

# UCUENCA

Facultad de Ingeniería  
Carrera de Ingeniería Civil

Diferencia entre fórmulas empíricas para la predicción del coeficiente de Manning físico y efectivo

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Ingeniera Civil

Autora:

Katherine Estefanía Narea Cárdenas

CI: 0104996673

Correo electrónico(personal): katy\_10-1997@hotmail.com

Director:

Esteban Remigio Sánchez Cordero

CI: 0103665634

Co-Director:

Juan Sebastián Cedillo Galarza

CI: 0104057351

**Cuenca, Ecuador**

18-noviembre-2022

## Resumen

En este estudio se realiza una comparación entre parámetros de rugosidad efectivos y medidos, junto con un análisis del desempeño de diversas ecuaciones empíricas para la predicción del coeficiente de rugosidad. Así, tres morfologías más comunes presentes en ríos de montaña son utilizadas: Cascada, Lecho Plano y Grada. Los parámetros físicos de rugosidad fueron obtenidos previamente de estudios realizados por Cedillo et al., (2021a) en un estudio que abarca múltiples mediciones en campo de diversas variables hidráulicas. Mientras que los parámetros de rugosidad efectivos se estimaron a partir de un análisis de la metodología GLUE implementada en el modelo hidrodinámico 1D - HEC-RAS. La estimación de dichos parámetros efectivos se logró a partir del análisis del grado de ajuste del modelo con relación a los datos de campo denominado likelihood. La diferencia entre los coeficientes efectivos y medidos depende de la magnitud del flujo y de la morfología.

Además, se realiza un análisis de predictibilidad mediante el uso de diversas ecuaciones empíricas para encontrar el coeficiente de rugosidad: Bathurst, (1985) y semilogarítmicas de Bathurst, (2002), ecuaciones de geometría hidráulica adimensional (NDHG) establecidas por Ferguson, (2007), Rickenmann & Recking, (2011), Cedillo et al., (2021a) y Cedillo et al., (2021b). Las comparaciones se realizan tanto con parámetros efectivos, así como físicos. Los resultados son analizados mediante el uso de las métricas: Error Absoluto (MAEa), Error Medio Cuadrático (RMSEa) y Eficiencia (Ef).

Los resultados muestran que las ecuaciones adimensionales (NDHG) presentan mejor predictibilidad en comparación con las ecuaciones exponenciales y semilogarítmicas; por su parte, la ecuación de Cedillo et al., (2021b) que fue calibrada con los datos de rugosidad medidos tiene una mejor predictibilidad que aquellas obtenidas por (Ferguson, 2007) y (Rickenmann & Recking, 2011). Mientras que, para el caso de rugosidad efectiva la ecuación de Cedillo et al., (2021b) para Lecho Plano y Grada tiene mejor desempeño que las propuestas por (Ferguson, 2007) y (Rickenmann & Recking, 2011). En cuanto a una comparación de curvas likelihood con los resultados de Pappenberger, Beven, Horritt, & Blazkova, (2005) se pudo definir cierta similitud en un tipo de curva analizada por dicho autor donde se aprecia un valor máximo bien definido empleado como coeficiente de rugosidad efectiva.

**Palabras clave: Parámetros de rugosidad efectiva. Ecuaciones empíricas de predicción. Metodología GLUE. Modelo hidrodinámico HEC-RAS. Curvas Likelihood. Ecuaciones de geometría hidráulica adimensional (NDHG).**

## Abstract

In this research, a comparison between effective and physical roughness parameters is carried out, together with an analysis of the performance of empirical equations for the prediction of the roughness coefficient. For this reason, three most common morphologies present in mountain rivers are used: Cascade, Plane-bed and Steep-pool. The physical roughness parameters were previously obtained from studies carried out by Cedillo et al., (2021a) in a study that includes multiple field measurements of various hydraulic variables. On the other hand, the effective roughness parameters were estimated from an analysis of the GLUE methodology implemented in the 1D hydrodynamic model in HEC-RAS. The estimation of these effective parameters was achieved from the analysis of the degree of adjustment of the model in relation to the field data called likelihood. The difference between the effective and physical coefficients depends on the magnitude of the flow and the morphology.

In addition, a predictability analysis is performed through the use of various empirical equations to find the roughness coefficient: Bathurst, (1985) and Bathurst's semi-logarithmic equations, (2002), Nondimensional Hydraulic Geometry Equations (NDHG) established by Ferguson, (2007), Rickenmann & Recking, (2011), Cedillo et al., (2021a) and Cedillo et al., (2021b). Thus, the comparisons are made with both effective and physical parameters and the results are analyzed using the metrics: Absolute Error (MAE), Root Mean Square Error (RMSE) and Efficiency (Ef).

The results show that the Nondimensional Hydraulic Geometry Equations (NDHG) present better predictability compared to the exponential and semilogarithmic equations. The equation established of Cedillo et al., (2021b) that was calibrated with the physical roughness data has a better predictability than those obtained by (Ferguson, 2007) and (Rickenmann & Recking, 2011). For the case of effective roughness, the equation established of Cedillo et al., (2021b) for Plane-bed and Step-pool has better performance than those proposed by (Ferguson, 2007) and (Rickenmann & Recking, 2011). On the other hand, regarding a comparison of likelihood curves with the results of Pappenberger, Beven, Horritt, & Blazkova, (2005), the curves obtained in this research have similarity in a type of curve analyzed by Pappenberger, Beven, Horritt, & Blazkova, (2005) where a well-defined maximum value is used as the effective roughness coefficient.

**Keywords:** Effective roughness parameters. Empirical prediction equations. GLUE Methodology. HEC-RAS hydrodynamic model. Likelihood curve. Non-dimensional hydraulic geometry (NDHG) equations.

## Índice de contenido

Resumen .....	2
Abstract .....	3
Índice de contenido.....	4
Índice de figuras .....	5
Índice de tablas .....	5
Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional.....	6
Cláusula de propiedad intelectual .....	7
Dedicatoria .....	8
Objetivo General .....	9
Objetivos Específicos .....	9
1. Introducción.....	10
2. Metodología.....	12
2.1 Área de estudio.....	12
2.2 Datos de campo .....	12
2.3 Coeficientes de rugosidad efectivos .....	15
2.4 Desempeño de las métricas .....	16
2.5 Comparación de coeficientes.....	17
3. Resultados.....	19
3.1 Curvas GLUE.....	19
3.2 Comparación entre $n$ medido y $n$ efectivo.....	19
3.3 Dispersión de los valores de rugosidad .....	20
3.4 Desempeño de ecuaciones empíricas en la predicción de $n$ efectivo y $n$ medido .....	20
3.5 Comparación de coeficientes.....	21
4. Discusión .....	25
4.1 Curvas likelihood.....	25
4.2 Comparación entre $n$ efectivo y $n$ medido.....	25
4.4 Comparación entre los coeficientes .....	26
5. Conclusiones.....	27
6. Referencias .....	28

## Índice de figuras

Figura 1.- Mapa del observatorio hidrodinámico en el río Quinuas.....	12
Figura 2.- Discretización de las zonas de estudio: (a) Grada 1, (b) Cascada 3 y (c) Lecho Plano 1. ....	14
Figura 3.- Curvas de conductancia. ....	14
Figura 4.- Ejemplo de resultado del ensayo GLUE para un caudal de $0.154 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ correspondiente a una morfología tipo Lecho Plano. ....	19
Figura 5.- Comparación de los valores de rugosidad medidos, predictivos y calibrados. (a) Lecho Plano; (b) Grada; (c) Cascada. ....	22
Figura 6.- Dispersión de las predicciones de $n$ efectivo y $n$ medido. (a) Lecho Plano; (b) Grada; (c) Cascada.	23

## Índice de tablas

Tabla 1. Criterio de evaluación de Ritter & Muñoz-Carpena, (2013). ....	17
Tabla 2. Error absoluto, error cuadrático medio y eficiencia de los $n$ efectivos y medidos para tres tipos de morfologías.....	24
Tabla 3. Comparación entre los coeficientes $a_1$ , $a_2$ y $a_3$ efectivos y medidos para Lecho Plano, Grada y Cascada.....	24

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Katherine Estefanía Narea Cárdenas en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Diferencia entre fórmulas empíricas para la predicción del coeficiente de Manning físico y efectivo", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 18 de noviembre de 2022



---

Katherine Estefanía Narea Cárdenas

C.I: 0104996673

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Katherine Estefanía Narea Cárdenas, autora del trabajo de titulación "Diferencia entre fórmulas empíricas para la predicción del coeficiente de Manning físico y efectivo", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 18 de noviembre de 2022



---

Katherine Estefanía Narea Cárdenas

C.I: 0104996673

## Dedicatoria

El presente trabajo de titulación está dedicado a docentes, director, co-director de tesis, compañeros, familiares y amigos quienes han sido parte de esta gran labor gracias a sus esfuerzos, dedicación y preocupación tanto a nivel educativo como emocional. Aquellas personas que a lo largo de este trayecto han sido un pilar fundamental para el aporte al conocimiento y apoyo para el futuro desempeño profesional.



## **Objetivo General**

Establecer la diferencia entre fórmulas empíricas para predecir el coeficiente de rugosidad físico y efectivo en ríos de montaña para tres morfologías más comunes Lecho Plano, Grada y Cascada.

## **Objetivos Específicos**

1. Comparación de los coeficientes de rugosidad efectivo y medido para diferentes caudales.
2. Aplicabilidad de las diferentes ecuaciones empíricas para la predicción de los coeficientes efectivos.
3. Calibración de la ecuación empírica con el mejor desempeño y comparación de sus cambios frente a la original.

## 1. Introducción

El coeficiente de rugosidad contiene mecanismos de disipación de flujo en un canal abierto. Sin embargo, al utilizar dicho parámetro en un modelo hidrodinámico este coeficiente contiene procesos adicionales, los cuales resultan en valores diferentes a los medidos. Los ríos de montaña poseen características que generan una resistencia al flujo diferente a sus pares en pendiente plana añadiendo procesos disipativos que son contenidos en el parámetro de rugosidad. Los modelos hidrodinámicos unidimensionales son altamente sensibles al coeficiente de rugosidad por lo que se requiere ecuaciones de predicción de parámetros de rugosidad efectiva que permitan tener resultados físicamente representativos.

En la literatura referente a predicción de parámetros de rugosidad existen diferentes tipos de ecuaciones para su predicción. Bathurst, (1985) obtuvo una expresión semilogarítmica usando una combinación de datos de campo y de laboratorio. Por un lado, los datos de campo provienen de zonas de estudio típicas de ríos con una pendiente importante en montañas británicas obteniendo la siguiente expresión  $(8/f)^{0.5}=5.62*\log(d/D_{84})+4$ , donde  $d$  es la profundidad de agua y  $D_{84}$  es el percentil de la distribución del tamaño a partir de datos obtenidos. Años más tarde el mismo autor Bathurst, (2002) propone la ley de potencia generalizada con una ecuación de resistencia mediante el empleo de exponentes de ajustes que depende de los datos de calibración, en este caso valores de 0.547 como exponente de ajuste determina la siguiente ecuación de resistencia  $(8/f)^{0.5}=3.84*(d/D_{84})^{0.547}$  para gradientes menores al 0.8%, aplicado a corrientes poco profundas y exponentes de ajuste de 0.93 que determina la siguiente ecuación de resistencia  $(8/f)^{0.5}=3.10*(d/D_{84})^{0.93}$  aplicado a zonas con gradientes mayores al 0.8%. Para estas dos últimas ecuaciones de resistencia el autor empleó datos de campo de Reino Unido, Estados Unidos y República Checa. La finalidad de esta ecuación de resistencia es emplear  $D_{84}$  como altura de rugosidad y el radio hidráulico en lugar de la profundidad media lo que evidencia la disponibilidad de datos para su predicción y para pendientes de superficie de agua dentro del 5% de la pendiente de energía. Por otra parte el autor Ferguson, (2007) combina dos ecuaciones de resistencia al flujo de ley de potencia una para caudales profundos y otras para caudales poco profundos. Por tanto, propone una ecuación adimensional relacionando una velocidad adimensional  $U^*$  con un caudal unitario adimensional  $q^*$ , así como una segunda ecuación de resistencia de potencia variable para flujos superficiales  $(8/f)^{0.5}=[c_1*c_2*(d/D_{84})]/[(c_1^2*c_2^2*(d/D_{84})^{5/3})^{0.5}]$  a partir de datos obtenidos de Reino Unido, Estados Unidos, Nueva Zelanda e Italia. Años más tarde, Rickenmann & Recking, (2011) modificaron  $U^*$  y  $q^*$  con la finalidad de emplear nuevas definiciones para variables adimensionales en términos de ecuación de geometría hidráulica adimensional que permita desarrollar una nueva ecuación de resistencia de flujo. Estas nuevas definiciones permiten mejorar el rendimiento general a través del enfoque de Ferguson, (2007). Bajo estas consideraciones, Rickenmann & Recking, (2011) adiciona la pendiente de energía dando como resultado  $U^{**}$  y  $q^{**}$  para encontrar las ecuaciones de hidráulica adimensional (NDHG) a partir de un análisis de 3942 mediciones tomadas de la literatura y de mediciones en campo en lechos de grava con pendientes que llegan hasta el 24% y para diferentes morfologías. Por último, Cedillo et al., (2021a) tomó datos bajo diferentes magnitudes de caudal en tres morfologías más comunes en ríos de montaña: una grada, una cascada y un lecho plano. El sitio de estudio fue el río Quinuas, producto de esta investigación se obtuvo una metodología para estimar los parámetros de una ecuación hidráulica adimensional (NDHG).

Dada la amplia variedad de ecuaciones empíricas, las cuales han sido obtenidas usando diferentes datos, se resalta la necesidad de hacer una comparación de su predictibilidad de rugosidad medida, así como con coeficientes efectivos. Para la rugosidad medida se utilizan los datos de medición del río Quinuas para una morfología tipo grada, una cascada y un lecho plano. La rugosidad efectiva se obtiene de ensayos del tipo Generalized Likelihood Uncertainty Estimation (GLUE), los cuales nos indican el rango de valores de rugosidad que producen un modelo con resultados más cercanos a las mediciones de calado. Las ecuaciones de geometría hidráulica adimensional (NDHG) han mostrado un mejor desempeño al momento de predecir los coeficientes efectivos y físicos debido a su capacidad para representar los cambios en la resistencia al flujo en el sitio y entre sitios, los cuales son representados por  $q^{**}$  y  $S_F$  (Aberle & Smart, 2003) y

# UCUENCA

(Zimmermann, 2010). Por otro lado, Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) tienen un mejor desempeño prediciendo parámetros efectivos y la metodología desarrollada en Cedillo et al., (2021b) ha demostrado que puede generar buenas predicciones a pesar de usar una cantidad limitada de datos. Las ecuaciones encontradas basándose en el método de Cedillo et al., (2021b) tuvieron un mejor desempeño en la predicción de valores medidos, sin embargo, para el caso de rugosidad efectiva en Cascada (Ferguson, 2007) y (Rickenmann & Recking, 2011) tuvieron un mejor desempeño.

## 2. Metodología

### 2.1 Área de estudio

Los valores disponibles para el presente estudio han sido obtenidos del río Quinuas localizado en la cordillera de los Andes que pertenece a la provincia del Azuay, Ecuador. Dichos datos han sido obtenidos de un tramo de 1.5 km del río situado entre 0+000 a 3664.4 msnm y 1+431.13 a 3605.77 msnm (Ver Figura 1). El tramo mencionado consta de una pendiente media del 4% y de diferentes morfologías dentro de las cuales se pueden mencionar a las más representativas de la zona: lecho plano, cascada y grada. De las seis morfologías disponibles del tramo de estudio se seleccionó: Grada 1, Lecho Plano 1 y Cascada 3. Esta debido a que estos sectores de análisis contienen los mejores datos del observatorio.

En la Figura 1 se pueden observar las 3 morfologías seleccionadas a lo largo del Río Quinuas. Grada 1 se localiza a 220 m, Lecho Plano 1 se localiza a 490 m y Cascada 3 se localiza a 730 m desde el inicio de la zona de estudio representada mediante un círculo de color verde (círculo del lado izquierdo de la Figura 1).

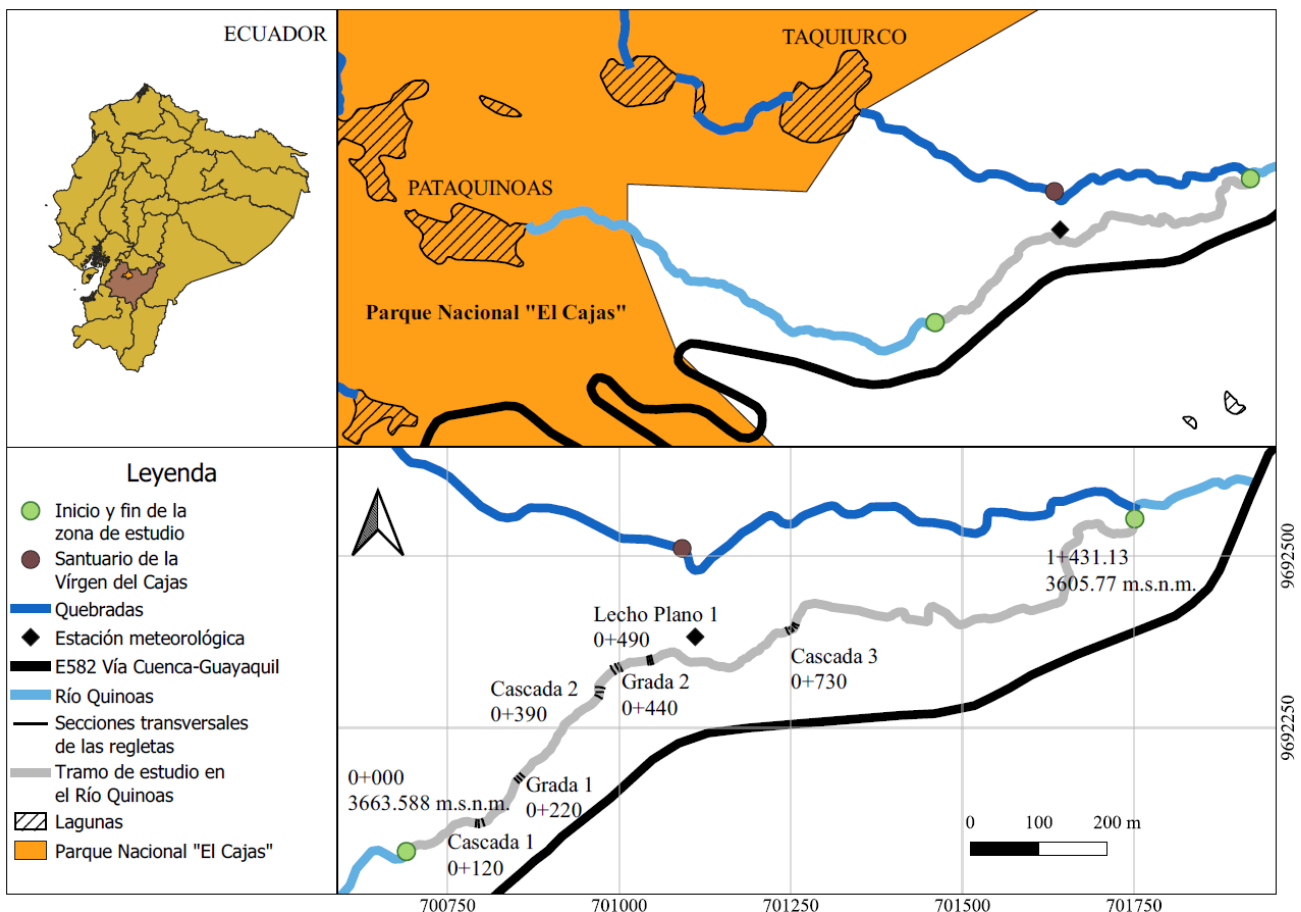


Figura 1.- Mapa del observatorio hidrodinámico en el río Quinuas.

### 2.2 Datos de campo

Con el fin de estimar el coeficiente de rugosidad, se requiere de la medición de distintas variables en el río, para lo cual se dividió el tramo de estudio en tres secciones transversales para el caso de Grada 1 y Lecho Plano 1 y en cinco secciones transversales para la Cascada 3. Dichas secciones transversales se encuentran señaladas en campo con regleta como se muestra en la Figura 2. El objetivo de esta división es tomar datos en distintas secciones transversales del tramo en estudio dada su variabilidad. Posteriormente, dichas mediciones se

promedian para hallar los distintos parámetros necesarios para estimar el coeficiente de rugosidad. Para ello, se hizo un levantamiento topográfico a detalle de cada uno de los sitios de estudio mediante el uso de una estación total y un GPS diferencial.

Por una parte, el ancho mojado se estimó con una cinta métrica excluyendo el ancho de las rocas que se localizan por encima del nivel del agua y de manera similar se midió la altura de agua en cada sección transversal.

Así también, el caudal y la velocidad promedio de la zona de estudio se estimaron usando el método de los trazadores. En el cual se empleó como trazador sal de mesa y sensores de conductividad en la primera y última regleta de la zona de estudio dándonos dos curvas de conductancia como las mostradas en la Figura 3. De esta forma, el caudal se estima mediante un balance de masas dado por la Ecuación 1.

$$Q = \frac{M}{\sum C_t \cdot t_{in}} \quad (1)$$

En donde:

$M$  es la masa del trazador

$C_t$  es la concentración

$t_{in}$  es el intervalo de tiempo

La velocidad media en la zona de estudio viene dada por la razón entre la distancia entre las regletas ( $L$ ) en donde se encuentran los equipos y el tiempo de viaje entre estas ( $T$ ) como se representa en la Ecuación 2. Donde, el tiempo de viaje es la diferencia del tiempo de cada una de las curvas de conductancia ( $T = t_{h2} - t_{h1}$ ), el cual se determina mediante el método armónico (Ver Figura 3).

$$U = \frac{L}{T} \quad (2)$$

$$\int_0^{\infty} C(x,t) \cdot dt = I_x \quad (3)$$

$$t_H = \frac{1}{\int_0^{\infty} \frac{px(t) \cdot dt}{t}}; px(t) = \frac{C(x,t)}{I_x} \quad (4)$$

Otra variable como la profundidad promedio ( $d$ ) se calculó empleando la ecuación de continuidad asumiendo que la sección transversal es rectangular (Ecuación 5), con un ancho mojado ponderado ( $w$ ) y los datos de velocidad ( $U$ ) y caudal hallados previamente ( $Q$ ) es posible estimar la altura promedio ( $d$ ), la cual es empleada en las ecuaciones empíricas:

$$Q = UA = Uwd \quad (5)$$

En donde:

$Q$  es la descarga

$U$  es la velocidad media

$A$  es el área debajo de la superficie de agua, misma que se puede expresar como la multiplicación del ancho mojado ( $w$ ) y la profundidad media del agua ( $d$ ).



(a) Grada 1



(b) Cascada 3



(c) Lecho Plano 1

Figura 2.- Discretización de las zonas de estudio: (a) Grada 1, (b) Cascada 3 y (c) Lecho Plano 1.

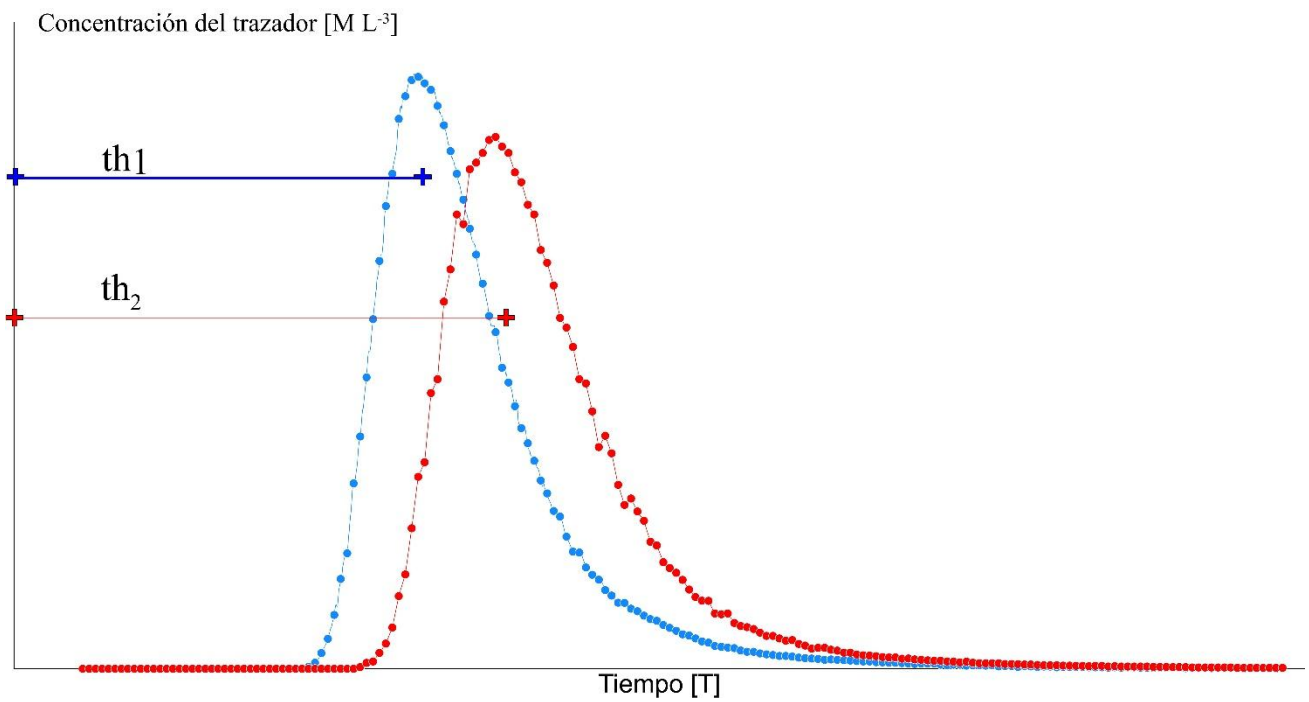


Figura 3.- Curvas de conductancia.



Otra variable necesaria es el coeficiente de rugosidad ( $f$ ) que se estima con la Ecuación 6. Para lo cual requiere de variables como la pendiente de la línea de energía ( $S_F$ ), la cual se aproxima mediante una interpolación lineal tomando los niveles de agua en las diferentes regletas. El radio hidráulico, el cual es tomado como el promedio obtenido en las distintas secciones transversales, la aceleración de la gravedad y la velocidad media:

$$f = \frac{8 g R_H S_F}{U^2} \quad (6)$$

Donde:

$g$  es la aceleración de la gravedad

$R_H$  es el radio hidráulico

$S_F$  representa la pendiente de energía

$U$  es la velocidad.

Para finalmente, el coeficiente de rugosidad ( $f$ ) ser transformado en el parámetro de rugosidad de Manning empleando la Ecuación 7:

$$PRP = n = \left( f \frac{R h^{\frac{1}{3}}}{8g} \right)^{0.5} \quad (7)$$

### 2.3 Coeficientes de rugosidad efectivos

La rugosidad efectiva se estimó mediante un modelo HEC-RAS estacionario unidimensional, variando el parámetro de rugosidad para el cual se adaptó el código de Goodell, (2014). Para lo cual, cabe mencionar que los valores de coeficiente de rugosidad de Manning correspondiente a los parámetros medidos cubren todas las posibles variaciones. Es decir, el rango impuesto es de 0.03-0.5 usando el criterio del valor mínimo recomendado por Brunner (2021) para ríos de montaña. Aunque, en la morfología tipo Grada el rango fue extendido a valores de hasta 0.7 para flujos bajos debido a que el rango anterior de 0.03-0.5 no era suficientemente amplio para capturar un pico en la curva de probabilidad de likelihood.

La función que estimó el grado de ajuste del modelo a los datos de campo es una combinación de promedio de errores y de una medida de dispersión: el error cuadrático medio (RMSE), el error medio (MAE) y la desviación estándar de los residuos (SDR). Estas métricas se encontraron aplicando la Ecuación 8. Donde, RMSE y MAE representan la media de los errores que tienen diferentes pesos, mientras que SDR es una dispersión de las medidas de los residuos. Siendo likelihood igual a uno cuando las medidas coinciden exactamente con el valor del resultado del modelo:

$$Likelihood = 1 - \frac{RMSE}{Om} - \frac{MAE}{Om} - \frac{MSDR}{Om} \quad (8)$$

Y donde  $Om$  es la media de los valores medidos.

## 2.4 Desempeño de las métricas

Para evaluar el desempeño del modelo se empleó tres diferentes métricas. La raíz del error cuadrático medio (RMSE) (Ver Ecuación 9), el cual es un método cualitativo basado en la estimación de errores, donde aquellos errores más grandes poseen un mayor peso con respecto a los más pequeños. El error medio (MAE) (Ver Ecuación 10). Y el índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe (Ef) (Ver Ecuación 11), el cual es una métrica que ofrece un rango determinado con el fin de determinar el nivel de aceptabilidad del modelo. Del cual los autores, Ritter & Muñoz-Carpena, (2013) establecen una tabla de valores para determinar dicho nivel de aceptabilidad del modelo. A diferencia de RMSE y MAE, los cuales se establecen como un porcentaje para evidenciar la variabilidad del parámetro efectivo en función del promedio de los valores medidos.

Tanto el error cuadrático medio (RMSE) como el error absoluto (MAE) son empleados para evaluar modelos estadísticos. Sin embargo, Willmott y Matsuura (2005) sugieren que el valor de MAE es un mejor indicador para el análisis en comparación con RMSE el cual podría ofrecer resultados ambiguos debido a que las sumas de los cuadrados analizado con el indicador RMSE tienen ambigüedades. Esto debido a que RMSE es un indicador más apropiado para representar el rendimiento que posee el modelo mientras que el MAE ofrece buenos resultados como indicador cuando se espera que la distribución del error sea gaussiana.

A pesar de eso no se puede asegurar que RMSE sea un mejor indicador que MAE, o viceversa. Es por eso que se emplean los dos para representar el rendimiento de los modelos estadísticos. Considerando que RMSE ha sido empleado para analizar el rendimiento de modelos de investigación enfocados en estudios como la meteorología, la calidad del aire y del clima. O de ser necesario, se recomienda emplear múltiples métricas para proporcionar un amplio abanico de distribución de los errores en el análisis de un modelo, en especial cuando indicadores como el caso del RMSE y MAE proporcionan valores diferentes entre sí.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (9)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (10)$$

Donde:

$e_i$  es el error (diferencia entre el valor calculado y el valor medido)

$n$  es el número de datos a analizar

Por otra parte, Ritter & Muñoz-Carpena, (2013) establece el coeficiente de eficiencia (Ef), el cual se ve afectado por factores como valores atípicos, sesgos del modelo y datos repetidos. Por ello, su interpretación a menudo suele ser subjetiva y puede estar sesgada. Sin embargo, este indicador es muy empleado puesto a que presenta una bondad de ajuste del modelo como una guía para evaluar los modelos prácticos.

$$Ef = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2} \quad (11)$$

Donde:

$\bar{O}$  es la media de los valores observados

$O_i$  corresponde al valor observado



$P_i$  corresponde a los valores calculados por el modelo

$N$  es el número de datos a analizar

En la Tabla 1 se muestra el criterio de clasificación del modelo en función del valor de eficiencia (Ef) que presente el modelo de predicción:

Tabla 1. Criterio de evaluación de Ritter & Muñoz-Carpena, (2013).

Desempeño	Ef
Muy bueno	$\geq 0.90$
Bueno	0.80-0.90
Aceptable	0.65-0.80
Insatisfactorio	$< 0.65$

## 2.5 Comparación de coeficientes

Se realiza una comparación de los coeficientes empleados por las metodologías desarrolladas por los dos autores Cedillo et al., (2021b) y Ferguson, (2007). Bajo el criterio de Cedillo et al., (2021b), los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  se obtienen de la curva de calibración que relaciona  $\log U^{**}$  y  $\log q^{**}$ . La cual es de la forma:

$$y = m x + a \quad (12)$$

Donde los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  corresponden a:

$$m = a_2 = m_0 \quad (13)$$

$$a_3 = \frac{1 - m}{2} \quad (14)$$

$$a_1 = \frac{10^a}{S_f^{a_3}} \quad (15)$$

Siendo  $S_f$  la pendiente del fondo del lecho:

$$S_f = 0.0316 \text{ para Lecho Plano}$$

$$S_f = 0.061 \text{ para Grada}$$

$$S_f = 0.085 \text{ para Cascada}$$

$a$  es el término independiente resultado de la calibración de la curva (Ecuación 12) que se realiza tanto para coeficientes efectivos como medidos.

Por otra parte, Ferguson, (2007) obtiene los coeficientes a partir del análisis de la velocidad bajo la consideración de flujos poco profundos:

$$U_* = a_1^{0.4} q_*^{a_2} S^{a_3} \quad (16)$$

Para valores de:  $a_1 = 2.36$ ,  $a_2 = 0.6$  y  $a_3 = 0.2$  y  $S = 0.085$  (pendiente del fondo del lecho en Cascada), donde a su vez:

$$q^* = \frac{q}{g * D_{84}^3} \quad (17)$$

Siendo  $q$  el valor del caudal,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $D_{84}$  es el percentil de la distribución del tamaño que se obtiene a partir de los datos obtenidos.

Por último, con el propósito de realizar una comparación entre los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  efectivos y medidos se aplica la siguiente relación en porcentaje para evidenciar la diferencia entre estos dos parámetros:

$$r (\%) = \frac{\text{coeficiente}_{efectivo} - \text{coeficiente}_{medido}}{\text{coeficiente}_{efectivo}} * 100 \quad (18)$$

## 3. Resultados

### 3.1 Curvas GLUE

El resultado del ensayo GLUE presentado en la Figura 4 muestra dos curvas de calibración. Por su parte la curva del lado derecho está conformada por puntos resultado de un modelo que no convergió por ende se descartan dichos valores por ser carentes de sentido físico. En cambio, el valor de likelihood de la curva presentada al lado izquierdo evidencia que existe un cierto rango de valores de rugosidad que más se acerca a las mediciones según la función likelihood. Dicha curva se caracteriza por ser cóncava hacia abajo con un máximo bien marcado el cual es empleado como el coeficiente de rugosidad efectivo.

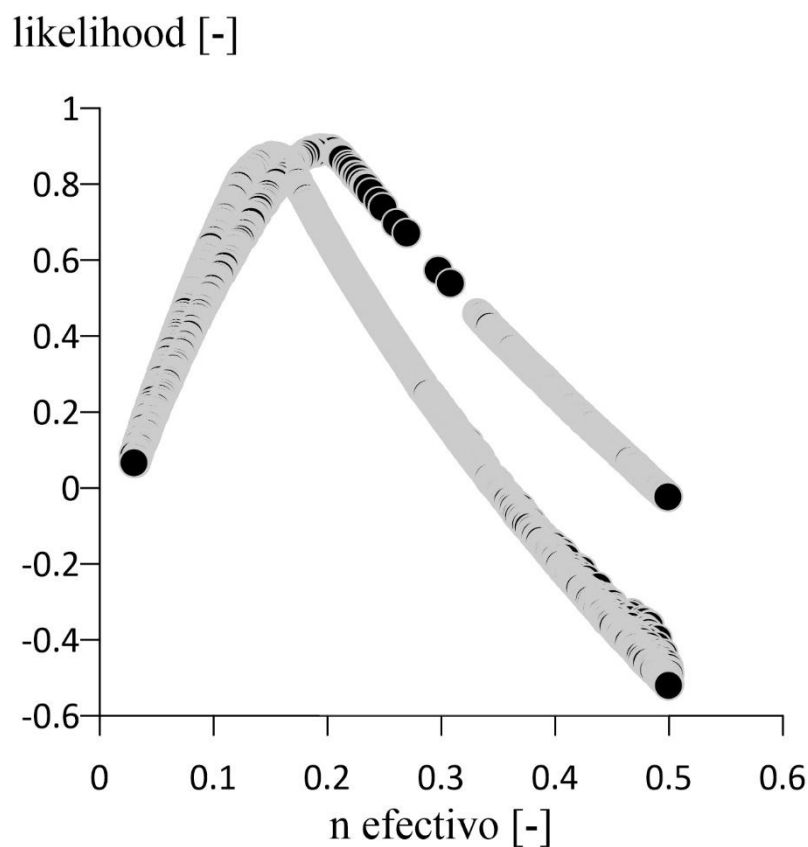


Figura 4.- Ejemplo de resultado del ensayo GLUE para un caudal de  $0.154 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  correspondiente a una morfología tipo Lecho Plano.

### 3.2 Comparación entre n medido y n efectivo

La Figura 5, nos muestra que la diferencia entre los parámetros medidos y efectivos dependen del tipo de morfología y del caudal. Para la morfología Lecho Plano (Figura 5a) los parámetros efectivos y medidos son similares en caudales bajos, al aumentar el caudal los parámetros efectivos son mayores a los medidos. En la morfología Grada (Figura 5b) la diferencia entre parámetros es mínima para un rango que comprende caudales bajos y medios, mientras que para caudales altos la diferencia aumenta progresivamente. En esta morfología para caudales bajos el parámetro efectivo es mayor al medido mientras que para caudales mayores el coeficiente medido es mayor al efectivo. Por último, en la morfología Cascada (Figura 5c) se observa que para caudales bajos las discrepancias son leves, para caudales medios existe una gran similitud y para caudales elevados existe una diferencia significativa de forma progresiva. Para este último caso, los parámetros efectivos son menores a los coeficientes medidos.

Basados en las curvas de la Figura 5, en cuanto a las ecuaciones empíricas exponenciales Bathurst, (1985) y semilogarítmicas de predicción de Bathurst, (2002), para las morfologías tipo Grada y Cascada hay una subestimación de los parámetros efectivos y medidos, mientras que para Lecho Plano existe una sobreestimación para caudales altos. En cuanto a las ecuaciones adimensionales establecidas por Rickenmann & Recking, (2011), Ferguson, (2007) y Cedillo et al., (2021b) las predicciones de los coeficientes de rugosidad reflejan resultados similares para parámetros efectivos y medidos a excepción de dos casos: primero la morfología Cascada a caudales altos, en el cual existe similitud únicamente hacia parámetros efectivos; segundo en Lecho Plano para caudales altos en el cual existe una sobreestimación de parámetros efectivos.

### 3.3 Dispersión de los valores de rugosidad

La Figura 6, representa la dispersión de los coeficientes de rugosidad en forma de gráficos de cajas, los cuales contienen los resultados obtenidos de las ecuaciones empíricas de predicción, así como los valores medidos y efectivos para tres morfologías distintas. En Lecho Plano (Figura 6a) se observa un tamaño semejante de cajas y de bigotes en el cual la mayoría los datos se encuentran entre los cuartiles 50 y 75. Existe una excepción en el caudal de  $0.549 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  en donde los bigotes tienen un tamaño mayor al resto de casos. En la morfología Grada se observan cajas con outliers que indican valores subestimados intercalados con cajas pequeñas que incluso no muestran la presencia de outliers. Al igual que en el caso de Lecho Plano, donde los datos se concentran entre los cuartiles 50 y 75. Por otro lado, en Cascada existe una concentración de los valores de rugosidad para caudales medios y altos y dispersión significativa para caudales bajos. Al igual que en los casos anteriores los datos se concentran entre los cuartiles 50 y 75 a excepción de valores de rugosidad para un caudal de aproximadamente  $0.349 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  donde existe una distribución simétrica de los coeficientes de rugosidad. Estas gráficas lo que nos muestran es que en las zonas de estudio la mayor tendencia entre las predicciones es la de obtener valores altos de coeficiente de rugosidad.

### 3.4 Desempeño de ecuaciones empíricas en la predicción de $n$ efectivo y $n$ medido

La Tabla 2, nos muestra que según las métricas, las ecuaciones exponenciales de Bathurst, (1985) y semilogarítmicas Bathurst, (2002) tienen un bajo desempeño tanto para valores de rugosidad efectivo y medido. Los valores de eficiencia son considerablemente menores a 0.65 lo cual implica un desempeño insatisfactorio según el criterio dado en Ritter & Muñoz-Carpena, (2013). Además, presenta valores altos de RMSEa que varían entre 52% y 78% y MAEa entre 42% y 63%. Al comparar los valores de las métricas mencionadas entre las distintas morfologías, la Grada destaca por tener valores de MAEa y RMSEa más altos para la mayor cantidad de datos.

A diferencia de las ecuaciones exponenciales y semilogarítmicas, las ecuaciones adimensionales presentan una mejor predictibilidad teniendo valores de eficiencia más altos y menores MAEa y RMSEa según la Tabla 2. Las ecuaciones de Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) se caracterizan por mostrar un mejor desempeño al predecir los valores de rugosidad efectivo en Lecho Plano y Cascada, sin embargo para Grada la predictibilidad de rugosidad efectiva y medida es la misma. Las ecuaciones de Cedillo et al., (2021b) se presentan en la Tabla 2 con dos versiones dado que una versión fue calibrada con tres rugosidades efectivas y otra versión se calibró con tres rugosidades medidas. La Tabla 2, claramente demuestra que la predictibilidad de dichas ecuaciones es mejor para el tipo de datos con los que han sido calibrados. La ecuación de Cedillo et al., (2021b) que fue calibrada con los datos de rugosidad medidos tiene una predictibilidad mejor que aquella obtenida por (Ferguson, 2007) y (Rickenmann & Recking, 2011) para la rugosidad medida. De igual forma para el caso de rugosidad efectiva Cedillo et al., (2021b) tiene mejor desempeño que Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) a excepción de Cascada en donde las mencionadas ecuaciones poseen MAEa y RMSEa ligeramente menor pero una eficacia marcadamente superior.

## 3.5 Comparación de coeficientes

En la Tabla 3, se presentan los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  con el mejor desempeño de predicción tanto para parámetros de rugosidad efectivos como medidos de acuerdo al tipo de morfología analizado. Con respecto a los parámetros medidos se obtuvo que tanto para Lecho Plano, Grada y Cascada los mejores coeficientes se obtienen de Cedillo et al., (2021b). Con respecto a los parámetros efectivos tanto para Lecho Plano y Grada los mejores coeficientes se obtienen de Cedillo et al., (2021b) bajo las mismas consideraciones de pendiente empleado en los análisis de coeficientes medidos. Mientras que para Cascada (Ferguson, 2007) es el que presenta los mejores coeficientes.

De la misma tabla, se puede observar que para el coeficiente  $a_1$  bajo la consideración de los coeficientes tanto efectivos como medidos el rango de variación oscila entre 1.89 a 2.88, para  $a_2$  los valores están entre 0.49 a 0.77, mientras que para  $a_3$  estos valores oscilan entre 0.11 a 0.25. Siendo el coeficiente  $a_1$  el que presenta los valores más altos en comparación con los coeficientes restantes  $a_2$  y  $a_3$  independientemente de las definiciones establecidas en el apartado 5 de la Metodología que emplean los dos autores Cedillo et al., (2021b) y (Ferguson, 2007).

Por otro lado, bajo el análisis de la respuesta de los coeficientes bajo parámetros efectivos con respecto a los medidos, para Cedillo et al., (2021b) el coeficiente  $a_3$  en la morfología tipo Grada se presenta la más alta diferencia en porcentaje comparado con en el resto de morfologías, con un valor de 85% de variación. Mientras que para Ferguson, (2007) en Cascada el coeficiente  $a_1$  es el que presenta la mayor diferencia con un valor de 18% de variación entre los coeficientes medidos y efectivos.

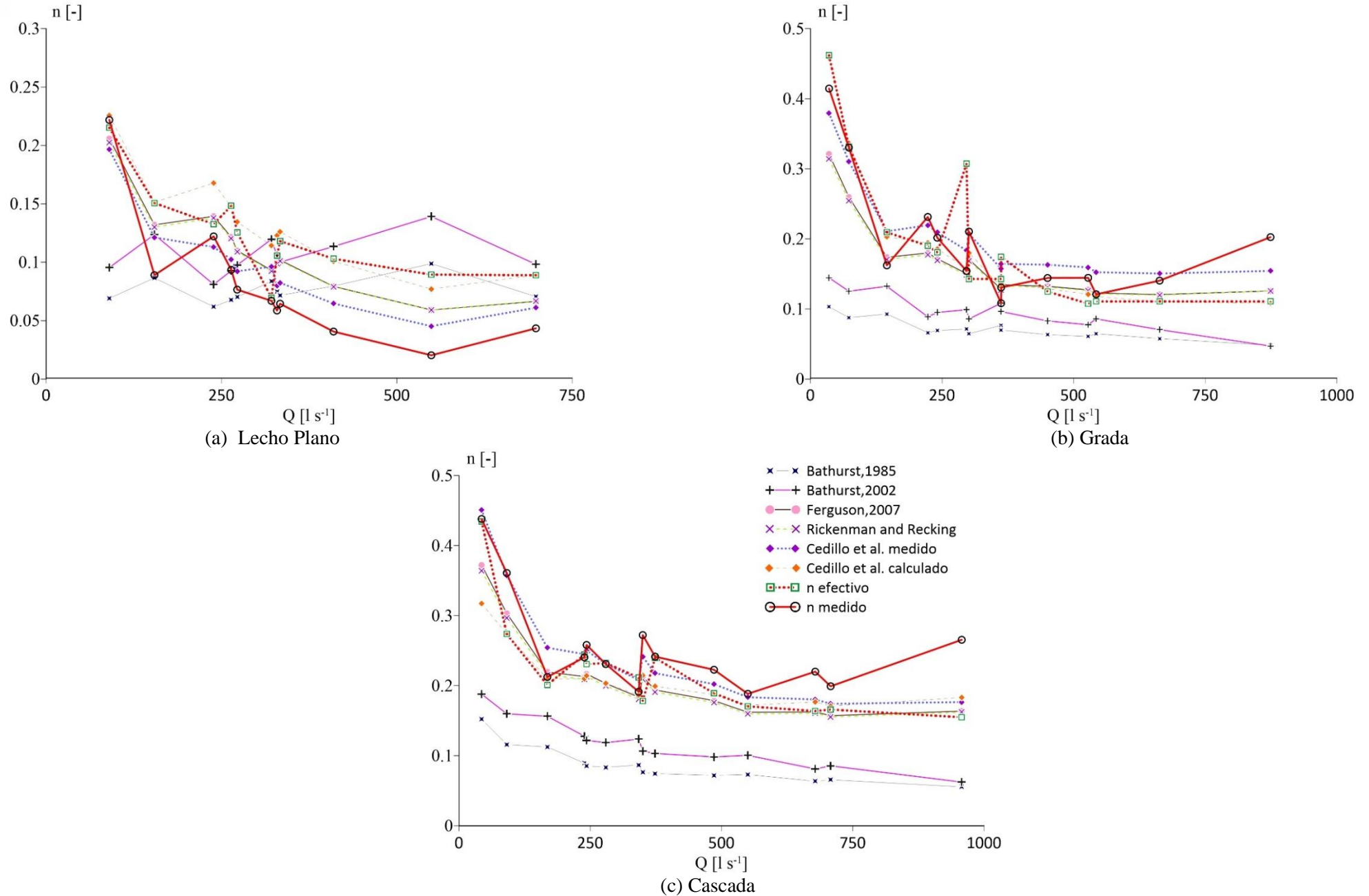
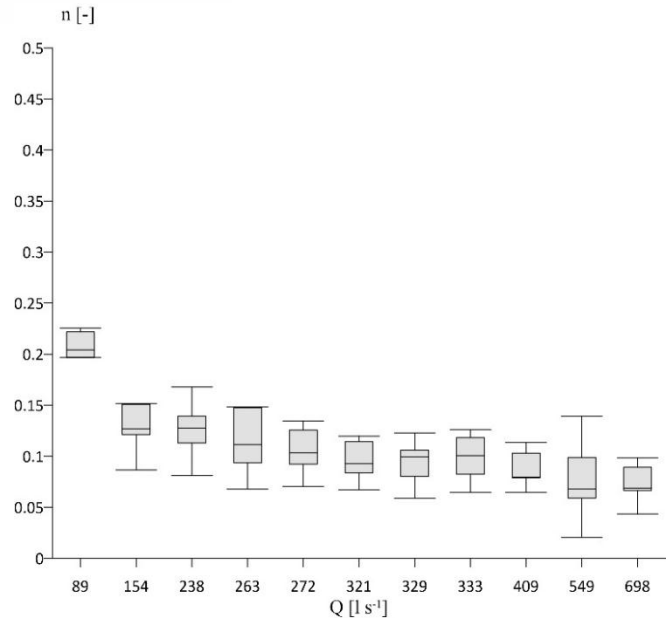
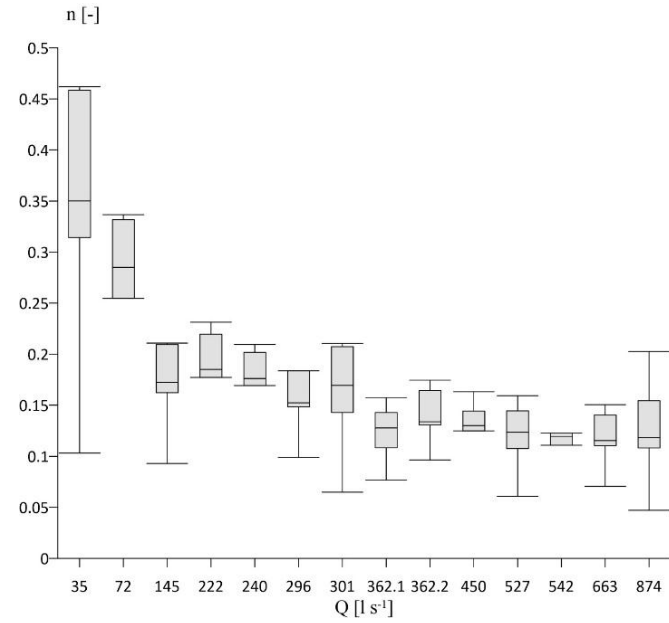


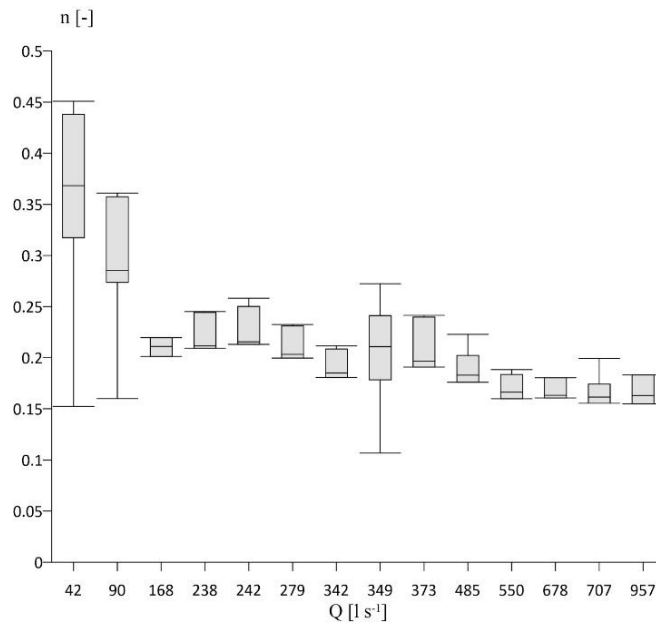
Figura 5.- Comparación de los valores de rugosidad medidos, predictivos y calibrados. (a) Lecho Plano; (b) Grada; (c) Cascada.



(a) Lecho Plano



(b) Grada



(c) Cascada

Figura 6.- Dispersión de las predicciones de  $n$  efectivo y  $n$  medido. (a) Lecho Plano; (b) Grada; (c) Cascada.

Tabla 2. Error absoluto, error cuadrático medio y eficiencia de los n efectivos y medidos para tres tipos de morfologías.

Morfología	Errores y Eficiencia	Bathurst,1985		Bathurst,2002		Ferguson,2007		Rickenman & Recking, 2011		Cedillo et. al medido, 2021		Cedillo et. al efectivo	
		Efectivo	Medido	Efectivo	Medido	Efectivo	Medido	Efectivo	Medido	Efectivo	Medido	Efectivo	Medido
Lecho plano	MAEa %	42%	48%	31%	68%	15%	38%	15%	38%	26%	25%	10%	62%
	RMSEa %	52%	71%	41%	81%	16%	40%	17%	39%	27%	27%	15%	65%
	EF	-1.7916	-0.2457	-0.7089	-0.6310	0.7305	0.6061	0.7155	0.6197	0.2658	0.8224	0.7506	-0.0646
Grada	MAEa %	63%	63%	50%	50%	21%	17%	22%	17%	22%	13%	11%	14%
	RMSEa %	78%	74%	66%	63%	32%	22%	33%	24%	27%	16%	22%	18%
	EF	-1.254	-1.972	-0.611	-1.141	0.617	0.728	0.592	0.700	0.733	0.868	0.820	0.819
Cascada	MAEa %	61%	66%	47%	54%	11%	17%	11%	18%	11%	9%	12%	18%
	RMSEa %	65%	69%	51%	58%	13%	20%	14%	21%	15%	13%	17%	22%
	EF	-3.335	-5.894	-1.735	-3.822	0.826	0.435	0.803	0.363	0.757	0.767	0.687	0.322

Tabla 3. Comparación entre los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  efectivos y medidos para Lecho Plano, Grada y Cascada.

Morfología	Tipo de coeficiente	a1		a2		a3	
		Valor	r (%)	Valor	r (%)	Valor	r (%)
Lecho Plano	Medido	2.13		0.73		0.14	
	Efectivo	2.88	26	0.49	47	0.25	46
Grada	Medido	1.99		0.58		0.21	
	Efectivo	1.89	5	0.77	25	0.11	85
Cascada	Medido	1.94		0.64		0.18	
	Efectivo	2.36	18	0.6	6	0.2	9



## 4. Discusión

### 4.1 Curvas likelihood

La forma de las curvas likelihood obtenidas en el presente estudio son comparadas con aquellas obtenidas por Pappenberger, Beven, Horritt, & Blazkova, (2005) en el río Severn de Reino Unido y Morava de Republica Checa. Cabe recalcar que en los experimentos llevados a cabo en este estudio se modifican las rugosidades de la llanura de inundación y del canal principal. En el río Severn se tomó un dato de rugosidad para el canal y uno para ambas llanuras de inundación, dos tipos de datos de validación fueron usados: predicción del hidrograma de salida y datos de inundación. Cuando se usó una condición de frontera denominada rígida, imposición del nivel de agua en la frontera aguas abajo la curva likelihood en el canal tuvo doble pico y el mejor desempeño varío dependiendo del dato de validación usado. El doble pico se atribuye al tipo de condición de frontera utilizado ya que el mismo fuerza a que suficiente agua pase por la frontera para cumplir con dicha condición. Por otro lado, al usar una condición de frontera flexible, ecuación de Manning con un dato inicial de pendiente, presenta un solo pico en la curva likelihood del coeficiente de rugosidad en el canal. Sin embargo, al usar la misma condición de frontera en el río Morava la curva likelihood resultó en tener equifinalidad sin un pico. Las características de las curvas likelihood encontradas en este estudio tienen la característica de las encontradas en el río Severn, con un solo pico. Al igual que ese último caso, en el presente estudio se utilizó tanto para aguas arriba así como aguas abajo condiciones de frontera flexibles.

Adicionalmente, Pappenberger et al., (2005) en su estudio realiza una combinación entre diferentes valores de la llanura aluvial y canal para generar una banda con valores de rendimiento más pequeños consecuencia de las distintas combinaciones entre canal y llanura aluvial, lo que implica que para ciertas combinaciones puedan presentarse eficiencias bajas. Mientras que en el presente estudio solo analiza el canal bajo el concepto de que no se va a existir desbordamiento, generando curvas likelihood más finas.

En la sección 3 Resultados, se mencionó la presencia de dobles curvas likelihood. Una de esas curvas es el resultado de la falta de convergencia del modelo hidrodinámico seleccionado por HEC RAS al resolver iterativamente la ecuación de la energía. Al no encontrar un resultado que cumpla con la tolerancia establecida una de las respuestas que puede dar este modelo es el de la altura crítica. Dicho resultado no es válido en los perfiles esperados de las morfologías analizadas por Brunner, (2021).

### 4.2 Comparación entre $n$ efectivo y $n$ medido

Los datos usados en el presente estudio son los mismos usados en (Cedillo et al., 2021a). La comparación entre estos dos parámetros cuenta con catorce datos de rugosidad efectiva y medida repartidos en un rango amplio de caudales, mientras que la comparación hecha por (Cedillo et al., 2021a) se limitó a tres valores de rugosidad efectiva y medida: uno en caudales bajos, uno en caudales medios, y uno en caudales altos. Las tendencias encontradas en (Cedillo et al., 2021a) para Lecho Plano, Cascada y Grada son similares a las encontradas en este estudio. En (Cedillo et al., 2021a) se establece que la rugosidad efectiva es mayor a la medida en Lecho Plano pero en Cascada es opuesta: la rugosidad medida es mayor a la efectiva. La Grada es considerada como un caso particular donde a caudales bajos la rugosidad efectiva es mayor a la medida, mientras que al incrementar el caudal la rugosidad medida es mayor a la efectiva.

Los diferentes patrones de diferencia entre los parámetros de rugosidad medidos y efectivos han sido justificados en (Cedillo et al., 2021a) debido a los diferentes procesos disipativos que existen en las distintas morfologías:

- En Cascada existe una importante interacción del agua con cantos rodados.

- En Grada existe interacción con los cantos rodados que componen las gradas, desaceleración brusca del flujo, y flujo rápidamente variado: resalto hidráulico.
- Lecho plano, el agua interactúa con el fondo.

Dadas las anteriores interacciones era de esperar que el programa al ser una representación de la realidad ajuste el coeficiente de rugosidad de diversas formas.

### 4.3 Comparación entre ecuaciones de predicción

Diversos autores que han sido citados en este estudio basaron sus estudios en datos compilados de diversas fuentes y lugares y para diferentes condiciones de lecho. Bathurst, (1985) basó su estudio a partir de datos provenientes de una combinación de datos de campo y de laboratorio. Los datos de campo provienen de zonas de estudio típicas de ríos con una pendiente importante en montañas británicas encontrando una relación semilogarítmica entre  $(8/f)^{0.5}$  y el logaritmo de la sumergencia relativa ( $\log(d/D_{84})$ ) donde el valor  $d$  corresponde a la profundidad media de agua y  $D_{84}$  al percentil 84 de la distribución del tamaño del grano. Por otra parte, Bathurst, (2002) empleó datos de campo de Reino Unido, Estados Unidos y República Checa para un análisis de flujo uniforme y para un rango definido de caudales, pendientes y de materiales del lecho encontrando una ecuación potencial relacionando  $(8/f)^{0.5}$  y la sumergencia relativa. Ferguson, (2007) por su parte, obtuvo los datos de Reino Unido, Estados Unidos, Nueva Zelanda e Italia para calibrar una ecuación de potencia variable que sirve para caudales altos y bajos. (Rickenmann & Recking, 2011) realizó su análisis para un total de 3942 mediciones tomadas de la literatura y de mediciones en campo en lechos de grava con pendientes que llegan hasta el 24% y para diferentes morfologías encontrando una relación para ecuaciones adimensionales que resulta en las denominadas ecuaciones de geometría hidráulica adimensional NDHG. Y Cedillo et al., (2021a) quienes emplearon datos de la cabecera del río de montaña Quinuas en la región andina investigando diferentes morfologías, resultado de ese estudio se encontró una metodología para estimar los parámetros en ecuaciones de geometría hidráulica adimensional. La metodología desarrollada fue puesta a prueba con datos de la literatura dando resultados prometedores.

Al igual que lo encontrado en Cedillo et al., (2021b), las ecuaciones de geometría hidráulica adimensional (NDHG) han mostrado un desempeño superior el momento de predecir los coeficientes efectivos y físicos. Esta capacidad de predicción se debe a las características de NDHG para representar los cambios en la resistencia al flujo en el sitio y entre sitios los cuales son representados por  $q^{**}$  y  $S_F$  respectivamente (Aberle & Smart, 2003) y (Zimmermann, 2010). Algo inesperado es que Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) hayan tenido un mejor desempeño prediciendo parámetros efectivos a pesar de que ambas ecuaciones nacieron de mediciones de campo tomados de la literatura y de diversas partes del mundo. Incluso en la Grada la predictibilidad tanto de coeficientes efectivos y medidos es igual, lo cual habla muy bien del potencial uso de dichas ecuaciones para ambos tipos de aplicación en dicha morfología. La metodología desarrollada en Cedillo et al., (2021b) ha demostrado que puede generar buenas predicciones a pesar de usar una cantidad limitada de datos cómo fue este caso: tres valores para el parámetro efectivo y tres para el medido. Las ecuaciones encontradas tuvieron un mejor desempeño en la predicción de valores medidos, sin embargo, para el caso de rugosidad efectiva en Cascada Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) tuvieron un mejor desempeño. Por lo que se considera necesario incrementar los estudios considerando rugosidad efectiva para ver si este patrón persiste y de ser necesario detectar la limitante de dicha ecuación.

### 4.4 Comparación entre los coeficientes

Cedillo et al., (2021b) presenta los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  que mejor desempeño tienen en las curvas resultado del empleo de las ecuaciones de predicción para parámetros efectivos y medidos para los tres tipos de morfología a excepción de un único caso correspondiente a parámetros efectivos en la morfología tipo Cascada donde (Ferguson, 2007) es el que presenta los mejores coeficientes. Analizando los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  bajo parámetros efectivos con respecto a los medidos, para Cedillo et al., (2021b) el coeficiente  $a_3$  en la morfología

tipo Grada es el que presenta la mayor diferencia esto se debe a que el valor depende de la pendiente de la recta de los datos que han sido empleados en la calibración. Por otra parte para Ferguson, (2007) en Cascada el coeficiente  $a_1$  es el que presenta la mayor diferencia entre los coeficientes medidos y efectivos. Esto debido a para  $a_1$  puede tomar valores entre 1 y 4 y para este caso se ha tomado 2.36 como un valor de partida para los parámetros efectivos. Mientras que bajo los parámetros medidos establece un valor de  $a_1$  de 1.94.

## 5. Conclusiones

En este estudio se realizó una comparación entre parámetros de rugosidad efectivos y medidos, un análisis de la eficiencia de diversas ecuaciones empíricas para la predicción del coeficiente de rugosidad y la comparación entre los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  para determinar los valores de mejor desempeño de acuerdo al tipo de morfología analizado: Cascada, Lecho Plano y Grada. Para ello se utilizaron los parámetros físicos de rugosidad obtenidos previamente por Cedillo et al., (2021b) en estudios anteriores. Además, se estimaron los parámetros efectivos a partir del ensayo GLUE implementado en HEC-RAS, todo esto con el fin de analizar la eficiencia de las diversas ecuaciones para el cual se empleó tres métricas: el error absoluto adimensional (MAEa), error medio cuadrático adimensional (RMSEa) y eficiencia (Ef).

Al comparar los coeficientes físicos y efectivos tanto en Lecho Plano, Grada y Cascada las tendencias son las mismas que las obtenidas en el estudio de Cedillo et al. (2021a). Para ello, se emplearon como parámetros físicos de rugosidad a los datos obtenidos previamente por Cedillo et al., (2021b) en estudios anteriores. Y como parámetros efectivos a los resultados obtenidos del ensayo GLUE implementado en HEC-RAS y de la evaluación de su eficiencia mediante el empleo de las métricas: error cuadrático medio (RMSE), error absoluto (MAE) y el índice de eficiencia de Nash-Sutcliffe (Ef). De dichos análisis se obtiene que, para Lecho Plano, los parámetros efectivos son mayores a los medidos. Mientras que en Cascada se observa que el resultado es opuesto, es decir la rugosidad medida mayor a la efectiva. A diferencia de Grada, en el cual ante la presencia de caudales bajos la rugosidad efectiva es mayor a la medida, mientras que a medida que aumenta el caudal la rugosidad medida es mayor a la efectiva.

Bajo el análisis de la aplicabilidad de las diferentes ecuaciones empíricas para la predicción de los coeficientes efectivos, se observó que las ecuaciones de hidráulica adimensional (NDHG) presentan un mejor desempeño al predecir coeficientes efectivos y físicos en comparación con las ecuaciones exponenciales Bathurst, (1985) y semilogarítmicas Bathurst, (2002). Por una parte, Cedillo et al., (2021b) muestra el mejor desempeño al predecir coeficientes efectivos y físicos en Lecho Plano y Grada a pesar de la cantidad limitada de datos con que se calibró. Ferguson, (2007) y Rickenmann & Recking, (2011) tienen un mejor desempeño prediciendo parámetros efectivos en Cascada a pesar de que ambas ecuaciones nacieron de mediciones de campo tomados de la literatura y de diversas partes del mundo. Además, bajo un análisis de comparación entre las curvas likelihood obtenidas en el presente estudio con las obtenidas por Pappenberger, Beven, Horritt, & Blazkova, (2005) se pudo definir cierta similitud en un tipo de curva analizada bajo la condición de frontera flexible donde se aprecia un valor máximo bien definido empleado como coeficiente de rugosidad efectiva.

En cuanto a los valores de los coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  resultantes de la ecuación NDHG para Lecho Plano, Grada y Cascada se observa que aquellos obtenidos por Cedillo et al., (2021b) representa de mejor manera a los tres tipos de morfología bajo parámetros efectivos y medidos a excepción de un único caso bajo parámetros efectivos en Cascada donde los coeficientes que mejor representan a este tipo de morfología corresponden a los establecidos por (Ferguson, 2007). Sin embargo, estas predicciones pueden variar para distintos valores de  $a_1$  según lo establecido por Ferguson, (2007) puesto a que el autor establece un rango de variación de dicho coeficiente, el cual ha sido impuesto en el presente estudio en base a consideraciones de Cedillo et al., (2021b) en sus estudios previos. De forma similar debido a que los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  del estudio de Cedillo et al., (2021b) dependen de pendiente de la calibración de los datos. Y  $a_3$  depende de la pendiente de calibración y de la pendiente del fondo del lecho, se puede deducir que los resultados obtenidos dependen del nivel de calidad de los datos de partida y de la cantidad y variabilidad de estos.

## 6. Referencias

- Aberle, J., & Smart, G. M. (2003). The influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 41, 259–269.
- Bathurst, J. C. (1985). Flow Resistance Estimation in Mountain Rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111, 625–643.
- Bathurst, J. C. (2002). At-a-site variation and minimum flow resistance for mountain rivers. *Journal of Hydrology*, 269(1-2), 11-26.
- Brunner, G. W. "HEC-RAS, River Analysis System: Hydraulic Reference Manual, Version 5.0. 2016." Available online: [hec.usace.army.mil/software/hec-ras/documentation/HEC-RAS 205](http://hec.usace.army.mil/software/hec-ras/documentation/HEC-RAS%205) (2019).
- Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021a). Patterns of Difference between Physical and 1-D Calibrated Effective Roughness Parameters in Mountain Rivers. *Water*, 13, 3202.
- Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021b). Resistance Analysis of Morphologies in Headwater Mountain Streams. *Water*, 13, 2207.
- Ferguson, R. (2007). Flow resistance equations for gravel- and boulder-bed streams: FLOW RESISTANCE EQUATIONS FOR GRAVEL- AND BOULDER-BED STREAMS. *Water Resources Research*, 43. <https://doi.org/10.1029/2006WR005422>
- Goodell, C. (2014). Breaking HEC-RAS Code. A User's Guide to Automating HEC-RAS.
- Pappenberger, F., Beven, K., Horritt, M., & Blazkova, S. (2005). Uncertainty in the calibration of effective roughness parameters in HEC-RAS using inundation and downstream level observations. *Journal of Hydrology*, 302, 46–69.
- Rickenmann, D., & Recking, A. (2011). Evaluation of flow resistance in gravel-bed rivers through a large field data set: EVALUATION OF FLOW RESISTANCE EQUATIONS. *Water Resources Research*, 47. <https://doi.org/10.1029/2010WR009793>
- Willmott, C. and Matsuura, K.: Advantages of the Mean Absolute Error (MAE) over the Root Mean Square Error (RMSE) in assessing average model performance, *Clim. Res.*, 30, 79–82, 2005.
- Zimmermann, A. (2010). Flow resistance in steep streams: An experimental study: FLOW RESISTANCE IN STEEP STREAMS. *Water Resources Research*, 46. <https://doi.org/10.1029/2009WR007913>