UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guantug.

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciada en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Autoras:

Yesenia Carolina León Morales

C.I.: 0104559885

Correo electrónico: yesleon271998@gmail.com

Nancy Johanna Guapacasa Yanza

C.I.: 0106994684

Correo electrónico: Johannaguapacasa1998@gmail.com

Director:

Dr. Luis Alberto Herrera Montero

C.I.: 1709208142

Cuenca-Ecuador

13-abril-2022

RESUMEN

El presente trabajo está orientado a implementar la etnomatemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema Teoría de Grafos, con una propuesta didáctica dirigida a los estudiantes de matemática discreta de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca, que vincula los recursos etnomatemáticos (figuras tradicionales) encontrados en el Museo Arqueológico y Etnográfico Guantung.

Mediante un trabajo etnográfico se realizó la selección y análisis de las figuras tradicionales de las diferentes culturas, entre ellas la Cañari y la Inca. Para la construcción de conceptos matemáticos y geométricos, mediante el uso de recursos naturales y expresiones culturales (figuras tradicionales) de nuestro contexto. Además, se caracteriza la aplicabilidad didáctica de la propuesta por medio de un dialogo taller con expertos para su retroalimentación.

Palabras claves:

Etnomatemática**.** Figuras tradicionales. Teoría de grafos**.** Cultura. Guía didáctica**.**

ABSTRACT

The present work is oriented to implement ethnomathematics in the teaching-learning process of the topic Graph Theory, with a didactic proposal directed to the students of discrete mathematics of the Pedagogy of Experimental Sciences Career of the University of Cuenca, which links the ethnomathematical resources (traditional figures) found in the Guantung Archaeological and Ethnographic Museum.

Through ethnographic work, the selection and analysis of traditional figures from different cultures, among them the Cañari and the Inca, was carried out. For the construction of mathematical and geometric concepts, through the use of natural resources and cultural expressions (traditional figures) of our context. In addition, the didactic applicability of the proposal is characterized through a workshop dialogue with experts for feedback.

Keywords: Ethnomathematics. The traditional figures. Graphs Theory. Culture. Didactic guide.

ÍNDICE

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Yesenia Carolina León Morales en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guantug", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 13 de abril del 2022

Yesenia Carolina León Morales

C.I: 0104559885

Cláusula de Propiedad Intelectual

Yesenia Carolina León Morales, autor/a del trabajo de titulación "Aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guantug.", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 13 de abril del 2022

Yesenia Carolina León Morales

C.I:0104559885

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Nancy Johanna Guapacasa Yanza en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guatung", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio Institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 13 de abril del 2022

Nancy Guapacasa

Nancy Johanna Guapacasa Yanza

C.I: 0106994684

Cláusula de Propiedad Intelectual

Nancy Johanna Guapacasa Yanza, autor/a del trabajo de titulación "Aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guatung", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 13 de abril del 2022

Nancy Guapacasa

Nancy Johanna Guapacasa Yanza

C.I: 0106994684

AGRADECIMIENTO

A Dios por darme fuerza de voluntad y constancia para cumplir esta meta, a mis docentes en especial a Sonia Guzñay por su ayuda, paciencia y dedicación. Agradecerle también a mi tutor Luis Herrera por el tiempo dedicado y los conocimientos brindados. Por últimos y no menos importante a mis familiares, al amor de mi vida a mi compañera de tesis por su ayuda y dedicación. A si también a mis amigos por compartir junto a mi este camino, dándome su apoyo, ayuda y buenos deseos.

Carolina

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, doy gracias a Dios por permitirme llegar hasta donde estoy, brindándome la sabiduría y fortaleza en todo este camino.

Mi más sincero agradecimiento a mi familia que siempre me ha acompaño en cada momento, con su apoyo y motivación durante todo este proceso en especial a mis padres que a pesar de las adversidades nunca me dejaron sola y continuaron siendo ese soporte para que yo pueda seguir lograr mis metas.

Agradezco a todos los docentes de la carrera de Matemáticas y Física por la paciencia al enseñar y esa vocación visible en cada uno de ellos, también por ser guías y motivadores durante en toda esta trayectoria, en especial a la profesora Sonia Guzñay por su incondicional apoyo, y a mi tutor Luis Herrera por toda su dedicación.

Finalmente, doy las gracias a mis compañeros que hicieron de este proceso más ameno, por su apoyo en cada clase y por todas las experiencias compartidas, y en particular a mi compañera de tesis por todo el, tiempo, trabajo y dedicación.

Nancy

DEDICATORIA

A Dios Por permitirme llegar hasta aquí y darme lo necesario para llegar a cumplir esta meta. A mi familia en especial a mi madre Carmen Peralta, por su apoyo en este proceso de formación académica, a Christian por caminar junto a mí y ser una ayuda incondicional en todo momento.

Carolina

DEDICATORIA

A mi familia por su apoyo en todo momento, por confiar en mí y ser ese motor para seguir adelante y no rendirme, en especial a mis padres Rosa y Miguel por ser ejemplo de constancia, esfuerzo, y cariño, por ser quienes me forjaron valores y metas que poco a poco se van construyendo y a mis hermanos por estar en todo momento alentándome a seguir.

Nancy

INTRODUCCIÓN

Presentación

El presente trabajo de titulación hace referencia a la elaboración de una guía didáctica para la enseñanza- aprendizaje de la introducción a la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos basados en las figuras tradicionales del museo Guantung, que aporta con actividades innovadoras de contexto, donde se utilizan recursos didácticos que permiten relacionar la teoría con la realidad, además de hacer posible la conexión entre la matemática, geometría y cultura, que ayuda a solventar las dificultades en el desarrollo del tema, para lograr un aprendizaje significativo, además de fomentar el valor cultural propio así como nuestra identidad.

Una de las motivaciones para la elaboración de la guía didáctica fue el de fomentar el valor cultural propio y la contextualización en el área de las matemáticas, para la mejora de la enseñanza-aprendizaje en el tema de teoría de grafos que se da en la educación superior, puesto que al ser la teoría de grafos un tema abstracto se debe presentar a los estudiantes de manera que genere interés, fomente la reflexión y el análisis crítico, no solo el ámbito científico sino también el social y cultural.

En el capítulo 1 titulado Fundamentación Teórica, se abordan conceptos de la matemática y cultura como etnomatemática, interculturalidad, cosmovisión, saberes ancestrales, figuras tradicionales y etnomodelación, que ayudan a comprender la temática abordada en el presente trabajo. Posteriormente se abarca la Etnomatemática como alternativa didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la teoría de grafos, donde se da a conocer la importancia de estudiar la teoría de grafos mediante procesos etnomatemáticos a través de las figuras tradicionales como instrumento didáctico, esto con el fin de crear actividades que respondan a la relación entre la matemática y la cultura, que con ayuda de las teorías pedagógicas como teoría cognitiva de Jean Piaget y teoría sociocultural de Vygotsky, nos permite realizar la guía didáctica.

En el capítulo 2 titulado Metodología, se realizó un Diálogo-Taller con la participación de dos docentes expertos en el área de matemática y pedagogía, de la carrea de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física con el objetivo de caracterizar la aplicabilidad didáctica de las figuras tradicionales del museo Guantung para la enseñanza de teoría de grafos, además de obtener una retroalimentación constructiva para la mejora de la propuesta.

El capítulo 3 denominado Propuesta, se presenta una guía que contiene 11 actividades las cuales contiene técnicas y estrategias como inferencias, preguntas, ilustraciones y gráficas, con el fin de aprender la teoría de grafos con un enfoque etnomatemático, a través de la matematización de las figuras tradicionales. Además, nuestra propuesta contiene una evaluación que permite a los estudiantes retroalimentar y dar a conocer su experiencia en su resolución.

Problema

Estamos tan acostumbrados al universalismo y a las teorías generales que nos olvidamos de hacernos esta pregunta en el ámbito de la educación que nos comparte Membiela (1999) "¿qué puede aportarnos una visión multicultural a los conocimientos?". Es aquí donde entra la importancia de la etnomatemática, con el propósito de conocer de dónde provinieron, cuáles fueron las distintas aportaciones matemáticas desde los pueblos y culturas de Ecuador, en qué contextos se dieron y qué procesos matemáticos nos compartieron a través de sus descubrimientos. De este modo, se contribuye a entender mejor la etnomatemática, para facilitar su aprendizaje y entender su conexión con el contexto educativo en el que vivimos.

La historia de las matemáticas de nuestro país viene junto a los saberes ancestrales de cada pueblo, estos se han ido perdiendo conforme pasa el tiempo por una lógica derivada de la mono cultura del saber y del rigor donde el único conocimiento válido es el científico, el académico e institucionalizado, desvalorizando los conocimientos: tradicionales, ancestrales, indígenas, campesinos, urbanos y locales; la modernidad ha invalidado todo aquello que es considerado como local o particular, condiciones que han ocasionado la serie problemática de epistemicidio (Boaventura de Sousa Santos, 2010). Esta situación se ha replicado en la educación matemática, siendo predominante la occidental, dándonos como consecuencia que las matemáticas se impartan fuera de contexto, alejándose de nuestra realidad, ocasionado que los estudiantes no interioricen dichos aprendizajes. Es así que resulta necesario implementar dinámicas desde nuestros parámetros culturales, para que dichos conocimientos matemáticos sean interiorizados y así, formar aprendizajes significativos, además de rescatar conocimientos y prácticas matemáticas de envergadura para los saberes ancestrales.

La situación brevemente descrita afecta también a instituciones como el museo etnográfico y arqueológico de Guantug, que se especializa en recrear la diversidad étnica cultural de diferentes comunidades asentadas en el territorio cantonal de la provincia del Cañar. A pesar de que este museo conserva la diferentes manifestaciones culturales y técnicas ancestrales de cada comunidad indígena, no se ha logrado vincular estos saberes con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es aquí, donde la etnomatemática nos ayuda a vincular estos conocimientos. En consideración a esto es pertinente mencionar que las diferentes manifestaciones culturales de estos pueblos, cuya simbología se encuentra plasmada en diferentes objetos; como cerámicas, tallados, piezas, entre otros, podrían facilitar la enseñanza de la teoría de grafos, por mencionar un tema significativo de nuestro trabajo, y su relación con nuestra cultura, fortaleciendo adicionalmente nuestra identidad cultural.

De la misma manera es importante mencionar la problemática respecto al tema de la teoría de grafos puesto, por su alto nivel de abstracción, con conceptos muy técnicos, que dificultan el entendimiento de los estudiantes, además de que los ejemplos que expuestos en libros de texto están muy alejados de la realidad que viven y del entorno estudiantil. En consecuencia, resulta un tanto difícil la transmisión del conocimiento y la generación de aprendizajes en la materia que estamos refiriendo. Es así que Armando Perea Montoya (2017) nos presenta dos dificultades en el aprendizaje respecto de la teoría de grafos

> Una dificultad presentada por los estudiantes en la teoría de grafos son las representaciones de figuras mediante objetos geométricos: grafos de intersección, grafos de visibilidad. En este tipo de representaciones los vértices suelen ser objetos geométricos simples: círculos, segmentos, vértices y las aristas están dadas por relaciones entre dichos objetos. Otra dificultad en cuanto recursos y comprensión está relacionada con los planteamientos teóricos de grafos, donde el estudiante tiene la

> posibilidad de explorar, descubrir, ensayar, probar y lo más importante crear figuras o poliedros donde pueden vivenciar a través de la manipulación y la observación toda la lógica del pensamiento geométrico. (p.16).

En aras de atender esta situación problémica, es que nos proponemos una estrategia etnomatemática, con la intención de acercar los contenidos de la teoría de grafos a los contextos reales de los estudiantes, para así facilitar el conocimiento y a su vez llegar a los aprendizajes significativos.

Justificación

Las matemáticas nacen de la necesidad que tiene el ser humano de resolver problemas o atender necesidades sociales de cuantificación. Consecuentemente, las matemáticas son tan antiguas como el conocimiento humano y que han sido utilizadas por todo el mundo. Obviamente, este modelo de pensamiento también ocupa un lugar central en nuestra sociedad actual, pues nos ayuda a comprender el universo, sus procesos y reacciones, llegando a ser un paradigma de utilidad para diversas ciencias como la física, la estadística entre otras.

Con base a lo antes mencionado, es importante compartir lo que han construido nuestros pueblos originarios, cuyos conocimientos nos han heredado de generación en generación, que ha sido compartido con el propósito de motivar a nuestros estudiantes un aprendizaje relacionado con su historia y mundo real.

Este argumento también lo comparte Víctor Albis quien sostiene, “La historia matemática, es parte integral de nuestra cultura, y [de que], además, su conocimiento provee importantes puntos de partida o premisas para planes y programas que tengan que ver con el desarrollo de la investigación interdisciplinaria y la enseñanza de la matemática” (p. 29). Entonces, la etnomatemática permite la enseñanza de la teoría de grafos bajo una perspectiva más humanística y relacionada con el contexto cultural. Con la etnomatemática, a través de esta propuesta pedagógica y didáctica, se revisa los distintos diseños de figuras tradicionales del museo Guantug, que pueden ser usados como modelos para la construcción de grafos, y, además, de utilidad para la descripción de distintos significados culturales y sociales diversos, puesto que, muchas de las figuras geométricas dentro del museo Guantug tienen un sentido distinto a la concepción occidental, como lo afirma Armando Aroca (2008): “los llamados figuras tradicionales, fueron los escogidos, porque ellos son unos de los más fecundos en cuanto a desarrollo de pensamiento geométrico y simbólico” (p. 68). En tal virtud, las figuras tradicionales se convierten en la mejor alternativa para la enseñanza de teoría de grafos, en la medida en que integra saberes culturales. Esto a cuenta de que las matemáticas pueden ser entendidas como un fenómeno cultural que alimenta identidades e incorpora a la historia de la matemática la contribución de nuestros ancestros. Por lo tanto, no solo se pide considerarse como lo dice Bourbaki “como una parte de las matemáticas desarrolladas por estas civilizaciones” sino que deben ser aceptadas como tales. Tomado de (Albis, 1994, p. 2).

Es así que, en el diseño curricular de la Carrera de Pedagogía de la Ciencias Experimentales, de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación, de la Universidad de Cuenca se incluye la asignatura de Etnomatemática. La misma que aborda aplicaciones en el campo de la matemática utilizando los conocimientos de la etnociencia y la aplicación de los recursos utilizados en esos pueblos. En consecuencia, con el fin de rescatar y recuperar los saberes ancestrales y la cosmovisión de los pueblos, se pretende que la Teoría de Grafos se aprenda desde un contexto práctico y con una perspectiva cultural, que permita al estudiante generar pensamiento matemático, a través de conocer las matemáticas como un fenómeno cultural. En este sentido, se busca desarrollar una alternativa pedagógica para la enseñanza de teoría de grafos, a partir de las figuras tradicionales representadas por el museo Guantung. Es así que la enseñanza de la teoría de grafos pueda realizarse con el soporte de las figuras tradicionales, permitiendo de este modo la complementariedad entre las prácticas matemáticas tradicionales y las matemáticas oficiales, sin que una se sobreponga o disminuya la otra posibilitando que el alumno adquiera conocimiento de forma contextualizada y con un enfoque intercultural.

Con base en lo antes mencionado Rosa y Orey (2018) nos dicen:

> Es importante buscar enfoques metodológicos alternativos, mientras las prácticas matemáticas occidentales sean aceptadas a nivel mundial, para registrar formas históricas de ideas y procedimientos matemáticos que se dan en diferentes contextos culturales. Un enfoque metodológico alternativo es el de la etnomodelación, que consideramos como una aplicación práctica de la etnomatemática que agrega la perspectiva cultural a conceptos de modelación matemática (p. 19).

A partir de la idea de Rosa y Orey la teoría de grafos se presta para poder enseñar con un enfoque metodológico alternativo, a través de una etnomodelación, que utiliza las figuras tradicionales del pueblo cañari para la enseñanza de grafos. Esto con la mira en la relación entre los conocimientos culturales con las matemáticas, facilitando la construcción de un aprendizaje significativo y contextualizado con la realidad de nuestro país y la consideración de ser un país pluricultural y multiétnico.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 Matemática y Cultura

Las matemáticas no solo son conocimientos científicos, sino que también están construidos a través de un contexto social y cultural que históricamente forma parte de la psiquis humana, que se ha desarrollado en función del tiempo, la interacción del sujeto con el medio y con los instrumentos creados por el hombre. Galán (2012) comparte que: "se puede apreciar en los diseños prehistóricos de utensilios de cerámica, pinturas en los que se aprecia la utilización de la geometría" (p.5). Es así que, desde un enfoque socio histórico se puede llegar a la conclusión, de que para mejorar la comprensión de conceptos y procesos matemáticos, es necesario el análisis de los mismo, desde las propias realidades socioculturales donde se pueda relacionar, apropiar y transformar teorías y saberes matemáticos teniendo en cuenta las condiciones lógicas que intervienen en el proceso de constitución en el objeto matemático (Anacona, 2003). Es así que, existen diferentes formas de hacer y entender las matemáticas desde un legado cultural donde surge y evoluciona el conocimiento.

Lo dicho hasta aquí, supone que las matemáticas son un producto social y cultural de la actividad humana, lo que permite que se desarrollen en función a su realidad, a sus diferentes necesidades y a los problemas, que han de resolver a partir de prácticas cuantitativas y cualitativas tales como: enumerar, contar, estimar, comparar medidas, clasificar, inferir, etc. Estas han ido evolucionando con el paso del tiempo de generación en generación, transformándose, gracias a la dinámica del encuentro de culturas, que hasta el día de hoy se estudia y se utiliza, puesto que son parte fundamental de la construcción del conocimiento.

En este sentido considera que el desarrollo conceptual y práctico de las matemáticas se trabaja desde "el marco de un contexto sociocultural, donde circulan de manera particular concepciones pedagógicas, filosóficas y teológicas, así como políticas educativas, entre otras" (Anacona,2003, p.32). Donde se debe tomar en cuenta que el ciclo del conocimiento no es fijo, por el contrario, es dinámico. Por tanto, el aprendizaje de la matemática responde a procesos históricos, condicionados por el medio social y cultural en el que se encuentre el sujeto, dando significado a la educación y la transmisión de valores culturales, éticos y estéticos que se vinculan con las capacidades de cuantificación que los pueblos han construido de generación en generación.

1.1.1 Etnomatemática

La historia social de la matemática nos permite relacionarla con la diversidad cultural y la formación de la cultura científica, que, junto a la historia de la educación nos ayuda a construir una identidad intelectual propia (Anaconda, 2003). Desde esta perspectiva se trabaja la etnomatemática, término que fue acuñado por el educador y matemático brasileño Ubiratán de D'Ambrosio, quien plantea que la etnomatemática busca conocer la generación, producción, organización intelectual y social, así como su transmisión y difusión de los saberes y practicas matemáticas sobre el contar, medir, organizar el espacio y el tiempo, diseñar, estimar e inferir, todo esto en base a su propia realidad y contexto de los diferentes grupos culturales ya sean urbanos o rurales (D'Ambrosio, 2014).

Otros autores sustentan que la etnomatemática se establece a una variación de la didáctica de la matemática que se interesa en estudiar "el desarrollo del conocimiento de un grupo cultural, regido por una tradición mítica y cosmogónica, que define sus comportamientos a partir de la manera de percibir e interpretar el mundo y las relaciones tangibles e intangibles de los elementos del mundo" (Gavarrete, 2012, p. 2). Por lo tanto, la etnomatemática pretende rescatar las prácticas culturales, tradiciones, saberes ancestrales, su cosmovisión y lengua, analizando el cómo y el fin de las mismas, pues estas determinan los entendimientos sobre el mundo y las relaciones sociales. D'Ambrosio (2014) menciona que:

> Reconociendo que el conocimiento vivo es uno que está incorporado a la condición humana, dando atención no solo a las matemáticas de los matemáticos, al igual que en la historia tradicional de las matemáticas, sino también a las matemáticas de los no-matemáticos. (p. 106)

Para ello según Ortiz y Gómez (2016) la etnomatemática trabaja desde tres temáticas: "La antropología cultural", en la cual realiza un análisis teórico para describir los elementos propios de cada cultura desde un enfoque epistemológico y antropológico. "Cognición matemática contextualizada", que trabaja los procesos del pensamiento (psicología cognitiva), del estudiante, dando así una herramienta para que pueda contextualizar los conocimientos matemáticos adquiridos en su vida cotidiana y otorgar un significado a lo aprendido. "La relación con la educación y aspectos curriculares" ofrece al estudiante una visión más crítica del entorno sociocultural, además de establecer políticas educativas que ayuden a mejorar el aprendizaje desde la educación intercultural e integral. A partir de estas tres temáticas, la etnomatemática permite el acercamiento de un conocimiento matemático, basado en saberes ancestrales y culturales de los pueblos, además de su relación con el entorno, que junto con la psicología cognitiva ayudan a generar aprendizajes significativos, contribuyen en soluciones diversas a problemáticas a nivel social y propician así una educación de mayor integralidad. Es así que hablar de la etnomatemática en el campo educativo, es tomar en cuenta el aspecto pedagógico de la misma en donde nos "propone una pedagogía viva, dinámica, para dar respuesta a nuevos estímulos ambientales, sociales, culturales y a nuevas necesidades" (D'Ambrosio, 2014, p.107).

En este sentido, es preciso poner énfasis en el pensamiento etnomatemático, pues este constituye como una nueva forma de entender el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, para lo cual es necesario replantear el rol que los saberes ancestrales desempeñan dentro del contexto educativo, así como las herramientas y recursos didácticos que pueden ser utilizados en la transmisión de nuevos conocimientos. Como se puede observar, la etnomatemática se establece como una disciplina integral que permite que los estudiantes sean capaces de llevar a cabo un proceso de aprendizaje más dinámico y eficiente sobre los contenidos matemáticos, pero desde una perspectiva que tenga presente el respeto y tome en consideración los valores culturales propios de cada comunidad, en una constante relación con el medio natural que rodea a los estudiantes.

1.1.2 Interculturalidad

Para poder entender la interculturalidad con mayor claridad, es imprescindible conocer su concepto, el cual nos direcciona a nuestro comportamiento, como un conjunto de acciones éticas cuyo propósito es ayudar a vivir en colectividad a pesar de tener diferencias culturales, todo esto basado en el diálogo, por ello es preciso compartir la siguiente posición del interculturalismo enunciada por Luis Herrera en acuerdo con Fidel Tubino

> Como un nuevo pacto social, como una nueva postura ética o manera nueva de comportarse. Esta propuesta se opone al ingenuo encuentro entre diferentes, como también a la dispersión plural de la posmodernidad. También se diferencia de las visiones homogéneas sobre el futuro utópico. (Herrera, 2015, p. 74)

"La interculturalidad no es un concepto, es una manera de comportarse. No es una categoría teórica, es una propuesta ética" (Tubino, 2004, p. 155). En consecuencia, la interculturalidad es generalmente entendida como algo más teórico y conceptual, pero por el contrario se trata de un concepto dinámico, que parte de la interacción de diversos pueblos y su relación en el compartir expresiones sociales con énfasis en la comunicación entre diferentes culturas. Lo que nos propone pensar en otra forma de vida a la que deberíamos regirnos, pues es primordial para la buena convivencia entre heterogeneidades humanas, y del posible coexistir, proyectándonos hacia el Sumak Kawsay o buen vivir, basado en el respeto a las diferencias, no viéndolo como algo perjudicial o negativo, sino como algo enriquecedor para el bien común (Herrera, 2017)

En la perspectiva señalada, también es importante conocer qué es la interculturalidad para la UNESCO:

> La interculturalidad es un concepto dinámico y se refiere a las relaciones evolutivas entre grupos culturales. Ha sido definida como «la presencia e interacción equitativa de diversas culturas y la posibilidad de generar expresiones culturales compartidas, adquiridas por medio del diálogo y de una actitud de respeto mutuo». La interculturalidad supone el multiculturalismo y es la resultante del intercambio y el diálogo «intercultural» en los planos local, nacional, regional o internacional (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2006, p. 17).

Se podría sostener, entonces, que la interculturalidad es la comunicación asertiva entre culturas con una convivencia pacífica entre ellas, a partir del reconocimiento de sus diferencias y convergencias por el bien común, basado en fomentar el respeto y la tolerancia hacia las creencias, tradiciones y prácticas de las diversas culturas. No obstante, la postura teórico práctica desde lo intercultural motiva el fortalecimiento de la propia identidad sin dejar de lado las similitudes y los lazos generados a partir de la interacción con la otredad. Para cumplir con este sentido intercultural se hace imprescindible el conocimiento de la tradición del otro y así establecer vínculos basados en el mutuo entendimiento y la construcción de nuevos contextos o realidades socioculturales. En este sentido, la educación es la vía más factible para fomentar la aceptación y respeto por los diferentes modos de vida, la convivencia social pluralista; pues facilita el reconocimiento de cada cultura y su relación entre ellas a través de sus formas de comunicación, generando así distintos saberes que se transmiten de una generación a otra.

> Esta comprensión nace a partir de las demandas de dirigentes indígenas e intelectuales de las ciencias sociales para contextualizar los conocimientos escolares con los saberes culturales de los pueblos indígenas. En este sentido, el concepto intercultural está determinado por saberes que surgen de relaciones interpersonales e intergrupales. (Calderón, 2019, p. 249).

Desde el punto de vista pedagógico se entiende la interculturalidad como dimensión sociocultural, asociada con el aprendizaje, más allá de lo establecido en variedad de trabajos delimitados en la educación intercultural bilingüe, si bien es cierto que ésta es una parte fundamental del proceso histórico, la intensión es asumirla como formas de vida.

Reafirmando lo mencionado, la educación da lugar al convivir con otras formas de vida, de pensamiento, de cosmovisión, de tradiciones, entre otros, y esto hace que sea oportuno un aprendizaje basado en la diversidad de formas de pensar y actuar. Es así cómo se va formando con amplitud y conocimiento teniendo en cuenta de los diferentes saberes extraescolares y su relación. Del mismo modo reflexionar y crear conciencia sobre la existencia de problemas sociales y culturales en el aula de clases; por ello es preciso mencionar que:

> [...] la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos,

desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 30)

La educación claramente es una actividad social que requiere de la comunicación con otras personas, como en toda relación humana. En este proceso el estudiante conoce características, pensamientos y acciones de otras personas, dicho esto podemos decir que quienes reciben una escasa o mala educación limitan su aprendizaje y vivencia cultural, porque no pueden asimilar una gran cantidad de conocimientos necesarios acerca de su entorno o de otros temas importantes.

1.1.3 Cosmovisión

Nuestra visión del mundo está estrechamente ligado al espacio donde se desarrollan nuestras acciones, de la misma manera la forma que vamos a ver a las matemáticas va a ir sujeto al entorno en el cual hayamos vivido la mayor parte de nuestra vida. Dicho esto, es oportuno conocer el concepto de cosmovisión presentada por múltiples autores, James Sire (1988) afirma que: "Una cosmovisión es un conjunto de presuposiciones (o premisas) que sostenemos (consciente o inconscientemente) acerca de la constitución básica de nuestro mundo" (p.17).

Por otro lado, Phillips y Brown (1991) sostienen lo siguiente: "Una cosmovisión es, antes todo, una explicación y una interpretación del mundo y, segundo, una aplicación de esta visión a la vida (p.29). En términos más simples, nuestra cosmovisión es una visión del mundo y una visión para el mundo." Finalmente, la explicación más breve y comprensible nos brindan Walsh y Middleton (1984) quienes aseguran que "Una cosmovisión provee un modelo del mundo que guía a sus adherentes en el mundo."(p.32). Entonces podemos afirmar, en calidad de síntesis, que la cosmovisión consiste en la perspectiva que tenemos del mundo, teniendo en cuenta la realidad sociocultural en un tiempo y espacio concretos.

> [...]está totalmente integrada a su cultura, pues es un elemento clave en la definición de su pensamiento y las acciones que desempeñará en el contexto en el cual se encuentra. Desde otra perspectiva, la cosmovisión se remite a la manera en que una persona mira y comprende el mundo que lo rodea, y señala que, en el caso de los pueblos propios de la región andina como el Ecuador, la cosmovisión se construye a partir de la relación que el hombre desempeña en torno al medio que lo rodea, es decir, se trata de la visión filosófica y particular que sostiene con la Pacha Mama (Illicachi, 2014).

Con base lo antes mencionado es necesario saber cómo surgen estas formas de ver la vida, como adoptamos distintas formas de pensamiento, el porqué algunas acciones no son iguales a la de los demás, como se da origen de la cosmovisión, ya sea personal o de un grupo de personas, durante el interactuar mutuo, en el intercambio de pensamientos y creencias, mediante procesos de comunicación, es decir:

> El origen de una cosmovisión nunca arranca de la nada. Comienza en el núcleo íntimo de relaciones personales en el cual iniciamos la vida. A partir de las actitudes, conversaciones y prácticas de las personas allegadas, se incorporan afirmaciones y estilos de vida ya existentes, considerados legítimos en ese círculo. Las experiencias y explicaciones posteriores acerca de la vida, del entorno, del cosmos en general, van engrosando y ajustando la cosmovisión. (Smith, 2015, p 3.)

Se puede señalar entonces que las interpretaciones aglutinantes del mundo, en relación con el cosmos se van acumulando a lo largo de la vida. De ahí que es importante saber que la cosmovisión es una trama integrada por creencias, emociones, mitologías, entre otros elementos que tienen una importancia crucial en la generación del conocimiento social. (Smith, 2015, p 3.)

Es por ello que, hablamos de cosmovisión en la educación, por el hecho de que depende mucho las relaciones que se establezcan, tomando al ser humano como un ser social y natural y cósmico. En consecuencia, es preciso referir a la relación entre cosmovisión, cultura y educación, con el fin de entender la importancia del proceso constructor de la identidad de los pueblos. Por ello afirmamos que es desde la educación, que se puede impartir la historia, las tradiciones, las creencias y las prácticas humanas como un sistema articulado:

> Por lo referido, esta tríada es un aspecto clave que debe ser tomado en consideración a la hora de establecer la planificación de los currículos de todos los niveles de educación en el país, ya que ello permite tomar en consideración aquellos saberes ancestrales como parte de la cosmovisión de cada pueblo que son necesarios de comprender y aplicar, para así garantizar una educación intercultural, participativa y diversa. (Gómes y Ortiz, 2016, p. 20)

En conclusión, la educación es la encargada de que esta cosmovisión propia de cada cultura sea transmitida a cada una de las personas de la comunidad y a las personas interesadas en ella de generación en generación, haciendo que esta no pierda acogida y sea practicada para mantener la identidad cultural.

1.1.4 Saberes Ancestrales

Todas las comunidades tienen características únicas que las diferencian de las demás, sin embargo, comparten características similares como: gustos, intereses, trabajos, entre otros. Para lograr una buena convivencia entre los miembros y solventar sus necesidades elevando su nivel de vida. De modo que, el individuo se rige a pautas, prácticas y principios de vida que han sido establecidos por los antepasados y que corresponden a largos procesos de gestación. Los saberes ancestrales se constituyen como el conjunto de "conocimientos, prácticas, mitos y valores que han sido transmitidos de generación en generación, dentro de un sistema de educación endógena y cuyo papel dentro de la sociedad ha sido el de colaborar al desarrollo de los pueblos" (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 2012, págs. 12 - 13).

Con base en lo antes mencionado, podemos decir que estos saberes son de larga data y fundamentales para la transmisión de la cultura de padres a hijos a través de la oralidad gestada en tiempos concebidos como originarios para sus pueblos. A causa de esto, los saberes ancestrales desempeñan un papel clave dentro de la identidad histórica, ya que son aprendizajes transmitidos de generación en generación, consolidando tanto la identidad individual y colectiva de las comunidades a las cuales pertenecen. Por otro lado, es importante recalcar que estos saberes se fijan también como formas de relacionarse con los demás, a través de la edificación de distintos productos evidenciables en la gastronomía, la producción artesanal, el arte, y la misma educación.

1.1.5 Figuras Tradicionales

Desde un enfoque socio histórico Vygotsky menciona que el conocimiento humano es una actividad productiva en la que se genera el desarrollo, que es consecuencia de la interacción del sujeto con el medio y por los objetos creados por el propio hombre, en donde éste deposita sus capacidades. Estos objetos ayudan a la exteriorización de las operaciones mentales del hombre a partir de sus relaciones sociales, cuyo instrumento principal es el lenguaje (Ortiz, 2013, p. 26). Dentro de estos objetos están las figuras tradicionales que son diseños simbólicos representados por diferentes culturas, las cuales son una forma de expresión identitaria, ya que cada figura tiene su significado y responden a procesos históricos, repleto de tradiciones y creencias. Al respecto, Armando Aorca (2008) nos dice que:

> Incluyen sistemas simbólicos, los diseños espaciales, técnicas de construcción práctica, métodos del cálculo, mediciones en tiempo y espacio, formas específicas de razonamiento e inferencia, y otras actividades cognoscitivas y materiales que se pueden traducir a representaciones de la matemática formal. (p.68)

En la matemática formal hay dos tipos razonamiento, principalmente el simbólico y el visual. El razonamiento simbólico hace referencia a los números y el visual al uso de diagramas que dan paso a varios tipos de razonamiento visual. “La intuición visual es una característica tan poderosa del cerebro humano que las imágenes desempeñan un papel destacado en matemáticas” (Steward,2008, p.22). De hecho, después del concepto de número se introduce el concepto de forma.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente las figuras tradicionales ayudan a trabajar el razonamiento visual, ya que estas representaciones geométricas hacen parte del concepto de forma, que en teoría de grafos va ayudar a un aprendizaje simbólico basado en un contexto cultural que relaciona la historia, creencias y tradiciones de nuestro contexto.

1.1.6 Etnomodelación

De acuerdo con Rosa y Orey (2018) la etnomodelación es un enfoque metodológico alternativo que, a través de una acción pedagógica, pretende matematizar la realidad de los diferentes grupos culturales, con el objetivo de conectar las prácticas matemáticas locales a los conocimientos de la matemática académica, siendo así la etnomodelación la parte práctica de la etnomatemática. Así mismo Rosa y Orey (2017) nos dice que:

> Además, la etnomodelación es un enfoque que permite valorar el uso de las etnomatemáticas y la aplicación de herramientas y técnicas de modelación matemática que permite percibir la realidad mediante el uso de diferentes lentes, lo que conduce a una comprensión holística de las matemáticas y provee un enfoque pedagógico adecuado, ya que contextualiza el conocimiento matemático desarrollado localmente, y estudia los fenómenos matemáticos que se dan en diversos contextos culturales. (p.79)

Es así que la etnomodelación trabaja a través de modelos basados en la realidad, que son representaciones mentales, que se transforman en objetos, obras, acciones, métodos, técnicas, etc. Estas representaciones están vinculadas al diario vivir de cada miembro de una comunidad. En consecuencia, la modelación bajo una perspectiva etnomatemática, se convierte en una estrategia de enseñanza que busca la interrelación entre el hacer y saber escolar que conecta la matemática formal con el contexto cultural y el currículum matemático. En tal sentido Rosa y Orey (2018) afirman que en consecuencia se puede evidenciar un mayor proceso cognitivo, capacidad de aprendizaje, para que los estudiantes puedan comprender de una manera sencilla los sistemas matemáticos alternativos, así también puedan comprender la importancia de la matemática en su sociedad y su contexto, con la finalidad que puedan resolver los problemas presentes en su vida cotidiana.

Bajo esta perspectiva la etnomodelación abarca un conocimiento tanto émico (desde dentro) como ético (desde afuera). El conocimiento émico son todos los conocimientos, prácticas y análisis desarrollados por los miembros de una cultura desde una visión interna, la validación de este conocimiento, lo determina la población local, puesto que debe coincidir con las características de su cultura (Rosa y Orey, 2017). Por otro lado, el conocimiento ético es todo el conocimiento científico de análisis lógico y empírico, que puede ser comparado entre diferentes culturas, este es un pilar fundamental para la investigación en etnomodelación. En este sentido (Rosa y Orey 2010) sostiene que “el conocimiento matemático de los miembros de diferentes grupos culturales se combina con el sistema de conocimiento matemático occidental para resultar en una perspectiva dialógica en educación matemática por medio del dinamismo cultural.” (Rosa y Orey, 2018, p.31).

1.2 La Etnomatemática como alternativa didáctica para la enseñanza-aprendizaje para la Teoría de Grafos.

De acuerdo con Ortiz et. al. (2021) “La teoría de grafos es uno de los contenidos matemáticos que permiten la modelación o matematización de distintas situaciones problema en forma intuitiva y sencilla.” (p.1178). Donde la esquematización es una estrategia, que ayuda en la comprensión y estudio de diversas situaciones problema de índole científico y académico. De ahí que, cabe señalar el concepto de modelo según MEN 2006 que dice

> Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”– que puede usarse como referencia

para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (p.52).

En este sentido se busca que el estudiante relacione la teoría de grafos con la realidad por medio de esquemas, siendo estos, las figuras tradicionales que actúan como un sistema figurativo mental y motivante, que facilita la abstracción matemática, haciéndola comprensible, mejorando así los procesos cognitivos en el aprendizaje ya que, la idea se vuelve concreta y apegada a la realidad. De modo que se establece una combinación con la etnomatemática en calidad de medio didáctico.

1.2.1 La Etnomatemática como proceso didáctico.

La etnomatemática, desde una perspectiva sociocultural, ve a la matemática como un producto social que hace de su educación una herramienta fundamental para los procesos de adquisición del conocimiento matemático, puesto que ayuda a la comprensión de conceptos, ideas y prácticas matemáticas**.** Desde el punto de vista de Vilches (2018) destaca la etnomatemática como un proceso de enseñanza- aprendizaje a partir de recursos etnomatemáticos con fines educativos, para que los estudiantes puedan desarrollar un pensamiento numérico, algebraico y geométrico; con base en recursos naturales y artificiales de su contexto, a través de un proceso didáctico, el cual se fundamente en un diálogo entre matemática y Etnomatemática.

Así también D’ Ambrosio (2006) y Rosa y Orey (2017) sostiene que la etnomatemática desarrolla importantes elementos, para el análisis de las raíces socioculturales del conocimiento matemático, desde un enfoque didáctico y pedagógico. Uno de estos corresponde a las capacidades productoras de conocimiento, que están vinculadas a los contextos, sociales, culturales, económicos, ambientales y políticos, dando respuesta a las diferentes necesidades de supervivencia. También destacan la necesidad de humanizar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, vinculando los valores con los procesos académicos.

Del mismo modo, sostienen el dinamismo de diversas formas de generación, organización y difusión del conocimiento matemático, provocando que el conocimiento se construye a partir de las diversas interpretaciones sobre la matemática a lo largo de la historia, fomentando la tradición y pensamiento matemático de los diferentes pueblos, con base en el reconocimiento de raíces socioculturales, a través del diálogo epistémico. Estas dimensiones conllevan implicaciones tanto pedagógicas como didácticas donde se promueva una mejor comprensión de los conceptos, procedimientos y los usos de los contenidos curriculares, que en efecto lleven a los estudiantes a partir de los conocimientos previos y experiencias para lograr aprendizajes significativos.

Bajo esta perspectiva la etnomatemática desde un enfoque didáctico, busca estrategias para la enseñanza-aprendizaje, donde se vincule los conocimientos académicos con los saberes ancestrales. Según Paucar y Condor (2019) “deben ser funcionales en el sentido de los conocimientos nuevos y asimilados de su contexto propio y de su realidad histórica, donde están disponibles para ser utilizados en diferentes situaciones” (p. 136). En este sentido, la etnomatemática implica un trabajo diferente en las aulas, tanto para estudiantes como para profesores, con base en las contribuciones de una educación que promueva el respeto por la diversidad.

1.2.2 Figuras tradicionales como instrumento didáctico para la enseñanza de teoría de grafos

Desde la posición de Paucar y Condor(2019), la aplicación de materiales educativos etnomatemáticos, como el caso de las figuras tradicionales que promueven el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas, además de conocer sus logros en una interacción docente, estudiante, saber y entorno; que en efecto hace del proceso enseñanza- aprendizaje más significativo, haciéndose visible cuando los estudiantes aprenden los contenidos basándose en sus conocimientos previos, valorando la vinculación con su realidad.

De allí que D’Ambrosio (2005) y Vilches (20018) afirmen que:

> Es necesario identificar y clasificar los conocimientos matemáticos, para generar materiales contextualizados para los entornos escolares de dichas comunidades. Este proceso requiere indagaciones de la naturaleza antropológica y etnológica, donde es posible mostrar diversos hallazgos etnográficos considerados como aportes a la dimensión histórica de los conocimientos matemáticos como un producto del quehacer humano; y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas surgidas desde la realidad. (pp.570-571)

De esta manera las figuras tradicionales escogidas, para este trabajo, aparecerán como una modelización artesanal y como elementos que representen grafos, para que los estudiantes puedan aprender este tema con recursos etnomatemáticos, desde una matemática más vivencial y realmente significativa, basada en sus propias experiencias.

1.3 Teorías pedagógicas: desde la perspectiva cognitiva-constructiva de Jean Piaget y el constructivismo sociocultural de Lev Vygotsky

1.3.1 Teoría de Jean Piaget

Con el paso de los años y a lo largo de la historia una de las incógnitas más frecuentes en el ámbito biológico, psicológico, pedagógico o educativo es sobre la construcción del conocimiento ¿Cómo llegamos a adquirir ciertos aprendizajes, hábitos, entre otras cosas? Gracias a esto se ha abierto paso a investigaciones que se han llevado a cabo por varios expertos en el tema, dándonos a conocer algunas teorías, entre ellas la Teoría Cognitiva de Jean Piaget, enfocada en explicar la conexión del aprendizaje que se va obteniendo con base en la interacción activa con el mundo que nos rodea, esto ligado a cambios específicos que se dan en el desarrollo mental de la persona, desde el nacimiento hasta la madurez; es decir, desde las estructuras que cambian a medida que el ser humano se desarrolla.

Por ello es preciso decir que “El conocimiento no puede ser una copia, ya que siempre es una relación entre sujeto y objeto” (Jean Piaget, 1947). Es así que se visualiza la relación directa entre el conocimiento que se va formando con el sujeto y el entorno, a través de esta relación se explica que las estructuras cognitivas se van complejizando con el pasar de los años. De este modo el niño le da un significado a su realidad y es así cómo va construyendo su propio conocimiento.

Esta construcción del conocimiento se presenta en cuatro etapas según Piaget: la etapa *sensoriomotora* desde el nacimiento hasta los dos años, la etapa *preoperacional* de dos a siete años, luego la etapa de *operaciones concretas* de los siete a once años y por último la de *operaciones formales* desde los once años en adelante. De esta manera, a medida que el individuo vaya pasando por dichas etapas, mejorará sus estructuras y su comprensión con respecto a aspectos complejos, permitiéndole el desarrollo cognoscitivo organizado, además de construir nuestras estructuras y esquemas mentales, para organizar y reorganizar la nueva información, estableciendo también procesos de diferenciación conceptual y cognitiva. Es por ello que hablamos de los principios de desarrollo, con base en los siguientes elementos:

Adaptación: proceso que se da con el fin de encontrar la estabilidad, es decir, el individuo busca ajustar o en otros casos cambiar sus estructuras mentales respecto del entorno en el que se encuentra. Asimilación: proceso en el cual la información se ajusta en los esquemas mentales, en otras palabras: "La asimilación mental consiste en la incorporación de los objetos dentro de los esquemas de comportamiento, esquemas que no son otra cosa sino el armazón de acciones que el hombre puede reproducir activamente en la realidad" (Piaget, 1.948). En definitiva, la asimilación es un proceso activo por el hecho de que el individuo debe adoptar las sustancias tomadas del medio ambiente para la configuración de sus propias estructuras. Acomodación: se da cuando la información que llega, provoca discrepancias entre las ya existentes, por lo cual es necesario una modificación acorde las necesidades del medio. De acuerdo con Piaget el proceso de acomodación y de asimilación están estrechamente ligados y son los que explican los cambios que surgen en el conocimiento a lo largo de la vida. Equilibrio: para llegar a esta etapa son fundamentales los procesos de asimilación y acomodación, permitiendo llegar al equilibrio de las estructuras cognitivas; a través de este proceso de equilibrio se dice que alcanzamos un nivel superior de funcionamiento mental. Por tales motivos, el individuo pasa por múltiples etapas, las mismas que ayudan a ir formando y construyendo el aprendizaje, que está estrechamente ligado al entorno, dando como resultado un desarrollo más significativo y satisfactorio.

1.3.1.1 Construcción del conocimiento mediante la actividad

El ser humano es un ser social, permanece en constante acción y comunicación, ya sea con sus iguales o con el entorno, podemos decir entonces que “El conocimiento emerge de las acciones del sujeto y que es por medio de las acciones que el conocimiento se manifiesta” (Piaget, 1973).

Afirmando lo antes mencionado, nosotros aprendemos con base a nuestras vivencias, por tanto, a las capacidades de hacer y experimentar. Es por eso que Piaget plantea que las clases deben presentar casos o actividades donde se le permita al estudiante experimentar o manipular objetos, lo cual va a generar dudas y estas se verán reflejadas en el planteamiento de preguntas que pueden abrir paso a debates, discusiones, donde todos den a conocer su punto de vista y conforme a ello ir formando, ya sean conceptos, leyes, entre otras cosas.

Piaget (1973) sostuvo que es mediante las transformaciones, sean acciones reales o simbólicas, que el sujeto construye progresivamente su conocimiento. En consecuencia, las actividades presentadas deberán ser activas entre ellas el juego, dicho esto podemos decir entonces que la educación deberá de proveer un ambiente y los medios necesarios para enriquecer la curiosidad epistémica de los estudiantes llevándolos al aprendizaje de manera que este sea fructífero.

> La buena pedagogía debe implicar la presentación de situaciones para que el niño y la niña experimenten; es decir, realicen actividades con la intención de ver qué ocurre, manipulen símbolos, formulen preguntas y busquen sus propias respuestas, reconcilien lo que encuentran una vez con lo que encuentran en otras ocasiones, y comparen y discutan sus hallazgos con los de sus compañeros y compañeras (Kammi, 1973).

En definitiva, la teoría de Piaget nos ayuda a mejorar los procesos de aprendizaje del individuo, comprendiendo sus etapas de desarrollo y con base a ello ir planteando actividades en concordancia a sus requerimientos y contexto, a fin de que, al ir pasando por cada una de estas etapas, su desarrollo sea óptimo y los conocimientos que se adquieran sean permanentes y del mismo modo sean constantemente alimentados.

1.3.2. Teoría Sociocultural de Vygotsky

Las transformaciones que se han dado a nivel mundial han hecho necesario que existan teorías que nos permitan contextualizar, y con ello llevarnos a la reflexión acerca de nuestras creencias y practicas pedagógicas, haciendo de este proceso más consciente, por ello la búsqueda de teorías que cubran estas necesidades. Es así que nos encontramos con la teoría sociocultural planteada por Vygotsky, en el cual, él articula los procesos psicológicos y los socioculturales, basándose en que ningún aprendizaje nace de la nada, este parte de un conocimiento previo, dicho aprendizaje es dinámico ya que, el individuo lo va adaptando según sus necesidades y entorno. Desde este punto es preciso decir que:

> Vygotsky (1979), señala que todo aprendizaje en la escuela siempre tiene una historia previa, todo niño ya ha tenido experiencias antes de entrar en la fase escolar, por tanto, aprendizaje y desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño.

De la misma forma la teoría sociocultural resalta la importancia del impacto que causan otros individuos (familiares, amigos, etc) en el desarrollo de una persona, pero también destaca en cómo las creencias y prácticas culturas influyen en todo este proceso de aprendizaje. Podemos decir entonces que el conocimiento se basa en un proceso de interacción entre el individuo y el medio tomando a este, como el espacio cultural y social, dando como resultado un desarrollo cognoscitivo óptimo en colaboración con su contexto social.

Con base a lo antes mencionado es importante conocer la zona de desarrollo próximo también conocido como la ZDP, el cual consiste en la distancia que hay entre los dos niveles evolutivos: el nivel evolutivo real que supone todas las acciones que el niño puede hacer por si solo; y el nivel de desarrollo potencial en el cual el niño realiza actividades con ayuda o indicaciones de cómo realizarlas, es decir llega a su propósito con ayuda de otros. Se puede observar entonces las habilidades que tiene una persona y todo aquello que puede realizar de forma independiente y las que va desarrollando, pero aún no logra autonomía completa en ellas.

En consecuencia, se evidencia la importancia de la interacción en el aula de clases con el maestro, compañeros y el entorno físico, ya que estos juegan un rol valioso en su desarrollo. Por esta razón se recomienda a los profesores realizar actividades grupales donde los niños puedan ayudarse mutuamente mediante el trabajo cooperativo donde se aplique la ZDP y se logre un aprendizaje y desarrollo óptimo.

1.4 Guía y recursos didácticos para el aprendizaje

La guía didáctica es "todo instrumento digital o impreso que constituye un recurso donde se concreta la acción del profesor y los estudiantes dentro del proceso de enseñanza, de forma planificada y organizada" (Hernández, 2014, p. 165). En el mismo sentido, dicho instrumento orienta tanto al docente como al estudiante a lo largo del desarrollo del tema, de forma que se pueda llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje, enfocado en una participación activa del estudiante. De ahí la necesidad de formular las funciones esenciales que presenta una guía.

> Las funciones de estas guías se enfocan en los siguientes aspectos: una función motivadora que despierta el interés del alumno, una función orientadora para ejecutar las actividades planteadas con metas y consignas claras y una función de retroalimentación del conocimiento que le permite monitorear su conocimiento. (García y De la Cruz, 2014).

Podemos añadir también la función de encaminar al estudiante en su actividad independiente, permitiéndole desarrollar la autonomía a través del complemento de otros recursos didácticos como: imágenes, esquemas, ejemplos, en otros. En consecuencia, la guía va a tener su propio enfoque, basándose en las necesidades educativas que se planteen; es decir, a la población a la cual va dirigida. En este sentido, la guía ayuda al docente, al estudiante y a la interacción de ambas partes, para un proceso constructivista e intercultural.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje existe un conjunto de medios que facilitan la labor del docente, considerándolos como apoyo pedagógico, con los cuales buscan optimizar el aprendizaje del estudiante siendo esencial para la educación, estos medios son considerados esenciales y de gran importancia para el sistema educativo actual, que busca facilitar el aprendizaje a los estudiantes y además de obtener mejores resultados. Como menciona Morales (2012), se entiende por recurso didáctico al conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por ello es importante conocer algunas de las funciones que nos brindan los recursos didácticos como: orientar en los temas que el estudiante tiene más dificultad encontrando otras vías de aprendizaje, presentar el contenido de una forma más dinámica por medio de ilustraciones, cuadros sinópticos, entre otras. Con el fin de despertar el interés y también la motivación por aprender de forma distinta, para permitir evaluar al estudiante, teniendo en cuenta el análisis y la reflexión como parte del aprendizaje, además de generarse una mejor comunicación en el aula de clases, tanto entre estudiantes como docente-estudiante.

Con relación a lo antes mencionado, los recursos didácticos se dividen en tres grupos: para el apoyo al docente, el cual le sirve de guía; por otro lado, están los que ayudan al aprendizaje significativo y deben ser observables y tangibles; y por ultimo los que sirven de motivación al estudiante en su proceso de aprendizaje. Algunos ejemplos son los textos, las guías, ayudas gráficas, simuladores, juegos, carteles, videos, plataformas educativas, entre otros.

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA

2.1 Enfoque metodológico

Este proyecto se basó en una pedagogía etnomatemática donde la idea primordial es incorporar los modelos vinculados a la tradición y cultura, con el fin de aportar y reflexionar sobre las distintas formas de llevar las matemáticas a nuestra realidad sociocultural, la cual permite valorar la experiencia estudiantil tomando a la misma como una actividad culturalmente propia, en consecuencia, Ortiz y Gómez (2016) plantean:

> La etnomatemática constituye una nueva perspectiva educativa, a través de la cual el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, centra su atención en la herencia cultural propia de los pueblos, rescatando distintas enseñanzas que permiten establecer una relación más significativa entre el currículo, los estudiantes y su identidad nacional. (p. 4).

Esto con el objetivo de desarrollar un aprendizaje holístico en los estudiantes, con base en una propuesta en donde se busca incorporar formas de pensamiento etnomatemático, en donde la etnomatemática sea utilizada como un recurso didáctico que se interese en estudiar "el desarrollo del conocimiento de un grupo cultural, regido por una tradición mítica y cosmogónica, que define sus comportamientos a partir de la manera de percibir e interpretar el mundo y las relaciones tangibles e intangibles de los elementos del mundo" (Gavarrete, 2012, p. 2) .De igual manera lo comparte Vilchez (2018)que nos dice que la etnomatemática como propuesta pedagógica consiste en:

> Como propuesta pedagógica (uso de la etnomatemática como recurso didáctico), se busca hacer una matemática más vivencial, lidiando con situaciones reales en un tiempo

> y un espacio, constituyéndose en un camino para una educación renovada, capaz de preparar generaciones futuras para construir un mundo más feliz y en paz, desde lo individual, social y ambiental. (p.570.)

Se realizó inicialmente un ejercicio hermenéutico para el análisis de conceptos y la búsqueda de bibliografía referida al tema etnomatemático. Para el efecto priorizamos los aportes de Ambrosio D’, quien es considerado el padre de la etnomatemática, como también los trabajos realizados por Armando Aroca, Rosa y Orey, Gavarrete, entre otros. Luego de este trabajo, a través de una visita al museo Arqueológico y Etnográfico Guantug, junto con una metodología etnografía se procedió con el levantamiento de información de las figuras tradicionales en relación con la teoría de grafos, que sirven de sustento para la propuesta didáctica. Se procedió con estos datos a desarrollar actividades de construcción que faciliten el aprendizaje matemático.

Para este propósito se desarrolló un diseño didáctico en el área de matemáticas en la asignatura de matemáticas discretas, teniendo en cuenta los contenidos del tema de teoría de grafos, específicamente en su introducción y el contexto sociocultural, la presente está compuesta de 11 actividades, que se caracterizan por emplear las figuras tradicionales representadas en los objetos que elaboraron las diferentes culturas como: la cañari e inca. Dichas figuras posteriormente se modelizaron matemáticamente para describir y reflejar, el concepto, clasificación, teoremas y propiedades de un grafo, partiendo de una realidad cultural propia.

Este proceso didáctico también está dirigido a los futuros profesores de matemáticas y física de la Universidad de Cuenca, que puede ser aplicado en la materia de matemáticas discretas, así como en la materia de Etnomatemática. Se tuvo la finalidad didáctica de dinamizar y reforzar la ejecución de actividades tendientes al desarrollo numérico algebraico y geométrico, además de fomentar el desarrollo e implementación de las matemáticas en un contexto cultural propio. Por último, se evaluó la propuesta didáctica a través de un dialogo con expertos para caracterizar la aplicabilidad didáctica.

2.2 Técnicas y estrategias de aprendizaje.

2.2.1 Ilustraciones y graficas

Como plantea Flores et. al. (2017), las ilustraciones y gráficas son estrategias de aprendizaje que se caracterizan por representar el mundo real para el estudiante, esto en efecto le ayuda a que su aprendizaje sea significativo y contextualizado, puesto que beneficia al desarrollo de habilidades cognitivas, refuerza los procesos de memorización y de comprensión lectora. Además, fomenta el pensamiento crítico a través de desarrollar las habilidades visuales.

Esta estrategia se implementó en el presente trabajo con el objetivo de que el estudiante pueda contextualizar la teoría de grafos a través de las figuras tradicionales que se ilustra y se representan gráficamente para el desarrollo de las diferentes actividades, facilitando su comprensión, no solo matemática y geométrica, sino también cultural, que en efecto permita al estudiante aprender la teoría de grafos, pero también conocer sobre su propia cultura a través de las distintas imágenes que representan la realidad de cómo vivían y que hacían nuestros antepasados, para que puedan comprender que la matemática está en todos lados.

2.2.2 Inferencias

La inferencia es una estrategia de aprendizaje en la cual Flores et al. (2017) afirma que el estudiante parte de premisas o del conocimiento previo, para llegar a la respuesta o conclusión de alguna actividad. Esta actividad ayuda al desarrollo de habilidades cognitivas de orden superior y favorece la activación de conocimientos previos. Esta técnica se presenta en la propuesta, puesto que en las actividades se parte del conocimiento previo y de la información implícita en las gráficas para su posterior realización.

2.2.3 Preguntas

Esta técnica consiste en formular una serie de preguntas las cuales se presentan luego de haber realizado una lectura, la observación de imágenes o la ejecución de alguna otra actividad, con el propósito de que el estudiante reflexione sobre aquello y llegue a un, concepto o algún tipo de análisis que refuerce el aprendizaje. En la presente propuesta didáctica se realizó un seria de preguntas posteriores a actividades de visualización o el desarrollo de una actividad matemática, con el propósito de tener en cuenta aspectos claves para el desarrollo de un concepto generado. Con base a esas posturas relevantes plateadas como preguntas, facilitan al estudiante el pensamiento crítico, reflexivo y la formulación de definiciones, pero con palabras propias abriendo paso a un trabajo autónomo y de mayor aprendizaje significativo de modo que el estudiante valore, juzgue y defienda su posición.

2.3 Técnica de validación. Dialogo taller con expertos

La técnica de taller es una estrategia metodológica de acción participativa, que se caracteriza por tomar la realidad propia como fuente de construcción del conocimiento, que permite conectar el aprendizaje de los contenido curriculares con el aprendizaje de los procedimientos, en donde se pretende teorizar su práctica al interpretarla y proyectarla dentro de la perspectiva científica, de manera que el taller se centra en que la persona aprenda, además de ser una forma de enseñar y aprender mediante la ejecución de actividades, esto a fin de desarrollar el pensamiento crítico con plena conciencia y sentido histórico para interpretar la realidad en los diferentes contextos.

Al mismo tiempo (Herrera Montero, 2017) da a conocer que “esta técnica es una iniciativa de visión colectiva de conocimientos además de ser un espacio para el debate, el dialogo de saberes y la validación colectiva de lo abordado”. (p. 224). Para la validación colectiva de la guía, en primera instancia se envió una invitación por medio de correo electrónico, a los expertos en las materias de etnomatemática, geometría y didáctica, adjunto se envió la propuesta para su previa revisión, con la finalidad de que se lleve a cabo el dialogo con expertos.

Para dicho propósito, el dialogo se realizó por medios virtuales a través de la plataforma zoom, para lo cual previamente se elaboró tres preguntas guías con el objetivo de caracterizar la aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos, basados en las figuras tradicionales del museo Guantung.

A continuación, se presenta las aportaciones en el diálogo, expresadas por los docentes expertos de matemáticas y pedagogía de la carrea de Pedagogía de las Ciencias Experimentales:

Pegunta 1: ¿Qué les parece la combinación entre teoría de grafos y la etnomatemática a través de las figuras tradicionales del museo Guantung?

Es una forma innovadora de utilizar las expresiones culturales como son las figuras tradicionales para el aprendizaje de las matemáticas hoy en día, con el propósito de que el estudiante que quiera aprenderlas a través de la cultura tenga en cuenta su importancia, esto a fin de fomentar el valor cultural.

> *[….]es una forma muy innovadora para nosotros de utilizar lo que tenemos como tradicional, lo trabajado por nuestros ancestros, al traerle de la historia a la realidad actual [….].(Intervención de Eulalia, Calle, 2021) .*

Otro experto nos comparte que ve en el trabajo más que una teoría de grafos un lenguaje de grafos identificado y analizado en las figuras tradicionales, el cual ha permitido un vínculo entre la matemática, la geometría y la cultura, basándose en los saberes ancestrales, el conocimiento del espacio y de la propia geografía de nuestros ancestros.

> *[…]En este sentido hay una vinculación que parte desde el análisis de este lenguaje cotidiano a un lenguaje de grafos, a ser visible la relación que existe, además que nos enseña a valorar lo nuestro. Puesto que muchos de los ejemplos que sacamos, son ejemplos traídos de otros lados y de repente empezamos a encontrar en nuestro propio lenguaje, en nuestro propio contexto elementos que pueden ser apreciados, analizado y valorados como tal. […] (Intervención de Juan Carlos Bernal, 2021).*

Esto nos lleva a reflexionar sobre el valor cultural propio, siendo conscientes de lo que observamos y de que a través del lenguaje de grafos se evidencia expresiones culturales.

> *[....] Entonces ahí encuentro yo un vínculo muy fuerte al analizar y al descubrir que no somos conscientes de lo que observamos y que hay un valor en este trabajo de mostrarnos y de visibilizar el lenguaje de grafos porque a través de ellos está hablando la cultura. […] (Intervención de Juan Carlos Bernal, 2021).*

Pregunta 2: ¿Qué debilidades y fortalezas tiene el instrumente didáctico compartido con ustedes sobre el tema?

Al querer evidenciar un vínculo entre la teoría de grafos, siendo este un tema abstracto y la cultura algo concreto, principalmente, existe un nivel de complejidad mayor, sin embargo, se ha hecho un trabajo donde se puede demostrar y trabajar la relación que hay entre la matemática y la cultura, por medio de procesos etnomatemáticos.

> *[…]Se puede hablar de fortaleza al hecho de haber trabajado un tema que no es nada simple. Hay una riqueza increíble de figuras que es fácil relacionar y trabajar con la geometría. Si se puede demostrar temas complejos como la teoría de grafos, y esta relación directa que hay entonces en otros temas que son más simples probablemente será más fácil […]. (Intervención de Eulalia Calle; 2021).*

Pregunta 3: ¿Qué sugerencias plantean para mejorar el instrumento?

Las sugerencias plateadas por el experto, nos llevan a mejorar la propuesta en varios aspectos como: la narrativa la cual nos propone hacer la propuesta más amigable al lector al incluir un glosario de términos para familiarizarse y recordar algunos conceptos importantes de la teoría de grafos, así mismo la decoración haciendo uso de las mismas figuras.

> *[…]que interesante seria tener un glosario de términos al inicio o al final como para aclarar ciertas cosas que para aquello neófitos en el tema no estamos tan cercanos, o sea cosas que puede ser tan elementales como el ciclo hamiltoniano, pero si lo revisa alguien y no entiende, sería bueno tener un glosario […]. (Intervención de Juan Carlos Bernal, 2021).*

Así mismo nos siguiere que sería interesante dar a conocer la ubicación y datos relevantes sobre el lugar de donde obtuvimos las figuras tradicionales, en este caso se hablaría del Museo Etnográfico y Arqueológico Guantung.

> *[…]Sabemos dónde está el museo de Guantung y por ahí la gente que va a leer eso no conoce sería bueno al inicio o al final un mapa donde nos ubiquemos. (Intervención de Juan Carlos Bernal, 2021).*

Después de realizar el diálogo con los expertos, las aportaciones nos ayudan a responder nuestro tercer objetivo, donde se plantea caracterizar la aplicabilidad didáctica de las figuras tradicionales del museo Guantung para la enseñanza de la teoría de grafos, dándonos un resultado favorable de retroalimentación constructiva de mejora de nuestra propuesta.

CAPÍTULO 3

PROPUESTA

Este capítulo plantea una guía didáctica para reconocer, en el Museo Etnográfico y Arqueológico Guantug, de donde se obtuvieron las figuras tradicionales, que posteriormente facilite la integración y visualización de dichas figuras tradicionales en actividades didácticas. Así el estudiante puede aprender conceptos básicos de la teoría de grafos, al modelizar y matematizar las mismas a través de la utilización de procesos etnomatemáticos, dando como resultado grafos que ayudan a comprender conceptos por medio de la aplicación de estrategias y técnicas como la inferencia, la técnica de preguntas, observación de ilustraciones y gráficas, que faculten un aprendizaje significativo a partir de la realidad del estudiante, además de presentar información cosmológica de los símbolos que contienen las figuras tradicionales, seguido de un glosario de terminología referente a teoría de grafos. Finalmente, se comparte una evaluación a fin de conocer la experiencia de los estudiantes y docentes acerca de la propuesta.

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE GRAFOS

PROPUESTA DIDÁCTICA

Carolina León

Nancy Guapacasa

OBJETIVO: Elaborar una propuesta didáctica que articule el valor etnomatemático de las figuras tradicionales del museo Guantug para la enseñanza de la teoría de grafos para los estudiantes de matemática discreta de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

DESCRIPCIÓN: La presente propuesta va dirigido a los estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física, de la materia de Matemáticas Discretas y/o Etnomatemática, con el propósito de que las actividades descritas en la propuesta sirvan para la comprensión de los conceptos básicos del tema de teoría de grafos, además de fomentar el valor etnomatemático de las figuras tradicionales del museo Guantung.

¿DÓNDE EMPIEZA TODO?

Fuente: https://docplayer.es/docs-images/57/40868287/images/76-0.png

Este museo se caracteriza por recrear la diversidad étnica cultural de los grupos de población asentados en todo el territorio del cantón Cañar, esto se puede evidenciar en las expresiones culturales como: sus tradiciones, vestimenta, alimentación, música, artesanías y su cosmología que se ve reflejadas en las piezas tradicionales.

Si te gustaría visitar este lugar y no sabes como llegar guíate con el siguiente mapa:

El museo Guantung se encuentra ubicado en el Cantón Cañar, en el Parque recreacional de Guantung. Este fue inaugurado en el año de 1992, cuenta con 3 salas donde se puede apreciar muestras de nuestras culturas aborígenes tales como cañari e inca, la mayoría de estas representaciones están elaboradas principalmente de cerámica concha, oro y hueso, existen 600 piezas que están expuestas y 730 en reserva.

Estas figuras arqueológicas pertenecen a las culturas Narrio, Cañari, Inca y Colonial .

Fuente: Google Maps

Carolina León
Nancy Guapacasa

Para empezar, tengamos en cuenta que:

¿Qué es un grafo?

DEFINICIÓN I

Un grafo consiste de dos conjuntos finitos: un conjunto no vacío de vértices y un conjunto de aristas, donde cada arista está asociada a un conjunto compuesto por uno o dos vértices.

DEFINICIÓN II

Un grafo es un conjunto, no vacío, de objetos llamados vértices (o nodos) y una selección de pares de vértices, llamados aristas que pueden ser orientados o no.

DEFINICIÓN III

Un grafo es una pareja de conjuntos $G(V, E)$, donde V es el conjunto de vértices, y E es el conjunto de aristas, este último es un conjunto de pares de la forma (u, v) tal que $u, v \in V$.

Pongámonos en contexto

El escudo cañari (fig.1) es el más significativo dentro de esta cultura puesto que representa al cacique (líder) de los Cañaris, que levanta los brazos en alto, en actitud de adoración a la Luna Llena, la extremidad de éste representa tanto las patas delanteras y traseras de un Leopardo, que hace alusión a la defensa del pueblo contra sus enemigos. A la derecha aparece la cabeza de una Guacamaya, que se distingue perfectamente por la forma característica del ojo de esta ave que resalte en un "Cara de Mujer"; por detrás de ésta asoma la Serpiente -Culebra-, madre primera de los Cañaris. Encima de la Guacamaya y como coronándola aparecen unas líneas y figuras geométricas que seguramente, simbolizan los cerros, cuevas y lagos sagrados, adorados como Pacarinas suyas por los Cañaris.

Adaptado de: Estudio de los signos y símbolos de la cultura cañari aplicado al diseño de mobiliario para un espacio habitable – Tenecota Diego.

Figura 1: Escudo Cañari
Fuente: Fotografía tomada en el

1) **Observe la siguiente figura extraída del Escudo Cañari representada en un grafo y realice la siguiente actividad.**

Figura 2: Pacarina Cañari
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

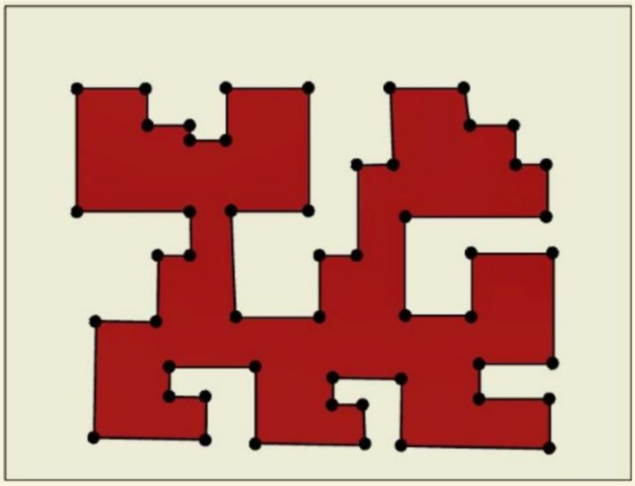


Figura 3: Representación gráfica de una Pacarina cañari
Fuente: Autoría propia

Carolina León
Nancy Guapacasa

Complete el siguiente enunciado:

La representación gráfica del escudo cañari está compuesta por puntos que se denominan **………….** y líneas que **………….** con los puntos que se denominan **…………….** Es decir, el escudo cañari se puede considerar como una colección de puntos y líneas que se unen entre sí y eso conforma un **…………….**

Terminología

La terminología usada en esta guía es la siguiente:

- **Las aristas se denotan con $e_1, e_2, e_3, \dots \dots$**
- **Los vértices se denotan con $v_1, v_2, v_3, \dots \dots$**

Ten en cuenta que:
Las aristas pueden ser rectas o curvas

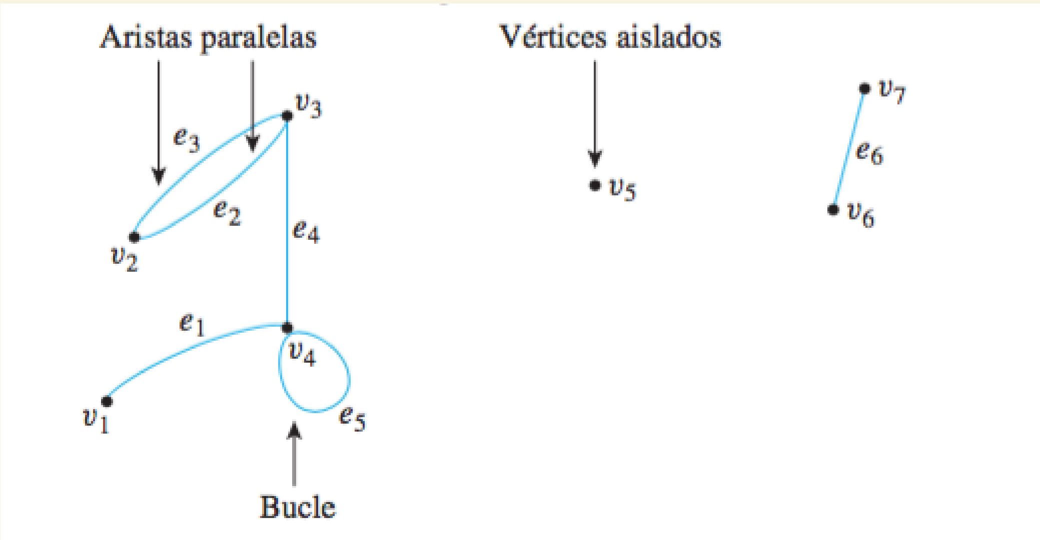


Figura 4: Grafos
Fuente: Matemáticas discretas con aplicaciones, Cuarta edición, Susanna S. Epp

Carolina León
Nancy Guapacasa

Aristas Paralelas: Cuando las aristas se conectan al mismo par de vértices como (e_2 y e_3)
Bucle o lazo: Cuando una arista conecta a un vértice consigo mismo, como (e_5)
Vértice Aislado: Un vértice que no incide con arista alguna se denomina aislado, como (v_5)
Puntos Extremos: hace referencia a cada arista que está asociada a un conjunto compuesto por uno o dos vértices, como (e_6)tiene como puntos extremos ($v_7 y$ v_6)

GEOMETRÍA Y CULTURA

Figura 5: Cántaro Inca Imperial
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

Figura 6: Representación gráfica de la decoración del cántaro Inca imperial
Fuente: Autoría propia

La figura 5 representa un cántaro inca imperial para conservar la chicha, que está decorado con figuras geometrías y zoomorfas, en dicha representación (fig. 6) se puedo apreciar la simetría y repetición en la decoración.

2) **Considere la siguiente gráfica y complete la siguiente tabla:**

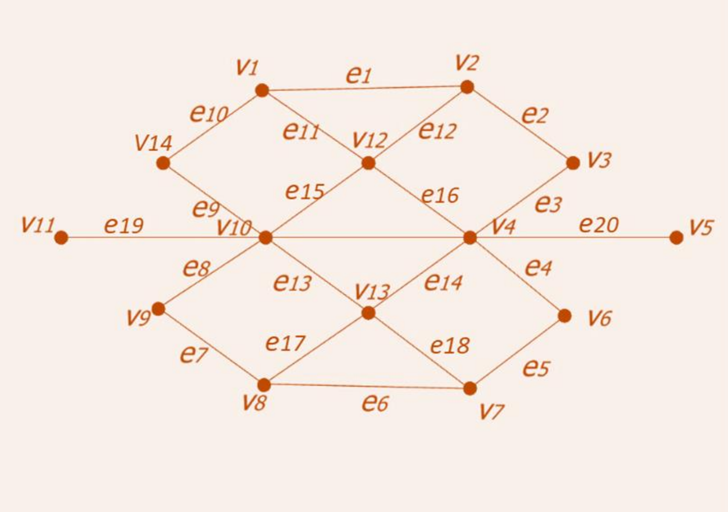


Figura 7: Grafo
Fuente: Autoría propia

Grafo 1	
Aristas	Punto extremo-arista
$\boldsymbol{e_1}$	$(v_{1,}v_2)$

3) Dibuje el grafo basándose en la siguiente tabla función punto extremo arista.

Arista	Punto Extremo-Arista
e_1	(v_1, v_2)
e_2	(v_1, v_3)
e_3	(v_2, v_3)
e_4	(v_3, v_4)
e_5	(v_4, v_9)
e_6	(v_4, v_5)
e_7	(v_5, v_6)
e_8	(v_6)
e_9	(v_5, v_7)
e_{10}	(v_7, v_8)
e_{11}	(v_8)
e_{12}	(v_7, v_9)
e_{13}	(v_9, v_{10})
e_{14}	(v_{10}, v_{11})
e_{15}	(v_{11}, v_{12})
e_{16}	(v_{12})

¿Se parece a tu grafo?

Figura 8: Representación gráfica de un puma
Fuente: Autoría propia

¿Sabías qué?

El puma en la cultura inca era considerad como símbolo de fuerza, inteligencia y sabiduría

Grado de un vértice

El grado de un vértice es el número de aristas que inciden en un mismo vértice.

Si la arista fuera un bucle, esta se contaría dos veces.

Concepto

Sea G un grafo y un vértice de G. El grado de v, que se denota por $\mathbf{deg}(\boldsymbol{v})$**,** es igual al número de aristas que inciden en un vértice, y cuando una arista es un bucle se cuenta dos veces.

Figura 9: Cántaro Inca
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

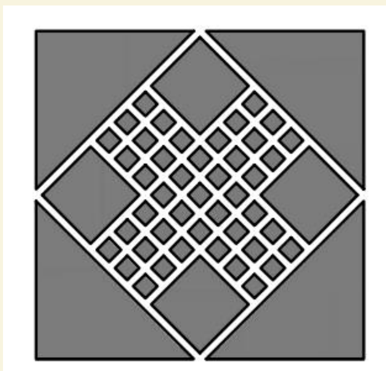


Figura 10: Representación gráfica del Cántaro Inca
Fuente: Autoría propia

La mayor parte de la cerámica inca fue utilitaria, doméstica y la ceremonial que fue utilizada en celebraciones y ritos religiosos. Se caracteriza por sus diseños basados en felinos, serpientes, aves, jaguares, alpacas, llamas, abejas, mariposas, formas humanas, seres mitológicos y su predilección por las figuras geométricas, predominando los rombos barras, círculos, bandas y triángulos.

4) **Encuentre el grado de cada vértice, el grado total del grafo y compruebe el teorema del saludo de la mano de la siguiente figura:**

Teorema del saludo de la mano

Si *G* es cualquier grafo, entonces la suma de los grados de todos los vértices de *G* es dos veces el número de aristas de *G*. Específicamente, si los vértices de *G* son 1, 2, . . . , *n*, donde *n* es un entero no negativo.

$$\boldsymbol{Total}\,\mathbf{deg}(\boldsymbol{v}) = \sum_{n=1}^{n} \mathbf{deg}(\boldsymbol{v_1}) + \mathbf{deg}(\boldsymbol{v_2}) + \mathbf{deg}(\boldsymbol{v_3}) \ldots + \mathbf{deg}(\boldsymbol{v_n}) = \mathbf{2} \cdot (\boldsymbol{e_n})$$

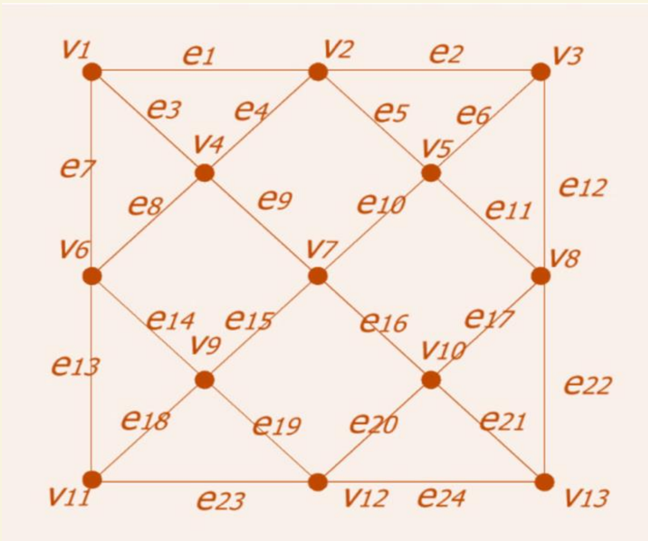


Figura 11: Grafo
Fuente: Autoría propia

Vértices	Grado de un Vértice
v_2	$\deg(v_{2)}=4$

Grado total de un grafo y Teorema del saludo de la mano

Tipos de grafo

Subgrafo: Un subgrafo de un grafo G es un grafo cuyos conjuntos de vértices y aristas son subconjuntos de los de G. Se dice que un grafo G contiene a otro grafo H si algún subgrafo de G es H.

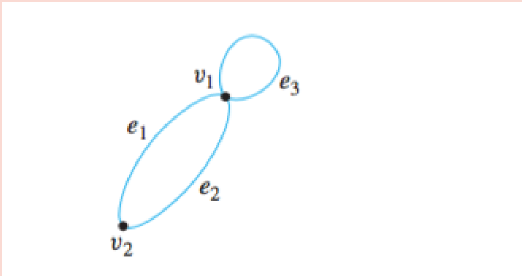


Figura 12: subgrafo
Fuente: Matemáticas discretas con aplicaciones, Cuarta edición, Susanna S. Epp

Grafo simple: Son aquellos grafos que no tienen un bucle o aristas paralelas, donde dos aristas no comparten el mismo par de puntos extremos.

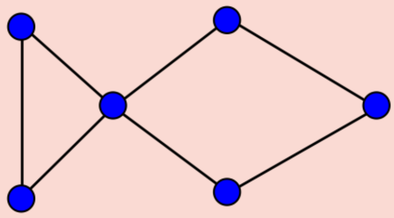


Figura 13: Grafo simple
Fuente: https://n9.cl/90gjn

Grafo no Dirigido: Un grafo (o grafo no dirigido) G consiste en un conjunto V de vértices (o nodos) y un conjunto E de aristas (o arcos) tal que cada arista $e \in E$ se asocia con un par no ordenado de vértices. Si existe una arista única e asociada a los vértices v y w, se escribe $e = (v, w)$ o $e = (w, v)$. En este contexto, (v, w) denota una arista entre v y w no dirigida y no es un par ordenado.

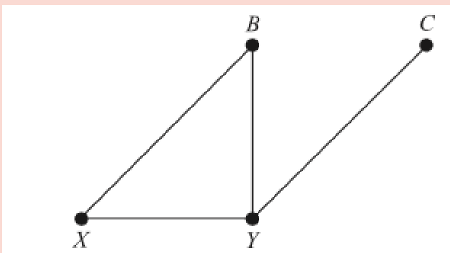


Figura 14: Grafo no dirigido
Fuente: Matemáticas discretas, Tercera edición. Schaum.

Gafo Circular: Un grafo circular (Cm) con m vértices (todos de grado 2) para ($m \geq 3$)

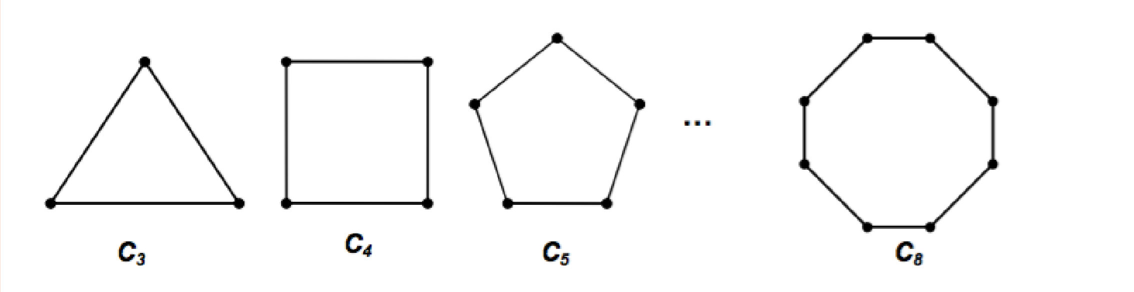


Figura 15: Grafo Completo
Fuente: Matemáticas Discretas y lógica, Primera edición, Roberto H. Fanjul.

Gafo Bipartido: es un grafo simple con dos clases de vértices distintos, de manera que no hay aristas que unen vértices de la misma clase, Se denotan por $k_{m,n}$

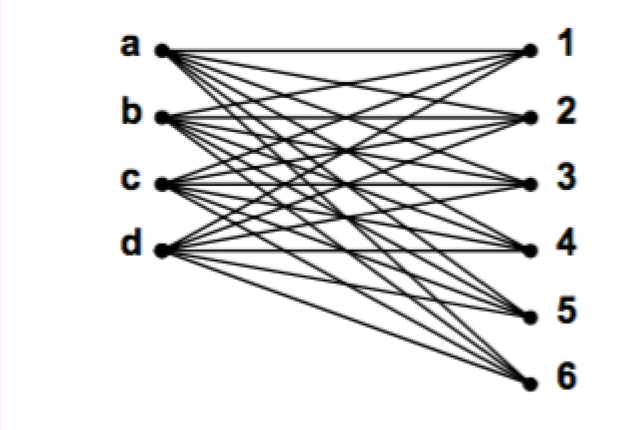


Figura 16: Grafo Completo
Fuente: Matemáticas Discretas y lógica, Primera edición, Roberto H. Fanjul.

Figura 17: Hachas de la cultura Narrío
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

Figura 18: Cerámica cultura Cashaloma
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

Las hachas de la cultura Narrío, eran herramientas de uso mixto, para la agricultura, la construcción y la minería, también eran consideradas símbolos de la riqueza de elites cañaris y tenían diseños decorativos geométricos.

En la cerámica de la cultura Cashaloma, usaron los colores blanco y rojo, que se observa en los cántaros que servían para guardar alimentos, en la botella de pico, en los sonajeros que servía para entretener a los niños, igualmente, en las copas y cuencos, unos muy pequeños como juguetes y que según la historia los usaban para machacar la hoja de coca que les proporcionaba energía para trabajar.

Figura 19: Vasija de Cultura Inca Cañari Colonial
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

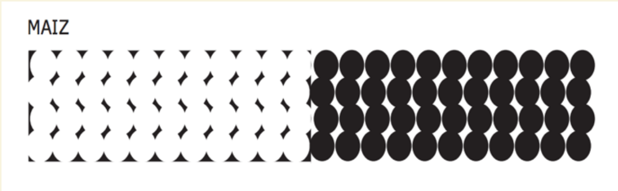


Figura 20: Representación del maíz
Fuente: Ilustración D Tenecota

Carolina León
Nancy Guapacasa

5) **Observe los siguientes grafos y realice las siguientes actividades:**

Figura 21: Grafo
Fuente: Autoría propia

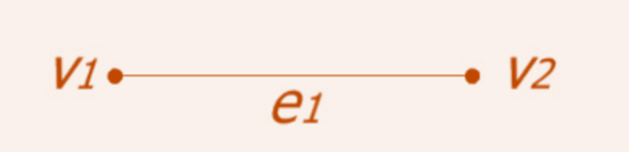


Figura 22: Grafo
Fuente: Autoría propia

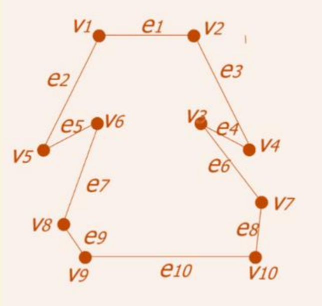


Figura 23: Grafo
Fuente: Autoría propia

a) **Obtenga el grado de cada vértice de los tres grafos.**

Grafo	Vértice	Grado de vértice
Grafo 1	V_1	
Grafo 2	V_1	
	V_2	
Grafo 3	V_1	
	V_2	
	V_3	
	V_4	
	V_5	
	V_6	
	V_7	
	V_8	
	V_9	
	V_{10}	

b) **¿Qué tienen en común los vértices de cada grafo?**

____

____

____

c) **De acuerdo con las actividades anteriores escriba su propio concepto de grafo regular.**

6) Determine todos los Subgrafos del siguiente grafo:

Figura 24: Hachas de la cultura Narrío
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

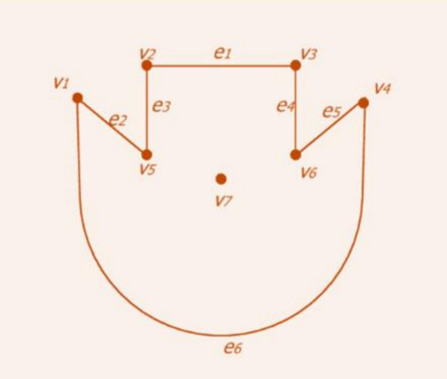
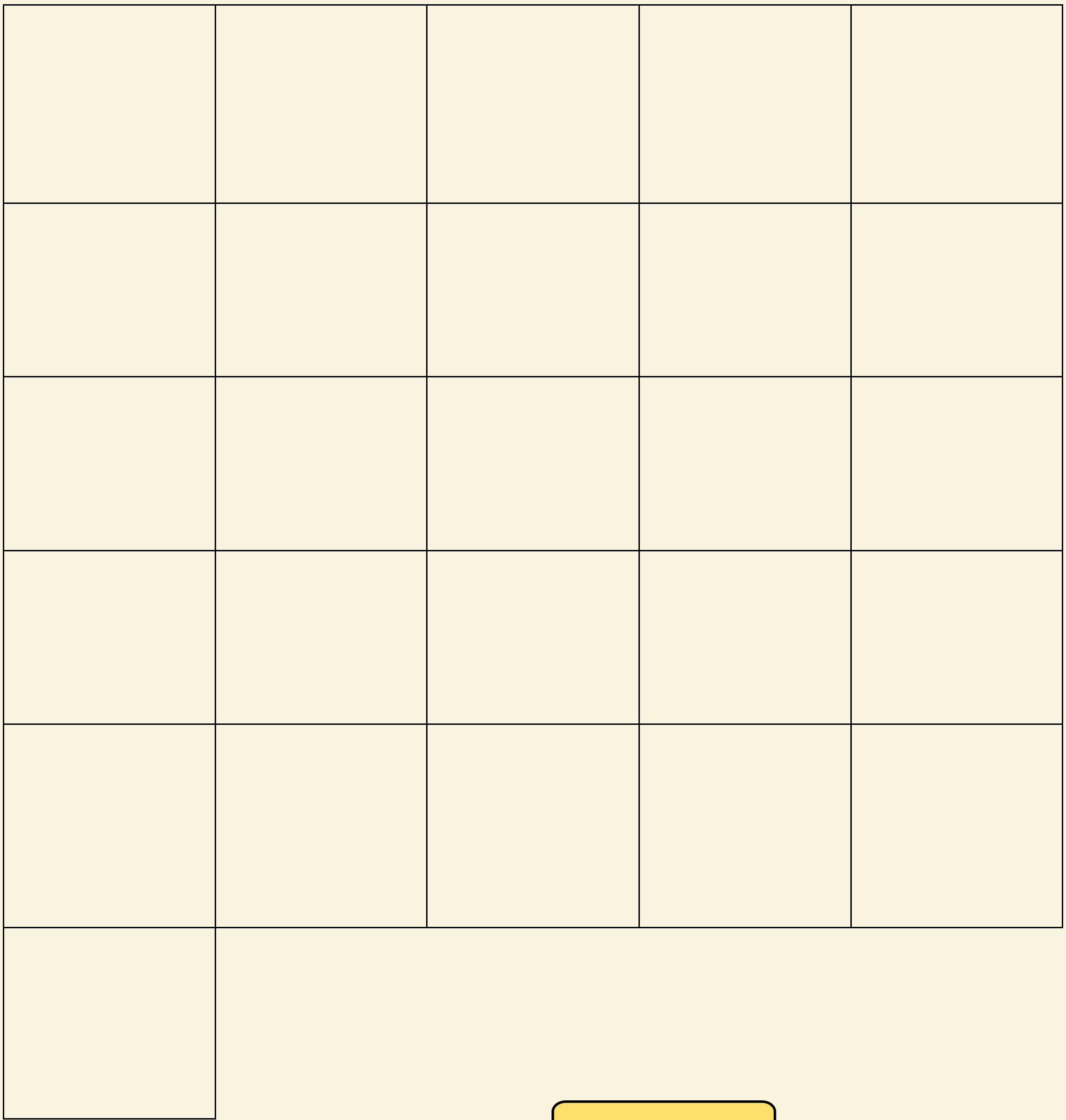


Figura 25: Grafo
Fuente: Autoría propia

Carolina León
Nancy Guapacasa



Respuesta:

____

Figura 26: Hachas de mano de la cultura Narrío
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

Figura 27: Jarrón de cerámica de la cultura Inca
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

Figura 28: Representación gráfica de la decoración del jarrón de cerámica de la cultura inca
Fuente: Autoría propia

Serpiente: Era considerado un animal sagrado y mitológico de la cultura Cañari, comúnmente representada, mediante líneas zigzagueantes, espirales, con una punta más ancha que indicaba su cabeza.

7) Una con una línea lo que corresponda:

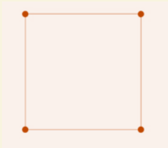


Figura 29: Grafo
Fuente: Autoría propia

Grafo Simple

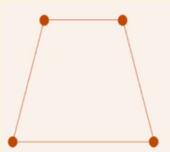


Figura 30: Grafo
Fuente: Autoría propia

Grafo no Dirigido

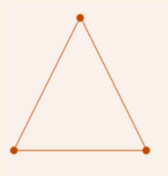


Figura 31: Grafo
Fuente: Autoría propia

Grafo Circular

Carolina León
Nancy Guapacasa

8) **Basándose en el ejercicio anterior, ¿Qué tipo de grafo se ha formado al unir con líneas? Justifique su respuesta.**

¿Qué es un camino en teoría de grafos?

Camino: es la secuencia de aristas en donde el extremo final de cada arista coincide con el extremo inicial del siguiente en la secuencia

En términos matemáticos sean v_0 y v_n vértices en en un Multigrafo G, un camino de v_0 a v_n es una sucesión finita alternada de $n + 1$ vértices y n aristas, que comienza en v_0 y termina en v_n.

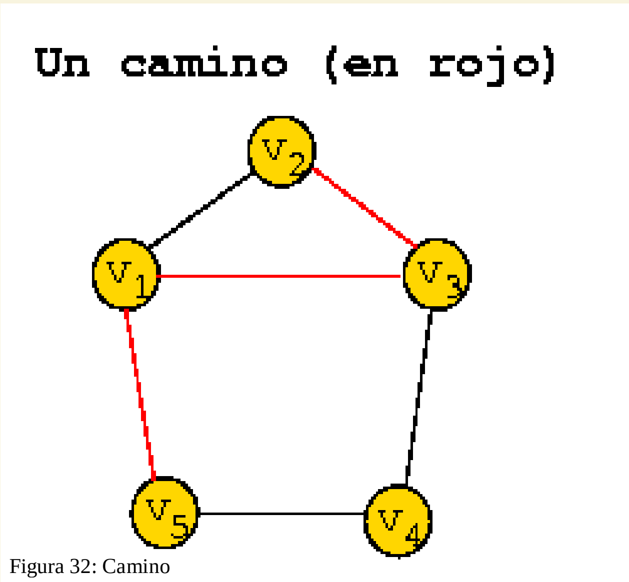


Figura 32: Camino
Fuente: https://users.dcc.uchile.cl/~bebustos/apuntes/cc3001/Grafos/camino.gif

Grafo Conexo: el grafo G es conexo si y solo si dados dos vértices cualesquiera, v y w en G, hay un camino de v a w

Longitud de Camino(n): es el número de aristas que hay en un camino. Si n es igual a 0 no existen aristas y el camino se denomina trivial.

9) **Encuentre la longitud de camino más largo que hay de A hasta B, en el siguiente grafo:**

Figura 33: Pieza de oro el Rosario -Tambo Colección privada
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantung

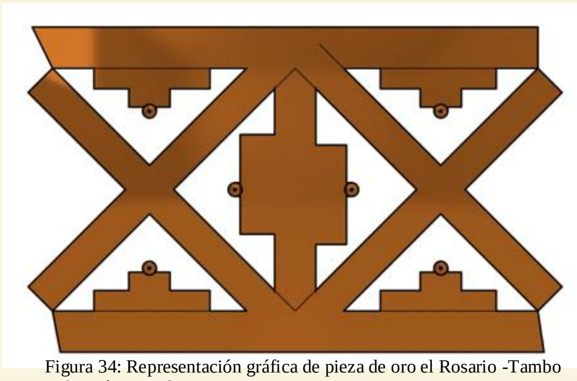


Figura 34: Representación gráfica de pieza de oro el Rosario -Tambo Colección privada
Fuente: Autoría Propia

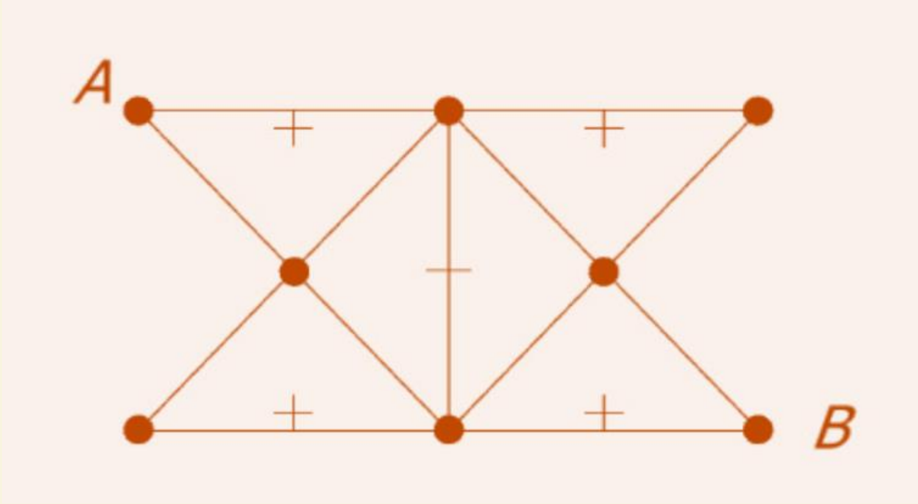


Figura 35: Grafo
Fuente: Autoría

La longitud de camino más corto es ______________________________

¿Qué es un ciclo en teoría de grafos?

Ciclos: es un camino cerrado que contiene al menos una arista y no contiene una arista repetida donde el origen del camino es igual a su destino y un circuito simple es aquel que no tiene ningún otro vértice repetido excepto el primero y el último, en otras palabras, *ciclo* es un camino simple y además también es un camino cerrado.

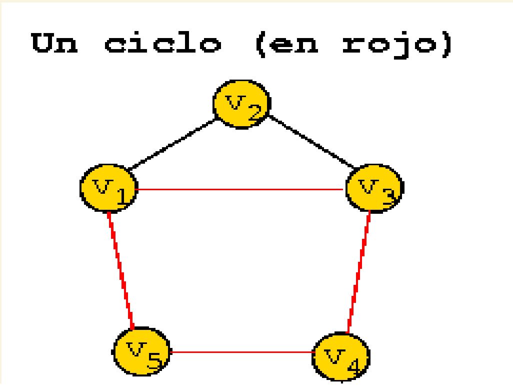


Figura 36: Ciclo
Fuente:https://users.dcc.uchile.cl/~bebustos/apuntes/cc3001/Grafos/camino.gif

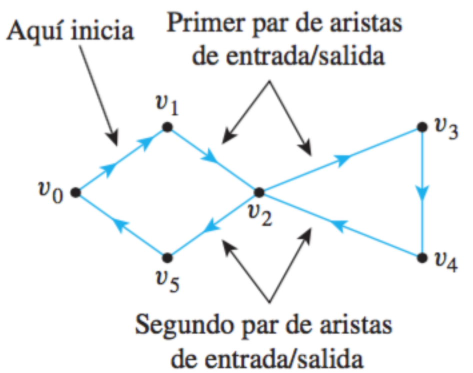
Carolina León
Nancy Guapacasa

Camino y ciclo Euleriano

Camino y ciclo Euleriano: camino es aquel que visita todas las aristas una vez. Si el primer vértice es también el ultimo vértice se forma un ciclo.

Un ciclo de Euler para G es una sucesión de vértices adyacentes y aristas en G que tiene al menos una arista, que comienza y termina en el mismo vértice, utiliza cada vértice de G por lo menos una vez y cada arista de G exactamente una vez.

Teorema:
Si un grafo tiene un circuito de Euler, entonces todos los vértices del grafo tienen grado positivo par.



En este ejemplo, el circuito de Euler es $v_0v_1v_2v_3v_4v_5v_0$ y v es v_2. Cada vez se introduce v_2 por una arista y se sale por otra arista.

Figura 37: Demostración del Teorema
Fuente: Matemáticas discretas con aplicaciones, Cuarta edición, Susanna S. Epp

Camino y ciclo Hamiltoniano

Camino y ciclo Hamiltoniano: un camino hamiltoniano tiene que recorrer todos los vértices exactamente una vez exceptuando el vértice del que parte y al cual llega. Si además el primer y último vértice visitado coincide, el camino es un ciclo hamiltoniano.

Dado un grafo G, un camino hamiltoniano para G es un camino simple que incluye todos los vértices de G. Es decir, un camino hamiltoniano para G es una sucesión de vértices adyacentes y aristas distintas en las que aparece exactamente una vez cada vértice de G, excepto el primero y el último, que son los mismos.

Propiedades

Si un grafo *G* tiene un ciclo hamiltoniano, entonces *G* tiene un subgrafo *H* con las propiedades siguientes:

1. *H* contiene todos los vértices de *G*.

2. *H* es conexo.

3. *H* tiene el mismo número de aristas que de vértices.

4. Cada vértice de *H* tiene grado 2.

Ten en cuenta que:

Un ciclo de Euler para un grafo *G* debe incluir todos los vértices de *G*, puede visitar algunos vértices más de una vez y por lo que no puede ser un ciclo hamiltoniano. Por otro lado, un ciclo hamiltoniano para *G* no tiene que incluir todas las aristas de *G* y por lo que no puede ser un ciclo de Euler.

Carolina León
Nancy Guapacasa

10) Encuentre un ciclo hamiltoniano del siguiente grafo y dibuje su subgrafo.

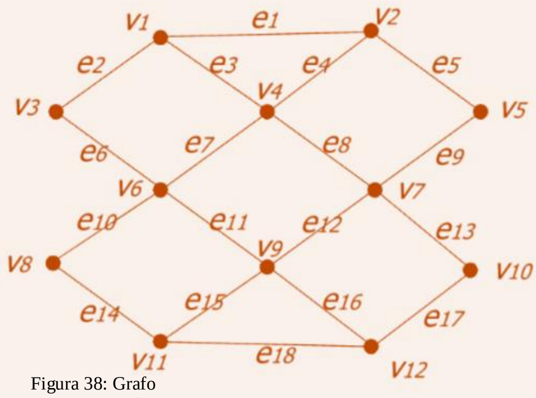


Figura 38: Grafo
Fuente: Autoría propia

11) Encierre el/ los grafo/s que no tenga ciclo euleriano. Justifique su respuesta.

Figura 39: Hachas de la cultura Cañari
Fuente: Fotografía tomada en el museo Guantug

Figura 2

Figura 27

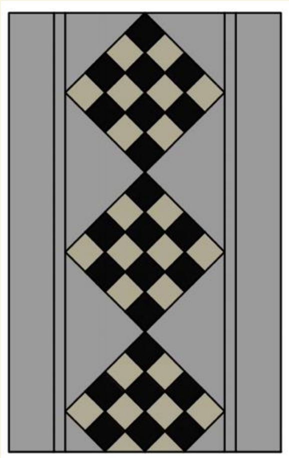


Figura 40: Representación gráfica de la decoración del jarrón de cerámica de la cultura inca
Fuente: Autoría propia

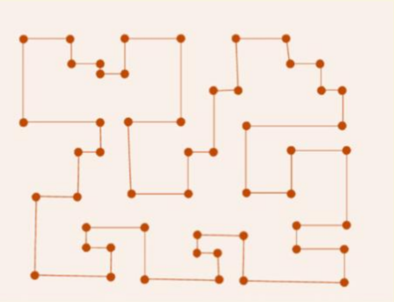


Figura 41: Grafo
Fuente: Autoría propia

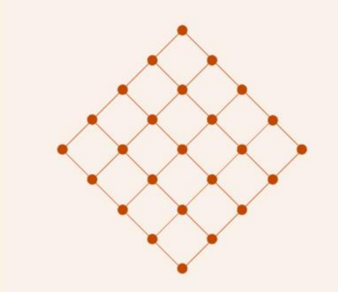


Figura 42: Grafo
Fuente: Autoría propia

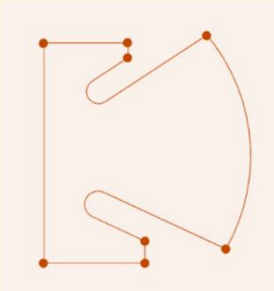


Figura 43: Grafo
Fuente: Autoría propia

a) b) c)

GLOSARIO

Grafo: Un grafo es una pareja de conjuntos $G(V, E)$, donde V es el conjunto de vértices, y E es el conjunto de aristas, este último es un conjunto de pares de la forma (u, v) tal que $u, v \in V$.

Puntos Extremos: hace referencia a cada arista que está asociada a un conjunto compuesto por uno o dos vértices, como (e_6)tiene como puntos extremos ($v_7 y\ v_6$)

Grado de un vértice: Sea G un grafo y un vértice de G. El grado de v, que se denota por **deg(v),** es igual al número de aristas que inciden en un vértice, y cuando una arista es un bucle se cuenta dos veces.

Subgrafo: Un subgrafo de un grafo G es un grafo cuyos conjuntos de vértices y aristas son subconjuntos de los de G. Se dice que un grafo G contiene a otro grafo H si algún subgrafo de G es H.

Grafo simple: Son aquellos grafos que no tienen un bucle o aristas paralelas, donde dos aristas no comparten el mismo par de puntos extremos.

Grafo no Dirigido: Un grafo (o grafo no dirigido) G consiste en un conjunto V de vértices (o nodos) y un conjunto E de aristas (o arcos) tal que cada arista $e \in E$ se asocia con un par no ordenado de vértices.

Gafo Circular: Un grafo circular (Cm) con m vértices (todos de grado 2) para ($m \geq 3$)

Gafo Bipartido: es un grafo simple con dos clases de vértices distintos, de manera que no hay aristas que unen vértices de la misma clase, Se denotan por $k_{m,n}$

Camino: es la secuencia de aristas en donde el extremo final de cada arista coincide con el extremo inicial del siguiente en la secuencia.

Longitud de Camino(n): es el número de aristas que hay en un camino. Si n es igual a 0 no existen aristas y el camino se denomina trivial.

Ciclos: es un camino cerrado que contiene al menos una arista y no contiene una arista repetida donde el origen del camino es igual a su destino y un circuito simple es aquel que no tiene ningún otro vértice repetido excepto el primero y el último, en otras palabras, *ciclo* es un camino simple y además también es un camino cerrado.

Camino y ciclo Hamiltoniano: un camino hamiltoniano tiene que recorrer todos los vértices exactamente una vez exceptuando el vértice del que parte y al cual llega. Si además el primer y último vértice visitado coincide, el camino es un ciclo hamiltoniano.

Camino y ciclo Euleriano: camino es aquel que visita todas las aristas una vez. Si el primer vértice es también el ultimo vértice se forma un ciclo

Cuéntanos tu experiencia

1) ¿Cómo describirías las actividades? Señala con una x tu respuesta y Justifícala.

Excelente	Muy Bueno	Bueno	Nada bueno

2) ¿Qué tan adecuadas te parecieron estas actividades? Señala con una x tu respuesta y Justifícala.

Muy adecuadas	Algo Adecuadas	Algo inadecuadas	Muy Inadecuadas

3) ¿Cree usted que se genere un aprendizaje al enseñar matemáticas con una perspectiva cultural propia? Justifique su respuesta.

4) A nivel social ¿cómo ayudaría esta propuesta a que los futuros docentes enseñen matemáticas desde una prospectiva cultura propia?

5) ¿Cómo calificarías en general esta propuesta didáctica? Justifica tu respuesta.

Excelente	Muy Bueno	Bueno	Nada bueno

6) ¿Hay algo más que te gustaría compartir sobre la propuesta didáctica?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blanco-Álvarez, H., Higuita Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(2), 245-269.

Blanco, I. (2012). Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía. (Universidad de Valladolid). Universidad de Valladolid, Valladolid. Recuperado de https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/1391/TFME%201.pdf;jsessionid=73F94868DF073FF40965C218BF8D4529?sequence=1

Calderón, E. (2019). Educación intercultural en el contexto Latinoamericano. Una mirada a la Etnomatemática. Autoctonía. Revista de Ciencias Sociales e Historia, Vol. III, N°2, Julio-Diciembre 2019, 244-267 ISSN 0719-8213 DOI: http://doi.org/10.23854/autoc.v3i2.119

Comellas et al., (2001). *Matemática discreta*. Catalunya, Barcelona. Universitat Politècnica de Catalunya, SL. Edicions

Costa, M. (2009). LOS TEJIDOS Y LAS TRAMAS MATEMÁTICAS. EL TEJIDO TICUNA COMO SOPORTE PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia. Leticia, Colombia

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(2), 100-107.

Dianta, A. V. (2018). Teoría Cognitiva de Piaget. Obtenido de E-Historia: http://www.munipasco.gob.pe/site/files/PRESENTACION_3_JC.pdf

Flores, etc al. (2017). Estrategias didácticas para el aprendizaje significativo en contexto universitarios. Universidad de la Concepción.

Galan Atineza, B. G. (2012, 26 junio). Historia de las matemáticas. De dónde vienen y a dónde se dirigen. REPOSITORIO.UNICAN.ES.

https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/Gal%C3%A1n%20Atienza%2C%20Benjam%C3%ADn.pdf?sequence=1

Gaona, A. (s,f). *Museo Etnográfico y Arqueológico de Guantug.* GoRaymi. Recuperado de : https://www.goraymi.com/es-ec/canar/canar/museos/museo-etnografico-arqueologico-guantug-a1is0qz9u

Gomez, E. & Ortiz, M. (2016). *INCORPORACIÓN PARTICIPATIVA DE FORMAS DE PENSAMIENTO ETNOMATEMÁTICO EN PROGRAMAS CURRICULARES DE 5TO, 6TO Y 7MO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DE DOS COLEGIOS PARTICULARES DE QUITO PARA EL AÑO LECTIVO 2016 – 2017.* Pontificia Universidad Católica del Ecuador. Quito, Ecuador.

González, J. (2010). Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales. En Didáctica de la Matemática (UMA, p. 51).

Gutiérez, Delia (2009). El taller como estrategia didáctica. Razón y Palabra, (66),. [Fecha de Consulta 3 de Diciembre de 2021]. ISSN:. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=199520908023

Herrera, L. (2015). Pensamiento crítico desde el diálogo epistémico intercultural. *Pensamientos contemporáneos análisis de latinoamerica*. Bogotá, Colombia:Cooperativa Editorial Magisterio

Herrea Montero, L. (2017). Prácticas chamánicas y teatralidad (1.a ed.). Biblos.

Ian Stewart.(2008). Historia de las matemáticas de los últimos 10.000 años. Editorial Crítica

Linares, A. R. (2008). Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y VIgosky . Barcelona : Biene

Lipstchutz, S., & Lipson, M. (2009). *Matemáticas Discretas de la Schaum* (3.a ed.). McGraw-Hill Education.Ortiz Ocaña, Alexander. (2013). Modelos Pedagógicos y Teorías del Aprendizaje.

Meza-Paucar, T.˜., & Bao-Condor, C. L. (2019). Aplicación de materiales etnomatemáticos para la enseñanza y aprendizaje en estudiantes universitarios Aplicación de materiales etnomatemáticos para la enseñanza y aprendizaje en estudiantes universitarios. Investigación Valdizana, 13, 135–142. http://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv

Perea Montoya, A. P. (2017). APRENDIZAJE DE LA TEORÍA DE GRAFOS A TRAVÉS DE LOS POLIEDROS Y LA CARACTERÍSTICA DE EULER. core.ac.eku. https://core.ac.uk/download/pdf/92123238.pdf

Rodríguez Ar & Wanda C.(1999) El legado de Vygotski y de Piaget a la educación. REVISTA LATINOAMERICANA DE PSICOLOGIA VOLUMEN 31 N° 3 477-489

Rosa, M., Orey, C. D., & Gavarrete, M. E. (2017). Ubicación espacial y localización desde la perspectiva sociocultural: validación de una propuesta formativa para la enculturación docente a partir de Etnomatemáticas. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10(2), 69-87.

Rosa, M., & Orey. (2018). Un enfoque etnomatemático de la modelación a través de la etnomodelación. *Anales de la Universidad Central del Ecuador*, *1*, 19–34. https://doi.org/10.29166/anales.v1i376.1761

Susanna S . Epp. (2012). Matemáticas Discretas con aplicaciones (4 ed.). CENGAGE Learning.

Tenecota, D. (2013). *ESTUDIO DE LOS SIGNOS Y SÍMBOLOS DE LA CULTURA CAÑARI, APLICADO AL DISEÑO DE MOBILIARIO PARA UN ESPACIO HABITABLE*. Universidad de Cuenca. Cuenca. Ecuador.

Vilchez, J. (2018). LA ETNOMATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁCTICO EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ZONA RURAL. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *31*, 567–575. http://funes.uniandes.edu.co/13598/1/Vilchez2018La.pdf

Vygotsky, L. (1995). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores (Obras escogidas, Vol. 3). Madrid: Obras escogidas.

ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario para dialogo con expertos

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES: MATEMÁTICAS Y FÍSICA

DIÁLOGO CON DOCENTES EXPERTOS EN MATEMÁMATICA Y PEDAGÍA DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALE

Objetivo: Caracterización de la aplicabilidad didáctica de la teoría de grafos a través de procesos etnomatemáticos basados en las figuras tradicionales del museo Guantung

Preguntas:

1. ¿Qué les parece la combinación entre teoría de grafos y la etnomatemática a través de las figuras tradicionales del museo Guantung?

2. ¿Qué debilidades y fortalezas tiene el instrumente didáctico compartido con ustedes sobre el tema?

3. ¿Qué sugerencias plantean para mejorar el instrumento?