

# UCUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Educación Básica

El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la  
Matemática para básica elemental

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Licenciado en  
Educación Básica.

**Autoras:**

Jessica Tatiana Malusín Carabajo

CI: 0105272249

Correo electrónico: tatymalusin@gmail.com

Maritza Johana Uvidia López

CI: 0106388895

Correo electrónico: marituvidia@gmail.com

**Directora:**

Isabel Cristina Cedillo Quizhpe

CI:0104667209

**Cuenca, Ecuador**

08-septiembre-2022

## **Resumen:**

El presente trabajo monográfico corresponde al área de la Didáctica de la Matemática; como problema de investigación se planteó que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática la mayoría de los docentes usan el modelo de enseñanza tradicional, que se basa en la memorización y el uso de algoritmos generando en los estudiantes dificultades en el aprendizaje en esta rama. Por ese motivo se consideró describir el Método Singapur como una metodología alternativa para la enseñanza de los contenidos en esta asignatura. Por lo que se planteó como objetivo general el demostrar que la aplicación del Método Singapur contribuye en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de básica elemental. Para cumplir con este objetivo se realizó una investigación documental que incluyó la revisión de diversas fuentes de información bibliográfica, entre ellas, libros, artículos científicos, trabajos de pregrado y postgrado de diversos autores. Posteriormente, se realizó un análisis y síntesis de la información más destacada para la redacción de los capítulos. De esta manera, se concluye que el Método Singapur provee ciertos beneficios a los estudiantes como fomentar la motivación hacia el aprendizaje, el desarrollo de habilidades matemáticas, el razonamiento y la utilización de materiales manipulativos que ayudan a entender y asimilar conceptos, y promueve el pensamiento crítico mediante el razonamiento para llegar a la solución de un problema. Sin embargo, su implementación en el contexto ecuatoriano resulta compleja por la infraestructura, el material didáctico y la capacitación a los docentes que es un requisito esencial para la aplicación del método en el aula de clases.

**Palabras clave:** Método Singapur. Matemática. Básica elemental.

**Abstract:**

The monograph corresponds to the area of Didactics of Mathematics; as a research problem, it was stated that in the teaching-learning process of Mathematics, most teachers use the traditional teaching model which is based on memorization and the use of algorithms, thus generating learning difficulties for students in this Branch. For this reason, the Singapore Method will be described as an alternative methodology for teaching the contents of this subject. The general objective is to demonstrate that the application of the Singapore Method contributes to the teaching and learning of Mathematics in elementary school students. To meet this objective, a review of literature was carried out that included the review of various sources of bibliographic information, including books, scientific articles, undergraduate and postgraduate works by various authors. Subsequently, an analysis and synthesis of the most outstanding information for the writing of the chapters was carried out. In this way, it is concluded that the Singapore Method provides certain benefits to students such as: promoting motivation towards learning, developing mathematical skills with problem solving, reasoning and the use of manipulative materials that help understand and assimilate concepts; and promotes critical thinking through reasoning to arrive at a solution to a problem. However, its implementation in the Ecuadorian context is complex due to the infrastructure, the teaching material and the training of teachers, which is an essential requirement for the application of the method in the classroom.

**Keywords:** Singapore Method. Mathematics. Basic Elementary.

## ÍNDICE

### Índice de contenido

<b>Resumen:</b> .....	2
<b>Abstract:</b> .....	3
<b>DEDICATORIA</b> .....	11
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	12
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	13
<b>CAPÍTULO 1: LA CONFORMACIÓN DEL MÉTODO SINGAPUR</b> .....	16
1.1. Historia del Método Singapur .....	16
1.2. Enfoque que sustenta el Método Singapur.....	20
1.2.1. Enfoque metodológico Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA).....	20
1.3. Teorías que sustentan al Método Singapur .....	20
1.3.1. Jerome Bruner.....	20
1.3.2. Zoltan Dienes: Variación sistemática .....	24
1.3.4. Lev Vygotsky: Constructivismo socio cognitivo y la teoría socio histórica .....	30
1.4 Modelo didáctico aplicado en el Método Singapur.....	31
1.4.1 Modelo de barras .....	31
<b>CAPÍTULO 2: LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULO ECUATORIANO</b> .....	36

2.1. Preámbulo sobre el currículo ecuatoriano .....	36
2.1.1. Currículo ecuatoriano de la Matemática para subnivel elemental .....	37
2.1.2. Objetivos.....	39
2.1.3. Destrezas con criterio de desempeño.....	41
2.2. La relación entre el personal docente de matemática, el libro guía y el currículo .....	46
2.3. Resultados de las pruebas Pisa-D en el área de la Matemática .....	48
2.4. Métodos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática .....	52
<b>CAPÍTULO 3: MÉTODO SINGAPUR PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA: ESTADO DEL ARTE.....</b>	<b>55</b>
3.1. Aspectos generales del análisis .....	55
3.2. Principales hallazgos .....	57
3.2.1. Desarrollo de la competencia matemática a través del Método Singapur .....	57
3.2.2. El pensamiento matemático con el Método Singapur .....	58
3.2.3. La percepción del docente sobre la ejecución del Método Singapur en el aula .....	60
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>62</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>65</b>

## Índice de figuras

Figura1: Los componentes del currículo de Singapur .....	19
Figura 2: Enfoque CPA.....	22

Figura 3: Modelo de currículo espiral.....	23
Figura 4: Ejercicios de variabilidad matemática.....	25
Figura 5: Ejercicios de variabilidad perceptiva .....	26
Figura 6: Modelo parte-todo .....	33
Figura 7: Aplicación de modelo parte-todo .....	33
Figura 8: Modelo de comparación .....	34
Figura 9: Aplicación de modelo de comparación .....	34
Figura 10: Modelo antes-después .....	35
Figura 11: Aplicación de modelo antes-después .....	36
Figura 12: Plan de estudios para el nivel de Educación General Básica Elemental .....	38
Figura 13: Plan de estudios para el nivel de Educación General Básica Elemental por horas pedagógicas.....	38

## Índice de tablas

Tabla 1: Aprendizajes interaccionados con los objetivos generales del área de Matemática.....	39
Tabla 2: Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Algebra y Funciones..	41
Tabla 3: Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Geometría y Medida ....	44
Tabla 4: Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Estadística y Probabilida.....	46

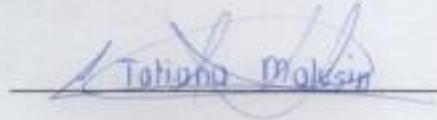
## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Jessica Tatiana Malusín Carabajo en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para la básica elemental", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 8 de septiembre de 2022.



Jessica Tatiana Malusín Carabajo

C.I: 0105272249

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Maritza Johana Uvidia López en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para básica elemental", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 8 de septiembre de 2022



---

Maritza Johana Uvidia López

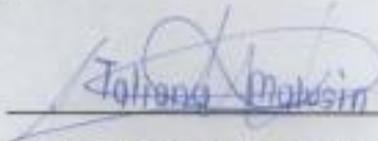
C.I: 0106388895

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Jessica Tatiana Malusín Carabajo, autora del trabajo de titulación "El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para la básica elemental", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 8 de septiembre de 2022.



Jessica Tatiana Malusín Carabajo

C.I: 0105272249

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Maritza Johana Uvidia López, autora del trabajo de titulación "El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para básica elemental", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 8 de septiembre de 2022



---

Maritza Johana Uvidia López

C.I: 0106388895

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a Dios y a mis padres Transito y Efraín quienes han sido pilares fundamentales en mi formación académica y que estoy segura de que sin su influencia no me encontraría en este sendero. Finalmente, a los estudiantes que se encuentran sin metas ni sueños porque si yo pude ustedes también lo pueden lograr. Recuerden que si no persiguen su sueño ustedes trabajarán por el sueño de alguien más.

**Tatiana Malusín**

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo monográfico lo dedico a Dios y a la Virgen María por darme las fuerzas necesarias para culminar mi proceso formativo. Asimismo, a mis padres Medardo y Elsa por su amor, consejos y sacrificio que realizaron a lo largo de estos años, gracias a ustedes me convertí en la persona que soy y llegar a concluir mi meta. Finalmente, a mi hermano Luis y a mi hermana Estefy por siempre acompañarme y motivarme a seguir adelante en toda esta etapa.

**Maritza Uvidia**

## AGRADECIMIENTO

A mis docentes que he tenido a lo largo de la carrera y en especial a la Mgt. Cristina Cedillo por su tiempo, comprensión y asesoría lo que ha permitido generar este trabajo final.

A mi abuelita Transito y abuelito Efraín quienes son madre y padre desde que tengo memoria y que gracias a su cuidado, amor y sabiduría me han ayudado a cumplir una de las metas por la que tanto he luchado.

A mi hermana Erika que me ha inspirado a ser valiente en los tiempos más difíciles.

A Milton C. que con su paciencia y apoyo incondicional me enseñó a resistir y no abandonar lo que se inicia.

Por último, pero no por eso menos importante a mi compañera de trabajo y amiga Maritza Uvidia.

**Tatiana Malusín**

## AGRADECIMIENTO

Agradezco a mis padres, hermanos y familiares por apoyarme moralmente en todo el proceso educativo, quienes me ayudaron a cumplir mi meta. Asimismo, a los docentes que tuve a lo largo de la carrera, ya que con sus conocimientos me ayudaron en mi proceso de formación como profesional docente. En especial a la Mgt. Cristina Cedillo quien nos guió con paciencia y dedicación el presente trabajo de investigación permitiendo la culminación del mismo. Finalmente, a mi gran amiga Tatiana Malusín con quien he podido compartir todo este proceso.

**Maritza Uvidia**

## INTRODUCCIÓN

La Matemática contribuye al desarrollo del ser humano pues impulsan a crear un pensamiento lógico, analítico, a tener una mejor comprensión para resolver problemas. Por este motivo, se han creado un sin número de enfoques, métodos, estrategias de enseñanza y aprendizaje. En las prácticas se ha evidenciado como problema que en el proceso de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática la mayoría de los docentes utilizan una metodología tradicional, en la que los estudiantes son sujetos pasivos que se dedican a copiar en su cuaderno información y posteriormente la memorizan.

Generando que está asignatura este orientada a la memorización y al algoritmo, dejando de lado situaciones contextualizadas que deben ser presentadas en este espacio de aprendizaje. En relación a esto, Sánchez (2016) menciona que el modelo tradicional se encuentra distante de fortalecer la capacidad de razonar, abstraer, analizar, discrepar, decidir, sistematizar y resolver problemas en los estudiantes. Por lo que, esta práctica contradice a los fundamentos epistemológicos constructivistas que sugiere el currículo ecuatoriano que sostiene que el alumnado deben ser el centro del proceso educativo y de los procesos matemáticos.

Asimismo, en el estudio realizado por Taco Ruiz (2020) en Ecuador, menciona que los cambios desde la reforma curricular en los métodos utilizados en la enseñanza de la matemática, son casi nulos, porque no han existido cambios de fondo, sino solo de forma, ya que, sigue en vigencia un método de enseñanza tradicional. A esto añade que hay una escasa capacitación en el campo de la metodología en la práctica docente. Por lo que, este autor propone que en las aulas de clase se deben generar estrategias que permitan el mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Ante esta situación, en el presente trabajo monográfico describe las características de un método de enseñanza alternativo como es el Método Singapur que ha llegado a recibir una

importante atención por parte de investigadores y educadores; pues se afirma que influye de manera positiva en el pensamiento matemático.

Los objetivos que guiaron la presente monografía son: el objetivo general busca demostrar que la aplicación del Método Singapur contribuye en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de básica elemental, para ello se plantearon tres objetivos específicos: 1) explicar el enfoque, teorías y modelos que fundamentan el Método Singapur; 2) identificar lo que propone el currículo ecuatoriano sobre la enseñanza-aprendizaje de la Matemática para el subnivel elemental, y 3) reportar estudios previos que respaldan el uso del Método Singapur para la enseñanza- aprendizaje de la Matemática en el subnivel elemental.

Para el desarrollo de este trabajo monográfico se utilizó una metodología bibliográfica orientada a describir el Método Singapur para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática para subnivel elemental. Por medio de una indagación bibliográfica se recopiló información de manera sistematizada. Para ello, se partió de la clasificación y organización de la información por medio de un análisis de documentos bibliográficos como libros, artículos científicos y trabajos de pregrado y posgrado. Posteriormente, se procedió a una lectura crítica con el fin de clasificar la información que aporte a cada capítulo de esta monografía. Por último, se sintetizó la información recopilada, de tal manera que se llegó a establecer conclusiones con ideas claras con respecto a los objetivos planteados.

Referente a la relevancia del estudio, en la enseñanza, ser docente y en particular ser docente de Matemática involucra tener conocimientos matemáticos sólidos *más allá* del soporte didáctico que se *disponga* pues la meta es ayudar al aprendiz (Ball et al., 2008). Sin embargo, el tener dominio en el conocimiento en esta asignatura, no significa que se enseñe esta área de manera adecuada porque la enseñanza no es solo de contenidos matemáticos, involucra además procedimientos, representaciones, relaciones entre los contenidos y conocimientos (Mapolelo y Akinsola, 2015). A su vez, Fernández-Debrán, (2017) menciona que la enseñanza en el área

de la Matemática requiere un nuevo planteamiento didáctico pues se necesita mejorar el nivel de aprendizaje de los aprendices.

En la misma línea, el interés personal por desarrollar el presente trabajo, surge de la observación en las prácticas preprofesionales realizadas. Porque se ha constatado que la enseñanza-aprendizaje de la Matemática no involucra estrategias que impliquen el cuestionamiento de los temas vistos en clase, ni la relación de los conceptos y la teoría matemática con la aplicabilidad en situaciones problemáticas. En relación a la influencia de la metodología y estrategias didácticas que el docente utiliza García-Hipólito, (2011) menciona que “dependerán de cierta forma que se aprenda correctamente la Matemática y sobre todo sus aplicaciones en la vida diaria de los alumnos” (p.35).

El trabajo está conformado de tres capítulos: en el primer capítulo se abordó la historia, el concepto, las teorías y modelos que fundamentan el Método Singapur. En el segundo capítulo trata acerca de una exposición sobre la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el currículo ecuatoriano, asimismo se describió el texto del docente y estudiante, el docente y currículo ecuatoriano, las metodologías que se utiliza en el proceso de enseñanza de la Matemática. Finalmente, en el tercer capítulo se presenta el estado del arte acerca del uso del Método Singapur en básica elemental a través de distintas investigaciones desarrolladas en Perú, Colombia, Chile y México; en el cual se verificó los beneficios y las críticas hacia esta metodología de la enseñanza de Matemática.

Como conclusión se planteó que el Método Singapur es una metodología de enseñanza de las Matemáticas que provee ciertos beneficios a los estudiantes como es el de fomentar la motivación hacia el aprendizaje, el desarrollo de habilidades matemáticas con la resolución de problemas, el razonamiento y la utilización de materiales manipulativos que ayudan a entender y asimilar conceptos, y promueve el pensamiento crítico mediante el razonamiento para llegar a la solución de un problema. Pero, también hay críticas en relación al involucramiento de un

variado material didáctico, así mismo la formación docente es un requisito esencial para la aplicación del método en el aula de clases.

## **CAPÍTULO 1: LA CONFORMACIÓN DEL MÉTODO SINGAPUR**

### **1.1. Historia del Método Singapur**

Según Zapatera-Linares (2020) el sistema educativo en Singapur, es lo más importante y esto se evidencia en su gasto directo que implica el 20 % del presupuesto total de la nación. Su sistema educativo está orientado a desarrollar capacidades, valores y habilidades en los alumnos que les permiten enfrentarse a los cambios de la sociedad y al desarrollo de tecnologías. Para eso, recomienda metodologías en las cuales priman el aprendizaje significativo sobre la memorización y procuran que la población estudiantil construya su aprendizaje explorando e intentando encontrar diversas tácticas.

Según reportes de Alonso-Tello et al. (2013) y Juárez-Eugenio y Aguilar-Zaldívar (2018), Singapur tiene el mejor manejo en la enseñanza en todo el mundo, debido a que, en años anteriores y en el último Informe del Programa Mundial para la Evaluación de Estudiantes (PISA), que estudia el rendimiento de alumnos de 15 años, Singapur se encuentra en uno de los 3 primeros lugares de la lista.

En otro punto, en la búsqueda por conocer cómo se cimentaron los sistemas educativos más famosos en todo el mundo. Una investigación realizada por Barber y Mourshed (2008) se encontró que el Método Singapur se originó en el año 1982 y que Corea del Sur y Singapur son testimonio de que en pocas décadas se puede pasar a un alto mejoramiento en el nivel educativo, siempre y cuando se invierta en el área educativa. Por su parte, Zapatera-Linares (2020) menciona que el sistema educativo de Singapur lleva alrededor de dos décadas desarrollando el programa “Escuelas que piensan, nación que aprende”.

Rodríguez (2011), Gómez-Escorcia y Martínez-Rincón (2015) concuerdan en que Yeap Ban Har es el iniciador del Método Singapur y de acuerdo a este método los autores manifiestan que es una propuesta que usa una serie de herramientas que están destinadas para aprender Matemáticas desde un punto de vista lúdico, dinámico y divertido. Así como que el procedimiento del Método Singapur se cimienta en contraposición al proceso educativo clásico en el cual las maneras memorísticas e instrumentales priman al momento de enseñar la Matemática y, por consiguiente, se apuesta por un proceso de educación que por medio de la comprensión y la apropiación de conceptos se dé la resolución de situaciones adversas en la cotidianidad.

El Método Singapur en América, según reporte de Juárez-Eugenio y Aguilar-Zaldívar (2018) menciona que este método ha sido implementado en instituciones educativas de países como: Estados Unidos, México, Colombia, Perú y Chile. A su vez, González- Pérez y Ortiz-Trigo (2015) especifican que en Barranquilla-Colombia es una de las primeras ciudades que aplica este método a nivel nacional desde el año 2012 que inició un plan piloto en la ciudad.

## **1.2. Estructura del currículo de Singapur**

El Método Singapur se basa en el currículo de Matemática de Singapur que propone el desarrollo de habilidades matemáticas para la resolución de problemas en diferentes contextos, para lo cual se establecen en un pentágono cinco componentes básicos: conceptos, habilidades, actitudes, metacognición y procesos (figura 1) (Ministry of Education Singapore, 2013). Asimismo, los componentes están interrelacionados para el logro de un proceso de enseñanza-aprendizaje significativo dentro de las aulas de clase (Mejía et al., 2017). A continuación, se describe cada uno de los componentes:

**Conceptos:** En el proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemática los niños y niñas crean, averiguan y acentúan las ideas matemáticas en profundidad. Para lo cual es necesario facilitar a los estudiantes una variedad de experiencias, actividades y herramientas tecnológicas que les ayude a obtener una mejor comprensión y sentido de conceptos matemáticos (Alba y García, 2019).

**Habilidades:** El proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática el estudiante debe desarrollar sus propios conceptos, procedimientos, resolución de diferentes ejercicios matemáticos entre otros (Mejía et al., 2017). Por lo que, la enseñanza-aprendizaje en esta área incluye habilidades para realizar “cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, medición, uso de herramientas matemáticas y estimación” (Ministry of Education Singapore, 2013). Estas habilidades los estudiantes lo desarrollan a través de análisis, observación e interpretación de la información y conocimientos previos acerca del problema matemático (Turizo-Martínez, Carreño-Colina y Crissien-Borrero, 2018). Por ende, es importante que el estudiante adquiera estas habilidades para que en las diferentes situaciones problemáticas las pueda identificar y poner en práctica.

**Procesos:** Hace referencia a las habilidades de conocimiento que implican la adquisición e implementación de elementos como “el razonamiento, la comunicación, las conexiones, las habilidades de pensamiento, la heurística, la aplicación y el modelado” (Ministry of Education Singapore, 2013, p.7).

**Actitudes:** “Están relacionadas con las creencias, motivaciones, apreciación de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas (...) y la perseverancia en la solución de un problema” (Ministry of Education Singapore, 2013, p.9). Asimismo, Gamboa-Araya y Moreira-Mora (2017) y Martínez-Padrón (2007) establecen que la actitud del estudiante hacia la Matemática depende de las experiencias que obtiene durante el proceso; ya que al ser un

aprendizaje divertido y significativo se genera actitudes positivas. Por lo tanto, el docente debe generar actividades matemáticas que suscite al estudiante confianza y aprecio hacia el aprendizaje en esta área.

**Metacognición:** En Singapur la enseñanza de la Matemática se da a partir de experiencias propias del estudiante que influye en el desarrollo de la metacognición a través del aprendizaje autorregulado (Almeida et al., 2021). Ya que, “la metacognición, o pensar sobre el pensamiento, se refieren a la conciencia y la capacidad de controlar los procesos de pensamiento, en particular a la selección y uso de las estrategias de resolución de problemas” (Ministry of Education Singapore, 2013, p.9).

Los cinco componentes integran el desarrollo del aprendizaje de la Matemática y la resolución de problemas mediante el Método Singapur. Esto permite a que los estudiantes desarrollen “la creatividad, las habilidades, el pensamiento creativo, las capacidades, el razonamiento, la comprensión conceptual y la conciencia” (Tapia-Reyes y Murillo-Antón, 2020)

**Figura 1**

*Los componentes del currículo de Singapur*



Fuente: Mejía et al., 2017.

## **1.2. Enfoque que sustenta el Método Singapur.**

### **1.2.1. Enfoque metodológico Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA)**

Este enfoque se apoya en enseñar la Matemática por medio de tres fases: en el grado concreto los alumnos empiezan a entender un criterio manipulando materiales y objetos del ámbito; en el grado pictórico avanzan en la comprensión del criterio representando por medio de dibujos o imágenes; y en el grado abstracto acaban el proceso de comprensión representando por medio de signos o símbolos matemáticos (Gutiérrez, 2010).

Como un plan concreto, en el Método Singapur se da el beneficio del desarrollo de procesos, reacciones y capacidades que fomentan el raciocinio matemático; se representa por hacer de la resolución de inconvenientes un foco del proceso de aprendizaje; se parte de que el maestro sugiere un problema y los alumnos deliberan referente a cómo llegar a una solución pasando el aprendizaje por estas tres etapas (Juárez-Eugenio y Aguilar-Zaldívar, 2018).

## **1.3. Teorías que sustentan al Método Singapur**

El Método Singapur fundamenta en las teorías generadas por el psicólogo Jerome Bruner, por el matemático Zoltan Dienes, por el psicólogo Richard Skemp y por el psicólogo Lev Vigosky.

### **1.3.1. Jerome Bruner**

Las aportaciones que toma el Método Singapur de Bruner tienen como base el aprendizaje por descubrimiento y se los enfoca en los métodos de representación (enactivo o concreto, icónico o pictórico y simbólico o abstracto) que han derivado en el enfoque CPA, el currículo en espiral y la misma idea de intuición en el aprendizaje por descubrimiento.

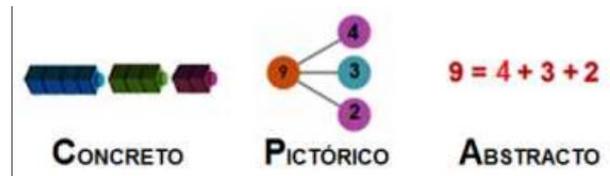
En este punto, Zapatera-Linares (2020) y Calderón-Lorca (2014) mencionan que la contribución de Bruner se refleja de manera general en el marco curricular del Método Singapur, que tiene como centro de aprendizaje de la Matemática, la resolución de problemas, y de manera específica en uno de sus elementos, la metacognición, que comprende dos procesos: monitorización de los pensamientos y autorregulación del aprendizaje.

Pero, específicamente el Método Singapur concretó esta progresión del desarrollo cognitivo de Bruner en los tres niveles del enfoque CPA, ya que en el primer grado los alumnos por medio del material concreto, indagan, encuentran y aplican conceptos matemáticos que facilitan la resolución de problemas; en el segundo grado el pictórico, dibujan e interpretan la información desde modelos gráficos representando los datos y las interrelaciones que ayudan a visualizar y solucionar los inconvenientes; y finalmente, en el grado abstracto, los alumnos desarrollan los criterios-problemas usando signos y símbolos matemáticos que traducen la vivencia concreta y pictórica (Gutiérrez, 2010; Espinoza et al., 2016; Tapia-Reyes y Murillo-Antón 2020).

Este enfoque CPA pretende que, en un inicio los alumnos experimenten con material concreto para deducir ciertos conceptos que desde dichos nuevos conceptos realicen generalizaciones para caracterizar la información por medio de representaciones pictóricas y, al final, que se ayuden en las colaboraciones entre los niveles de desarrollo anteriores para llegar al grado de la abstracción y hacer representaciones simbólicas matemáticas que les permitan una más grande capacidad para examinar y resolver novedosas situaciones. En la figura 2 se observa un ejemplo de aplicación del enfoque CPA.

**Figura 2**

*Enfoque CPA*



Fuente: Zapatera-Llinares, 2020.

Con referencial al currículo en espiral se hace mención a un método didáctico y pedagógico en el cual se muestra que todo entendimiento y aprendizaje no podría ser lineal sino se hace de forma constructiva porque presenta los contenidos gradualmente, pero luego retoma los temas ya dados, para profundizarlos y relacionarlos con los nuevos aportes cognitivos. También toma los asuntos ya expuestos y los reconsidera, los resignifica, los aplica a situaciones nuevas en el que se ponen a prueba los conocimientos pasados, y se traen a colación reiterativamente para conectarlos con el aprendizaje recientemente adquirido (Niño-Vega et al.,2020; Zapatera-Llinares 2020). Pero Calderón-Lorca (2014) expande más esta idea para el área de enseñanza aprendizaje de la Matemática el que menciona que debe tener diversas oportunidades para aprender, pero sin repetición de la misma área Matemática, en la que la presentación de contenidos esté de forma gradual para que el estudiante logre captar el concepto matemático cuando esté listo cognitivamente.

En fin, la utilización del currículo en espiral involucra el refuerzo de saberes previos además de la enseñanza y el relacionamiento con los nuevos conocimientos, refuerza el aprendizaje y los contextualiza como un todo.

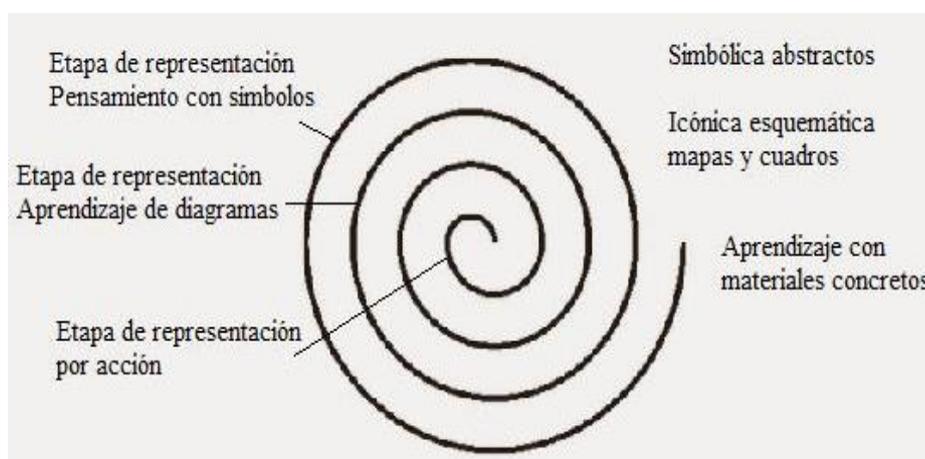
En tal sentido, el currículo espiral permite al alumno establecer su propio entendimiento por medio de las profundizaciones de sus contenidos, brindándole la elección de ampliarlos notoriamente. Con el currículo en espiral, por ejemplo, se trabajan los conceptos a diversos

niveles y adaptados a las maneras de los alumnos: se introduce un tema y se labora con él numerosas veces a lo largo del mismo año y en años posteriores, incrementando gradualmente su dificultad y abstracción (Tapia-Reyes y Murillo-Antón 2020; Zapatera-Linares 2020).

El Método Singapur adoptó el currículo en espiral presentando los contenidos matemáticos de manera gradual: en los primeros años se unen actividades lúdicas y se posponen las definiciones y conceptos para años posteriores; se posibilita así que los alumnos se apropien de los conceptos mientras se encuentren preparados para adoptarlos e interiorizarlos (Alonso-Tello et al., 2013; Tapia-Reyes y Murillo-Antón 2020). A su vez este implica que los estudiantes vuelven a trabajar con ideas núcleo a medida que se profundiza en su comprensión permitiendo que el proceso de aprendizaje sea significativo, dado que no se basa en saturar al niño con conceptos, sino busca su real comprensión y entendimiento de forma progresiva (González-Pérez y Ortiz-Trigo, 2015). En la figura 3 se presenta un modelo del currículo en espiral.

**Figura 3**

*Modelo de currículo espiral*



Fuente: Alonso-Tello et al., 2013.

Con respecto a la intuición en el aprendizaje por descubrimiento Bruner establece que los alumnos llegan de manera intuitiva a formulaciones provisionales y que luego, por medio de lo

cual van aprendiendo, validan o rechazan aquellas formulaciones y confirma que el raciocinio intuitivo, entendido como la capacidad para conocer, entender o notar algo sin la mediación del docente (Zapatera Linares, 2020 y Calderón-Lorca, 2014).

De esta forma, el pensamiento intuitivo a diferencia del pensamiento analítico, en el Método Singapur, no se rige por estructuras precisas y exactas, pero es importante en el aprendizaje de la Matemática el descubrir y vislumbrar más allá de lo cual se siente, ver alguna regularidad y proponer conjeturas es el corazón de la inducción (Cañadas, 2007)

### **1.3.2. Zoltan Dienes: Variación sistemática**

Zoltan Dienes, impulsor de la Psicomatemática, quien introdujo la implementación de materiales manipulativos, como los bloques lógicos, en el aprendizaje de la Matemáticas en el área de álgebra, apoyándose sobre los planteamientos teóricos de Piaget y Brunner, ha difundido una mirada de lo que es y debería ser la enseñanza matemática a lo largo de la época y ha incidido en este quehacer en diferentes territorios de todo el mundo. Por su lado, los postulados de Brunner sustentan que personas diversas abordan un mismo problema de modo distinto, lo cual supone que para el aprendizaje se debe considerar: la composición lógica del contenido y la táctica de la mente que cada individuo usa (Calderón-Lorca, 2014; Tapia-Reyes y Murillo-Antón, 2020).

Así, Dienes estudió la educación de la Matemática desde los primeros grados en donde el aprendizaje en esta área es una actividad constructiva ya que no hay conceptos, y por lo tanto no hay investigación y formación de conceptos matemáticos abstractos. Según este comienzo, los alumnos revelan vivencias, las cuales son específicas, por medio de la utilización del material concreto y de los juegos (Alonso-Tello et al., 2013).

Para Tapia-Reyes y Murillo-Antón (2020) el Método Singapur concreta estas ideas, al tener en cuenta que los entornos adecuados son esenciales para el proceso de “enseñar-aprender” desde edades tempranas, así como los recursos y materiales didácticos deben ser apropiados ya que sirven para mejorar la enseñanza y crear mejores situaciones en el aprendizaje. Para ello, Dienes en su estudio propone dos principios que ayudan a los estudiantes la asimilación de los conceptos matemáticos: variabilidad matemática y variabilidad perceptual.

En relación a la variabilidad matemática consiste en que se presenta a los alumnos un mismo concepto matemático con una variedad de tareas organizadas de manera sistemática. Por ejemplo, al inicio se colocan imágenes concretas, en un segundo momento los modelos de barras que suplantán a las primeras imágenes. En otras palabras: “establece que cada concepto matemático envuelve variables esenciales, todas esas variables matemáticas deben hacerse variar si ha de alcanzarse la completa generalización del concepto” (Santillana, 2008, p. 16). Por ejemplo, en la figura 4 se observa algunos de los ejercicios que se puede aplicar:

**Figura 4**

*Ejercicios de variabilidad matemática*

**3** Suma formando 10.

**Ejemplo:**

$8 + 4 =$

Puedes usar para ayudarte a formar 10.

**a**  $9 + 5 =$

**b**  $8 + 7 =$

**c**  $5 + 7 =$

Descomponemos el número menor en dos partes.

Cuaderno de Trabajo 1A, Parte 2, p. 75. Práctica 1.

Fuente: Toro, 2014.

Por su parte, Douglas (2014) y Hilaquita (2018) citan que el Método Singapur ha adoptado de Dienes la variabilidad perceptual cuando la población aprendiz interioriza los conceptos matemáticos de manera particular y de manera que más llame su atención. Para ello, Santillana (2008) establece que en el Método Singapur se tiene en cuenta la variabilidad perceptual en el uso de diferentes materiales concretos para poder establecer una comprensión relacional, cuando, por ejemplo: se considera como un todo, las expresiones aritméticas y se utiliza las propiedades fundamentales de estas operaciones aritméticas para relacionarlas, transformarlas y llegar a la solución. Por lo que, a los estudiantes se les presentan los conceptos por medio de una variedad de tareas de manera gradual y sistemática sin repetir el mismo tipo de ellas, como se puede ver en la figura 5.

**Figura 5**

*Ejercicios de variabilidad perceptiva*

**¡Aprendamos!**

**Suma simple** Hay diferentes maneras de obtener la respuesta.

**1**  $75 + 4 = ?$

**a** Contando hacia adelante desde 75.

75 76 77 78 79 **75, 76, 77, 78, 79**

**b** Usando una tabla de valor posicional.

75	4
70	5

Primero, suma las unidades.  
Decenas    Unidades  
7            5  
+            4  
-----  
              9  
5 unidades + 4 unidades = 9 unidades

Luego, suma las decenas.  
Decenas    Unidades  
7            5  
+            4  
-----  
7            9  
7 decenas + 0 decenas = 7 decenas

Entonces  $75 + 4 = 79$ .

$4 + 5 = 9$   
 $70 + 9 = 79$

Fuente: Toro, 2014.

Asimismo, Dienes sostiene que se debe tener en cuenta las diferentes etapas que se dan en la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para que la población aprendiz puedan acceder al conocimiento (Berrocal-Mora y Gómez-Berrocal, 2002). Proponiendo el autor seis etapas por medio de las cuales el educando aprenderá los conceptos matemáticos como: adaptación, estructuración, abstracción, representación gráfica o esquemática, descripción de las representaciones y formalización o demostración (Hilaquita, 2018 y Berrocal-Mora y Gómez-Berrocal, 2002)

**Adaptación:** Se presenta a los estudiantes una situación problemática sea esta real o imaginaria. En que la actividad es presentada de manera lúdica, con el fin de que el estudiante haga uso de material concreto que va de acuerdo a lo que se enseña.

**Estructuración:** Se plantea una actividad estructurada con limitaciones, en la que el estudiantado debe darse cuenta de las restricciones que están presentes en la misma. Para lo cual, deberá cumplir esas condiciones con el fin de llegar al objetivo planteado. Asimismo, estas reglas al inicio estarán dispuestas por el maestro y después por el propio estudiantado.

**Abstracción:** En esta etapa a los estudiantes se le motiva a que desarrolle las diferentes actividades lúdicas matemáticas que está conformado con una misma estructura, pero con apariencia distinta. Esto con el propósito que el estudiantado asimile la operación del juego para relacionar con la abstracción.

**Representación gráfica o esquemática:** Para esta etapa el grupo estudiantil realiza una representación gráfica de lo que ha abstraído de la operación matemática, para que pueda convertirlo en una forma de visualización. Las representaciones pueden ser variadas como: visuales, auditivas, diagramas o tablas.

**Descripción de las representaciones:** En esta etapa, los niños y niñas pueden transformar las representaciones gráficas en un lenguaje simbólico matemático. Para ello, cada estudiante crea su propio lenguaje que le permitirá obtener una mejor comprensión, para luego discutir entre los compañeros, y al final seleccionar el lenguaje más apropiado para la operación.

**Formalización o demostración:** En la última etapa cada alumnado tiene la capacidad de explicar todo el proceso realizado de manera segura. A partir de esto puede desarrollar nuevas y complejas actividades matemáticas.

Finalmente, la teoría de Dienes hace referencia al trabajo que realiza el personal docente al presentar actividades diversas, motivadoras, significativas y de acuerdo al nivel académico del grupo estudiantil. A través de esto, permite que ellos tengan un rol activo en su aprendizaje, utilicen su propio razonamiento para desenvolverse y solucionar situaciones cotidianas de la vida.

### **1.3.3. Richard Skemp: Desarrollar la comprensión de conceptos y aprendizaje de procedimientos en paralelo**

En estudios recientes de Zapatera-Linares (2020); Tapia-Reyes y Murillo-Antón 2020; Niño-Vega et al. (2020) y Calderón-Lorca 2014 otro de los teóricos que aportó en el Método Singapur fue Richard Skemp quien realizó sus estudios en relación a los aspectos psicológicos del aprendizaje de la Matemática y centra sus ideas en la comprensión. Definiendo a la comprensión como la asimilación de diferentes elementos para la construcción del conocimiento. En relación a su aporte en el Método Singapur, él distinguió la comprensión instrumental (reglas sin una razón) de la comprensión relacional (saber qué hacer y por qué se debe hacer) (Meel, 2003).

Es así que Richard Skemp a través de sus postulados propone un método novedoso y dinámico anclado en la psicología del aprendizaje para la comprensión de la Matemática. Esta teoría ha sido utilizada ampliamente por los estudiosos de esta área y refiere a la comprensión de conceptos y la ejecución de procedimientos de manera paralela; así pues, divide sus posturas en comprensión instrumental y comprensión relacional.

En cuanto a la comprensión instrumental consiste en un recuerdo fácil que promueve recompensas de carácter más tangible e inmediatas y que proporciona un acceso inmediato a las respuestas (Meel, 2003). Es decir, implica conocer reglas generales ya preestablecidas para poder ejecutar cada uno de los pasos de la tarea, en que dichas reglas son proporcionadas por el docente. Además, la comprensión instrumental, es conocida como operativa o procesal, da cuenta de las competencias que posee el estudiante en la resolución de operaciones matemáticas; como por ejemplo una suma o una multiplicación de varias cifras. Vendría a ser como el aprendizaje memorístico de fórmulas y métodos aplicables en la resolución de operaciones lógicas.

Por otro lado, la concepción relacional permite diversas vías de transferencia de la información a la memoria del estudiante para una mejor comprensión del tema (Meel, 2003). Se caracteriza por el dominio de estructuras conceptuales que permite al estudiante crear sus propias estrategias para dar respuestas a los ejercicios matemáticos; en que no solo demuestra una manera ya que ellos encuentran diferentes formas para resolver.

De esta manera, dichos aprendizajes son más fáciles de recordar, ya que los propios estudiantes son parte de su construcción. Asimismo, Tapia-Reyes y Murillo-Antón (2020) establecen que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje los estudiantes son los protagonistas, aunque se tarden en aprender; lo cual les permite desarrollar el pensamiento

lógico matemático. Siendo un aprendizaje para toda la vida ya que puede ser adaptado a otras situaciones y momentos.

Asimismo, Zapateras-Linares (2020) menciona que en el Método Singapur la comprensión instrumental y la comprensión relacional trabajan de manera conjunta. Debido a que, Skemp postula las operaciones matemáticas tienen sentido cuando los procedimientos están respaldado por los conceptos, ideas y principios matemáticos.

### **1.3.4. Lev Vygotsky: Constructivismo socio cognitivo y la teoría socio histórica**

Delgado-Pacheco et al. (2018); Gómez-Escorcía y Martínez-Rincón (2015) reportan que Lev Vygotsky plantea varios fundamentos relacionados con el proceso de enseñanza aprendizaje y estos reportes se relaciona con el Método Singapur en cuanto al: el aprendizaje y el desarrollo son actividades sociales en el que esta implícita la colaboración entre individuos; que la comprensión y construcción en la mente del individuo depende solo de este. Vygotski argumentó que el desarrollo potencial está condicionado por la mediación del aprendizaje. Por su parte, en la Zona de Desarrollo Próximo se puede construir o crear situaciones apropiadas durante las cuales el aprendiz tendrá apoyo apropiado para llegar al aprendizaje óptimo. Además, si las situaciones creadas son las correctas, el aprendizaje toma un espacio en los contextos significativos.

A su vez Rodríguez-Arocho (1999) en relación a la teoría Socio Histórica menciona que el desarrollo cognitivo es producto de la socialización del sujeto en el medio. El individuo no se constituye de un aislamiento, sino de una interacción donde influyen mediadores que guían al niño a desarrollar sus capacidades cognitivas. La interacción social por tanto pasa a ser el eje que moviliza el desarrollo y el conocimiento tiene origen social y sus manifestaciones emergen de condiciones histórico culturales específicas. Ya que, la actividad, las acciones y las

operaciones configuran un sistema que son base de la construcción del conocimiento, por lo que, el desarrollo cognitivo o mental dependerá del medio ambiente y de las condiciones que inciten al estudiante en su aprendizaje. Es así como la teoría de Vygotskyana establece una continua correlación entre las condiciones sociales (mutables) y la influencia de la cultura en la cognición, pues no sólo se moldea lo que sabe, sino su forma de pensar, el tipo de lógica y los métodos utilizados para solucionar los problemas. A partir de estas ideas surge el constructivismo sociocultural como un nuevo enfoque pedagógico.

## **1.4 Modelo didáctico aplicado en el Método Singapur**

El modelo didáctico es un instrumento fundamental que facilita el análisis de la realidad escolar con vistas a su transformación (García-Pérez, 2000). Esto concuerda con Romero y Moncada (2007) al mencionar que es un herramienta teórico-práctica con la que se pretende transformar una realidad educativa, orientada hacia los protagonistas del hecho pedagógico como lo son estudiantes y docentes. Por lo que, el Método Singapur utiliza como único modelo didáctico el modelo de barras en que se subdivide en tres tipos diferentes.

### **1.4.1 Modelo de barras**

El Método Singapur se caracteriza por el modelo de barras que trata de una estrategia de resolución de problemas del enfoque concreto – pictórico - abstracto (CPA). El cual se representa de manera gráfica en forma de barras rectangulares los datos de cualquier tipo problema matemático para una mejor comprensión de los datos proporcionados con los datos que pide el problema (Urbano-Ruiz et al., 2016).

Para ello, los estudiantes utilizan el material concreto (piezas multiencaje) para representar la situación problemática e ilustrar una mejor opción para la solución. Después, elaboran los gráficos rectangulares con el fin de que el estudiante pueda crear su propio modelo

pictórico para representar el problema descrito y así facilitar la resolución con ayuda de la simbología en las representaciones abstractas. Además, Willyarto et al. (2015) señalan que este modelo genera en el estudiante la capacidad de tomar sus propias decisiones en relación a qué tipo de operación matemática considera que es el adecuado para llegar a la solución de dicho problema trabajando así la metacognición autorregulando su propio conocimiento; siendo capaz de explicar el proceso que usó para llegar a la solución.

En relación a lo mencionado anteriormente, el método de barras requiere la comprensión textual del problema para una claridad de lo que quiere conseguir y poder representar gráficamente de manera que facilite la solución. Según Cabo y otros (como se citó en Urbano-Ruiz et al., 2016, p. 25) menciona 8 pasos a seguir para la aplicación de la misma: leer con atención el problema completo, identificar los sujetos del problema, dibujar una barra unidad para cada uno de ellos, leer el problema de nuevo, haciendo paradas en cada dato numérico del enunciado, etiquetar las barras unidad con los datos suministrados por el enunciado, identificar la cantidad desconocida que constituye la pregunta del problema y etiquetarla, realizar las operaciones correspondientes y escribir el resultado en el gráfico y redactar, como una oración completa la solución del problema.

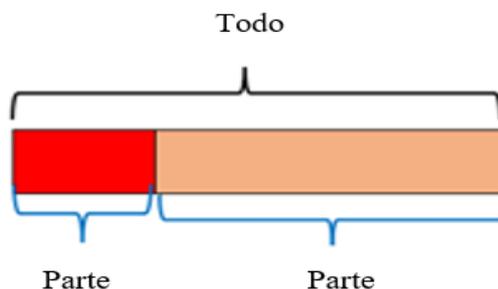
En este modelo hay tres estructuras con diferentes características, pero todos estos tienen en común que permiten el aprendizaje del desarrollo de los diferentes problemas matemáticos y desarrollan el pensamiento lateral y creativo en el alumno. Las estructuras del presente modelo son: modelo parte-todo, modelo de comparación y modelo antes-después.

En relación al modelo parte-todo, los autores Fong-Ng y Lee (2009); Urbano-Ruiz et al. (2016) concuerdan que consiste en que un todo es dividido por dos o más partes, y esto permite al aprendiz conocer el todo como la suma de sus partes. Por lo que es recomendado usar ese

modelo en problemas matemáticos que intervengan la multiplicación y la división. Para su respectiva representación se utiliza el gráfico de la figura 6.

**Figura 6**

*Modelo parte-todo*



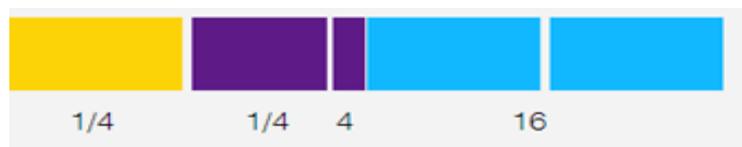
A continuación, se presenta un ejemplo para ilustrar el uso de este método:

En un acuario hay  $\frac{1}{4}$  de peces que son carpas doradas. Hay 4 peces Gupys más que carpas doradas en el acuario. Los 16 peces que sobran son carpas comunes. ¿Cuántos peces hay en el acuario?

**Figura 7**

*Modelo parte-todo*

Todos los peces del acuario



Fuente: Cuesta-Dutari, 2011.

**Cálculo:**  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

La mitad del total  $4 + 16 = 20$

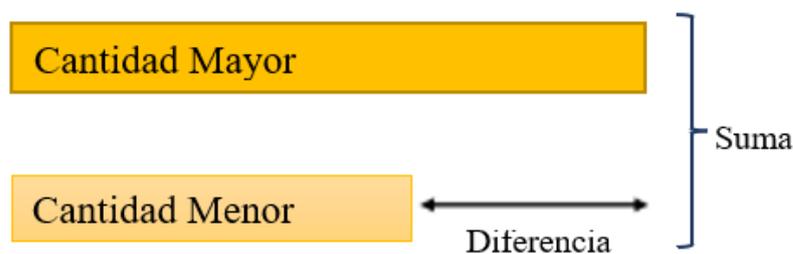
Todo el acuario:  $20 \times 2 = 40$

**Respuesta:** En el acuario hay 40 peces

Con respecto al modelo de comparación Fong-Ng y Lee (2009) y Urbano-Ruiz et al. (2016) establecen que este tipo de modelo se aplica cuando hay dos situaciones distintas de comparar. Para ello, la situación 1 y la situación 2 se representan con barras diferentes donde se puede evidenciar la diferencia entre ambas situaciones (figura 8). El modelo es ideal para la solución del problema de adición y sustracción.

**Figura 8**

*Modelo de comparación*

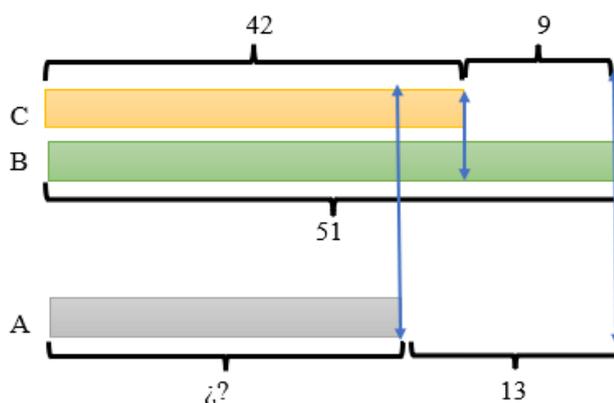


Para este modelo, se usaría problemas matemáticos similares al siguiente:

La tienda A tiene 13 clientes menos que la tienda B. En cambio, la tienda B tiene 9 clientes más que en la tienda C. En la tienda C hay 42 clientes ¿Cuántos clientes hay en la tienda “A”?

**Figura 9**

*Modelo de comparación*



**Cálculo:**

$$B = C + 9$$

$$B = 42 + 9$$

$$B = 51$$

$$A = B - 13$$

$$A = 51 - 13$$

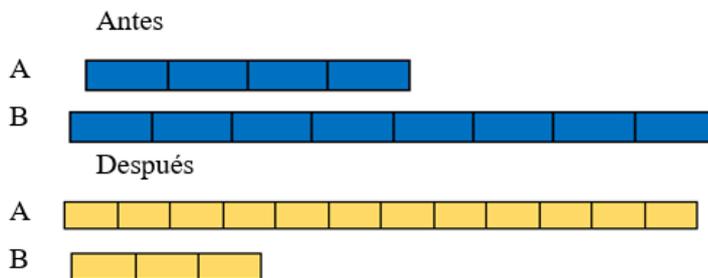
$$A = 38$$

**Respuesta:** La tienda A tiene 38 clientes.

Finalmente, el modelo antes-después se utiliza cuando se presenta una relación entre dos valores catalogados como un antes y un después a partir de un aumento o disminución de la situación planteada (Urbano-Ruiz et al., 2016). En la mayoría de problemas se implementa este tipo de modelo. Para su representación gráfica se lo realiza como se presenta en la figura 10.

**Figura 10**

*Modelo antes-después*

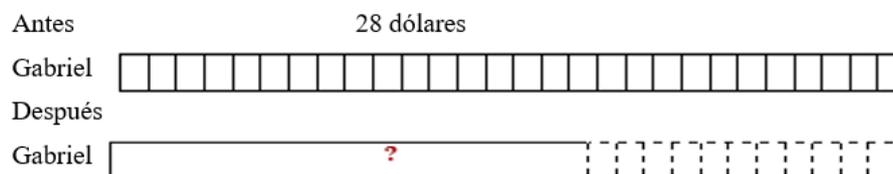


Para el desarrollo del modelo se puede aplicar en el siguiente ejemplo:

Gabriel tenía 28 dólares y le da 11 dólares a su hermana. ¿Cuánto dinero le queda a Gabriel?

**Figura 11**

*Modelo antes-después*



**Cálculo:**  $28 - 11 = 17$

**Respuesta:** A Gabriel le sobran 17 dólares.

## CAPÍTULO 2: LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULO ECUATORIANO

### 2.1. Preámbulo sobre el currículo ecuatoriano

Cedeño et al. (2018) indica que el currículo es una herramienta de planificación, que posibiliten a las instituciones educativas a cumplir las perspectivas sociales del país del que se plantea de acuerdo al tipo de ciudadano que se necesita la sociedad. Según el Ministerio de Educación ecuatoriano (2016), el currículo es la expresión de un proyecto que expresa pautas generales de acción u orientaciones sobre el cómo proceder por parte de los docentes y a su vez es un referente para la rendición de cuentas del sistema educativo y para las evaluaciones tanto internas (docentes) y externas.

Por su parte, Taco-Ruiz (2020) determina que la demanda de un proyecto educativo urgente condujo al Ministerio de Educación en el año 2006 y con el apoyo de la mayor parte de los sectores educativos, así como el de las organizaciones sociales a la “aprobación en consulta

popular del Plan Decenal 2006-2015”. En el 2010, de acuerdo a este autor se pone en práctica la actualización y fortalecimiento de los currículos de Educación General Básica.

Por su parte, el criterio de docentes ecuatorianos con experiencia curricular y disciplinar en las áreas de: Lengua y Literatura, Matemática, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Educación Cultural y Artística y Educación Física de los dos niveles educativos, docentes de los diferentes niveles educativos, actores involucrados en educación, representantes legales, representantes del sector productivo del país fueron la base para la realización del ajuste curricular del 2016 y el que se organizó así mismo por las áreas citadas anteriormente.

Antes de llegar a la última reforma curricular que se dio en el 2016 hubo dos que fueron en los años de 1996 y 2010, (Cedeño et al., 2018).

Con respecto a los elementos que componen el currículo, el Ministerio de Educación (2016) prescribe: ¿Qué enseñar? ¿Cuándo enseñar? ¿Cómo enseñar? y el qué, cómo y cuándo evaluar. Dar respuestas a estas preguntas involucra los contenidos, objetivos, actividades planteadas dentro de la planificación y finalmente esta la evaluación que contribuye a analizar si se ha cumplido o llegado a los objetivos planteados.

### **2.1.1. Currículo ecuatoriano de la Matemática para subnivel elemental**

El Ministerio de Educación (2016) defiende una posición constructivista en el currículo de esta área, por lo que el docente tiene el rol de orientar y guiar, utilizar un proceso de enseñanza y aprendizaje en los que los estudiantes sean sujetos activos, proactivos en los que se fomente la capacidad crítica y reflexiva. Además, se busca que el estudiante llegue a un aprendizaje significativo al momento de resolver problemas matemáticos contextualizados usando diferentes conceptos y herramientas matemáticas.

Para ello, en el currículo ecuatoriano se plantean bloques curriculares, destrezas con criterio de desempeño que son orientaciones para organizar y desarrollar la clase, también están los indicadores de logro y actividades de evaluación (Ordoñez, 2018).

En relación a la malla curricular del nivel elemental como en los demás niveles se organiza en áreas de conocimiento con sus respectivas asignaturas. Como se observa en la figura 12:

**Figura 12**

*Plan de estudios para el nivel de Educación General Básica Elemental*

ÁREA	ASIGNATURAS		Elemental		
			2º	3º	4º
Lengua y Literatura	Lengua y Literatura	Currículo integrado por ámbitos de aprendizaje	10	10	10
Matemática	Matemática		8	8	8
Ciencias Sociales	Estudios Sociales		2	2	2
Ciencias Naturales	Ciencias Naturales		3	3	3
Educación Cultural y Artística	Educación Cultural y Artística		2	2	2
Educación Física	Educación Física		5	5	5
Lengua extranjera	Inglés		3	3	3
Proyectos escolares			2	2	2
<b>Horas pedagógicas totales</b>			<b>35</b>	<b>35</b>	<b>35</b>

Fuente: Subsecretaría De Fundamentos Educativos Dirección Nacional De Currículo, 2019.

Actualmente el plan de estudios es el siguiente:

**Figura 13**

*Plan de estudios para el nivel de Educación General Básica Elemental por horas pedagógicas.*

Subniveles de Básica		Elemental
Áreas	Asignaturas	Horas pedagógicas por grado
Lengua y Literatura	Lengua y Literatura	10
Matemática	Matemática	8
Ciencias Sociales	Estudios Sociales	2
Ciencias Naturales	Ciencias Naturales	3
Educación Cultural y Artística	Educación Cultural y Artística	2
Educación Física	Educación Física	5
Lengua Extranjera	Inglés	3
Proyectos Escolares		1
Desarrollo Humano Integral		1
<b>Horas pedagógicas totales</b>		<b>35</b>

Fuente: Acuerdo Nro. MINEDUC-ME-2016-00020-A, 2016.

## 2.1.2 Objetivos

El currículo de Matemática del subnivel elemental está interrelacionado con los objetivos generales en esta área y además plantea que los objetivos deben ser alcanzados al culminar cada año de escolaridad, ya que estos están encaminados al cumplimiento del perfil de salida. En el área de Matemática para básica elemental la población estudiantil deberá ser capaz de obtener los siguientes siete aprendizajes. Como se expone en la siguiente tabla 1.

**Tabla 1**

*Aprendizajes interaccionados con los objetivos generales del área de Matemática*

---

<b>Objetivos Generales</b>	<b>Destreza a desarrollar</b>
O.M.2.1.	Explicar y construir patrones de figuras y numéricos relacionándolos con la suma, la resta y la multiplicación, para desarrollar el pensamiento lógico-matemático.
O.M.2.2.	Utilizar objetos del entorno para formar conjuntos, establecer gráficamente la correspondencia entre sus elementos y desarrollar la comprensión de modelos matemáticos.
O.M.2.3.	Integrar concretamente el concepto de número, y reconocer situaciones del entorno en las que se presenten problemas que requieran la formulación de expresiones matemáticas sencillas, para resolverlas, de forma individual o grupal, utilizando los algoritmos de adición, sustracción, multiplicación y división exacta.

---

O.M.2.4 Aplicar estrategias de conteo, procedimientos de cálculos de suma, resta, multiplicación y divisiones del 0 al 9 999, para resolver de forma colaborativa problemas cotidianos de su entorno.

O.M.2.5 Comprender el espacio que lo rodea, valorar lugares históricos, turísticos y bienes naturales, identificando como conceptos matemáticos los elementos y propiedades de cuerpos y figuras geométricas en objetos del entorno.

O.M.2.6. Resolver situaciones cotidianas que impliquen la medición, estimación y el cálculo de longitudes, capacidades y masas, con unidades convencionales y no convencionales de objetos de su entorno, para una mejor comprensión del espacio que le rodea, la valoración de su tiempo y el de los otros, y el fomento de la honestidad e integridad en sus actos.

O.M.2.7 Participar en proyectos de análisis de información del entorno inmediato, mediante la recolección y representación de datos estadísticos en pictogramas y diagramas de barras; potenciando, así, el pensamiento lógico-matemático y creativo, al interpretar la información y expresar conclusiones asumiendo compromisos.

---

Fuente: Ministerio de Educación, 2016, p. 62.

Teniendo en cuenta los objetivos esto les ayuda a ser lógicos, a razonar y a tener una mente preparada para la reflexión, la crítica y la abstracción (Quiñones et al., 2012). Asimismo, se puede decir que los estudiantes deberán reconocer la matemática como un instrumento para el diario vivir.

## 2.1.3. Destrezas con criterio de desempeño

De acuerdo, al Ministerio de Educación (2016) las destrezas con criterio de desempeño son aprendizajes básicos que el profesorado deben desarrollar en los estudiantes para que el aprendizaje sea significativo y puedan ponerlo en práctica tanto en el presente como en el futuro. Asimismo, estas responden a tres preguntas básicas: ¿Qué debe saber hacer?, ¿Qué debe saber?, ¿Con qué grado de complejidad? Las destrezas planteadas a desarrollar en el subnivel elemental se dividen en destrezas deseables e imprescindibles. Las mismas que se empieza a trabajar con nociones abstractas de la matemática. Para lo cual el estudiantado “utilizan objetos y situaciones concretas para luego ir a generalizaciones y a niveles más altos de abstracción” (Ministerio de educación, 2016)

Las destrezas imprescindibles son aquellos aprendizajes que los estudiantes llegan o tienen que cumplir en el respectivo grado que se encuentran sea este: segundo, tercero o cuarto. En la tabla 2 se presenta las destrezas imprescindibles de acuerdo a los bloques: algebra y funciones; geometría y medida; estadística y probabilidad que se tienen que adquirir en el subnivel elemental:

**Tabla 2**

*Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Algebra y Funciones*

---

<b>Bloque curricular</b>	<b>Destreza a desarrollar</b>
	M.2.1.1. Representar gráficamente conjuntos y subconjuntos, discriminando las propiedades o atributos de los objetos.

---

Álgebra y  
funciones

M.2.1.2. Describir y reproducir patrones de objetos y figuras basándose en sus atributos.

M.2.1.3. Describir y reproducir patrones numéricos basados en sumas y restas, contando hacia adelante y hacia atrás.

M.2.1.4. Describir y reproducir patrones numéricos crecientes con la suma y la multiplicación.

M.2.1.6. Relacionar los elementos del conjunto de salida con los elementos del conjunto de llegada, a partir de la correspondencia entre elementos.

M.2.1.7. Representar, en diagramas, tablas y una cuadrícula, las parejas ordenadas de una relación específica entre los elementos del conjunto de salida y los elementos del conjunto de llegada.

M.2.1.8. Identificar los elementos relacionados de un conjunto de salida y un conjunto de llegada como pares ordenados del producto cartesiano  $A \times B$ .

M.2.1.9. Representar por extensión y gráficamente los pares ordenados del producto cartesiano  $A \times B$ .

M.2.1.12. Representar, escribir y leer los números naturales del 0 al 9 999 en forma concreta, gráfica (en la semirrecta numérica) y simbólica.

M.2.1.13. Contar cantidades del 0 al 9 999 para verificar estimaciones (en grupos de dos, tres, cinco y diez).

M.2.1.14. Reconocer el valor posicional de números naturales de hasta cuatro cifras, basándose en la composición y descomposición de unidades, decenas, centenas y unidades de mil, mediante el uso de material concreto y con representación simbólica.

M.2.1.15. Establecer relaciones de secuencia y de orden en un conjunto de números naturales de hasta cuatro cifras, utilizando material concreto y simbología matemática ( $=$ ,  $<$ ,  $>$ ).

M.2.1.19. Relacionar la noción de adición con la de agregar objetos a un conjunto.

M.2.1.20. Vincular la noción de sustracción con la noción de quitar objetos de un conjunto y la de establecer la diferencia entre dos cantidades.

Álgebra y  
funciones

M.2.1.21. Realizar adiciones y sustracciones con los números hasta 9 999, con material concreto, mentalmente, gráficamente y de manera numérica.

M.2.1.24. Resolver y plantear, de forma individual o grupal, problemas que requieran el uso de sumas y restas con números hasta de cuatro cifras, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

M.2.1.25. Relacionar la noción de multiplicación con patrones de sumandos iguales o con situaciones de “tantas veces tanto”.

M.2.1.26. Realizar multiplicaciones en función del modelo grupal, geométrico y lineal.

M.2.1.30. Relacionar la noción de división con patrones de resta iguales o reparto de cantidades en tantos iguales.

M.2.1.31. Reconocer la relación entre división y multiplicación como operaciones inversas.

---

Fuente: Ministerio de Educación, 2016, pp.76-

**Tabla 3**

*Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Geometría y Medida*

---

**Bloque**

**curricular**

**Destreza a desarrollar**

---

M.2.2.3. Identificar formas cuadradas, triangulares, rectangulares y circulares en cuerpos geométricos del entorno y/o modelos geométricos.

M.2.2.5. Distinguir lados, frontera interior y exterior, vértices y ángulos en figuras geométricas: cuadrados, triángulos, rectángulos y círculos.

M.2.2.6. Reconocer y diferenciar cuadrados y rectángulos a partir del análisis de sus características, y determinar el perímetro de cuadrados y rectángulos por estimación y/o medición.

Geometría y

medida

M.2.2.7. Reconocer líneas, rectas y curvas en figuras planas y cuerpos.

M.2.2.8. Representar de forma gráfica la semirrecta, el segmento y el ángulo.

M.2.2.10. Medir, estimar y comparar longitudes de objetos del entorno, contrastándolas con patrones de medidas no convencionales.

- M.2.2.11. Utilizar las unidades de medida de longitud: el metro y sus submúltiplos (dm, cm, mm) en la estimación y medición de longitudes de objetos del entorno.
- M.2.2.13. Representar cantidades monetarias con el uso de monedas y billetes de 1, 5, 10, 20, 50 y 100 (didácticos).
- M.2.2.14. Realizar conversiones monetarias simples en situaciones significativas.
- M.2.2.16. Reconocer día, noche, mañana, tarde, hoy, ayer, días de la semana y los meses del año para valorar el tiempo propio y el de los demás, y ordenar situaciones temporales secuenciales asociándose con eventos significativos.
- Geometría y  
medida
- M.2.2.17. Realizar conversiones usuales entre años, meses, semanas, días, horas, minutos y segundos en situaciones significativas.
- M.2.2.19. Medir, estimar y comparar masas contrastándolas con patrones de medidas no convencionales.
- M.2.2.20. Utilizar las unidades de medida de masa: el gramo y el kilogramo, en la estimación y medición de objetos del entorno.
- M.2.2.23. Medir, estimar y comparar capacidades contrastándolas con patrones de medidas no convencionales.
- M.2.2.24. Utilizar las unidades de medida de capacidad: el litro y sus submúltiplos (dl, cl, ml) en la estimación y medición de objetos del entorno.
- 

Fuente: Ministerio de Educación, 2016, pp.78-80.

**Tabla 4**

*Destrezas Básicas imprescindibles de Básica Elemental Bloque Estadística y Probabilidad*

---

<b>Bloque curricular</b>	<b>Destreza a desarrollar</b>
Estadística y probabilidad	M.2.3.1. Organizar y representar datos estadísticos relativos a su entorno en tablas de frecuencias, pictogramas y diagramas de barras, en función de explicar e interpretar conclusiones y asumir compromisos.
	M.2.3.2. Realizar combinaciones simples y solucionar situaciones cotidianas.

---

Fuente: Ministerio de Educación, 2016, p.80.

## **2.2. La relación entre el personal docente de matemática, el libro guía y el currículo**

Para explicar esta correspondencia es necesario clarificar brevemente estos conceptos. Sánchez (2008) establece al currículo como un instrumento que tiene el personal docente como guía que permite esclarecer términos, conceptos, materiales que se deben ejecutar en la metodología en la práctica docente. Asimismo, el Ministerio de Educación (2016) establece al currículo como un plan de estudios del país que está enfocado en los aprendizajes y en el desarrollo de la sociedad de manera individual y social. También el Ministerio de Educación proponen los libros guías o guía del docente que son documentos en el que se mencionan ciertas estrategias que sirven para el apoyo al personal docente y estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En esta línea, el Ministerio de Educación elaboró los textos del estudiante de acuerdo a los temas y contenidos que se plantean en el currículo educativo del área de Matemática.

Responden a los contenidos adaptados de acuerdo a la edad del estudiante y al nivel, por lo que, el personal docente tiene a su disposición un texto guía que está orientado en base a la programación, planificación de orientaciones metodológicas, dentro de bloques curriculares, juntadas por unidades, dentro de cada una hay actividades que responden a destrezas con criterio de desempeño. Antes de terminar la unidad hay evaluaciones que responden a indicadores de logro y actividades de autoevaluación (Ministerio de Educación, 2016). Asimismo, este texto es un soporte para un adecuado avance de la clase de matemática de manera motivadora y creativa.

En ese sentido los textos de matemáticas están diseñados para fomentar en los estudiantes investigación, autoformación, uso de TIC'S con fin de generar gusto por la Matemática (Hidalgo et al., 2018).

Referente a la actualización del currículo 2016, este desarrolló una propuesta más flexible y abierta para solventar limitaciones e intereses de los estudiantes, la diversidad en el aula de clases y adaptación a los diferentes ritmos de aprendizaje (Ministerio de Educación, 2016). Sin embargo, con el reajuste se incorporó nuevos contenidos habiendo una sobrecarga de temas que los estudiantes deben aprender durante el proceso de enseñanza aprendizaje (Delgado et al., 2018), ante ello el Ministerio de Educación propuso aprendizajes imprescindibles y deseables, pero de los aprendizajes deseables existe la posibilidad que la institución educativa pueda elegir los temas que considere adecuados a desarrollar de acuerdo a la realidad de la institución educativa y a las necesidades (Condor et al., 2018).

El personal docente que imparte la Matemática, así como el cuerpo docente en general deben tener conocimientos, discernimiento que les contribuye a que sus clases tengan crédito, además deben conocer el contexto y contextualizar los temas, saber a profundidad (Bravo et al., 2017). Del mismo modo, el personal docente debe planificar una serie de actividades que le

permita al educando reflexionar y ser crítico, investigar, cooperar, participar, ser activo, asimismo deben ayudarse de técnicas e instrumentos que le permita evaluar de manera adecuada los conocimientos que los educando van obteniendo (Gómez et al., 2019 y Murillo, 2010).

Finalmente, para la enseñanza de la Matemática desde la propuesta del Ministerio de Educación es imprescindible considerar al currículo ecuatoriano, los textos didácticos y el cuerpo docente, los mismos que deben estar alineados al paradigma constructivista. Debido a que, este paradigma genera una educación basada en el desarrollo de destrezas, capacidades o habilidades. En el que el aprendizaje es continuo, significativo, satisfactorio y receptivo. Por ende, el currículo ecuatoriano responde a esta visión constructivista generando que los textos que guían al docente, estudiantes en el área de Matemática. Por ello, el docente debe plantear una clase apoyado usando medios, herramientas propuestas en el ajuste curricular.

De la misma manera, el currículo y los textos son herramientas para el profesorado, ya que son guías sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo a éste, tener una base más clara acerca de los contenidos que deben desarrollarse en los estudiantes de las diferentes edades.

Por lo tanto, se debe considerar que todas las partes dentro del proceso educativo estén en congruencia para que el estudiante logre resultados de aprendizaje esperados. Pues en la enseñanza se debe aspirar por parte del docente a que se llegue a la motivación por aprender, y a que los estudiantes se autorregulen en su aprendizaje y lleguen a una construcción reflexiva y de esta forma se edifica aprendizajes significativos (Hidalgo et. al, 2018).

### **2.3. Resultados de las pruebas Pisa-D en el área de la Matemática**

En este punto, una vez que se ha sintetizado sobre lo que se debe enseñar en el área de la Matemática en el sub nivel elemental en el marco del currículo ecuatoriano, es necesario

hacer un paréntesis para describir algunos resultados que se desprenden de pruebas estandarizadas aplicadas en matemáticas. La intención es que los resultados de estas pruebas estandarizadas sirvan como un insumo para la reflexión sobre cómo se está enseñando matemáticas de los niveles iniciales, más aún cuando el currículo plantea destrezas con nivel de complejidad creciente.

Según el reporte de Torres (2018) en el gobierno de Rafael Correa, Ecuador participó en PISA-D (“*PISA for Development*”), en una iniciativa de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). En esta participación (PISA-D) en el área de la Matemática se valoran competencias matemáticas tienen problemas de probabilidad, espacio y forma, cantidad, cambio y relaciones. Asimismo, estos problemas están relacionados a los diferentes contextos o situaciones del estudiante como: situación educativa, laboral, contexto inmediato de los estudiantes, actividades diarias; situación pública y científica (OCDE, 2014).

En el año 2015, uno de los resultados de las pruebas PISA-D en el área de matemáticas mostró que el “71 % de los estudiantes ecuatorianos de 15 años obtuvieron bajo desempeño en Matemáticas, bajo desempeño se considera por debajo del Nivel 2” (Bos et al., 2017, p.1). El nivel 2 hace referencia a que los contenidos y la manera básica a que el alumnado puede recurrir para distinguir una “explicación apropiada, interpretar datos y reconocer la cuestión que trata un experimento simple. Todos los estudiantes deberían alcanzar el nivel 2 de competencias al concluir la educación obligatoria” (OCDE, 2016, p.4). En esta línea se muestra que el 70,9 % de la población estudiantil ecuatoriana no alcanzó en Matemáticas el nivel 2, categorizado como el nivel de desempeño básico. El desempeño promedio de Ecuador fue de 377 sobre 1.000, estos resultados en las pruebas PISA-D 2018, evidenciaron considerables problemas en la población estudiantil ecuatoriana para resolver situaciones que involucran la capacidad de resolver problemas matemáticos (OECD 2019).

Por su parte, en los últimos años los resultados de PISA han posicionado en varias ocasiones principalmente a los escandinavos en Europa, países asiáticos y a Canadá y a su vez, los países latinoamericanos se encuentran en los puestos finales de la lista mundial de PISA-D y entre estos, Chile y Uruguay son los únicos países latinoamericanos en ubicarse en las mejores posiciones (Bos et al., 2017 y Arévalo et al., 2018).

En efecto, según Tröhler (2013) PISA nace de en la guerra fría con una teoría del capital humano que resulta de la dominación de la cultura estadounidense. Pues el argumento de que PISA ya no acoge una perspectiva teórica, sino que prevalece la perspectiva empírica es ambigua. De hecho, González-Barbero, 2015, menciona que PISA cuando remite a “la capacidad de los jóvenes de usar sus conocimientos y destrezas para enfrentarse a los retos de la vida real”, (p. 172) se evidencia que el objetivo demuestra que no se enfoca en el contexto ni en que la población estudiantil aprenda sino a un razonamiento más mecánico.

Sin embargo, Rico (2007) menciona que PISA/OCDE apuesta por entender las matemáticas como conjunto de procesos que dan respuesta a problemas. Esta evaluación se centra en el uso por los estudiantes de unas herramientas matemáticas para resolver y dar respuesta a problemas y necesidades, poniendo en funcionamiento unas determinadas competencias. Pues en el accionar en la Matemática están herramientas conceptuales, tareas contextualizadas, y sujetos que responden un modelo funcional sobre el aprendizaje de la Matemática.

Con respecto a las pruebas estandarizadas se menciona que una de las principales características es la homogeneidad y masividad ya que amerita que docentes, estudiantes de un conjunto de países aprenden o deban aprender lo mismo y por lo tanto deban ser evaluados de la misma manera. Sin embargo, Ecuador es un país multiétnico y multicultural. Por su parte, las pruebas del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la UNESCO, que vienen aplicándose en la región desde 1997, están más cercanas

a las realidades de América Latina y el Caribe que la OCDE. PISA fue creada por la OCDE y para los países de la OCDE (países ricos, desarrollados, industrializados) (Torres, 2018).

En otro de los puntos esta la competencia matemática que ha sido clave en la sociedad del siglo XXI porque se asimila con crecimiento, desarrollo y empleabilidad del conocimiento (Ranguelov, Motiejunaite, Kerpanova, Parveva, y Noorani, 2011). Y esto coincide con la finalidad de obtener un perfil de las competencias matemáticas adquiridas por los estudiantes y su capacidad para resolver e interpretar problemas en los estudiantes entre los 15 y 16 años (Torres, 2018).

Los resultados de las Pruebas PISA-D aplicadas en el contexto ecuatoriano permite reflexionar sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje en la asignatura de Matemática como una debilidad. Para Taco-Ruiz (2020) una posible explicación de la deficiente enseñanza en esta rama en el contexto ecuatoriano se debe concepción filosófica y epistemológica y esto ha hecho que la Matemática sea considerada como un objeto en donde la enseñanza evalúe solo habilidades para el cálculo, manipulación de símbolos, memorización de contenidos y conceptos. Obteniendo como respuesta una evaluación definida por transmisión y reproducción de conocimiento del docente.

De igual forma, durante la enseñanza la mayoría de las veces se utilizan los textos de matemáticas en el que predomina los ejercicios algorítmicos sin relacionarse con la realidad de población estudiantil. Ante ello en el estudio realizado por Kammi y Dominick (2010) establecen que estudiantes de 2<sup>do</sup> hasta 4<sup>to</sup> grado de educación básica es perjudicial la enseñanza de algoritmos de forma mecánica ya que los conceptos de *llevar y tomar prestado* en la resta principalmente genera en la población aprendiz efectos negativos, como por ejemplo: fuerzan a los niños a renunciar a su pensamiento numérico, no se enseña el valor de la posición e impide que los niños desarrollen el sentido del número y hacen que los niños dependan de la

distribución espacial de las cifras (del papel o el lápiz) y de otras personas para la comprensión y corroboración de respuestas.

Asimismo, Kammi y Dominick (2010) y Gonzáles-Barbero (2015) aluden que para que se dé un mejor rendimiento y percepción de la asignatura de Matemáticas en los estudiantes, la enseñanza necesita una variada metodología didáctica que permita llegar al aprendizaje significativo por medio del uso en la clase de investigación, planteamiento y resolución de problemas, contextualización de información.

## **2.4. Métodos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática**

El proceso de enseñanza-aprendizaje es concebido como un espacio en que los protagonistas principales son el estudiante y el docente que cumple la función de facilitar los procesos de aprendizaje. En cambio, los estudiantes son quienes adquieren el aprendizaje a través de la lectura, aportaciones de experiencias previas y reflexionar sobre la misma, intercambio de ideas con sus pares y docente. Durante este espacio se trata que el estudiante disfrute su aprendizaje y lo adquiera de manera significativa para ponerlo en práctica en su vida diaria (Merida, 2016).

Por su parte, para Arteaga-Martínez y Macías Sánchez (2016) la enseñanza- aprendizaje implica un proceso más complejo en donde en la fase inicial, el profesor tiene una posición “privilegiada” con respecto al saber. Mientras que el alumno a pesar de tener un contacto previo con el docente, estos saberes pueden ser inapropiados o limitados para el nivel de los niños; pero que al finalizar el proceso enseñanza-aprendizaje con el profesor, el alumno debe tener la capacidad de establecer una relación adecuada con este saber adquirido. Por lo que, es imprescindible que en el proceso de enseñanza- aprendizaje haya una comunicación e interacción entre el alumno, el saber o conjunto de conocimientos al que se quiere llegar y el

docente. Debido a que, la *percepción, concepción y aplicación* que cada aprendiz adquiere de las nociones en la matemática dependen o varían de acuerdo al aprendizaje recibido.

Asimismo, la enseñanza para el profesor Ubiratam D`Ambrosio no es solo transmisión de información que puede ser de un libro, sino es algo más pues responde a las necesidades sociales, ambientales y culturales (Alvarez, 2008). Por lo que, aprovechar diversas y variadas situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes ya sea en lo social, personal o familiar y relacionarlo con el conocimiento matemático en donde se usen en la práctica los conceptos de velocidad, precio, tiempo, costo, todo tipo de cálculos en donde se dé un esfuerzo para ligarlos a lo cotidiano como se propuso en el plan decenal de educación 2006 – 2015 (Viteri, 2015).

Es por ello, que el Ministerio de Educación (2016) establece que los establecimientos educativos deben desarrollar métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, favoreciendo la capacidad del autoaprendizaje y promoviendo el trabajo colaborativo. Ya que, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se basa en diversos métodos que el docente considere adecuado para la clase. Asimismo, Pérez-Avellaneda (2008) dice que los métodos matemáticos más utilizados para la enseñanza están: método inductivo, método deductivo, método heurístico y método de solución de problemas.

En relación, al método inductivo hace referencia a que parte desde lo específico a lo general en primera instancia desde de la observación, continua con la experimentación, seguidamente de la comparación, continua con la abstracción y termina con la generalización. Por lo que, este método se sustenta en la comprensión de los conceptos matemáticos a través del redescubrimiento o descubrimiento de nuevos conocimientos matemáticos (Pérez-Avellaneda, 2008 y Vargas, 2009). Asimismo, los mismos autores establecen que en este método se puede dar razonamiento de inducción de manera completa o incompleta. En cuanto al primer caso se da cuando las conclusiones obtenidas no otorgan datos nuevos aparte de los

extraídos de los problemas matemáticos. Mientras que, la inducción incompleta es cuando las conclusiones se expanden pues la información brindada por los problemas matemáticos, es corta y se necesita de más datos ya que existirá más probabilidad de certeza o verdad.

En cuanto al método deductivo es el proceso que parte desde lo general a lo particular y se presenta en las definiciones, reglas, principios, conceptos, enunciados, fórmulas, entre otros (Vargas, 2009). Asimismo, trata de un método de búsqueda de solución a problemas matemáticos en los que inicialmente se parte de lo general a lo específico y cuando se tienen grandes postulados generales, se procede a la descomposición de los procesos para establecer los resultados (Náñez, 1999). Para ello, Pérez-Avellaneda (2008) y Álvarez-Esteben, et al., (2018) indican que la parte de un conjunto de actividades secuenciales que el aprendiz debe realizar durante el desarrollo de la clase debe ser a partir de tres pasos como: enunciado, comprobación y aplicación.

Por otra parte, el método heurístico es un conjunto de pasos que deben realizar los estudiantes para poder identificar en el menor tiempo posible una solución de un determinado problema, poniendo en juego sus capacidades de aprendizaje (Pérez-Avellaneda, 2008). Para ello Garrido et al. (2010) y Pérez-Avellaneda (2008) sugieren que el docente debe incitar al alumno a comprender, implicando justificaciones o fundamentaciones lógicas y teóricas que pueden ser presentadas por el profesor o investigadas por el alumno. Por lo cual, permite que los estudiantes puedan organizar información, crear hipótesis y construir conocimiento por medio del aprendizaje y la reflexión permanente de estrategias de descubrimiento, que permitan el abordaje de situaciones comunes mediante la descripción de propósito, exploración experimental, socialización de los resultados, evaluación y fijación.

Finalmente, Pérez-Avellaneda (2008) establece que la solución de problemas como método aplica los principios o procesos matemáticos que buscan dar solución a uno o varios

problemas. Si lo utiliza en clase, se incita al estudiantado a la comprensión del problema, se fomenta a la separación en componentes o partes para que se dé respuesta o solución. Asimismo, el reto, la significación y la complejidad ascendente son la norma de esta metodología (Oliver, 2009; Pérez y Ramírez, 2011). Esto se realiza a través de los siguientes pasos: enunciación y comprensión del problema, formulación, búsqueda y determinación de alternativas de ejecución, resolución, fijación y verificación de resultados.

## **CAPÍTULO 3: MÉTODO SINGAPUR PARA LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA: ESTADO DEL ARTE**

En el presente capítulo se muestran los resultados encontrados en las investigaciones acerca del Método Singapur en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el subnivel elemental o primaria que han sido publicados en los últimos diez años.

Para localizar los estudios se utilizaron palabras claves que surgieron de las lecturas previas como: implementación del Método Singapur, manipulación, formulación de problemas matemáticos, resolución de problemas matemáticos, expresiones matemáticas, enseñanza de las matemáticas, entre otros. Asimismo, las fuentes de información fueron localizados en Google académico y bases digitales: Dialnet, Scielo, La Referencia (Red de repositorios de acceso abierto a la ciencia), Alicia (Acceso Libre a información Científica para la Innovación).

### **3.1. Aspectos generales del análisis**

Para el análisis del material se dividió en dos fases. En primer lugar, se realizó un análisis descriptivo del material encontrado y en segundo lugar se realizó un análisis sobre los principales hallazgos encontrados.

De las investigaciones consultadas, en cuanto a su ubicación, el país con mayor número de publicaciones es Perú con 5 documentos, le sigue Colombia y Chile, cada uno con 3 documentos, y termina con México con 2 documentos. Obteniendo un total de 13 documentos. Conviene aclarar también, que de los documentos revisados 5 son de tesis de fin de maestría, 3 son artículos científicos, también son 3 las tesis doctorales y 1 corresponde a un trabajo de fin de pregrado.

Además, en las investigaciones consultadas, también se evidenció que la mayoría, es decir, 7 documentos tienen un enfoque cuantitativo con un diseño empírico y experimental, 4 tienen un enfoque cualitativo y 2 un enfoque mixto.

En cuanto a la población o participantes implicados en los estudios, 11 de las investigaciones revisadas han considerado para su desarrollo poblaciones de estudiantes entre 5 a 10 años; por otro lado, 2 investigaciones han considerado a docentes que implementaron el Método Singapur en sus aulas. Dentro de estas, la primera investigación trabajó con 12 docentes y estudiantes de primero hasta quinto grado; en la segunda investigación incluyeron a estudiantes de octavo grado del Bachillerato General Unificado. Estos fueron docentes que tienen un título de profesor de Educación General Básica sin especialización en matemática, pero con capacitación en Método Singapur y los demás docentes son docentes con título de profesor de Educación General Básica sin especialización en la asignatura de Matemática y sin capacitación en Método Singapur.

Para la recopilación de información, en los estudios cuantitativos se emplearon cuestionarios estructurados y encuestas, además se utilizaron el test Evamat para la evaluación de la competencia matemática en los estudiantes. Mientras que en los estudios cualitativos se usaron las entrevistas, cuestionarios, lista de cotejos, guía de observación, guía de entrevista a los participantes para la recolección de la información y grupo focal.

## 3.2. Principales hallazgos

Actualmente una de las controversias en la escolarización de América Latina está el ¿Cómo mejorar y contribuir al aprendizaje de la Matemática en la población estudiantil? Debido a que, es una de las asignaturas más difíciles y complejas de abordar, por su nivel de abstracción. Por este motivo, ha surgido la idea de incorporar a las clases diarias, una metodología de enseñanza llamada Método Singapur que busca mejorar significativamente el aprendizaje matemático (Espinoza y Villalobos, 2016; Rivera-Camacho y Ahumada-García, 2019; Juárez-Eugenio y Aguilar-Zaldívar, 2018).

Por ello, para reportar los resultados más relevantes de los estudios encontrados sobre el Método Singapur se clasificó en tres principales categorías:

- 1.- Desarrollo de la competencia matemática a través del Método Singapur.
- 2.- Desarrollo del pensamiento matemático en el Método Singapur.
- 3.- La percepción del docente en la implementación del Método Singapur.

Seguidamente, se muestran los principales hallazgos y resultados de las investigaciones en las diferentes categorías analizadas:

### 3.2.1. Desarrollo de la competencia matemática a través del Método Singapur

En relación a la primera categoría el Método Singapur ayuda a desarrollar favorablemente la competencia matemática en la utilización y relación de los números, así como los símbolos, las operaciones esenciales y las formas de expresión de los mismos. Se encontró que este método es una referencia esencial con los primeros años de la educación primaria, sobre todo por su relación con representaciones pictóricas que facilitan la analogía para niños y niñas en ese nivel (Delgado et al., 2018; Campana-Sagastegui, 2016).

Por otra parte, Espinoza et al. (2016), con respecto a los números y operaciones en tareas como: organización, clasificación y comparación en los números del 0 a 100, entender el valor posicional, multiplicación de fracciones, concluye que el Método Singapur tiene un efecto positivo en la realización, aprendizaje y desarrollo de las habilidades matemáticas en relación y comparación de los números en contraste con otras estrategias de trabajo en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Esta afirmación indica que el Método Singapur es favorable para el estudiantado de primaria ya que en los textos de “Pensar sin Límites” en donde se trabaja con el Método Singapur además de las habilidades matemáticas anteriores se agrega el cálculo mental, la estimación y el trabajo de temas por medio del currículo en espiral. Esto, más allá de su aplicabilidad en otras áreas y niveles educativos, hace que el método sea preferentemente utilizado para operaciones aritméticas básicas.

### **3.2.2. El pensamiento matemático con el Método Singapur**

La segunda categoría en el cual se agrupan los tres artículos investigados de Tapias-Reyes y Murillo-Antón (2022), Peña-Soto (2021) y Pazmiño-Medina (2020) concluyen que el Método Singapur ayuda en el planteamiento, comprensión y resolución de problemas en la Matemática, lo que da paso al desarrollo del pensamiento matemático. Debido a que, este conjunto de estrategias que utiliza el Método Singapur tiene como foco central dar solución a problemas, por lo que difiere con la memorización de algoritmos en la enseñanza tradicional de la asignatura.

Adicionalmente, Pazmiño y Medina (2020) enfatiza en la influencia significativa del Modelado en barra en la comprensión y en el dar solución a diferentes problemas matemáticos, ya que permite recrear una representación de los datos y sus relaciones, por medio de la representación de barras. Además, en el proceso de resolución del problema permite a que el estudiantado plantee varias estrategias adecuadas para finalizar eligiendo la mejor, de esta

manera el estudiantado no se encuentra en un modelo lineal de aprendizaje, sino que está constantemente exigido a cambios para que pueda generar soluciones a distintos niveles de complejidad.

Es decir, el alumnado plantea, comprende, analiza y elige para posterior seleccionar y usar estrategias matemáticas que consideren adecuadas para la resolución de problemas matemáticos (Ministry of Education Singapore, 2017).

Por su parte, González Pérez y Ortíz Trigo (2015); Rambao-Pantoja y Lara-Jiménez (2019) agregan que el desarrollo de esta competencia (resolver problemas) implica problematizar la realidad, razonar y a su vez de buscar, organizar y procesar la información. Esto permite que el individuo pueda explicar el por qué y cómo de los datos, encontrar ejemplos, hacer conjeturas, formular hipótesis, hacer predicciones. Pero a su vez, Rambao-Pantoja y Lara-Jiménez (2019) comprueban que el Método Singapur contribuye positivamente en la resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas y sustracción de composición y de transformación, así como en situaciones de variación proporcional.

De la misma forma, Tapia-Reyes y Murillo-Antón (2022); Peña-Soto (2021); Rivera-Camacho y Ahumada-García (2019); Mamani-Mamani (2018) concuerda en que dar respuesta a los problemas usando el Método Singapur extiende posibilidades en el que el estudiantado llegue a desarrollar la metacognición. Esto se hizo evidente en los estudios realizados por los autores mencionados anteriormente que destacan que el Método Singapur desarrolla la metacognición, el monitoreo y la autorregulación de los pensamientos.

Es necesario mencionar que “La metacognición se refieren a la conciencia y la capacidad de controlar los procesos de pensamiento, en particular a la selección y uso de las

estrategias de resolución de problemas” (Ministry of Education Singapore, 2007, p.9), lo que posibilita al cerebro la capacidad para ordenar, verificar, distinguir y recordar.

Además, Mamani-Mamani (2018) y Angulo-Alfaro (2020) mencionan que, para desarrollar la metacognición, se sugieren como prácticas: resolver problemas abiertos y no rutinarios, enseñar a los estudiantes habilidades generales para dar solución a problemas, discutir las diversas soluciones y estrategias que buscan solucionar, motivar a la población estudiantil a buscar formas alternativas de resolver un problema, pensar en voz alta y reflexionar continuamente.

Bajo este lineamiento permite al estudiantado que preste atención en los elementos más relevantes que se debe considerar para solucionar un problema matemático, aprendiendo a discriminar los datos, características que presenta el problema, e inicia con la presentación contextual de los mismos (Peñalva, 2010). Por ende, los estudiantes tendrán la oportunidad de descubrir, razonar y comunicar; participarán en socializaciones de manera que puedan generar alternativas de solución a situaciones y establecer conexiones entre estas.

### **3.2.3. La percepción del docente sobre la ejecución del Método Singapur en el aula**

En la tercera categoría se agrupan aquellas investigaciones que han indagado la percepción del profesorado sobre la ejecución del Método Singapur en el aula en donde se trabajó conjuntamente docentes y estudiantado.

Las investigaciones de Calderón-Lorca (2014) y Estrada-Gutiérrez et al. (2019) concuerdan que debe haber un cambio en el razonamiento matemático en el personal docente porque favorece y transforma la enseñanza-aprendizaje en el área de la Matemática y en otro de los puntos está el aprendizaje de la Matemática de forma divertida, también se encuentra el

respetar los diferentes estilos de aprendizaje que hay en el salón de clases. Por lo que, la ejecución del Método Singapur mejora las situaciones de enseñanza en esta área. Pues involucra una progresión didáctica (concreto, pictórico, para conseguir una abstracción de conceptos matemáticos) con el manejo de diferentes estrategias didácticas.

Referente a la ejecución del Método Singapur en el aula en los estudios mencionados anteriormente concuerdan que se presentaron dificultades de índole pedagógicas, logísticas, económicas, entre otras, pero reconocen que hay una aceptación favorable en la capacitación en esta “nueva” metodología.

No obstante, Calderón-Lorca (2014) y Estrada-Gutiérrez et al. (2019) también critican la implementación del Método Singapur, pues consideran que requiere más planificación, investigación y, por lo tanto, más tiempo, así como una adecuada planificación por parte de las autoridades al momento de implementar esta metodología en las escuelas, porque no había una concordancia entre lo que se exige al docente y los recursos materiales (material concreto y textos escolares) que en la escuela maneja. En esta línea, Estrada-Gutiérrez et al. (2019) mencionan que es importante que el docente emplee y manipule los recursos y materiales pues facilitan la comprensión de problemas y la representación física de conceptos.

Otro aspecto criticado del Método Singapur es que no plantea estrategias dirigidas a los estudiantes con capacidades diferentes, pues involucra a estudiantes con las mismas habilidades, aptitudes en la construcción de conceptos matemáticos; lo único que cambia es la forma y ritmo de hacerlo (Calderón-Lorca, 2014).

Por lo tanto, a modo de cierre respecto a la percepción de los docentes sobre la ejecución del Método Singapur en el aula. La enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Matemática requiere de planificación, uso de estrategias didácticas diferentes y a su vez de recursos y

materiales apropiados que incurren a gastos económicos. No obstante, el uso del Método Singapur en el aula contribuye de manera favorable a la enseñanza-aprendizaje en esta asignatura.

## CONCLUSIONES

En la monografía se planteó los siguientes objetivos: explicar los elementos que fundamentan el Método Singapur, identificar lo que propone el currículo ecuatoriano sobre la enseñanza-aprendizaje de la Matemática para el subnivel elemental y analizar estudios acerca del uso del Método Singapur para el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática en el subnivel elemental, con base en los objetivos señalados se concluye lo siguiente:

El Método Singapur es una metodología de enseñanza de las Matemáticas basada en las experiencias de distintos investigadores de esta rama y que fue compilada por el Instituto Nacional de Educación (INE) de Singapur como respuesta a la búsqueda por mejorar el nivel de aprendizaje en esta asignatura.

Se fundamenta principalmente en el descubrimiento por parte del estudiantado, para ello se emplean herramientas que ayudan a convertir al estudiante en sujeto activo del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Además, el Método Singapur se centra en los aprendizajes previos que tiene el estudiantado para crear nuevos aprendizajes; asimismo, el conjunto de estrategias que usa el Método Singapur trabaja los contenidos de manera progresiva, respetando el estado cognitivo del estudiante, pues los contenidos se introducen desde los sencillos a los más complejos. Referente al aprendizaje de los conceptos matemáticos se sigue una secuencia: primero, se utiliza material concreto, luego se pasa a lo pictórico y finalmente a lo abstracto.

En cuanto al proceso que sigue el Método Singapur para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática se concluye que este se caracteriza por su dinamismo, comprensión y manipulación ya que implica pasos continuos que van desde elementos con los que la población estudiantil siente afinidad porque parte de una contextualización, se relaciona con la etapa concreta, hasta llegar a la elaboración del procedimiento matemático simbólico. Pasando antes por una etapa gráfica.

En otro punto, en el procedimiento de dar respuesta al problema matemático, el Método Singapur fomenta que el aprendiz desde su experiencia cree respuestas a una situación-problema, y para lograr esto se genera una adecuada comprensión y posteriormente experimentación del concepto matemático.

En relación a las teorías que sostienen esta metodología, coinciden en una Matemática más instintiva. En otras palabras, para dar respuesta se utiliza procesos, habilidades, destrezas que tiene cada alumnado. En donde este proceso es mediado por el docente y da paso a una construcción del saber matemático en lo colectivo (estudiantes-docente), lo que genera un nuevo pensamiento respecto a la forma de enseñar y aprender Matemática en el aula, Además esta metodología enfatiza al desarrollo gradual de los temas en esta rama.

En otro aspecto, se evidenció por medio de la revisión bibliográfica que el Método Singapur se puede aplicar en la básica elemental. Ya que, desde ese nivel es fundamental para el proceso intelectual de los párvulos pues fomenta la lógica, el raciocinio y a tener crítica. Sin embargo, resulta complejo la implementación del Método Singapur en las aulas de clase puesto que se necesita materiales didácticos específicos así como tener formación docente en el Método Singapur, estos son dos puntos clave para la implementación de esta metodología de enseñanza.

Finalmente, en la revisión de los estudios se observa que el Método Singapur provee ciertos beneficios a los estudiantes como por ejemplo está que se incentiva el aprendizaje, se mejora las destrezas en la Matemática, se busca dar respuesta a problemas matemáticos contextualizados, se motiva al pensamiento, reflexión y la utilización de materiales manipulativos que ayudan a entender y asimilar conceptos. Pero, también hay críticas en relación al material didáctico que es difícil de adquirir por su costo elevado, así mismo la formación docente es un requisito esencial para la aplicación del método en el aula de clases. Por lo expuesto, los estudios nos demostraron que el uso del Método Singapur en Matemática influye de manera positiva en el desarrollo incremento del nivel de logro en la resolución de problemas, motiva al aprendizaje en esta asignatura y por lo tanto como resultado se da una mejora en comprensión y rendimiento académico en esta asignatura.

A la luz de la revisión bibliográfica se recomienda que se dé un espacio para la reflexión en cuanto a cómo se enseña, se aprende y se utiliza las estrategias que emplean el personal docente en el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el subnivel elemental ya que la finalidad es mejorar las competencias, habilidades, destrezas, comprensión de esta materia de estudio que sirve de cimiento para los siguientes aprendizajes académicos.

Para ello, se ha evidenciado un método innovador y alternativo como es el Método Singapur, sin embargo, en el contexto ecuatoriano es muy difícil aplicarlo ya que implica un trabajo en conjunto desde el nivel macro, hasta llegar a las aulas, además, involucra recursos económicos, infraestructura, recursos didácticos, una continua capacitación al personal docente.

A pesar de que el método Singapur no se pueda aplicar en el contexto ecuatoriano es menester tomar en cuenta otros métodos que permitan innovar la enseñanza de esta disciplina desde los primeros niveles.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Angulo-Alfaro, M. L. (2020). *Método Singapur para el logro de la competencia resuelve problemas de cantidad en los estudiantes de 2º grado de educación primaria en la institución educativa virgen del Carmen* [tesis de maestría, Universidad Privada Telesup]. <https://repositorio.utelesup.edu.pe/handle/UTELESUP/1092>
- Alba, L. y García, M. (2019). El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios [tesis de grado, Universidad Nacional de Educación]. <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1106/1/TESIS%20Alba-Garc%C3%ADa.pdf>
- Aldana-Bermúdez, E. (2013). Una didáctica de la matemática para la investigación en pensamiento matemático avanzado. *Atenas*, 3(23), 56-69. <https://www.redalyc.org/pdf/4780/478048959005.pdf>
- Almeida, J., Angarita, B., Angarita, P., Cortázar, B., Forero, R., Figueroa, C., Méndez, V., Muñoz, L. y Villanueva, E. (2021). Aplicación del método Singapur para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el Colegio Santo Tomás de Aquino. *Revista aquinas 'scriptum scientiam'*, 1(1). <https://revistas.usantotomas.edu.co/index.php/aquinas/article/view/6649/6218>
- Alonso-Tello, C., López-Barriga, P. y Cruz Del-Vicente, O. (2013). Crecer Tocado. *Revista tendencias pedagógicas*, (21), 249-262. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4184358.pdf>

- Alvarez, H. B. (2008). Entrevista al professor Ubiratan D´Ambrasio. *Revista latinoamericana de etnomatemática*, 1(1), 21-25. file:///C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-EntrevistaAlProfesorUbiratanDAmbrosio-2561550.pdf
- Álvarez-Estevan, J., Alonso-Berenguer, I. y Gorina-Sánchez, A. (2018). Método didáctico para reforzar el razonamiento inductivo-deductivo en la resolución de problemas matemáticos de demostración. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 6(2), 17-32. <http://refcale.ulead.edu.ec/index.php/refcale/article/view/2545/1597>
- Arévalo, J., Guevara, M., Ward, M., Guillaume, A., Miranda, N. y Guillou, H. (2018). *Educación en Ecuador Resultados de PISA para el Desarrollo*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa y Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). [https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/12/CIE\\_InformeGeneralPISA18\\_20181123.pdf](https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/12/CIE_InformeGeneralPISA18_20181123.pdf)
- Arteaga Martínez, B. y Macías Sánchez, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*. Universidad Internacional de la Rioja: UNIR. [https://www.unir.net/wp-content/uploads/2016/04/Didactica\\_matematicas\\_cap\\_1.pdf](https://www.unir.net/wp-content/uploads/2016/04/Didactica_matematicas_cap_1.pdf)
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). “Content knowledge for teaching: What makes it special?” *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407. [http://kprcontentlibrary.kprdsb.ca:8080/docushare/dsweb/Get/Document-9589/content\\_knowledge\\_for\\_teaching\\_what\\_makes\\_it\\_special.pdf](http://kprcontentlibrary.kprdsb.ca:8080/docushare/dsweb/Get/Document-9589/content_knowledge_for_teaching_what_makes_it_special.pdf)
- Barber, M y Mourshed, M. (2008). *Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos*. McKinsey & Company. PREAL. Disponible en: [http://www.oei.es/pdfs/documento\\_preal41.pdf](http://www.oei.es/pdfs/documento_preal41.pdf)

- Berrocal-Mora, R. y Gómez-Berrocal. (2002). Razonamiento lógico-matemático en las escuelas. *Educare*, (2), 129-132. <file:///C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-RazonamientoLogicomatematicoEnLasEscuelas-4781218.pdf>
- Bos, M. S., Westh-Olsen, A. S., Vegas E., Viteri, A. y Zoido, P. (2017). *Ecuador: ¿se puede cerrar las brechas de aprendizaje que existe en el país?* (Nota No. 17). Banco Interamericano de Desarrollo (BID) y el Centro de Información para la Mejora de los Aprendizajes (CIMA). [https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/Nota\\_PISA\\_17\\_Ecuador\\_Se\\_pueden\\_cerrar\\_las\\_brechas\\_de\\_aprendizaje\\_que\\_existen\\_en\\_el\\_pa%C3%ADs\\_es\\_es.pdf](https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/Nota_PISA_17_Ecuador_Se_pueden_cerrar_las_brechas_de_aprendizaje_que_existen_en_el_pa%C3%ADs_es_es.pdf)
- Bravo, F., Trelles, C., & Barraqueta, J. F. (2017). Reflexiones sobre la evolución de la clase de matemáticas en el bachillerato ecuatoriano. *INNOVA Research Journal*, 2(7), 1-12. <https://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/218/316>
- Calderón-Lorca, P. E. (2014). *Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de isla de Maipo* [tesis de maestría, Universidad de Chile Vallejo]. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/130579>
- Campana-Sagastegui, R. L. (2016). *Aplicación del método Singapur en el desarrollo de competencias matemáticas–Institución Educativa de Inicial N° 1685 Nuevo Chimbote*, [tesis de maestría, Universidad César Vallejo]. [https://www.lareferencia.info/vufind/Record/PE\\_02a101d8af34b708ebb2fca139fa8ed](https://www.lareferencia.info/vufind/Record/PE_02a101d8af34b708ebb2fca139fa8ed)

- Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas* [tesis Doctoral, Universidad de Granada].  
<http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/1581/1/16737556.pdf>
- Cedeño, J. D., Vera, G. V., Mendoza, J. C., y Mieles, J. P. (2018). El currículo de la educación básica ecuatoriana: una mirada desde la actualidad. *Revista Cognosis*, 3(4), 47-66.  
<https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Cognosis/article/view/1462/1718>
- Cóndor, B., Rodríguez, Y., Remache, M. y Sánchez, M. (2019). ¿Cómo llevar el currículo al aula? *Revista Científica Retos de la Ciencia*, 3(1), 84-103.  
<file:///C:/Users/HP3/Downloads/7.+Rodr%C3%ADguez+Yesenia.pdf>
- Delgado, J., Vera, M., Cruz, J., y Pico, J. (2018). El currículo de la educación básica ecuatoriana: Una mirada desde la actualidad. *Revista Cognosis*, 3(4), 47-66.  
<https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Cognosis/article/view/1462/1718>
- Delgado-Pacheco, M. R., Mayta-Quispe, E. I. y Alfaro-Medina, M. L. (2018). *Efectividad del método singapur en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del tercer grado de primaria de una institución educativa privada del distrito de Villa El Salvador* (tesis doctoral, Universidad Católica de Perú).  
<https://www.proquest.com/openview/05cfceeb6ae2f2f0835df31dd875d4a0/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
- Douglas, E. (2014). *La enseñanza de la matemática en educación básica: Un libro de recursos*. Academia Chilena de Ciencias.
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J. y Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto

y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación*, (45), 90-131. <https://dx.doi.org/10.31619/caledu.n45.16>

Espinoza, A. M. y Villalobos, A. C. (2016). *El Método Singapur en el Aprendizaje de las Ecuaciones Lineales de Primer Grado. Una propuesta Metodológica para la Enseñanza de la Matemática* [tesis de maestría, Universidad Del Bío Bío]. [http://repositorio.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos\\_Valdes\\_Ana.pdf](http://repositorio.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1810/1/Villalobos_Valdes_Ana.pdf)

Estrada-Gutiérrez, M. S., Pizarro-Martínez, N. V. y Salcedo-Hernández, E. P. (2019). *Método Singapur para el desarrollo del pensamiento matemático en la básica primaria: un reto para los docentes* [tesis de pregrado, Universidad de la Costa]. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/5715>

Fernández-Bravo. (2001). Relación de ponencia y talleres. En J. L. Carlavilla-Fernández y M. Marín-Rodríguez (coords.), *La educación matemática en el 2000* (pp. 77-89). Ediciones de la Universidad de la Castilla-La Mancha. [https://books.google.com.ec/books?id=9gYKgWju6xwC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.ec/books?id=9gYKgWju6xwC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)

Fernández-Debrán, D. (2017). *El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones* [trabajo de grado, Universidad de Valladolid]. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/26917/TFG-G2620.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Fong-Ng, S. y Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for research in mathematics education*, 40(3), 282-313. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.40.3.0282>

- Hidalgo, D., Oquendo V., Hidalgo, B. y Hidalgo, I. (2018) Competencias que poseen los bachilleres en el ámbito de matemática. *CienciAmerica*, 7(2).  
<http://cienciamerica.uti.edu.ec/openjournal/index.php/uti/article/view/183/224>
- Hilaquita, V. (2018). *Método singapur en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del quinto grado de educación primaria de la institución educativa mercedario san pedro pascual de la ciudad de Arequipa 2018* [tesis de maestría, Universidad Nacional San Agustín].  
<http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/7241/EDMhiinv.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- Gamboa-Araya, R. y Moreira-Mora, T. E. (2017). Actitudes y creencias hacia las matemáticas: un estudio comparativo entre estudiantes y profesores. *Revista actualidades investigativas en educación*, 17(1), 1-45.  
<https://www.redalyc.org/journal/447/44758536021/html/>
- García-Hipólito, M. (2011). *La enseñanza tradicional de la matemática y su influencia en el aprovechamiento escolar de los alumnos de nivel primaria* [tesis de doctorado, Universidad Pedagógica Nacional]. <http://200.23.113.51/pdf/28757.pdf>
- García-Pérez, F. F. (2000). Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. *Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales*, (207), 1-15. [https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/17136/file\\_1.pdf?s](https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/17136/file_1.pdf?s)
- Garrido, P., Martínez, F., Calafate, C., Cano, J. y Manzoni, P. (2010). Adaptación de los métodos de enseñanza a los métodos de aprendizaje de los alumnos. *Jornadas de Enseñanza Universitaria de la Informática*, 268-274.  
<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099/11785/a32.pdf>

- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En J. D. Godino (coord.), *Didáctica de la matemática para maestros*. (pp. 5-123). Editorial Alianza. [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9\\_didactica\\_maestros.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf)
- Gómez-Escorcia, R. A. y Martínez Rincón, C. H. (2015). *Nivel de Competencias matemáticas en docentes de 3 de básica primaria frente a la formación en Método Singapur* [tesis Doctoral, Universidad de la Costa]. <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/4762/Nivel%20de%20Competencias%20matem%20c3%a1ticas%20en%20docentes%20de%203%20b0de%20b%20c3%a1sica%20primaria%20frente.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- González-Pérez, L. P. y Ortiz-Trigo, M. (2015). *Efecto del método Singapur en el desarrollo de competencias matemáticas para niños de 3º de básica primaria* [tesis doctoral, Universidad de La Costa]. <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/1306/EFEECTO%20DEL%20M%20C3%89TODO%20SINGAPUR%20EN%20EL%20DESARROLLO%20DE%20COMPETENCIAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- González-Barbero, M. R. (2015). *Estudio comparado de la enseñanza de las matemáticas en Reino Unido, Francia, Alemania y España y su eficacia en PISA* [trabajo doctoral, Universidad Nacional de Educación a Distancia]. [http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Educacion-Mrgonzalez/GONZALEZ\\_BARBERO\\_Remedios\\_Tesis.pdf](http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Educacion-Mrgonzalez/GONZALEZ_BARBERO_Remedios_Tesis.pdf)
- Gutiérrez, M. (2010). *Método gráfico Singapur. Desarrollo de habilidades*. Distrito Federal, México: Santillana.

- Juárez-Eugenio, M. R y Aguilar-Zaldívar, M. A. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Revista números*, (98), 75-86.  
<http://funes.uniandes.edu.co/12887/1/Juarez2018El.pdf>
- Kammi, C. y Dominick, A. (2010). Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro al 4to). *Revista pedagógica*, 43(1), 59-73.  
<https://core.ac.uk/reader/268246090>
- Mamani-Mamani, E. J. (2018). *Eficacia del método singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la institución bellavista del distrito de Juliaca* [tesis de doctorado, Universidad Nacional San Agustín].  
<http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/8812/EDDmamaej.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mapolelo, D. C. y Akinsola, M. K. (2015). "Preparation of mathematics teachers: lessons from review of literature on teachers 'knowledge, beliefs, and teacher education". *International Journal of Educational Studies*, 2(1), 1-12.  
<http://article.scieducationalresearch.com/pdf/EDUCATION-3-4-18.pdf>
- Martínez-Padrón, O. J. (2007). Actitudes hacia la matemática. *Revista universitaria de investigación*, 9(1), 237-256. [file:///C:/Users/HP3/Downloads/Documat-ActitudesHaciaLaMatematica-2781941%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/HP3/Downloads/Documat-ActitudesHaciaLaMatematica-2781941%20(1).pdf)
- Meel, D. E. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3), 221-278. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560303>

- Mejía, C., Mendoza, G. y Mier, L. S. (2017). *Transversalidad de las competencias ciudadanas en la enseñanza de las matemáticas en el método Singapur en la ciudad de Barranquilla: un estudio de caso* [trabajo de maestría, Universidad del Norte].  
<https://manglar.uninorte.edu.co/handle/10584/7677>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria*.  
<http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf>  
[Consulta: 19 de enero de 2022].
- Ministerio de Educación. (2016). *Guía didáctica de implementación curricular para egb y bgu matemática*. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Guia-de-implementacion-del-Curriculo-de-Matematica.pdf> [Consulta: 19 de enero de 2022].
- Ministry of Education Singapore. (2013). *Mathematics syllabus primary one to six*.  
[https://www.moe.gov.sg/-/media/files/primary/mathematics\\_syllabus\\_primary\\_1\\_to\\_6.pdf?la=en&hash=B401E761C0BFC490279883CCE4826924CD455F97](https://www.moe.gov.sg/-/media/files/primary/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf?la=en&hash=B401E761C0BFC490279883CCE4826924CD455F97) [Consulta: 12 de febrero de 2022].
- Ministry of Education Singapore. (2017). *Primary Mathematics teaching and learning syllabus*.  
<http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/maths-primary2013.pdf>
- Murillo, H. (2010). Misión del docente: propiciar en el estudiante aprendizajes significativos. *Enfermería universal*, 7(4).  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-70632010000400007](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-70632010000400007)
- Niño-Vega, J. A., López-Sandoval, D. P., Mora-Mariño, E. F., Torres-Cuy, M. A. y Fernández-Morales, F. H. (2020). Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas

- con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo. *Pensamiento y Acción*, (29), 21–39. <https://doi.org/10.19053/01201190.n29.2020.11270>
- Náñez, E. (1999). *La integración de los métodos de enseñanza en función del aprendizaje matemático* [trabajo de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León]. <http://eprints.uanl.mx/7908/1/1020125485.PDF>
- OCDE. (2016). *PISA 2015: Resultados clave* [Folleto]. <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- OCDE (2017), *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*. OECD Publishing. [https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework\\_PRELIMINARY%20version\\_SPANISH.pdf](https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework_PRELIMINARY%20version_SPANISH.pdf)
- Ordoñez, L. (2018). Mirada general al currículo ecuatoriano y su aplicación. *Saberes Andantes*, 2(5), 37-52. <http://saberessandantes.org/index.php/sa/article/view/38>
- Pazmiño-Medina, J. B. (2020). *El método Singapur en el fortalecimiento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del nivel elemental segundo año de básica de una Institución Educativa, 2020* [tesis de maestría, Universidad César Vallejo]. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/52279>
- Peña-Soto, R. Y. (2021). *El Método Singapur para desarrollar el pensamiento matemático en niños de primaria* [tesis de doctorado, Universidad César Vallejo]. [https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/62531/Pe%c3%b1a\\_SR\\_Y-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/62531/Pe%c3%b1a_SR_Y-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

- Peñalva, L. (2010) Las matemáticas en el desarrollo de la meta-cognición. *Política y cultura*, (33). [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-77422010000100008](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-77422010000100008)
- Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-194. <https://C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-EstrategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810.pdf>
- Pérez-Avellaneda, A. (2008). *Didáctica de la matemática*. PROPAD. [file:///C:/Users/HP3/Downloads/pdf-didactica-de-la-matematica\\_compress.pdf](file:///C:/Users/HP3/Downloads/pdf-didactica-de-la-matematica_compress.pdf)
- Puerto, S. M., Minnaard, C. L. y Seminara, S. A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(4), 1-12. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/1285Puerto.pdf>
- Quiñones, D., Ramón, E. y Pinilla-Dugarte, C. La enseñanza de la matemática: de la formación al trabajo de aula. *Educere*, 16(55), 361-371. <https://www.redalyc.org/pdf/356/35626140019.pdf>
- Rambao-Pantoja, C. S. y Lara-Jiménez, I. M. (2019). *Efecto del método Singapur como una estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos en contexto en estudiantes de tercer grado* [tesis de maestría, Universidad de la Costa]. <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/5908/Efecto%20Del%20M%C3%A9todo%20Singapur%20Como%20Una%20Estrategia%20Para%20El%20Fortalecimiento%20De%20La%20Resoluci%C3%B3n%20De%20Problemas%20Matem%C3%A1ticos%20.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Ranguelov, S., Motiejunaite, A., Kerpanova, V., Parveva, T. y Noorani, S. (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales.*

EURIDICE

[http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/187837/matematicas\\_eurydice\\_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/187837/matematicas_eurydice_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Restrepo-Becerra, J. (2010). Concepciones sobre didácticas de las matemáticas en profesores de educación básica y media. *Horizonte pedagógico*, 12(1).

[https://C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-](https://C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-ConcepcionesSobreDidacticaDeLasMatematicasEnProfes-4777952.pdf)

[ConcepcionesSobreDidacticaDeLasMatematicasEnProfes-4777952.pdf](https://C:/Users/HP3/Downloads/Dialnet-ConcepcionesSobreDidacticaDeLasMatematicasEnProfes-4777952.pdf)

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47-66. <https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6215>

Rivera-Camacho, J. B. y Ahumada-García, F. N. (2019). El método Singapur para favorecer competencias matemáticas en niños de educación primaria. *Educando para educar*, (37), 51-69. <https://beceneslp.edu.mx/ojs2/index.php/epe/article/view/46>

Rodríguez, S. V. (2011). El método de enseñanza de matemática Singapur “pensar sin límites.

*Revista Pandora Brasil*, (27).

[http://revistapandorabrasil.com/revista\\_pandora/matematica/selva.pdf](http://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf)

Rodríguez-Arocho, W. C. (1999). El legado de Vygotski y de Piageta la educación. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 31(3), 477-489.

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80531304>

Romero, N. A. y Moncada, J. A. (2007). Modelo didáctico para la enseñanza de la educación ambiental en la educación superior venezolana. *Revista de pedagogía*, 83(28).

[http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0798-](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-)



