

# UCUENCA

**Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación**

**Carrera de Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física**

**Propuesta didáctica para la enseñanza de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas con el apoyo de recursos virtuales.**

*Trabajo de titulación previo a la obtención  
de título de Licenciado en Ciencias de la  
Educación en Matemáticas y Física.*

*Autor:*

Jonathan Alexander Ortiz Guarnizo

C.I.:1724459845

Correo electrónico: jonathan199507@hotmail.com

*Tutor:*

Mgt. Freddy Patricio Guachún Lúceró

C.I.: 0105554448

**Cuenca - Ecuador**

**26 - mayo- 2022**

El presente trabajo de titulación ha sido desarrollado a partir de la dificultad presentada por parte de los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca; de manera primordial en ciertos temas como la transformación entre coordenadas y sus elementos diferenciales de volumen; contenidos latentes en la nivelación matemática presente en la asignatura de Electromagnetismo y Análisis Vectorial.

Con base a esta problemática, este proyecto se desarrolló en tres etapas secuenciales:

En la primera etapa, se presenta el análisis desde un enfoque constructivista que a manera posterior establece las bases y fundamento para el uso del programa GeoGebra para la construcción de recursos virtuales dinámicos para la enseñanza y aprendizaje de ciertos contenidos de análisis vectorial.

En la segunda etapa, mediante el levantamiento de datos se recopiló información para luego ser sintetizada y complementada con gráficos ilustrativos, que evidencian los problemas encontrados en los estudiantes, identificando la ausencia de un material educativo dinámico que simplifique la complejidad de los contenidos presentes en la asignatura.

Para concluir en la tercera etapa, se presenta un conjunto de seis guías de trabajo autónomo para el estudiante, el cual se desarrolla a la par con los simuladores gráficos supliendo la problemática evidenciada.

**Palabras clave:** Simuladores gráficos. Análisis vectorial. Electromagnetismo. Constructivismo.

This degree work has been developed from the difficulty presented by the students of the Mathematics and Physics career at Universidad de Cuenca; primarily in certain topics such as the transformation between coordinates and their differential elements of volume; latent contents in the mathematical leveling present in the subject of Electromagnetism and Vector Analysis.zx|

Based on this problem, this project was developed in three sequential stages:

In the first stage, the analysis is presented from a constructivist approach that later establishes the bases and foundation for the use of the GeoGebra program for the construction of dynamic virtual resources for the teaching and learning of certain vector analysis contents.

In the second stage, through data collection, information was collected to later be synthesized and complemented with illustrative graphics, which show the problems encountered in the students, identifying the absence of a dynamic educational material that simplifies the complexity of the contents present in the course.

To conclude in the third stage, a set of six autonomous work guides for the student is presented, which is developed along with the graphic simulators, supplying the problems evidenced.

*Keywords:* Graphic simulators. Vector analysis. Electroagnetism. Constructivism.

INTRODUCCIÓN .....	9
CAPÍTULO I.....	10
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	10
Enseñanza en el análisis vectorial.....	10
1.1. Constructivismo.....	12
1.2. Tecnologías de la información y comunicación (TICs).....	16
1.3. GeoGebra .....	19
CAPÍTULO II .....	26
METODOLOGÍA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	26
2.1. Planteamiento del problema.....	26
2.2. Selección de la población.....	26
2.3. Metodología, técnica e instrumentos.....	27
2.4. Análisis de resultados.....	27
2.6. Conclusión .....	33
CAPÍTULO III .....	34
PROPUESTA DIDÁCTICA .....	34
3.1. Introducción .....	34
3.2. Propuesta.....	34
CAPÍTULO IV .....	73
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	73
4.1. Conclusiones.....	73
4.2. Recomendaciones .....	74
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	75
ANEXOS.....	77

Cuenca, 26 de mayo del 2022.

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Yo, **Jonathan Alexander Ortiz Guarnizo** en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "**Propuesta didáctica para la enseñanza de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas con el apoyo de recursos virtuales**", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 26 de mayo del 2022.



---

Jonathan Alexander Ortiz Guarnizo

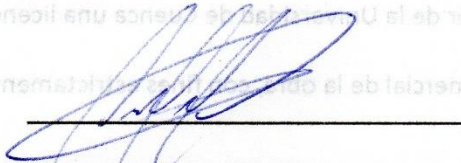
C.I: 1724459845

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Yo, **Jonathan Alexander Ortiz Guarnizo** autor/a del trabajo de titulación "**Propuesta didáctica para la enseñanza de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas con el apoyo de recursos virtuales.**", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 26 de mayo del 2022.



**Jonathan Alexander Ortiz Guarnizo**

C.I: 1724459845

## DEDICATORIA

Quiero dedicar el presente trabajo de titulación a mis padres, Lucia y Marcial, quienes me han apoyado incondicionalmente a lo largo de esta etapa de mi vida brindándome sus sabios consejos, cariño y palabras de motivación para terminar exitosamente esta carrera educativa.

A mis hermanos Patricia, Nelson, Elizabeth y Paola quienes han sido pieza fundamental en mi vida y quienes son mi orgullo y ejemplo para cumplir ésta y muchas metas más que se presenten a futuro.

A Fanny y Paúl quienes son parte importante de mi corazón debido a su sabiduría, paciencia y cariño brindado dentro de sus consejos a lo largo de mi vida personal y educativa.

Finalmente, a Mayra, Cristina, Paola y demás amigos por apoyarme en las buenas y malas, quienes hicieron que este camino se aliviane y se vuelva divertido.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a Dios, mis padres, amigos y familia por el apoyo brindado durante este arduo camino hasta llegar a cumplir esta anhelada meta.

Al Mgt. Patricio Guachún por los consejos y apoyo brindado durante el proceso de elaboración del presente trabajo de titulación.

Finalmente, agradezco a la Mgt. Sonia Guzhñay, al Mgt. Patricio Guachún y a mis profesores en general quienes con su labor además de haber compartido sus conocimientos, me han brindado sus valiosos consejos y experiencias permitiéndome crecer dentro del ámbito personal y profesional.



En la actualidad, en un mundo donde la innovación y desarrollo tecnológico crece a pasos agigantados, es necesario tener presente que elementos cotidianos deben ser combinados, mejorados y optimizados especialmente al momento de hablar del proceso educativo, donde elementos que usualmente utilizamos como pizarrones, material concreto e inclusive los procesos de evaluación han sido repotenciados y combinados con la tecnología de tal manera que nos permitan mejorar la calidad de aprendizaje.

En la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, donde se imparte la cátedra de Electromagnetismo durante el proceso de nivelación matemática se abordan temas que poseen una gran abstracción y demostraciones complejas, lo que implica un reto a los docentes para buscar la manera de que estos contenidos sean interiorizados por los estudiantes.

Por tal motivo, para el presente trabajo de titulación, se diseñó un conjunto de simuladores gráficos, con su respectiva guía de trabajo en la que ayude al estudiante a construir su conocimiento, permitiendo trabajar con espacios tridimensionales que con los recursos tradicionales sería muy complicado y tedioso.

### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### **Enseñanza en el análisis vectorial.**

Antes de contemplar el análisis vectorial a cabalidad, es necesario entender que al ser un campo de estudio complejo presenta varias conexiones con otras ramas de estudio como la geometría y la trigonometría, elementos de las matemáticas que fundamentan los conceptos geoespaciales necesarios.

Las metodologías tradicionales no resuelven el problema de la visión espacial porque utilizan materiales en 2D para explicar conceptos de 3D. Además, se ha observado en el periodo de prácticas que no se intenta relacionar los contenidos matemáticos con los de otras áreas de aplicación. (Cano, 2014, p.9).

Este nivel de complejidad termina generando en los estudiantes un temor y desinterés hacia las matemáticas debido a que, durante el proceso de formación, la adquisición de conocimientos superiores puede verse afectado por diferentes motivos, como la ausencia de recursos didácticos que lo complementen o la falta de comprensión a partir de las experiencias obtenidas luego de que el docente comparta el conocimiento en general.

Por este motivo, es necesario eliminar ese temor y generar en los estudiantes un interés por las matemáticas de nivel superior. Un claro ejemplo de esto, es cuando el docente comienza a vincular los procesos de integración lineales, dobles y triples con temas complejos como parametrización, optimización, derivadas parciales y entre otros temas que necesiten de una amplia capacidad de abstracción y razonamiento matemático generando la comprensión total del tema.

Según Tovar (2001) “las matemáticas, al igual que la Física, son asignaturas de alto nivel abstracto, que no deben ser memorizadas sino razonarse y, por desgracia, en la totalidad de los

# UCUENCA

centros educativos de los diferentes niveles escolares, dichas asignaturas se imparten induciendo en los alumnos la memorización, lo cual les impide que ellos mismos construyan su conocimiento” (p. 2).

Se debe tener presente que durante el proceso de aprendizaje, el arraigamiento de las matemáticas se presenta desde una temprana edad, acorde al escalafón curricular que se maneja en el Ecuador. Es necesario tener en cuenta que el objetivo principal es dominar de manera inicial las 4 operaciones básicas, las cuales se deben considerar como los pilares fundamentales para crear un aprendizaje evolutivo y secuencial en referencia a los posteriores procesos educativos como son: la educación básica elemental, básica superior y bachillerato, que son procesos educativos en los cuales se desarrolla y combina las definiciones elementales de álgebra, trigonometría y precálculo. Convirtiéndose en un campo de estudio reducido y a veces incompleto dentro de las matemáticas enseñadas en la secundaria; áreas que se vuelven de vital importancia al momento de enlazarse con la enseñanza tradicional, mecanicista, descontextualizada y técnica dentro del currículo universitario, lo cual obstaculiza la comprensión de los diferentes significados de los objetos matemáticos de estudio superior y sus vínculos con las componentes dentro del área de la física, como lo son: termodinámica, mecánica clásica, óptica, electromagnetismo, etc.

A partir de este momento el estudiante debe volverse uno de los principales actores del proceso de enseñanza-aprendizaje, debe asimilar los conocimientos que se le presentan y vincularlos con los temas que ha estudiado con anterioridad; temas que no siempre cumplen con las necesidades y denotan una mayor dificultad durante el proceso educativo universitario, en base a la diversidad de ramas que la componen y presentan un alto rigor matemático y de abstracción mental.

Mora (2003) describió que, aunque la escuela normalmente otorga a los estudiantes la responsabilidad de su aprendizaje y la aplicación necesaria para la disciplina. Actualmente, el aprendizaje no es un asunto exclusivo de quien está enfocado en aprender, sino también de quien está en la obligación moral de compartirlo, en este caso, el docente. El mismo que es considerado como el guía dentro del proceso educativo y de igual manera debe mantener presente la alta necesidad de abstracción que tiene el comprender y entender el comportamiento de las matemáticas, motivo por el cual se enfoca en buscar soluciones que permitan a los estudiantes obtener un pensamiento lógico-conectivo, intentando llevar a sus estudiantes al mismo nivel de conocimientos.

Finalmente, García, Reyes y Godínez, (2017) señalan que, en un proceso de enseñanza – aprendizaje, las TIC juegan un papel importante como apoyo de interacción con estas actividades didácticas que integran lo visual, novedoso e interactivo, incentivando al uso de este tipo de aplicaciones que promueven nuevas formas de enseñanza.

Actualmente, las tecnologías de la información y comunicación brindan una gran versatilidad y facilidad de uso debido a la existencia de aplicaciones de código libre, las cuales permiten construir, desarrollar y mejorar recursos como los simuladores gráficos, que permiten complementar y ejemplificar las definiciones o demostraciones abstractas que se presentan durante el proceso de enseñanza.

## **1.1. Constructivismo.**

### *1.1.1. Constructivismo educativo.*

Dentro de la postura educativa, se plantea como meta la educación progresiva en la que el sujeto se vuelva un ser motivado, activo e interactivo con su entorno; de esta manera, desarrolla capacidades que le permiten interactuar, reflexionar y asociarse de manera progresiva e integral mediante el uso de etapas o procesos acordes a su lineamiento temporal. Consecuentemente, es

# UCUENCA

de esperarse que estas cualidades se quieran aprovechar para lograr un quehacer científico mejorado, además en la actualidad se marca un espíritu investigador que busca el desarrollo, la facilitación y la comodidad del ser humano a partir de los recursos disponibles (Montilla, 2007). La experimentación permite al sujeto inmiscuirse de manera directa y desarrollar una mejor relación entre el principio físico-matemático que se plantea en el proceso de enseñanza establecido por el docente, y la información adquirida de manera experiencial; demostrando que el sujeto puede observar, analizar, deducir y evaluar su contenido y asemejarse con el conocimiento en general.

Mediante el uso de estos procesos de experimentación, se ha demostrado las diferentes maneras de sobrellevar un aprendizaje dinámico o bien llamado constructivista, el mismo que es viable, debido a que el docente no necesita mantenerse de pie frente a la pizarra y describir las concepciones teóricas y procesos físicos de aplicación, muy por el contrario, al combinarlo con métodos de enseñanza puede desarrollar actividades que integren a sus estudiantes y promuevan a la autonomía del aprendizaje. Un ejemplo detallado es el uso de actividades grupales asociados con mesas redondas o debates en los cuales ellos comparten la información obtenida y con el apoyo del docente llega a ser sintetizada.

## *1.1.2. Acercamiento constructivista hacia el proceso de enseñanza del Álgebra vectorial a través de las matemáticas.*

Según Cely y Rojas (2020) consideran que los orígenes del análisis vectorial se presentan en los fenómenos físicos; donde dicha relación permite deducir que su aprendizaje es primordial, debido a que al ser vinculado con las herramientas adecuadas que dispone en este espacio, le permitirá al estudiante adquirir la capacidad para modelar matemáticamente las situaciones físicas a través de una representación vectorial.

# UCUENCA

No obstante al momento de hablar sobre álgebra vectorial se debe tener presente su complejidad respecto a las matemáticas que lo componen, pues puede presentar diversas dificultades al momento de entablar el proceso de enseñanza-aprendizaje; especialmente al tratarse de un proceso de alto grado de complejidad y abstracción de los objetos matemáticos que allí se estudian; el docente, debido a que a partir de la metodología que utilice en base a sus conocimientos, experiencias e ideologías filosóficas, le permitirá generar el nuevo conocimiento que compartirá con sus estudiantes, los cuales, de la misma manera, comenzarán a generar su conocimiento basado en estas experiencias previas para luego asociarlas con sus propias experiencias, dando paso a una estructura cognitiva. Desde este punto, se analizará la metodología constructivista que permite generar una enseñanza adecuada del análisis vectorial, con énfasis en la teoría significativa de David Ausubel.

Ausubel describe dentro de su teoría que el aprendizaje se torna relevante y significativo, cuando la persona que se encuentra sometido a este proceso le da un sentido o lo vincula con experiencias obtenidas a lo largo de su vida; caso contrario los seres humanos poseen la capacidad de considerar que aprendizaje puede aportar o no a su conocimiento, y de esa manera, descartar la información innecesaria con mayor facilidad. Sin embargo, el aprendizaje que mayor significado tiene, puede ser desarrollado a profundidad con la finalidad de mejorarlo y estudiarlo con mayor interés. Por este motivo, el estudio de las ciencias exactas, usualmente genera dificultades a las personas que se encargan de este tipo de enseñanza para lo cual es necesario tener al alcance estrategias, técnicas o metodologías que permitan crear actividades a partir de recursos que brinden el adecuado significado a lo que se pretende enseñar al estudiante.

Yes y González (2019) manifiestan que para el docente, no es una tarea sencilla lograr el aprendizaje significativo en sus estudiantes. Por esta razón, se debe tener al alcance, la mayor cantidad de herramientas educativas como: prácticas, laboratorios, experimentos e inclusive los

# UCUENCA

métodos gráficos; los cuales suelen ser de gran ayuda ya que se involucran en un entorno virtual y llamativo que cautiva la atención de los estudiantes.

Para la aplicación de la teoría de Ausubel, se tendrá presente el desarrollo de los métodos gráficos para su posterior aplicación; como acompañamiento de la explicación teórica, construcción de definiciones y demostraciones dentro de los sistemas de coordenadas rectangulares, esféricos y cilíndricos. Además, como una herramienta de verificación al planteamiento y resolución de ejercicios en relación al tema antes mencionado, permitiendo crear un aprendizaje significativo con el estudiante. Estos métodos gráficos, podrán ser utilizados aún en circunstancias fuera del entorno de aprendizaje por su facilidad de ubicación en el entorno virtual establecido por el docente, con la finalidad de que el estudiante tome la iniciativa, los use o modifique acorde a las necesidades que considere durante el proceso de aprendizaje del análisis vectorial y de igual manera los vincule con los fenómenos físicos que estudiará de manera posterior.

Además, es necesario tener en mente que el constructivismo se fundamenta a partir de varias teorías que complementan y mantienen en pie el proceso de enseñanza - aprendizaje entre las cuales podemos tener presentes la teoría sociocultural de Lev Vygotsky o la teoría de desarrollo cognitivo de Jean Piaget, teorías que consideran al estudiante como la parte activa y principal dentro de su contexto educativo.

Rodríguez (1999) describe que la escuela no es meramente el escenario en que la educación y el desarrollo de los sujetos tienen lugar, la escuela es un sistema vivo, un auténtico ecosistema cultural cuyo propio desarrollo está tan entrelazado con el desarrollo del sujeto.

Como consecuencia, se entiende que aunque la apertura de conocimientos se dé dentro de la Universidad, el proceso de aprendizaje se vuelve significativo considerándolo un puente que le permite de manera posterior tomar la iniciativa a seguir profundizando sus conocimientos

# UCUENCA

ya sea de manera grupal o individual, desde cualquier lugar; el estudiante puede convertirse en el actor principal de su aprendizaje sin dejar a un costado el conocimiento específico y relacionarlo con elementos que lo vuelven atractivo como son curiosidades científicas, ejercicios aplicativos en la vida real o inclusive, la vinculación con elementos que figuran o se presentan dentro de la cultura popular.

Para concluir, es importante tener presente que al plantear un aprendizaje significativo al estudiante logramos que él diferencie, razone e identifique las aplicaciones del análisis vectorial con mayor facilidad e inclusive lo vincule con temas de mayor amplitud dentro del Electromagnetismo.

## **1.2. Tecnologías de la información y comunicación (TICs)**

### *1.2.1. Conceptualización.*

Cabrero (como se citó en Belloch, 2012) Podríamos decir que las nuevas tecnologías de la información y comunicación son las que giran en torno a tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones, planteando interconexiones que facilitan ampliar diversos campos comunicativos, educativos y científicos.

Un claro ejemplo de esto es la vinculación de la tecnología dentro del ámbito educativo, esto ha permitido construir una sociedad proactiva con una capacidad de adquirir información de manera rápida y ágil, muy por el contrario, a lo que se presentaba décadas atrás. Un ejemplo de esto, se puede presentar durante la década de los años 50, donde los puntos de acceso a la información más cercanos eran las bibliotecas públicas; lugares en los que podíamos encontrar información reducida y en ciertos casos desactualizada, debido a que no se podía mantener la adquisición de libros en edición constante por los nuevos descubrimientos que se presentaban en el campo de las ciencias exactas, como lo podemos hacer hoy en día.



A partir de la aparición de las Web 2.0 en adelante, este tipo de tecnología ha creado la posibilidad de integrarse al proceso de enseñanza – aprendizaje, al punto de volverse un elemento elemental para ampliar el aprendizaje constructivista mediante el uso de Blogs, wikis y plataformas virtuales; de esta manera las TIC han desarrollado un conjunto de aplicaciones, que buscan cubrir varias áreas del aprendizaje filosófico y científico dentro de la educación en general.

A nivel superior de educación, estas aplicaciones permiten crear puentes de conocimiento entre los estudiantes universitarios porque al poder crear y modificar archivos multimedia, que luego pueden ser compartidos en redes sociales o grupos de estudio informal creados por ellos mismos, generan un acceso a contenido de divulgación científica que terminan por atraer la atención del público en general.

Al momento de hablar de enseñanza - aprendizaje se juega un papel importante con este tipo de tecnologías debido a que cumplen con el proceso de aprendizaje constructivista, donde el docente se vuelve un apoyo durante el proceso para adquirir habilidades y destrezas necesarias que, de manera posterior, el estudiante pueda interiorizar en los diferentes entornos y recursos de información creando una comunidad con un amplio trabajo colaborativo, demostrando la necesidad de la creación de entornos pedagógicos o sistemas virtuales de enseñanza superior, con capacidad de establecer sistemas de educación de alta calidad a favor del progreso social, económico, científico, entre otros (García, Reyes y Godínez, 2017).

Además, dentro del nivel Curricular, las TICS han ido ganando terreno gracias a la innovación tecnológica, ya que ahora es muy común encontrar foros, blogs o plataformas que permitan almacenar una amplia variedad de información, que favorecen el aspecto de aprendizaje teórico; mientras que durante el proceso experimental y experiencial se han

# UCUENCA

desarrollado aplicaciones o interfaces en línea que permiten utilizar o construir laboratorios virtuales que se ajustan a las necesidades educativas y complementan los materiales concretos existentes, brindando total acceso al fenómeno físico que se trata de percibir y revalidando el proceso matemático que lo acompaña.

### *1.2.3. GeoGebra como recurso didáctico*

GeoGebra, al ser una aplicación de uso libre y principalmente de código abierto, puede ser utilizado en un sinnúmero de actividades, desde los primeros años de educación general básica hasta la Universidad debido al dinamismo y la sencillez de interfase, permitiendo al usuario crear una relación entre los objetos y el comportamiento de los mismos.

Para Martínez (citado de Navarro, Arrieta y Delgado, 2017) los beneficios obtenidos por un docente al utilizar el software GeoGebra en sus clases durante varios años, ha permitido evidenciar que el uso de este tipo de herramientas fomenta la motivación en los estudiantes.

Por este motivo, el Potencial de GeoGebra para desarrollar un aprendizaje significativo y constructivista es amplio, ya que al poseer una interfase en evolución constante ha permitido que tanto los docentes, como los estudiantes lo utilicen durante el proceso de enseñanza – aprendizaje. Desencadenando, en el desarrollo de recursos que permiten dar una mejor perspectiva a ciertos conceptos o principios que conlleva una explicación teórica demasiado abstracta, complementando esta concepción idealista con ejemplos visuales que en consecuencia, incluso los estudiantes puedan desarrollar o mejorar los recursos presentados por el docente durante el proceso de enseñanza previamente mencionado.

### 1.3.1. Conceptualización

GeoGebra es considerado un software de tipo matemático apto para todo nivel educativo, reuniendo de manera dinámica ciertas ramas como la geometría, álgebra, estadística y cálculo a partir de registros gráficos, análisis y organización en hojas de cálculo.

Es un programa que posee licencias de uso libre y ágil dando la oportunidad de consolidarse como una comunidad virtual en crecimiento alrededor de todo el mundo (GeoGebra, 2021).

El comportamiento de este software se considera como un procesador geométrico y algebraico que ha ido mejorando de manera continua desde su origen con la finalidad de acercar el proceso educativo desde un enfoque constructivista vinculándose a diversas metodologías o estrategias de enseñanza que permitan al docente mejorar la experiencia educativa que brinda a sus estudiantes.

### 1.3.2. Características

El programa GeoGebra se caracteriza por la agilidad con la que permite desarrollar el trabajo, a comparación de otros softwares de tipo dinámico, en base a una interfaz sencilla y de fácil capacidad de manejo sin dejar por fuera los diversos recursos que agrupa validándolo como un recurso aplicativo dentro del campo de la matemática, física y geometría.

Dentro de las principales características que denota su facilidad de uso tenemos:

- Conjunto de vistas:

El programa presenta un variado conjunto de vistas de acceso que generan una facilidad al trabajar ya sea de manera manual directamente para la construcción de figuras o su vinculación con las fórmulas algebraicas que la constituyen.

- Botones de acceso:

# UCUENCA

En el menú de herramientas, es muy sencillo trabajar, cada botón al deslizarse despliega un conjunto de opciones que simplifican y facilitan la utilización de este programa para realizar varias tareas en el área de la matemática o física que necesitemos trabajar.

- Trabajo entre componentes:

El software nos permite vincular el aspecto algebraico con el gráfico o geométrico de manera dinámica y animada de tal forma que la interfase puede complementarse para el desarrollo adecuado de una clase.

Estas características nos demuestran que podemos trabajar de manera complementaria entre las diversas ramas de la matemática al punto de consolidar dentro de un archivo de GeoGebra simuladores gráficos que apoyen la construcción del conocimiento dirigido a sus estudiantes.

### *1.3.3. Estructura del programa.*

La estructura del programa se caracteriza por la vinculación de varias ramas de la matemática a partir de diversos comandos y herramientas que lo constituyen; y mantiene su interfaz tan amigable, además de su capacidad de trabajo ya sea de manera online o como programa cargado en el computador.

Dentro de la interfaz del usuario se debe tener presente que el programa nos permite trabajar con diferentes tipos de Apariencias acorde a las necesidades del usuario.

### **Figura 1.1**

Apariencias de GeoGebra

# UCUENCA



Vista Algebraica



Vista Gráfica



Vista gráfica 3D



Vista CAS



Hoja de Cálculo



Calculadora de Probabilidades

GeoGebra. (2021). Manual de usuario. [imagen]. Recuperado de:

<https://wiki.geogebra.org/es/Manual>

Otras de las componentes importantes que el usuario debe conocer son los diferentes tipos de barras que el programa posee tales como:

## Figura 1.2:

Tipos de Barras en GeoGebra



**Fuente:** (GeoGebra, 2021)

**Elaborado por:** Jonathan Ortiz G.

Estas barras contienen entre algunos de los componentes que permiten la construcción y modelamiento de un conjunto de gráficos, animaciones y presentaciones.

El uso de software matemático en la enseñanza de los fenómenos físicos, en general evidencia un conjunto de cambios positivos al momento de vincular la tecnología con los materiales concretos que se pueden llegar a encontrar dentro del laboratorio.

Según Ferro, Martínez y Otero (citado de Díaz, 2013) la creación de nuevos entornos, permite desarrollar nuevas experiencias formativas, expresivas y educativas, dando cabida a la realización de diferentes actividades innovadoras para el proceso de enseñanza y aprendizaje, que permite implementar una nueva manera de enseñar y aprender teniendo en cuenta que existirán un conjunto de ventajas y desventajas latentes al desarrollar estos procesos de innovación que afectarán a los docentes y estudiantes.

### 1.3.4.1. Ventajas y desventajas para el docente.

El docente, desde el aspecto constructivista y la implementación de recursos desarrollados en GeoGebra, está expuesto a enfrentar situaciones positivas y negativas que le permitirá adquirir experiencia y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Entre algunas de las ventajas y desventajas más comunes que podemos encontrar son:

**Tabla 1.1**

*Ventajas y desventajas para el docente*

VENTAJAS	DESVENTAJAS
El profesor puede acceder a varias fuentes de conocimiento que apoyarán a la cátedra que imparta dentro de la plataforma virtual de GeoGebra.	Exige una constante actualización por parte de los docentes lo cual consume tiempo extra y en varios de los casos un emolumento para una certificación validada.

# UCUENCA

Permite desarrollar una comunicación fluida con los estudiantes y aclarar inquietudes que se encuentren al momento de construir, usar y adecuar simuladores gráficos.

El exceso de información dentro de la plataforma, entorpece el comportamiento de los simuladores construidos de manera manual.

Permite evaluar la efectividad de las actividades y metodologías a partir de una mejora constante dentro de los simuladores creados por el docente.

El uso excesivo de recursos tecnológicos dentro del proceso de enseñanza puede generar un efecto dominó, en el que, si se presenta una falencia en alguno de los equipos, la clase queda inconclusa.

Motiva a los docentes a innovar y a desarrollar de manera más creativa los contenidos de cátedra.

La ausencia de recursos digitales en las áreas de aprendizaje, no permite llevar a cabo este proceso.

El proceso de aprendizaje se vuelve de doble vía, en el que el docente comparte conocimientos con el estudiante y así mismo, el estudiante comparte sus conocimientos con el docente.

---

### *1.3.4.2. Ventajas y desventajas para el educando.*

Dentro de este proceso, al desaparecer las escalas educativas en las que el docente es la única fuente de información, el proceso cambia y se baraja un conjunto de posibilidades en las que la información se amplía y es necesario saber la viabilidad de la misma.

Algunas de las ventajas y desventajas que podemos encontrar son:

**Tabla 1.2**

*Ventajas y desventajas para el estudiante.*

VENTAJAS	DESVENTAJAS
El libre acceso a la información compartida por el docente, permite al estudiante indagar acerca del tema dentro de los diversos simuladores que la plataforma contiene.	Al mismo tiempo este libre acceso, si no es bien guiado, la información que se obtenga puede ser errada respecto al tema.
Los estudiantes reducen el tiempo de aprendizaje y lo realizan acorde al tiempo de disponibilidad.	En varios casos, el aprendizaje se ve truncado por la ausencia de ciertos recursos tecnológicos por parte de los educandos, debido a que sus recursos económicos los limitan.
El trabajo deja de ser rutinario y se vuelve interesante e interactivo, debido a que el docente puede motivar al estudiante a descargar los simuladores y mejorarlos para cubrir sus necesidades de aprendizaje.	El trabajo colaborativo pierde eficacia cuando es realizado solamente por uno o dos estudiantes.
Libre acceso a una mayor cantidad de materiales didácticos que ayudan a la comprensión del tema. Actualmente, GeoGebra posee una cantidad amplia de	Los recursos pueden llegar a delimitarse cuando el educador los presente, dentro de los cuales existen simuladores que pueden ser modificables mientras otros no.



electromagnetismo.

Permite entablar una mejor comunicación entre el estudiante y el docente. Una comunicación de una sola vía mediante el uso de plataformas digitales permite que el docente únicamente suba información, pero no emita la retroalimentación que el estudiante necesita.

---

Como se puede observar, dentro del proceso de aprendizaje no todo lo que se presenta de manera idónea, da siempre una ventaja total, por el contrario, es necesario tener presente las variables que afectan o frenen parcialmente el proceso de aprendizaje, pero aun así, no se debe dejar de innovar.

### METODOLOGÍA, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 2.1. Planteamiento del problema

En la actualidad, la ausencia de dinamismo dentro de los contenidos curriculares y la falta de comprensión ante ciertos temas del análisis vectorial por parte de los estudiantes, genera a lo largo de su proceso de aprendizaje un conjunto de vacíos conceptuales y termina desencadenando en problemas para avanzar dentro del proceso educativo.

Con la finalidad de aliviar la problemática planteada en el presente proyecto investigativo, se ha desarrollado un conjunto de preguntas enfatizadas en cubrir la necesidad presentada mediante la incorporación de simuladores gráficos como recurso didáctico de libre acceso para la Carrera Pedagogía de las Ciencias Experimentales mención: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

A partir de este conjunto de preguntas se consolidó una encuesta dirigida a los estudiantes de la carrera, con la cual se pretende obtener datos importantes y de manera posterior interpretarlos. Con la principal finalidad de emplearlos para la elaboración de los simuladores gráficos los cuales se desarrollarán como un recurso educativo para los docentes, quienes se afianzarán en ellos para llegar desde una perspectiva diferente a sus alumnos y de manera recíproca para los estudiantes, quienes al interactuar con estos simuladores puedan construir y consolidar sus conocimientos.

#### 2.2. Selección de la población.

La población que ha sido considerada para el desarrollo de la presente investigación, fue conformada por un conjunto de veintisiete estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca, matriculados en el séptimo ciclo, perteneciente al periodo septiembre 2021

- febrero del 2022 quienes, al momento de la recolección de datos, se encuentran cursando la materia de Electromagnetismo.

### **2.3. Metodología, técnica e instrumentos.**

El estudio fue realizado mediante el uso del método Cuantitativo, motivo por el cuál antes de ser aplicado como investigación de campo, se formuló un conjunto de 8 reactivos a manera de preguntas, las cuales llevaron a evidenciar la problemática y así poder representar los resultados obtenidos, corroborando la necesidad de diseñar e implementar los simuladores gráficos enfocados en las coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas; su transformación y sus respectivos elementos diferenciales de volumen.

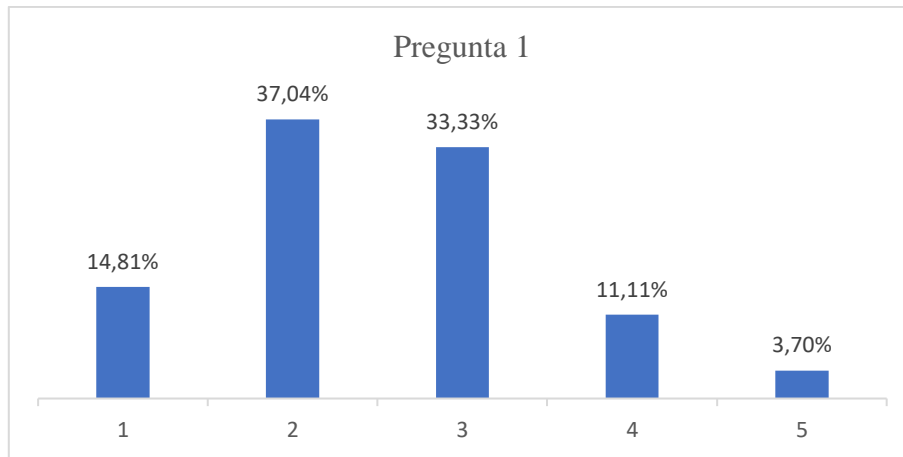
### **2.4. Análisis de resultados.**

Para poder analizar, verificar y validar los datos obtenidos, se trabajó mediante el uso de tablas y gráficos de barras para cada una de las preguntas planteadas dentro de la encuesta a fin de presentar una información valedera y real. Además, todos los gráficos y tablas se elaboraron a partir del levantamiento de encuestas, por tal motivo son propiedad del autor del proyecto.

**Pregunta 1:** ¿Qué tan difícil considera usted ubicar vectores tridimensionales en Coordenadas Cartesianas?

Figura 2.1

*Dificultad para ubicar vectores tridimensionales*

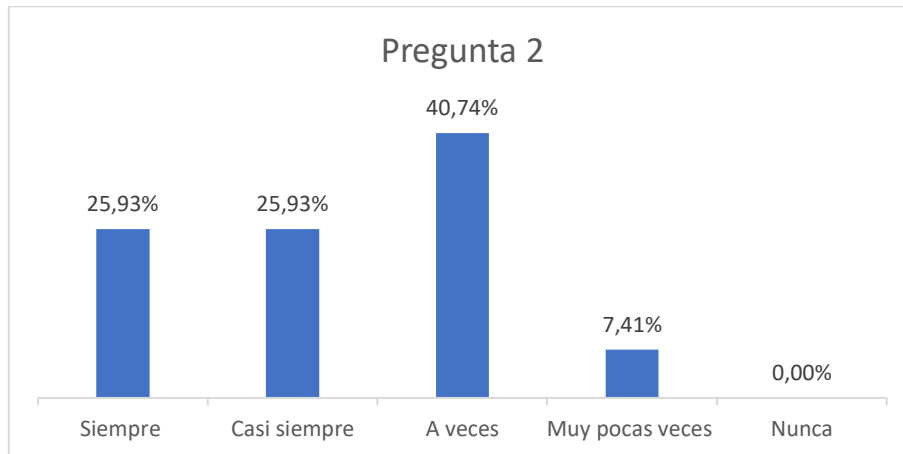


De los siguientes resultados podemos evidenciar que el 37,04 % de los estudiantes consideran poseer una mediana dificultad al momento de identificar vectores en coordenadas cartesianas, pero por el contrario existe un porcentaje del 11,11% que considera tener un mayor nivel de dificultad y finalmente el 3,70% presenta tener un alto nivel de problemas al momento de identificar vectores en coordenadas cartesianas, en base a este grupo que genera cerca del 15% se considera posible y viable adaptar un simulador gráfico que establezca un espacio para ubicar e identificar vectores en coordenadas cartesianas.

**Pregunta 2:** ¿Considera usted necesario realizar la transformación de las coordenadas curvilíneas (esféricas o cilíndricas) a coordenadas cartesianas para una solución más sencilla de problemas de análisis vectorial?

**Figura 2.2**

*Problemática al transformar entre coordenadas.*

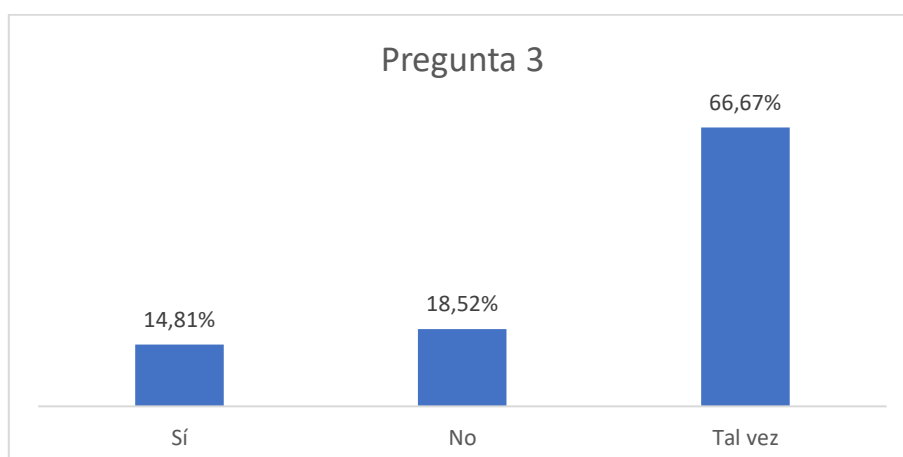


De los siguientes resultados podemos evidenciar que el 25,93% de los estudiantes consideran poseer un alto nivel de dificultad, acompañado de un porcentaje del 25,93% que considera poseer un nivel medio-alto de dificultad, y finalmente 40,74% presenta tener un nivel medio de problemas al momento de transformar entre coordenadas, en base a este grupo que genera cerca del 51,86%, se considera viable adaptar un conjunto de simuladores gráficos que establezcan un espacio para ubicar e identificar y transformar vectores entre coordenadas.

**Pregunta 3:** Bajo su punto de vista, al momento de analizar un diferencial de Volumen. ¿Cree usted que puede ubicar con facilidad los diferenciales de superficie que lo componen?

**Figura 2.3**

*Dificultad para identificar los diferenciales de volumen y superficie.*



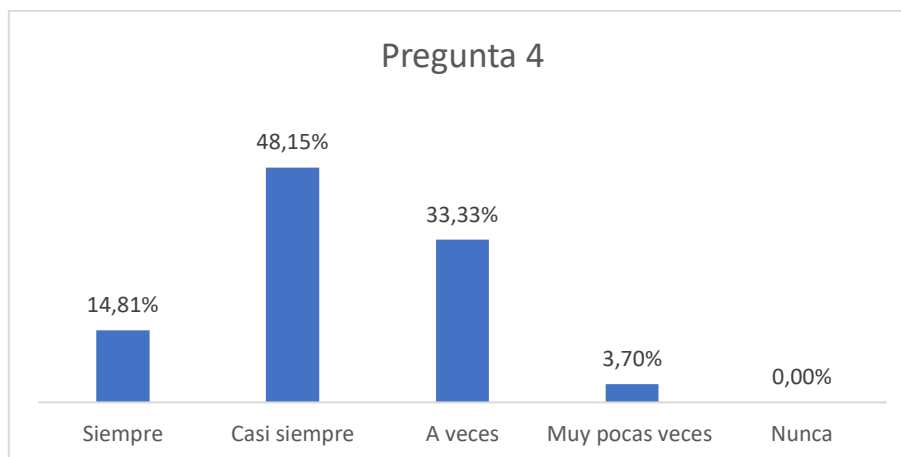
# UCUENCA

Del siguiente gráfico se puede considerar que un 14,81% posee un alto nivel de dificultad, mientras que el 66,67% poseen una imparcialidad respecto al tema; considerando esta imparcialidad como positiva se considera la posibilidad de establecer de diseñar simuladores gráficos que permitan al estudiante identificar los elementos diferenciales.

**Pregunta 4:** ¿Considera usted que al relacionar los incrementos diferenciales Curvilíneos (cilíndricos y esféricos) con sus respectivas superficies generan problemas para identificarlos rápidamente?

**Figura 2.4**

*Dificultad al momento de relacionar entre diferenciales curvilíneos.*

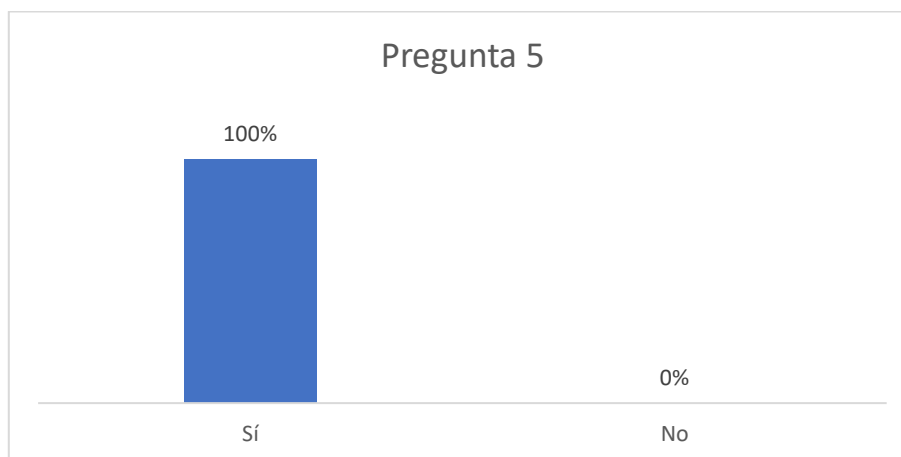


Del siguiente gráfico se puede observar cómo los estudiantes valoran la frecuencia con la que poseen problemas en identificar diferenciales curvilíneos en función de cuatro aspectos: nunca, a veces, casi siempre, siempre. Donde el 14,81% presenta que siempre posee problemas, el 48,15% casi siempre lo posee, el 33,33% a veces poseen este problema y el 3,70% muy pocas veces; demostrando la existencia del problema con un 62,96%, es afirmativo la posibilidad de animar estos modeladores con la finalidad de poseer un espacio interactivo en el que se pueda ir variando sus componentes.

**Pregunta 5:** ¿De existir simuladores gráficos que complementen la enseñanza del análisis vectorial, los usaría?

**Figura 2.5**

*Existencia de simuladores gráficos.*

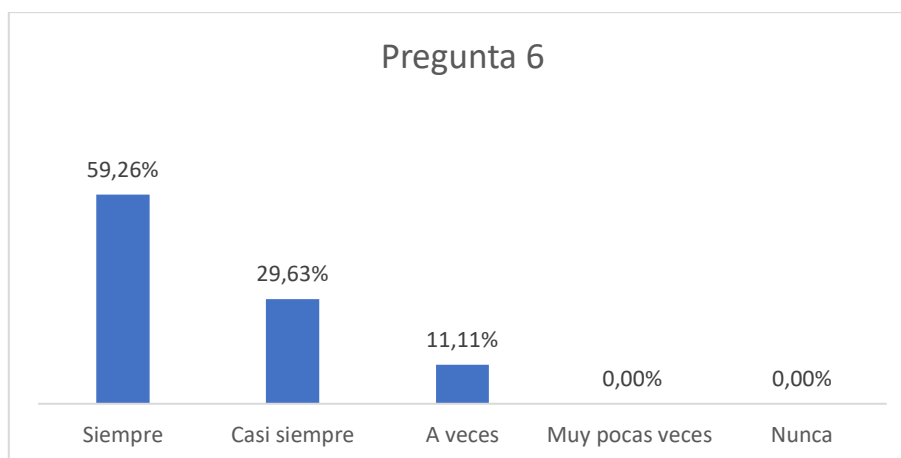


En la gráfica mostrada, se evidencia que en su totalidad los estudiantes afirman que optarían por el uso de material didáctico a partir de la existencia para poder complementar su proceso de nivelación en análisis vectorial y su posterior uso en electromagnetismo.

**Pregunta 6:** Si usted estuviera a disposición los simuladores mediante GeoGebra. ¿Los usaría para complementar y mejorar la comprensión de ciertos temas de análisis vectorial?

**Figura 2.6**

*Disponibilidad de simuladores en línea.*

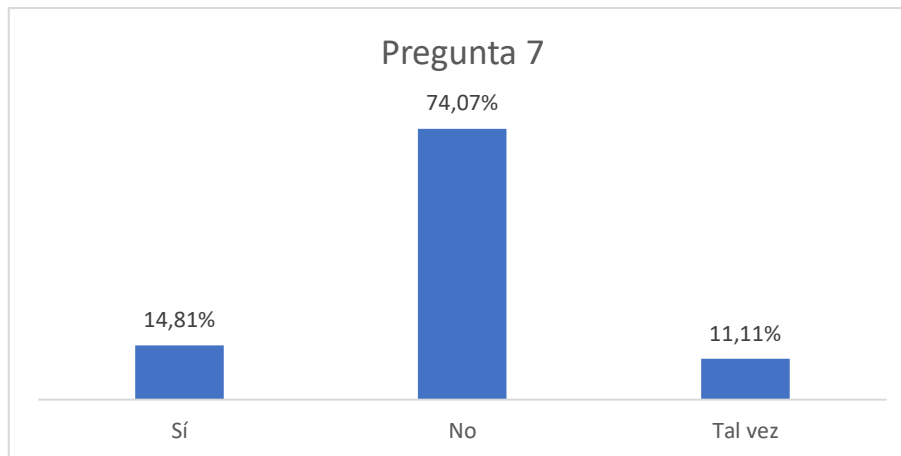


En la gráfica mostrada, se evidencia que el 59,26% usaría de manera constante el material didáctico debido a su fácil acceso desde cualquier dispositivo inteligente, con la finalidad de mejorar su proceso de aprendizaje.

**Pregunta 7:** ¿Alguna vez ha utilizado, algún tipo de simulador gráfico enfocado en el aprendizaje de análisis vectorial?

**Figura 2.7**

*Uso de simuladores gráficos enfocados en el análisis vectorial.*



De los resultados obtenidos en esta pregunta, el 74,07% de los encuestados identifican no haber utilizado simuladores gráficos con anterioridad como recursos didácticos para la enseñanza de Electromagnetismo, considerando como afirmativa la posibilidad de usar de manera constante los simuladores para poder solventar dudas e inquietudes que se les presente a lo largo del proceso de aprendizaje.

## 2.5. Interpretación de resultados

A partir de los resultados obtenidos en la encuesta planteada, se puede evidenciar que ante la imparcialidad que poseen los estudiantes demuestran que no siempre los temas quedan entendidos a cabalidad, inclusive luego de la explicación y demostración presentada por el docente; en base a esta premisa se considera la presencia de vacíos conceptuales y la poca comprensión del contenido, debido al alto nivel de complejidad que presenta estimando en la necesidad de integrar de manera oportuna los simuladores gráficos y el cuaderno de trabajo como material didáctico para la enseñanza de este medio.



A partir del conjunto de resultados obtenidos, se evidencia que la carencia de materiales dinámicos e interactivos en el laboratorio de Física para el entendimiento del análisis vectorial y de manera posterior el electromagnetismo, en general imposibilita al docente compartir estos recursos de manera individual. Inclusive los encuestados concuerdan que, de existir este tipo de recursos digitales, ampliaría el interés de aprendizaje y comprensión acerca de estos temas cuya alta abstracción.

## **2.6. Conclusión**

Finalmente, de los resultados obtenidos y analizados de manera detallada se concluye que existe la necesidad de diseñar y elaborar los simuladores gráficos, los cuales deben integrarse como material lúdico presente en el laboratorio de Física. El cual debe ser acompañado de su guía de trabajo elementos que deberían ser considerados como un aporte de gran ayuda en la asignatura de Electromagnetismo.

### PROPUESTA DIDÁCTICA

#### 3.1. Introducción

La presente propuesta educativa tiene como finalidad desarrollar un conjunto de seis simuladores gráficos y su respectivo cuaderno de trabajo enfocados en el desarrollo de un aprendizaje constructivista a partir del desarrollo de actividades reflexivas enfocadas en brindar una nivelación matemática adecuada a las necesidades previas al proceso de enseñanza-aprendizaje del análisis vectorial.

#### 3.2. Propuesta

UNIVERSIDAD DE CUENCA  
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS  
DE LA EDUCACIÓN

# ENSEÑANZA DE COORDENADAS RECTANGULARES, CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS

*Material de trabajo*

---

"PARA AQUELLOS QUE NO CONOCEN LAS MATEMÁTICAS ,  
ES DÍFICIL SENTIR LA BELLEZA, LA PROFUNDA BELLEZA  
DE LA NATURALEZA... SI QUIERES APRENDER SOBRE LA  
NATURALEZA, APRECIAR LA NATURALEZA, ES NECESARIO  
APRENDER EL LENGUAJE EN EL QUE HABLA"

RICHARD FEYNMAN

$$\frac{x-2}{1 \times 3} \quad Q'' \quad \int (x \pm a^2) \quad e = 2,79$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \phi = \sqrt{\frac{\sum (x-m)^2}{n-1}}$$

$$y \quad \sin \alpha$$

# INTRODUCCIÓN

LA PRESENTE PROPUESTA EDUCATIVA TIENE COMO FINALIDAD DESARROLLAR UN COMPENDIO DE SEIS CLASES ELEMENTALES ENFOCADAS EN BRINDAR UNA NIVELACIÓN MATEMÁTICA ADECUADA A LAS NECESIDADES PREVIAS AL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS VECTORIAL. LAS MISMAS QUE ESTARÁN COMPLEMENTADAS CON SIMULADORES GRÁFICOS DESARROLLADOS EN GEOGEBRA, APLICACIÓN QUE DINAMIZA EL CONTENIDO CURRICULAR Y PERMITE AL ESTUDIANTE VOLVERSE EL "CONSTRUCTOR" DE SU CONOCIMIENTO BAJO LA GUÍA DEL DOCENTE ENCARGADO DE IMPARTIR LA MATERIA.

$$h = \sqrt{a \times b} \quad \sin \alpha = \frac{b}{c}$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Sistema de coordenadas cartesianas

## Objetivos:

- Reconocer las componentes vectoriales dentro del Sistema de coordenadas cartesianas.
- Calcular el módulo y vector unitario del vector en el Sistema de coordenadas cartesianas.
- Identificar vectores dentro del espacio que utiliza en los octantes del plano cartesiano.



## Dato Geek: ¿Has escuchado de los cuaterniones de Hamilton?



Sir. William R. Hamilton  
(1805 - 1865)

Los cuaterniones son una extensión de los números complejos contruidos a partir de la estrecha relación que guarda con el álgebra vectorial, electromagnetismo, teoría de la relatividad y mecánica cuántica.

Los cuaterniones además de ser una extensión de los números complejos guardan ciertas similitudes como: poseer un lugar en el espacio euclídeo y generar un conjunto de 4 o más dimensiones.

La NASA los a utilizado desde décadas atrás por la precisión que guardan al momento de analizar la orientación y rotaciones de objetos en tres dimensiones ya que facilitan el análisis de la mecánica orbital de varios de sus satélites.

Fuente: <https://www.mendoza.edu.ar/wp-content/uploads/2017/04/TEMAS-DE-MATEM%C3%81TICA-Cuaterniones.pdf>



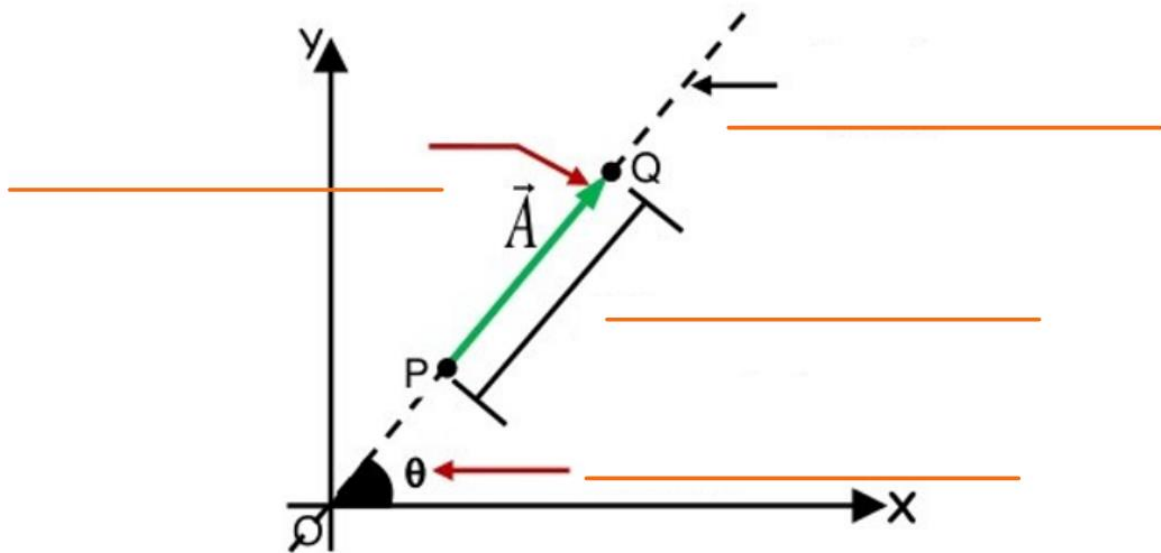


## IDENTIFICANDO



**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

- a) Con ayuda de los elementos presentes en el cajetín, identifique la ubicación exacta de cada uno de los elementos del vector bidimensional.



módulo

dirección

sentido

línea de acción

- b) Describa la característica principal de cada uno de los vectores presentados en la siguiente tabla.

VECTORES	CARACTERÍSTICA
Concurrentes	
Paralelos	
Coplanares	
Ortogonales	



## INTERACTUANDO:

A continuación, encontrará un simulador gráfico de coordenadas cartesianas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:

<https://www.geogebra.org/m/m6jdzede>



@C.T.I.V.A-2:

**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos a trabajar dentro del tema propuesto.



### Actividad 1:

Acompañado del simulador gráfico, ubique los vectores presentes en la siguiente tabla e identifique cuáles de los octantes descritos están equivocados, luego corríjalos.

VECTOR	PLANO OCTANTE DESCRITO	PLANO OCTANTE CORREGIDO
$\vec{M} = (2\vec{u}_x + 3\vec{u}_y - 5\vec{u}_z)$	Primero	
$\vec{A} = (-10\vec{u}_x - 13\vec{u}_y - 8\vec{u}_z)$	Séptimo	
$\vec{R} = (-5\vec{u}_x + 15\vec{u}_y - 5\vec{u}_z)$	Segundo	
$\vec{F} = (-5\vec{u}_x - 5\vec{u}_y + 6\vec{u}_z)$	Tercero	

- En base a la tabla anterior identifique. ¿De que manera se constituye el plano cartesiano en tres dimensiones?

---

---

- ¿Cuántos planos adquiere al final la intersección de los ejes cartesianos?

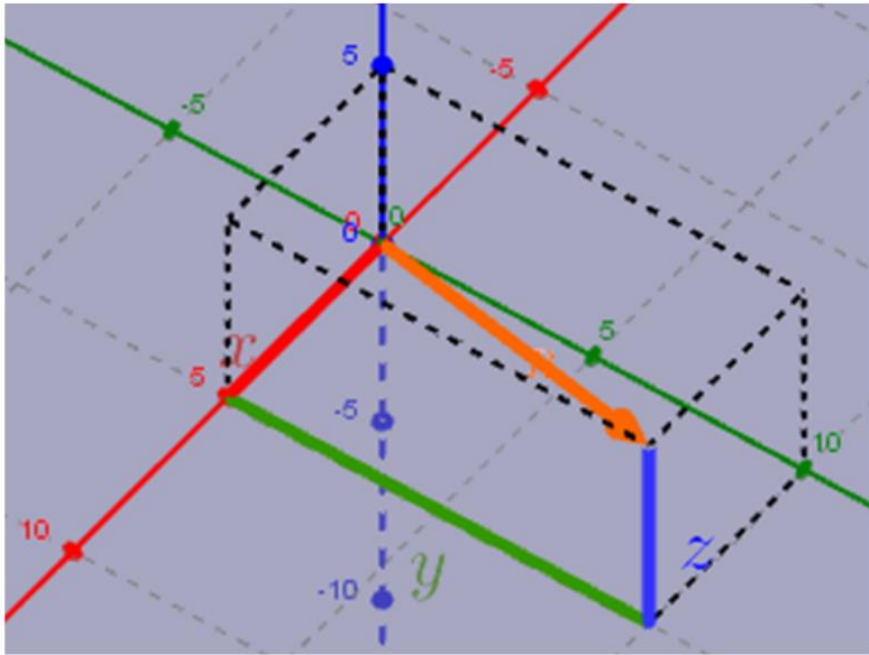
---

---



### Actividad 2:

A partir de la siguiente gráfica, identifique las componentes vectoriales y luego encuentre el módulo del vector.



*Componentes :*

*Desarrollo de cálculos:*

- ¿Cuál es la manera adecuada de expresar un vector rectangular a partir de los ejes cartesianos?

---



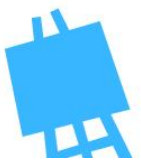
---

- ¿Cómo influyen los ejes cartesianos en las componentes vectoriales?

---



---







### Actividad 3:

Apoyado en el simulador gráfico, ubique individualmente cada uno de los siguientes vectores presentados a continuación:

$$\vec{A} = (-3\vec{u}_x - 2\vec{u}_y + 2\vec{u}_z)$$

$$\vec{E} = (-4\vec{u}_x + 3\vec{u}_y + 7\vec{u}_z)$$

$$\vec{H} = (5\vec{u}_x + 2\vec{u}_y - 6\vec{u}_z)$$

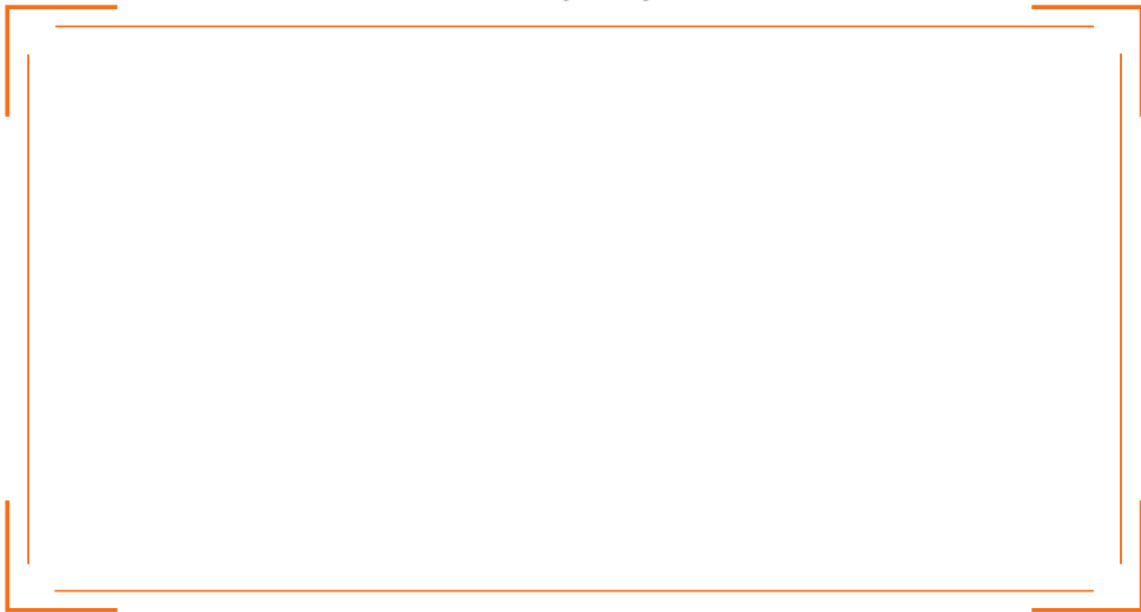
- ¿Considera usted que los vectores unitarios debe encontrarse presentes al momento de describir un vector? ¿Porqué?
- 
- 



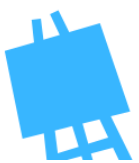
### Actividad 4:

En un sistema de coordenadas cartesianas dibuje el siguiente vector.

$$\vec{v} = (2, 3, 5)$$



- A partir del dibujo anterior, ¿podría usted describir de manera general como se define un vector rectangular?
- 
- 





# RE/A - PROBADOS



**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.



Conecte adecuadamente los siguientes enunciados a el concepto que usted considere correcto.

Módulo 



Vector obtenido a partir de la división entre sus componentes y el módulo.

Octante 



Representa una distancia establecida desde la saeta hasta el punto de origen.

Vector Unitario 



Cantidad numérica acompañada de un sistema de medida referencial.

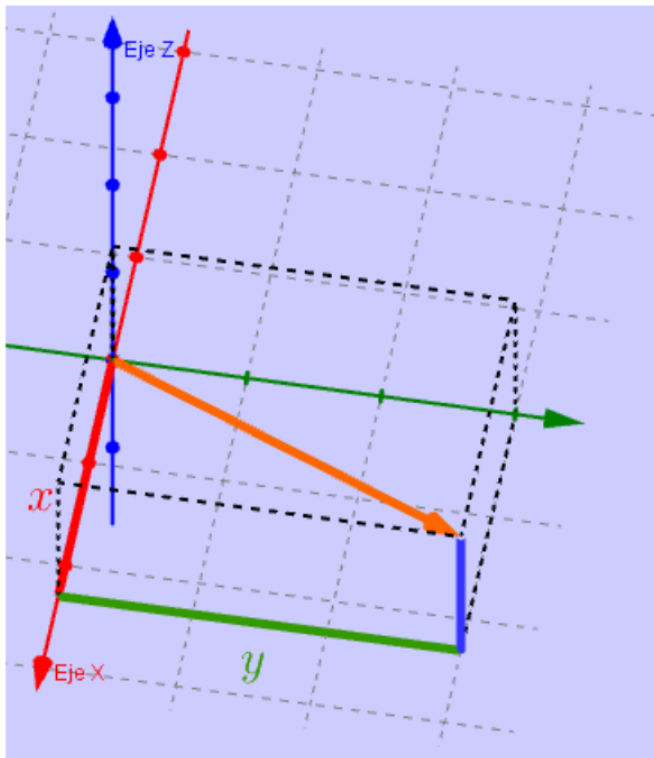
Escalar 



Subespacio generado a partir de la intersección de los ejes coordenados cartesianos.



En la siguiente imagen identifique los elementos que considere estar ausentes y luego complete los espacios en blanco.



---

---

---

# Sistema de coordenadas cilíndricas

## Objetivos:

- Transformar un vector del Sistema de coordenadas cilíndricas a un sistema de coordenadas cartesianas y viceversa.
- Manipular vectores cilíndricos a través de un sistema referencial de coordenadas establecido en un simulador gráfico.
- Identificar las componentes superficiales que generan un punto y el vector en coordenadas cilíndricas.



## Dato Geek:

### ¿Sabes como funcionan los sistemas GPS?



René Descartes  
(1596- 165)

Pues, aunque no lo creas el sistema de coordenadas cartesianas; si el mismo que usamos para ubicar un punto en el espacio en nuestras tareas de matemáticas es aquel que sentó las bases para el sistema actual de localización GPS.

Sabemos que existen varios tipos de Coordenadas como: cartesianas, polares, esféricas, geográficas, UTM (Universal Transversal de Mercator).

Aunque no lo creas Google Earth dentro de su menú de opciones nos permite utilizar el sistema de coordenadas que deseamos acompañándolo con nuestro sistema de medidas de preferencia.

Fuente: <https://espia2.com/blog/sistema-coordenadas-funcionamiento-gps/>



# RELLENOS

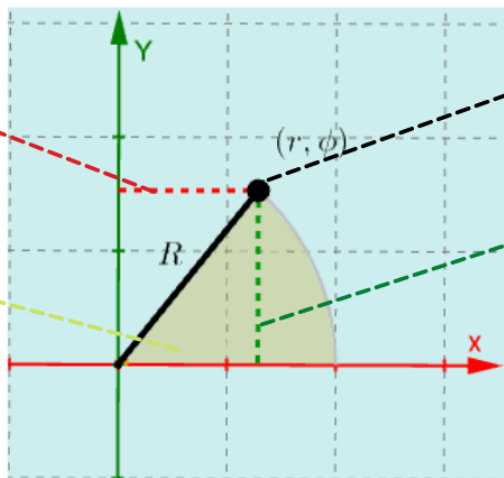
**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

a) Usando las palabras encerradas en el cajetín, complete el siguiente concepto de coordenadas polares.

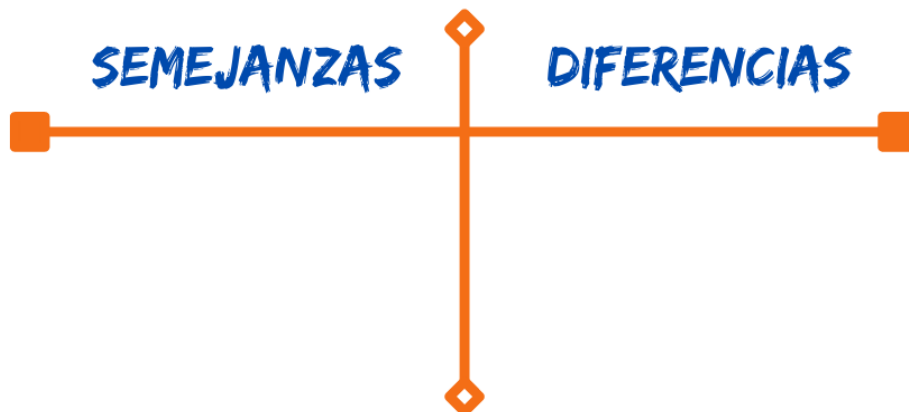
sistema                      radio                      bidimensional                      ángulo                      polares

El \_\_\_\_\_ de Coordenadas \_\_\_\_\_, se consolida como un sistema \_\_\_\_\_ en el cual cada punto obtenido en el plano está representado por un \_\_\_\_\_ director y un \_\_\_\_\_.

b) Con relación al concepto anterior, identifique las componentes que conforman el siguiente punto descrito en Coordenadas Polares.



c) En la siguiente T comparativa describa al menos una semejanza y una diferencia entre el sistema de coordenadas polares y el sistema de coordenadas cilíndricas





## INTERACTUANDO:

A continuación, encontrará un simulador gráfico de Coordenadas Cilíndricas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:

<https://www.geogebra.org/m/uwygvgnz>



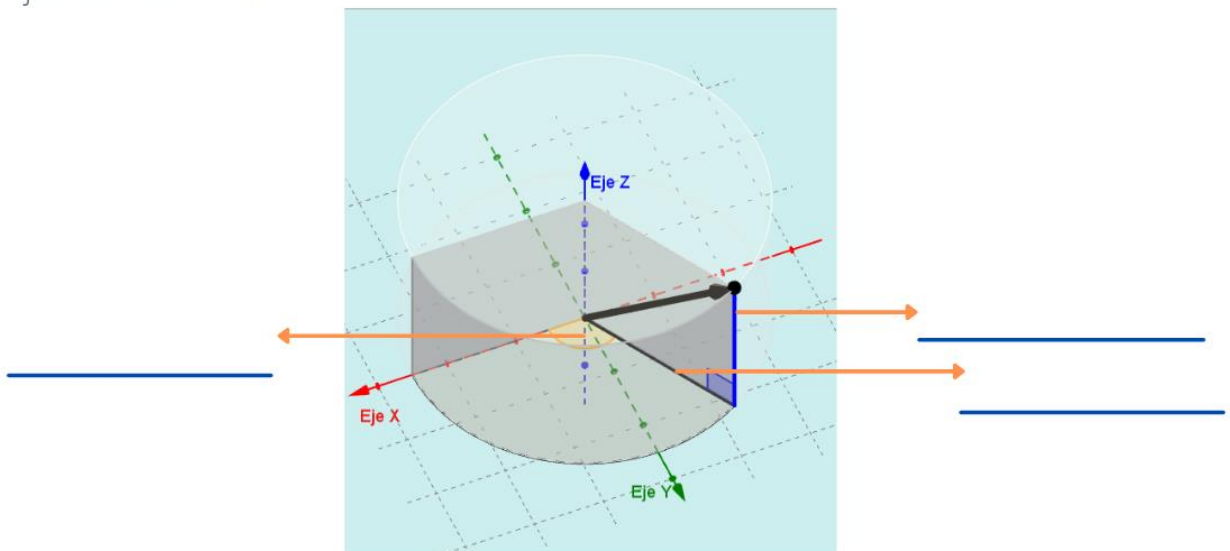
# @.C.T.I.V.A.-2:

**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos.



### Actividad 1:

En la siguiente imagen, identifique las superficies cilíndricas generadas a partir de los ejes coordenados.



- Luego de identificar las superficies cilíndricas, describa que formas poseen al momento de interactuar en el punto.

---



---



---

- ¿Cómo deben relacionarse las componentes vectoriales y sus vectores unitarios a partir de las superficies cilíndricas?

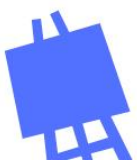
---



---



---





### Actividad 2:

Con ayuda del simulador gráfico, ubique cada uno de los siguientes vectores en la gráfica y luego responda las siguientes preguntas:

$$\vec{L} = (5\vec{u}_\rho + 150^\circ\vec{u}_\phi + 5\vec{u}_z)$$

$$\vec{H} = (6\vec{u}_\rho - 250^\circ\vec{u}_\phi - 2\vec{u}_z)$$

$$\vec{R} = (8\vec{u}_\rho - 120^\circ\vec{u}_\phi + 1.5\vec{u}_z)$$

- Luego de identificar la componente vectorial  $\rho$ ; podemos identificar que los valores delimitantes que adquiere son:

---

- Luego de identificar la componente  $\phi$ ; podemos identificar que los valores delimitantes que obtiene son:

---

- Luego de identificar la componente  $z$ ; podemos identificar que los valores delimitantes que obtiene son:

---

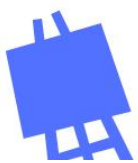



### Actividad 3:

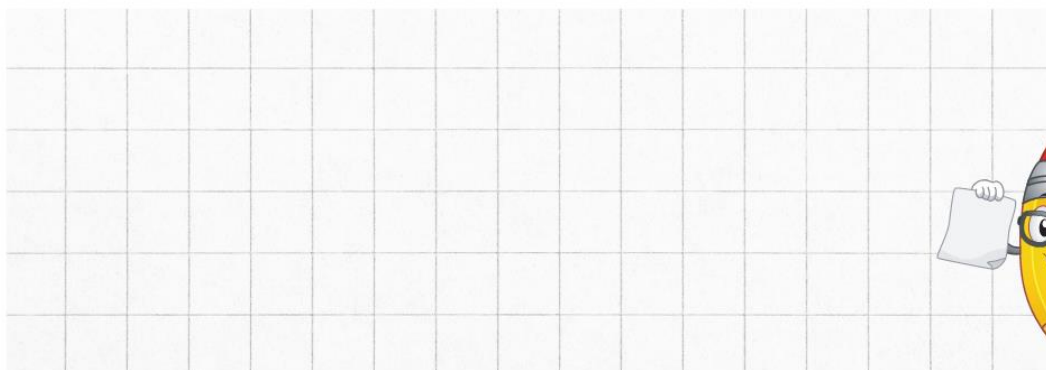
En la siguiente tabla se presentan un conjunto de vectores en coordenadas cartesianas, a partir de las variables de transformación obtenga las componentes vectoriales en coordenadas cilíndricas.

<b>VECTOR</b>	$\rho$	$\phi$	$z$
VARIABLES DE TRANSFORMACIÓN	$\sqrt{x^2 + y^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$	$z$
$\vec{F} = (-8\vec{u}_x - 2\vec{u}_y - 9\vec{u}_z)$			
$\vec{Q} = (6\vec{u}_x + 4\vec{u}_y - 7\vec{u}_z)$			
$\vec{N} = (2\vec{u}_x + 6\vec{u}_y + 3\vec{u}_z)$			

- Luego de completar la tabla podemos tener presente que la estructura del vector en coordenadas cilíndricas será:



- A partir de las variables presentadas en la tabla establezca una igualdad que generalice el proceso de transformación de coordenadas cilíndricas respecto de las coordenadas cartesianas.



#### Actividad 4:



En la siguiente tabla se presentan un conjunto de vectores en coordenadas cilíndricas, a partir de las variables de transformación obtenga las componentes vectoriales en coordenadas cartesianas.

<b>VECTOR</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
VARIABLES DE TRANSFORMACIÓN	$\rho \cdot \cos(\phi)$	$\rho \cdot \text{sen}(\phi)$	z
$\vec{S} = (9\vec{u}_\rho + 230^\circ \vec{u}_\phi + 8\vec{u}_z)$			
$\vec{M} = (3.5\vec{u}_\rho + 320^\circ \vec{u}_\phi - 8\vec{u}_z)$			
$\vec{N} = (4.5\vec{u}_\rho + 350^\circ \vec{u}_\phi - 6\vec{u}_z)$			

- Luego de completar la tabla podemos tener presente que la estructura del vector en coordenadas cartesianas será:



- A partir de las variables presentadas en la tabla, establezca una igualdad que generalice el proceso de transformación de coordenadas cartesianas respecto de las coordenadas cilíndricas.



# A+ RE/A - PROBADOS

**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.



Grafique el siguiente vector descrito en coordenadas cartesianas y luego transfórmelo a coordenadas cilíndricas .

$$\vec{F} = (-10\vec{u}_x + 5\vec{u}_y - 4\vec{u}_z)$$



Grafique el siguiente vector descrito en coordenadas cilíndricas y luego transfórmelo a coordenadas cartesianas.

$$\vec{T} = (4\vec{u}_\rho + 195^\circ\vec{u}_\phi - 2\vec{u}_z)$$



# Sistema de coordenadas esféricas

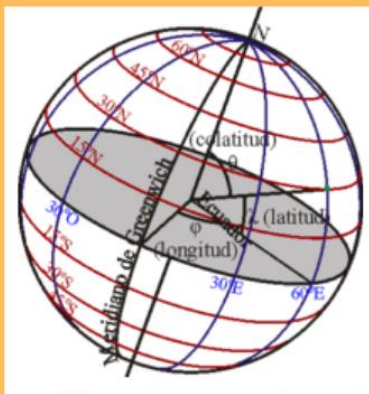
## Objetivos:

- Transformar un vector del Sistema de coordenadas esféricas a un sistema de coordenadas cartesianas y viceversa.
- Manipular vectores esféricos a través de un sistema referencial de coordenadas establecido en un simulador gráfico.
- Identificar las componentes superficiales que generan un punto y el vector en coordenadas esféricas.



## Dato Geek:

### ¿Sabes como se relacionan las C. Esféricas con la geografía ?



Distribución de  
Coordenadas  
Geográficas

Como sabemos, nuestro planeta posee una forma curva a manera de una esfera. Por este motivo al analizar geográficamente se necesitó buscar un apoyo en las matemáticas y es en este momento donde las C. Esféricas se relacionan con algo que conocemos por parte de la geografía y es latitud y longitud elementos que nos permiten ubicar con facilidad un punto.

La latitud es aquella que nos permite movilizarnos desde el polo norte al polo sur y sus ángulos varían desde  $0^\circ$  hasta los  $90^\circ$ .

Longitud es la distancia angular respecto a un meridiano fijo (Greenwich) cuyo valor es de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  y se relaciona con la coordenada acimutal.

Fuente: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Coordenadas\\_esf%C3%A9ricas.\\_Definici%C3%B3n](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Coordenadas_esf%C3%A9ricas._Definici%C3%B3n)





**REVOLUCIONA-2:**


**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

a) Transforme los siguientes ángulos de grados sexagesimales a radianes.

28°

75°

128°

32°

250°

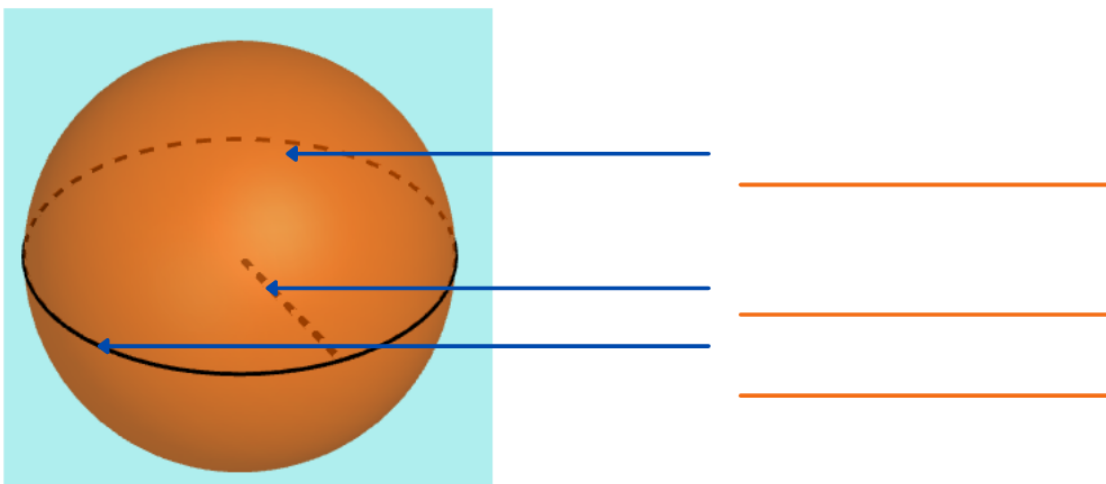
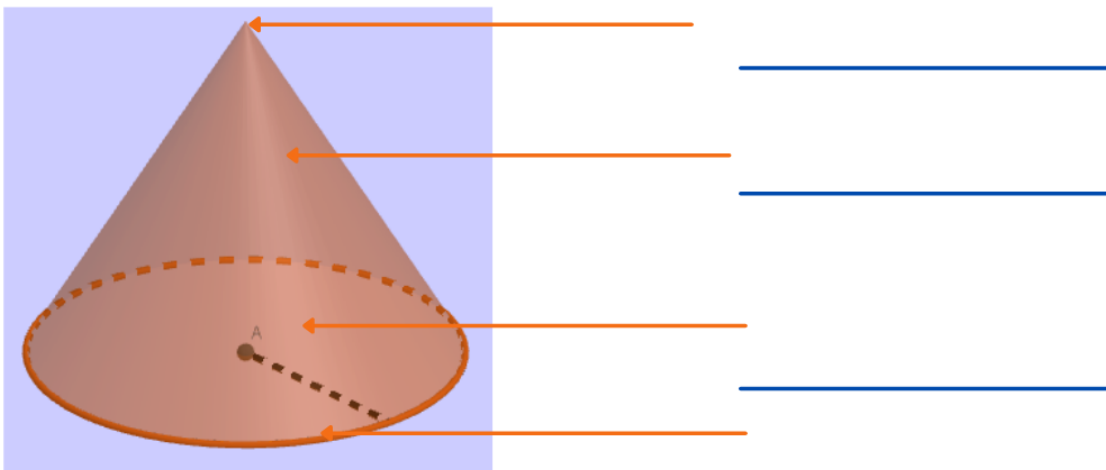
172°

60°

123°

223°

b) Escriba los elementos correspondientes a los siguientes sólidos de revolución





## INTERACTUANDO:

A continuación encontrará un simulador gráfico de coordenadas esféricas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:

<https://www.geogebra.org/m/a5gybqhj>



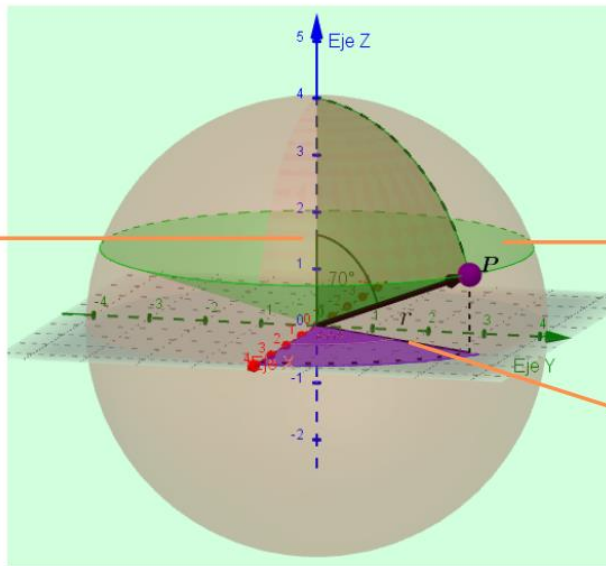
@.C.T.I.V.A.-Z:

**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos.



### Actividad 1:

En la siguiente imagen, identifique las superficies esféricas generadas a partir de los ejes coordenados.



- Luego de identificar las superficies esféricas, describa que formas poseen al momento de interactuar en el punto

---



---

- ¿Cómo deben relacionarse las componentes vectoriales y sus vectores unitarios a partir de las superficies cilíndricas?

---



---



---





### Actividad 2:

Con ayuda del simulador gráfico, ubique cada uno de los siguientes vectores en la gráfica y luego responda las siguientes preguntas:

$$\vec{E} = (5\vec{u}_r; 25^\circ\vec{u}_\theta; 145^\circ\vec{u}_\phi)$$

$$\vec{R} = (8\vec{u}_r; 62^\circ\vec{u}_\theta; 267^\circ\vec{u}_\phi)$$

$$\vec{T} = (7\vec{u}_r; 43^\circ\vec{u}_\theta; 354^\circ\vec{u}_\phi)$$

- Luego de identificar la componente vectorial  $r$  ;podemos identificar que los valores delimitantes que adquiere son:

---

- Luego de identificar la componente  $\theta$  ; podemos identificar que los valores delimitantes que obtiene son:

---

- Luego de identificar la componente  $\phi$  ; podemos identificar que los valores delimitantes que obtiene son:

---




### Actividad 3:

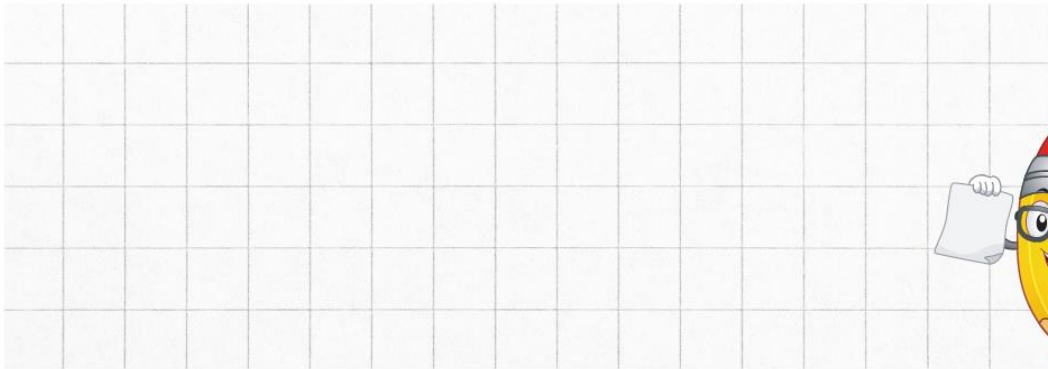
En la siguiente tabla se presentan un conjunto de vectores en coordenadas esféricas, a partir de las variables de transformación obtenga las componentes vectoriales en coordenadas cartesianas.

<b>VECTOR</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
VARIABLES DE TRANSFORMACIÓN	$r \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \cos(\phi)$	$r \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \text{sen}(\phi)$	$r \cdot \cos(\theta)$
$\vec{T} = (3\vec{u}_r + 23^\circ\vec{u}_\theta + 245^\circ\vec{u}_\phi)$			
$\vec{R} = (9\vec{u}_r + 60^\circ\vec{u}_\theta + 123^\circ\vec{u}_\phi)$			
$\vec{A} = (2\vec{u}_r + 55^\circ\vec{u}_\theta + 140^\circ\vec{u}_\phi)$			

- Luego de completar la tabla podemos tener presente que la estructura del vector en coordenadas cartesianas será:



- A partir de las variables presentadas en la tabla, establezca una igualdad que generalice el proceso de transformación de coordenadas cartesianas respecto de las coordenadas esféricas .



**Actividad 4:**



En la siguiente tabla se presentan un conjunto de vectores en coordenadas cartesianas, a partir de las variables de transformación obtenga las componentes vectoriales en coordenadas esféricas.

<b>VECTOR</b>	<b>r</b>	<b>θ</b>	<b>φ</b>
VARIABLES DE TRANSFORMACIÓN	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$\cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$	$\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
$\vec{T} = (3\vec{u}_x + 7\vec{u}_y - 2\vec{u}_z)$			
$\vec{D} = (-4\vec{u}_x + 3\vec{u}_y + 5\vec{u}_z)$			
$\vec{R} = (5\vec{u}_x + 8\vec{u}_y - 6\vec{u}_z)$			

- Luego de completar la tabla podemos tener presente que la estructura del vector en coordenadas esféricas será:



- A partir de las variables presentadas en la tabla establezca una igualdad que generalice el proceso de transformación de coordenadas esféricas respecto de las coordenadas cartesianas.



# (A+) RE/A - PROBADOS

**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.



Coloque el número correcto a cada uno de los elementos presentados a continuación, con su respectivo tipo de transformación correspondiente.

Conversión de C. Cartesianas  
a C. Cilíndricas



Conversión de C. Cilíndricas  
a C. Cartesianas



Conversión de C. Cartesianas  
a C. Esféricas



Conversión de C. Esféricas  
a C. Cartesianas



$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (r \geq 0)$$

$$x = \rho \cdot \cos(\phi)$$

$$z = z$$

$$z = r \cdot \cos(\theta)$$

$$y = \rho \cdot \sin(\phi)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\rho \geq 0)$$

$$z = z$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

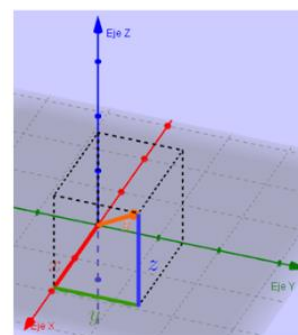
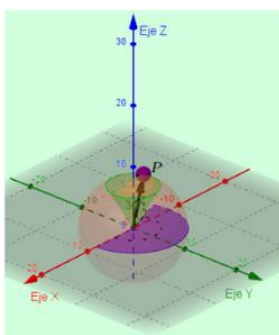
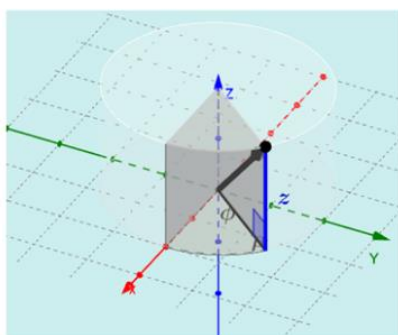
$$x = r \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi)$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \quad (0 \leq \theta \leq 180^\circ)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$



Coloque el número correcto a cada uno de los elementos presentados a continuación, con su respectivo tipo de transformación correspondiente.



# Elemento diferencial de volumen en coordenadas cartesianas

## Objetivos:

- Reconocer las diferenciales lineales y superficiales encerradas dentro del elemento diferencial de volumen.
- Calcular la distancia entre dos puntos generados por el elemento diferencial de volumen.
- Identificar los tres planos ortogonales y la proyección de las superficies coordenadas.



### Dato Geek:

#### ¿Quién inventó el cálculo?: Newton vs Leibniz



Newton vs. Leibniz

EL descubrimiento del Cálculo nos ha brindado una polémica controversia al momento de atribuir este gran logro entre dos genios de la matemática; por un lado se encuentra Sir. Isaac Newton y por el otro Gottfried Wilhelm Leibniz. Esta controversia empezada en el siglo XVII desencadenó en una pelea en la que Newton culpaba a Leibniz de haber robado su trabajo y viceversa, algo que retraso a las matemáticas británicas durante este siglo.

Fuente: <https://www.thegreatcoursesdaily.com/invented-calculus-newton-leibniz/>



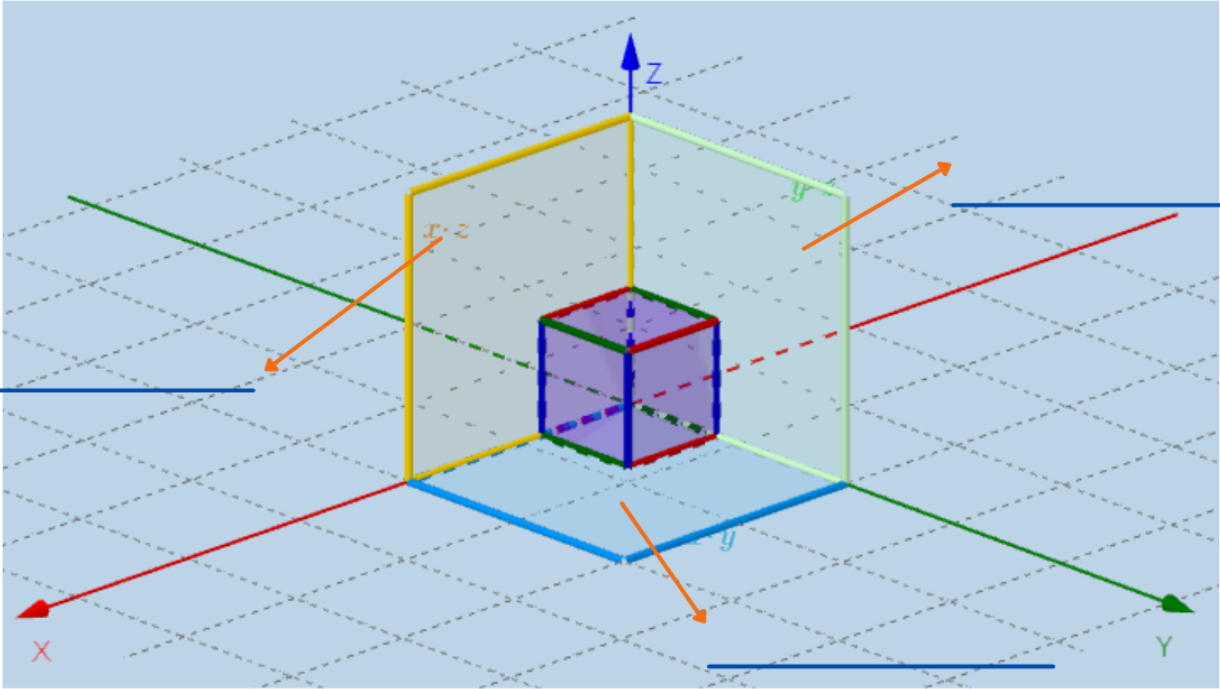


## ANALIZANDO



**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

- a) En la siguiente imagen, ubique los planos coordenados e identifique su composición con relación a cada eje.



- b) Identifique y coloque el nombre respectivo a los siguientes productos de vectores unitarios.

$$\vec{u}_x \cdot \vec{u}_y = 0$$

$$\vec{u}_x \cdot \vec{u}_z = 0$$

$$\vec{u}_y \cdot \vec{u}_z = 0$$

$$\vec{u}_x \cdot \vec{u}_x = 1$$

$$\vec{u}_y \cdot \vec{u}_y = 1$$

$$\vec{u}_z \cdot \vec{u}_z = 1$$

$$\vec{u}_x \times \vec{u}_y = \vec{u}_z$$

$$\vec{u}_y \times \vec{u}_z = \vec{u}_x$$

$$\vec{u}_z \times \vec{u}_x = \vec{u}_y$$

---

---





## INTERACTUANDO:

A continuación, encontrará un simulador gráfico de elemento diferencial de Coordenadas Cartesianas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:

<https://www.geogebra.org/m/qxbw2pnf>



@C.T.I.V.A-2:

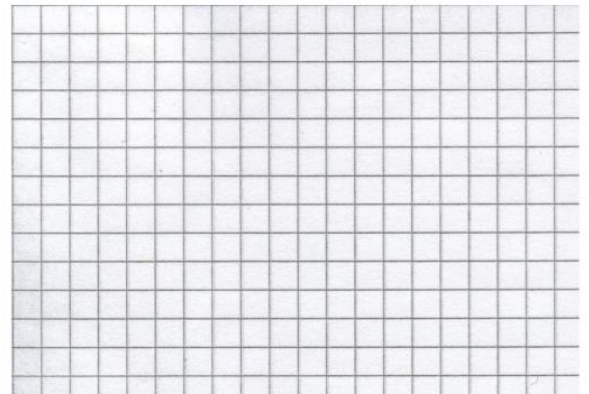
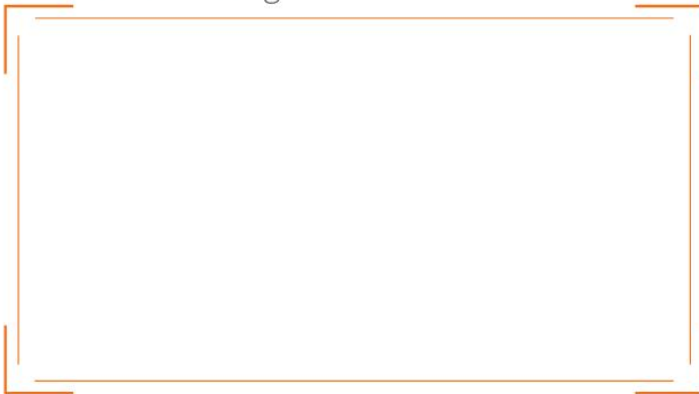
**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos.

### Actividad 1:

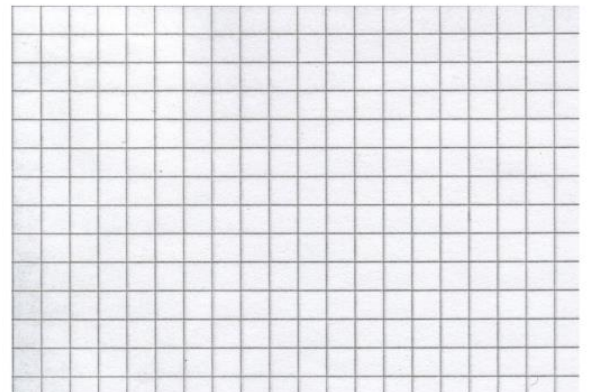


Acompañado del simulador gráfico; ubique el botón representación de planos y desarrolle las siguientes subactividades.

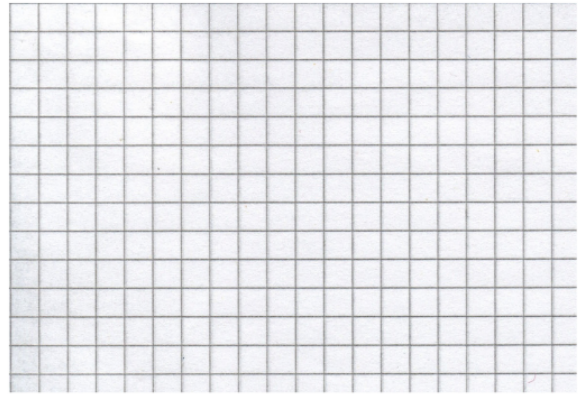
- Coloque el deslizador "dx" en su valor máximo, luego bosqueje y describa que sucede con la gráfica.



- Coloque los deslizadores "dx" y "dy" en su valor máximo, luego bosqueje y describa que sucede con la gráfica.



- Coloque los deslizadores "dx", "dy" y "dz" en su valor máximo, luego bosqueje y describa que sucede con la gráfica.



### Actividad 2:

Complete la siguiente tabla, mediante el cálculo de la distancia entre los puntos.

Punto 1	Punto 2	Valor calculado
$\vec{T} = (x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z)$	$\vec{T}_1 = (x_1\vec{u}_x + y_1\vec{u}_y + z_1\vec{u}_z)$	$(T_1 - T) = [(x_1 - x)\vec{u}_x + (y_1 - y)\vec{u}_y + (z_1 - z)\vec{u}_z]$
$\vec{Q} = (0\vec{u}_x + 0\vec{u}_y + 2\vec{u}_z)$	$\vec{P} = (0\vec{u}_x + 0\vec{u}_y + 5\vec{u}_z)$	
$\vec{M} = (0\vec{u}_x + 4\vec{u}_y + 0\vec{u}_z)$	$\vec{A} = (0\vec{u}_x + 7\vec{u}_y + 5\vec{u}_z)$	
$\vec{B} = (5\vec{u}_x + 0\vec{u}_y + 0\vec{u}_z)$	$\vec{O} = (10\vec{u}_x + 0\vec{u}_y + 5\vec{u}_z)$	

- A partir de la tabla anterior, identifique y construya con sus propias palabras la definición de diferencial lineal.

---



---



---



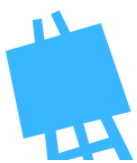
### Actividad 3:

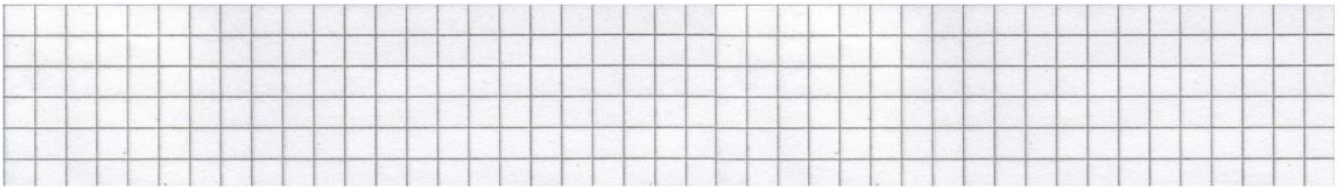
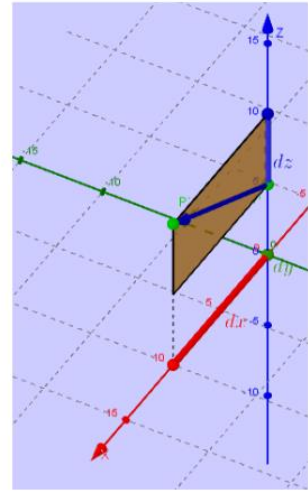
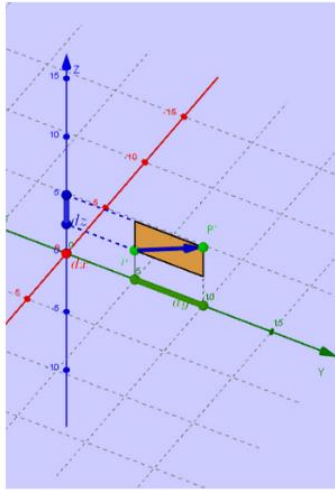
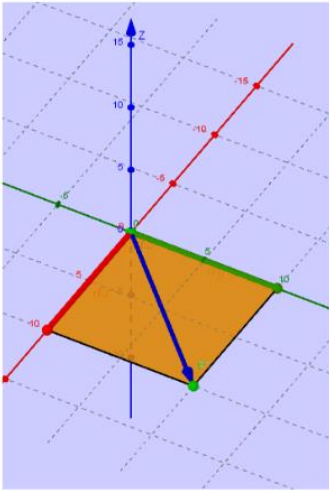
Identifique los puntos que generan los siguientes superficies y describa los ejes coordenados que los encierran:



#### NOTA:

Ten presente que puede utilizar el simulador gráfico como guía; además cada segmento del eje coordenado mide 5 unidades.





- A partir de los datos obtenidos anteriormente, identifique y construya con sus propias palabras la definición de diferencial de superficie.

---



---



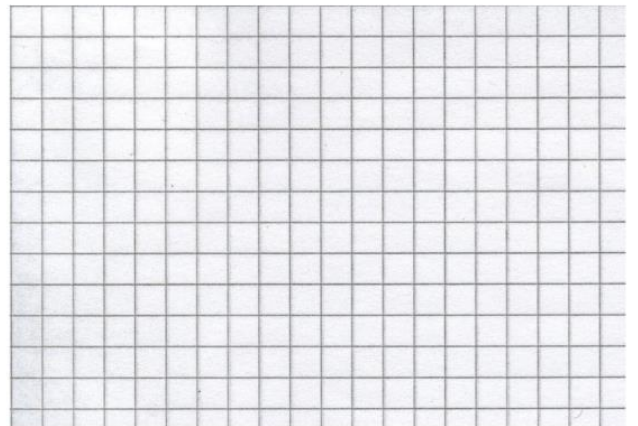
---



#### Actividad 4:

Grafique los siguientes puntos y luego calcule la distancia que los separa.

$$\vec{Q} = (2\vec{u}_x + 4\vec{u}_y + 2\vec{u}_z) \quad \vec{P} = (6\vec{u}_x + 10\vec{u}_y + 8\vec{u}_z)$$



- A partir de los datos obtenidos anteriormente, describa cuantas superficies se han formado e identifique como se constituye de manera adecuada la diferencial de volumen.

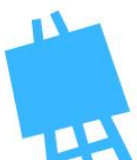
---



---



---



A+


# RE/A - PROBADOS



**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.



Conecte adecuadamente los siguientes enunciados a la formula matemática que lo concibe.

Diferencial de línea 



$$dS = [(x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1)] \approx dS = dx \cdot dy$$

Diferencial de superficie 



$$dV = [(x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1) \cdot (z_2 - z_1)] \approx dV = dx \cdot dy \cdot dz$$

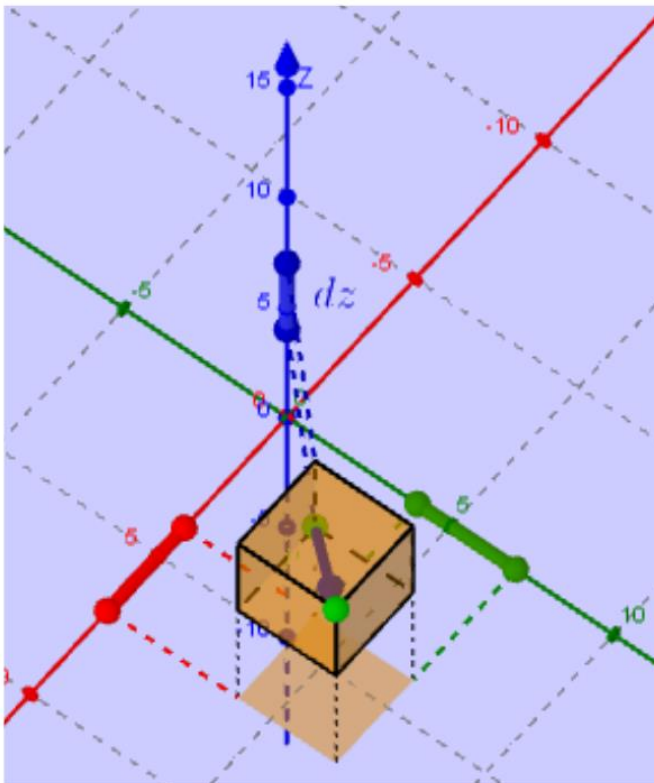
diferencial de volumen 



$$dl = (x_2 - x_1) \approx dl = dx$$



En la siguiente imagen identifique los elementos que considere estar ausentes y luego complete los espacios en blanco.



---

---

---

---

# Elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas

## Objetivos:

- Manipular el elemento diferencial de volumen mediante el uso de un simulador gráfico.
- Identificar los elementos diferenciales de línea, arco, superficie dentro de un elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas.
- Representar matemáticamente el elemento diferencial de volumen de coordenadas cilíndricas.



## Dato Geek:

### ¿Conoces sobre las fluxiones de Newton?



Sir. Isaac Newton  
( 1643- 1727 )

EL método de fluxiones que desarrolló Newton, busca aplicar el álgebra a partir de la doctrina de las fracciones decimales y su asociación a las sucesiones infinitas y las operaciones posibles.

Este método se introduce como la explicación a la velocidad en cualquier punto; pero no solo se encontró esto sino que desde la perspectiva matemática logró determinar los máximos y mínimos de relaciones, las tangentes a curvas, el radio de curvatura, puntos de inflexión y el cambio de concavidad de las curvas, su área y longitud.

Todo esto apoyado en la concepción de relación entre líneas rectas, líneas curvas y en el sistema de coordenadas bipolares.

Fuente: <https://www.solociencia.com/cientificos/isaac-newton-metodo-fluxiones.htm>



$f(x)$

## GRÁFICOS



**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

- a) A continuación, grafique un punto en coordenadas cilíndricas e identifique las superficies coplanares que lo conforman.

- b) A partir de la gráfica anterior, identifique cuales de los siguientes enunciados son incorrectos, identifíquelos y explique ¿Por qué?

- a) Las coordenadas cilíndricas de un punto se especifican mediante la siguiente terna de coordenadas  $(x, y, z)$ .

---

---

- b) Las líneas de coordenadas cilíndricas son todas rectas y no poseen vectores unitarios.

---

---

- c) EL sistema cilíndrico puede poseer un vector radial establecido desde el punto de origen hasta el infinito positivo.

---

---



## INTERACTUANDO:

A continuación, encontrará un simulador gráfico de elemento diferencial de Coordenadas Cilíndricas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:  
<https://www.geogebra.org/m/pbchxccd>



### @.C.T.I.V.A-2:

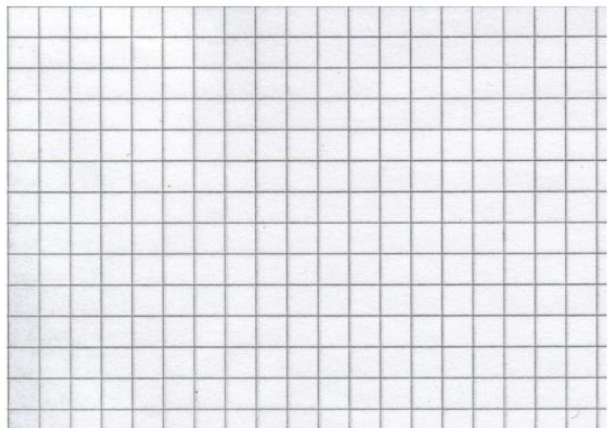
**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos.



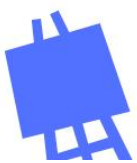
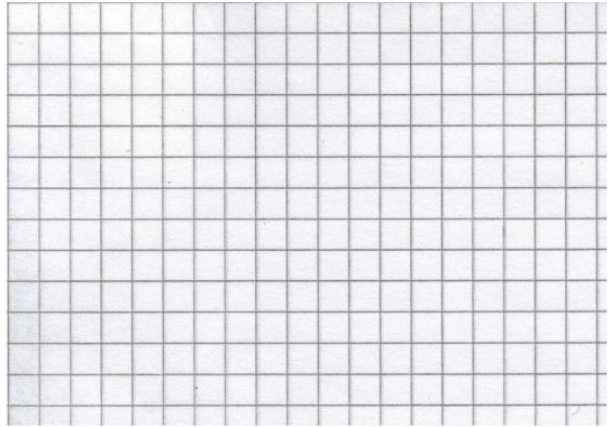
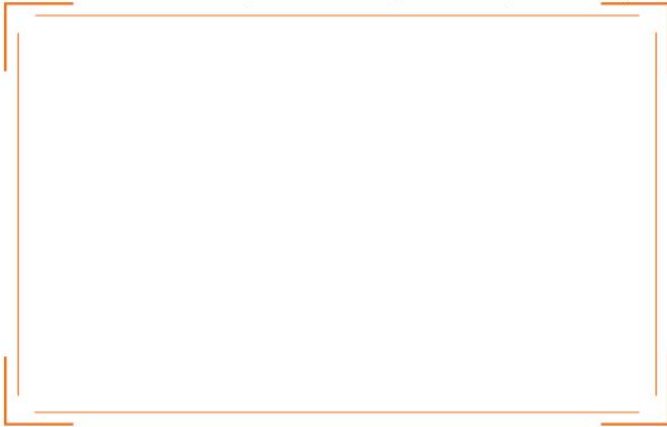
#### Actividad 1:

Acompañado del simulador gráfico; ubique el botón representación de planos y desarrolle las siguientes subactividades.

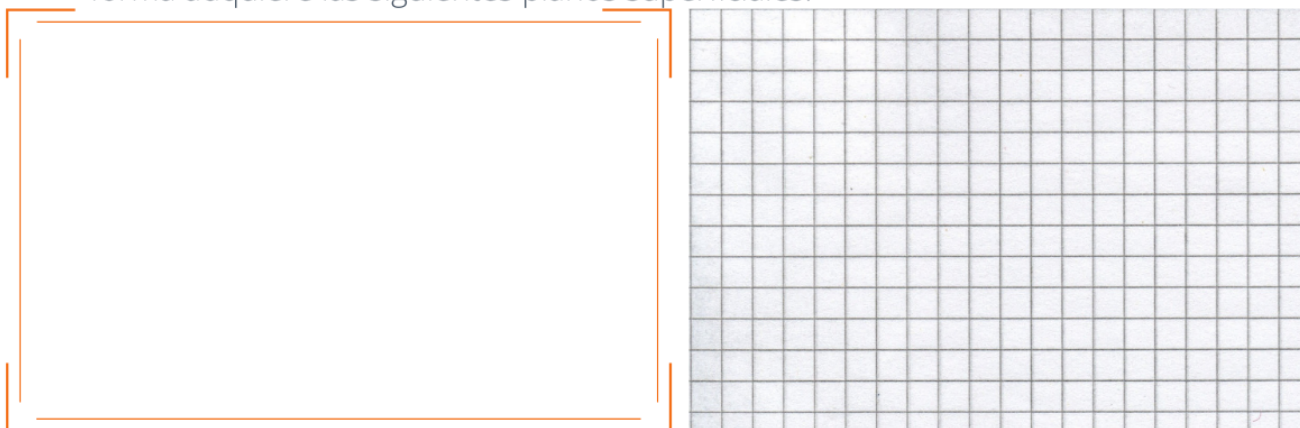
- Coloque el deslizador  $dp$  en su valor máximo y luego identifique si existe algún cambio con relación a la imagen presentada.



- Coloque los deslizadores  $dp$  y  $d\phi$  en su valor máximo y luego dibuje identifique que forma adquiere el siguiente plano superficial.



- Coloque los deslizadores  $d\rho$ ,  $d\phi$  y  $dz$  en su valor máximo y dibuje e identifique que forma adquiere las siguientes planos superficiales.



- A partir de la actividad anterior, construya con sus propias palabras las definiciones de diferencial de lineal y plano superficial.

---



---



---



### Actividad 2:

Dibuje los siguientes puntos y luego identifique el valor absoluto obtenido de cada elemento diferencial.

$$\vec{E} = (3\vec{u}_r; 25^\circ\vec{u}_\theta; 4\vec{u}_z) \wedge \vec{F} = (7\vec{u}_r; 75^\circ\vec{u}_\theta; 9\vec{u}_z)$$



- A partir de la actividad anterior, coloque los puntos en el simulador gráfico y describa la similitud que posee con su dibujo.

---



---



---



- A partir de la actividad anterior, construya con sus propias palabras la definición de diferencial de volumen.

---



---



---



### Actividad 3:

Apoyado en el simulador gráfico, ubique los siguientes puntos, identifique si el paralelepípedo es regular o irregular y establezca su diferencial de volumen.

Puntos		Paralelepípedo (regular o irregular)	Diferencial de volumen
$\vec{E} = (3\vec{u}_\rho; 25^\circ\vec{u}_\theta; 1\vec{u}_z)$	$\vec{W} = (10\vec{u}_\rho; 65^\circ\vec{u}_\theta; 8\vec{u}_z)$		
$\vec{P} = (6\vec{u}_\rho; 75^\circ\vec{u}_\theta; 4\vec{u}_z)$	$F = (8\vec{u}_\rho; 90^\circ\vec{u}_\theta; 10\vec{u}_z)$		
$\vec{I} = (4\vec{u}_\rho; 15^\circ\vec{u}_\theta; 2\vec{u}_z)$	$\vec{G} = (9\vec{u}_\rho; 65^\circ\vec{u}_\theta; 10\vec{u}_z)$		

- A partir de la tabla anterior, identifique las superficies que generan el paralelepípedo y describa matemáticamente la formula de diferencial de volumen.

---



---



---



### Actividad 4:

Identifique las componentes equivocadas en la siguiente tabla y luego describa a que tipo de diferencial corresponde.

Diferenciales equivocadas	Diferenciales corregidas	Tipo de diferencial
$d_l = (\rho_2 - r_1)$		
$d_s = \rho \cdot d\phi \cdot dz$		
$d_v = \rho \cdot dr \cdot d\theta \cdot dx$		

- A partir de la tabla anterior, describa cual es el elemento principal para poder generar las proyecciones superficiales y volumétrica en coordenadas cilíndricas.

---



---



---

# A+ RE/A - PROBADOS

**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.



En el siguiente cuadro comparativo identifique al menos una semejanza y una diferencia entre los elementos diferenciales de volumen de coordenadas cartesianas y cilíndricas.

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS



A continuación complete la siguiente tabla con las fórmulas correspondientes a cada tipo de diferencial.

Tipos de diferenciales presentes en el elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas	
Diferenciales de línea y arco	
Diferenciales de superficie	
Diferenciales de Volumen	

# Elemento diferencial de volumen en coordenadas esféricas

## Objetivos:

- Manipular el elemento diferencial de volumen mediante el uso de un simulador gráfico.
- Identificar los elementos diferenciales de línea, arco, superficie dentro de un elemento diferencial de volumen en coordenadas esféricas.
- Representar matemáticamente el elemento diferencial de volumen de coordenadas esféricas.



## Dato Geek:

### ¿Riemann y la contrariedad de las líneas paralelas ?



Bernhard Riemann  
(1826-1866)

AL igual que Gauss y Lobachevsky asumió que el quinto postulado de Euclides no era del todo cierto; debido a que argumentaba que en lugar de asumir que existe un número infinito de rectas paralelas que pasan por el exterior a una recta dada, en realidad no pasaba ninguna.

Pues Riemann apoyaba la teoría de que no existiera ninguna paralela; ya que al extender las rectas tarde o temprano se cortarían en algún lugar fundamentándose en la hipótesis de ángulo absoluto de Saccheri.

Pero para él no fue suficiente argumento y contra argumentó no solo uno, sino varios de los postulados de Euclides desencadenado en la aparición de la geometría no euclidiana y su futura vinculación con el cálculo y el análisis vectorial.

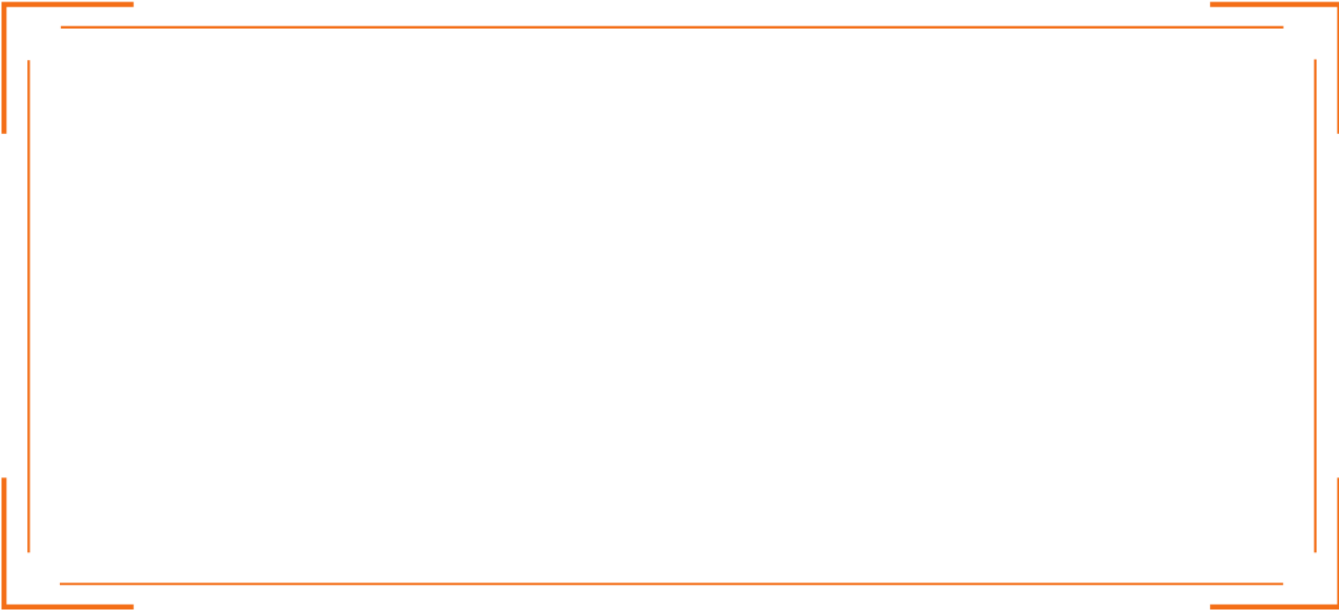
Fuente: [http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/No%20euclidianas/Capitulo\\_05/Cap\\_05\\_01.htm#2](http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/No%20euclidianas/Capitulo_05/Cap_05_01.htm#2)



**$f(x)$  LÓGICOS** 

**Activación de conocimientos:** las siguientes actividades tiene como objetivo activar el conocimiento previo que posee el estudiante acerca del tema.

- a) A continuación, grafique un punto en coordenadas esféricas e identifique las superficies coplanares que lo conforman.



- b) A partir de la gráfica anterior, identifique cuales de los siguientes enunciados son incorrectos, identifíquelos y explique ¿Por qué?

- a) Las coordenadas esféricas de un punto se presentan por la semiapertura de un cono proyectado desde el eje z y el ángulo conformado por el plano (xy).

---

---

- b) Las líneas coordenadas esféricas se constituyen por las proyecciones de una línea longitudinal dada por el radio y dos líneas de arco generadas por los ángulos.

---

---

- c) EL sistema esférico puede poseer un vector radial establecido desde el punto de origen hasta el infinito negativo.

---

---



%



## INTERACTUANDO:

A continuación, encontrará un simulador gráfico de elemento diferencial de Coordenadas esféricas con el que usted puede trabajar usando un dispositivo inteligente.

Link de acceso:

<https://www.geogebra.org/m/vuks9zn8>



@C.T.I.V.A-2:

**Actividades de construcción:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante identifique, analice y construya los conceptos.



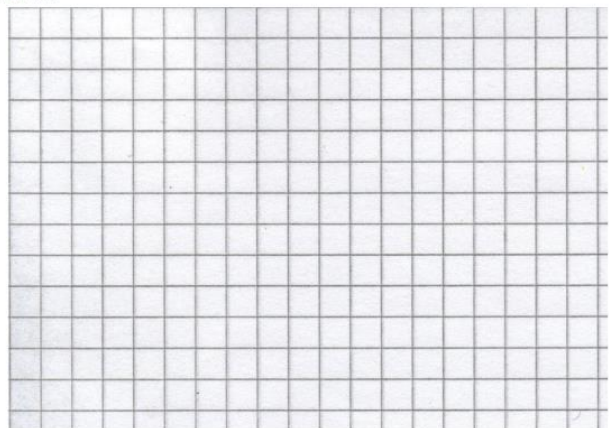
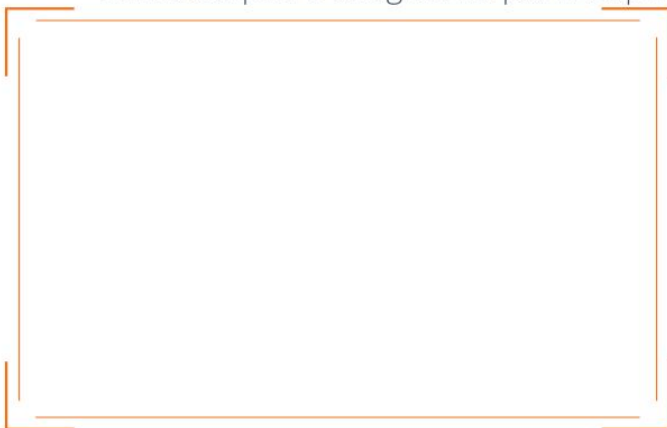
### Actividad 1:

Acompañado del simulador gráfico; ubique el botón representación de planos y desarrolle las siguientes subactividades.

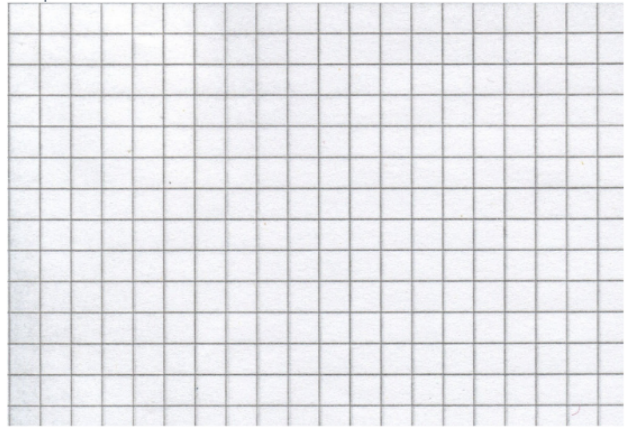
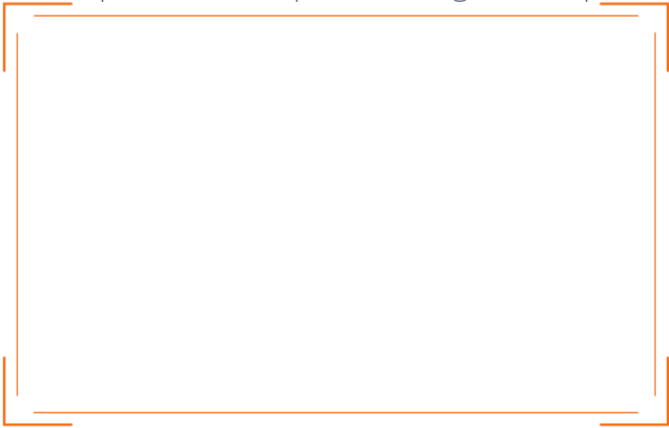
- Coloque el deslizador  $dr$  en su valor máximo y luego identifique si existe algún cambio con relación a la imagen presentada.



- Coloque los deslizadores  $dr$  y  $d\theta$  en su valor máximo y luego dibuje identifique que forma adquiere el siguiente plano superficial.



- Coloque los deslizadores  $dr$ ,  $d\theta$  y  $d\phi$  en su valor máximo y luego dibuje identifique que forma adquiere las siguientes planos superficiales.



- A partir de la actividad anterior, construya con sus propias palabras las definiciones de diferencial de lineal y plano superficial.

---



---



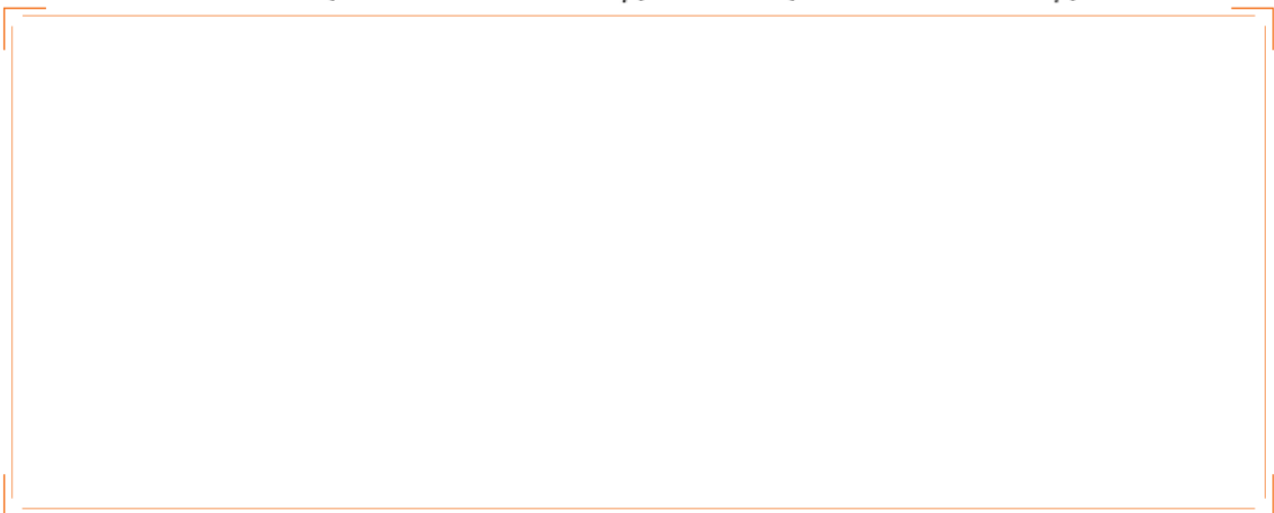
---



**Actividad 2:**

Dibuje los siguientes puntos y luego identifique el valor absoluto obtenido de cada elemento diferencial.

$$\vec{K} = (2.5\vec{u}_r; 20^\circ\vec{u}_\theta; 85^\circ\vec{u}_\phi) \wedge \vec{P} = (9\vec{u}_r; 75^\circ\vec{u}_\theta; 88^\circ\vec{u}_\phi)$$



- A partir de la actividad anterior, coloque los puntos en el simulador gráfico y luego describa la similitud que posee con su dibujo.

---



---



---



### Actividad 3:

Apoyado en el simulador gráfico, ubique los siguientes puntos, identifique si el paralelepípedo es regular o irregular y establezca su diferencial de volumen.

Puntos		Paralelepípedo (Regular o irregular)	Diferencial de volumen
$\vec{R} = (2\vec{u}_r; 34^\circ\vec{u}_\theta; 72^\circ\vec{u}_\phi)$	$\vec{F} = (5\vec{u}_r; 67^\circ\vec{u}_\theta; 88^\circ\vec{u}_\phi)$		
$\vec{S} = (4\vec{u}_r; 24^\circ\vec{u}_\theta; 50^\circ\vec{u}_\phi)$	$\vec{R} = (6\vec{u}_r; 47^\circ\vec{u}_\theta; 89^\circ\vec{u}_\phi)$		
$\vec{V} = (7\vec{u}_r; 14^\circ\vec{u}_\theta; 20^\circ\vec{u}_\phi)$	$\vec{N} = (8\vec{u}_r; 87^\circ\vec{u}_\theta; 70^\circ\vec{u}_\phi)$		

- A partir de la tabla anterior, identifique las superficies que generan el paralelepípedo y describa matemáticamente la fórmula de diferencial de volumen.

---



---



---



### Actividad 4:

Identifique las componentes equivocadas en la siguiente tabla y luego describa a que tipo de diferencial corresponde.

Diferenciales equivocadas	Diferenciales corregidos	Tipo de diferencial
$d_l = (r_2 - r_1)$		
$d_s = r \cdot \tan(\theta) \cdot d\phi \cdot dr$		
$d_v = r^2 \cdot \text{sen}(w) \cdot d\phi \cdot dz$		

- A partir de la tabla anterior, describa cual es el elemento principal para poder generar las proyecciones superficiales y volumétrica en coordenadas esféricas.

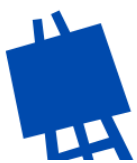
---



---



---

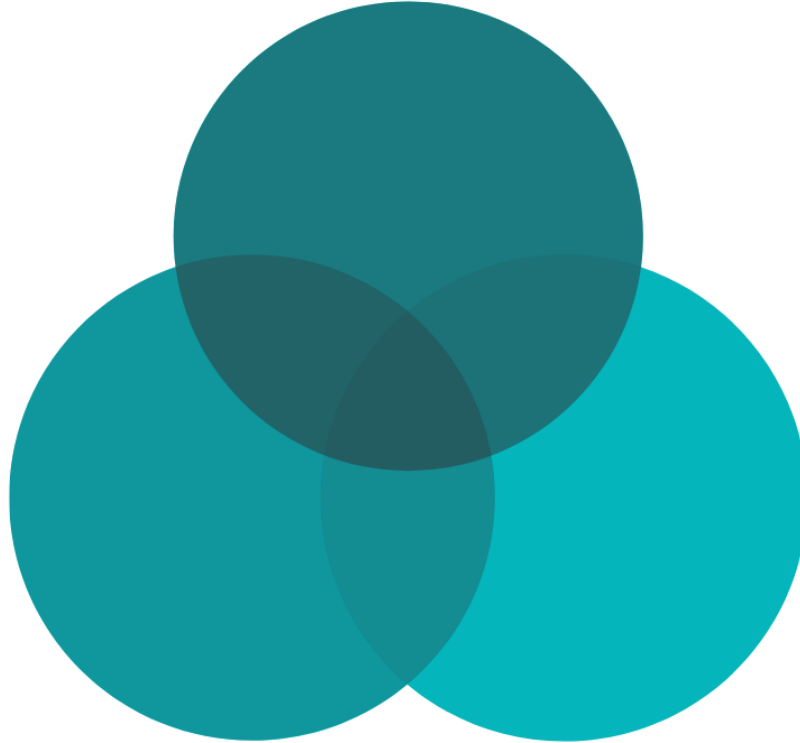


# RE/A - PROBADOS

**Actividades de consolidación:** A continuación, el siguiente compendio de actividades tiene como objetivo que el estudiante reafirme los conceptos construidos con anterioridad.

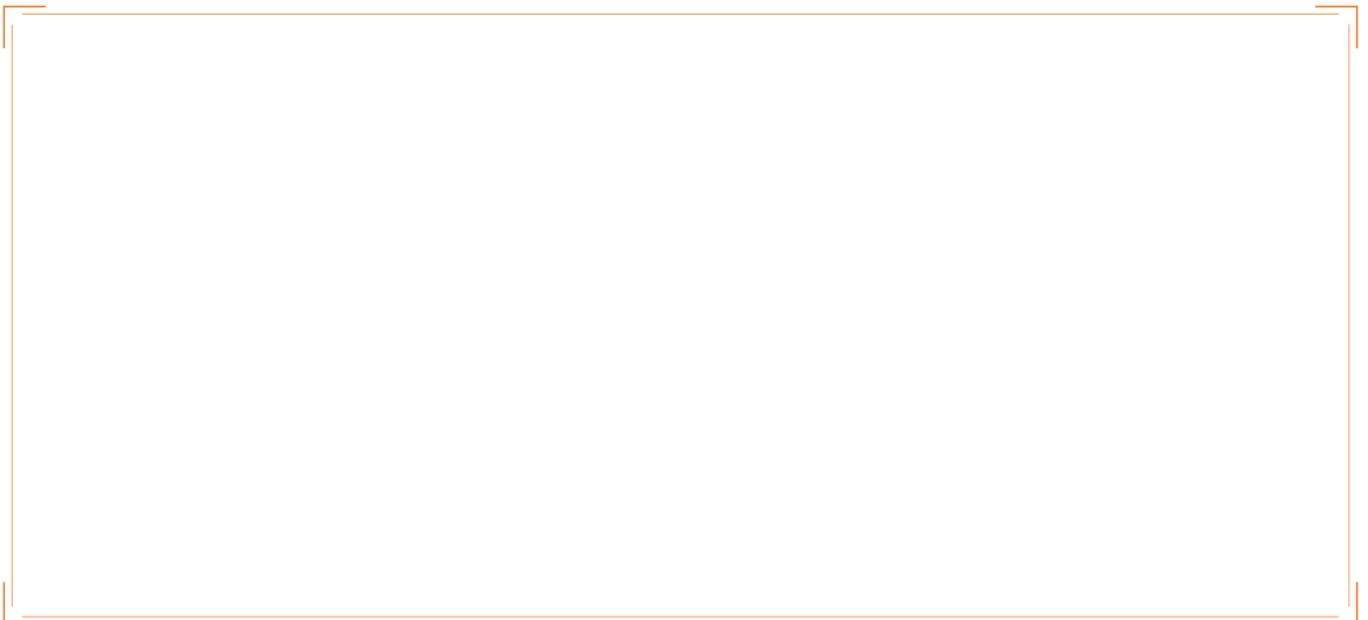


En el siguiente diagrama de Venn, ubique las diferencias y semejanzas presentes entre los tres tipos de elementos diferenciales de volumen.



Dados los siguientes puntos en Coordenadas esféricas, grafique el elemento diferencial de volumen que se obtiene.

$$\vec{K} = (2.5\vec{u}_r; 20^\circ\vec{u}_\theta; 85^\circ\vec{u}_\phi) \wedge \vec{P} = (9\vec{u}_r; 75^\circ\vec{u}_\theta; 88^\circ\vec{u}_\phi)$$





### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 4.1. Conclusiones

Luego del desarrollo del presente trabajo, se ha llegado a determinar las siguientes conclusiones:

- Es primordial entender que el uso adecuado de metodologías educativas como lo es el constructivismo, aporta al proceso de mejora constante en la enseñanza y el aprendizaje, más aún si esta se combina con recursos didácticos innovadores y curiosos que crean en el estudiante la iniciativa y el interés de aprender y construir de manera casi autónoma su conocimiento, ya que es necesaria la presencia de un docente que motive y oriente de manera adecuada a sus estudiantes.
- El uso de recursos virtuales como herramienta educativa, genera la posibilidad de innovar el aprendizaje en los diferentes niveles del escalafón educativo, inclusive a nivel universitario; siempre y cuando este recurso se desarrolle de manera acorde a la edad del estudiante simplificando la dificultad existente en ciertos temas.
- El diseño de simuladores interactivos, permite a los estudiantes trabajar de manera interactiva e intuitiva al momento de ingresar diferentes datos solventando las dudas presentes respecto a la complejidad latente en la abstracción necesaria.
- La elaboración del cuaderno del trabajo se plantea como una puerta a mejorar la capacidad reflexiva e investigativa del estudiante en busca de ampliar sus conocimientos empíricos y científicos.
- El uso de material de libre acceso como lo es GeoGebra invita a la posibilidad de adecuar y mejorar los recursos virtuales presentados durante este trabajo de titulación.

Del Presente trabajo investigativo realizado, se manifiestan las siguientes recomendaciones:

- Debido al mundo tecnológico en el que habitamos, es necesario que los docentes de Matemáticas y Física se mantengan en actualización constante de conocimientos, perdiendo el miedo al uso de herramientas tecnológicas novedosas e interactivas las cuales permitan complementar, dinamizar y readecuar el proceso de enseñanza - aprendizaje durante sus clases.
- Los simuladores gráficos que se encuentran presentes en este trabajo de titulación, son un esfuerzo para poder mejorar la comprensión de ciertos temas de análisis vectorial los cuales de manera posterior se usarán como bases preliminares en el estudio del electromagnetismo y se deja abierta la posibilidad de readecuar los simuladores de manera que puedan readaptarse a temas de mayor nivel de complejidad.
- Se recomienda al docente una previa actualización de sus conocimientos en la aplicación GeoGebra, con la finalidad de mejorar la experiencia de enseñanza y la posibilidad de descargar y readecuar los simuladores gráficos a partir de los comandos presentes en el programa.
- A los estudiantes que a futuro deseen diseñar y construir sus gráficas mediante el uso de GeoGebra, se les recomienda reforzar sus conocimientos en ciertas áreas de la matemática como lo son: la geometría euclidiana, álgebra vectorial y cálculo.

Belloch, C. (2012). Las tecnologías de la información y comunicación en el aprendizaje. Recuperado de: <https://www.uv.es/~bellochc/pdf/pwtic1.pdf>

Cano V. (2014). Enseñanza de cálculo vectorial a alumnos de 2º de bachillerato mediante la herramienta Webquest [Trabajo fin de maestría, Universidad Internacional de la Rioja]. Repositorio de tesis de la Universidad internacional de la Rioja. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2423>

Cely-Rojas, V. (2020). Propuesta de enseñanza en Cálculo Vectorial: un acercamiento a la clase invertida. *Revista Científica*, 37(1), 58-66.

Díaz, D. L. (2013). Tic en la Educación Superior: Ventajas y desventajas. *Educación y tecnología*. 4, 44-50.

García M., Reyes J., y Godínez G. (2017). Los tics en la educación superior, innovaciones y retos. *Revista Iberoamericana de las ciencias sociales y humanísticas*. 6(12), 1-19.

GeoGebra (2021). Manual de GeoGebra. Recuperado de: <https://wiki.geogebra.org/es/Manual>

Montilla, E. K. (2007). Una nueva versión del constructivismo para la enseñanza de la física en la época actual. *Góndola*. 2(1), 37-41.

Mora, C. D. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Rev. Ped.* [online]. 24(70), 181-272.

Navarro V., Arrieta X., y Delgado M. (2017). Programación didáctica utilizando GeoGebra para el desarrollo de competencias en la formación de conceptos de oscilaciones y ondas. *Omnia*. 23(2), 76 – 88.

Rodríguez, W. (1999). El legado de Vygotsky y Piaget a la educación. *Revista latinoamericana de psicología*, 31(3), 477-489. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/805/80531304.pdf>

# UCUENCA

Tovar, A. (2001). *Las Matemáticas ¿Sin difíciles de aprender? O, por lo menos ¿Aprender? ¡El constructivismo una respuesta!* Recuperado de:  
<http://dcb.ingenieria.unam.mx/DCB/Eventos/ForoMatematicas2/memorias2/ponencias/53.pdf>

Yes Noh L. y González, D. (2019). El aprendizaje significativo. *Revista electrónica de la academia estatal de matemáticas*. 1(1), 27-29. Recuperado de:  
[https://www.cecycampeche.edu.mx/convocatorias/REVISTA\\_ELECTRONICA\\_DE\\_MATEMATICAS.pdf](https://www.cecycampeche.edu.mx/convocatorias/REVISTA_ELECTRONICA_DE_MATEMATICAS.pdf)

*Link de acceso a la encuesta:*

<https://forms.gle/bpW1UBHyYuJ4YVLW6>

*Link de acceso a el cuaderno de trabajo:*

[https://www.canva.com/design/DAEtY\\_fer2k/4PZM5npVJuB8D3O75UIVtA/view?utm\\_content=DAEtY\\_fer2k&utm\\_campaign=designshare&utm\\_medium=link&utm\\_source=sharebutton](https://www.canva.com/design/DAEtY_fer2k/4PZM5npVJuB8D3O75UIVtA/view?utm_content=DAEtY_fer2k&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=sharebutton)

*Links de acceso a las gráficas:*

1. *Sistema de coordenadas cartesianas.*

<https://www.geogebra.org/m/m6jdzede>

2. *Sistema de coordenadas cilíndricas.*

<https://www.geogebra.org/m/uwygvgnz>

3. *Sistema de coordenadas esféricas.*

<https://www.geogebra.org/m/a5gvbqhi>

4. *Elemento diferencial de Volumen en coordenadas cartesianas.*

<https://www.geogebra.org/m/qxbw2pnf>

5. *Elemento diferencial de Volumen en coordenadas cilíndricas.*

<https://www.geogebra.org/m/pbchxccd>

6. *Elemento diferencial de Volumen en coordenadas esféricas.*

<https://www.geogebra.org/m/vuks9zn8>