dólares. El precio de una almohada es de $16 dólares, el de una sábana es de $50 y el de una cortina es de $80. Además, el número de almohadas es igual al número sábanas más el número de cortinas compradas. ¿Cuántas almohadas, sábanas y cortinas ha comprado el hotel respectivamente?

Solución Problema Planteado

El hotel Italia ha comprado 100 almohadas (x), 70 sábanas (y) y 30 cortinas (z).

La rúbrica para la evaluación de esta actividad está al final de la guía

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE CRAMER Y MÉTODO GRÁFICO

CONSOLIDACIÓN

Método Lúdico: Acertijos matemáticos

Los estudiantes trabajarán en acertijos matemáticos para reforzar el aprendizaje.

TAREA EN CASA

- El docente debe dar las indicaciones necesarias para realizar la tarea en casa
- Se entregará a cada estudiante una hoja con la actividad.
- Los estudiantes deberán presentar la resolución en la siguiente clase, ya que llevará una calificación en tareas en casa.

Tarea en casa

Resolver los siguientes acertijos matemáticos mediante el método de Cramer y graficar en GeoGebra cada uno para comprobar su respuesta,

🍩 + 🍩 + 🍩 = 30

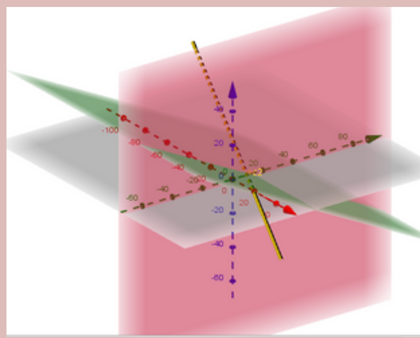
🍫 + 🍫 + 🍩 = 20

🍬 + 🍬 + 🍫 = 13

🍩 = 10

🍫 = 5

🍬 = 4



🌞 + 🌞 + 🌞 = 21

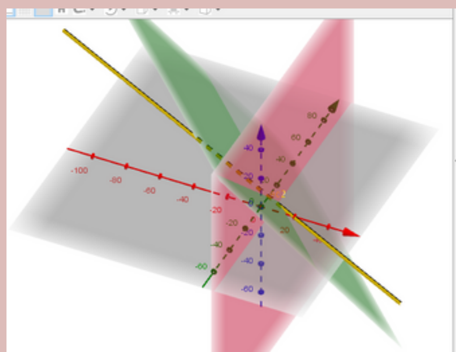
🌧️ + 🌧️ + 🌞 = 19

🌜 + 🌧️ + 🌞 = 15

🌞 = 7

🌧️ = 6

🌜 = 2



😍 + 😍 + 😍 = 45

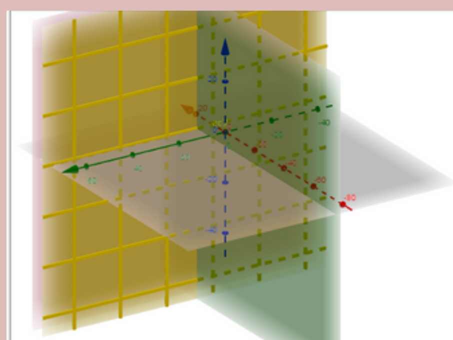
😈 + 😈 + 😈 = 21

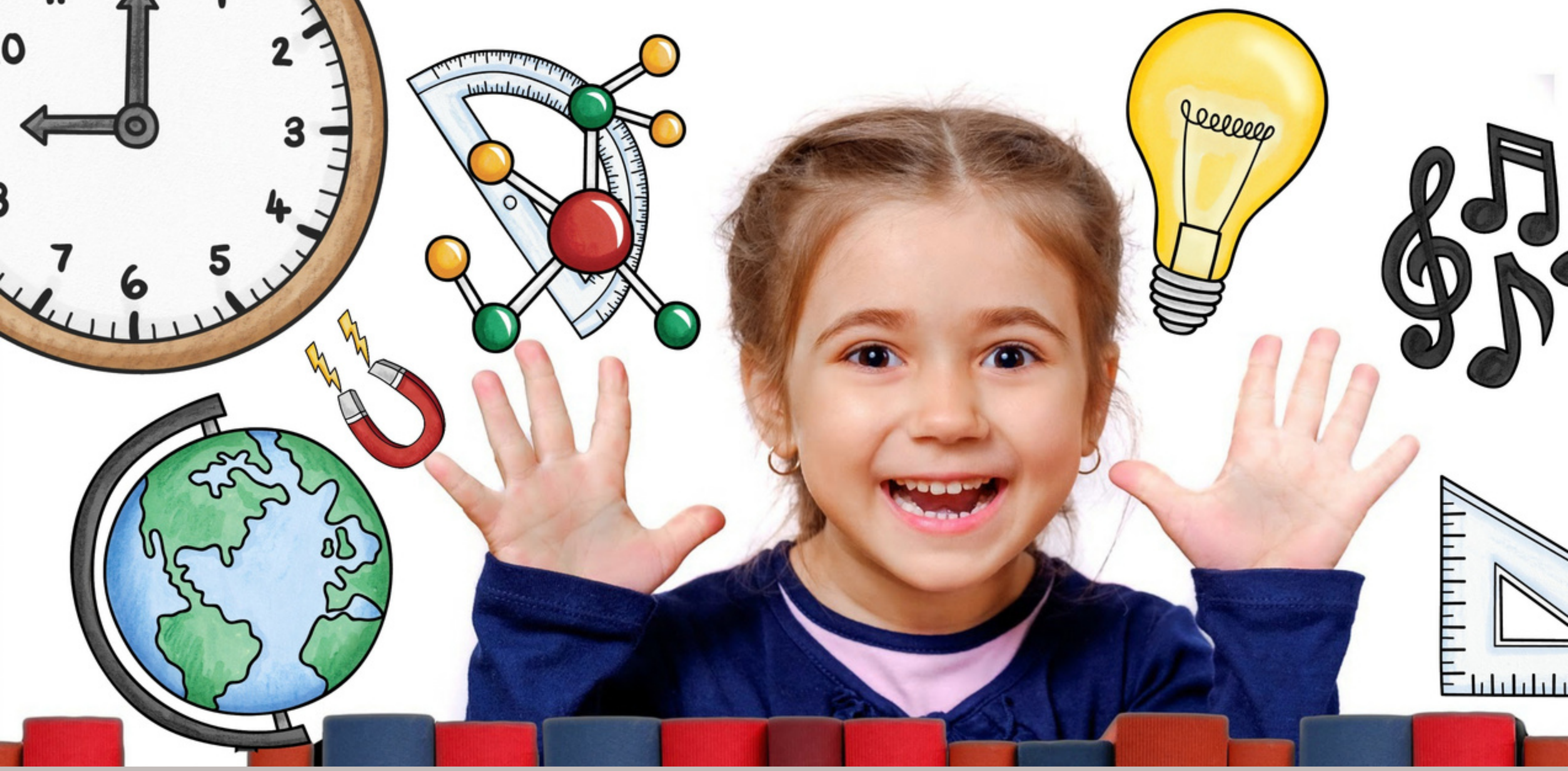
😝 + 😝 + 😝 = 12

😍 = 15

😈 = 7

😝 = 4





SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

CLASE N°4

MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

MÉTODO: *Lúdico*

ANTICIPACIÓN

Tiempo aproximado: 10 min

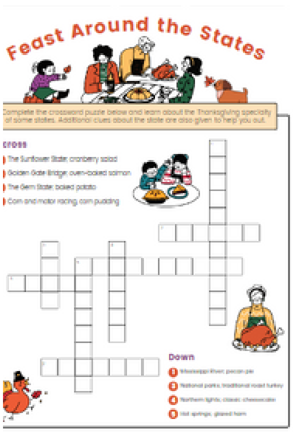
Destrezas con Criterio de Desempeño:

- Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando el método de eliminación gaussiana con apoyo de las TICs. REF.M.4.1.55.

Estrategia lúdica

Crucigrama matemático

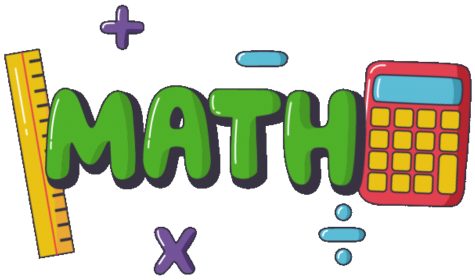
- Se entrega a los estudiantes un crucigrama con el objetivo de hacer una retroalimentación sobre algunos conceptos importantes para introducir el método de Gauss-Jordan.
- Los estudiantes contarán con un tiempo aproximado de 7 a 10 minutos para completar el crucigrama con las palabras correctas a través de conceptos claves.



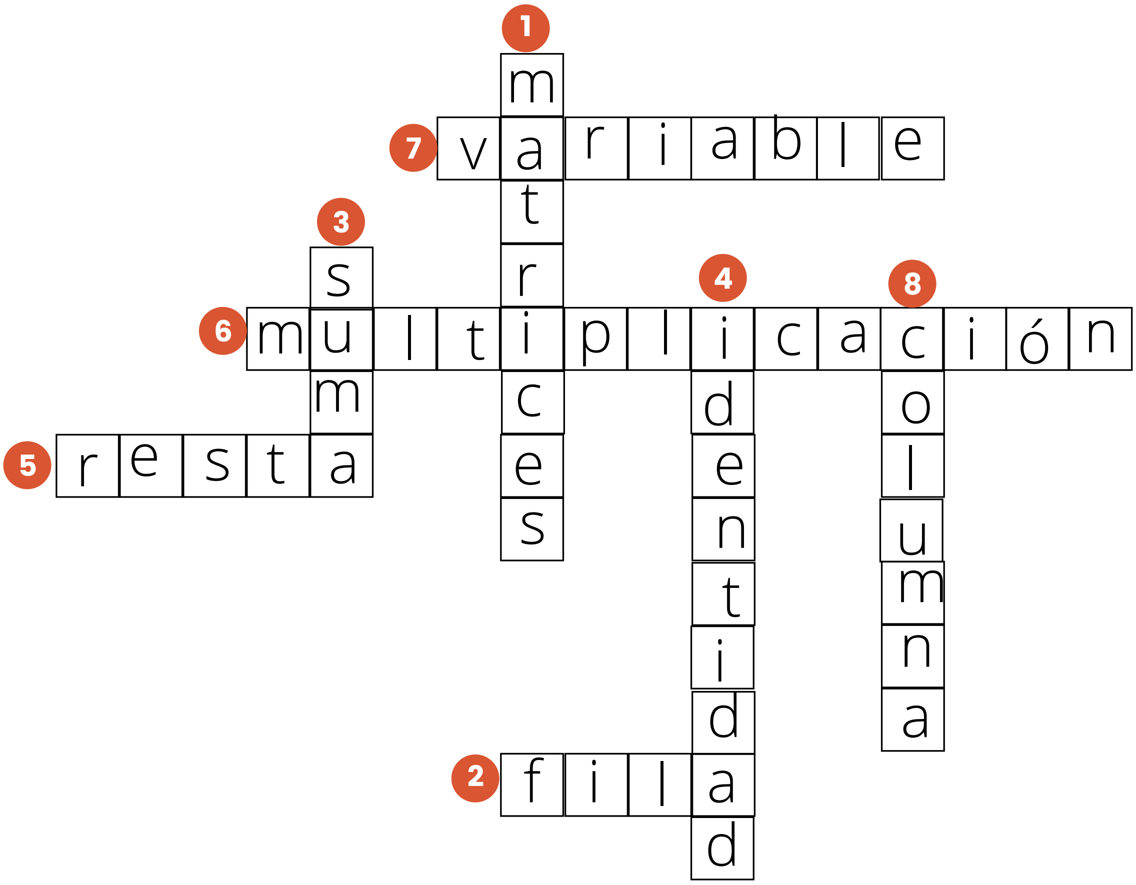
- Los estudiantes deben completar los espacios vacíos.
- Al finalizar la actividad la hoja será retirada para su evaluación como actividad en clase.

Nombre: ____________________ Fecha: __________

Método de Gauss-Jordan



Complete el crucigrama a continuación y aprenda sobre el método de Gauss-Jordan. También se dan pistas adicionales para ayudarte.



Horizontal

2 Es cada una de las líneas horizontales.

5 Representa la operación de eliminación de objetos de una colección

6 Operación en donde se suma un número por sí mismo tantas veces como lo señala otro número

7 Símbolo que puede tomar cualquier valor de los comprendidos en un conjunto

Vertical

1 Conjunto bidimensional de números.

3 Operación matemática que consiste en combinar dos números o más para obtener una cantidad final.

4 Matriz cuadrada donde todos sus elementos son ceros (0) menos los elementos de la diagonal

8 Es cada una de las líneas verticales.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

CONSTRUCCIÓN

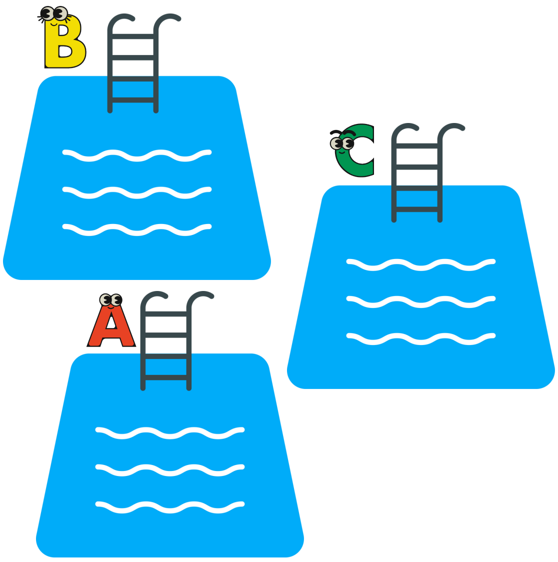
Tiempo aproximado: 20 min

MÉTODO: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y Uso de Excel

Se propone un problema contextualizado a la realidad del estudiante y se desarrolla con el apoyo recursos tecnológicos como Excel.

Problema Propuesto

En la fuente termal y spa "Piedra de Agua" disponen de tres piscinas A,B y C. Los precios de entrada a cada una de estas piscinas son 1, 2 y 3 dólares, respectivamente. En el día del niño obtuvieron un total de $425 en ganancias de las entradas de las tres piscinas donde ingresaron 200 clientes. Si los clientes de la piscina A hubiesen ingresado a la piscina B y los de la piscina B a la piscina A, se obtendrá en total de $400. El dueño quiere saber ¿cuántos clientes acudieron a la piscina?



- Los estudiantes tienen 3 minutos para analizar y plantear el sistema de ecuaciones correspondiente al problema.
- Con la guía docente se socializa el procedimiento para llegar a la solución del sistema de ecuaciones mediante el Método de Gauss-Jordan, en primera instancia de forma manual y luego nos apoyaremos en las TICs para desarrollar y dar solución al problema mediante Excel.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

Solución

- Planteamos las ecuaciones correspondientes al sistema de ecuaciones lineales, teniendo en cuenta:
  X = Piscina A
  Y= Piscina B
  Z = Piscina C
- Entonces:
  1) x+y+z = 200
  2) x+2y+3z = 425
  3) 2x+y+3z = 400
- Planteamos el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y+z=200 \\ x+2y+3z=425 \\ 2x+y+3z=400 \end{cases}$$

- Extraemos los coeficientes que acompañan a las variables (x,y,z) y los términos independientes y los planteamos en forma de matriz:

$$\begin{array}{cl} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & 2 & 3 & 425 \\ 2 & 1 & 3 & 400 \end{array}\right) & \begin{array}{l} \text{Fila 1 (F1)} \\ \text{Fila 2 (F2)} \\ \text{Fila 3 (F3)} \end{array} \end{array}$$

- Como primer paso para resolver la matriz, invertimos la Fila 1 y la Fila 2, a partir de la nueva matriz hallamos la matriz identidad:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & 2 & 3 & 425 \\ 2 & 1 & 3 & 400 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MATRIZ IDENTIDAD

- Convertimos en cero los términos del triángulo inferior de la matriz:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & -1 & -2 & -225 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

- F3 = 2F1-F3

2	2	2	400
-2	-1	-3	-400
0	1	-1	0

- F2 = F1-F2

1	1	1	200
-1	-2	-3	-425
0	-1	-2	-225

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & -1 & -2 & -225 \\ 0 & 0 & -3 & -225 \end{array}\right)$$

- F3 = F2+F3

$$\begin{array}{cccc} 0 & -1 & -2 & -225 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -3 & -225 \end{array}$$

- Convertimos en cero los términos del triángulo superior de la matriz:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 3 & 0 & 375 \\ 0 & 3 & 0 & 225 \\ 0 & 0 & -3 & -225 \end{array}\right)$$

- F2 = 2F3-3F2

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & -6 & -450 \\ 0 & 3 & 6 & 675 \\ \hline 0 & 3 & 0 & 225 \end{array}$$

- F1 = F3+3F1

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & -3 & -225 \\ 3 & 3 & 3 & 600 \\ \hline 3 & 3 & 0 & 375 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 0 & 150 \\ 0 & 3 & 0 & 225 \\ 0 & 0 & -3 & -225 \end{array}\right)$$

- F1 = F1-F2

$$\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 0 & 375 \\ 0 & -3 & 0 & -225 \\ \hline 3 & 0 & 0 & 150 \end{array}$$

- Finalmente, para hallar la diagonal que forma la matriz identidad y para encontrar los valores finales para las incógnitas, armamos nuevas ecuaciones en base a la matriz final:

$$3x = 150 \longrightarrow x = 50$$

$$3y = 225 \longrightarrow y = 75$$

$$-3z = -225 \longrightarrow z = 75$$

Conclusiones:

En la piscina A ingresaron 50 personas, a la piscina B ingresaron 75 personas y en la piscina C ingresaron la misma cantidad que en la piscina B, es decir, 75 personas.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

Matrices por Excel

Solución

- Elaboramos una tabla, misma que representará la matriz del sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ 2x + y + 3z = 400 \end{cases}$$

COEFICIENTES DE LA MATRIZ			
1	1	1	200
1	2	3	425
2	1	3	400

- Para hallar los ceros de los triángulos superior e inferior, seguimos los siguientes pasos:

Primer paso: Identificamos el "renglón pivote", en el que se genera el primer "1" de la matriz identidad:

Renglón Pivote

COEFICIENTES DE LA MATRIZ			
1	1	1	200
1	2	3	425
2	1	3	400

- Elaboramos un cuadro de cuatro columanas y 3 filas para hallar el primer "1" y dos ceros del triángulo inferior, en la primera celda fijamos: "=("Valor 1"/ "Valor Pivote") el valor pivote estará con signos de monetización de la siguiente manera:

=D14/D14

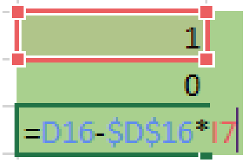
- Para la segunda celda fijamos: "=("Valor 2"-"Valor 2"*"Valor pivote"), tomando en cuenta que el segundo "Valor 2" tendrá signos de monetización:

1

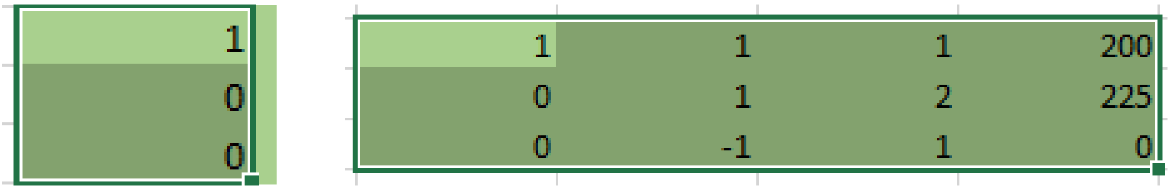
=D15-D15*I7

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

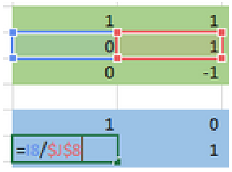
- Para la tercera celda fijamos: "=("Valor 3"-"Valor 3"*"Valor pivote"), tomando en cuenta que el segundo "Valor 3" tendrá signos de monetización:



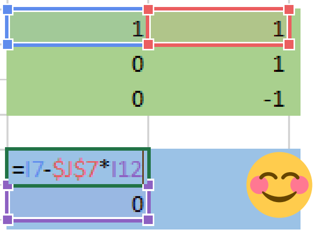
- Una vez obtenidos el primer "1" y los dos primeros ceros del triángulo, señalamos la columna y arrastramos hacia la derecha:



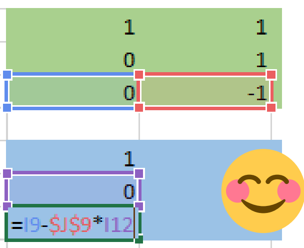
- A partir de la tabla anterior, identificamos el segundo pivote y tomamos el "Valor 2" de la primera columna de la anterior tabla y dividimos entre el "Valor siguiente" de la segunda columna de la misma tabla, este último con signos de monetización:



- Para la primera celda, fijamos: "=("Valor1"- "Valor siguiente"* "Valor pivote")", teniendo en cuenta que "Valor siguiente" se encuentra con signos de monetización:



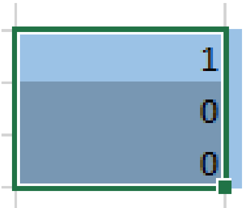
- Para la tercera celda, fijamos: "=("Valor3"-"Valor siguiente"*"Valor pivote")", teniendo en cuenta que el segundo "Valor siguiente" se encuentre con signos de monetización:

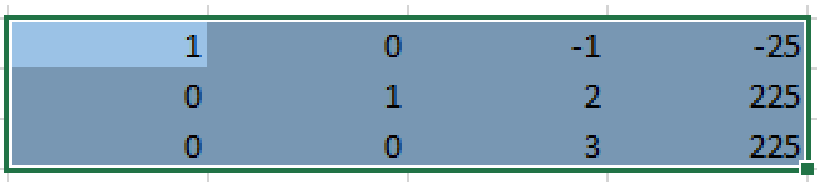


Nota: El "Valor siguiente" trata de aquel que se encuentra en la misma fila pero en la siguiente columna.

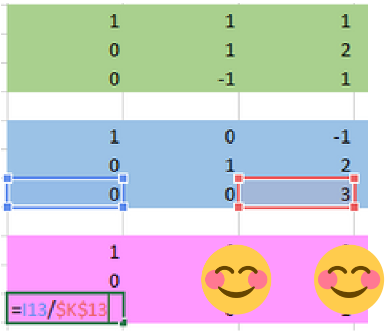
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

- Una vez obtenidas las tres celdas de la primera columna, señalamos la columna y arrastramos hacia la derecha:

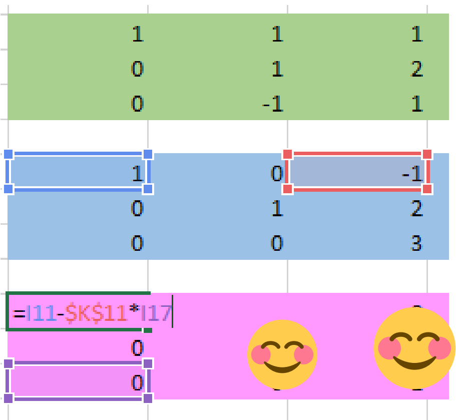




- Para encontrar la matriz identidad y los valores para cada variable elaboramos una tercera tabla y tomamos en cuenta los valores de la segunda tabla ya encontrada con anterioridad, identificamos el tercer pivote y tomamos el "Valor 3 de la columna" de la primera columna de la anterior tabla y dividimos entre el "Valor 3 de la fila" de la tercera columna de la misma tabla, este último con signos de monetización:

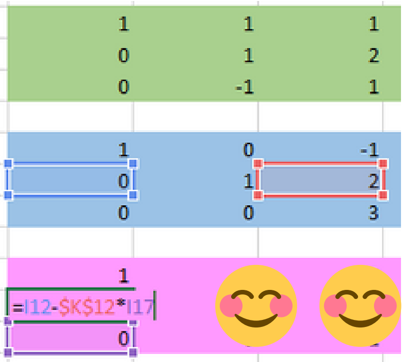


- Para la primera celda, fijamos: "=("Valor 1"-"Valor 3*"Valor pivote"), teniendo en cuenta que al referirnos como "Valor 3" lo hacemos a la celda 3 de la misma fila pero de la tercera columna y este se mantiene con signos de monetización:

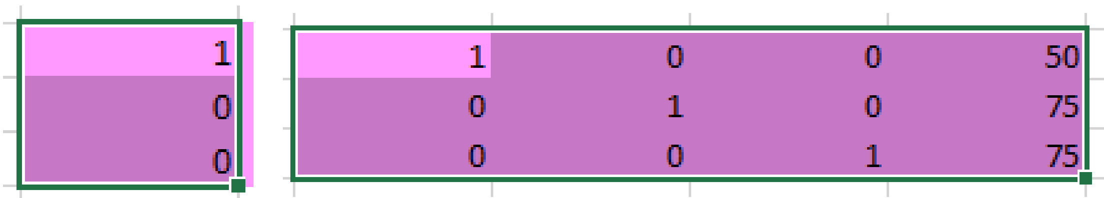


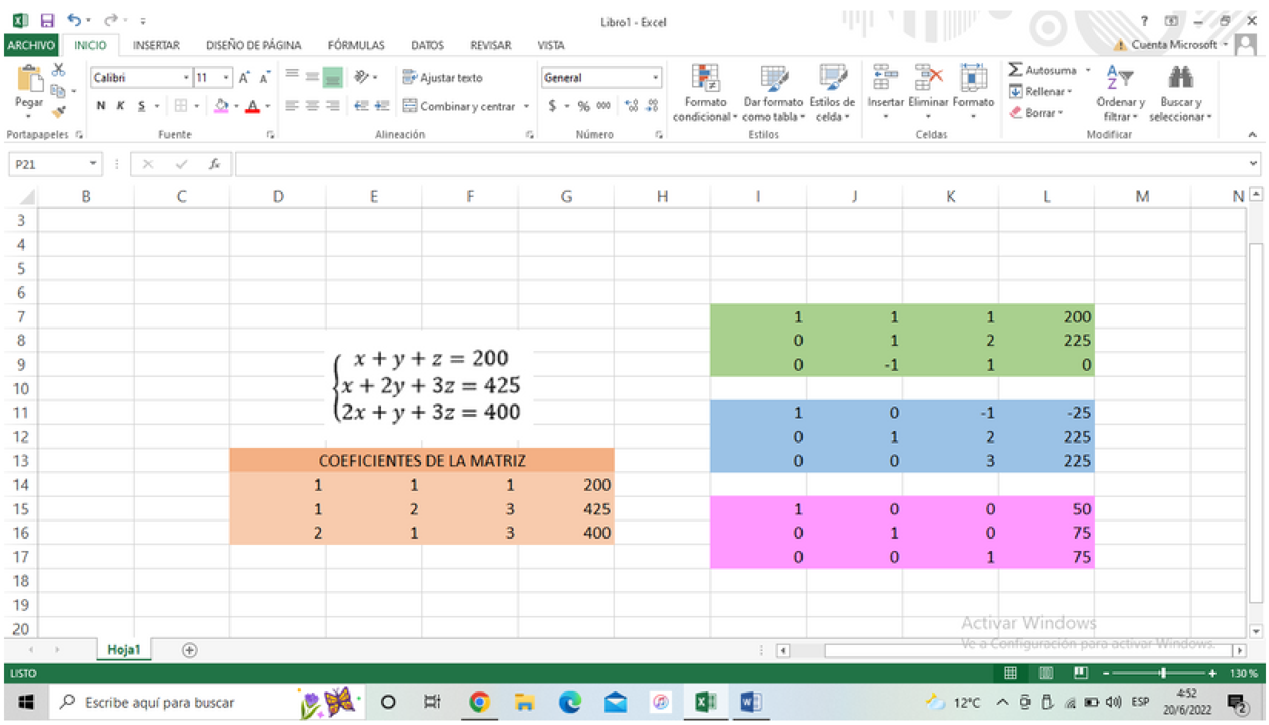
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

- Para la segunda celda, fijamos: "=("Valor 2"-"Valor 3*"Valor pivote"), teniendo en cuenta que al referirnos como "Valor 3" lo hacemos a la celda 3 de la misma fila pero de la tercera columna y este se mantiene con signos de monetización:



- Una vez obtenidas todas las celdas de la columna, señalamos y arrastramos hacia la derecha, obteniendo así la matriz identidad y los valores para las incógnitas:





SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

CONSOLIDACIÓN

Tiempo aproximado: 10 min

Método: Resolución de problemas y acertijos matemáticos

Los estudiantes trabajarán en una tarea individual para fortalecer los conocimientos adquiridos a través de la resolución de problemas un problema y un acertijo matemático.

ACTIVIDAD

- El docente debe dar las indicaciones necesarias para realizar la actividad.
- Se entregará a cada estudiante una hoja con la actividad
- Los estudiantes tienen 10 minutos para culminar con la actividad, finalizando se debe recibir para asignar una calificación como tarea en clase.

Indicaciones:

Resolverlos siguientes problemas mediante el método de Gauss-Jordan y comprobar su respuesta mediante Excel.

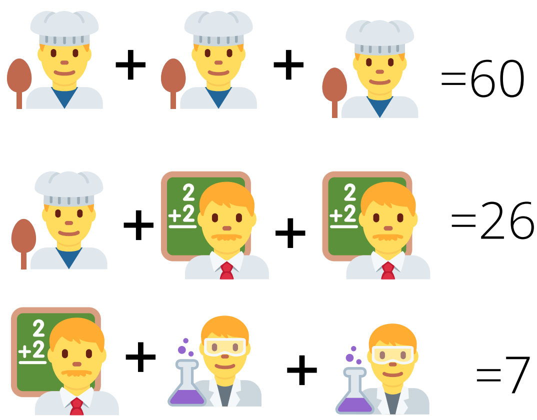
Actividad en clase

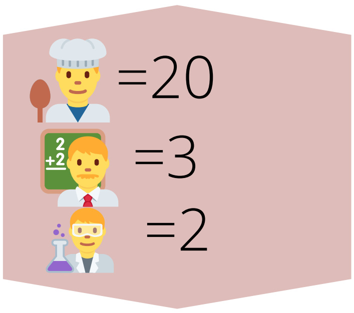
1.Resolver el sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y comprobar su resultado mediante Excel.

En una floristería se venden girasoles, claveles y tulipanes a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 $ cada caja, respectivamente. Hace 3 semanas los ingresos totales ascendieron a 3420 $. También se conoce que la cantidad de girasoles vendida superó en 100 cajas a la de claveles y que se vendió de tulipanes la mitad que la de claveles.

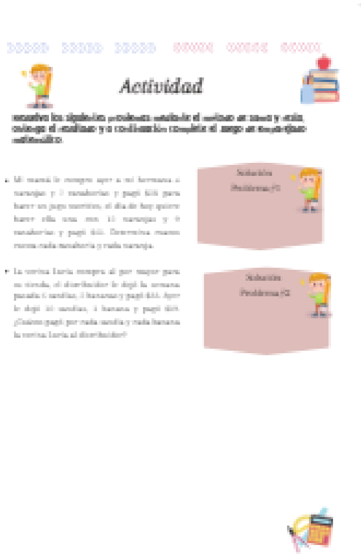
Se han vendido 1100 cajas de girasoles, 1000 cajas de claveles y 500 cajas de tulipanes. R

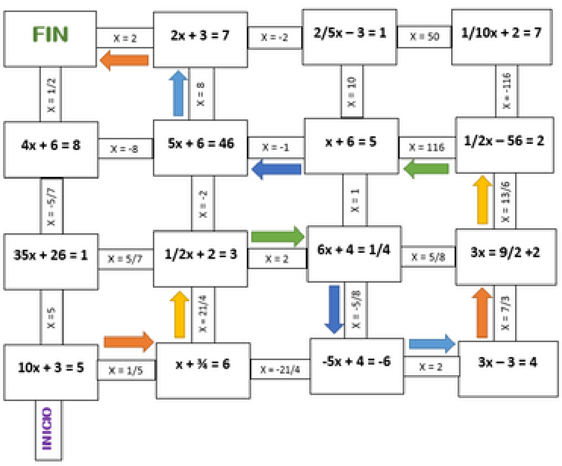
2.Resolver el siguiente acertijo mediante el método de Gauss-Jordan y comprobar su resultado mediante Excel.





FICHAS DE ACTIVIDADES

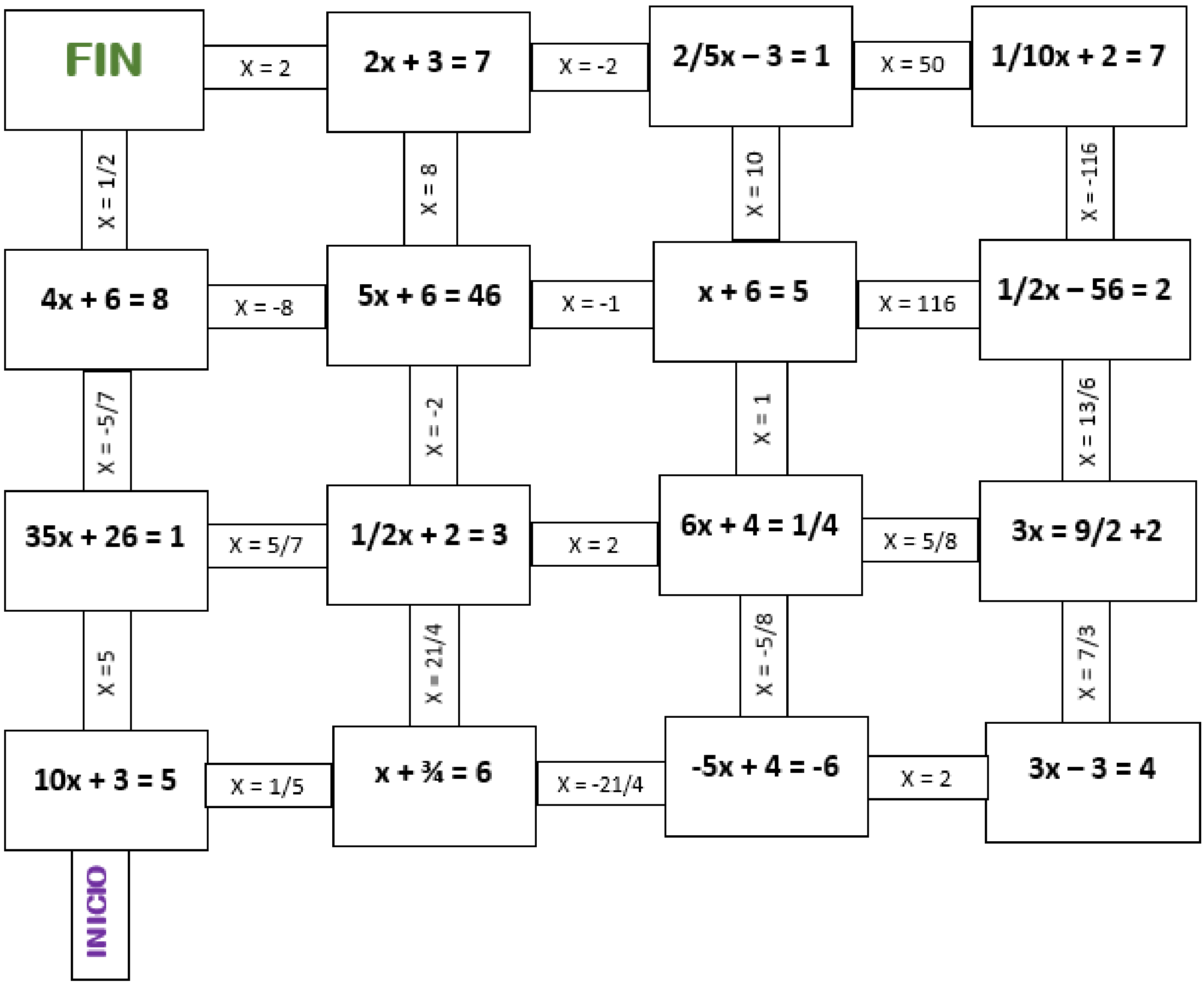




SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

Plantilla de trabajo

Laberinto Matemático



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

FICHA PARA EL ESTUDIANTE

Actividad para la casa

Resolver los siguientes problemas mediante el método de reducción y sustitución.

- Carmita compró 3 chaquetas y 4 vestidos en \$900 en el mes de mayo y este mes compró 5 chaquetas y 2 vestidos en la misma boutique en \$1200. ¿Qué costo tiene cada chaqueta y cada vestido de forma unitaria? (Tomar en cuenta que los precios no han variado en el transcurso del tiempo)

Solución Problema #1

- Ayer compré 5 manillas y 3 canicas a un costo de \$1.05 en la tienda de Doña Cristina, mientras que hoy compré 3 manillas y 10 canicas a un valor total de \$0.95. ¿Cuánto vale cada canica y cuánto vale cada manilla?

Solución Problema #2

- Mi mamá y mi papá fueron al mercado el sábado pasado y compraron 12 guineos y 3 lechugas en un total de \$3.75, mientras que hoy compraron 8 guineos y 5 lechugas en \$4.66. ¿Qué valor tiene cada unidad de guineo y qué valor tiene cada unidad de lechuga?

Solución Problema #3

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

Rúbrica para la evaluación grupal

Clase N°1

CATEGORÍAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Responsabilidad Todos los miembros del grupo son responsables con la parte asignada.	Son responsables con el grupo y las actividades asignadas. **1 punto**	No trabajan todos los integrantes del grupo con las actividades asignadas. **0.75 puntos**	Trabaja solamente la mitad de los integrantes del grupo. **0.50 puntos**	Trabajan escasos integrantes del grupo de manera desorganizada. **0.25 puntos**
Colaboración Todos los integrantes contribuyen con ideas y soluciones.	Contribuyen de manera uniforme en el grupo para la solución de problemas. **1 punto**	Falta contribución por parte de un estudiante. **0.75 puntos**	Aportan con ideas para el planteamiento y resolución de problemas al grupo únicamente la mitad del grupo. **0.50 puntos**	Gran parte del grupo no aporta con ideas para el planteamiento y resolución de problemas. **0.25 puntos**
Problemas Propuestos Las situaciones propuestas deben tener solución mediante sistemas de ecuaciones lineales.	Los problemas propuestos se dan en situaciones reales y se resuelven netamente mediante sistemas de ecuaciones lineales. **3 puntos**	Los problemas propuestos no están bien estructurados para una resolución por sistemas de ecuaciones lineales. **2.5 puntos**	Algunos problemas propuestos no cuentan con una situación específica de la vida real y no existe una estructura correcta de los mismos. **1.5 puntos**	Gran parte de los problemas propuestos no cuentan con una buena estructura para el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales. **1 punto**
Resolución La resolución de los problemas propuestos debe desarrollarse a	Solución algebraica correcta por cualquier método (sustitución o igualación) a los sistemas	La solución algebraica de los problemas propuestos	Existe problemas de: despeje de variables y mal	No existe un buen planteamiento de ecuaciones y del sistema de ecuaciones lineales.
Interpretación Las respuestas de las variables que representan a cualquier producto deben estar correctamente interpretadas para dar solución a una situación.	La interpretación de los resultados son coherentes y bajo el marco presentado en el problema. **2.5 puntos**	Pequeñas fallas a la hora de interpretar las respuestas. **2 puntos**	Existe una interpretación media, es decir, no logran comprender correctamente las respuestas y no existe una buena lógica. **1.25 puntos**	Existe una nula interpretación de los datos obtenidos y baja lógica para la explicación de los mismos. **0.25 puntos**

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

Rúbrica para la evaluación individual

Clase N°1

CATEGORÍAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Responsabilidad	Presenta la tarea dentro del tiempo establecido por el docente. **2 puntos**	Entrega un día después de la fecha establecida. **1.25 puntos**	Entrega dos días después la fecha establecida. **0.75 puntos**	Entrega una semana después de la fecha establecida. **0.25 puntos**
Planteamiento	Plantea correctamente los sistemas de ecuaciones lineales. **2 puntos**	Uno de los sistemas planteados tiene errores. **1.25 puntos**	Dos de los sistemas planteados tienen errores. **0.75 puntos**	Los tres sistemas de ecuaciones planteados tienen errores **0.25 puntos**
Resolución	La resolución algebraica de los sistemas de ecuaciones lineales está correctamente desarrollada. **3 puntos**	La resolución algebraica de un sistema de ecuaciones tiene falencias. **2.25 puntos**	La resolución algebraica de dos sistemas de ecuaciones tiene falencias. **1 punto**	La resolución algebraica de los tres sistemas de ecuaciones tiene falencias. **0.25 puntos**
Interpretación	La interpretación de los resultados son coherentes y bajo el marco presentado en el problema. **3 puntos**	Pequeñas fallas a la hora de interpretar las respuestas. **2.25 puntos**	Existe una interpretación media, es decir, no logra comprender correctamente las respuestas y no existe una buena lógica. **1 punto**	Existe una nula interpretación de los datos obtenidos y baja lógica para la explicación de los mismos. **0.25 puntos**

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Completar el siguiente mapa en base a sus conocimientos previos y el video revisado con anterioridad.

UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES ES UN CONJUNTO ECUACIONES DE PRIMER GRADO

SISTEMA DE ECUACIONES DE 2X3

{

SE ENCUENTRAN .... SOBRE UN ANILLO CONMUTATIVO.

SISTEMA DE ECUACIONES DE 2X2

{

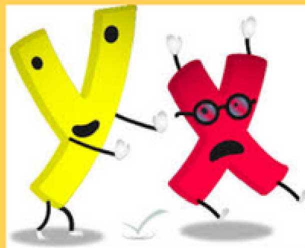
SI SE MULTIPLICA UNA O AMBAS ECUACIONES POR NÚMEROS DE TAL MANERA QUE RESULTEN IGUALES PERO DE SIGNO CONTRARIO LOS COEFICIENTES DE UNA SOLA VARIABLE ENTONCES ESTOS SE ....

UNA ECUACIÓN ES LA .... EXISTENTE ENTRE DOS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

EL VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO ES EL RESULTADO QUE OBTENEMOS AL .... LA VARIABLE "X" POR UN .... CUALQUIERA

ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

INVOLUCRA UNA O MÁS .... A LA PRIMERA POTENCIA Y NO CONTIENE PRODUCTOS ENTRE LAS VARIABLES.



SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

Rúbrica para la evaluación individual
Clase N°2

CATEGORÍAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Entrega Entregó dentro del tiempo estipulado.	Entregó dentro del tiempo estipulado en la hora de clase **2 punto**	Entregó fuera del tiempo estipulado en la hora de clase **2 puntos**	Entregó fuera del tiempo estipulado fuera de la hora de clase **1 punto**	No entregó el trabajo. **0 puntos**
Video Presenta los apuntes solicitados sobre el video, previo a completar la actividad.	Cuenta con un excelente contenido en los apuntes. **4 puntos**	Cuenta con los apuntes necesarios. **2,5 puntos**	Cuenta con apuntes pero no es suficiente **2 puntos**	No tiene apuntes **0 puntos**
Completar Las respuestas de los espacios en blanco deben estar correctamente interpretadas, con coherencia y razonamiento.	La interpretación de los resultados son coherentes y correctos. **4 puntos**	Pequeñas fallas a la hora de interpretar las respuestas. **2,5 puntos**	Existe una interpretación media, es decir, no logran completar correctamente los espacios en blanco. **2 puntos**	Existe una baja interpretación de las respuestas. **1 punto**

Actividad

1. Plasmar las ecuaciones en la pizarra
2. Resuelva los siguientes problemas mediante el método de suma y resta, obtenga el resultado y a continuación complete el Juego de emparejado matemático.

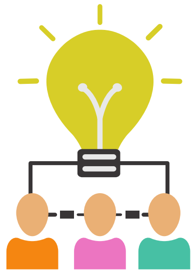
- Mi mamá le compro ayer a mi hermana 4 naranjas y 7 peras y pagó $28 para hacer un jugo nutritivo, el día de hoy quiere hacer ella una con 12 naranjas y 9 peras y pagó $51. Determina cuánto cuesta cada pera y cada naranja.

Solución
Problema #1

- La vecina Lucia compra al por mayor para su tienda, el distribuidor le dejó la semana pasada 5 sandias, 2 bananas y pagó $33. Ayer le dejó 10 sandias, 1 banana y pagó $39. ¿Cuánto pagó por cada sandia y cada banana la vecina Lucia al distribuidor?

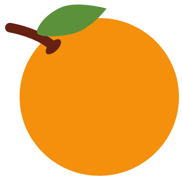
Solución
Problema #2

Juego de emparejado Matemático

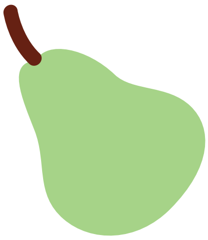


Empareje cada fruta con su respectivo precio

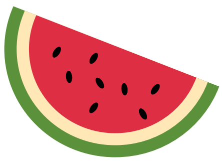
NARANJA



PERA



SANDIA



BANANA

$2

$1

$5

$3

$9

$3

$1

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

Rúbrica para la evaluación individual

Clase N°2

CATEGORIAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Entrega Entregó dentro del tiempo estipulado.	Entregó dentro del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 punto**	Entregó fuera del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 puntos**	Entregó fuera del tiempo estipulado fuera de la hora de clase. **1 punto**	No entregó el trabajo. **0 puntos**
Uso del set didáctico Presenta la interpretación de los problemas con el uso del set didáctico	Utilizó correctamente el set didáctico para interpretar los problemas. **4 puntos**	Utilizó el set didáctico para interpretar los problemas pero tuvo una falla. **2,5 puntos**	Utiliza el set didáctico para interpretar los problemas pero solo la mitad está bien **2 puntos**	No utiliza el set didáctico para interpretar los problemas. **0 puntos**
Resolución Las respuestas de los dos problemas correctos y planteados en base a la pregunta.	Las respuestas de los dos problemas son correctos y está planteado en base a la pregunta. **4 puntos**	Las respuestas de los dos problemas son correctos y no está planteado en base a la pregunta. **2,5 puntos**	Las respuestas de uno de los dos problemas son correctos y está planteado en base a la pregunta. **2 puntos**	Las respuestas de uno de los dos problemas son correctos y no está planteado en base a la pregunta. **1 punto**

Tarea en casa resuelta

1. Resolver los siguientes acertijos matemáticos e indicar la respuesta de cada uno.

🌸+🌸+🌸 = 24
🌸+🌹+🌹 = 18
🌹+🌻 🌻 = 13
🌸+🌹×🌻 =?

🌸 +🌹 x🌻 =

🐇+🐇+🐇=9
🐇+🐄=13
🐄+🐌 =4
🐇+🐄+🐌 =?

🐇+🐄+🐌 =7

💄+💍+💍
💍–💄
💍×💄
💍 =? 💄 =?

💍=20 💄=5

🧙‍♀️ × 🧛 = 0
🧙‍♀️ + 🧛 = 7
14– 3 × 3 = 🧜‍♀️
🧙‍♀️ + 🧛 + 🧜‍♀️ =?

🧙‍♀️ + 🧛 + 🧜‍♀️ =12

🍗 =7
🍔 =5 + 🍗
🍗 =1 + 🍕
🍗 + 🍔 + 🍕 =?

🍗 + 🍔 + 🍕 =

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE SUMA Y RESTA

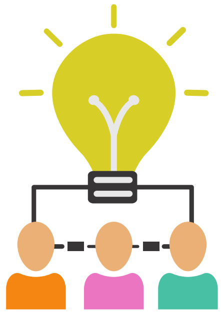
Rúbrica para la evaluación individual

Clase N°2

CATEGORIAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Entrega Entregó dentro del tiempo estipulado.	Entregó dentro del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 punto**	Entregó fuera del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 puntos**	Entregó fuera del tiempo estipulado fuera de la hora de clase. **1 punto**	No entregó el trabajo. **0 puntos**
Procedimiento Presenta el procedimiento correcto de la resolución de los ejercicios	Presenta el procedimiento correcto de la resolución de todos los ejercicios. **4 puntos**	Presenta el procedimiento correcto de la resolución de tres de los ejercicios. **2,5 puntos**	Presenta el procedimiento correcto de la resolución de uno los ejercicios. **2 puntos**	No presenta el procedimiento correcto de la resolución de ningún ejercicio. **0 puntos**
Resolución Las respuestas de los espacios en blanco deben estar correctamente interpretadas, con coherencia y razonamiento.	Las respuestas de todos los ejercicios son correctos. **4 puntos**	Las respuestas de tres de los ejercicios son correctos. **2,5 puntos**	Las respuestas de uno de los ejercicios es correcto. **2 puntos**	Las respuestas de todos los ejercicios son incorrectos. . **1 punto**

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE CRAMER Y GRÁFICO

Sistemas de
Ecuaciones
Sopa de letras



P	P	C	A	N	E	T	A	N	V
D	D	F	G	R	C	F	I	A	A
A	N	Ó	I	C	U	L	O	S	R
A	V	E	N	T	A	S	D	U	I
I	F	G	T	S	C	E	N	T	A
U	R	T	N	C	I	N	D	A	B
I	R	D	T	L	O	E	P	L	L
O	T	N	U	J	N	O	C	E	E
V	I	D	A	R	E	A	L	S	T
R	E	P	R	E	S	E	N	T	A

Vida real
Ecuaciones
Representa

Variable
Solución
Ventas

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE CRAMER Y GRÁFICO

Rúbrica para la evaluación grupal

Clase N°3

CATEGORÍAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Responsabilidad Los miembros del grupo son responsables con la parte asignada.	Son responsables con el grupo y las actividades asignadas. **2 puntos**	Trabaja únicamente un integrante de la pareja asignada. **1.25 puntos**	Trabaja un solo integrante y no lo hace dentro de los plazos establecidos. **0.75 puntos**	No trabajan ninguno de los dos integrantes. **0.25 puntos**
Colaboración Todos los integrantes contribuyen con ideas y soluciones.	Contribuyen de manera uniforme en el grupo para la solución de problemas. **2 puntos**	Falta de contribución por parte de un estudiante. **1.25 puntos**	Aportan con ideas para resolución del problema planteado esporádicamente. **0.75 puntos**	No colaboran conforme es debido tomándose más del tiempo establecido. **0.25 puntos**
Resolución La resolución de los problemas propuestos debe desarrollarse a través del método de Cramer y el método gráfico.	Solución algebraica y gráfica correcta por el método de Cramer y método gráfico respectivamente al sistema de ecuaciones lineales planteado. **3 puntos**	La solución algebraica de los problemas propuestos tiene pequeñas falencias y la gráfica no está correctamente graficada. **2.25 puntos**	Existe problemas de: despeje de variables y mal reemplazo de las mismas. **1 punto**	No existe un buen planteamiento de ecuaciones y del sistema de ecuaciones lineales, problemas de despeje de variables y reemplazo de las mismas. **0.25 puntos**
Interpretación Las respuestas de las variables que representan a cualquier producto deben estar correctamente interpretadas para dar solución a una situación.	La interpretación de los resultados son coherentes y bajo el marco presentado en el problema. **3 puntos**	Pequeñas fallas a la hora de interpretar las respuestas. **2.25 puntos**	Existe una interpretación media, es decir, no logran comprender correctamente las respuestas y no existe una buena lógica. **1 punto**	Existe una nula interpretación de los datos obtenidos y baja lógica para la explicación de los mismos. **0.25 puntos**

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE CRAMER Y GRÁFICO

Rúbrica para la evaluación individual
Clase N°3

CATEGORÍAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Responsabilidad	Presenta la tarea dentro del tiempo establecido por el docente. **2 puntos**	Entrega un día después de la fecha establecida. **1.25 puntos**	Entrega dos días después la fecha establecida. **0.75 puntos**	Entrega una semana después de la fecha establecida. **0.25 puntos**
Planteamiento	Plantea correctamente los sistemas de ecuaciones lineales y resuelve los acertijos propuestos. **2 puntos**	Uno de los sistemas planteados tiene errores y la resolución de los acertijos no es correcta. **1.25 puntos**	Dos de los sistemas planteados tienen errores y la resolución de los acertijos no es correcta. **0.75 puntos**	Los tres sistemas de ecuaciones planteados tienen errores y la resolución de los acertijos no es correcta. **0.25 puntos**
Resolución	La resolución algebraica de los sistemas de ecuaciones lineales está correctamente desarrollada. **3 puntos**	La resolución algebraica de un sistema de ecuaciones tiene falencias. **2.25 puntos**	La resolución algebraica de dos sistemas de ecuaciones tiene falencias. **1 punto**	La resolución algebraica de los tres sistemas de ecuaciones tiene falencias. **0.25 puntos**
Interpretación	La interpretación de los resultados son coherentes y bajo el marco presentado en el acertijo. **3 puntos**	Pequeñas fallas a la hora de interpretar las respuestas. **2.25 puntos**	Existe una interpretación media, es decir, no logra comprender correctamente las respuestas y no existe una buena lógica. **1 punto**	Existe una nula interpretación de los datos obtenidos y baja lógica para la explicación de los mismos. **0.25 puntos**

Tarea en casa

Resolver los siguientes acertijos matemáticos mediante el método de Cramer y graficar en GeoGebra cada uno para comprobar su respuesta,

🍩+🍩+🍩 =30

🍫+🍫+🍩 =20

🍬+🍬+🍫 =13

🌞 +🌞+🌞=21

🌧️ + 🌧️ +🌞=19

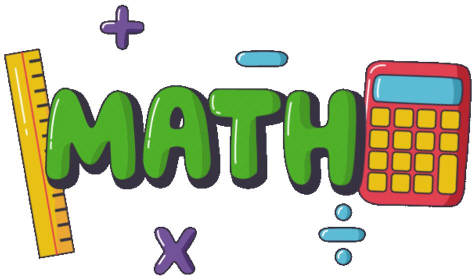
🌜 + 🌧️ +🌞=15

😍+😍+😍 =45

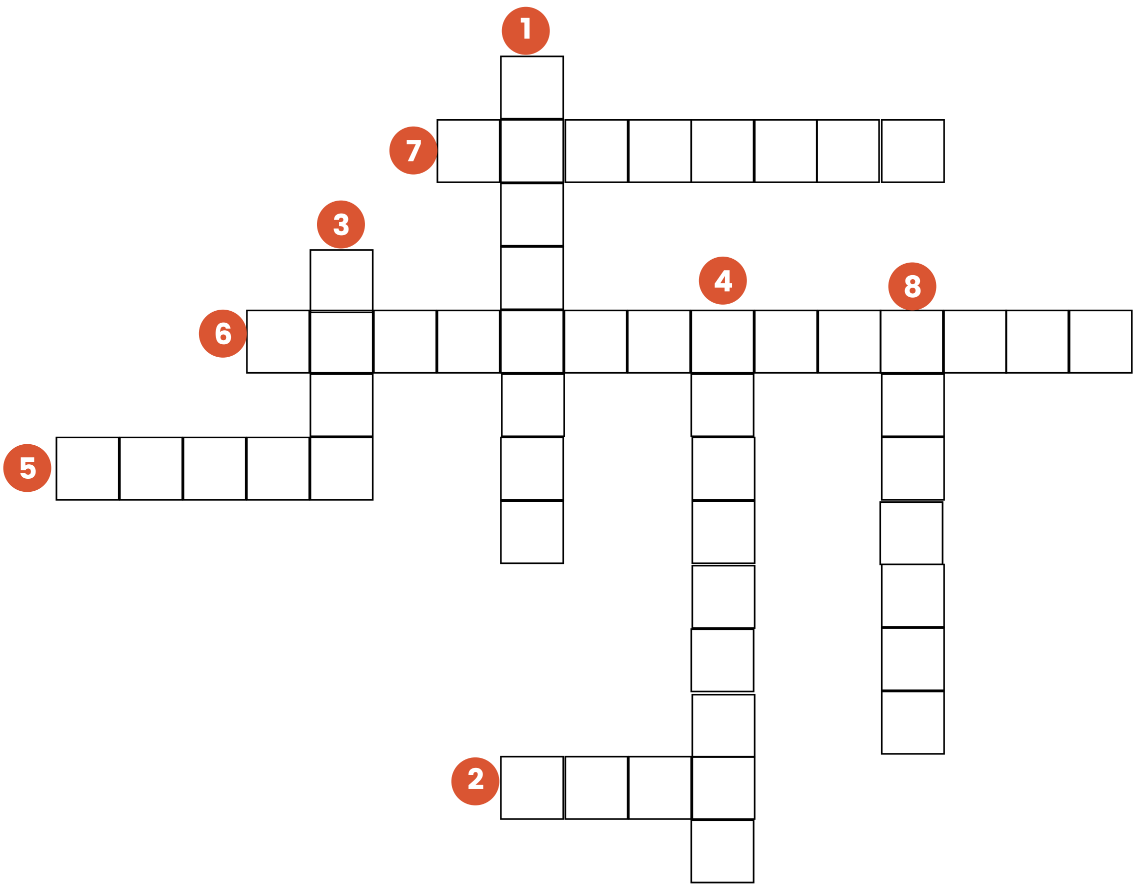
😈+😈+😈 =21

😝+😝+😝 =12

Método de Gauss-Jordan



Complete el crucigrama a continuación y aprenda sobre el método de Gauss-Jordan. También se dan pistas adicionales para ayudarte.



Horizontal

2. Es cada una de las líneas horizontales.
5. Representa la operación de eliminación de objetos de una colección
6. Operación en donde se suma un número por sí mismo tantas veces como lo señala otro número
7. Símbolo que puede tomar cualquier valor de los comprendidos en un conjunto

Vertical

1. Conjunto bidimensional de números.
3. Operación matemática que consiste en combinar dos números o más para obtener una cantidad final.
4. Matriz cuadrada donde todos sus elementos son ceros (0) menos los elementos de la diagonal
8. Es cada una de las líneas verticales.

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

Rúbrica para la evaluación individual
Clase N°4

CATEGORIAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Entrega Entregó dentro del tiempo estipulado.	Entregó dentro del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 punto**	Entregó fuera del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 puntos**	Entregó fuera del tiempo estipulado fuera de la hora de clase. **1 punto**	No entregó el trabajo. **0 puntos**
Ortografía Presenta la ortografía correcta	No hay faltas de ortografía. **4 puntos**	Tres o menos faltas de ortografía **2,5 puntos**	Cuatro faltas de ortografía **2 puntos**	Más de cuatro errores de ortografía **0 puntos**
Tema Las respuestas están basadas en el tema abordado.	Todas las respuestas están relacionadas al tema solicitado. **4 puntos**	Todas las respuestas menos una están relacionadas al tema solicitado. **2,5 puntos**	Todas las respuestas menos dos están relacionadas al tema solicitado. **2 puntos**	Varias las respuestas menos una están relacionadas al tema solicitado. **1 punto**

Actividad en clase

1.Resolver el sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y comprobar su resultado mediante Excel.

En una floristería se venden girasoles, claveles y tulipanes a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 $ cada caja, respectivamente. Hace 3 semanas los ingresos totales ascendieron a 3420 $. También se conoce que la cantidad de girasoles vendida superó en 100 cajas a la de claveles y que se vendió de tulipanes la mitad que la de claveles.

2.Resolver el siguiente acertijo mediante el método de Gauss-Jordan y comprobar su resultado mediante Excel.

👨‍🍳 + 👨‍🍳 + 👨‍🍳 =60

👨‍🍳 + 👨‍🏫 + 👨‍🏫 =26

👨‍🏫 + 👨‍🔬 + 👨‍🔬 =7

👨‍🍳 =

👨‍🏫 =

👨‍🔬 =

SISTEMAS DE ECUACIONES: MÉTODO DE GAUSS-JORDAN

Rúbrica para la evaluación
Tarea en Clase
Clase N°4

CATEGORIAS	EXCELENTE RENDIMIENTO	BUEN RENDIMIENTO	REGULAR RENDIMIENTO	BAJO RENDIMIENTO
Entrega Entregó dentro del tiempo estipulado.	Entregó dentro del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 punto**	Entregó fuera del tiempo estipulado en la hora de clase. **2 puntos**	Entregó fuera del tiempo estipulado fuera de la hora de clase. **1 punto**	No entregó el trabajo. **0 puntos**
Uso de Excel Presenta el procedimiento correcto de la resolución de los ejercicios mediante el uso de Excel	Presenta el procedimiento correcto de la resolución de todos los ejercicios mediante Excel. **4 puntos**	Presenta el procedimiento correcto de la resolución de uno y el otro incompleto de los ejercicios mediante Excel. **2,5 puntos**	Presenta el procedimiento correcto de uno de los ejercicios mediante Excel **2 puntos**	No presenta el procedimiento correcto de la resolución de ningún ejercicio mediante Excel. **0 puntos**
Respuesta Las respuestas de los espacios en blanco deben estar correctamente interpretadas, con coherencia y razonamiento.	Las respuestas de todos los ejercicios son correctos. **4 puntos**	Las respuestas de uno de los ejercicios es correcto. **2,5 puntos**	Las respuestas de los ejercicios están incompletos. **2 puntos**	Las respuestas de todos los ejercicios son incorrectos. **1 punto**