

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y
Física

Guía Didáctica de Enseñanza de la Ley de Signos con Números Enteros en las Operaciones Básicas, Potenciación y Radicación

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y Física

Autor:

Ariel Fernando Mogrovejo Barros

Director:

Marco Alejandro Rojas Rojas

ORCID: 0000-0002-2644-1344

Cuenca, Ecuador

2023-02-14

Resumen

La enseñanza de las matemáticas se adapta a las necesidades educativas de los últimos años. Por lo tanto, la presente investigación proporciona un recurso educativo como lo es la guía didáctica. Para el desarrollo del trabajo se realizó la indagación de fuentes bibliográficas que desembocó en definiciones sumamente importantes, como son: el constructivismo radical, el docente constructivista, enseñanza y técnicas de las matemáticas, etc. Por otra parte, la investigación de campo consistió fundamentalmente en un análisis de las destrezas con criterio de desempeño del currículo de matemáticas que son aplicables a la propuesta, aquello se consiguió en base al diálogo sostenido con los entrevistados. La revisión bibliográfica y la entrevista han permitido la elaboración de una guía didáctica basada en los estudios realizados por otros autores y mediante la información recogida de los docentes entrevistados. La guía didáctica se enfoca como un soporte para el docente de matemáticas de octavo año, además procura el fortalecimiento y la interiorización de este nuevo conocimiento mediante la aplicación de una secuencia de actividades.

Palabras clave: ley de los signos, guía didáctica, enseñanza, potenciación y radicación, operaciones básicas

Abstract

The teaching of mathematics is adapted to the educational needs of recent years. Therefore, this research provides an educational resource such as the didactic guide. For the development of the work, the investigation of bibliographical sources was carried out, which resulted in definitely extremely important, such as: radical constructivism, the constructivist teacher, teaching and techniques of mathematics, etc. An analysis of the skills with performance criteria of the mathematics curriculum that are applicable to the proposal was immediately achieved based on the sustained dialogue with the interviewees. The bibliographic review and the interview have allowed the elaboration of a didactic guide based on the studies carried out by other authors and through the information collected from the teachers interviewed. The didactic guide is focused as a support for the eighth grade math teacher, it also seeks to strengthen and internalize this new knowledge through the application of a sequence of activities.

Keywords: law of signs, didactic guide, teaching, basic operations

Índice

Introducción.....	10
Capítulo I. Fundamentación Teórica	11
Constructivismo	11
El constructivismo en las Matemáticas.....	11
El Rol del Docente en el Constructivismo	12
El Rol del Estudiante en el Constructivismo.....	13
Enseñanza	13
Enseñanza de Matemáticas	14
Técnicas en la Enseñanza.....	15
Técnicas en la Enseñanza de la Matemática.....	16
Claves para Enseñar Matemáticas.....	17
Ley de Signos	17
Historia de la Ley de Signos	17
Dificultades de Enseñanza de la Ley de los Signos	19
La Ley de los Signos.....	20
Didáctica	20
Guía Didáctica.....	21
Funciones de la Guía Didáctica.....	22
Elementos de la Guía Didáctica	23
Material Concreto en la Enseñanza de las Matemáticas	24
Las Regletas Cuisenaire.....	24
Regletas Numéricas María Antonia Canals	25
Dominós	25
Rompecabezas	26
Tarsia Puzles	26
Currículo Nacional	27
Elementos del Currículo Nacional	28
Descripción de la Metodología	29

Población y muestra	29
Resultados	29
Conclusiones.....	31
Estructura de la Guía Didáctica	32
Desarrollo de la Propuesta	33
Conclusiones.....	34
Recomendaciones	35

Índice de Figuras

Figura 1. Regleta de los Números Naturales	25
Figura 2. Regletas Numéricas Cuadradas y Cubicas	25
Figura 3. Dominós con Operaciones de Números Naturales	26
Figura 4. Tarsia Puzle.....	27

Índice de Tablas.

Tabla 1. Tiempo de Profesión Docente	29
Tabla 2. Años de Docencia Matemática en 8vo Egb.....	29
Tabla 3. Destrezas Consideradas Importantes y Aplicables.....	30
Tabla 4. Uso de Guías Didácticas de Matemáticas.....	30
Tabla 5. Elementos Importantes de una Guía Didáctica.....	31

Dedicatoria

El presente trabajo lo dedico a Dios porque ha permitido que continúe con vida, brindándome sabiduría, entendimiento y fortaleza para no rendirme desde mi infancia hasta este momento. También, a todas esas personas que han sido y siguen siendo importante para mí, por tal motivo, en el puesto número uno se halla mi superheroína es decir a mi mamá Marlene por: ser un pilar fundamental, darme la vida, luchar conmigo y su amor filial. En tercer lugar, a mi hermana Mónica, a mis hermanos Byron y Kevin, cada uno demostrándome su cariño y amor fraternal. En cuarto lugar, a mi abuela Inés y mi tía Norma por todo su cariño y apoyo. Así mismo a Quike y José Ayora por sus consejos y valiosa amistad. Finalmente, a mí persona porque fui persistente y este trabajo es el último escalón de esta meta propuesta.

Agradecimiento

Quisiera empezar dando gracias al creador por permitirme llegar a este único e inolvidable momento de mi vida profesional. Además, estaré eternamente agradecido con mi familia por brindarme su afecto, cariño y amor manifestado al soportar todas mis “brillantes y geniales” ideas. También, quiero agradecer a todos los docentes en especial al Ing. Xavier González, Dr. Luis Herrera, Dr. Juan Carlos Bernal, Mgs. Tatiana Quezada, Mgs Eulalia Calle, Dr. Marco Jacome, Mgs. Patricio Guachun, Ing. Fabian Bravo y mi tutor al Mgs. Marco Rojas, cada uno de ellos aportaron con un granito de conocimiento para llegar a ser un profesional responsable y comprometido con el desarrollo de la educación de mi país.

Introducción

En Measurement libro escrito por Paul Lockhard se menciona “una educación matemática diferente es posible”, por ende, el presente trabajo de titulación se ha denominado “Guía Didáctica de Enseñanza de la Ley de Signos con Números Enteros en las Operaciones Básicas, Potenciación y Radicación”. Una característica principal para realizar este trabajo es responder a la problemática observada que presentan los estudiantes en el estudio del tema de la ley de signos en los números enteros, debido a la enseñanza tradicional del docente que es de forma mecánica y superficial. Para el análisis de la respectiva problemática es preciso conocer las causas: confusión en la ley de signos, dificultad para identificar qué número entero es mayor que otro, complicaciones para ubicar números enteros en la recta numérica y problemas en la resolución de ejercicios de aplicación.

Así pues, el interés del presente trabajo es contribuir a la enseñanza de la ley de signos desde una manera pedagógica y didáctica con la elaboración de la guía didáctica que permita el discernimiento y fortalecimiento de la ley de signos a través de actividades recreativas para la resolución de ejercicios y problemas. En cuanto a la metodología empleada para esta investigación fue el enfoque cualitativo, donde la técnica era la entrevista y el instrumento aplicado fue el diálogo para la recolección de la información brindada por los entrevistados, la información obtenida aportó a la propuesta y cabe recalcar que la población como la muestra del estudio fueron los docentes de matemáticas del octavo grado de EGB de la unidad educativa. La finalidad del presente trabajo es contribuir a la enseñanza de la ley de signos en los números enteros, es por ello que se elaboró la guía didáctica, para lo cual se desarrollaron tres capítulos.

En el primer capítulo, que corresponde al marco teórico, se detallan distintos fundamentos teóricos como: el constructivismo, el constructivismo en las matemáticas, el rol del docente en el constructivismo, enseñanza, enseñanza de las matemáticas y técnicas, historia y dificultades de la ley de signos y guía didáctica, etc. Luego, el segundo capítulo consiste en la metodología y los resultados que ha de servir para el desarrollo y construcción de la propuesta. Finalmente, en el capítulo tres, se desarrolla la propuesta, la cual es la elaboración de la Guía didáctica de Enseñanza de la Ley de Signos con Números Enteros en las Operaciones Básicas, Potenciación y Radicación. Esta se ha dividido en tres secciones para facilitar la construcción de las actividades. La primera es: Los números enteros, la segunda: La ley de signos con números enteros en las operaciones Básicas, y la tercera: Ley de signos con números enteros en la potenciación y radicación; esta división se la realizado con el objetivo de que se ha comprensible y acorde a las destrezas que los entrevistados han coincidido que son necesarias.

Capítulo I. Fundamentación Teórica

Constructivismo

El constructivismo, es una teoría pedagógica defendida por autores como Jean Piaget y Lev Vygostki. La teoría constructivista de Jean Piaget se fundamenta en dos procesos como son: la asimilación y acomodamiento. Así mismo, en la teoría constructivista de Lev Vygostki se ampara en la influencia del entorno social y cultural en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, autores como Simpsons, Strobel y otros sostienen que el constructivismo es una epistemología o filosofía de la naturaleza del aprendizaje. De esta manera, el constructivismo según Gonzales. G (2020) “es un modelo pedagógico que plantea la necesidad de proporcionar a los estudiantes una serie de herramientas que les permitan construir sus propios criterios y aprendizajes, los cuales les ayudarán a resolver cualquier problemática en el futuro”.

Así mismo, acerca del constructivismo Méndez (2002, citado en Payer, 2005) sostiene que “es en primer lugar una epistemología, es decir una teoría que intenta explicar cuál es la naturaleza del conocimiento humano”

En este orden de ideas, Serrano. J y Pons. R (2011) sostienen que:

El constructivismo, en esencia, plantea que el conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente (p.11).

Se puede incluir, otra definición de constructivismo, según Coll (1993, citado en Tigse, 2019) “el paradigma constructivista no es un libro de recetas, sino un conjunto articulado de principios desde donde es posible identificar problemas y articular soluciones”.

En síntesis, se entiende por constructivismo, al conocimiento que cada individuo concibe, modifica y edifica a lo largo de su trayectoria académica, incoando por el reconocimiento de dificultades que se puedan presentar en sus conocimientos anticipados acoplando soluciones para estas dificultades que permitan que este nuevo conocimiento sea influenciado por su entorno social en donde interactúa, por sus habilidades y destrezas internas.

El constructivismo en las Matemáticas

En el campo de las matemáticas es preciso mencionar el constructivismo radical, ya que el propósito fundamental es la resolución de problemas en base a la aplicación de la modelización matemática. Es por ello, que el constructivismo radical en matemáticas según Ricardo, R (2020) “los conceptos son mucho más importantes que los hechos o los algoritmos”. En esa misma línea, Ricardo R (2020) expresa lo siguiente “una de las piedras

angulares del constructivismo radical es la conciencia constante del uso de las matemáticas por parte de los estudiantes en su vida real”.

El constructivismo en la enseñanza de la matemática ha acarreado algunas implicaciones en dicha área de conocimiento como lo mencionan Kilpatrick et al., (1995, citado en Castillo, 2008).

El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva. Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción. Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes (p. 176).

El Rol del Docente en el Constructivismo

En los apartados anteriores se ha señalado en qué consiste el constructivismo radical y el rol del estudiante en este modelo pedagógico. En cuanto al rol docente en el constructivismo se proporcionan diversos puntos de vista. Así pues, Reig y Gradoli (1992, citado en Rigo, 2008) acerca del rol docente en el constructivismo, afirman “debe saber enseñar constructivamente, disponer de las competencias que le permitan proporcionar ayudas adaptadas a los alumnos para facilitar sus aprendizajes, para situarlos en su zona de desarrollo próximo”.

De igual manera, Coll (1996) menciona en su artículo constructivismo y educación escolar: “el profesor es un agente mediador entre los destinatarios de su acción educativa - los alumnos y alumnas - y los conocimientos que se intenta que éstos aprendan”. En ese mismo orden de idea, las funciones del rol docente: crear o recrear situaciones y actividades promoviendo la adquisición de saberes y las varias formas culturales de los alumnos. De nuevo, en palabras de Coll (1996) afirma: “profesor tiene la misión y la responsabilidad de orientarla y guiarla en la dirección que marcan los saberes y formas culturales incluidos en el currículum como contenidos de aprendizaje”.

De acuerdo con, García (2002) en su artículo el maestro constructivista manifiesta lo siguiente:

El maestro, la maestra constructivista en su intervención educativa presta atención a la actividad mental de sus alumnos, a sus emociones, a sus curiosidades e intereses, a sus pensamientos y a su lenguaje. Se fija en lo que dice y cómo lo dice y parte de ahí para ayudarlo a avanzar, para que intente dar soluciones prácticas a los problemas basados en tareas funcionales y significativas (p.12).

En síntesis, el rol que ha de cumplir el docente en el constructivismo como lo han expresado anteriormente los autores, es lo siguiente: un docente constructivista brinda las pautas o guías fundamentales de los contenidos y saberes que facilitan al estudiante la asimilación o

interiorización del nuevo conocimiento. Hay que tener en cuenta que debemos ser capaces de la elaboración o creación de nuevas actividades en base a las actividades mentales o curiosidades que puedan tener los estudiantes.

El Rol del Estudiante en el Constructivismo

En el constructivismo el rol que cumple el estudiante como menciona Coll (1996): “los alumnos solo pueden aprender los contenidos escolares en la medida en que despliegan ante ellos una actividad mental constructiva generadora de significados y de sentido”. Asimismo, el rol del estudiante en el aprendizaje por descubrimiento como expresa, Bruner (1966, citado en la Universidad Internacional de Valencia, 2015): “aprender a través de un descubrimiento guiado tiene lugar durante una exploración motivada por la curiosidad”.

Resumiendo lo planteado con anterioridad por los autores, el rol que cumplen los estudiantes en el constructivismo es el de participar en la construcción de su propio aprendizaje como de su conocimiento partiendo de una serie de contenidos, actividades y tareas significativas o de descubrimiento que el docente despliega ante ellos, consiguiendo mediante la curiosidad que se involucren en la investigación.

Enseñanza

La enseñanza es un proceso mediante el cual se transmiten conocimientos especiales o generales de un tema por medios variados. Del mismo modo, la enseñanza ha sido catalogada como el conjunto de actividades que ayudan al aprendiz a conseguir habilidades que a su vez le permitan comprender, asimilar y aprender cualquier tema en cuestión. Sin embargo, el aprendizaje es la acción de instruirse y el tiempo que demora la misma, también es la estructura de la educación, por ende, el proceso de enseñanza-aprendizaje en palabras de Abreu (2018) “se concibe como el espacio en el cual el principal protagonista es el alumno y el profesor cumple con una función de facilitador de los procesos de aprendizaje” (p, 610). Entonces se puede afirmar que, el estudiante construye su conocimiento mediante la documentación, investigación y la elaboración de preguntas para alcanzar ciertos objetivos, mas, el docente solo orienta las instrucciones a ejecutar y en responder algunas dudas planteadas por el estudiante a lo largo del desarrollo de sus tareas.

A pesar de que la enseñanza específicamente en el ámbito educativo era accesible solamente para la nobleza, familias acaudalas y no para el remanente poblacional de una nación, pero en la actualidad la educación y la enseñanza educativa son consideradas un derecho universal. Ahora bien, ¿la enseñanza es arte o ciencia? Si la enseñanza es ciencia exigirá destrezas y conocimientos necesarios, aunque como arte exige creatividad e imaginación. Entonces, la enseñanza necesita la colaboración de ambas, porque al impartir conocimientos los docentes es preciso que añadan la imaginación y creatividad en cada clase.

En la enseñanza, el rol docente es el de ser un orientador debido a que estimula, motiva y aporta criterios acerca del aprendizaje de toda la clase, promoviendo, facilitando las relaciones sociales entre el estudiantado y los demás miembros de la comunidad educativa.

En cuanto a la enseñanza constructivista en palabras de (Freire, 1997): “enseñar entonces no es transferir conocimientos sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción”.

En este orden de ideas, (Salcedo, 2010) sobre la enseñanza constructivista por parte del docente menciona: “no sólo utiliza métodos expositivos, sino trabaja en el aula con métodos participativos que motiven en los estudiantes la capacidad de pensar por sí mismos”. Así mismo, (Salcedo, 2010) expresa lo siguiente acerca de uno de los pilares de la enseñanza constructivista: “el aprendizaje se conceptualiza como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos presentes y pasados.”

En definitiva, una enseñanza constructivista por parte de docentes es la que emplea herramientas y técnicas en la elaboración de nuevos contenidos que permiten y favorecen al estudiantado en la invención de ideas, conocimientos e información innovadoras, partiendo de un conocimiento aprendido con anterioridad; además, los profesores que usan el modelo constructivista se valen de distintos métodos para la enseñanza, uno de estos es la participación de los alumnos que ayudará a la socialización entre ellos.

Enseñanza de Matemáticas

En la publicación efectuada en la revista electrónica Sinéctica que consiste en la enseñanza de la matemática en la educación superior, Cantoral (2001) menciona: “La enseñanza en general y la de las matemáticas en particular son asuntos de la mayor importancia para la sociedad contemporánea” (p. 3). Es decir, las matemáticas únicamente no se utilizan en el ámbito educativo, al contrario, la matemática tiene aplicabilidad en distintas ramas del conocimiento por ejemplificar: las ciencias exactas, ciencias sociales y jurídicas, artes y humanidad, ingeniería y arquitectura y ciencias de la salud. Todas estas ramas del entendimiento humano permiten que el individuo se desenvuelva y que ayude aportando este conocimiento a los demás miembros de su comunidad y a su vez aporte para el crecimiento económico, social y educativo de su nación, permitiendo un mundo más justo y pacífico.

Así mismo, Glaeser (1973 citado en Fernández, 1986) expresa que “lo esencial de nuestro

oficio está en ejercitar a nuestros alumnos a explicitar su "incomprensión¹ ocasional", a formular claramente lo que antes no vislumbraban sino de manera confusa". En otras palabras, la enseñanza de las matemáticas aprovecharía las investigaciones del pensamiento, modo de creación y construcción del conocimiento matemático. Los profesores deben asumir los contenidos matemáticos y comunicarnos a sus estudiantes como dice Cantoral (2001) "una enseñanza pulcra y libre de dificultades, olvidando que esos conceptos deben ser contruidos por los estudiantes como herramientas que pueden aplicarse en varias situaciones" (p. 9).

Recapitulando, el docente del área de matemáticas conoce a profundidad la temática que debe enseñar y a su vez lo realiza de la manera más impecable y didáctica empleando recursos tecnológicos, material concreto y textos impresos; para evitar las posibles confusiones y problemas que surjan por parte del aprendiz en el proceso educativo. Así mismo, el docente ha de realizar investigaciones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas que permitirá la construcción de nuevos conocimientos en sus estudiantes.

Técnicas en la Enseñanza

Con respecto al significado de técnica se entiende a la agrupación de procedimientos, acciones, herramientas y recursos con la finalidad de obtener un resultado tanto científico o artístico partiendo de un objetivo propuesto. Así pues (Gutiérrez. F, 2002, citado en Choque y Zanga, 2011) la define como "la habilidad para hacer uso de procedimientos y recursos podemos hacer algo. Adoptando procedimientos los docentes y alumnos pueden establecer un procedimiento de aprendizajes y enseñanzas por medio de técnicas" (pp. 5). Así mismo Vinck (2012) "La técnica se caracteriza por su autonomía, su universalidad y la falta de un propósito distinto a la preocupación por la eficacia misma" (p. 23). A continuación, en el sitio web del Tecnológico de Monterrey, acerca de la definición de técnicas, se encuentra lo siguiente:

Son, en general, procedimientos que buscan obtener eficazmente, a través de una secuencia determinada de pasos o comportamientos, uno o varios productos precisos. Las técnicas determinan de manera ordenada la forma de llevar a cabo un proceso, sus pasos definen claramente cómo ha de ser guiado el curso de las acciones para conseguir los objetivos propuestos. (Tecnológico de Monterrey, 2010)

La técnica de enseñanza "es el recurso particular de que se vale el docente para llevar a

¹ El diccionario de la Real Academia Española (RAE) define a la incomprensión, como la falta de comprensión.

efecto los propósitos planeados desde la estrategia” (Aprendiendo con la Didáctica, 2016). También, son herramientas metodológicas por medio de actividades para que el individuo alcance el objetivo de aprender ciertos conocimientos mediante las acciones coordinadas por el docente (Universidad Americana de Europa, 2015). En otras palabras, es la acción planificada, ejecutada por el docente y los estudiantes con el propósito de conseguir objetivos de aprendizaje (Orellana, 2012). Así pues, según Troche Franz (citado en el Tecnológico de Monterrey, 2010) expresó lo siguiente: “esta es considerada como un procedimiento didáctico que se presta a ayudar a realizar una parte del aprendizaje que se persigue con la estrategia”.

Sintetizando lo expuesto por los autores mencionados con anterioridad vinculado al significado de la palabra técnica en el ámbito educativo, se procede a decir que, estas son habilidades, agrupaciones de herramientas o procedimientos que los profesores aprovechan en la enseñanza ya que permiten la ejecución de recursos o estrategias en la planificación de actividades cuyo propósito primordial es que los estudiantes conquisten los conocimientos deseados a través de los objetivos propuestos por el docente.

Técnicas en la Enseñanza de la Matemática

De esta manera, en esta sección se expondrá una serie de técnicas que un docente debe implementar en sus clases de matemáticas, con el propósito de que éstas sean amenas y didácticas para los estudiantes. Algunas de estas técnicas que plantea Salome Martínez (2016, citada en la Web del maestro, 2020) para la enseñanza de las matemáticas, son las siguientes:

1. Hacer preguntas que los hagan pensar: se trata de realizar preguntas que puedan ser solucionadas por diferentes métodos o inclusive soluciones distintas.
2. Que no respondan los que levantan la mano: el objetivo de esta técnica es conseguir que todos los estudiantes del aula participen y cumplir el objetivo propuesto con herramientas que permitan seleccionar un nombre al azar.
3. No esperar respuestas muy rápidas: en otras palabras, el docente otorga tiempo como máximo de un minuto para que los estudiantes puedan razonar su respuesta.
4. Discutir con el compañero antes de responder: la finalidad es promover la participación entre compañeros permitiendo una discusión respetuosa y argumentada para dar la respuesta a la pregunta efectuada por el profesor.
5. No comparar al que le va bien con el que le va mal: lo que da entender es que se debe evitar las comparaciones entre compañeros y no etiquetar al estudiante que le va bien con el que le fue mal.
6. No entregar siempre la respuesta correcta: en otras palabras, el estudiante en base al

acierto-error descubrirá la respuesta.

7. Aprovechar cuando el alumno se equivoca: los errores que cometa algún estudiante pueden ser de gran utilidad para el aprendizaje.
8. Persistir con el estudiante y darle pistas: lo que trata de explicar es que, aunque el estudiante se equivoque, como docentes debemos ayudarlo con pequeñas pistas y orientarlo para que resuelva el ejercicio o problema.
9. Dar cabida a la espontaneidad de los estudiantes: la técnica sugiere que el profesorado no obstaculizara ni colocara trabas en la creatividad que tengan los estudiantes en la asignatura de matemáticas.
10. Planear ejercicios sin sesgo: es decir, los problemas a plantearse deben consistir en situaciones ecuánimes.
11. Empatía con los alumnos: el docente debe tener paciencia y explicar tantas veces sean necesarias los problemas que se plantea en clase porque existen estudiantes que no comprenden la primera vez.

Claves para Enseñar Matemáticas

En la enseñanza educativa en general hay claves que el profesorado conoce, de igual manera en la enseñanza de las matemáticas existen una serie de claves que el docente de esta área debe implementar en sus clases. A continuación, se presentan estas claves, según la Comunidad de JumpMath (2010):

Reforzar la confianza con ejercicios regulares, asegurar la comprensión a cada paso para favorecer la participación, proponer retos graduales para que todos puedan afrontar con éxito, desarrollar la práctica a través de juegos y desafíos motivadores, construir conceptos complejos a través de ideas sencillas, reducir gradualmente el texto e introducir el vocabulario, manipular objetos que permitan visualizar los conceptos, practicar el cálculo mental para fortalecer la fluidez, serie de pasos para llegar al resultado, evaluar de manera continua.

Ley de Signos

Historia de la Ley de Signos

Antes de profundizar en la enseñanza de la ley de los signos en los números enteros en las operaciones básicas, potencia y radicación, es fundamental que se haga mención a las cantidades negativas, pues en el transcurso de la historia de las matemáticas han existido diferentes momentos para su aceptación en el campo de la matemática. De este modo, en la cultura China conocían la negatividad mediante la dualidad del yin y yang. Además, esta civilización tenía una manera de representar a los números negativos como a los positivos, como lo expresa Gallardo, A., y Hernandez, A. (2007, citados en Giraldo, F. 2014), utilizaron

varillas de color rojo para representar o hacer alusión a los números positivos y varillas de color negro para representar los números negativos. En la notación de los números barra², la forma alternativa de indicar los números negativos fue colocar una varilla en forma diagonal. También, en los problemas semejantes a los del álgebra, la resolución es mediante la aplicación de los números con varilla (Giraldo,2014).

Así mismo, el matemático hindú Brahmagupta introdujo el concepto de números relativos y enunció las propiedades empleando términos como: deudas, fortuna y nada introduciendo la ausencia de cantidad representada por el cero cuando resolvían problemas. No obstante, los hindúes aceptan la definición de negatividad.

En el texto el Descubrimiento de los números negativos de Risco (2016, citado en Vélez, 2014), enumera estas propiedades:

- Una deuda menos el cero es una deuda.
- Una fortuna menos el cero es una fortuna.
- Una deuda restada del cero es una fortuna.
- Una fortuna restada del cero es una deuda.
- El producto de cero multiplicado por una deuda o fortuna es cero.
- El producto o cociente de dos fortunas es una fortuna.
- El producto o cociente de dos deudas es una fortuna.
- El producto o cociente de una deuda y una fortuna es una deuda.
- El producto o cociente de una fortuna y una deuda es una deuda. (pp. 6).

Si bien es cierto, en la civilización China representaron a los números negativos con varillas de color negro y en la india con Brahmagupta se enunció sus propiedades, esto no sucede lo mismo con los filósofos o matemáticos de Europa del siglo XV a XVIII, para ejemplificar: Descartes, Stifel, Hankel y Cardano, etc.

Rene Descartes, en su libro titulado *Géométrie* en 1637, considera que las raíces positivas de las ecuaciones son reales en cambio, las raíces negativas y menores que cero son falsas. Pero, en su geometría analítica les otorga un significado como cantidades que se hallan a la izquierda del cero en los ejes coordenados. Tanto Michael Stifel como Nicolás Chuquet afirman que los números negativos eran absurdos. No obstante, Stifel admite los coeficientes negativos en la solución de ecuaciones cuadráticas y divulgó el signo (-). Chuquet, otorgó sentido a las soluciones negativas de ecuaciones cuadráticas y problemas con audacia. Gerolamo Cardano denominó a los números negativos como ficticios y soluciones imposibles.

² Los números barra: números en forma de varillas, miden entre 3 a 14 cm.

Nicolas Carnot emplea las correlaciones líneas de sentidos contrarios para replantear las cuestiones algebraicas del número negativo. D 'Alambert medita que la complejidad del concepto se debe a dificultades sin ser resueltas. Finalmente, Herman Hankel (1867, citado en Maz, A. 2005) "quien reconoce y legitima los números negativos como entidades independientes con una estructura algebraica propia, en su obra *Theorie der complexen Zahlensysteme*" (p. 14).

Además, el sentido de los seres humanos está afín con expresiones de conteo, palpe por lo tanto negaban rotundamente la existencia de estos números ya que no son cantidades reales por lo cual los condenaron a la clandestinidad. No obstante, resurgieron como un artificio en el cálculo y mucho tiempo después fueron aceptados en la jerarquía de números.

Dificultades de Enseñanza de la Ley de los Signos

En el artículo de Glaeser de 1981 a las dificultades sobre la enseñanza de la ley de los signos los ha denominado obstáculos epistemológicos. A continuación, se describe cada obstáculo epistemológico. El primer obstáculo epistemológico, según Glaeser (1981, citado en Cid, E. 2000) afirma: "la sorprendente lentitud de construcción del número negativo". En otras palabras, la comprensión y aprendizaje de cantidades negativas se ha demorado, pues desde la regla de los signos que aparece en la India hasta el siglo XVIII en occidente, los matemáticos no podían encajar la teoría y tampoco en el campo de los números.

Por consiguiente, el segundo obstáculo epistemológico de acuerdo con Glaeser (1981, citando en Cid, 2000): "la falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas". Lo que trata de decir es, a pesar que se haya trabajado manipulando el producto de dos deudas de manera algebraica y enunciar una regla del producto como lo hizo el matemático griego Diofanto, pero negó la existencia de las cantidades negativas aisladas. En relación, al tercer obstáculo como afirma Glaeser (1981, citado en Cid, E. 2000) "Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas". Es decir: matemáticos occidentales como Descartes, Chuquet y Stifel, trabajan usando a los números negativos para solucionar ecuaciones de segundo grado, pero los consideran respuestas erradas, son falacias y que no existen o el problema tiene errores en su redacción.

A lo que concierne, al cuarto obstáculo de acuerdo con Glaeser (1981, citado en Cid, E. 2000) "dificultad para unificar en la recta real", lo que da entender, es que la heterogeneidad, entre cantidades negativas en sentido opuesto a las positivas y su neutralización. No permitió la unificación en una recta real, caso contrario el surgimiento independiente de dos semirrectas. El quinto obstáculo epistemológico, como manifiesta Glaeser (1981, citado en Cid, 2000) "La ambigüedad de los dos ceros" lo que da entender es que matemáticos como Cauchy, Euler, Laplace y Carnot no admitieron la existencia que cantidades menores que el cero. También,

pasar de un cero como ausencia de cantidad a uno que se elige de manera arbitraria.

El sexto obstáculo epistemológico, Glaeser (1981, citado en Cid, E. 2000) afirma “El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas”, en otras palabras, estos números no son descubiertos son inventados e imaginarios debido al reconocimiento de las cantidades negativas en cantidades reales como lo hizo Hankel justificando la regla aditiva y la del producto al conservarlas estructuras y propiedades de los reales positivos a los reales. Finalmente, Glaeser (1981, citado en Cid, E. 2000) expresa “Deseo de un modelo unificador”, lo que da a entender, es la búsqueda de un nuevo modelo que permita aprender de manera sencilla la estructura y propiedades multiplicativas de los números enteros.

La Ley de los Signos

La ley o regla de los signos son indicaciones que ayudan a determinar el comportamiento de cada número, también para determinar el signo de la solución cuando efectuamos operaciones como suma, resta, producto, división, potenciación y radicación. La regla asigna un más (+) a las cantidades positivas y un menos (-) a las cantidades negativas por tal motivo debemos conocer y diferenciar el procedimiento para resolver cada una de las seis operaciones que involucran los números positivos como negativos, ya que en la adición como en la sustracción, se aplica la misma ley, es decir si tengo dos números con signo positivo, el resultado es positivo, si se suma dos negativos el resultado es negativo, pero si el número negativo es mayor al positivo o viceversa, el signo del resultado es del mayor entero.

También, la ley del producto que es similar a la del cociente, ya que la multiplicación o división de dos números ambos con signo positivo o negativo dará como resultado un positivo, y la multiplicación o división de un entero positivo con un entero negativo y viceversa, dará como resultado un entero negativo. Además, la potencia de base positiva siempre es positiva y de base negativa es positiva si el exponente es par, y negativa si el exponente es impar. De la misma manera, una raíz de índice impar es positiva si su radicando es positivo y negativa si su radicando es negativo, pero la raíz de índice par y radicando positivo tiene dos soluciones una positiva y otra negativa. Por esta razón, si operamos con cantidades enteras es muy importante conocer cuidadosamente la regla o norma que se va aplicar en la resolución de ejercicios o problemas.

Didáctica

Antes de ahondar en algunas de las definiciones de didáctica, es importante destacar las palabras del político e intelectual español Enriquez Tierno Galvan (1918-1986), que expresó: La buena didáctica es aquella que deja que el pensamiento del otro no se interrumpa y que le permite, sin notarlo, ir tomando buena dirección. Es decir que el docente que conoce de didáctica, debe orientar y más no suspender las iniciativas o ideas que posee el estudiante.

Así pues, la didáctica para Medina y Salvador (2009) en su significado literal proviene de dos expresiones, “el docere (enseñar) por parte del docente y discere (aprender) por el estudiante” (p. 6). En otras palabras, la didáctica necesita de la relación de los individuos que intervienen en el proceso educativo. Así mismo Stoker afirma: “la didáctica es una teoría que sustenta el proceso de instrucción y enseñanza en toda la amplitud y totalidad de los niveles escolares”. Stoker (1964, citado en Abreu. O, 2017).

De acuerdo con Medina y Salvador (2009) “La Didáctica es la disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza en cuanto propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos” (p. 7). Hay que destacar, Titone (1970, citado en Abreu. O, 2017) asume dos sentidos para la didáctica en su publicación titulada metodología de la didáctica: “En el primero, concibe a la Didáctica como como una metodología para la instrucción y en el segundo, como una tecnología de enseñanza” (p. 85).

En base a lo citado por los autores con anterioridad se puede interpretar que la didáctica es un proceso pedagógico que facilita la enseñanza de contenidos ya que involucra diferentes métodos para enseñar por parte de los docentes cuyo fin es adquirir y potencializar el aprendizaje de los alumnos. Así, como una disciplina científico pedagógica busca el mejor camino para desarrollar un proyecto pedagógico que involucre enfoques técnicos.

Guía Didáctica

En lo que concierne a este punto se detalla la apreciación que poseen determinados autores acerca de lo que es una guía didáctica. Así pues, la guía didáctica es el instrumento básico que orienta al estudiante cómo realizar el estudio independiente a lo largo del desarrollo de la asignatura. Debe indicar, de manera precisa, ¿qué tiene que aprender?, ¿cómo puede aprenderlo? y ¿cuándo lo habrá aprendido? Ha de ser un material único, organizado por temas teniendo en cuenta, además, todos los medios disponibles, tales como; materiales impresos, TV, vídeos, software y otros recursos. (Arteaga, 2004, p. 201).

Se puede incluir, el concepto de guía didáctica como expresan Garcia Ignacio y Graciela de las Mercedes de la Cruz Blanco en su artículo publicado en la revista SciELO.

Se considera como guía didáctica al instrumento digital o impreso que constituye un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y los estudiantes dentro del proceso docente, de forma planificada y organizada, brinda información técnica al estudiante y tiene como premisa la educación como conducción y proceso activo (Garcia y Cruz Blanco, 2014, p. 165).

Así mismo, en la revista Scientific se puntualiza la definición de guía didáctica:

La guía es un recurso didáctico dado que permite orientar y facilitar el proceso de enseñanza - aprendizaje, logrando la interacción dialéctica de los componentes personales (profesores-facilitadores y estudiantes-participantes) y los personalizados (objetivos, contenidos, estrategias metodológicas, recursos didácticos, formas de organización de la docencia y la evaluación) (Pino y Uriaz, 2020 p. 375).

En cambio, otra definición es la que corresponde a Aretio (2002, citado en Aguilar. M, 2004) “el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin de que pueda trabajarlos de manera autónoma”.

En síntesis, la guía didáctica es un instrumento o herramienta con orientaciones que apoyan a la enseñanza y a los procesos de construcción de nuevos conocimientos a partir de los aprendidos con anterioridad. Así, este documento cuenta con diferentes tipos de recursos como pueden ser: materiales auditivos, materiales gráficos, programas informáticos o sea las TICS, materiales mixtos; con la finalidad de lograr un aprendizaje autónomo.

Funciones de la Guía Didáctica

La guía didáctica al ser un recurso o una herramienta que facilita el proceso de enseñanza aprendizaje y a su vez la interacción de docentes con estudiantes, posee las siguientes funciones: función motivadora, función facilitadora, función evaluadora, función de orientación y diálogo.

Cabe considerar por otra parte, las funciones que había planteado Ulloa (2000, citado en García y Cruz Blanco, 2014)

- Función de orientación: ofrece al estudiante una Base Orientadora de la Acción (BOA), para realizar las actividades planificadas en la guía. Es importante significar en este sentido, que la BOA trae como resultado el aprendizaje de conocimientos con alto nivel de generalización, pues implica asimilar contenidos concretos sobre la base de orientaciones y esquemas generales.
- Especificación de las tareas: delimita actividades a realizar, y se especifica en los problemas a resolver. Estos se concretan en las tareas docentes orientadas para realizar el trabajo independiente.
- Función de autoayuda o autoevaluación al permitir al estudiante una estrategia de monitoreo o retroalimentación para que evalúe su progreso (p.169).

Elementos de la Guía Didáctica

La estructura de la guía didáctica depende de cada autor y por tanto las guías se conforman de diferentes elementos como, por ejemplo: tema, objetivos, contenidos e imágenes, etc. Así pues, una posible estructura de las guías didácticas puede estar conformada de los siguientes elementos como menciona Pino y Urias (2020):

1. Título del tema. Depende de la extensión de las actividades que se traten en la tarea, clase, unidad o asignatura. Lo fundamental del título es que los estudiantes sean capaces de reconocer de qué trata la guía.
2. Breve Introducción. Se presentará una introducción únicamente del tema en una guía didáctica y en las posteriores que involucran al mismo tema no es necesaria. En esta sección, el docente expondrá ciertos aspectos como: continuidad de conocimientos, modalidad para la cual fue elaborada y al programa o disciplina a tratar.
3. Descripción del contenido. Se describe en que consiste el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como se ha de desglosar las teorías, conocimientos, leyes, destrezas y habilidades que deben ser conseguidas, también los valores y principios que los estudiantes deben adquirir.
4. Objetivos o resultados de aprendizaje: generales de la unidad, específicos de cada tema. Estos varían de acuerdo al currículo educativo, en el caso del sistema educativo de nuestro país, empleamos las destrezas con criterio de desempeño. Las destrezas cambian acorde a las tareas o actividades propuestas.
5. Tareas docentes a ejecutar específicas por objetivo: estrategia para el aprendizaje. Las tareas son la clave del proceso de enseñanza-aprendizaje dado que responden a objetivos específicos o destrezas a alcanzar. Otro aspecto a considerar es la realización de las actividades o tareas de manera pedagógica como didácticas, más aún estas implican estrategias de autoaprendizaje, aprender haciendo, autonomía y participación que ayudarán en la aplicación de la evaluación.
6. Evaluación: coevaluación, heteroevaluación, autoevaluación, en el proceso. En el apartado de la guía didáctica la evaluación es primordial ya que el docente valora tanto el procedimiento y el resultado, además involucra al estudiante en toda la meta del aprendizaje, por eso es preciso que, al comienzo de un curso, el profesor indique los criterios y la especificidad de los temas a evaluarse en el transcurso del mismo. La coevaluación permite realizar una valoración de las orientaciones metodológicas de la guía, así mismo, es un proceso en el cual una pareja de estudiantes evalúa mediante

el intercambio de sus trabajos grupales, apoyándose en los criterios de evaluación establecidos. También fortalece el compañerismo y el conocimiento. La heteroevaluación implica la valoración por parte del docente de todas las actividades llevadas a cabo por los estudiantes. Por otro lado, la autoevaluación consiste en que el estudiante distingue sus aciertos o fallas al momento de desarrollar sus actividades.

7. Bibliografía. En la bibliografía el docente discierne la básica como complementaria, recomendando al grupo de estudiantes la búsqueda de información a través de libros o revistas especializadas, páginas web, variedad de buscadores académicos e incluyendo material concreto, etc.
8. Anexos. Los anexos complementan las guías didácticas aportando al proceso de enseñanza-aprendizaje, por intermedio de imágenes, mapas, gráficas, datos y referencias, que respaldan, fortalecen y enriquecen las tareas propuestas por el docente.

Material Concreto en la Enseñanza de las Matemáticas

El material concreto, son elementos u objetos que facilitan la enseñanza y el aprendizaje; así pues, Villalta (2011, citado en Ruesta y Gegaño, 2022) menciona lo siguiente: “el conjunto de objetos y aparatos de apoyo destinados a contribuir con el proceso de enseñanza de manera más provechosa, con la finalidad de ilustrar y dinamizar el aprendizaje del estudiante. También, involucra que el docente elabore los materiales que requiera de acuerdo a las necesidades de sus estudiantes” (p. 97). Cabe considerar, por otra parte, lo expresado por Torres (2016, citado en Ruesta y Gegaño, 2022) “este tipo de material es un recurso educativo que brinda apoyo pedagógico especialmente a los profesionales en educación que buscan conseguir aprendizajes significativos en los educandos” (p.97).

En definitiva, el material concreto busca el desarrollo del pensamiento y la construcción de nuevo conocimiento en los estudiantes; en cuanto para los docentes, este recurso es un apoyo para mejorar y reforzar la enseñanza de cualquier tema, por esta razón al momento de impartir una clase usando el material es importante la planificación para evitar el desorden y alboroto en los respectivos salones de clases.

Las Regletas Cuisenaire

En cuanto a las regletas son un recurso educativo, manipulable y jugable de madera de varios colores usado por los docentes para colaborar en la enseñanza de las matemáticas. Hay que indicar que las regletas Cuisenaire³ son paralelepípedos con sección cuadrada de 1 cm. Cabe

³ Cuisenaire: introdujo las regletas en las escuelas de Bélgica, siendo profesor de primaria y publicó un libro sobre el uso de las regletas

destacar que, las regletas representan los diez primeros números naturales, así la regleta que representa la unidad posee una longitud de 1 cm, de esta manera con la regleta unidad se crean las posteriores regletas. Además, las regletas tienen aplicaciones en contenidos matemáticos como son: la potenciación, raíces y las operaciones básicas con sus propiedades.

Figura 1. Regleta de los números naturales

Numeración	Regleta	Nombre
1		uno
2		dos
3		tres
4		cuatro
5		cinco
6		seis
7		siete
8		ocho
9		nueve
10		diez

Nota. Ver referencia en anexo B.

Regletas Numéricas María Antonia Canals

En relación a las regletas numéricas Canals fueron elaboradas por la matemática María Antonia Canals, ella dedicó su vida a la elaboración de matemáticas recreativas, en la que constan las regletas cuadradas y cúbicas que representan las potencias de los primeros diez números naturales.

Figura 2. Regletas numéricas cuadradas y cubicas



Nota. Ver referencia en Anexo B.

Dominós

A propósito, el dominó es otro recurso didáctico que podría aplicar el docente de matemáticas en el interior de las aulas de clase, el diseño depende de los temas a ser abordados, así este

recurso según Dehesa (2016, citado en Dehesa de Gyves, 2018) “cada pieza consta de dos partes, la primera que representa un tipo de representación semiótica (aritmética, algebraica, geométrica) y en la segunda parte se encuentra otra representación semiótica pero que da cuenta del mismo concepto” (p. 4).

Figura 3. Dominós con operaciones de números naturales



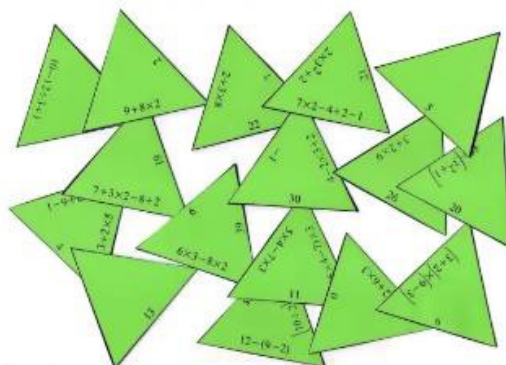
Nota. Ver referencia en Anexo B.

Rompecabezas

Los rompecabezas o puzzles es una técnica de enseñanza-aprendizaje usada en diferentes niveles educativos, así mismo es un material formado por algunas partes o fracciones que al unir se forman una figura o varias de un todo. En cuanto una definición interesante de los rompecabezas es la afirma Michalewicz (2008, citado en Mary O'Connor, 2020): “puzzle material, properly related to classwork can be a valuable aid to teaching. Most of us have a “puzzle instinct” and that the puzzle question at the right time and place will not only make a class more interesting but can further the learning of mathematics” [El material de rompecabezas, correctamente relacionado con el trabajo de clase, puede ser una valiosa ayuda para la enseñanza. La mayoría de nosotros tenemos un “instinto de rompecabezas” y que la pregunta del rompecabezas en el momento y lugar correctos no solo hará que una clase sea más interesante, pero puede fomentar el aprendizaje de las matemáticas] (p. 7-8).

Tarsia Puzzles

Los “Tarsia Puzzles” son un tipo de rompecabezas que se asemejan a los dominós. Estos rompecabezas están constituidos por polígonos, es decir: triángulos, cuadrados, hexágonos. En tal sentido, los Tarsia puzzles son únicos en el sentido que permite al docente la creación de rompecabezas personalizados abordando los estándares y objetivos de enseñanza (O'Connor, 2022). Así, lo fundamental es armar la figura para ello se soluciona el problema que se halla en una tarjeta enlazando con otra tarjeta que contiene la respuesta al ejercicio.

Figura 4. Tarsia Puzle

Nota. Ver referencia en anexo B.

Currículo Nacional

Con respecto al currículo nacional o de niveles de educación obligatoria, primero se puntualiza lo que es un currículo de educación. Así pues, un currículo de educación como propone Gimeno J (2010) “es una selección regulada de los contenidos a enseñar y aprender que, a su vez, regulará la práctica didáctica que se desarrolla durante la escolaridad.” En otras palabras, el currículo reglamenta la manera de realizar la labor docente que implica la enseñanza de los contenidos, herramientas tecnológicas y artísticas para que el alumno aprenda y se forme con experiencias significativas.

Ahora bien, el currículo es la expresión del proyecto educativo que los integrantes de un país o de una nación elaboran con el fin de promover el desarrollo y la socialización de las nuevas generaciones y en general de todos sus miembros; en el currículo se plasman en mayor o menor medida las intenciones educativas del país, se señalan las pautas de acción u orientaciones sobre cómo proceder para hacer realidad estas intenciones y comprobar que efectivamente se han alcanzado.

Un currículo sólido, bien fundamentado, técnico, coherente y ajustado a las necesidades de aprendizaje de la sociedad de referencia, junto con recursos que aseguren las condiciones mínimas necesarias para el mantenimiento de la continuidad y la coherencia en la concreción de las intenciones educativas garantizan procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad. Las funciones del currículo son, por una parte, informar a los docentes sobre qué se quiere conseguir y proporcionarles pautas de acción y orientaciones sobre cómo conseguirlo y, por otra, constituir un referente para la rendición de cuentas del sistema educativo y para las evaluaciones de la calidad del sistema, entendidas como su capacidad para alcanzar efectivamente las intenciones educativas fijadas (Ministerio de Educación. 2016, p.4).

Según lo antes mencionado, el currículo de niveles de educación obligatoria busca cumplir

metas o propuestas educativas para las actuales o futuras generaciones de nuestra sociedad y el desarrollo de la educación ecuatoriana. Así mismo, el Estado Ecuatoriano debe destinar a la educación los correspondientes recursos, por ejemplo: financieros, económicos, tecnológicos, materiales y humanos, que permitirá cumplir esas metas educativas de una por lo cual una enseñanza aprendizaje de calidad permitirá al estudiante desenvolverse en su vida personal y profesional que es el perfil de salida del bachillerato.

Elementos del Currículo Nacional

Conviene mencionar que el currículo de niveles de educación está integrado por varios elementos: aprendizajes básicos, aprendizajes básicos imprescindibles, aprendizajes básicos deseables, bloques curriculares, destrezas con criterios de desempeño, criterios de evaluación, indicadores de evaluación, niveles, subniveles educativos, objetivos generales del área, objetivos integradores del subnivel, objetivos del área por subnivel, orientaciones para la evaluación y perfil de salida del bachillerato ecuatoriano. Sin embargo, en los párrafos siguientes se ahondará en los tres primeros elementos

Aprendizajes Básicos. Los aprendizajes básicos que un estudiante debe alcanzar en cualquier nivel o subnivel de EGB y BGU están vinculados a:

- Los ejercicios de ciudadanía en otras palabras evitando la discriminación y buscando la equidad.
- La consecuencia de una madurez: cognitiva, afectiva, emocional y de relación interpersonal. También, logrando una felicidad plena y el buen vivir.
- La facultad de los individuos para la construcción, desarrollo de su plan de vida de manera profesional y ciudadana.
- La posibilidad de continuar aprendiendo toda su vida por intermedio del acceso a los procesos formativos y educativos.

Aprendizajes Básicos Deseables. Son aquellos que aportan de manera significativa al desarrollo personal del estudiantado y no comprometen su proceso de aprendizaje sino se logran en aquel momento caso contrario pueden ser cumplidos en cualquier nivel.

Aprendizajes Básicos Imprescindibles. Este tipo de aprendizaje no se puede evitar por el grupo de estudiantes en los distintos subniveles porque comprometería su proyecto de vida personal y profesional, por tal motivo es de obligación alcanzarlos porque son útiles en futuros procesos educativos.

Capítulo II. Metodología y Resultados

Descripción de la Metodología

El estudio se realiza en la Unidad Educativa “26 de Febrero” ubicada en el cantón Paute, perteneciente al Circuito 01D06C02, donde se pudo observar dificultades en el estudio de la ley de signos con números enteros en los temas de las operaciones básicas, potenciación y radicación.

El carácter de la investigación es mediante el enfoque cualitativo, donde la técnica será una entrevista y el instrumento de recolección de información a aplicar es un diálogo. El fin de la investigación es analizar las destrezas del currículo que son aplicables en base a una entrevista a los docentes de la institución.

Población y muestra

Para la presente investigación la población y la muestra es la misma, por tal razón, en este caso son los dos docentes de la Unidad Educativa 26 de Febrero que dictan la asignatura de matemáticas en el octavo año de EGB.

Resultados

En la entrevista a los docentes se utilizó un cuestionario de cinco preguntas (Anexo A). A continuación, se muestran las respuestas de manera anónima.

Pregunta 1. ¿Cuánto tiempo ejerce la profesión docente?

Tabla 1. Tiempo de profesión docente

Docente	Respuesta
Docente 1	Llevo ejerciendo 20 años la profesión.
Docente 2	Llevo en el ejercicio la profesión cuatro años dentro del ministerio de educación, sin embargo, he ejercido la profesión antes de pertenecer a este organismo.

Interpretación de resultados. Los dos llevan ejerciendo 4 y 20 años como docentes. Por lo que se evidencia que tienen experiencia en esta profesión.

Pregunta 2. ¿Cuánto tiempo lleva ejerciendo como docente de matemáticas en 8vo de EGB?

Tabla 2. Años de docencia matemática en 8vo EGB

Docente	Respuesta
Docente 1	Ejerzo 10 años.
Docente 2	Ejercí como docente de matemáticas, un año.

Interpretación de los resultados. Los docentes ejercen como docentes de matemáticas del octavo año 1 y 10 años. Se observa que el docente 1 tiene experiencia y antigüedad dando la cátedra de matemáticas a estudiantes del octavo de EGB.

Pregunta 3. De las siguientes destrezas referentes a la Ley de signos con números enteros en Operaciones básicas, Potenciación y Radicación, ¿cuáles considera usted que son las más importantes y deberían aplicarse?

Tabla 3. Destrezas consideradas importantes y aplicables

Docente	Respuesta
Docente 1	Considero que todas las destrezas son importantes, pero si me dan a escoger, son: M.4.1.1, M.4.1.2, M.4.1.4, M.4.1.9.
Docente 2	Todas las que se encuentran consolidadas en el documento son importantes excepto la M.4.1.4 y M.4.1.9.

Interpretación de resultados. Ambos docentes consideran más importantes a las destrezas: M.4.1.1, M.4.1.2. Por otro lado, difieren en las destrezas M.4.1.4 y M.4.1.9, ya que para el Docente1 son importantes enseñarlas y para el Docente 2 no son importantes en el octavo EGB. Los docentes seleccionaron como imprescindibles las destrezas señaladas anteriormente, sin embargo, consideran también importantes, pero en menor medida a las destrezas: M.4.1.3, M.4.1.5, M.4.1.6y M.4.1.7.

Pregunta 4. ¿En su trayectoria profesional ha utilizado una guía didáctica de matemáticas?

Tabla 4. Uso de guías didácticas de matemáticas.

Docente	Respuesta
Docente 1	Si
Docente 2	Si

Interpretación de resultados. Se puede observar que ambos docentes entrevistados han

empleado guías didácticas de matemáticas en su trayectoria profesional.

Pregunta 5. ¿Qué elementos considera importantes en una guía didáctica?

Tabla 5. Elementos importantes de una guía didáctica

Docente	Respuesta
Docente 1	Considero los siguientes elementos importantes y de mi manera preferencial: resúmenes, tareas y ejercicios planteados en páginas web.
Docente 2	Los elementos a ser considerados desde mi punto de vista son: objetivo o destreza de planificación, instrucciones, contenidos, actividades individuales o grupales, evaluación formativa y sumativa.

Interpretación de resultados. Para los docentes, los elementos importantes dentro de una guía didáctica son: resúmenes, ejercicios planteados en páginas web, objetivos, instrucciones, contenidos, actividades y evaluaciones.

Conclusiones

Los entrevistados llevan un largo tiempo ejerciendo la profesión docente dentro o fuera del ministerio de Educación. Ambos poseen experiencia y antigüedad como profesores de matemáticas en el octavo año de EGB.

Los docentes consideran importantes y aplicables en el octavo año de EGB las siguientes destrezas con criterio de desempeño: M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros Z , ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos. M.4.1.2. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=$, $<$, $>$, \geq). M.4.1.3. Operar en Z (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación. M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales. M.4.1.6. Calcular raíces de números enteros no negativos que intervienen en expresiones matemáticas. M.4.1.7. Realizar las operaciones combinadas en Z aplicando el orden de la operación, y verificar resultados utilizando la tecnología. M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas. Es importante mencionar que para el octavo año de EGB se debe realizar un análisis sobre el nivel de complejidad de las DCD y en caso de ser necesario desagregar

Se considera importante la guía didáctica en el proceso de enseñanza pues facilita la labor del docente al contar resúmenes, contenidos, actividades prácticas, ejercicios de aplicación y evaluaciones. Cabe señalar que la guía es un material de apoyo para el docente, por lo que no lo reemplaza.

Capítulo III. Propuesta

Descripción de la Propuesta

La propuesta para este trabajo de titulación es la elaboración de una guía didáctica que ayude como herramienta al docente de matemáticas del octavo año de educación general básica, para la enseñanza de la ley de los signos en números enteros, permitiendo el fortalecimiento y discernimiento de la ley en las operaciones básicas, potenciación y radicación, a través de actividades como la resolución de ejercicios y problemas de manera pedagógica y didáctica, que ayuden a la interiorización y comprensión del tema.

La guía didáctica se fundamenta en la teoría constructivista, siendo una herramienta que perfecciona la labor del docente, en donde se pretende mostrar actividades que involucren situaciones de la cotidianidad de manera fácil, sencilla, creativa y llamativa, facilitando la enseñanza como el aprendizaje.

Estructura de la Guía Didáctica

- Tema: Es la idea primordial que engloba y a su vez explica de manera indirecta lo que se trabajará en la guía didáctica.
- Presentación: Aquí se detallan algunas actividades basadas en habilidades o destrezas que han de ser adquiridas por parte del estudiante.
- DCD: Las destrezas con criterio de desempeño se emplean en el desarrollo de planificaciones y la elaboración de las guías didácticas. Estas son sacadas del currículo nacional.
- Objetivos: Los objetivos son los resultados a alcanzarse o metas a cumplirse mediante la ejecución de determinadas acciones que integran nuestro trabajo.
- Anticipación: En esta sección el docente activa los conocimientos que se han adquirido con anterioridad a través de actividades que involucran a los estudiantes, para comprometerlos a una nueva situación de aprendizaje.
- Construcción: Aquí se construye el nuevo conocimiento utilizando algunas actividades que permitan cumplir los objetivos propuestos o las destrezas con criterio de desempeño.
- Consolidación: Presenta actividades que conducen a la reflexión del tema que se está

tratando en la guía.

- Autoevaluación: En la autoevaluación permite que el estudiante conozca la aptitud y los logros que ha conseguido al finalizar las actividades que se hallan en la guía didáctica.
- Se considera importante la guía didáctica en el proceso de enseñanza pues facilita la labor del docente al contar resúmenes, contenidos, actividades prácticas, ejercicios de aplicación y evaluaciones. Cabe señalar que la guía es un material de apoyo para el docente, por lo que no lo reemplaza.

Desarrollo de la Propuesta

El desarrollo de las guías didácticas se encuentra en el anexo C.

Conclusiones

Se elaboró una guía didáctica que contribuye a la enseñanza de la ley de signos con números enteros en las cuatro operaciones básicas, potenciación y radicación para octavo año, evidenciando que con la elaboración de la guía se ha dado respuesta a la problemática planteada de este trabajo que consistió en la enseñanza tradicional, mecanizada y superficial de la ley de signos y las dificultades que presentaban los estudiante; de manera que la enseñanza de esta temática será constructivista, didáctica y creativa.

El diagnóstico mediante la encuesta dirigida a los docentes de la unidad educativa muestra cuán pertinente sería la implementación de una guía y más si es una guía para la ley de signos en los números enteros, pues en sus opiniones fueron de gran ayuda en pandemia o facilitando la enseñanza, también la diversidad de criterios y coincidencias en la selección de las destrezas que fueron pertinentes en la elaboración de este trabajo de titulación.

Se evidencia la importancia de la fundamentación teórica que brindó conceptos de gran relevancia para la propuesta que son puntos claves en una enseñanza diferente a la tradicional y de igual manera la construcción de actividades didácticas para la ley de signos con énfasis en la pedagogía constructivista.

La construcción de actividades para la enseñanza de la ley de signos en el campo de los enteros responde a las destrezas analizadas y seleccionadas por los entrevistados, por ende, en cada una de las guías con su respectiva destrezas existen actividades diferentes, algunas de las actividades son: armar rompecabezas, relacionar y representar en la recta numérica, por tal motivo, la elaboración ha contribuido a transformar la enseñanza mecánica y repetitiva en constructiva, didáctica y creativa, bajo la orientación del docente.

Recomendaciones

Planeación de actividades que fomenten una enseñanza basada un constructivismo radical de temas en el campo de las matemáticas que pueden ser muy abstractos o confusos en la educación básica superior y bachillerato como lo es la ley de signos en los enteros.

A los estudiantes se recomienda realizar cada una de las actividades que proponga el docente como trabajo autónomo para la interiorización y asimilación de un nuevo aprendizaje.

Se sugiere a los docentes que desarrollen contenido para los números racionales, incrementando o planteando actividades nuevas con material concreto o similares a las que se mostraron en la guía con el conjunto de los números enteros.

Se puede aplicar recursos virtuales para la enseñanza de la ley de los signos como son simuladores, videos y softwares, etc.

Referencias

- Abreu Alvarado, Y., Barrera Jiménez, A., Brejio Worosz, T. y Bonilla Vichot, I. (2018). El proceso de enseñanza-aprendizaje de los Estudios Lingüísticos: su impacto en la motivación hacia el estudio de la lengua. *Mendive: Revista de Educación*, 16(4), 610-623. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_serial&pid=1815-7696&lng=es&nrm=iso
- Abreu, O., Gallegos, Mónica. C., Jácome, José. G., Martínez, Rosalba. J. (2017, junio). En el primero, concibe a la Didáctica como una metodología para la instrucción y en el segundo, como una tecnología de enseñanza. *Revista de formación Universitaria*, 10(3), 81-90. <https://www.redalyc.org/pdf/3735/373551306009.pdf>
- Aprendiendo con la Didáctica. (23 de abril de 2006). *Técnicas didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje*.
<https://aprendiendoconladidactica.blogspot.com/2016/04/tecnicas-didacticas-en-el-proceso-de.html>
- Aretio, G. (1997). *Una propuesta de estructura de unidad didáctica y de guía didáctica*.
http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:20200/propuesta_estructura.pdf
- Arteaga, R. (2004). La guía didáctica: sugerencias para su elaboración y utilización. *Revista Dialnet*, 3(vol. 2), 201-207. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6320438>
- Cantoral, R. (2001). ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR. *Sinéctica. Revista Electrónica de Educación*, (19), 3-9.
<https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/article/view/359>

Choque, E. y Zanga, M. (2011). *Técnicas de estudio y rendimiento académico*. [Archivo PDF]. <https://investigacion.uab.edu.bo/pdf/1.1.pdf>

Cid, E. (2016). *Obstáculos Epistemológicos en la Enseñanza de los Números Negativos*. <https://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>

Dehesa, G. (2018). Dominós matemáticos. *Revista SCIELO*, 6(34), 4. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-97532018000400001

Fernández del Campo, J. (1986). *La Enseñanza de las Matemáticas a los Ciegos*. ONCE.
García Aretio, L. (2014). La guía didáctica. *Contextos universitarios mediados*, 14(5), 2023. http://espacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:UNESCOcontextosuniversitariosmediados-14_5/Documento.pdf

García Hernández, I. y Mercedes de la Cruz Blanco, G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Revista SCIELO*, 6(3), 169-170. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=s207728742014000300012&script=sci_arttext&tln_g=en

Giraldo, L. (2014). *Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual* [Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Educación Básica Con énfasis en Matemáticas, Universidad del Valle].

<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/7705/3469-0473485.pdf;jsessionid=C4EE5E736F4A1138D463D48A9FE355B5?sequence=1>

Investigación e innovación educativa. (2010). *Centro Virtual de Técnicas Didácticas*. Tecnológico de Monterrey. http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/quesontd.htm

Jump Math. (2019). *10 claves para enseñar matemáticas*. <https://jumpmath.cl/10-claves-ensenar-matematicas/>

Maz Machado, A. (2005) *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/556/15378184.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

O'Connor, Mary. (2020). *Tarsia Puzzle: An Interactive Activity for the Middle School Mathematics Classroom* [Tarsia Puzles: una actividad interactiva para el Aula de Matemáticas de la Escuela Secundaria] [Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias de la educación, Universidad Estatal de New York]. https://soar.suny.edu/bitstream/handle/20.500.12648/551/ehd_theses/1241/fulltext%20%281%2pdf?sequence=1&isAllowed=y

Orellana, L. (05 de septiembre de 2012). *TÉCNICAS DE ENSEÑANZA*. Blogspot. <http://lizzi2012.blogspot.com/2012/09/tecnicas-de-ensenanza-5.html>

Payer, M. (s.f.). *TEORÍA DEL CONSTRUCTIVISMO SOCIAL DE LEV VYGOTSKY EN COMPARACIÓN CON LA TEORÍA JEAN PIAGET*. [Archivo PDF]

<http://www.proglocode.unam.mx/system/files/TEORIA%20DEL%20CONSTRUCTIVISMO%20SOCIAL%20DE%20LEV%20VYGOTSKY%20EN%20COMPARACION%20CON%20LA%20TEORIA%20JEAN%20PIAGET.pdf>

Pino Torrens, E. R. y Arbolaez Urias, G. (2020). Guías didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia? *Revista Cientific*, 5(18), 379-386.

http://www.indtec.com.ve/ojs/index.php/Revista_Cientific/issue/view/33/scientific-issn-2542-2987-2020-5-18

Ricardo, R. (22 de septiembre de 2020). *Constructivismo radical en la educación matemática: definición y descripción general*. Estudiando Siempre se puede ser el mejor.

<https://estudiando.com/constructivismo-radical-en-la-educacion-matematica-definicion-y-descripcion-general/>

Rigo Lemini, M. A. (2008). Constructivismo educativo, actividad y evaluación del docente. *Reencuentro. Análisis de problemas universitarios*, (53), 125-134.

<https://reencuentro.xoc.uam.mx/index.php/reencuentro/article/view/679>

Ruesta Quiroz, R. G y Gejaño Ramos, C. V. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Revista Franz Tamayo*, 4(9), 94-

108. <https://revistafranztamayo.org/index.php/franztamayo/article/view/796/2058>

Salcedo Alvarez, R. A. y Alba Leonel, A. (2010). Enfoque constructivista en el aprendizaje de la asignatura de metodología de la investigación en la ENEO. *Enfermería Universitaria*.

Revista SciELO, 7(2), 24-25.

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665706320100002000

[04](#)

Salvador, F. y Medina, A. (2009). *Didáctica General* (2. ed., vol 1). Pearson Education.

[Didáctica General \(ceum-morelos.edu.mx\)](http://ceum-morelos.edu.mx)

Serrano, J. M. y Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1), 1-27.

<https://www.redalyc.org/pdf/155/15519374001.pdf>

Tigse Parreño, C. M. (2019). El Constructivismo, según bases teóricas de César Coll.

Revista Andina de Educación, 2(1), 25-28.

<https://revistas.uasb.edu.ec/index.php/ree/issue/view/26312816.2019.2.1/2>

Troche, F. (sin fecha). *Componentes de una técnica didáctica*. Diseño Instruccional para e-learning. <https://modeloinstruccional.jimdo.com/recursosdeaprendizaje/t%C3%A9cnicas-did%C3%A1cticas/componentes-y-caracter%C3%ADsticas/>

Universidad Americana de Europa. (15 de junio del 2021). *Las siete mejores técnicas de enseñanza*. <https://unade.edu.mx/tecnicas-de-ensenanza/>

Universidad Internacional de Valencia. (09 de marzo del 2015). *El aprendizaje por descubrimiento de Bruner*. <https://www.universidadviu.com/ec/actualidad/nuestros-expertos/el-aprendizaje-por-descubrimiento-de-bruner>

Vinck, D. (2012). PENSAR LA TÉCNICA. *Universitas Philosophica*, 29(58),17-37. <https://www.redalyc.org/pdf/4095/409534423002.pdf>

Vivaz, M. (04 de Noviembre del 2011). *Enfoque Constructivista de la Enseñanza*. ASESORÍAS TECNOLÓGICAS MODULARES SOFTWARE LMS/CMS OPENSOURCE. <http://www.atmos.cl/inicio1/search/node/Enfoque%20constructivista%20de%20la%20ense%C3%B1anza>

Web del Maestro CMF. (2022). *11 técnicas que utilizan los mejores profesores para enseñar matemáticas*. <https://webdelmaestrocmf.com/portal/11-tecnicas-que-utilizan-los-mejores-profesores-para-ensenar-matematicas/>

Anexo A.**Cuestionario de Entrevista.****UNIVERSIDAD DE CUENCA****FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**

CARRERA: Pedagogía de las Ciencias Experimentales

**ENTREVISTA DIRIGIDA A DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE
LOS OCTAVOS AÑOS DE EDUCACION GENERAL BASICA
SUPERIOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA “26 de FEBRERO”**

Introducción: En la siguiente entrevista, la información que usted proporcione será confidencial y servirá para el desarrollo del trabajo de titulación. Agradezco su tiempo y colaboración.

Objetivo: Analizar las destrezas del currículo que son aplicables en base a una entrevista o un grupo focal a los docentes de la institución. Preguntas

1. ¿Cuánto tiempo ejerce la profesión de docente?
2. ¿Cuánto tiempo lleva ejerciendo como docente de matemáticas en 8vo de EGB?
3. De las siguientes destrezas referentes a la Ley de signos con números enteros en Operaciones básicas, Potenciación y Radicación, ¿cuáles considera usted que son las más importantes y deberían aplicarse?

M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros Z , ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos.

M.4.1.2 Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=, \leq, \geq, >, <$)

M.4.1.3. Operar en Z (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales.

M.4.1.6. Calcular raíces de números enteros no negativos que intervienen en expresiones matemáticas.

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en Z aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.

M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

M.4.1.9. Aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en la suma de monomios homogéneos y la multiplicación de términos algebraicos.

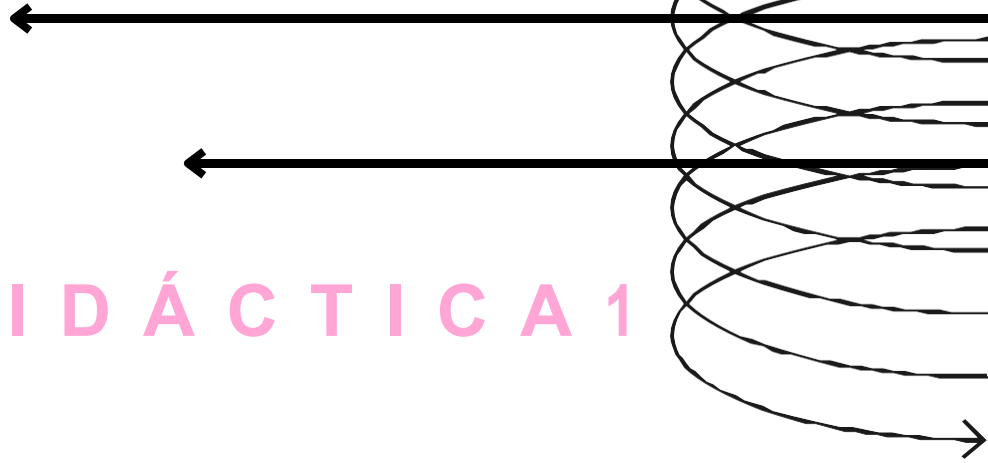
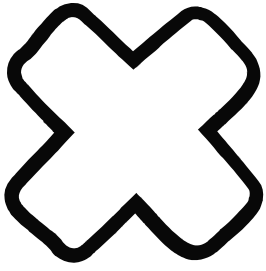
4. ¿En su trayectoria profesional ha utilizado una guía didáctica de matemáticas?
5. ¿Qué elementos considera importantes en una guía didáctica?

Anexo B.

Tabla de figuras

Figuras	Enlace.
Figura 1	https://i.pinimg.com/originals/10/ea/80/10ea80628b1ece6647ddc17cdd7c438b.png
Figura 2	https://construimosmatematicas.com/wp-content/uploads/2015/09/cubos-mac.jpg
Figura 3	https://aprendiendomatemáticas.com/wp-content/uploads/2016/02/restas2.jpg
Figura 4	https://anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2013/08/imagenpiezas3.jpg?w=584
Figura 5	https://i.pinimg.com/564x/0e/4d/d5/0e4dd5cb889a8fabb1812102859bf4a9.jpg
Figura 6	https://www.pinterest.es/pin/811210951643136079/
Figura 7	https://www.canva.com/design/DAFIAKnpCeO/Ofdrs3mXYNyJNfW62RpeUA/view?utm_content=DAFIAKnpCeO&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=homepage_design_menu
Figura 8	https://thumbs.dreamstime.com/b/pescadores-no-identificados-en-el-lago-toreadora-parque-nacional-de-cajas-ecuador-la-laguna-del-montañas-andinas-provincia-azuay-155470432.jpg
Figura 9	https://www.pinterest.es/pin/811210951643505311/
Figura 10	https://i.pinimg.com/474x/f0/6f/2f/f06f2f1380433d429bfbf20a83f0d458.jpg
Figura 11	https://i.pinimg.com/564x/c8/9c/40/c89c4038d2f6f3f8ca9ca13d91af39a0.jpg
Figura 12	https://i.pinimg.com/564x/82/1a/65/821a65a516a4056e2ef1702da97b8134.jpg
Figura 13	https://i.pinimg.com/564x/3c/c2/5e/3cc25ecbf776ac9df35c35e2bd75122a.jpg

Anexo C
Guías Didácticas



GUÍA DIDÁCTICA 1

LOS NÚMEROS ENTEROS

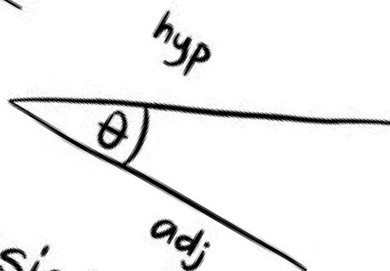
MATEMÁTICAS

ELABORADO POR

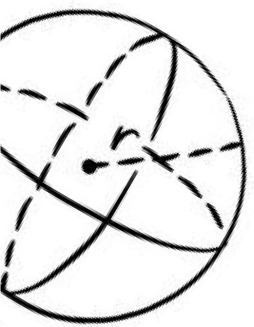
ARIEL MOGROVEJO

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y_1 = m(x - x_1)$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opf}}{\text{hyp}}$$



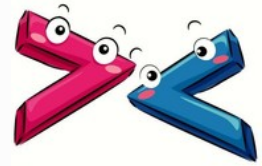
$$\pi r^3$$

$$A = \pi r$$



$$y = mx +$$

Presentación:



En esta primera guía didáctica se pretende anclar los conocimientos adquiridos del conjunto de los números naturales con el conjunto de los números enteros. En esta guía se encuentra actividades que ejemplifican situaciones de índole real en donde se emplean los números negativos, su respectiva relación de orden en la recta numérica y simbología matemática que ayude al docente en la enseñanza de los números enteros negativos.



Destrezas con Criterio de Desempeño

M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros Z , ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos.

M.4.1.2. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=$, $<$, $>$, \leq , \geq).

Objetivos:

- Explorar el conjunto de los números enteros negativos mediante la ejemplificación de situaciones reales.
- Determinar el orden del conjunto de los números enteros valiéndose de la simbología matemática ($=$, $<$, $>$, \leq , \geq) y la recta numérica.



Anticipación:

Actividad 1. Aplica correctamente la simbología matemática (\leq , \geq , $<$, $>$, $=$) según concierne a cada caso y responde las siguientes preguntas.

?
 $< = >$
 3 3
 2 2
 2 3
 2 1
 3 2

1. ¿Cuánto es el peso corporal en kilogramos que tiene un pollito y la gallina?

.....

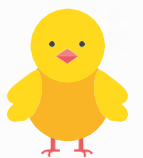
2. ¿2 gallinas tienen mayor peso corporal que 8 pollitos juntos? Justifique su respuesta.

.....

Figura 5. Ver referencia en anexo B

Preguntas de cierre.

1. Escribe el nombre de los siguientes símbolos matemáticos.



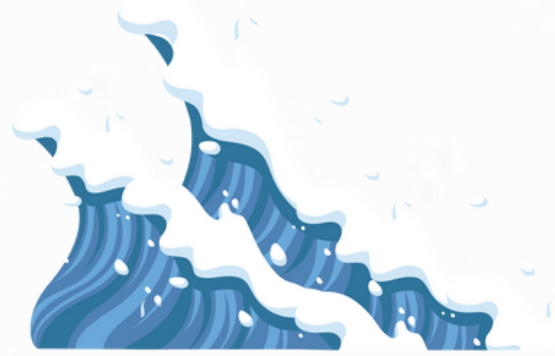
2. Use la simbología para escribir lo siguiente:

a mayor que b

b menor que c

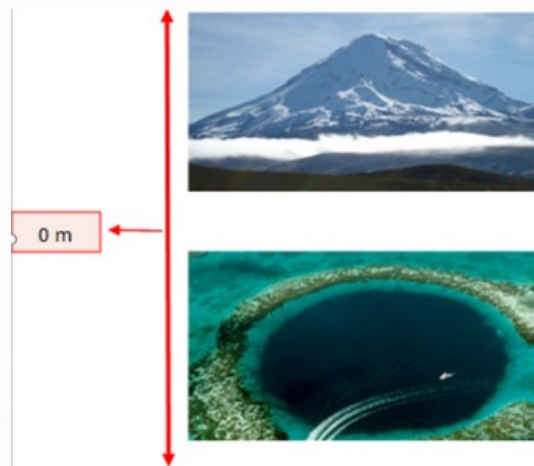


Construcción:



Actividad 1. Punto de referencia.

En un artículo mencionaban, que el volcán Chimborazo es la segunda montaña más alta localizándose a 6 263 m sobre el nivel del mar y por lo contrario la Fosa de las Marianas localizándose a 10 994 m debajo del nivel del mar.



Si considera al mar como punto de referencia, entre el Chimborazo y la fosa de las Marianas, observe que el volcán Chimborazo y la fosa de las Marianas están en distintas posiciones con respecto al nivel del mar.

Figura 6. Ver referencia en anexo B

Lee y responde

¿A qué altura se encuentra el volcán Chimborazo respecto al mar?



¿Cuántos metros por debajo del mar se halla la fosa de las Marianas?

.....

¿Cuál es el punto de referencia para tomar las lecturas en la situación anterior?

.....
.....

Actividad 2. Números relativos.

Breve historia de las matemáticas.

Las multiplicaciones de números primos datan del 20000 a. C., después en el 3100 a. C en el Antiguo Egipto, el primer sistema de numeración decimal y en 1650 a. C usó de la cotangente y la cuadratura del círculo. En el 530 a. C., Pitágoras descubre la irracionalidad de la raíz cuadrada de 2. En el 250 a.C. los Olmecas usan el cero. Luego en 140 a. C. las bases de la trigonometría. En el 1100 los árabes introducen el sistema algebraico en Europa, así en 1557 se introduce los símbolos matemáticos "+", "=", y "-", en 1614 los logaritmos y 1619 la geometría analítica por Descartes.

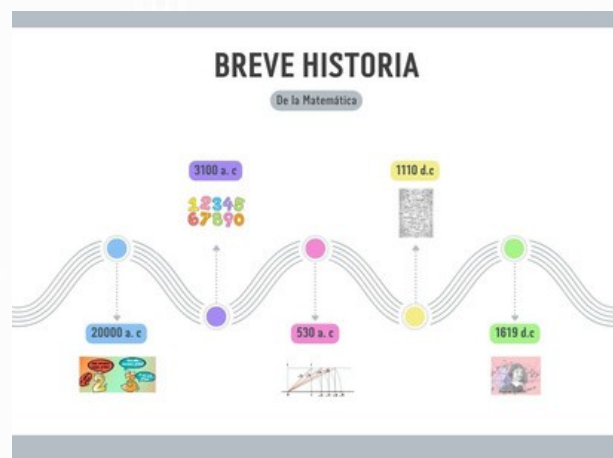


Figura 7. Ver referencia en anexo B

Analiza cada pregunta y responde.

1. ¿En qué año se introdujeron los símbolos matemáticos "+" , "=" , y "-" ?

.....
.....

2. El descubrimiento de las bases de la trigonometría fue en el 140 a. C ¿Cómo representaría esta fecha usando números relativos? Considere al año cero como punto de referencia.

.....

3. ¿Cuántos años han pasado desde la introducción de los logaritmos a la geometría analítica de descartes?

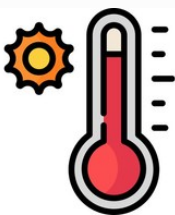
.....
.....



4. Considerando al año cero como punto de referencia, ¿Qué periodo de tiempo a transcurrido desde el año cero hasta la introducción del sistema algebraico en Europa?

.....
.....

Represente las siguientes temperaturas en números relativos



25° bajo cero:

35° sobre cero:

45° bajo cero:

63° bajo cero:



Actividad 3. Ejemplifique situaciones de la vida cotidiana mediante la representación de estas mismas con números enteros.

Los acuerdos comerciales con el bloque europeo benefician a la economía ecuatoriana, sobrepasando a Colombia y Perú.

Las exportaciones de Ecuador han crecido hacia Europa en el año 2020 como 2021, llegando a \$ 3.346 millones, según evaluaciones europeas. Así pues, nuestro país ha experimentado un gran beneficio para su economía al oficializarse el acuerdo comercial en 2017, superando a Colombia y Perú que tienen el mismo acuerdo comercial. Según los datos de la evaluación del acuerdo comercial en 2020, el beneficio económico para Ecuador era hasta entonces de \$128 millones cifras superiores a las de Perú y Colombia con el mismo acuerdo que rige 2012. Por tal razón, para Perú, el impacto económico fue de \$49 millones, y para Colombia de \$42 millones. También, el sector alimenticio se ha beneficiado del acuerdo, creciendo un 4% contrario al sector automotriz con un descenso del 4%. Entre los productos agrícolas exportados por Ecuador a Europa, la estrella es el banano que se consume como uno de cada tres en el bloque.

Expresa y utiliza números enteros positivos o negativos para representar las situaciones siguientes.

El crecimiento de las exportaciones de Ecuador hacia Europa llegó a 3 346 millones de dólares.

.....

Si Ecuador ha recibido por el acuerdo \$ 128 millones en 2020, ¿cuántos millones le faltan a Colombia para igualar a la cantidad que recibió Ecuador? Considere que Colombia recibió por el acuerdo en 2020, \$ 42 millones.

.....

Si Perú recibió 49 millones de dólares en 2020 por encima de lo percibido por Colombia. ¿Cuántos millones de dólares más tiene Perú a comparación de Colombia, según el acuerdo?



.....
.....
..

El sector alimenticio del país creció un 4 %:

El sector automotriz del país decreció un 4 %:

Pesca en las lagunas del parque nacional Cajas

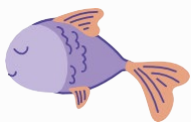
Un grupo de amigos van de pesca a las lagunas del parque nacional Cajas, uno de ellos se encuentra parado encima en una elevación que está a 30 cm por encima de la laguna y el anzuelo de su caña se encuentra flotando 60 cm por debajo de la laguna.



Figura 8. Ver referencia en anexo B

Selecciona la opción correcta:

Si uno de los amigos se encuentra sentado en una elevación que mide 30 cm por encima de la superficie de la laguna. ¿Cómo se representarías esta situación?



a. -30



b. +30



Si el anzuelo está flotando a 60 cm por debajo de la laguna.

a. +60 cm

b. -6 cm

c. -60 cm

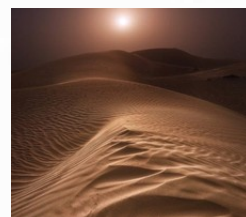


Actividad 4: Opuesto de un número entero.



Escriba la respuesta correcta para satisfacer los enunciados de cada una de las situaciones planteadas.

La temperatura máxima del desierto Sahara es de -50°C



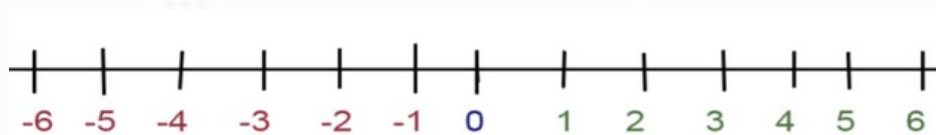
El clima de la Antártida es el más frío del planeta, la mínima temperatura registrada en 2020 fue de 98°C

Joaquín contrajo una deuda de $+\$500$ con el Banco del Pacifico.




Actividad 5: Orden de los números enteros y su ubicación en la recta numérica.

Ubique en la recta numérica los siguientes números enteros con su opuesto.





Negativo de seis

Use la simbología matemática (\leq , \geq , $<$, $>$, $=$) según corresponda.

-3  -9

-1  1

-34  -17

64  -64

0  0

-14  -7

Ordene de manera decreciente los siguientes números enteros.

-25, 31, -12, 0, 67, -1, -2, 349, -180

.....
.....

Ordene de manera creciente los siguientes números enteros.

-27, 13, -12, 0, 76, -81, 2, -379, -18, 91

.....
.....

Actividad 6: Lee cuidadosamente, analiza y responde el siguiente problema que hace alusión a los temas de punto de referencia y números relativos.

Mónica nació en el año 1994, finalizó el bachillerato en 2010 y su carrera universitaria en 2022, debido a que se dedicó a trabajar durante siete años luego de concluir sus estudios secundarios. Si se considera como punto de referencia el año que finalizó sus estudios de bachillerato.

¿Qué año se considera como punto de referencia en esta situación?



.....

¿Cuál es el número relativo que indica cuantos años antes nació y cuál es el número relativo que indica cuantos años después finalizó su carrera universitaria?

.....

.....

Actividad 7: Lea y responda las preguntas relacionadas con el orden de los números enteros.

Las tres cumbres como el Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe tienen respectivamente la siguiente altitud con respecto al nivel del mar: +6 268 m, +5 897m, + 5 790.



Chimborazo

¿Ordene de forma creciente la altitud con respecto del nivel del mar de las cumbres?

.....

.....

Figura 9. Ver referencia en anexo B

¿Cuál de las tres cumbres es la más alta?

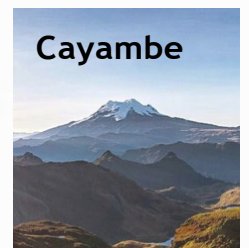
.....



Cotopaxi

Figura 10. Ver

referencia en anexo B



Cayambe

¿Cuál de las tres cumbres tiene menor altura?

.....

.....

Figura 11. Ver referencia en

anexo B



Preguntas de cierre.

- ¿Qué entiende acerca de punto de referencia?

.....
.....

En los números relativos se emplean signos que ayudan a representar cantidades que expresan situaciones.

- ¿Qué signo se emplea en las situaciones a la izquierda
de, por abajo, por debajo de y antes de?

- ¿Qué signo se emplea en las situaciones a la derecha
de, por arriba, por encima de y después de?

- ¿Cuál es el opuesto de un número positivo?

- ¿El opuesto de un número negativo?

- Los números enteros positivos se ubican a..... en la recta numérica.

- Los números enteros negativos se ubican a..... en la recta numérica.

- Los números enteros positivos son los números enteros negativos.

- Los números enteros negativos son.....los números enteros positivos.

- ¿Cuándo un número entero negativo es menor que otro negativo?

.....

- ¿Cuándo un número entero positivo es mayor que otro positivo?

.....

Consolidación:

Actividad 1: Lee y responde a las siguientes interrogantes relacionadas a los números opuestos.

- ¿Cuál es el opuesto del opuesto de negativo 23?

.....

- Dado el numero entero $+m$, ¿Cuál sería su opuesto?

.....

- Si el opuesto de positivo b es menos $-b$, ¿Cuál es el opuesto de positivo b ?

.....

Actividad 2: Escribe el número entero que corresponde en cada uno de los siguientes casos.

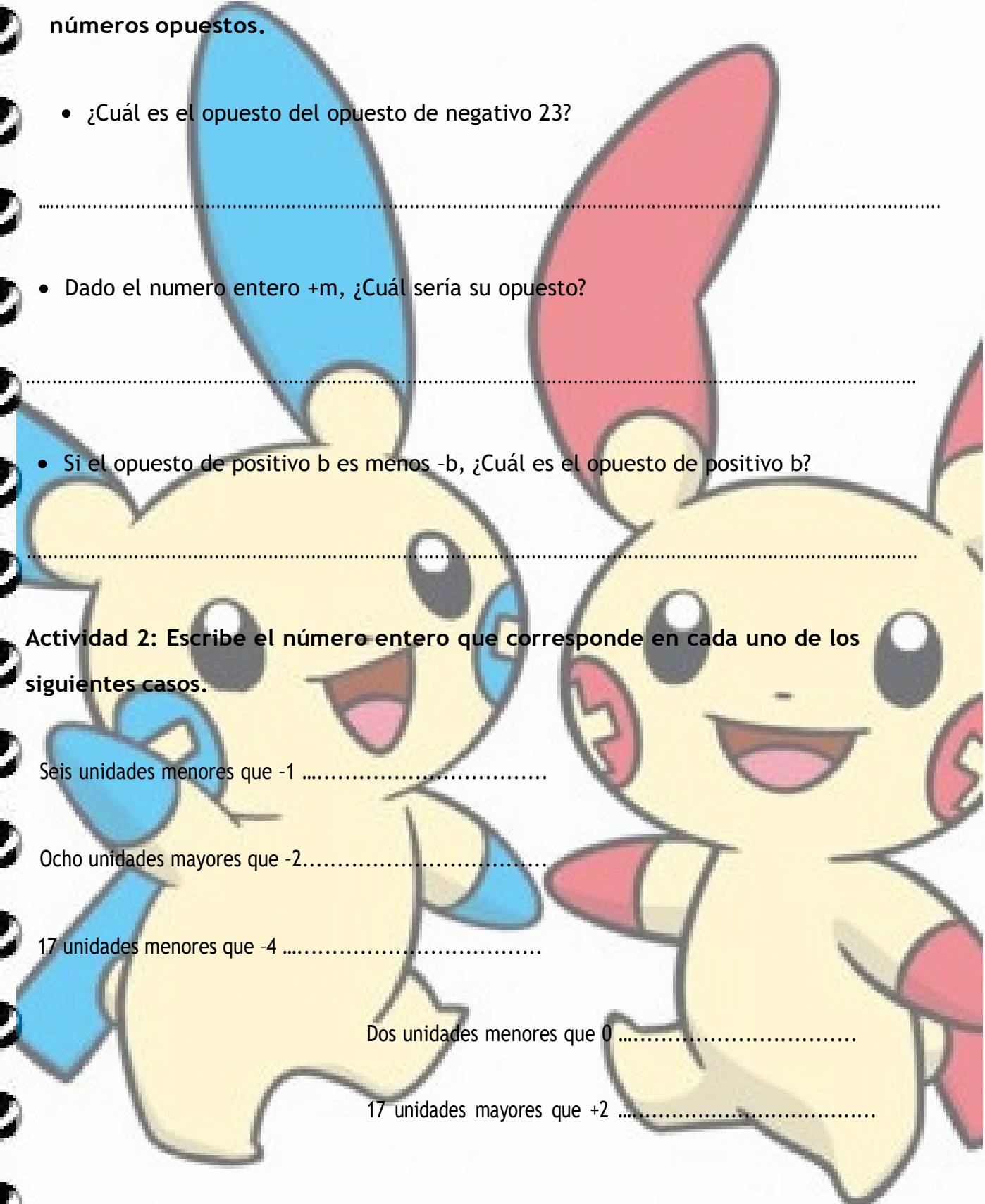
Seis unidades menores que -1

Ocho unidades mayores que -2

17 unidades menores que -4

Dos unidades menores que 0

17 unidades mayores que $+2$



Actividad 3: Las siguientes frases ejemplifican algunas situaciones de la vida real. Escriba el número que corresponda a cada una de las situaciones.

- ♦ La temperatura ha disminuido 36° C.
- ♦ Un satélite artificial de nombre Iridium se encuentra sobre el nivel de la tierra a 750 km.
- ♦ Aristóteles falleció en el año 322 a. C en Eubea, Grecia.
- ♦ Un equipo de fútbol de determinada ciudad ha escalado tres posiciones.

Preguntas de cierre:

- ♦ ¿Qué es un número opuesto?

.....

- ♦ Menciones algunos ejemplos donde usar los números relativos.

.....



- ♦ ¿Por qué todo número negativo es menor que cero?

.....

- ♦ ¿Por qué todo número positivo es mayor que cero?

.....



Autoevaluación:

1. Expresa con sus palabras que es un número entero.

.....
.....
.....

2. Define el concepto de recta numérica.

.....
.....
.....

3. ¿Qué nombre recibe los siguientes símbolos (\leq , \geq , $<$, $>$, $=$)?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. Dada la definición del autor/ libro acerca de los números enteros, recta numérica, simbología, si situaciones reales con números enteros. Comparar con sus respuestas:

Comparar respuesta de la pregunta 1.

- ♦ *Número entero.*

Los números enteros abarcan a los números naturales (los que se utilizan para contar los elementos de un conjunto), incluyendo al cero y a los números negativos (que son el resultado de restar a un número natural otro mayor). (Pérez y Merino, 2021)



GUÍA DIDÁCTICA 2

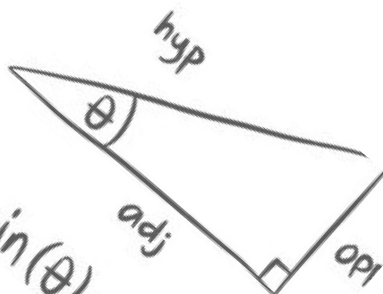
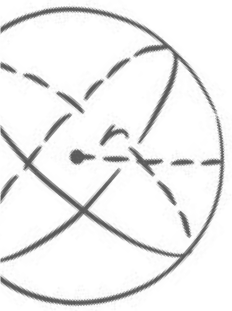
LEY DE SIGNOS CON NÚMEROS ENTEROS EN LAS OPERACIONES BÁSICAS

MATEMÁTICAS

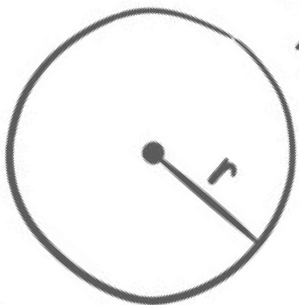
ELABORADO POR:

ARIEL MOGROVEJO

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$



$$A = \pi r^2$$

$$y = mx + b$$

Presentación:

En esta segunda guía didáctica se busca enlazar los conocimientos adquiridos sobre las cuatro operaciones: suma, resta, multiplicación y división en los números naturales y aplicarlas en el conjunto de los números enteros. En esta guía se encuentran actividades donde se ha de realizar operaciones en Z aplicando la ley de los signos en las operaciones respectivas. También, aplicando el orden de la operación y comprobando los resultados con el uso de la tecnología, ayudando al docente en la enseñanza de la ley de signos en las cuatro operaciones básicas.

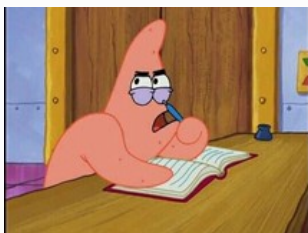
Destrezas con Criterio de Desempeño

M.4.1.3. Operar en Z (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en Z aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.



Objetivos:




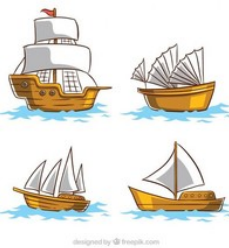





- Realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división en los números enteros utilizando la ley de los signos, verificando los resultados en la calculadora.
- Aplicar el respectivo orden en las operaciones combinadas en Z .



Anticipación:

Actividad 1: Resuelve la adición de números naturales y escribe el resultado que se halla en el recuadro de la derecha.

	+		=	
	+		=	
	+		=	

Actividad 2. Resuelve el siguiente ejercicio que involucran la resta de números naturales.







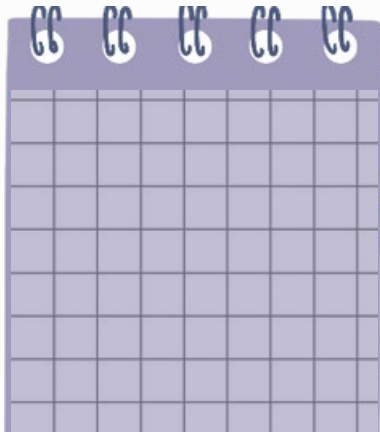
 $6 - 1 = 5$	 $8 - 4 = \square$
 $6 - 5 = \square$	 $4 - 2 = \square$
 $3 - 1 = \square$	 $6 - 3 = \square$

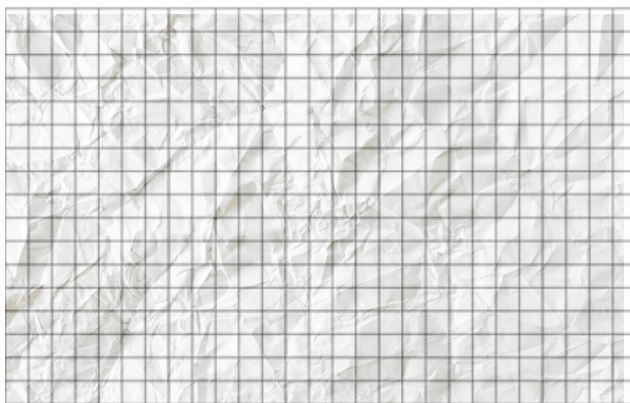
Figura 12. Ver referencia anexo B

Actividad 3. Lee de manera cuidadosa y resuelve los enunciados que involucran la multiplicación de números naturales.

En la siguiente imagen se muestra un canasto que contiene siete naranjas, ¿Cuántas naranjas en total habrá en 73 canastos del mismo tamaño?



Si el nivel de poder de Goku es de 60 M cuando aparece delante de Frezeer que se encuentra en su forma final. ¿A qué nivel de poder llega Goku cuando se transforma en supersayajin, si esta transformación incrementa 30 veces el nivel de poder base?



Actividad 4. Observa el ejemplo, lee la indicación, reagrupa y realiza la división.

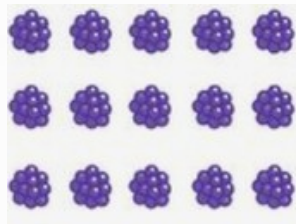
$$6: 3 =$$

Reagrupa de 3



$$15: 5 =$$

Reagrupa de 5



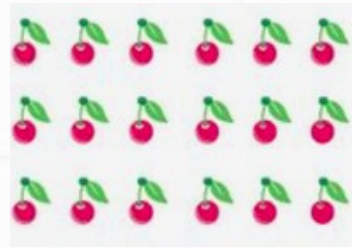
12: 4 =

Reagrupa de 4



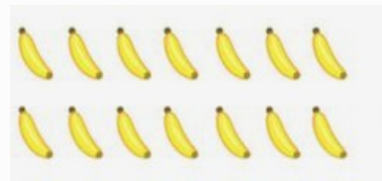
18: 6 =

Reagrupa de 6



14: 7 =

Reagrupa de 7



Preguntas de cierre.

1. Escribe el nombre de los signos matemáticos de las cuatro operaciones básicas.



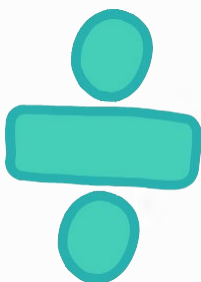
.....



.....



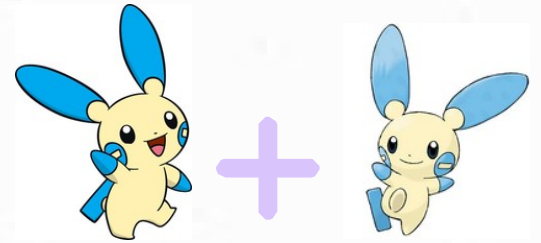
.....



.....

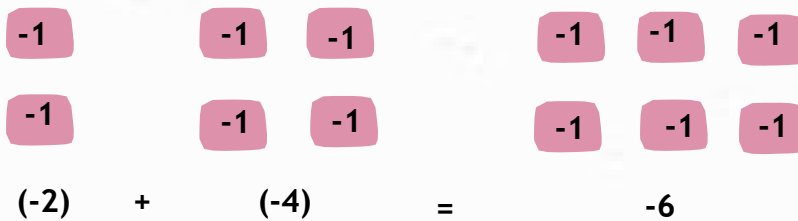
Construcción:

Actividad 1. Adición de números negativos



Encuentre la suma de números enteros negativos usando como apoyo la regleta Cuisenaire que representa a la unidad **-1**

Ejemplo: $(-2) + (-4)$



• $(-3) + (-2)$

• $(-5) + (-1)$

• $(-7) + (-3)$

• $(-2) + (-6)$

Procedimiento:

Paso 1: Agarre las regletas que representa a -1.

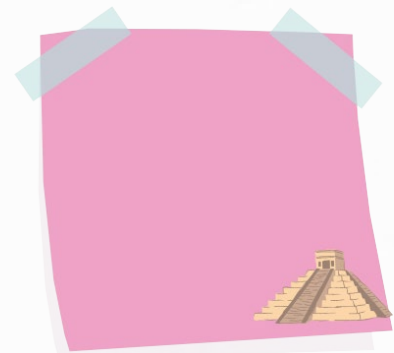
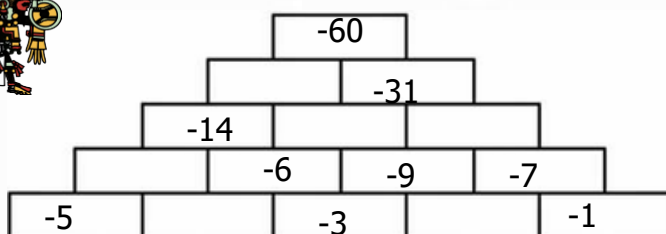
Paso 2: Exprese la primera con las regletas del paso anterior, es decir: si es -2 tome dos regletas de -1.

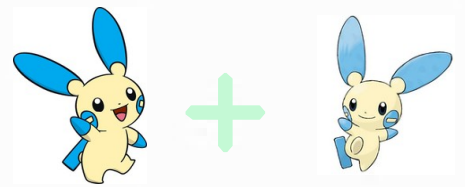
Paso 3: Exprese la segunda cantidad con las regletas del paso 1, es decir: para -4 use cuatro regletas.

Paso 4: Agrupe las regletas del paso 2 y 3.

Paso 5: Cunte las regletas agrupadas.

Completa la pirámide numérica, realice las operaciones en la parte derecha de la pirámide.





Resuelve el siguiente problema ejecutando: el procedimiento, la operación y la respuesta al problema.

Kevin rindió un test de 30 preguntas. Por cada respuesta correcta recibió 10 puntos; por cada respuesta incorrecta, -4 puntos; y por cada pregunta no contestada, -3 puntos. Si Kevin respondió incorrectamente las preguntas 10 y 15, y no contestó las dos últimas preguntas, ¿qué puntaje total obtuvo por preguntas no contestadas o contestadas incorrectamente?

PROCEDIMIENTO

OPERACIÓN

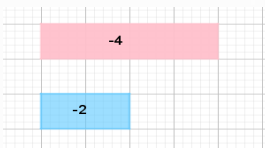
RESPUESTA



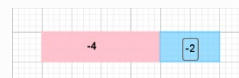
Empleando las regletas Cuisenaire, represente la operación suma de dos números enteros negativos en la recta numerica y escriba el resultado obtenido.

Ejemplo: $(-4) + (-2)$

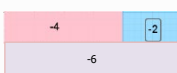
Paso 1: Tome dos regletas negativas que han de ser sumadas



Paso 2: Ponga una a continuación de la otra.



Paso 3: Ubique una regleta tan larga debajo de las regletas del paso 2.



$$\begin{aligned} -5 + (-3) &= \\ -7 + (-6) &= \\ -8 + (-9) &= \end{aligned}$$

Completa la siguiente tabla acerca de las diferentes temperaturas marcadas por un termómetro en una semana.

DIA	TEMPERATURA INICIAL MARCADA	HA BAJADO	TEMPERATURA FINAL MARCADA
LUNES	-15 °C	-23 °C	
MARTES	-21 °C	-36 °C	
MIÉRCOLES	-10 °C	-13 °C	
JUEVES	-15 °C	-24 °C	
VIERNES	-34 °C	-38 °C	
SÁBADO	-57 °C	-14 °C	
DOMINGO	-34 °C	-57 °C	

REALICE AQUI LAS OPERACIONES

TEMPERATURA INICIAL MARCADA + HA BAJADO = TEMPERATURA FINAL MARCADA

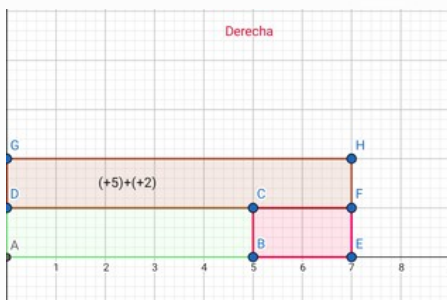
Actividad 2. Suma de dos números enteros positivos



Valiéndose de las regletas Cuisenaire, representa la operación adición de dos o más números enteros positivos en la recta numerica y escribe el resultado obtenido.

♦ Ejemplo: $(+5) + (+2) = 7$

♦ $(+3) + (+4) =$

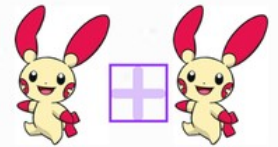


♦ $(+1) + (+7) =$

♦ $(+5) + (+6) =$

Resuelve el siguiente problema ejecutando: el procedimiento, la operación y la respuesta del problema.

Una prueba de Matemática, en la cual se evaluaban cuatro temas, tenía la siguiente asignación de puntaje como se muestra en la tabla adjunta. Si Byron respondió de manera correcta la primera, segunda y cuarta, en cambio Marlene contestó de forma correcta la primera y cuarta. ¿Qué puntaje obtuvo Byron y Marlene respectivamente?

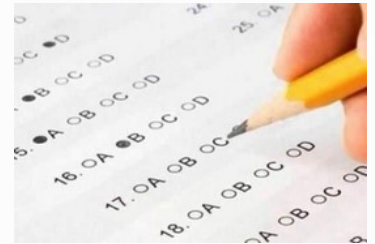


PROCEDIMIENTO

OPERACIÓN

RESPUESTA

TEMAS	RESPUESTAS	
	Correctas	incorrectas o no contestas
I	5 puntos	-2 puntos
II	9 puntos	-3 puntos
III	15 puntos	-5 puntos
IV	22 puntos	-7 puntos



Actividad 3. Suma de un número entero positivo y negativo



Resuelve las operaciones que se encuentran en la parte inferior y colorea cada una de las secciones del *mándala* con sus colores correspondientes.

-  • $+8 + (-5) =$
-  • $+3 + (-7) =$
-  • $-16 + 10 =$
-  • $+1 + (-1) =$
-  • $+1 + (0) =$
-  • $-10 + (+5) =$
-  • $-6 + 1 + (-2) =$
-  • $+7 + (-5) =$



Resuelve el siguiente problema ejecutando: el procedimiento, la operación y la respuesta del problema.

Mónica y Norma juegan con tres dados bajo las siguientes reglas: se ganan puntos cuando la suma de los dados lanzados es mayor que 10 y, en este caso, se ganan tantos puntos como la suma obtenida. Cuando la suma sea menor o igual que 10, se obtienen puntos negativos correspondientes al valor de la suma. Si Norma ha jugado sólo dos veces y ha obtenido las siguientes sumas: -4 y 15, ¿qué puntaje acumulado tiene?

PROCEDIMIENTO



OPERACIÓN



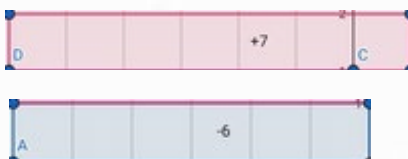
RESPUESTA



Represente los siguientes ejercicios de la suma de un número positivo con un negativo usando las regletas Cuseinare.

♦ $(-6) + 7 = 1$

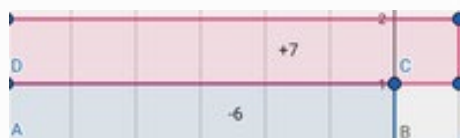
Paso 1: Tome la regleta positiva y negativa que han de sumarse



Paso 3: Busque la regleta que le falta a la pequeña para ser grande



Paso 2: Colocan la regleta más grande encima y la pequeña debajo o viceversa.

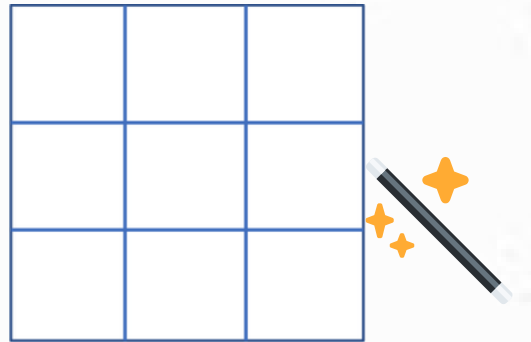


- $-4 + 5$
- $-6 + 8$
- $-9 + 6$

Utiliza los números que se hallan en la parte superior para completar el cuadro mágico que se halla en la parte inferior, así la suma de cualquier línea (vertical, horizontal o diagonal) es igual a 6. Encuentre el número que debe colocarse en el centro del cuadro mágico.

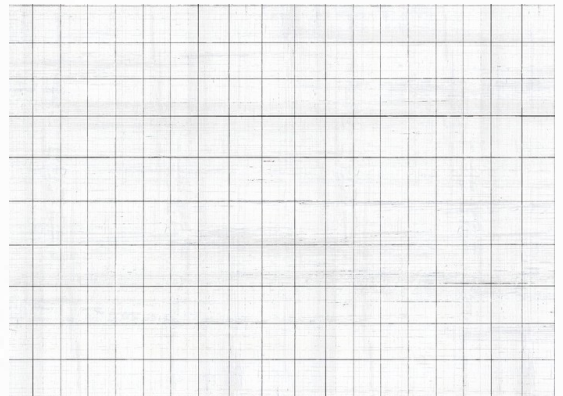
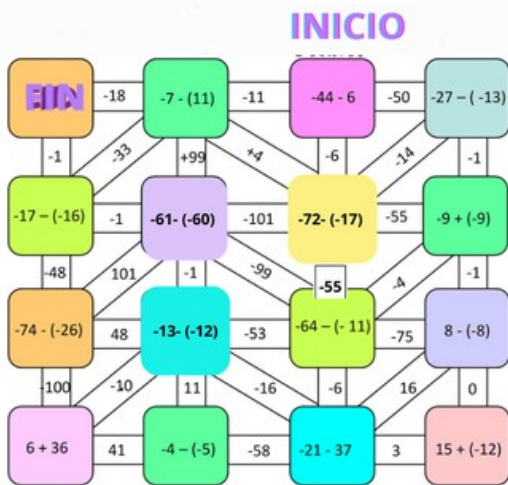


-1	2	5
6	4	0
-2	3	1



Actividad 4. Resta de dos números enteros negativos.

Calcule la operación de dos números enteros negativos hallando sus soluciones correctas para que puedas avanzar de principio a fin a través del laberinto.



Resuelve los siguientes problemas ejecutando: el procedimiento, la operación y la respuesta del problema.

Uno grupo de arqueólogos encontró dos fósiles. Según sus estimaciones, el primero data del año -78 , esto es, del año 78 antes de Cristo, y el segundo data del año 48 después de Cristo. ¿Cuántos años más tiene el primer fósil con respecto del segundo?



En la tabla siguiente se muestra cada uno de los puntos de fusión y ebullición de algunos materiales, completa la columna que corresponde a la diferencia de temperatura entre el punto de ebullición y fusión. Realice las operaciones en el recuadro de abajo.



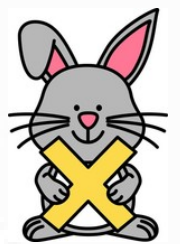
MATERIAL	PUNTO DE FUSIÓN	PUNTO DE EBULLICIÓN	PUNTO DE EBULLICIÓN MENOS PUNTO DE FUSIÓN
MERCURIO	-63 °C	-85 °C	
NITROGENO	-37 °C	357 °C	
HIDROGENO	-210 °C	-252 °C	
ACETALDEHIDO	-123° C	20 °C	
ACIDO CLORHIDRICO	-259 °C	-260° C	

REALICE AQUI LAS OPERACIONES

PUNTO DE EBULLICIÓN - PUNTO DE FUSIÓN =

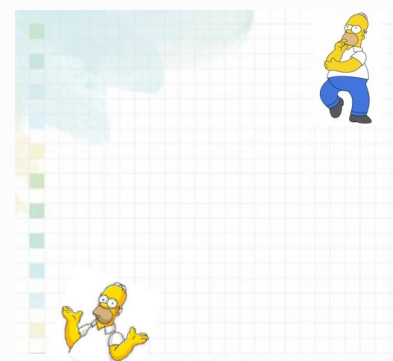
Actividad 5. Multiplicación de números enteros

Relacione con una línea la columna izquierda del producto de signos positivos y negativos con la columna derecha del resultado de efectuar dicho producto. (Rojo es positivo y azul es negativo)



Encuentra el camino entre el punto A y B, de tal manera que cada número es el triple del anterior. Sugerencia: el camino puede ser horizontal, vertical o diagonal. Realice las operaciones y verifique con la ayuda de la calculadora.

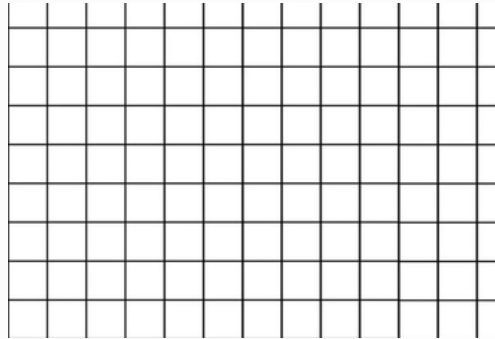
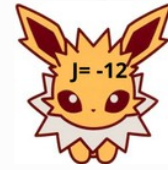
A	3	9	-18	-54	162	-243
-9	-9	27	54	243	2187	486
-27	-18	-81	243	54	-729	19683
-81	27	-243	-729	2187	162	-123062
-162	-54	-2187	123062	-6561	19683	2187
-486	-162	2187	243	2187	-59049	B



Sustituye las letras por su valor correspondiente y calcula el resultado de las operaciones.



- $(2F \times (-9J)) (-8V) =$
- $-(-5F) -S \times (-F - S) =$

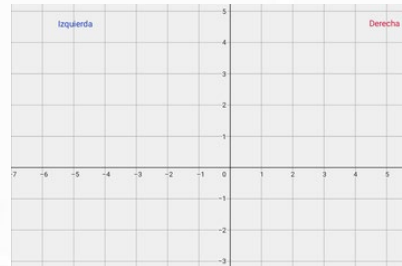
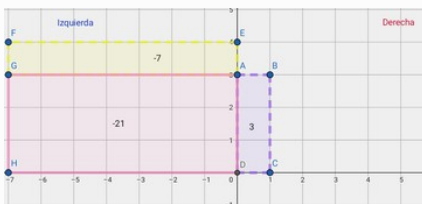


- $(F \times J) (V \times S) =$
- $(F + S) (J - V) =$



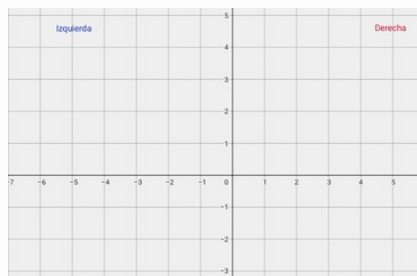
Represente los factores usando las regletas en la recta numerica y escribe el resultado.

- Ejemplo: $3 (-7) = -21$

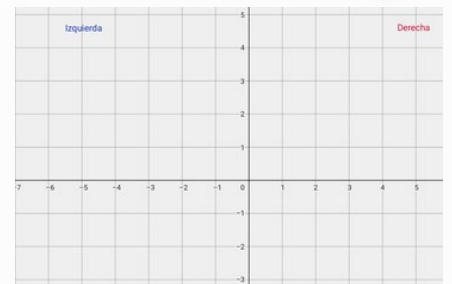


$4(-3) =$

$3(-3) =$

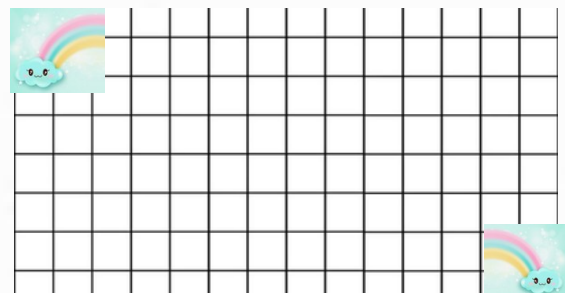


$-6(-7) =$



Actividad 6. División de números enteros

Complete la pirámide formada por círculos, considere que el resultado de cada casilla corresponde a efectuar la división de las dos anteriores.



Resuelve las divisiones de números enteros y ubica las piezas del rompecabezas de forma correcta.

$81 : (-9)$	$-21 : (+7)$	$-64 : (-4)$	$-16 : (8)$
$-42 : (6)$	$-42 : (-21)$	$100 : (-5)$	$-81 : (-9)$
$-12 : (-6)$	$-22 : (-2)$	$100 : (5)$	$-45 : (-9)$
$-12 : (-12)$	$+15 : (-3)$	$-30 : (+5)$	$345 : (-5)$
$+315 : (-3)$	$-69 : (-3)$	$34 : (-2)$	$-17 : (-1)$
$-35 : (-5)$	$-36 : (-9)$	$+35 : (-5)$	$-9 : (-3)$



Actividad 7. Operaciones combinadas: el mensaje secreto.

Efectúa las operaciones que se presentan a continuación para cada resultado le corresponde una letra de la tabla del código secreto y el número de la operación te indica la ubicación de la letra para descifrar el mensaje secreto. (Puedes resolver las operaciones en tu cuaderno).



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	



- $-4(8 : (-11 + 7) + 3(-2 + 6)) =$
- $-12 : (-4(-5 - 3) - 2(-23 + 21)) =$
- $5(-16 : (21 - 13) - 3(-7 + 15)) =$
- $(-10 : (17 - 12) + 2(-8 + 5)) - 15 =$
- $-28 : ((-12 + 9) - (9 - 12 : 3) + 1) =$
- $-45 : (-2 + 12 : (-7 + 3)) + 12 =$
- $-(-24 : (-15 + 7) + 5) =$
- $-36 : (-8 : (-5 + 3) + 12 : (-2 + 8)) =$
- $3(-8) + (-3)(-12 + 10) =$
- $12 : (-12 + 8) =$
- $-5(3 - 4) - (6 - 8)(4 - 9) =$

O	-3
S	-23
R	+3
J	-18
E	-130
M	+2
L	+21
E	+4
E	-40
E	-6
R	-5

JERARQUÍA DE OPERACIONES



Figura 13. Ver referencia anexo 2.

Preguntas de cierre.

- ¿Qué signo se emplea al momento de adicionar dos números enteros positivos?



- ¿Qué sucede al sumar un número entero positivo con un entero negativo?

- ¿Qué sucede cuando se restan dos números enteros negativos?

- ¿Qué signo se obtiene al multiplicar dos números enteros de signo opuesto y dos números enteros con el mismo signo?

- ¿Qué signo se usa en el cociente al dividir: dos números enteros negativos o positivos y un positivo con un negativo?

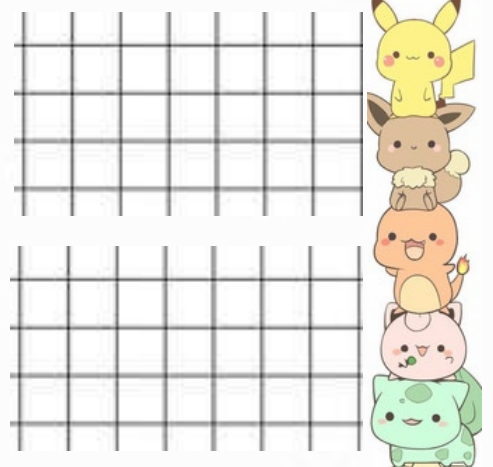
- En operaciones combinadas donde no aparecen paréntesis, ni exponentes, ¿qué operación se resuelve primero y como se debe proceder?



Consolidación:

Actividad 1. Interprete con sumas o restas de números enteros los siguientes enunciados.

- El equipo de Inés ganó 3 puntos, poco tiempo después perdió cuatro puntos. ¿Por cuántos punto el equipo de Inés ganó o perdió?
- Norma camina 3 metros y luego retrocedió 8 metros. ¿A cuántos metros se encuentra de la posición de inicio?



Actividad 2. Responder si los siguientes enunciados son verdaderos (V) o falsos (F) acerca de la ley de signos en la adición y resta.

- ♦ Para sumar dos números enteros negativos se suma sus valores absolutos y se agrega el signo (-) al resultado. ()
- ♦ Para sumar un número entero positivo con un número negativo, se suma sus valores absolutos y se agrega el signo del menor número al resultado. ()
- ♦ La diferencia entre dos números relativos, se suma el minuendo cambiado de signo al sustraendo. ()
- ♦ La suma de un número positivo con su opuesto del mismo valor es distinto de cero. ()

Actividad 3. Explique los siguientes enunciados del producto y cociente de números enteros.

- ♦ ¿El producto de cuatro números enteros negativos da como resultado un número entero positivo?
.....
- ♦ ¿Cuál es el producto de -a por el opuesto -b?
.....
- ♦ ¿Cuál es el cociente entre opuesto de m y el opuesto -c?
.....

Preguntas de cierre.

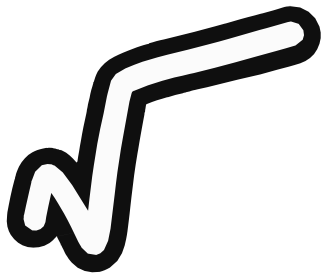
- ♦ ¿En qué casos se obtiene un cociente con signo (+) y con signo (-) en la división de dos números enteros?
- ♦ ¿Qué signo se obtiene al efectuar la siguiente multiplicación: (-) (+) (-) (-)?
.....

Autoevaluación

1) Defina con sus palabras la ley de signos en la adición.
.....
.....

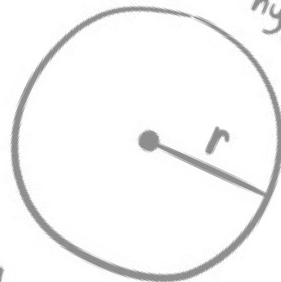
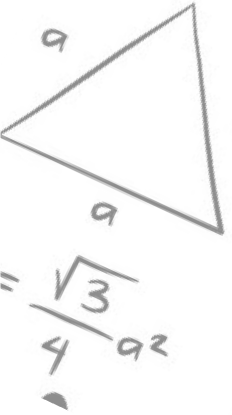
2) Explique la ley de signos en la multiplicación.
.....
.....

3) Explica la ley de signos en la división.
.....
.....



GUÍA DIDÁCTICA 3

LEY DE SIGNOS CON NÚMEROS ENTEROS EN LA POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN



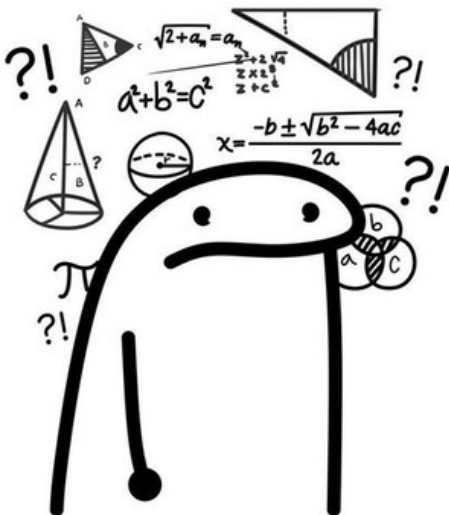
$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

MATEMÁTICAS

$(x)^m$

ELABORADO POR:

ARIEL MOGROVEJO



Presentación:

El tema a desarrollarse en la presente guía es la ley de signos en la potenciación y radicación que se ha de encadenar con los temas tratados en la guía 1 y 2, que corresponden a los números enteros y su ley de signos en las operaciones básicas. La guía busca unificar y fortalecer los conocimientos adquiridos en las operaciones de potencia y radicación en el conjunto de los números enteros. En esta guía se hallan actividad como calcular operaciones en Z , aplicando la ley de los signos y el orden de las operaciones respectivas comprobando los resultados con el uso de la tecnología, ayudando al docente en la enseñanza de la ley de signos en la potenciación y radicación.

Destrezas con Criterio de Desempeño

M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales.

M.4.1.6. Calcular raíces de números enteros no negativos que intervienen en expresiones matemáticas.

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en Z aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.







Objetivos:



- Resolver la potencia de números enteros con exponente natural y la raíz de enteros.
- Calcular el respectivo orden en las operaciones combinadas en Z con ayuda de tecnología.

Anticipación:

Actividad 1. Relaciona cada potencia con el resultado de multiplicar ese valor varias veces.

 2^2	 x  x 
 3^1	 x 
 1^3	

Actividad 2. Encierre cada una de las potencias con su respectivo nombre.

5^3

1. cinco al cuadrado
2. cinco al cubo
3. cinco a la cero

3^1

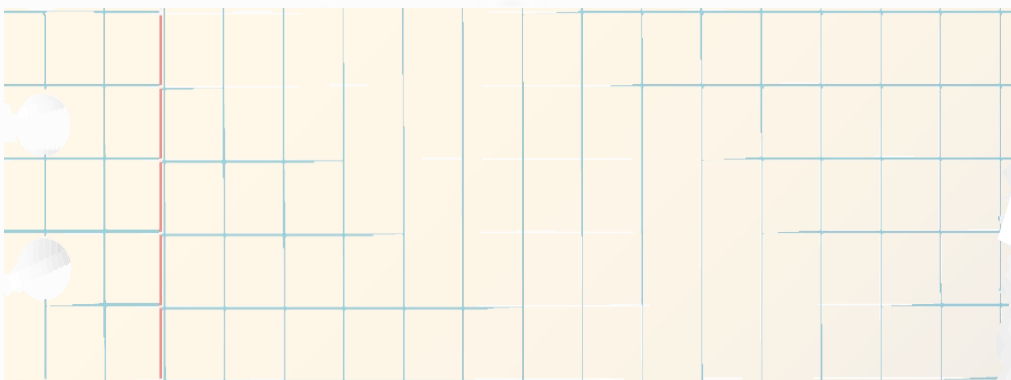
1. tres elevado a la uno
2. uno al cubo
3. tres

2^0

1. cero a la dos
2. dos
3. dos a la cero

Actividad 3. Resuelve el siguiente problema.

José tiene seis cajas con seis botes dentro y en cada bote tiene seis pinturas.
¿Cuántas pinturas tiene Leandro?



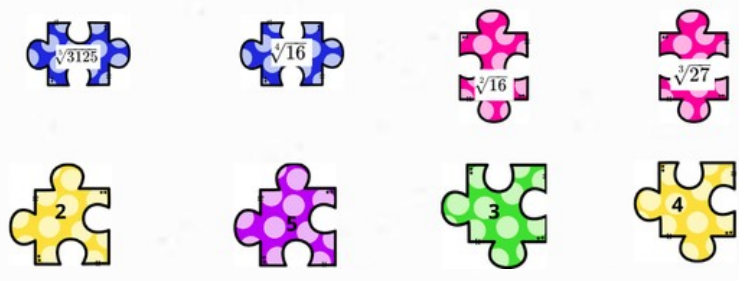
Actividad 4. Escribe el nombre de las siguientes raíces.

$\sqrt{4}$

$\sqrt[3]{9}$

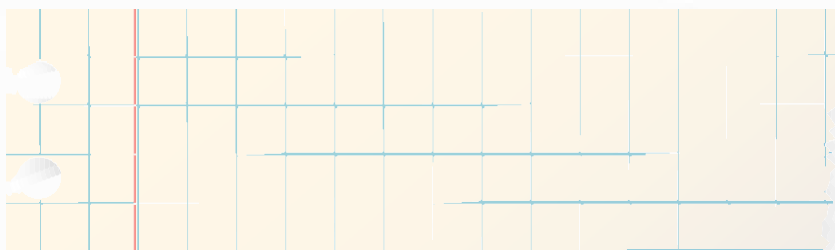
$\sqrt[4]{1}$

Actividad 5. Relacione con una línea cada operación con su resultado.



Actividad 6. Resuelve el siguiente problema.

Quike ordena sus cromos en filas, formando un cuadrado. Finalmente forma un cuadrado con 8 filas y 8 columnas. ¿Cuántos cromos posee Quike?



Preguntas de cierre.

1. Seleccione de las siguientes opciones, ¿Cuáles son los elementos de la operación potencia?

$$a^n = m$$

- a. exponente, base y potencia.
- b. radical, exponente y base.
- c. índice, exponente, base.
- d. base, radicando y raíz.

2. ¿Qué elementos conforman a la operación radicación? Escribe cada uno de ellos.

$$\sqrt[n]{a} = b$$

3. Observe las siguientes expresiones y responda las interrogantes.

♦ $7 \times 7 \times 7$

♦ $(5) \times (5) \times (5) \times (5) \times (5)$

♦ ¿Qué tienen en común ambas expresiones?

.....

♦ ¿Cuántas veces se ha repetido el mismo factor en cada una de las expresiones?

♦ ¿Cómo se representaría en potencia las expresiones anteriores?

Construcción:

Actividad 1. Potencias de base un número entero negativo y exponente natural

Resuelve las siguientes potencias en forma extendida, escribe el resultado e indica si las mismas son de exponente par o impar y su base es un número entero positivo o negativo, finalmente colorea la imagen de acuerdo al resultado.

$(-3)^3 =$

.....

$(-7)^4 =$

.....

$(-3)^6 =$

.....

$(-2)^5 =$

.....



Sugerencia: el mismo color del rostro es para las dos manos, la lengua es de color rojo, la pupila y las cejas del mismo color que el cabello.

Actividad 2. Operaciones con potencias de la misma base.

Coloque las fichas de dominó una a continuación de la otra de forma correcta, primero debe resolver la operación de potencia de la misma base y finalmente coloque el resultado correcto a su lado.

Ejemplo:

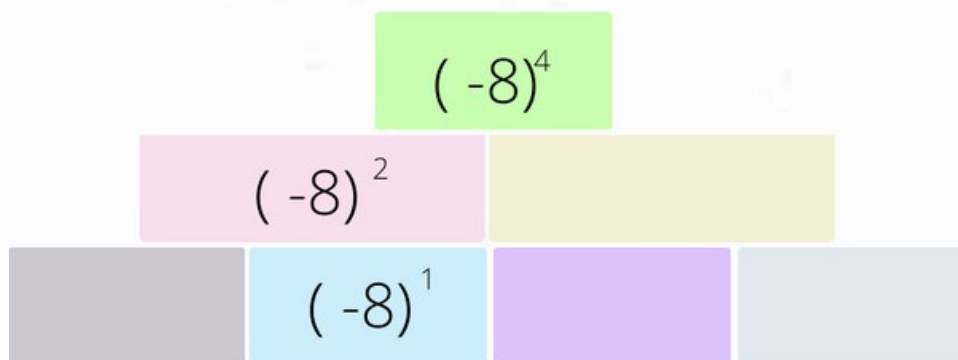
$$3^2 \times 3^7 = 3^{2+7} = 3^9$$

$(3)^1(3)^4 =$	$(-2)^6(-2)^0 =$
$(-5)^3(-5)^4 =$	$(+9)^2(+9)^2 =$
$(8)^2(8)^3 =$	$(-9)^1(-9)^4 =$
$(-4)^7(-4)^3 =$	$(-6)^6(-6)^4 =$

The tiles contain the following expressions:

- Orange tiles: 8 , $(-2)^3(-2)^2$, 3^9 , $(-6)^6(-6)^4$, 9^4 , $(-9)^1(-9)^4$, 3^4 , $(2)^2(2)^1$, -2^6 , $(-4)^7(-4)^3$, 8^5 , $(-5)^3(-5)^4$
- Blue tiles: $(-2)^5$, $(3)^3(3)^6$, $(-4)^{10}$, $(-5)^7$, $(-9)^5$, $(-2)^6(-2)^4$, $(8)^2(8)^3$, $(3)^1(3)^4$

Completa la pirámide que trata del producto de potencias con la misma base.

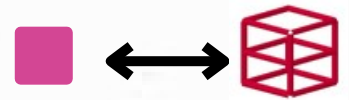


Represente el cociente de potencias de la misma base con exponente natural con regletas. Considere que cada ■ ■ regleta representa a los números enteros positivos como negativos respectivamente.

Ejemplo: $(-2)^3 = (-2)^6 : (-2)^3 = (-2)^{6-3}$



Los 8 montones representa a dos a la sexta, el resultado es lo que hay en cada montón, es decir dos al cubo.



La imagen del cuadrado de color magenta es la misma a la derecha. Esta representa dos al cubo que corresponde a dos veces dos al cuadrado.

♦ $(-5)^6 : (-5)^3$

.....

♦ $(-2)^7 : (-2)^2$

.....

♦ $(-3)^6 : (-3)^4$

.....

♦ $(+3)^5 : (+3)^4$

.....

Calcule el cociente de potencias encontrando las soluciones correctas para que puedas avanzar de principio a fin a través del laberinto.



Actividad 3. Potencia de una potencia

Obtén el año de fallecimiento de personas destacables para la matemática, resolviendo las operaciones que se encuentran debajo de estos nombres y finalmente busca los nombres en la sopa de letras.

HIPATIADALEJANDRÍA

$$(2^2)^2 + (3^2)^2 + (2^4)^2 + (2^2)^2 + (6^2)^2$$

LEIBINIZ

$$(2^2)^2 + (5^2)^2 + (2^2)^2 + (2^4)^2 + (2^4)^2 - 13$$

CARLFRIEDRICHGAUSS

$$(2^5)^2 + (5^2)^2 + (10^2)^2$$

SOPHIEGERMAIN

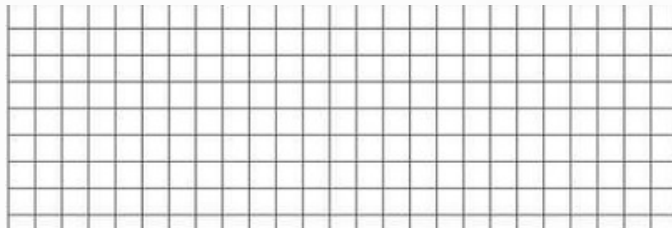
$$(3^4)^2 - ((-2)^4)^2 - (10^4)^2$$

JOSEPHLAGRANGE

$$(3^2)^2 + (5^4)^2 + (4^2)^2 + (5^2)^2 + (2^2)^2 + 14$$

SOFIAKOVALEVSKAYA

$$(2^5)^2 + (3^2)^2 + (10^2)^2 + (2^5)^2 + 6$$











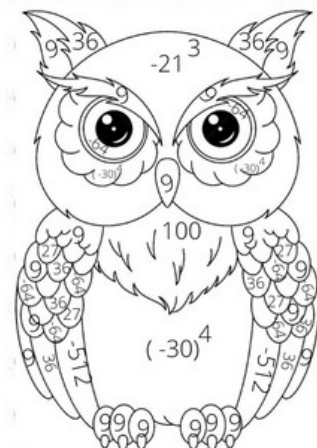
Calcula la potencia de una potencia de números enteros y coloque las fichas de dominó una a continuación de la otra.

$((-1)^3)^5$	-1^0	$(-1)^{15}$	$((-6)^1)^5$	$(-5)^2$	$((-2^2)^4)^2$
$(-6)^5$	$((2)^3)^2$	$(-3)^{16}$	$((-5)^2)^4$	$(5)^{30}$	$((-2^2)^4)^1$
$(-5)^8$	$((-5)^2)^1$	$(2)^6$	$((-3)^8)^2$	$(-2)^{16}$	$((5^5)^1)^6$

Actividad 4. Potencia de un producto

Resuelve las operaciones que se encuentran en la parte inferior y colorea cada una de las secciones del búho con sus colores correspondientes.

	$\bullet (-2 \times 4)^3 =$		$\bullet (-2 \times 5)^2 =$
	$\bullet (-3)^2 \times (+2)^2 =$		$\bullet (+3) \times (-7)^3 =$
	$\bullet (-1)^3 \times (-3)^3 =$		$\bullet (-6 \times 5)^4 =$
	$\bullet (+4)^3 \times (-1)^3 =$		$\bullet (-1)^2 \times (-3)^2 =$



Actividad 5. Potencia de un cociente

Relacione el cociente de cada uno de los números elevados al mismo exponente con la potencia de un cociente.

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{-1}\right)^4$$

$$\left(\frac{2}{-1}\right)^5$$

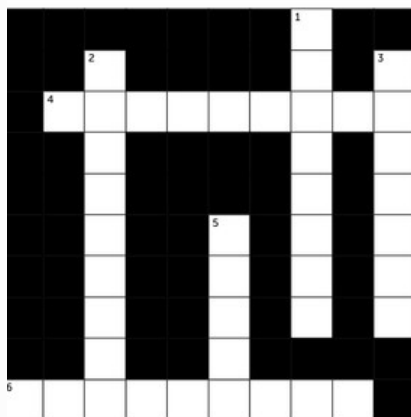
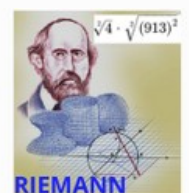
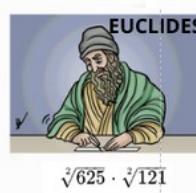
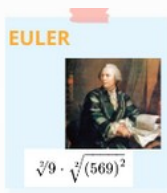
$$\left(\frac{-1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{-1}\right)^4$$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^5$$

Actividad 6. Producto de raíces

Obtén el año de fallecimiento de personas muy importantes para la matemática al efectuar las operaciones con radicales que se encuentran sobre las imágenes, luego complete el crucigrama.



HORIZONTAL

- 4 Considerado "el matemático occidental de mayor talento de la Edad Media" Falleció en 1240
- 6 filósofo, matemático y físico francés, falleció en 1650

VERTICAL

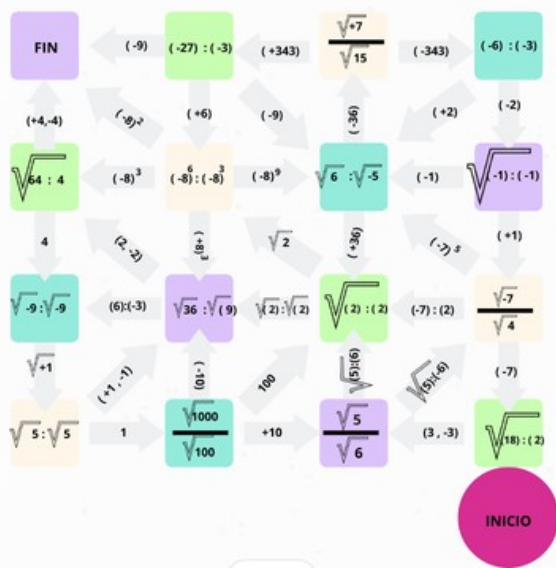
- 1 Euclides fue un matemático y geómetra griego. Falleció 275 a. C
- 2 Filósofo y matemático griego, falleció en 475 a.C
- 3 Matemático alemán, fallecimiento: 1866
- 5 Matemático y físico suizo, falleció en 1783

Actividad 6. Cociente de una raíz

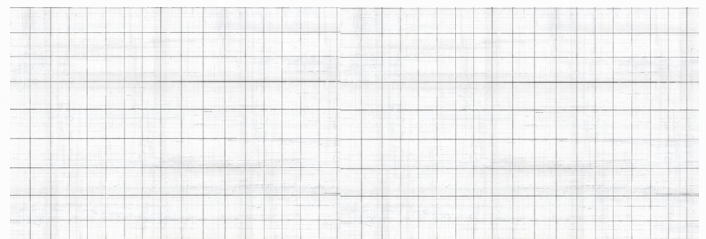
Relacione cada una de las raíces de sus números con la raíz de un cociente.



Efectué la operación del cociente de dos raíces cuadradas, hallé sus soluciones para que puedas avanzar de principio a fin a través del laberinto.

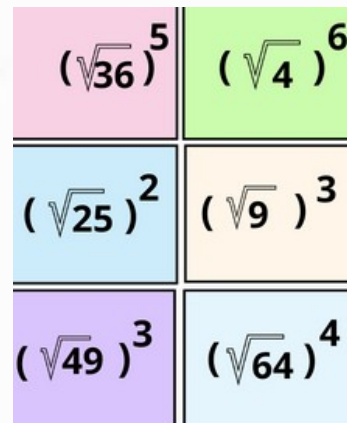
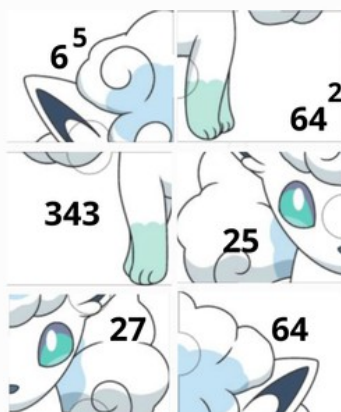


Entonces, pasas a la "x" a la derecha y después divides entre 2, después multiplicas por 3, sacas la raíz cuadrada pones el valor absoluto y te sale -3. ¿ está bien fácil no? -yo



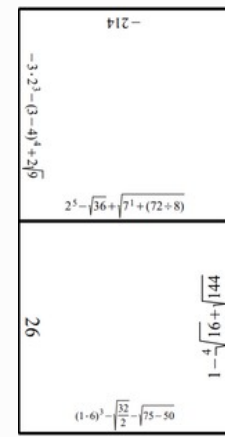
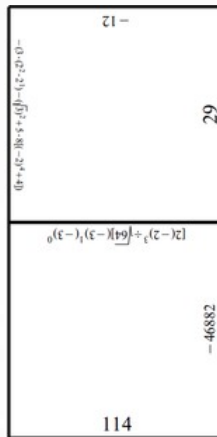
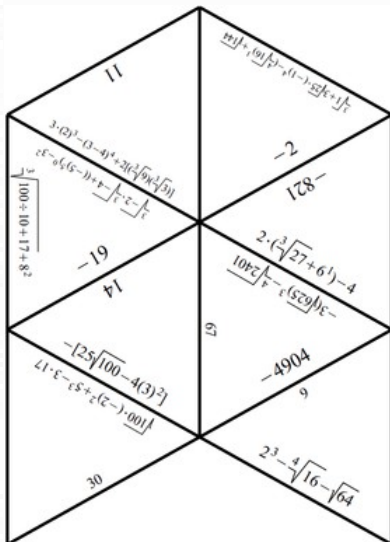
Actividad 7. Potencia de una raíz cuadrada

Halle la potencia de una raíz cuadrada de números enteros positivos y ubica cada pieza del rompecabezas de forma correcta. Pista: la pieza del rompecabezas tiene el mismo resultado que usted ha obtenido.



Actividad 8. Operaciones combinadas: potenciación y radicación. Tarzia Puzzle

Recorta cada una de las piezas que se debe armar para formar el puzzle, para ello resuelve las operaciones y busca la respuesta que se encuentran en las piezas.



Resuelve las operaciones



Preguntas de cierre.

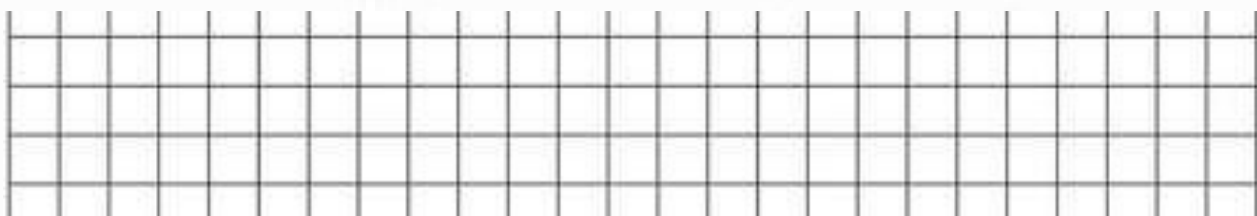
- ¿Por qué $(-a)$ elevado a un exponente par es positivo?
.....
.....
- ¿Por qué toda cantidad negativa dentro de un paréntesis y elevado a un exponente impar tiene como resultado una potencia negativa?
.....
.....
- ¿Por qué el producto de potencias de igual base no es lo mismo que la potencia de un producto?
.....
.....
- ¿Es lo mismo la potencia de un cociente que el cociente de potencias de igual base?
.....
.....

- ♦ ¿Cuáles son las raíces de 16?
- ♦ ¿Existe un número entero que corresponda a la raíz cuadrada de un entero negativo?
.....
.....
- ♦ ¿Cómo se justificaría que -2 es una raíz cuarta de 16?
.....
.....

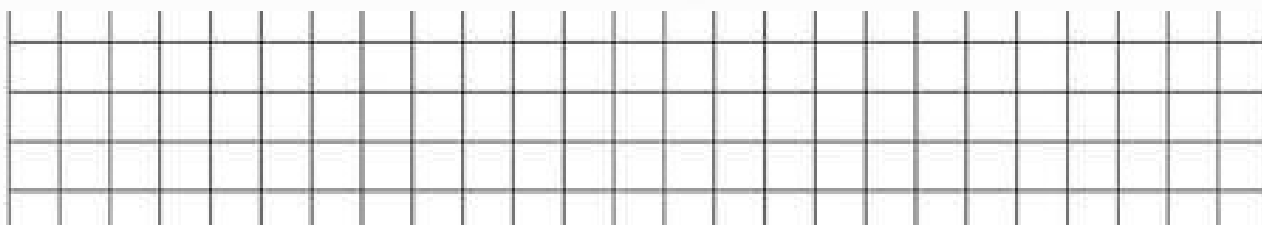
Consolidación:

Actividad 1. Analiza y resuelve los siguientes problemas.

- ♦ En el centro de una plaza se ubica un jardín cuadrado de 625 metros cuadrados de área. Si el lado de la plaza tiene de dimensión 95 metros. ¿Cuánto mide de ancho la vereda que bordea el jardín central?



- ♦ Joseph trajo de su viaje tres paquetes con tres cajas cada uno, cada caja tiene 3 bolsas y cada bolsa tiene dos lápices. ¿Cuántos lápices trajo Joseph de su viaje?



Actividad 2. Responde si los siguientes enunciados son verdaderos (V) o falsos (F).

- ♦ La suma de dos cuadrados perfectos es un cuadrado perfecto. ()
- ♦ El producto de dos cuadrados perfectos es un cuadrado perfecto. ()
- $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a \pm b}$ ()

Actividad 3. Justifica la respuesta.

- ♦ ¿En la igualdad $(-1)^n$ exponente a la n es igual a 1, el exponente puede ser cero?

- ♦ ¿Es posible afirmar que (-4) al cuadrado es lo mismo que -4 al cuadrado?

.....

.....

- ♦ ¿Todos los números negativos tienen raíz cuarta?

.....

- ♦ Las raíces de índice par de números negativos son enteros.

.....

.....

Preguntas de cierre

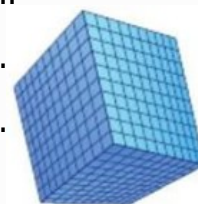
Un cubo de 1m de arista está formado por pequeños cubos de 1 cm de arista.

- ♦ Si se colocaran los cubos pequeños uno encima del otro, ¿qué altura alcanzaría?

.....

.....

.....



- ♦ ¿cuántos cubos pequeños forman el cubo grande?

.....

.....

Autoevaluación:

- 1) ¿Qué entiende por potenciación?

.....

.....

- 2) Define en breves palabras, ¿Qué es la radicación?

.....

.....

.....

- 3) Exprese la ley de signos en la potenciación.

.....

.....

.....

- 4) Describe la ley de signos en la radicación.

.....

.....

.....

.5) Defina cada propiedad de la potenciación de números enteros.

.....

.....

.....

.....

.....

6) Explique cada propiedad de la radicación de números enteros.

.....

.....

.....

.....

7) Dada la definición del autor/ libro acerca de la ley de signos en la suma, resta, multiplicación y división con números enteros. Comparar con sus respuestas:

♦ **Potenciación: (Pregunta 1)**

Según (Ortiz et al., 2012) es una operación que permite escribir de forma simplificada el producto de factores iguales.

♦ **Radicación: (Pregunta 2)**

Parafraseando a (Ortiz et al., 2012) la radicación es la operación inversa a la potenciación porque permite encontrar la base que puede ser positiva y negativa (la raíz) partiendo de lo que se conoce la potencia (el radicando) y el exponente (índice).

♦ **Ley de signos en la potenciación: (Pregunta 3)**

Si el exponente de la potencia es par o impar con base positiva, la potencia es positiva (Ortiz et al., 2012). Si la base es negativa con exponente par es positiva y con exponente impar la potencia es negativa (Ortiz et al., 2012).

♦ **Ley de signos en la radicación: (Pregunta 4)**

La raíz de índice par de un número positivo será positiva, la raíz de índice impar de un número negativo es negativa (Ortiz et al., 2012).

♦ **Producto de potencias de igual base. (Pregunta 5)**

En (Ortiz et al., 2012) para efectuar la multiplicación de dos o más potencias de igual base, hay que dejar la base y sumar exponentes.

