



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

**GUÍA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA EL APRENDIZAJE DE
POLINOMIOS CORRESPONDIENTE AL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN
GENERAL BÁSICA**

Trabajo de Titulación previo a la obtención
del Título de Licenciado en Ciencias de la
Educación en Matemáticas y Física

Autores:

Christian Sebastián Hernández Culcay

C.I: 0107184178

Correo electrónico: sebastiancris@hotmail.com

Pedro Fernando Vizhco Sigua

C.I: 0105255863

Correo electrónico: pedronando1998@gmail.com

Director:

Mgs. Marco Alejandro Rojas Rojas

C.I: 0302278775

Cuenca, Ecuador

15 de febrero de 2022



RESUMEN

El presente trabajo de titulación expone el desarrollo de una guía didáctica para el aprendizaje del tema de Polinomios dirigida a los estudiantes del noveno año de Educación General Básica. Según algunas investigaciones, uno de los temas en donde los estudiantes de secundaria presentan dificultades de aprendizaje recae en los distintos temas de polinomios teniendo como punto de partida la complejidad de comprender el nuevo lenguaje que se maneja, pues el trabajar con números y letras resulta más abstracto. Por lo tanto, es importante que se busquen nuevas estrategias de aprendizaje para los estudiantes, con el fin de que ellos se conviertan en los autores de su propio conocimiento mediante el análisis detallado. Se ha aplicado una entrevista a cuatro docentes de las siguientes instituciones educativas: San José de la Salle, San Roque y Sagrados Corazones. En donde contrastan la postura mencionada, así también dan a conocer varios errores que han identificado en sus estudiantes en el tema de Polinomios. A los estudiantes se les aplicó una encuesta y una prueba de conocimientos con lo cual se confirmó lo mencionado por los docentes. Finalmente, se ha elaborado una guía didáctica de aprendizaje que contiene actividades que apoyan el aprendizaje constructivista de los estudiantes mediante el análisis de procedimientos, situaciones contextualizadas, el uso de material concreto y recursos tecnológicos como: videos y juegos virtuales. Todas estas actividades tienen como finalidad facilitar el aprendizaje de los estudiantes dentro de esta temática y motivarlos a comprometerse con su proceso de formación.

Palabras Claves

Guía didáctica. Estrategias constructivistas. Polinomios. Material concreto.



ABSTRACT

The present graduation project exposes the development of a didactic guide about the learning process of Polynomials directed to ninth year of Basic General Education students. According to some research, one of the topics where high school students have learning difficulties lies in the different topics of polynomials, having as a starting point the complexity on understanding the new language used in this topic, since working with numbers and letters is more abstract. Therefore, it is important to find new learning strategies, in order to encourage students become the authors of their own knowledge through a detailed analysis. An interview was applied to four teachers from the following educational institutions: San José de la Salle, San Roque and Sagrados Corazones. In the interviews, the teachers contrast the aforementioned position; they also reveal several errors identified in their students in the Polynomials topic. A survey and a test were applied to the students, which confirmed what the teachers mentioned. Finally, a didactic learning guide that contains activities that support students' constructivist learning through the analysis of procedures, contextualized situations, the use of concrete material and technological resources such as: videos and virtual games was developed. All these activities had the purpose to facilitate student learning within this topic and motivate them to commit to their training process.

Keywords

Didactic guide. Constructivist strategies. Polynomials. Concrete material.



2.2. Resultados	38
2.2.1. Resultados Cualitativos	38
2.2.1.1. Metodologías de la Enseñanza	39
2.2.1.2. Recursos Didácticos en la Enseñanza.....	41
2.2.1.3. Errores identificados en los Estudiantes por parte de los Docentes	43
2.2.1.4. Conclusiones sobre los resultados Cualitativos.....	48
2.2.2. Resultados Cuantitativos	50
2.2.2.1. Resultados de la Prueba de Conocimientos.....	50
2.2.2.2. Resultados de la Encuesta a los Estudiantes	74
2.2.3. Relación de Resultados Cuantitativos y Cualitativos.....	85
CAPÍTULO 3: PROPUESTA	88
3.1. Descripción de la Propuesta.....	88
3.2. Guía Didáctica dirigida a los Estudiantes	88
3.2.1. Estructura de las Clases en la Guía Didáctica	90
3.2.2. Material Concreto para el desarrollo de las Clases	92
3.3. Descripción de la Guía para el Docente.....	95
3.4. Guía de Aprendizaje para el Estudiante.....	96
3.5. Guía del Docente	180
CONCLUSIONES	224
RECOMENDACIONES.....	226
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	227
ANEXOS.....	230



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio
Institucional

Christian Sebastián Hernández Culcay en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación GUÍA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA EL APRENDIZAJE DE POLINOMIOS CORRESPONDIENTE AL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 15 de febrero de 2022

Christian Sebastián Hernández Culcay

C.I: 0107184178



Cláusula de Propiedad Intelectual

Christian Sebastián Hernández Culcay, autor del trabajo de titulación GUIA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA EL APRENDIZAJE DE POLINOMIOS CORRESPONDIENTE AL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 15 de febrero de 2022

Christian Sebastián Hernández Culcay

C.I: 0107184178



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio
Institucional

Pedro Fernando Vizhco Sigua en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación GUIA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA EL APRENDIZAJE DE POLINOMIOS CORRESPONDIENTE AL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 15 de febrero de 2022

Pedro Fernando Vizhco Sigua

C.I: 0105255863



Cláusula de Propiedad Intelectual

Pedro Fernando Vizhco Sigua, autor del trabajo de titulación GUIA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA EL APRENDIZAJE DE POLINOMIOS CORRESPONDIENTE AL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 15 de febrero de 2022

Pedro Fernando Vizhco Sigua

C.I: 0105255863



AGRADECIMIENTO

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por haberme guiado en mi camino, el cual me ha permitido llegar hasta aquí. Por darme sabiduría para poder compartirla con los demás.

Agradezco a mi familia por haberme inculcado a seguir adelante y no decaer en mis estudios, me enseñaron que, aunque el camino sea duro y complicado, si uno se lo propone llegará muy lejos.

Agradezco a la Mgs. Sonia Janeth Guznay Padilla y al Mgs. Marco Alejandro Rojas Rojas, docentes de la Universidad de Cuenca que estuvieron compartiendo sus conocimientos y saberes con mi persona, así también por la tutoría brindada en el desarrollo de este trabajo de Titulación.

También quiero agradecer a las instituciones educativas: San José de la Salle, San Roque y Sagrados Corazones. Quienes nos abrieron sus puertas para poder desarrollar de manera exitosa nuestro trabajo de titulación.

A mi compañero Christian Sebastián Hernández Culcay, con quien he desarrollado este trabajo. Hemos trabajado hombro con hombro para llegar hasta aquí, compartiendo opiniones y saberes para que el desarrollo de nuestro trabajo sea el mejor.

Finalmente, quiero agradecer a todos los docentes y exdocentes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, que compartieron sus saberes y conocimientos conmigo.

Pedro Fernando



AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por todo lo vivido durante todos estos años, ya que por cada caída me ha permitido hacerme una mejor persona y valorar cada uno de los momentos. Agradezco también por haber puesto en mi camino a las personas adecuadas para saber que siempre hay alguien a quien le importas, como lo es Carolina una persona muy importante en mi vida ya que siempre me alentó a continuar y con su cariño me enseñó a creer en mí y luchar por mis objetivos. Además, agradezco del apoyo y buenos consejos de mis padres Hernán y Olga que me enseñaron la importancia del trabajo, la preparación, la perseverancia, así como de los valores éticos y morales. Gracias a todos aquellos amigos por tomarse el tiempo de escucharme y alentarme a seguir con consejos que supieron influir de manera positiva en mí. Y como olvidarme de todos aquellos profesores que con su carisma lograron calar en mí, una huella que jamás podre borrar y lo llevare por el resto de mis días, ya que han sido un modelo a seguir y un ejemplo, en especial para la Mgs. Sonia Guzñay y Mgs. Marco Rojas.

Christian Sebastián.



DEDICATORIA

Muy emocionado por haber llegado hasta aquí, quiero dedicar este trabajo a mis padres Luis Vizhco y Gerardina Sigua. Pues ellos, desde que era muy pequeño, me inculcaron la honestidad, humildad, determinación, la perseverancia y la importancia del estudio. Este logro que hoy he alcanzado, no es solo el fruto de mi esfuerzo, también es el fruto del esfuerzo que ellos han realizado para que yo pueda seguir estudiando. También dedico este trabajo a mi hermano Diego Vizhco, quien ha sido un modelo para mí, que siempre ha compartido alegres y tristes momentos, me enseñó que la vida estudiantil no siempre es perfección, que a veces se tienen caídas, pero de esos errores uno se aprende y se hace más sabio. A veces las palabras no alcanzan a expresar todo lo que uno quiere, pero eso hace que el sentimiento que se tiene sea aún más grandioso.

Pedro Fernando



DEDICATORIA

Dedico este trabajo de titulación a todos mis seres queridos y amigos que durante todo este proceso de formación profesional y personal me acompañaron, motivaron y apoyaron con palabras y actos, en los momentos cuando más los necesitaba con el fin de buscar siempre mi bienestar.

Christian Sebastián



INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de titulación ha sido planeado, organizado y diseñado con el fin de proponer una manera distinta para aprender los distintos contenidos acerca de los polinomios. Mediante un aprendizaje autónomo, acompañado del uso de material concreto y recursos tecnológicos, se pretende que el estudiante sea el autor de su propio conocimiento y el docente un guía en dicho proceso.

Este trabajo se ha propuesto con la finalidad de que los estudiantes puedan comprender este nuevo lenguaje, que es un salto de la matemática aritmética al álgebra, de una forma diferente. Donde el estudiante sea el protagonista del proceso de aprendizaje y vaya alejándose poco a poco de la forma tradicional de aprender, la cual oscila alrededor del docente y el estudiante es solo un receptor de información. Ahora el papel del profesor se centra en facilitar información y producir actividades que ayuden al estudiante a adquirir saberes de forma autónoma y que sean significativos.

En el primer capítulo se da a conocer dos modelos pedagógicos de la enseñanza: el tradicionalismo y el constructivismo, se exponen sus teorías y distintas maneras de cómo se considera al docente y al estudiante en el proceso de aprendizaje. Se da énfasis en el constructivismo, pues es el pilar con el cual se ha desarrollado la propuesta, además se presenta distintas concepciones de pedagogos sobre dicho modelo pedagógico. Como segunda parte, se dan a conocer los distintos errores que investigadores han podido identificar en los estudiantes al abordar el tema de polinomios y por otra parte se comenta sobre las bases didácticas con las cuales se ha desarrollado la propuesta.

En el segundo capítulo se presenta la información recopilada mediante la aplicación de entrevistas a docentes de las siguientes instituciones educativas: San José de la Salle, Sagrados Corazones y San Roque. Además, se aplicó una encuesta y una



prueba de conocimientos a los estudiantes del noveno año de EGB de las instituciones San José de la Salle y San Roque. El objetivo de aplicar estas distintas técnicas de recolección de información fue el poder identificar los distintos errores y falencias que los estudiantes presentan al abordar cada una de las temáticas de la unidad de polinomios, así también el conocer las distintas metodologías que los docentes han utilizado en sus clases. Con esto se han establecido conclusiones que permitieron crear y diseñar los distintos recursos propuestos.

Finalmente, en el tercer capítulo se presenta la elaboración de la propuesta, que consiste en una guía didáctica de aprendizaje acompañado de material concreto. La guía está compuesta de nueve clases con distintas actividades distribuidas entre sí, que implican: el análisis de situaciones para llegar a distintas definiciones, la manipulación de material concreto y la visualización de videos. Los temas a tratar son: la transformación del lenguaje coloquial al matemático, expresiones algebraicas y las operaciones con polinomios. Cada clase sigue los tres momentos del aprendizaje: anticipación, construcción y consolidación. Con las distintas metodologías que se ha utilizado en la guía, se busca motivar al estudiante a comprometerse con su proceso de formación.



CAPÍTULO 1

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1. El Constructivismo en el Proceso de Aprendizaje

1.1.1. La Educación en un principio: La Pedagogía y Escuela

Tradicional

El ser humano toda su vida está en constante aprendizaje, desde el momento en que nace interioriza conocimientos que se van dando en su vida hasta que llega a la vejez, e incluso en el momento que muere el sujeto aprende a morir. En las etapas de la niñez, adolescencia e inicios de la etapa adulta la persona aprende más de aprender del entorno y sociedad donde se desarrolla, en la mayoría de los casos, también tiene una formación especializada cuando acuden a una institución educativa.

La forma de aprender en estas instituciones en la actualidad, están orientadas al constructivismo, del cual se hablará más adelante; pero hace algunos años la metodología utilizada no se inclinaba por el constructivismo; los estudiantes tenían que memorizar conceptos y procesos, reproducir lo que el docente hacía y decía, las evaluaciones se resumían en recordar lo que el docente enseñó en las clases y la revisión de apuntes. Analizando esto, la formación de los estudiantes estaba orientada a reproducir lo mismo que sabía el docente, “él era el que lo sabía todo”. Todo esto hace referencia a una pedagogía tradicional la cual se describe a continuación.

La pedagogía tradicional tiene sus inicios en el siglo XVIII junto con el surgimiento de la escuela vista como una institución y llega a su apogeo en el siglo XIX con el surgimiento de la pedagogía orientada a la ciencia. Los contenidos de enseñanza son transmitidos por el docente como una verdad absoluta, donde el estudiante solo recepta lo que dice el profesor sin fijarse si lo que aprende está o no en el contexto donde



el sujeto se desarrolla (Rodríguez, 2013). En la pedagogía tradicional al estudiante se lo ve como un receptor de información, un objeto del conocimiento, no puede opinar sobre lo que aprende, el docente es la autoridad en todo este proceso. Existen ciertos rasgos que permiten identificar a un docente tradicionalista que según Rodríguez (2013) son: analítico, sintético, inductivo y deductivo.

La práctica escolar que se basa en la pedagogía tradicional se centra en el orden y la autoridad. Cuando nos referimos al orden, hacemos referencia a organizar actividades, tiempo y espacio; mientras que la autoridad, como se mencionó anteriormente, se centra en que el docente es el actor principal en este proceso de aprendizaje. En la época que surgió la pedagogía y en sí la escuela tradicional, estuvo muy bien adecuada para aquel periodo, se le veía como moderna, pero con el pasar del tiempo ya fue perdiendo su efectividad (González, 2010).

La escuela tradicional presenta ciertas características específicas, se las podría ver como los pilares en la cual está asentada. El verticalismo, autoritarismo, verbalismo, intelectualismo son algunos de esos pilares. En el autoritarismo el estudiante se encuentra en el último lugar, por lo que carece de poder en su proceso de aprendizaje, mientras que el docente se encuentra en los altos niveles. En el verbalismo la exposición por parte del docente sustituye otros tipos de experiencias que pueden darse en el proceso de aprendizaje como por ejemplo la lectura de fuentes bibliográficas, experimentos, conversatorios entre otros; debido a esto la ciencia se vuelve algo estático. El intelectualismo implica que el aprendizaje se centra solo en desarrollar la inteligencia y todo lo que involucra al afecto y valor que posee es negado (González, 2010).

Con lo que se ha mencionado anteriormente, se concluye que la pedagogía y escuela tradicional se centra en un sistema donde el protagonista del proceso de educación es el docente y los estudiantes son personas pasivas que solo reciben el conocimiento



que se les transfiera. Los estudiantes son personas que tienen diferentes formas de pensar y aprender, pueden hacerlo mediante juegos, experimentación, trabajo en equipo y otras maneras, pero cuando el docente se rige a enseñar con una sola metodología, no va a llegar a cumplir el objetivo de que los estudiantes aprendan, tal vez lo harán 3 o 4 personas, pero no todos pues cada persona es un mundo diferente.

Si la escuela tradicional fue considerada moderna para el siglo XVIII e inicios del siglo XIX, con el pasar del tiempo la sociedad va cambiando, aparece nueva tecnología, las leyes que rigen a un estado cambian, se presentan reformas en la educación, pero algo interesante es que, aunque se van dando reformas, el mundo educativo y en sí la educación sigue siendo la misma hasta hace algunos años. En este sentido Larrañaga (2012) afirma:

Si seguimos educando a nuestros hijos como nos educaron a nosotros nunca van a encontrar la solución a los problemas globales, porque el mundo ha cambiado muchísimo y ahora nuestros hijos aprenden mucho más por sí mismos, en las redes sociales, con otros compañeros, antes que en el aula. (p.8)

1.1.2. El Constructivismo

La educación de los estudiantes en el actual sistema educativo ecuatoriano se orienta a que el sujeto en formación sea el propio actor de su conocimiento y el docente lo acompaña en dicho proceso, con esto el estudiante puede demostrar la comprensión que ha tenido sobre los distintos contenidos. Al momento que el estudiante toma el papel de creador de su propio conocimiento, el proceso de aprendizaje oscila en torno al sujeto, esto es, que el estudiante se convierte en el elemento fundamental del proceso de formación. El documento de Lineamientos para la Construcción de la Propuesta Pedagógica planteada por el Ministerio de Educación (2019) menciona que: “Se establece a la investigación, construcción y desarrollo permanente de conocimientos como garantía



del fomento de la creatividad y de la producción de conocimientos, promoción de la investigación y la experimentación para la innovación educativa y la formación científica” (p.9).

El aprendizaje cognitivo es el proceso en el que la información es procesada y de manera inmediata determina una reacción razonada en la toma de decisiones. En el siglo XX las teorías psicológicas hacían énfasis en el paradigma conductista, en el cual el docente era el encargado de transmitir conocimiento y los estudiantes simplemente deben repetir, con lo que poco o nada se creaba un conocimiento cognitivo (Lazo, 2009).

Es así que se plantea el constructivismo como enfoque o corriente educativa que esta sostenido por varias teorías psicológicas de investigadores como Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky. Para Piaget se plantea como una forma de enseñanza, donde el estudiante se convierte en el protagonista de su aprendizaje, para desarrollar la parte cognitiva pero también afectiva por medio de un currículo flexible para desarrollar capacidades y valores. Para Vygotsky el docente es el encargado de diagnosticar el conocimiento que posee el aprendiz, para que en base a aquello pueda trabajar en el desarrollo de su conocimiento y así alcanzar un nivel más avanzado del mismo (Lazo, 2009).

Pero fue David Ausubel quien presentó el primer modelo de aprendizaje cognitivo, que intentó explicar cómo aprenden los individuos ya sea de forma oral, verbal o escrita. En su teoría habla de que el individuo aprende recibiendo información y luego lo relaciona con los conocimientos previos con lo cual se crea un aprendizaje significativo. Sin embargo, este aprendizaje significativo no implica que no pueda estar ligado a un aprendizaje mecanicista sino más bien que se complementan, como lo es el caso de las matemáticas que requieren del aprendizaje de fórmulas y procedimientos para la resolución de ejercicios (Lazo, 2009).



En la escuela, las clases por lo general eran aburridas, el docente hablaba mucho, leía el libro y los estudiantes seguían la lectura. Pero cuando tocaba una clase donde había actividades como el dibujo, experimentos en el laboratorio de Ciencias Naturales, actividad deportiva en la clase de Educación Física; los estudiantes rara vez se aburrían, pues estaban en constante actividad, aprendían haciendo, experimentando y jugando, en otros términos, involucrándose en su formación. Dentro del constructivismo, uno de sus principios es la actividad, dicho de otro modo, el aprender haciendo, pues se lo considera un aspecto que ayuda al aprendizaje de los estudiantes.

Al hablar de actividades en esta corriente de aprendizaje, se debe distinguir 2 tipos: las significativas y las no significativas. Según Calero (2009) se puede definir como actividad significativa como: “Aquella que tiene un propósito: aprender para quien o quienes las realizan. Las actividades alcanzan significatividad cuando la experiencia o experiencias del aprendizaje logran despertar el interés de los mismos” (p.58). Desde un análisis de la definición de las actividades significativas, las actividades no significativas pueden ser vistas como aquellas que aportan al aprendizaje del estudiante pero no llegan a generar una motivación para que el sujeto se comprometa a fondo con su formación.

Cuando se planifican actividades significativas, se debe tener en cuenta que estas deben despertar el interés del educando y para lograrlo se puede hacer uso de la motivación, la cual debe ser interna, donde el estudiante por su propio deseo y esfuerzo se comprometa con su aprendizaje. El porqué no utilizar una motivación externa dentro de el aprendizaje de los estudiantes es debido a que los sujetos solo se esforzarán mientras haya dicha motivación, y si dicha motivación desaparece el interés en el aprendizaje irá disminuyendo progresivamente hasta desaparecer. “La realización de actividades significativas están motivadas por el interés del aprendizaje. El interés es el soporte de



todo el proceso educativo. La motivación despierta el interés y este se traduce en atención, en elaboración y acción” (Calero, 2009, p.58).

1.1.2.1. El Rol del Estudiante en el Constructivismo

Como se sabe, en el constructivismo se toma muy en cuenta que el estudiante es el actor principal en el proceso de aprendizaje, pues es un sujeto activo que lo construye por su propia cuenta. Pero esta idea no se debe tomar como la de dejar solo al estudiante en su proceso de aprendizaje junto con recursos didácticos y que su formación surja de forma automática. El docente debe de ayudar al estudiante y guiarlo, pues que el estudiante sea el protagonista del proceso no significa que él lo pueda hacer solo.

Las actividades que realiza el estudiante son más intelectuales que físicas, dichas actividades intelectuales son el resultado de distintas situaciones que el sujeto en su diario vivir experimenta. El estudiante al empezar su aprendizaje está equipado con explicaciones y operaciones que son originadas por su experiencia previa y así utilizarlas para afrontar y resolver nuevas situaciones novedosas (Waldegg, 1998).

El aprendizaje no es un proceso individual, junta aspectos grupales e individuales. Pues una persona aprende por sí mismo y también de los demás. Dentro del constructivismo no es la excepción, pues las formas en las que el estudiante logra resolver las situaciones que se le presentan son algunas como: la discusión de distintos caminos u opciones con sus compañeros de clase que les ayudará a dar solución de la situación planteada, modificar las condiciones originales de la situación para llevarla a situaciones conocidas y también la utilización de materiales manipulativos (Waldegg, 1998).

Si el aprendizaje parte de una teoría constructivista, el docente debe darse cuenta que lo que enseña debe ser novedoso para el sujeto y así lograr que aprenda



intencionalmente, utilizando sus conocimientos previos y resolviendo una nueva situación. Una vez que lo logre, lo aprendido tendrá un gran significado para el estudiante.

1.1.2.2. El Docente en el Constructivismo

En el proceso del aprendizaje de los estudiantes, el docente debe ser un guía, un mediador entre el aprendizaje y el estudiante, o sea que el docente ya no es el típico sujeto que se para en el frente y dicta la clase. Ahora debe desarrollar en los estudiantes las capacidades necesarias para que ellos puedan desenvolverse en el mundo exterior en el cual viven, en otros términos, ayudan a formar la identidad del sujeto. A parte de esto, proporciona las distintas situaciones que serán las que permitan que el estudiante adquiera nuevos conocimientos haciendo uso de los que ya posee (Blanco, 2014).

Como conclusión de esta parte, el constructivismo es el nuevo camino por el que se está orientando la educación, pues ahora el estudiante es el protagonista de su propia formación y el aprendizaje despierta el interés en el sujeto motivándolo a ser partícipe de él; además los conocimientos adquiridos serán significativos y ayudarán a dar solución a situaciones que se presenten en el diario vivir del estudiante.

1.2. Dificultades al Aprender Polinomios

Hablaremos sobre como las dificultades en el aprendizaje de expresiones algebraicas simbólicas pueden generar “errores” en la interpretación y realización de las operaciones con polinomios, dichos errores no deberían de ser vistos necesariamente como algo negativo, sino que más bien puede contribuir de manera positiva en el aprendizaje de los contenidos. Es entonces cuando el docente como guía del aprendizaje juega un papel importante para lograr encaminar a sus alumnos, sin embargo, se debe de tener en cuenta que dichos “errores” no son solo problema de este actor educativo, sino que de todos aquellos que forman parte del micro sistema educativo donde: alumno,



profesor, materia e institución escolar son los responsables de modificar para bien o mal la enseñanza y aprendizaje. (Delgado, 2011)

Cuando los estudiantes ingresan al colegio que corresponde a la Educación General Básica Superior, se encuentran con una matemática un poco más abstracta y compleja, hablamos del uso de expresiones algebraicas que involucran el uso de letras y el conjunto de números reales, para representar de manera más general las distintas situaciones como son algunas aplicaciones de la vida cotidiana. (Torres, 2018).

En la matemática de Educación General Básica Superior, podemos distinguir 2 tipos de álgebra: la aritmética y la simbólica. El álgebra aritmética que se centra solo en el estudio de operaciones con los números positivos, mientras que el álgebra simbólica ya abarca al conjunto de los números reales, imaginarios y el uso de letras. Estos dos tipos de álgebra tienen una estrecha relación, pues las propiedades aplicables al álgebra aritmética también se extienden al álgebra simbólica (Peacock, 1830). Anteriormente mencionamos que, en el álgebra simbólica, se hace el uso de letras, mismas que pueden tomar distintos significados, en el planteamiento de problemas y la resolución de los mismos, tenemos: parámetros conocidos, parámetros incógnita, incógnitas algebraicas, incógnitas geométricas, objeto, etc. Entonces como podemos ver, las letras pueden tener varios significados y para el estudiante es difícil realizar una interpretación, o incluso puede darle varios significados, es decir, que para el estudiante al momento de que se encuentra con una matemática más abstracta debe pasar o superar la concepción de dar un único valor para la letra y considerar que pueden tener valores múltiples. (Palareda, 1998).

Por ejemplo, se puede representar la siguiente expresión algebraica: “ $15f + 12k + 3p$ ” donde las letras que se presentan pueden significar las iniciales de animales



de un zoológico: focas (f), koalas (k) y papagayos (p). Toda esta expresión puede representar el costo del alimento para dichos animales. Podemos decir que el utilizar letras en distintas situaciones del contexto, reduce la abstracción de las mismas dentro de las matemáticas.

La mayor parte de los investigadores y especialistas deducen algunas características generales sobre los errores que cometen los estudiantes, los cuales se centran en: la menuda persistencia de un error que el docente visualiza, el cual refleja que el sujeto en su mente tiene una idea errónea sobre el concepto. Esta idea errónea nos lleva a clasificar a los errores en: sistemáticos y al azar. (Rico, 1995)

Los errores sistemáticos son los que se presentan con más frecuencia y revelan que la comprensión que tiene el sujeto sobre un concepto o procedimiento es la equivocada, pero para el sujeto que la posee es la correcta. Los errores al azar reflejan un descuido al momento de desarrollar una actividad, por lo que se dan con menos frecuencia (Rico, 1995). Brousseau, Davis y Werner (citado por Rico, 1995) dan a conocer las formas por las que un error puede presentarse:

Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que en ciertas ocasiones se pueden identificar con facilidad y en otras no, por el profesor. Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales, pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas. (p.8)

Ruano, Socas y Palarea (citado por Delgado, 2008) hablan sobre que los errores tienen su origen en un obstáculo que puede ser por necesidad de clausura, con respecto a esto se refiere a que los estudiantes ven la necesidad de obtener un resultado o valor total



para representar un polinomio, como podría ser: $8x + 3$ los estudiantes tienden a obtener un erróneo de $11x$, este error se debe a que en el álgebra aritmética los estudiantes están acostumbrados a que al tener dos términos entre los cuales se encontraba un operador suma necesariamente se debería realizar dicha operación y eso le daría como resultado un solo valor total.

Centrarse en la ruptura entre los distintos pensamientos algebraicos es otra de las dificultades al momento de adquirir nuevos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, cuando un estudiante aprende a resolver la siguiente expresión: $(e \cdot b)^2 = e^2 \cdot b^2$, esta concepción que es aplicable para las operaciones de multiplicación y división, el estudiante al momento de ver una situación algo similar, pero con una pequeña diferencia, puede llegar a aplicar la misma forma de resolución en: $(e - b)^2 = e^2 - b^2$. La resolución es incorrecta, entonces aquí se evidencia la controversia de esos pensamientos algebraicos que ayudaron a resolver un determinado ejercicio, pero que no es aplicable para otras situaciones que, aunque pareciera que fuera posible aplicar, no lo es. Esta dificultad es normal que se presente cuando los estudiantes están aprendiendo el conocimiento matemático, pero el docente debe conocer dicha dificultad y debe ayudar a que los estudiantes la superen (Palareda, 1998).

También nos encontramos con la complejidad de los objetos que se manejan en el álgebra en donde se diferencian 2 niveles: el semántico y el sintáctico. En el nivel semántico todos los signos que son utilizados en el álgebra poseen un significado preciso y claro mientras que en el nivel sintáctico los signos utilizados son operados mediante reglas de forma general sin darle un significado específico (Palareda, 1998).

También existen aquellas limitantes que pueden ser de tipo emocional, por lo general cuando los estudiantes escuchan la palabra matemática, esto les provoca un miedo



interno pues la ven como la asignatura más complicada de toda su vida estudiantil. Muchas de las veces ese miedo es generado por experiencias previas que han tenido con otros docentes, o también por ideologías hacia las matemáticas que son transmitidas por otras personas con las que se relaciona el sujeto.

Si estos factores generan un miedo hacia la asignatura, cuando el estudiante se da cuenta que en el colegio se utiliza una simbología más general, donde no solo se trabaja con números sino también con letras, ese miedo aumenta y tensa al estudiante, generando dificultades en la comprensión. (Palareda, 1998)

1.3. Los Recursos Didácticos en la Enseñanza de las Matemáticas

En el Currículo Nacional Ecuatoriano vigente desde el 2016, el proceso de aprendizaje está orientado por el constructivismo, donde el estudiante es el sujeto que construye su propio conocimiento haciendo uso de distintas herramientas y saberes previos que él ya posee. Con este tipo de metodología se busca que los conocimientos adquiridos por el sujeto alcancen un alto nivel de significatividad a comparación del aprendizaje tradicionalista. Toda herramienta, recurso tecnológico, material concreto y similares corresponden a los recursos didácticos. Pero cuando nos referimos a recursos didácticos, ¿de qué estamos hablando?

1.3.1. Los Recursos Didácticos

En el proceso de aprendizaje, se puede adquirir un nuevo saber experimentando, observando, escuchando o manipulando algún tipo de material e incluso haciendo uso de simuladores, todo esto es con el fin de que el estudiante se comprometa más con su formación, en otras palabras, exista una mayor participación. Con esto podemos definir de una forma sencilla que los recursos didácticos son herramientas que el docente puede usar como apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Una



definición más técnica sobre lo que es un recurso didáctico nos la da Pastuizaca y Galarza (2010) que dicen: “Un recurso didáctico es cualquier material que se ha elaborado con la intención de facilitar al docente su función y a su vez la del alumno. No olvidemos que los recursos didácticos deben utilizarse en un contexto educativo” (p. 32).

Al momento que el docente opta por utilizar recursos didácticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, debe tener en cuenta el uso específico que le va a dar al mismo. También debe tener en cuenta que el manejo y funcionamiento de dicho recurso no sea muy complejo, pues si lo fuera, esta herramienta terminaría confundiendo y dando mayor dificultad en el aprendizaje del estudiante.

Según Pastuizaca y Galarza (2010) los puntos clave que se deben tomar en cuenta al momento de elegir los recursos didácticos a utilizar son: “Lo que se quiere enseñar al estudiante, las explicaciones sean claras y sencillas, que el recurso sea conocido y accesible para el estudiante, la apariencia y la interacción que tendrá el estudiante con el recurso” (p.34)

1.3.1.1. Funciones de los Recursos Didácticos

Una de las funciones que cumplen los recursos didácticos es generar motivación en el estudiante hacia el aprendizaje. Otra función que podríamos mencionar es la de facilitar la comprensión del tema que se esté tratando, para lo cual dicho recurso deberá ser el adecuado y así el estudiante mediante la manipulación del mismo alcanzará un mejor entendimiento sobre lo que esté aprendiendo.

Para Pérez (2010) las funciones que realizan los recursos didácticos son: “Proporcionar información, guiar los aprendizajes, ejercitar habilidades, motivar, evaluar, proporcionar simulaciones y entornos para la expresión y creación(...)”(p.4).

1.3.1.2. Clasificación de los Recursos Didácticos

Los recursos didácticos se pueden clasificar en:

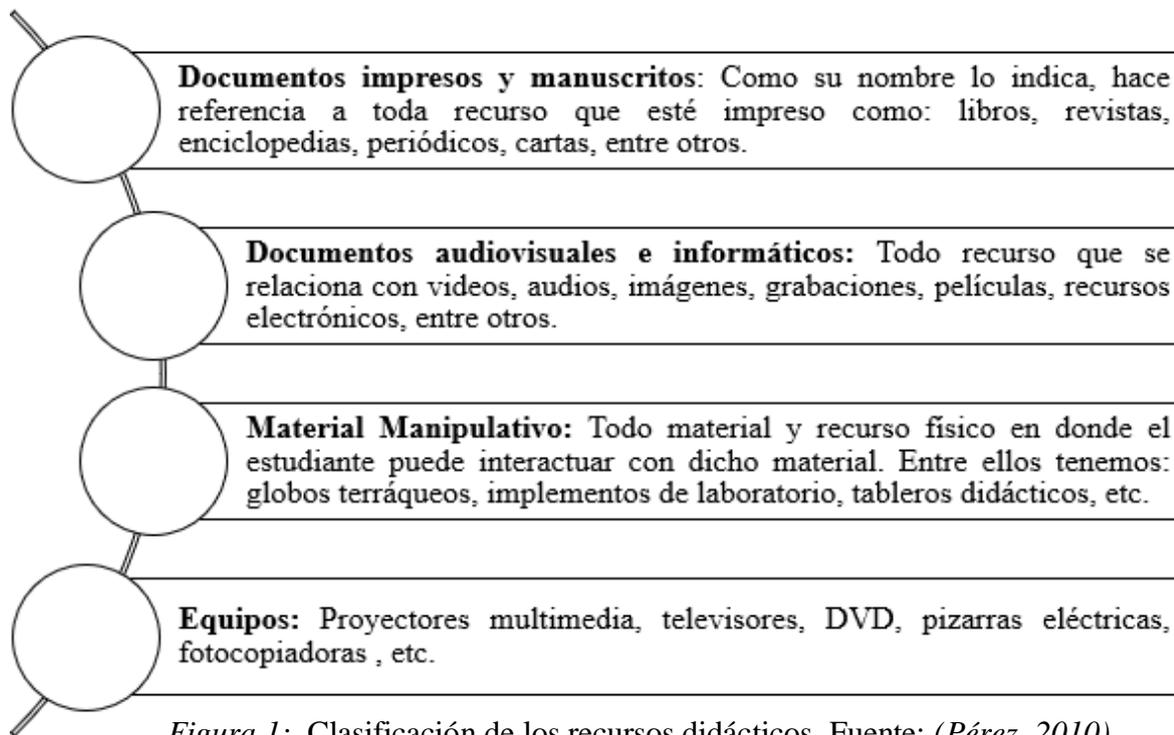


Figura 1: Clasificación de los recursos didácticos. Fuente: (Pérez, 2010)

1.3.1.2.1. Material Manipulativo

Duval (citado por Aragón en 2009) menciona que: “Las investigaciones realizadas en la enseñanza de las matemáticas mencionan que la dificultad para el aprendizaje de la asignatura de matemáticas radica en la característica abstracta e intrínseca que poseen” (p.4). Es así que los recursos didácticos como orientadores generales se crean para reducir el grado de abstracción de los contenidos matemáticos, y más concretamente utilizado para la enseñanza y aprendizaje de las operaciones con expresiones polinómicas y relacionar los contenidos con aplicaciones de la vida real.

Las matemáticas son aplicadas en los distintos campos de la educación, por lo que es importante trabajar en la búsqueda de recursos que faciliten la comprensión y además motiven de manera activa a su aprendizaje, ya hemos hablado de las ventajas que tiene el



uso de los recursos didácticos en los procesos educativos, entre los cuales tenemos los recursos manipulables que resultan de gran utilidad para trabajar el procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos, estos recursos manipulativos pueden ser: tangibles o virtuales, los contenidos matemáticos que corresponden a la matemática simbólica generalmente tiene un nivel de abstracción muy alto, donde los estudiantes presentan dificultades debido al cambio que se da cuando hacen el paso de una matemática aritmética donde no se involucra el uso de letras (variables), por lo que resulta difícil para los estudiantes muchas veces la interpretación y comprensión de la realización de operaciones, como lo es en el caso de operaciones entre polinomios. Según Uicab (2009) los materiales manipulativos para la educación matemática pueden definirse como: “Objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático” (p.4).

También Uicab, cita en su trabajo a Fischbein que habla sobre la dificultad de lograr el desarrollo de la capacidad de razonamiento abstracto, por lo que propone promover la actividad manipulativa y la deducción de los conceptos matemáticos, superando así la abstracción de los contenidos y además con el fin de crear nuevas ideas matemáticas en los estudiantes, es decir, también trabajar en aspectos que involucren el paso desde lo concreto a lo abstracto. Entonces cuando se trabaja con material manipulable se logra dar significado tanto a lo que se enseña como a lo que se aprende, creando un pensamiento crítico y razonado que permite la interpretación, planteamiento y solución de problemas, que obviamente permitirá desarrollar de manera inmediata o a futuro problemas de la vida cotidiana.

Entre las ventajas de aplicar el material manipulativo en la enseñanza de las matemáticas tenemos:



- ✓ Desarrolla el hemisferio derecho del cerebro con lo cual potencia su desarrollo global.
- ✓ Optimiza el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que los aprendizajes son más significativos y con conciencia de los procedimientos que se realizan para resolver los problemas planteados a modo de actividades.
- ✓ Sirve para ayudar a la construcción del pensamiento, formación de procesos mentales y facilitar la comprensión.
- ✓ Ayuda a reflexionar los conceptos y propiedades matemáticas.
- ✓ Sirve para motivar al aprendizaje y con lo cual despierta el interés y la curiosidad.
- ✓ Permite trabajar de forma simbólica y resolver problemas.

1.3.1.3. La Tecnología como Recurso Didáctico

Vivimos en una era desarrollada en base a la tecnología, donde el internet ha permitido romper fronteras entre los países y así conectar a todo el globo de manera inmediata. El uso de los recursos tecnológicos en el ámbito educativo ofrece un sinnúmero de nuevas oportunidades, docentes de diferentes partes del mundo han dedicado sus esfuerzos en desarrollar plataformas que faciliten el aprendizaje y porque no la enseñanza de contenidos educativos, como lo es en el caso más notorio con contenido visual y escrito relacionado con contenido matemático que se puede encontrar en la red a un solo clic de distancia. Estudiantes en todo el mundo están inmersos en el campo tecnológico, sin embargo, no siempre es bien aprovechado ya que en su mayoría es utilizado para cualquier otro fin menos educativo.

En el caso de las matemáticas tenemos material visual, escrito y manipulativo virtual que requiere de la guía del docente para que dicha información sea de completa utilidad para los estudiantes que día a día buscan resolver sus vacíos matemáticos a través



de medios tecnológicos. Existen plataformas virtuales donde los estudiantes a diario acuden para consultar sus incógnitas por lo que los docentes en la actualidad no pueden hacer caso omiso ante dicha realidad, sino que más bien aprovechar del alcance que tiene la implementación de las TICs en los procesos educativos, como motivadores y facilitadores de dicho proceso. Para Oyola (2017) “los desafíos por mejorar la educación cada día son grandes, pero así también aparecen nuevos aliados para fortalecer su estudio, ahora contamos con poderosas herramientas tecnológicas que hacen más amigable e interactivo el proceso de enseñanza aprendizaje” (p.12).

Cada estudiante es un mundo en particular y por lo tanto aprende de diferente manera, por lo que utilizar un solo tipo de metodología significa que no todos los estudiantes aprenderán, provocando que los sujetos repudien o eviten carreras que involucren el uso de matemáticas.

Muchas veces la actividad matemática se torna estresante para los estudiantes, lo que deriva abandono y bajo rendimiento académico, lo que demanda aplicabilidad de uso de talleres de resolución de ejercicios de razonamiento lógico de manera interactiva apoyado en las Tics, dando paso a la creatividad y a nuevas formulaciones de propuestas de solución con libertad de respuesta despertando interés, motivando la acción numérica que siempre ha sido polémica en las aulas de clase, lo que sin duda es un paso hacia la conquista de innovaciones de cálculo orientado una participación efectiva (Larios y Abarca, 2012, p.16).

1.3.2. La Guía Didáctica

1.3.2.1. Definición

Para Arteaga R. & Figueroa M, una guía didáctica es “el instrumento básico que orienta al estudiante cómo realizar el estudio independiente a lo largo del desarrollo de la



asignatura” (p.1), así también Martínez (2013) considera que “constituye un instrumento fundamental para la organización del trabajo del alumno y su objetivo es recoger todas las orientaciones necesarias que le permitan al estudiante integrar los elementos didácticos para el estudio de la asignatura” (p.33).

1.3.2.2. Función de la Guía Didáctica

Como se sabe la guía didáctica orienta al estudiante en su estudio individual y consta de algunos elementos debe seguir un cierto orden para lograr el aprendizaje del sujeto. A continuación, se enumerarán los elementos de la guía didáctica, que según Arteaga R. y Figueroa M. son:

1. Presentación de la asignatura.
2. Breve caracterización del colectivo de autores.
3. Objetivos.
4. Materiales necesarios.
5. Evaluación.
6. Orientaciones para el estudio.
7. Actividades.
8. Bibliografía.
9. Glosario

Entre las funciones que tienen una guía didáctica para el aprendizaje tenemos que permite orientar, motivar, facilitar la comprensión, permite evaluar y activar el aprendizaje. La estructura de la guía didáctica consta de varios elementos que garantizan su efectividad, sin embargo, para Arteaga R. & Figueroa M., uno de los elementos más importantes para crear y motivar el aprendizaje depende de las orientaciones generales para el desarrollo de la unidad a estudiar.



1.3.3. Metodologías para el Estudio de las Matemáticas

La función que cumple el docente en el proceso de aprendizaje de los estudiantes es la de un consejero, un guía y mediador del aprendizaje, donde no solo diseña y programa actividades, sino que crea un ambiente que motive a los estudiantes a aprender por medio de la investigación. (Ministerio de Educación, 2010)

En la actualidad se habla mucho del constructivismo en el aula de clase, pero, para el caso de la asignatura de matemáticas, las clases siguen siendo memorísticas y poco significativas, por lo que para lograr un cambio y crear un razonamiento crítico que permita a los seres humanos poder resolver problemas que se le presentan en la vida cotidiana consideramos algunas alternativas metodológicas.

1.3.3.1. Trabajo Cooperativo

El trabajo cooperativo aplicado en las aulas de clase es un conjunto de técnicas bien estructuradas que buscan que el aprendizaje se pueda construir por medio de unos equipos de trabajo conformado por los estudiantes y el docente que sirve de guía del proceso, con el fin de llegar a construir el conocimiento en base a las experiencias de cada uno de los involucrados. Gómez (2007) define el trabajo cooperativo como:

Amplio y heterogéneo conjunto de técnicas, estrategias y recursos metodológicos estructurados, en los que los alumnos y los docentes trabajan juntos, en equipo, con la finalidad de ayudarse a través de las mediaciones de iguales, docentes, materiales, recursos y otras personas, para así construir el conocimiento de manera conjunta (p.9).

Para Vygotsky precursor de la teoría constructivista, plasma en su perspectiva instruccional, el énfasis sobre el aprendizaje cooperativo, donde los niños participan en grupos de trabajo, asumiendo responsabilidades para la construcción del conocimiento.



1.3.3.1.1. Ventajas de aplicar el método del Trabajo Cooperativo en las Aulas de Clase

Entre las ventajas encontradas en la investigación de Terán y Rivera sobre el trabajo cooperativo aplicado a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tenemos que “los estudiantes aprenden más, les agrada más la escuela, establecen mejores relaciones con los compañeros, aumentan su autoestima y aprenden tanto valores como habilidades sociales en forma más efectiva” (p.161). A manera de reflexión de su trabajo de investigación destaca la importancia que tiene el trabajo cooperativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática gracias a los aspectos positivos que se pueden alcanzar al aplicar esta metodología.

1.3.3.2. La Gamificación

El aprendizaje de los estudiantes, de acuerdo al constructivismo, debe ser a partir de saberes previos que posee el estudiante e ir construyendo su nuevo conocimiento, además de que el estudiante puede experimentar para ir aprendiendo. Ahora, si el estudiante a más de tener un aprendizaje dinámico, también lo puede tener a modalidad de un juego. Y esto es posible gracias a la gamificación. Se puede definir a la gamificación como:

“Gamificar es plantear un proceso de cualquier índole como si fuera un juego. Los participantes son jugadores y como tales son el centro del juego, y deben sentirse involucrados, tomar sus propias decisiones, sentir que progresan, asumir nuevos retos, participar en un entorno social, ser reconocidos por sus logros y recibir retroalimentación inmediata. En definitiva, deben divertirse mientras se consiguen los objetivos propios del proceso gamificado” (Gallego, Molina, & Llorens, 2014)

Como podemos ver, la gamificación es una actividad que toma la modalidad del juego y lo utiliza en el proceso de aprendizaje y resulta una actividad muy útil pues genera mucho



interés en los estudiantes. Lo que se debe tener en cuenta es que la gamificación no es sinónimo de juego, pues el juego es una actividad que tiene como fin divertir y entretener a la persona, mientras que la gamificación utiliza el sistema en el que se desarrolla el juego y lo aplica en el proceso de aprendizaje. Hamari y Koivisto (2013) establecen una característica de la gamificación que la diferencia de un juego:

La gamificación tiene la finalidad de influir en el comportamiento de los participantes, independientemente de otros objetivos subyacentes como el disfrute. La gamificación también permite la creación de experiencias y le proporciona al alumno un sentimiento de control y autonomía, cambiando su comportamiento, mientras que el principal objetivo de las experiencias creadas por el videojuego es la diversión” (p.105).

1.3.3.2.1. Factores estimulantes de las Actividades Gamificadas

Como sabemos, la gamificación toma la modalidad del juego y lo utiliza para el proceso de aprendizaje del sujeto, esta actividad genera interés en el estudiante. Existen factores que estimulan al estudiante dentro de las actividades Gamificadas y que según Foncubierta & Rodríguez (citado por Contreras, 2018) son: “la interdependencia positiva, curiosidad y el aprendizaje experiencial, protección de la autoimagen y motivación, el sentido de competencia, la autonomía y la tolerancia al error” (p.31).



Figura 2: Elementos que conforman los factores estimulantes de las Actividades Gamificadas.
Fuente: (Foncubierta & Rodríguez, 2014)



CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

2.1. Descripción General de la Metodología

La investigación estuvo centrada en identificar los errores que presentan los estudiantes en el tema de Polinomios, correspondiente a la Segunda Unidad de Matemáticas del Noveno Año de EGB, así como las expectativas sobre una propuesta de métodos constructivistas y uso de recursos didácticos para la temática.

Para su ejecución, se tuvo un enfoque mixto analizando datos cualitativos y cuantitativos. En la parte cualitativa se trabajó con una muestra de 4 docentes encargados de la asignatura de Matemáticas de los Novenos Años de EGB de las instituciones educativas: San José de la Salle, Sagrados Corazones y San Roque. Los datos cuantitativos se obtuvieron a partir de una muestra de 62 estudiantes de dos Instituciones Educativas:

- Unidad Educativa Fiscomisional San José de la Salle
- Unidad Educativa Fiscomisional San Roque

Los datos cualitativos fueron obtenidos a partir de una entrevista, la cual fue grabada en audio para posteriormente ser transcrita, adicionalmente, se utilizaron seudónimos para mantener la confidencialidad de los entrevistados. El cuestionario constó de 11 preguntas que abarcaron 3 categorías: metodologías de enseñanza, recursos didácticos y errores identificados en los estudiantes; todos ellos centrados en el tema de polinomios. Posteriormente se realizó un análisis de contenido por cada categoría.

Los datos cuantitativos se obtuvieron a partir de dos instrumentos: una encuesta y una prueba de conocimiento. Ambos instrumentos mantuvieron el carácter de anónimo y fueron realizados en un formulario de Google Forms de forma individual.



La prueba de conocimiento estaba compuesta de 15 preguntas distribuidas en 6 temáticas: potenciación, ley de los signos, operaciones combinadas con números enteros, transformación de lenguaje común a matemático, monomios semejantes y operaciones con polinomios.

La encuesta tuvo un total de 9 preguntas abarcando las siguientes categorías: características del docente de matemáticas, los recursos didácticos en el proceso de enseñanza, evaluación de saberes por parte del docente, comprensión y dificultad de la temática de polinomios por parte de los estudiantes. Debido a que este instrumento no se aplicó el mismo día que la prueba, la muestra de 62 estudiantes disminuyó a 53 por inasistencia.

Finalmente, después de obtener los distintos datos, se realizó su respectivo análisis y establecimiento de conclusiones.

Debido a la situación que se está enfrentado a nivel mundial por la pandemia del COVID-19, la obtención de información estadística tuvo su grado de dificultad, pues como se sabe las actividades en los centros educativos se están desarrollando de manera virtual. Razón por la cual se consideró oportuno utilizar estas técnicas para la recopilación de información apoyada en el uso de las TICs, permitiendo el desarrollo de nuestro trabajo.

2.2. Resultados

2.2.1. Resultados Cualitativos

Como se explicó anteriormente, para los resultados cualitativos se procedió a realizar una entrevista a dos docentes del Noveno Año de EGB encargados de la asignatura de matemáticas. A continuación, se presentan sus respuestas, de acuerdo las



categorías: metodologías de la enseñanza, recursos didácticos y errores identificados en los estudiantes.

2.2.1.1. Metodologías de Enseñanza

➤ *Estructura en la temática de Polinomios*

Los docentes consideran que el primer punto que será abordado dentro de la unidad de polinomios es la comprensión del nuevo lenguaje matemático que se utilizará en los temas posteriores. Pues ya no se trabajará solo con números, también se emplearán literales(letras), y lo importantes es lograr la máxima comprensión.

[...]ir de la aritmética, haciéndoles notar que ahora ya estamos en álgebra y que en los polinomios ya vamos a ir aplicando conceptos con literales, con letras; haciendo entender que ahora tenemos ya las famosas variables que decimos nosotros, que las letras representan unas variables que en la vida práctica nos permiten resolver y problemitas[...]. (Entrevistado 3)

A continuación, mencionan que, al lograr introducir a los estudiantes en el lenguaje algebraico, ya sea usando distintos materiales concretos, digital y otros recursos, se empieza a trabajar poco a poco de manera simbólica y mientras el estudiante se va acostumbrando, inicia con los temas correspondientes a polinomios.

[...]entonces una vez que, ya que el estudiante adquiere cierta experiencia en representar con material concreto ciertas expresiones algebraicas, poco a poco ya vamos dejando el material concreto y luego vamos trabajando ya solo de manera simbólica[...]. (Entrevistado 4)



➤ *Evaluación de Saberes Adquiridos*

La evaluación de los estudiantes, además de ser con pruebas, lecciones y deberes, el realizar problemas que permitan razonar, de manera individual o colectiva, es otra forma para evaluar, y basándose en el procedimiento utilizado para llegar a las respuestas, se toman distintas decisiones.

[...]Entonces para yo evaluar realmente conocimiento y el aprendizaje, es a través de problemas y como digo, lo hago individual obviamente para ver como razona, colectivo para ver su grado de participación [...] (Entrevistado 3).

[...] Evaluó más todo el proceso, todo el esfuerzo que realiza el estudiante durante su proceso de enseñanza y no tanto en asignar mayor cantidad de ejercicios [...] (Entrevistado 4).

El manejo de matrices de valoración analítica (rúbricas) son importantes de acuerdo a lo mencionado en la entrevista, debido a que contienen los criterios a evaluar en las actividades planteadas, y uno de los criterios tiene como fin analizar cómo se desenvuelve el estudiante en pareja o en el grupo.

[...] Para la actividad yo primero les socializo la rúbrica que voy a utilizar para evaluar el trabajo, o la maqueta o la demostración que ellos ya están haciendo [...] Siempre con el manejo de las rubricas eso yo creo que es una política institucional dentro de la institución donde trabajo [...] (Entrevistado 1).

[...]Se formula una rúbrica de evaluación [...] se coloca como indicador, la aplicación de los conceptos en objetos cotidianos o cercanos al entorno inmediato del estudiante [...] su capacidad de creatividad [...] se valora lo que es su exposición oral, su capacidad de expresar todo el proceso de investigación [...] La rúbrica abarca varios niveles [...] (Entrevistado 4).



Las directrices que los docentes consideran al momento de elaborar una evaluación de esta temática, son aquellas que permiten mostrar los procedimientos como: la forma de razonar, plantear un ejercicio, la investigación, la creatividad, exposición oral, etc. El poder ver paso a paso lo que van realizando, permiten después poder saber dónde hay fallas.

[...] Para mí lo más importante son los procesos [...] Usted ve lo que el muchacho sabe, paso a paso en donde falló [...] (Entrevistado 3).

[...] Yo me centro más en como ellos solucionan una situación un problema de caso [...] como ellos razonan y como ellos pueden plantear ese ejercicio [...] (Entrevistado 1).

[...] Procedimientos y resultados es lo que más se evalúa porque [...] siempre califico procedimientos porque además si califico solo respuesta estaríamos haciendo que el estudiante pierda muchos puntos [...] (Entrevistado 2).

2.2.1.2. Recursos Didácticos en la Enseñanza

➤ *Usos de recursos didácticos en la Temática de Polinomios*

Los recursos didácticos más utilizados han sido: material concreto y herramientas tecnológicas. Dentro de los materiales concretos, se mencionan cuadrados, regletas que sirven para introducir al estudiante al tema de polinomios.

[...]trabajamos con lo que es polinomios para que ellos comprendan el inicio de este lenguaje con lo que son las tabletas algebraicas. Es muy similar a las regletas de cuisenaire, pero adaptado a lo que es el conocimiento de polinomios[...]. (Entrevistado 4)



[...] *Nosotros utilizamos maquetas, que ya son materiales del laboratorio del colegio, con figuras con cuadrados, con rectángulos para explicar una multiplicación, una suma de expresiones algebraicas en el laboratorio de matemáticas[...]. (Entrevistado 1)*

Al tratar la temática de polinomios, algunos docentes optan por utilizar material concreto mientras que otros se enfocan más en el uso de material bibliográfico y la enseñanza tradicional.

[...] *Si, básicamente Bibliografías, material concreto no utilizo como le decía, yo utilizo más la pizarra y marcadores porque solo me dedico a resolver ejercicios, tampoco no utilizo mucho lo que son las Tics[...]. (Entrevistado 2)*

La tecnología es un recurso didáctico que se ha utilizado mucho en el campo de la educación, cuando se tenía la modalidad presencial pocos docentes utilizaban este recurso en el área de matemáticas, pero debido a la pandemia por el COVID- 19, se han visto en la necesidad de aprender a usarlos y manejarlos.

[...] *ahora obviamente con la tecnología que son realmente herramientas importantísimas. Más que nada en el último tiempo y aún más en estos años con la famosa Pandemia que a todos nos puso a aprender; en mi caso particular ya estoy viejo, estoy de salida. Seguramente me tocó aprender a manejar plataformas y tengo problemas obviamente, pero se hace el esfuerzo por no quedarse rezagado[...]. (Entrevistado 3)*

En el diálogo se mencionó que el uso de recursos didácticos en el proceso de enseñanza, ha despertado el interés en los estudiantes y han tenido resultados favorables, especialmente al utilizar recursos tecnológicos; al usar material concreto se han tenido resultados similares, pero también argumentan que los estudiantes pueden llegar a



aburrirse fácilmente a pesar de usarlos, he incluso al usar estos recursos un pequeño grupo de estudiantes siguen teniendo dificultades en la temática de polinomios.

[...] *Utilizando el material concreto y situaciones de la vida cotidiana, muchos de ellos si logran generar comprensión en los conceptos, las reglas y principios para resolver operaciones con polinomios, pero algunos estudiantes a pesar de que se trabaja con material concreto muchos de ellos siguen teniendo dificultades, como que ellos requieren clases adicionales para cimentar bien los conocimientos, pero sí en relación al uso de material concreto muchos de ellos son favorables[...].*
(Entrevistado 4)

[...] *sabe que el estudiante tiene una facilidad de aburrirse impresionante. Se utiliza este material para que esté claro, al comienzo bonito, pero después ya no le interesa, quiere algo diferente; pero se ha aplicado [...] para un mejor entendimiento[...].* (Entrevistado 3)

2.2.1.3. Errores identificados en los Estudiantes por parte de los Docentes

➤ *Complejidad de la temática de Polinomios*

Nuevamente se vuelve a mencionar que el paso de la aritmética al álgebra es una de las dificultades que presentan los estudiantes, se concuerda que ya no se trabajará solo con números porque ahora se combinan con letras.

[...] *los estudiantes en el tema de expresiones algebraicas [...] tienen un poquito de resistencia al momento que ellos están mezclando los números con las letras; ellos han estado acostumbrados en la escuela a: realizar los ejercicios, a sacar el mínimo común múltiplo, suma y resta de fracciones, etc. Solamente con números; sin embargo, cuando se introduce a expresiones algebraicas y después*



cuando se va a polinomios, como que se llegan a chocar y yo me atrevo a decir que hay como un 40% de estudiantes que no captan, que se le hace bastante difícil agregarles las letras a los números[...]. (Entrevistado 1)

La falta de bases matemáticas necesarias es otro factor que genera en los estudiantes una visión muy compleja hacia la temática de polinomios. Los docentes argumentan que, al tener buenas bases, el tema de polinomios será visto como algo sencillo.

[...]sabemos que las matemáticas son un campo muy amplio, pero para mí lo fundamental está en las bases que yo tenga para los temas posteriores; porque si entendió bien estos temas, obviamente que luego se le hace más fácil ir reteniendo lo que va como consecuencia[...]. (Entrevistado 3)

Un último factor que se pudo identificar, fue la falta de un buen nivel de lectura comprensiva. En los distintos temas de la unidad de polinomios se pueden presentar situaciones contextualizadas que deben ser comprendidas correctamente para poder resolverlas, sin embargo, los docentes mencionan que los estudiantes no saben entender un texto o un párrafo.

[...]en lo que es el paso del lenguaje normal al algebraico, si es un tema sumamente importante en lo que tiene que ver con problemas en los estudiantes, se les vuelve difícil; yo creo que ahí si esta la interdisciplinaridad que debe existir entre las matemáticas y la lengua y literatura [...] uno se topa que los estudiantes tienen problemas con la lecto-escritura, no saben entender un párrafo o tienen problemas al leer un párrafo, una línea[...]. (Entrevistado 1)



[...]al momento que toca resolver un problema ya no pueden. Hasta en la misma lectura del problema tienen que aprender a plantear lo que se está pidiendo. Deben saber leer las cosas[...]. (Entrevistado 3)

➤ *Dificultades en temáticas a enseñar*

El tema de productos notables tiene una complejidad de enseñanza y los docentes entrevistados concuerdan en esto, debido a que un requerimiento se centra en que los conocimientos previos estén dominados, entre los cuales mencionan: la aplicación de propiedades de potenciación, radicación, distributiva, propiedades de producto de potencias de igual base, así como la supresión de signos de agrupación.

[...]El que tiene mayor grado de dificultad son los productos notables debido a que los productos notables son ya una aplicación de todas las reglas y procesos anteriores, como que ellos requieren los conocimientos previos estén dominados [...] (Entrevistado 4).

[...] En el empleo de las propiedades distributivas y en el empleo de propiedades de producto de potencias de igual base, siempre hay que estarles recalcando, son unas de las problemáticas y son base para el tema de productos notables y los demás temas encadenados después [...] (Entrevistado 1).

[...] Es la aplicación de las famosas propiedades de que debería saber de cajón, desde la potenciación, de la radicación [...] sabe que no aplican bien la supresión de signos de agrupación, tienen muchas dificultades [...] (Entrevistado 3).

Además, un entrevistado comenta que lo más complejo es la aplicación y resolución de problemas ya que no se trata de una parte de algorítmica donde se debe seguir un procedimiento, al contrario, se trata de un proceso de razonamiento que debe realizar el estudiante.



[...] le veo más complejo es la aplicación y resolución de problemas, ya que no se trata de un parte de algorítmica donde seguir un procedimiento, sino ya es un poquito de razonar [...] los estudiantes tienen que resolveré ejercicios, plantear polinomios, poner incógnitas entonces es donde uno más se frena [...] (Entrevistado 2).

➤ *Errores más comunes que presentan los estudiantes*

Una vez que se han aplicado las evaluaciones, se ha podido identificar que las falencias más comunes en sus estudiantes son: el uso inadecuado de la ley de los signos, conocimientos previos de la aritmética, la aplicación de las propiedades de la potenciación y la propiedad distributiva.

[...] Una de las falencias bien graves es el uso inadecuado de la ley de los signos en la resolución de polinomios en lo que es adición y sustracción [...] otro de los grandes inconvenientes es que tienen inconvenientes de aplicar las propiedades de las potencias [...] (Entrevistado 4).

[...] Son de saberes anteriores por ejemplo a veces lo que más se puede ver es la ley de los signos si hablamos concretamente en la solución de polinomios es la ley de signos y aplicación de propiedades [...] en operaciones con polinomios en la multiplicación y división hay que aplicara las propiedades de las potencias [...] (Entrevistado 2).

Otra de las falencias que mencionan, tiene que ver con la parte de concentración y visualización que ellos le dan a cada ejercicio o problema planteado.

[...] Muchas veces ellos no son capaces de visualizar cuando son términos semejantes y de pronto ellos piensan que un $ab^2 = a^2b$. Muchas veces es más



cuestión de visualizar, no ven cuando dos términos son semejantes [...] (Entrevistado 4).

[...] Sabe que algo que me llama mucho la atención es la falta de concentración en los muchachos. Su mente vuela, así esté haciendo una lección, su mente está en otro planeta [...] (Entrevistado 3).

➤ *Medidas para solventar los errores identificados*

Según la entrevista, los docentes aplican un plan de refuerzo continuo, utilizan el error como medio para reforzar, identifican qué es lo que se tiene que mejorar con el fin de que el estudiante se acerque más a dominar cierto tema. Para lo cual buscan otro tipo de estrategias, así como ejercicios y problemas que le ayuden a entender mejor al estudiante. Este refuerzo podrá ser en la misma hora de clase si un gran número de estudiantes tienen la misma dificultad, por el contrario, de tratarse de un número pequeño de estudiantes se dará de forma más personal.

[...] Yo aplico un plan de mejora para lo cual realizo un refuerzo académico continuo que se basa en clases después de la jornada de labores [...] tienen 2 objetivos, el objetivo de mejorar la calificación mala que tuvieron [...] Pero también el objetivo central es también llegar a desarrollar la destreza, a dominar, a alcanzar al menos el aprendizaje requerido en esa destreza [...] (Entrevistado 1).

[...] se hace refuerzo continuo, a veces cuando se detecta que el error es en la mayoría de los estudiantes pues se toma un periodo de clases para dar el refuerzo. A veces cuando ya el error no es de tantos, sino es de pocos igual se hace el refuerzo, pero ya no en el periodo de clases sino en extra clases [...] (Entrevistado 2).



[...] Claro, reforzar [...] acentuar donde que más vemos que tiene falencias [...] No se trata como antes de hacer 500 ejercicios, pero sí los problemas claves que nos permitan entender mejor [...] (Entrevistado 3).

[...] Utilizo el error como medio para que se acerque más a dominar cierto tema y no como un medio para decir que él no puede, sino como un medio para reforzar qué es lo que él tiene que mejorar, a aplicar el respectivo feedback o retroalimentación a partir de lo que él es capaz de hacer [...] (Entrevistado 4).

2.2.1.4. Conclusiones sobre los resultados Cualitativos

Dentro de la metodología de enseñanza se abarcaron dos aspectos: estructura de la temática de polinomios y la evaluación de saberes. Una vez analizadas las respuestas se ha podido establecer que:

En el aspecto de la estructura de la temática de polinomios, se ha podido concluir que el primer punto a tratar debe centrarse en la comprensión del nuevo lenguaje matemático, para que el estudiante se vaya acostumbrando al uso de valores no numéricos y a continuación se empiece a trabajar poco a poco con el lenguaje simbólico que involucra la temática. La evaluación fue el segundo aspecto que se analizó, y de acuerdo a los entrevistados, el evaluar no se centra solo en pruebas y lecciones, también se considera el resolver situaciones mediante razonamiento individual o colectivo. Incluido a esto, el establecer los criterios de valoración es otro punto muy importante en la evaluación.

En la categoría de los recursos didácticos para la enseñanza, de acuerdo a las respuestas brindadas por los docentes, se puede concluir que el uso de material concreto a tenido protagonismo en la enseñanza, pero también se hace uso de una enseñanza tradicional para la resolución de ejercicios. Además, mencionan que, debido a la



pandemia, el uso de recursos tecnológicos para la enseñanza de matemáticas se ha incrementado; algo que no ocurría mucho en la modalidad presencial, por lo que los docentes han tenido que aprender a manejarlas. El uso de estas herramientas tecnológicas y material concreto han generado resultados positivos en los estudiantes, principalmente en atrapar su interés; pero a pesar de su uso, siguen existiendo estudiantes con dificultades, aunque es un grupo reducido.

Finalmente, en la categoría de los errores, se ha comenzado analizando la complejidad de la temática de polinomios. En este primer punto se ha concluido que las dificultades que generan una visión compleja de la temática de polinomios se centran en: el trabajar con un álgebra más abstracta (números y letras), la falta de bases matemáticas y la falta de lectura comprensiva.

El segundo punto que se analizó fueron las dificultades en las temáticas a enseñar. Se ha podido inferir que los productos notables son un tema que los docentes consideran complejo, pues el estudiante debe dominar ciertas bases matemáticas como: propiedades de la potenciación, radicación y otros. Incluido a esto se menciona nuevamente que la comprensión y resolución de problemas es otro tema que lo consideran complicado, pues el estudiante debe razonar, mas no seguir un algoritmo establecido.

El tercer punto analizado fueron los errores más comunes que se han podido identificar en los estudiantes, de lo obtenido en la entrevista se puede inferir que los más comunes son: la aplicación correcta de la ley de los signos, las propiedades de la potenciación y la propiedad distributiva. Añadido a esto, la falta de concentración por parte de los estudiantes hacia las actividades planteadas son otras de las falencias que poseen, generando que los errores antes mencionados se den con mayor frecuencia.



En el cuarto punto se habló sobre las medidas para solventar los errores identificados. La forma en que los docentes tratan de solventar los errores se centra en: refuerzo académico tanto en grupo como individualmente utilizando ejercicios específicos que involucran al error identificado.

2.2.2. Resultados Cuantitativos

2.2.2.1. Resultados de la Prueba de Conocimientos

La muestra fue con un grupo de 62 estudiantes. Los ejes temáticos que se abarcaron se presentan a continuación:

Tabla 1

Ejes temáticos y actividades consideradas en la prueba de Conocimiento.

EJE (S) TEMÁTICO(S)	ACTIVIDAD(ES)
Definición y propiedades de la Potenciación.	Actividad 1: Se plantea la potencia 3^5 y los estudiantes debían escoger la opción correcta sobre la misma. Actividad 2: Se presentó dos situaciones donde los estudiantes debían predecir el signo que tendría a respuesta después de ejecutar la operación. Actividad 3: Los estudiantes debían emparejar las distintas propiedades de la potenciación con su respectivo desarrollo.
Leyes de los Signos.	Actividad 1: Los estudiantes tenían la operación $-(-P) - [-(B - A)]$, ellos debían escoger la operación equivalente al ejecutar las leyes de los signos.
Operaciones combinadas con números enteros.	Actividad 1: Se planteó a los estudiantes una situación contextualizada donde debía



realizar varias operaciones consecutivas de suma y resta con números enteros.

EJE (S) TEMÁTICO (S)	ACTIVIDAD (ES)
Transformación del lenguaje cotidiano o común a lenguaje matemático.	Actividad 1: Los estudiantes deben escoger la expresión matemática que representa una situación cotidiana. Actividad 2: Se plantea una situación cotidiana donde los estudiantes deben escoger la expresión matemática que la representa, pero además deben fijarse si el procedimiento efectuado es el correcto.
Definición de monomios semejantes: reconocimiento de su definición y reconocimiento en un caso práctico.	Actividad 1: Se muestra a los estudiantes cuatro opciones sobre la definición de monomios semejantes, ellos debían escoger la opción correcta. Actividad 2: Los estudiantes tienen un grupo de monomios, deben elegir los que son monomios semejantes.
Operaciones con polinomios: suma, resta, multiplicación y división.	Actividades: Para cada operación se presenta a los estudiantes una situación contextualizada donde deben realizar operaciones con polinomios para escoger la respuesta correcta a la interrogante planteada.

Nota: En la primera columna se encuentran los ejes temáticos que se analizaron y en la segunda columna se encuentra la descripción de cada actividad realizada en la prueba de conocimiento.

❖ Definición y Propiedades de la Potenciación

Actividad 1: En esta actividad se buscaba ver si los estudiantes comprendían la definición de la potenciación por lo que se planteó la siguiente pregunta:



- Si tenemos la potencia 3^5 , se puede decir que es equivalente a:

Tabla 2*Definición de Potenciación*

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: Multiplicar 3 veces el número 5	10
Opción 2: Multiplicar 5 veces el número 3	42
Opción 3: Dividir 5 veces el número 3	1
Opción 4: Multiplicar 3 por 5	9
Total	62

Esta actividad tenía como fin identificar si los estudiantes tienen claro la definición de la potenciación, y de acuerdo a los datos presentados anteriormente podemos visualizar que 42 estudiantes (67,7%) escogieron la respuesta correcta, pero 20 estudiantes (32,3%) escogieron las opciones incorrectas. A pesar de que la mayoría acertó, el 32,3% presenta errores en comprender la definición de la potenciación las cuales se centran en considerar a la potencia como: una división, un producto entre la base y el exponente y multiplicar el exponente el número de veces que indica la base. Tomando en cuenta lo anterior, se puede ver que, aunque el porcentaje no es muy alto, existe esta falta de comprensión en los conceptos lo cual debe ser solventado de una manera eficaz, pues este tema es una de las bases fundamentales en temas posteriores como operaciones con polinomios, funciones, entre otros.

Actividad 2: Se presentó a los estudiantes 2 preguntas donde ellos debía predecir el signo final de la respuesta aplicando sus conocimientos sobre las propiedades de la potenciación, específicamente en potencias con base negativa e índices pares o impares; de los cuales se obtuvieron los siguientes resultados:



- Si un número negativo, está elevado a una potencia par, el resultado será:

Tabla 3

Propiedad de la Potenciación: Base negativa y exponente par.

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: Positivo	44
Opción 2: Negativo	14
Opción 3: Sin respuesta	4
Total	62

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede visualizar que 44 estudiantes (71%) conocen la propiedad de la potenciación que involucra a una base negativa y un exponente par, pero 14 estudiantes (23%) no la conocen mientras que 4 no dieron respuesta. En esta pregunta averiguamos que existe una memorización de la propiedad, pero no se puede comprobar si la saben aplicar, por lo que con la siguiente pregunta se comprobará dicho aspecto:

- Si un número negativo (-) es multiplicado por sí mismo 15 veces, el signo del resultado será:

Tabla 4

Propiedad de la Potenciación: Base negativa y exponente impar

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: Positivo	23
Opción 2: Negativo	36
Opción 3: Sin Respuesta	3
Total	62

Autoría Propia

Con los resultados obtenidos en esta pregunta donde se aplica una propiedad de la potenciación, se puede visualizar que el número de estudiantes que dieron una respuesta

correcta disminuyó a 36 (58%), 23 estudiantes (37%) no aplicaron correctamente la propiedad por lo que no escogieron la respuesta correcta, mientras que 3 estudiantes (5%) no dieron respuesta.

Con esto se puede concluir que, aunque existe un elevado número de estudiantes que conocen teóricamente esta propiedad de la potenciación, la cantidad de estudiantes que pueden aplicarlo en una situación es menor.

Actividad 3: Se presentó a los estudiantes una actividad en donde debían relacionar las propiedades de la potenciación con su correspondiente desarrollo, de lo cual se obtuvieron los siguientes resultados:

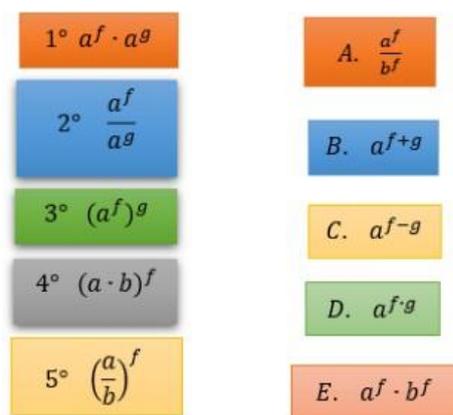


Figura 3: Opciones a emparejar en la opción planteada.

Tabla 5

Propiedades de la Potenciación

Opciones	# de Estudiantes
Correcto	38
Incorrecto	24
Total	62

Nota: El emparejamiento correcto es 1B, 2C, 3D, 4E y 5A. Han respondido correctamente 38 estudiantes.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede observar que 38 estudiantes (61%) conoce las propiedades de la potenciación y sus debidos desarrollos mientras que 24 estudiantes (39%) conocen las propiedades, pero no sus respectivos desarrollos. Se puede deducir que la mayoría de los estudiantes poseen un conocimiento memorístico sobre estas propiedades, pero su aplicación en situaciones específicas posee un menor porcentaje de acierto como se pudo ver anteriormente en la tabla 4 de la actividad 2.



Como conclusión general dentro del tema de potenciación podemos decir que el error más común que presenta los estudiantes en esta temática es la aplicación en situaciones específicas, pues de acuerdo a los datos obtenidos, un elevado porcentaje conoce teóricamente las propiedades de la potenciación, pero en la aplicación, el porcentaje de estudiantes que logran hacerlo disminuye; lo que da a entender que se está teniendo un aprendizaje memorístico y no en aplicación.

❖ Leyes de los Signos

Para la temática de la ley de los signos se planteó una actividad donde los estudiantes debían determinar la expresión algebraica equivalente a una expresión algebraica original que estaba siendo afectada por varios signos negativos, además de que se encontraba entre signos de agrupación. La actividad tenía la siguiente descripción:

- *Se tienen tres polinomios representados por las letras A, B y P respectivamente.*

La operación $-(-P) - [-(B - A)]$ es equivalente a:

Según las respuestas de los estudiantes, se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 6

Respuestas por opciones de la ley de signos

Opciones	# de Estudiantes
$P + B - A$	43
$-P + A - B$	11
$-P - A - B$	3
$P + A + B$	5
Total	62

Nota: Al suprimir los signos de agrupación, la expresión equivalente que se obtiene es $P + B - A$. Han respondido correctamente 43 estudiantes.

**Tabla 7***Aciertos en la aplicación de la ley de signos*

Opciones	# de Estudiantes
Correcto	43
Incorrecto	19
Total	62

Nota: El número de respuestas correctas supera en 24 a las incorrectas.

El ejercicio planteado para los estudiantes, tenía como fin averiguar si pueden aplicar la ley de los signos al momento de desarrollar una operación con signos de agrupación. En la tabla 6 podemos visualizar que 43 estudiantes (69,35%) eligieron la respuesta correcta mientras que 19 estudiantes (30,65%) dispersaron sus respuestas entre las otras tres opciones.

Centrándonos en la tabla 7 de datos correspondientes a cada opción de respuesta para el ejercicio planteado, se puede visualizar que 43 estudiantes (69,35%) aplicaron correctamente la ley de los signos, pero los 19 estudiantes restantes (30,65%) no lo hicieron.

El 30,65% de los estudiantes que no acertaron a la opción correcta cometen errores al aplicar la ley de los signos en el producto de dos signos negativos, que de acuerdo a los datos ellos consideran que la respuesta será negativa, y también consideran que el producto de un signo positivo con uno negativo da como respuesta un signo negativo.

Dentro del tema de la ley de los signos, podemos concluir que un elevado porcentaje de estudiantes (69,35%) aplican correctamente la ley de los signos, mientras que el 30,65% de estudiantes restantes cometen errores al aplicarla, por lo que creemos



que sería óptimo que se haga hincapié en este tema, pues es una base fundamental para el tema de polinomios.

❖ Operaciones combinadas con números Enteros

Para analizar esta temática, se planteó a los estudiantes una situación contextualizada en un juego llamado “Free Fire”. En esta actividad los estudiantes tenían que dar lectura al enunciado el cual hacía referencia a varias compras y recargas que podían realizar con una tarjeta en el juego, posteriormente debían determinar el estado de la tarjeta después de realizar las distintas transacciones. El enunciado era el siguiente:

- *Marco es un adolescente de 15 años que le gusta jugar “Free Fire”. El juego permite comprar mejoras, y para eso Marco cuenta con una tarjeta recargable y si en caso le llegara a faltar dinero, puede seguir realizando compras, pero dicho valor se acumulará como deuda que será descontado en la siguiente recarga. En un inicio, la tarjeta posee un saldo de \$20. Si el día lunes compró artículos valorados en \$6, el martes realiza una recarga de \$2 y hace una compra de \$10, el miércoles recarga \$3 y gasta \$11, el jueves recarga \$5 y gasta \$7. Si el día viernes recarga \$2. ¿Cuál es el estado actual de la tarjeta?*

En esta actividad se obtuvieron los siguientes datos:

**Tabla***Operaciones combinadas con números Enteros*

Opciones	# de Estudiantes
Está con Deuda	46
Tiene Saldo	7
No tiene Deuda ni Saldo	9
Total	62

Nota: El estado de la tarjeta es: “Está con deuda” y 46 estudiantes llegaron a esa conclusión.

En la situación que se planteó, la respuesta correcta era la opción “está con deuda”, de la cual, como se puede observar 46 estudiantes (74,19%) eligió la opción correcta, pero 16 estudiantes (25,81%) se equivocaron. De acuerdo a esta información se puede inferir que el 25,81% tienen problemas para realizar operaciones combinadas con números enteros que están involucradas en una situación contextualizada.

Esta actividad tenía una segunda parte, donde los estudiantes debían responder a una pregunta que les pedía dar un resultado numérico que cumpla lo solicitado. Como sabemos, la primera parte de la actividad solicitada el estado de la tarjeta después de las operaciones realizadas, en donde la respuesta correcta era el estado de deuda. En la segunda parte debía escribir el valor mínimo que se debía recargar en la tarjeta para eliminar la deuda que se tenía y a la vez poder realizar una compra más.

La respuesta correcta es que se debe recargar un valor de \$10. Los resultados que se obtuvieron en esta actividad fueron:

**Tabla***Resolución a la segunda parte de la situación planteada*

Opciones	# de Estudiantes
\$10	20
\$8	7
\$9	3
Valores Menores que \$8	9
Valores Mayores que \$10	17
No dan Respuesta	6
Total	62

Nota: La respuesta correcta es el valor de \$10 y de acuerdo a esto, la cantidad de respuestas erróneas supera en 22 a la cantidad de respuestas correctas.

Al analizar estas respuestas, se puede ver que 20 estudiantes dieron la respuesta correcta a la pregunta planteada que era el valor de \$10, se tienen 17 estudiantes que dieron una respuesta que son valores mayores a \$10. La respuesta a pesar de que da solución a la situación planteada, no es la correcta debido a que no cumple la condición mencionada de ser el mínimo valor a recargar. Además de involucrar el tema de operaciones combinadas, también aplica bases del tema de inecuaciones. La cantidad de estudiantes que dieron respuestas incorrectas, junto con los que no respondieron; son mayores (25) que los que dieron la respuesta correcta. Con esto podemos colegir que los estudiantes cometen errores al realizar operaciones combinadas para dar solución a situaciones contextualizadas, además de no tener una buena comprensión lectora, lo cual queda demostrado por los 17 estudiantes que dieron una respuesta que responde a la pregunta, pero sin cumplir las condiciones establecidas en las mismas.



❖ Transformación del lenguaje común o cotidiano a lenguaje matemático

En esta temática, se plantearon 2 actividades:

Actividad 1: Esta actividad tenía como fin que los estudiantes identifiquen la expresión matemática que representaba la situación planteada a continuación:

- “En el colegio de la Salle hay una cancha de fútbol en donde su base es tres veces la altura de la misma. El Rector de la institución ha dispuesto que se aumente 1m a la base y a la altura de la cancha”.

La expresión matemática correcta corresponde a la opción 1: $(3(x + 1) + 1)(x + 1)$. Los datos obtenidos en esta primera actividad fueron:

Tabla 10

Primera situación contextualizada: Respuestas por cada opción

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: $(3(x + 1) + 1)(x + 1)$	12
Opción 2: $(3x + 1)(x + 1)$	33
Opción 3: $(3x)(x)$	11
Opción 4: $(3x - 1)(x + 1)$	6
Total	62

Nota: La respuesta correcta corresponde a la opción 1, teniendo así a 12 estudiantes que respondieron correctamente.

Para esta primera situación, podemos visualizar que solo 12 estudiantes (19,35%) escogieron la respuesta correcta, y los 50 estudiantes restantes (80,65%) fallaron. Analizando las opciones que escogieron los estudiantes que fallaron, podemos deducir que existe una falta de lectura comprensiva en los estudiantes, pues la opción número 3 en la cual 11 estudiantes (17,74%) la eligieron, representaría la situación si en el enunciado no existiera la siguiente parte: “El Rector de la institución ha dispuesto que se



aumente 1m a la base y a la altura de la cancha”. La opción 2 que es la que más frecuencia presenta, secunda la falta de lectura comprensiva que tiene los estudiantes, y que es muy necesaria para el paso de lenguaje común a matemático.

Actividad 2: En esta actividad, al igual que en la primera, los estudiantes debían escoger la expresión matemática que representa a la situación, pero también debían fijarse en el proceso desarrollado en cada opción, pues también debía ser el correcto.

- *Situación 2: El Ministerio de Cultura junto con el Ministerio de Educación han planificado realizar un concurso de murales en las instituciones educativas de la zona 6 en la ciudad de Cuenca. Los colegios que se han inscrito son: La Salle, San Roque, Benigno Malo y Sagrados Corazones. El colegio Benigno Malo cuenta con una pared destinada para el mural. La base de la pared es tres veces la altura de la misma aumentada en 2. ¿Cuál es la expresión matemática, y el polinomio que corresponde al área de la pared para el mural?*

La respuesta correcta corresponde a la opción 1: $(3x + 2) \cdot x = 3x^2 + 2x$. Los datos que se obtuvieron de acuerdo al acierto que se tuvo en la situación son:

Tabla 11

Primera situación contextualizada: Respuestas por cada opción

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: $(3x + 2) \cdot x = 3x^2 + 2x$	13
Opción 2: $(3x + 2) \cdot x = 3x^2 + 2x^2$	12
Opción 3: $(3x - 2) \cdot x = 3x^2 - 2x$	14
Opción 4: $(3x + 2) \cdot x = 3x^2 + 2$	23
Total	62

Nota: La respuesta correcta es la opción 1, teniendo así a 13 estudiantes que acertaron correctamente.



De acuerdo a los datos presentados, se puede visualizar que solo 13 estudiantes (20,97%) escogieron la respuesta correcta, tanto en la expresión matemática como en el procedimiento; mientras que 35 estudiantes (56,45%) escogieron una opción que era correcta en la expresión matemática pero no en el procedimiento y los 14 estudiantes (22,58%) restantes escogieron la opción que era errónea tanto en expresión como en procedimiento. Analizando estos resultados, se puede mencionar que el porcentaje de estudiantes que lograron transformar el lenguaje cotidiano a matemático se incrementó a comparación de la situación 1 presentada anteriormente; ahora si nos centramos en el procedimiento, el porcentaje de estudiantes que acertaron es muy bajo (20,97%), y como se pudo observar el error más característico es el aplicar correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación, la cual se encontraba presente en la opción 2 y 4 (56,45%). En la opción 1 y 3 se visualiza que los estudiantes aplicaron correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación.

Como una conclusión general en el tema de “Transformación de lenguaje Coloquial a Matemático” se puede mencionar que los estudiantes presentan un déficit en la lectura comprensiva, pues comparando la situación 1 y 2, existe una gran diferencia en la cantidad de estudiantes que acertaron. La situación 2 contenía menos información que la situación 1, por lo que se justifica el incremento de estudiantes que escogieron la expresión matemática correcta; pero en la situación 1, al contener un contexto con más información, se generó errores en los estudiantes al transformar dicha situación a un lenguaje matemático.

❖ **Monomios Semejantes**

Dentro de la temática de monomios semejantes, se plantearon 2 actividades. La primera actividad tuvo como finalidad averiguar si los estudiantes conocían la definición



de monomios semejantes. La segunda actividad tenía como fin averiguar si los estudiantes pueden aplicar sus conocimientos sobre monomios semejantes en un caso práctico.

Actividad 1: Se presentó a los estudiantes 4 definiciones sobre monomios semejantes, las 4 opciones son muy parecidas, aunque tienen pequeñas variaciones, las cuales tienen como objetivo lograr que el estudiante conozca las características principales en los monomios semejantes. La respuesta correcta es la opción 3. Los datos obtenidos fueron los siguientes:

Tabla 12

Definición de Monomios Semejantes

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: Son aquellos que tienen el mismo coeficiente y distinta parte literal (variables).	8
Opción 2: Son aquellos que tienen la misma parte literal (variables) pero distintos exponentes.	11
Opción 3: Son aquellos que tienen la misma parte literal (variables) con iguales exponentes.	37
Opción 4: Son aquellos que tienen el mismo coeficiente, la misma parte literal (variables) pero distintos exponentes.	6
Total	62

Nota: La mayoría de estudiantes seleccionaron la opción 3, acertando a la definición correcta.

Con los datos obtenidos, se puede visualizar que 37 estudiantes (59,67%) escogieron la opción correcta sobre la definición de monomios semejantes, los 25 estudiantes restantes (40,32%) escogieron respuestas entre las opciones 1, 2 y 4. Con estos resultados podemos deducir que el 59,67% de los estudiantes conocen la definición de monomios semejantes, mientras que el 40,32% no conocen por completo la definición de monomios semejantes y las características que poseen.



Esta actividad en sí, como se mencionó anteriormente, nos ayuda a averiguar si los estudiantes conocen teóricamente la definición de monomios semejantes, pero no nos da datos que comprueben que los estudiantes saben aplicar dicho conocimiento en un caso práctico, por lo que se planteó la siguiente actividad.

Actividad 2: Se presentó a los estudiantes un grupo de 5 monomios, en dicho grupo existen 3 monomios que son semejantes y 2 que no lo son. Los estudiantes deben identificar a los monomios semejantes. Los monomios presentados fueron:

$2w^3x^4y$	$-\frac{1}{2}y^4w^3x$	$-12yx^4w^3$	$\frac{1}{3}wy^4x^3$	$-4x^4yw^3$
A	B	C	D	E

Figura 4: Opciones presentadas en la actividad planteada.

Los monomios que son semejantes corresponden a los literales A, C y E. De acuerdo a la aplicación de esta actividad se tuvieron los siguientes resultados:

Tabla 13

Reconocimiento de Monomios Semejantes

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: A, B, D	8
Opción 2: A, C, E	26
Opción 3: B, C, E	19
Opción 4: C, D, E	9
Total	62

Nota: La respuesta correcta corresponde a la opción 2, teniendo a 26 estudiantes que coinciden con dicha selección.

Con los datos obtenidos, se puede visualizar que 26 estudiantes (41,9%) identificaron correctamente a los monomios semejantes. Mientras que los 36 estudiantes restantes (58,1%) no lograron identificarlos. Comparando la cantidad de estudiantes que



acertaron en la definición de monomios semejantes con la aplicación de dicha definición, esta ha disminuido y el error ha aumentado.

Comparando los resultados de la actividad 1 con la actividad 2, podemos deducir que los estudiantes conocen teóricamente la definición de monomios semejantes, pero al momento de aplicarlo se presentan algunos errores. El error más notorio que se pudo identificar es que los estudiantes al saber que los monomios semejantes tienen la misma parte literal (variables) con iguales exponentes, ellos no toman en cuenta que los exponentes deben ser los mismos en las mismas variables; al contrario, ellos consideran que para que sean semejantes deben tener las mismas variables, y los exponentes deben ser los mismos sin importar en qué variables se encuentren.

❖ Operaciones con Polinomios

Dentro de la temática de las operaciones con polinomios, para cada una de las operaciones se planteó una situación contextualizada donde los estudiantes debían dar solución aplicando sus conocimientos en las distintas operaciones con polinomios.

Actividad 1: Esta actividad estuvo centrada en la suma de polinomios. Se planteó una situación en donde los estudiantes debían encontrar el perímetro de un terreno. Además de que los estudiantes solo sumen polinomios, debía analizar que lados deben considerar para poder encontrar la respuesta correcta. La situación se presenta a continuación:

Abigail y Marco heredan 2 terrenos que se encuentran juntos. El terreno de Abigail es como el de la figura A, y el de Marco es como la figura B. Marco decide vender su terreno a Abigail. ¿Qué cantidad de alambre debe comprar Abigail para cercar su propiedad y la que recién compró, si quiere dar 1 vuelta con el alambre?



Figura 5: Representación gráfica de la situación planteada.

En esta actividad, la respuesta correcta corresponde a la opción 2:

$4wz + 10x^2y$. Los datos obtenidos al aplicar esta actividad fueron:

Tabla 14

Suma de Polinomios: Respuestas por cada opción.

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: $-10x^2y - 4zw$	13
Opción 2: $4zw + 10x^2y$	21
Opción 3: $10x^2y + 8wz$	11
Opción 4: $10yx^2 - 8zw$	17
Total	62

Nota: El total de estudiantes que respondieron correctamente (opción 2) son 21, que comparado con las respuestas erróneas que son 41, es un valor muy pequeño de aciertos.

De acuerdo a los datos obtenidos, se puede evidenciar que 21 estudiantes (33,8%) realizaron la suma de polinomios correctamente tomando en cuenta la lógica del ejercicio pues al unificar ambos terrenos, un par de lados no debían considerarse al momento de encontrar el perímetro. Los 41 estudiantes restantes (66,2%) no escogieron la respuesta correcta. En todas las opciones que se presentaron, la suma de monomios semejantes era



correctas, lo único que se debía tomar en cuenta eran los signos que tomaría la respuesta, qué lados del terreno debían considerarse para calcular el perímetro, de acuerdo a esto se pudo identificar que:

- 13 estudiantes (20,9%) escogieron la opción 1: $-10x^2y - 4zw$. En esta respuesta se puede visualizar que los estudiantes han considerado que las dimensiones dadas en la situación poseen signo negativo, y como consecuencia la respuesta también la consideran con signo negativo.
- 11 estudiantes (17,7%) escogieron la opción 3: $10x^2y + 8wz$. Con esta respuesta se puede evidenciar que los estudiantes tienen problemas para comprender la situación planteada y como consecuencia, no realizan el análisis correcto para proceder con la correspondiente resolución. Pues con la opción 3 están considerando 2 lados del terreno que no deben ser tomados en cuenta al momento de encontrar el perímetro.
- 17 estudiantes (27,4%) escogieron la opción 4: $10x^2y - 8wz$. En esta respuesta, al igual que en la opción 3, se presenta el error de comprensión del enunciado con respecto a los lados a considerar para el perímetro. Además de existir confusión nuevamente con la utilización de signos en el desarrollo de la operación y la respuesta.

Actividad 2: Esta actividad estuvo centrada en la resta de polinomios. Se planteó una situación contextualizada donde los estudiantes debían determinar el saldo restante en una cuenta bancaria. Pero antes de proceder a su resolución debían identificar correctamente el minuendo y sustraendo. La situación se presenta a continuación:

La pandemia provocada por el Covid -19 generó que todas las personas alrededor del mundo estuvieran en cuarentena. Las familias se vieron afectadas en su economía al



no poder salir a trabajar y tuvieron que recurrir a sus ahorros para poder sobrevivir. La familia de Hernán vive en la comunidad de Jima al sur de la ciudad de Cuenca y debido a la cuarentena tuvo que retirar $-450xy^3 + 12tp$ dólares de su cuenta de la cooperativa JEP. Si Hernán y su esposa habían tenido ahorrado $3tp - 247xy^3$ dólares. ¿Cuánto dinero les queda en su cuenta de ahorros?

En esta actividad, la respuesta correcta corresponde a la opción 1:

$203xy^3 - 9tp$. Los datos obtenidos al aplicar esta actividad fueron:

Tabla 15

Resta de Polinomios: Respuestas por cada opción.

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: $203xy^3 - 9tp$	13
Opción 2: $9tp - 203xy^3$	9
Opción 3: $-697xy^3 + 15tp$	23
Opción 4: $697xy^3 - 9tp$	15
Sin Respuesta	2
Total	62

Nota: La respuesta correcta corresponde a la opción 1, teniendo a 13 estudiantes que acertaron, pero es muy pequeño en comparación al número de respuestas incorrectas.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede visualizar que solo 13 estudiantes (20,97%) lograron resolver la situación planteada. Los 49 estudiantes restantes (79,03%) cometieron errores en el procedimiento y por lo tanto no lograron encontrar la solución a la situación planteada. Dentro de los estudiantes que no acertaron a la respuesta correcta se ha podido identificar varios errores, los cuales se mencionan a continuación:

- 9 estudiantes (14,5%) escogieron la opción 2: $9tp - 203xy^3$. En esta respuesta se puede encontrar uno de los errores más comunes que tienen los estudiantes al resolver una resta, el cual es identificar el minuendo y sustraendo. Al presentar



una situación contextualizada donde el sustraendo se encuentra primero y el minuendo después, se puede generar este error debido a que los estudiantes están acostumbrados a realizar una resta considerando que siempre el primer valor corresponde al minuendo y el segundo valor al sustraendo.

- 23 estudiantes (37,1%) escogieron la opción 3: $-697xy^3 + 15tp$. En esta respuesta se encuentra otro error que los estudiantes también lo cometen con frecuencia, el cual se centra en los signos. Al realizar una resta entre dos polinomios, se debe tener en cuenta que el polinomio que corresponde al sustraendo se va a ver afectado por el signo menos ($-$), lo cual genera que los signos de cada término del sustraendo cambien. Se puede visualizar que un elevado porcentaje de estudiantes cometen este error.
- 15 estudiantes (24,2%) escogieron la opción 4: $697xy^3 - 9tp$. En esta respuesta se puede identificar un error centrado en las operaciones con números enteros. El coeficiente del primer término de la respuesta posee signo positivo, aquí aparece un error centrado en la comprensión de la suma de números enteros con signos contrarios. La regla menciona que, si se suman números enteros con signos distintos, se procede a restar el número de menor valor absoluto del número de mayor valor absoluto, y el signo final de la respuesta será igual al número que tenía mayor valor absoluto.

Actividad 3: Esta actividad estuvo centrada en la multiplicación de polinomios. Se planteó una situación contextualizada donde los estudiantes debían encontrar el costo que tendría una pieza de lienzo. La situación planteada se presenta a continuación:

El club de artes ha hecho un concurso de pintura sobre lienzo con los estudiantes de la Unidad Educativa “Alma Creativa” con el tema “La Pandemia y los Medios digitales en una educación Virtual”. Christian y Pedro hacen equipo para el concurso y



para eso van a comprar el lienzo que cuesta \$3 el metro cuadrado. Si adquieren una pieza de lienzo con las dimensiones de la figura, ¿qué expresión representa el costo que deben pagar por el lienzo?

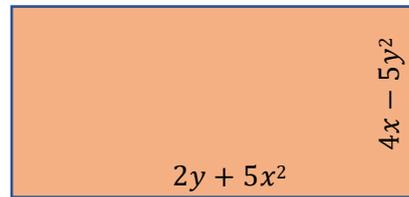


Figura 6: Representación gráfica de la situación planteada.

En esta actividad, la respuesta correcta corresponde a la opción 1: $24xy - 30y^3 + 60x^3 - 75x^2y^2$. Los datos obtenidos se presentan a continuación:

Tabla 16

Multiplicación de Polinomios: Respuestas por cada opción

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: $24xy - 30y^3 + 60x^3 - 75x^2y^2$	8
Opción 2: $3(8xy + 10y^3 - 20x^3 + 25x^2y^2)$	8
Opción 3: $-24xy - 30y^3 + 60x^3 + 75x^2y^2$	8
Opción 4: $8xy - 10y^3 + 20x^3 - 25x^2y^2$	26
Opción 5: $60x^3 - 30y^3 - 51xy$	12
Total	62

Nota: La opción 1 corresponde a la respuesta correcta. Las respuestas incorrectas superan en 54 a la respuesta correcta.

De acuerdo a los datos obtenidos, se puede visualizar que 8 estudiantes (12,9%) pudieron encontrar la expresión algebraica correspondiente a la solución de la situación planteada, los 54 estudiantes restantes (87,1%) no lograron escoger la respuesta correcta, y dentro de las opciones incorrectas se ha podido identificar algunos errores que los estudiantes han cometido al realizar los distintos procedimientos para la resolución:



- 8 estudiantes (12,9%) escogieron la opción 2: $3(8xy + 10y^3 - 20x^3 + 25x^2y^2)$. En esta opción se puede identificar un error que suele ocurrir con mucha frecuencia en la multiplicación de polinomios; la ley de los signos. La expresión polinómica presentada, en razonamiento, es la adecuada para encontrar el costo del lienzo; pero la expresión polinómica correspondiente al área del lienzo tiene errores en los signos de algunos términos.
- 8 estudiantes (12,9%) escogieron la opción 3: $-24xy - 30y^3 + 60x^3 + 75x^2y^2$. En esta opción, al igual que en la anterior, no existen errores con el razonamiento de la situación para encontrar el costo del lienzo; pero nuevamente se presentan errores en los procedimientos centrado en la ley de los signos.
- 26 estudiantes (41,9%) escogieron la opción 4: $8xy - 10y^3 + 20x^3 - 25x^2y^2$. En esta opción se puede identificar un error centrado en la comprensión del enunciado, la expresión polinómica presentada corresponde únicamente al área del lienzo que se debe comprar, mas no al costo del mismo. Con esto se puede deducir que existe una falta de comprensión lectora en los estudiantes.
- 12 estudiantes (19,4%) escogieron la opción 5: $60x^3 - 30y^3 - 51xy$. En esta opción no se ha presentado errores en el razonamiento lógico de la situación, sin embargo, se han presentado errores en el procedimiento para encontrar la expresión polinómica. En la opción presentada, los dos primeros términos son correctos, pero el tercer término no lo es. En este último término se presenta un error centrado en la identificación de términos semejantes, pues se ha considerado que un monomio de parte literal xy es semejante a un monomio de parte literal x^2y^2 .



Actividad 4: Esta actividad estuvo centrada en la división de polinomios. Se planteó una situación contextualizada donde los estudiantes debían encontrar la cantidad de dinero que se distribuye entre un número de personas. La situación se presenta a continuación:

Ramón decide repartir cierta cantidad de dinero entre sus $(x + 2)$ empleados, si la cantidad de dinero de las ventas del día han sido $(3x^2 - 2x - 8)$ dólares. ¿Cuál de los siguientes polinomios representa la cantidad de dinero que le corresponde a cada empleado?

La situación planteada en un inicio era la descrita anteriormente, pero se generó un cambio en el polinomio correspondiente en el dividendo, el cual al momento de crearse en el formulario de Google Forms no se lo tomó en cuenta; generando que ninguna de las opciones presentadas sea correcta para dar solución al ejercicio. Sin embargo, una de las opciones incorrectas no tomaba en cuenta el valor del cociente, al contrario, se centraba en analizar si el estudiante identifica las partes de la división correctamente, es decir, dividendo y divisor. De lo cual se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 17

Identificación de las partes de la división de Polinomios

Opciones	# de Estudiantes
Opción 1: Identifica correctamente el dividendo y divisor	31
Opción 2: No identifica correctamente el dividendo y divisor	31
Total	62

Nota: El 50% de los estudiantes identifican las partes de la división, así como el otro 50% no lo hacen.



Como se puede observar en la tabla y gráfico presentado, existen 31 estudiantes (50%) que identifican correctamente el dividendo y divisor; y a la vez también hay 31 estudiantes (50%) que no pueden identificar el dividendo y divisor en una situación contextualizada. Los términos de la división se vienen trabajando desde la escuela, y al tener un 50% de estudiantes que no pueden identificarlos en una situación, muestra que por un lado se necesita reforzar en estos dos conceptos, y por el otro, los estudiantes están acostumbrados a considerar como el dividendo a el primer número o expresión polinómica que encuentren y como divisor al segundo número o expresión polinómica que se presente. Asociado a este error, está la lectura comprensiva que tienen los estudiantes, pues si leyeran y analizaran lo que dice la situación, se podría identificar el dividendo y divisor.

Como conclusión dentro de las operaciones con polinomios, en la suma se pudo identificar errores en entender la lógica de la situación planteada. En la resta de polinomios se pudo identificar los siguientes errores: diferenciación entre minuendo y sustraendo, ley de los signos al momento de sacar términos que se encuentran dentro de paréntesis y operaciones con números enteros. En la multiplicación de polinomios los errores identificados son: aplicación incorrecta de la ley de los signos, falta de lectura comprensiva en el enunciado para poder realizar los procedimientos correctos e identificación y reducción de monomios semejantes. Finalmente, en la división, el error más común que se ha presentado se centra en diferenciar el dividendo y divisor cuando se encuentran dentro de una situación contextualizada.



2.2.2.2. Resultados de la Encuesta de los Estudiantes

La muestra fue prevista con un grupo de 62 estudiantes, sin embargo, el día que se aplicó la misma, algunos de los participantes no se encontraban presentes, por lo que el total de encuestados se redujo a 53 personas. Los ejes temáticos que se abarcaron se presentan a continuación:

Tabla 18

Ejes temáticos considerados en la encuesta de los estudiantes

EJE (S) TEMÁTICO(S)	ACTIVIDAD(ES)
Características del docente de matemáticas previo y durante el transcurso de la hora de clase.	<p>Actividad 1: Los estudiantes pueden escoger más de una opción de las características presentadas que han podido identificar a la hora de que su docente enseña la temática.</p> <p>Actividad 2: Los estudiantes seleccionan de una lista de opciones, el aspecto que recuerdan que el docente trato en la primera clase de inicio con la enseñanza de la temática.</p> <p>Actividad 3: Se quiere saber con qué frecuencia el docente aplica los tres momentos de la clase (Anticipación, construcción y consolidación) o si en tal caso no los aplica.</p>
Evaluación	<p>Actividad 1: El estudiante selecciona los aspectos más importantes, por medio de los cuales son evaluadas las actividades planteadas por su docente.</p> <p>Actividad 2: Se quiere saber si el docente aplica algún plan para la retroalimentación</p>



y solventar los errores identificados en la evaluación de sus alumnos.

EJE (S) TEMÁTICO (S)	ACTIVIDAD (ES)
Entendimiento, comprensión y grado de dificultad de la temática de Polinomios por parte de los alumnos	<p>Actividad 1: Se quiere conocer que tan entendible es para los estudiantes el aprendizaje de esta temática (nada entendible, poco entendible, entendible y muy entendible). Como segunda parte, se pide justificar la respuesta de la actividad para poder determinar las razones de su elección.</p> <p>Actividad 2: El estudiante indica el nivel de dificultad que ha tenido durante el aprendizaje de cada uno de los temas referentes a la unidad de polinomios (Fácil, regular, difícil y muy difícil).</p>

Nota: En la primera columna se encuentran los ejes temáticos considerados para la encuesta y en la segunda columna visualizamos una descripción de las preguntas realizadas.



❖ **Características del docente de matemáticas: antes y durante el transcurso de la clase.**

➤ *Características del docente en la enseñanza de la temática de Polinomios*

Actividad 1. Los estudiantes pueden escoger más de una opción de las características presentadas, que han podido identificar a la hora de que su docente enseña la temática.

Para lo cual se han recogido los siguientes resultados:

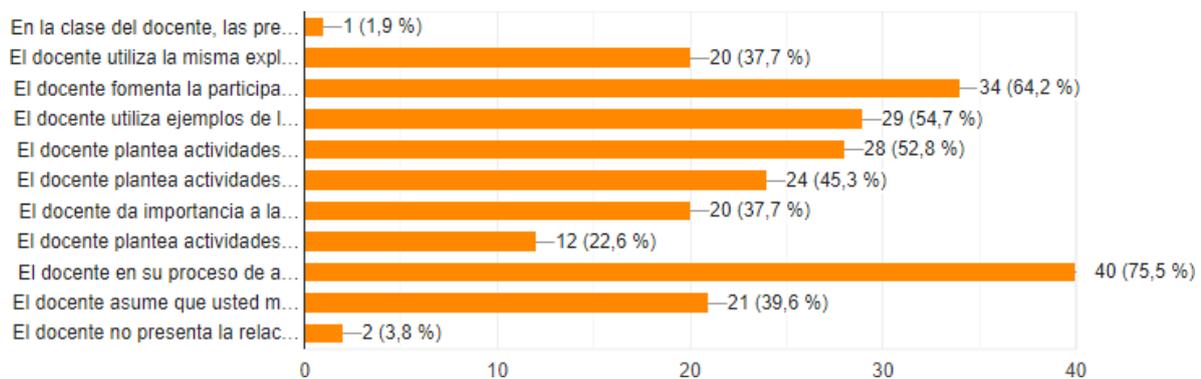


Figura 7: Características del docente al enseñar la temática de Polinomios.

Conforme a los resultados obtenidos, las características del docente ordenados de mayor a menor frecuencia son:

- El 75,5% señala que el docente en su proceso de aprendizaje actúa como guía para solventar dudas.
- El 64,2% selecciona que el docente fomenta la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.
- El 54,7% indica que el docente utiliza ejemplos de la vida cotidiana en el desarrollo de la clase.
- El 52,8% selecciona que el docente plantea actividades que implican una participación grupal de los estudiantes.
- El 45,3% señala que el docente plantea actividades que con llevan la aplicación de conocimientos previos para su resolución.



- El 39,6% de los estudiantes escogen la característica: El docente asume que los estudiantes memorizan y comprenden un procedimiento y lo sabe aplicar en las actividades planteadas
 - El 37,7% señala que el docente utiliza la misma explicación para reforzar los conocimientos que no han quedado claros incluido a esto mencionan que el docente da importancia a la memorización de conceptos y definiciones.
 - El 22,6% escoge que el docente plantea actividades con el fin de que los estudiantes sean quienes aprendan por sí mismo.
 - El 1,9% señala que, en la clase del docente, las preguntas de los estudiantes no tienen mucha importancia.
 - El 3,8% señala que el docente no presenta la relación de los conocimientos adquiridos con situaciones de la vida cotidiana.
- *Formas en las que el docente se introduce en la temática de polinomios.*

Actividad 2. Los estudiantes seleccionan de una lista de opciones, el aspecto que recuerdan que el docente trato en la primera clase de inicio con la enseñanza de la temática.

**Tabla 19**

Actividades realizadas por el docente al empezar la primera clase de Polinomios

Opción	Número de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes
Comprensión del nuevo lenguaje algebraico.	20	37,74%
Explicación directa de la definición de polinomios.	15	28,30%
Resolución de Ejercicios.	9	16,98%
Lectura del texto guía u otro recurso bibliográfico.	6	11,32%
Sin responder	3	5,66%
Total	53	100%

Nota: La comprensión del nuevo lenguaje matemático es la opción que presenta más frecuencia.

De los datos obtenidos podemos determinar que 20 estudiantes (37,74%) recuerdan haber iniciado el aprendizaje de la temática de polinomios por la comprensión del nuevo lenguaje algebraico. 15 estudiantes (28,30%) indican que el docente inicia con una explicación directa de la definición de polinomios. Otros 9 estudiantes (16,98%) aluden haber comenzado directamente con la resolución de ejercicios. 6 (11,32%) estudiantes indican que la temática se empezó por realizar una lectura del texto guía u otro recurso bibliográfico. Finalmente 3 estudiantes (5,66%) no dieron respuesta a la pregunta.

➤ *Secuencia de enseñanza en la temática de polinomios por parte del docente*

Actividad 3: Con esta actividad se desea saber la frecuencia con la que el docente aplica los tres momentos de la clase (Anticipación, construcción y consolidación) o si en tal caso no los aplica. La pregunta planteada es:



Cuando el docente desarrolló las distintas clases en el tema de polinomios, ¿siguió la siguiente secuencia?

1º Comienza con una actividad introductoria. (videos, recordatorio de conocimientos, pruebas de diagnóstico, etc.)

2º Explica el tema. (Revisión de conceptos, realización de ejercicios modelos, etc.)

3º Realiza actividades para aplicar lo aprendido. (Ejercicios, problemas de aplicación, reflexiones, resumen, etc.)

Figura 8: Secuencia de la clase, presentada a los estudiantes para la actividad.

Tabla 20

Secuencia de la Enseñanza en la temática de Polinomios

Opciones	# de Estudiantes	Porcentaje de Estudiantes
Siempre	24	45,28%
Casi Siempre	21	39,62%
A veces	7	13,21%
Nunca	0	0%
Sin respuesta	1	1,89%
Total	53	100

Nota: El inicio con una actividad introductoria es la opción que ha sido escogida por la mayoría de estudiantes.

Con respecto a esta pregunta podemos ver que 24 estudiantes (45,28%) dicen que su docente “siempre” sigue la secuencia didáctica durante el desarrollo de la temática de polinomios. 21 estudiantes (39,62%) aluden que el docente “casi siempre” aplica la secuencia presentada. 7 estudiantes (13,21%) mencionan que “a veces” el docente sigue la secuencia presentada. Finalmente 1 estudiante (1,89%) no dio respuesta a la pregunta.



❖ **Utilización de Recursos Didácticos en la enseñanza de matemáticas por parte del docente.**

Actividad 1: El estudiante identifica y selecciona una o más opciones con respecto a los recursos que su docente ha empleado durante el proceso de enseñanza. Para esta pregunta los encuestados pueden escribir otra opción en caso de no encontrar en las opciones mostradas.

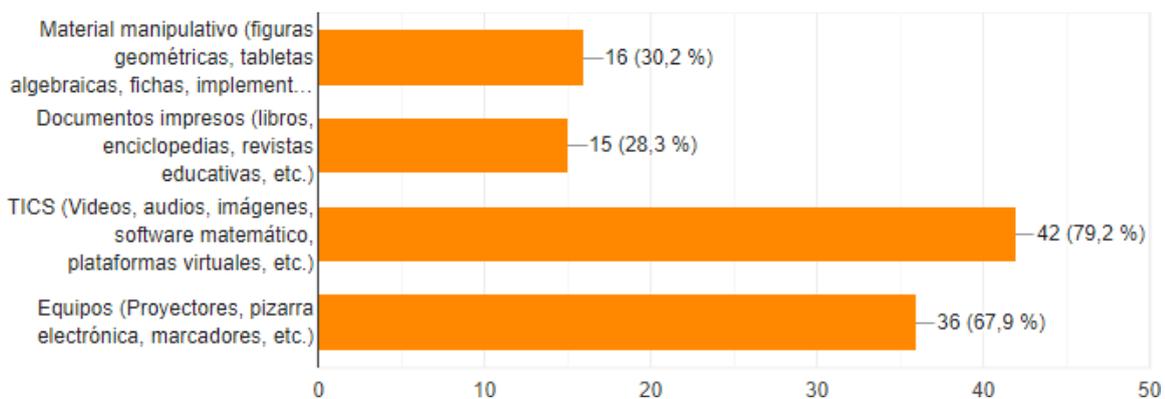


Figura 9: Recursos didácticos utilizados por el docente en la clase de Matemáticas.

De un total de 53 estudiantes, 42 (79,2%) mencionan que su docente durante el proceso de enseñanza utiliza las TICs (videos, audios, imágenes, software matemático, plataformas virtuales, etc.); 36 estudiantes (67,9%) aluden que el docente en sus clases opta por la utilización de proyectores, pizarra electrónica, marcadores, etc. En un menor número de 15 (28,3%) y 16 estudiantes (30,2%) señalan que el uso de material manipulativo y documentos impresos respectivamente son los recursos utilizados por el docente.



❖ **Evaluación de los Saberes Adquiridos por parte del Docente**

➤ *Evaluación de los Aprendizajes*

Actividad 1: El estudiante selecciona los aspectos que el docente toma en cuenta al momento de analizar las actividades que se han planteado para la evaluación de los saberes adquiridos.

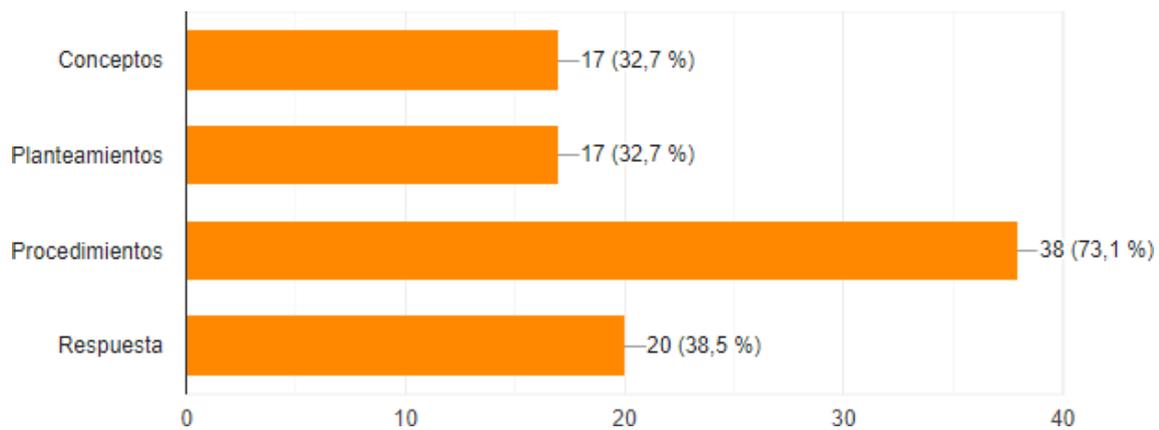


Figura 10: Directrices consideradas en la evaluación de Saberes Adquiridos.

De acuerdo con los resultados obtenidos, de los 53 estudiantes, 38 (73,1%) mencionan que el primer aspecto que el docente considera al momento de evaluar son los procedimientos que se realizan para resolver las actividades planteadas, 20 estudiantes (38,5%) consideran que el segundo aspecto tomado en cuenta son las respuestas obtenidas. Finalmente, de entre los aspectos que considera más importante los docentes en la evaluación, tenemos los conceptos y planteamientos, mismos que fueron seleccionados por la misma cantidad de estudiantes correspondiente a 17 personas (32,7%) respectivamente.

- *Retroalimentación ejecutada por el Docente dirigida a los estudiantes.*

Actividad 2: En esta pregunta, los estudiantes debían seleccionar que actividades a realizado el docente para solventar los distintos errores que ha identificado en los estudiantes después de evaluarlos. Los datos obtenidos se presentan a continuación:

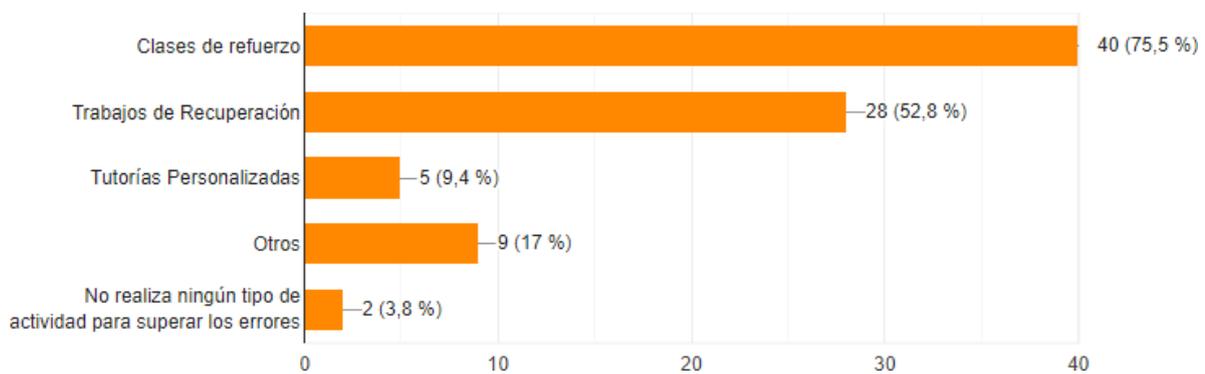


Figura 11: Actividades realizadas en la retroalimentación de los estudiantes.

En primer lugar, según el gráfico, tenemos un total de 40 estudiantes (75,5%) indicando que la actividad de retroalimentación que más ha sido aplicada son las clases de refuerzo, seguidamente los trabajos de recuperación ocupan el segundo lugar con 28 estudiantes (52,8%). En tercera posición con un total de 9 estudiantes (17%) se encuentran otras actividades que no estaban mencionadas en las opciones. El cuarto puesto lo ocupa las tutorías personalizadas, que ha sido elegida por 5 estudiantes (9,4%) y finalmente, 2 estudiantes (3,8%) indican que no se ha realizado ninguna retroalimentación.

❖ **Entendimiento, comprensión y grado de dificultad de la temática de Polinomios.**

- *Nivel de comprensión en la temática de Polinomios.*

Actividad 1: Se presenta a los estudiantes una lista de opciones que contienen distintos niveles de comprensión en la temática de polinomios, de acuerdo a su experiencia al abordar la temática, deben seleccionar que tan entendible fue para ellos este tema. De acuerdo a sus respuestas, se tuvieron los siguientes resultados:

**Tabla 21**

Nivel de comprensión en la temática de Polinomios por parte de los estudiantes

Opciones	Número de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes
Nada Entendible.	1	1,9%
Poco Entendible	14	26,4%
Entendible	27	50,9%
Muy entendible	11	20,8%
Total	53	100%

Nota: El nivel de comprensión que ha sido seleccionado con mayor frecuencia es “entendible” con 27 estudiantes.

De acuerdo a la tabla anterior, se puede observar que los estudiantes consideran a la temática de polinomios como algo entendible, pues este argumento se respalda con 27 estudiantes (50,9%). También se puede visualizar que 15 estudiantes (28,3%) aluden que la temática de polinomios en general es poco o nada entendible.

Como segunda parte de esta actividad, se pidió a los estudiantes que justifiquen sus respuestas acerca de los niveles de comprensión y se han obtenido justificaciones que respaldan a las opciones positivas como a las negativas, las cuales se presentan a continuación:

Entre las justificaciones podemos encontrar 2 contrastes:

1. Por un lado, hay estudiantes que dicen no tener dificultades con el tema de Polinomios debido a dos razones: la primera se centra en que, al poseer buenas bases matemáticas, estas son suficientes para su estudio y comprensión. La segunda razón menciona que la explicación y ejemplos que se dan en clases por parte del docente, hace que se vuelva sencillo de comprender.



2. Por otro lado, hay estudiantes que dicen tener dificultades con el estudio del tema de Polinomios, pues para ellos es un tema que exige de la memorización de formas y conceptos, lo cual muchas veces es confuso de comprender a la primera. Además, consideran que mucho de los ejercicios tiene una gran dificultad por lo que no queda claro y muchas veces recurren a buscar solventar sus dudas en otros medios como YouTube que les ayude a entender mejor. Otra razón es que cuando el docente explica, no relaciona los conocimientos con aplicaciones de la vida cotidiana lo cual hace perder el interés por su estudio y que muchas veces la falta de comprensión la adjudican a la falta de atención en clases y la timidez del que dirán los compañeros o profesor.

Cuadro 1: Justificaciones que argumentan el nivel de comprensión de la temática de Polinomios.

- *Nivel de Dificultad por cada subtema de la Unidad de Polinomios*

Actividad 2: En esta pregunta se pidió a los estudiantes que indicaran el nivel de dificultad que tuvieron durante el aprendizaje y comprensión de cada subtema de la unidad de polinomios. De acuerdo a esto, se obtuvieron los siguientes resultados:

**Tabla 22**

Nivel de comprensión en cada subtema de la unidad de Polinomios

Tema / Dificultad	Fácil	Regular	Difícil	Muy Difícil
Expresiones Algebraicas.	15	31	4	3
Polinomios (conceptos)	18	22	11	2
Adición y Sustracción de Polinomios.	19	24	6	4
Multiplicación de Polinomios.	20	24	7	2
División de Polinomios.	15	25	8	3
Productos Notables.	16	22	12	2
Cocientes Notables.	16	21	11	5

Nota: El nivel regular es el predominante en todos los subtemas de la unidad de polinomios.

De acuerdo a los datos obtenidos en la tabla anterior, podemos observar que la mayoría de los estudiantes han optado por seleccionar un nivel de comprensión regular referente a la aprendizaje y comprensión de los diferentes subtemas de la unidad de polinomios, donde la tendencia de elección entre cada temática es entre veinte y uno y veinte y cinco estudiantes, a excepción del tema de expresiones algebraicas donde encontramos un total de treinta y un estudiantes que consideran esta misma dificultad.

El nivel de dificultad “fácil” es el segundo que ha sido escogido en los subtemas de la unidad de polinomios, pues entre quince y veinte estudiantes lo han seleccionado, mientras que el nivel “difícil y muy difícil” son los que menor frecuencia han presentado pues entre dos y doce personas los han seleccionado.

2.2.3. Relación de Resultados Cuantitativos y Cualitativos

En el análisis metodológico se obtuvieron dos tipos de datos: cualitativos y cuantitativos; de acuerdo a la información recopilada se han podido obtener las siguientes conclusiones.



- Los errores más comunes que los estudiantes presentan en la temática de polinomios se centran en: definición de potenciación, aplicación de las propiedades de la potenciación, leyes de los signos, déficit en la comprensión lectora, propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. Si analizamos estos errores detenidamente, son bases matemáticas que se aprenden en niveles anteriores y deben estar dominadas para que el aprendizaje del tema de polinomios sea más sencillo. Estos errores que fueron identificados en la prueba de conocimientos, concuerdan con la información proporcionada en la entrevista; pues los docentes han podido evidenciar dichas dificultades durante sus horas de clase y al evaluar a los estudiantes. La falta de bases matemáticas, la comprensión de textos y párrafos son factores que genera en los estudiantes una visión muy compleja hacia la temática de polinomios y que, de tener buenas bases, esta temática sería vista como algo más sencillo, razón por la cual se requieren que los conocimientos previos estén dominados como lo son: propiedades de potenciación, radicación, distributiva, propiedades de producto de potencias de igual base, así como la supresión de signos de agrupación.
- La mayoría de estudiantes, de acuerdo a los datos obtenidos, ven al docente como guía, que les ayuda a solventar sus dudas así también como alguien que fomenta la participación de los estudiantes para la generación de su propio conocimiento. Esta respuesta presenta una estrecha relación con la información obtenida de los docentes, pues ellos reconocen que el estudiante es quien crea su propio conocimiento y que el docente actúa como un guía y facilitador que busca la participación continua y activa.
- La utilización de ejemplos en la vida cotidiana en el desarrollo de la clase y el desarrollo de actividades que implican una participación grupal son aspectos que



los estudiantes han mencionado con gran frecuencia. Así también un pequeño grupo de estudiantes consideran que los conocimientos adquiridos no presentan una relación con la vida cotidiana. Contrastando estas posturas, los docentes mencionaron que tratan de utilizar situaciones de la vida cotidiana para sus clases siempre que sea posible, considerando también que posiblemente los ejemplos utilizados no sean los más adecuados con la realidad y necesidades de los estudiantes debido a que, dentro de la temática de polinomios, es difícil presentarlos.

- Los docentes mencionan que son muy importantes los conocimientos previos para facilitar el aprendizaje y la comprensión de los diferentes temas de la matemática, y eso no excluye a la temática de Polinomios. Esto lo contrastan las respuestas de los estudiantes, pues una característica que eligieron sobre el docente se centra en que las actividades planteadas conllevan la aplicación de conocimientos previos para su resolución.
- Otra característica que los estudiantes han identificado en el docente es que da importancia a la memorización de conceptos y definiciones. Una justificación y contraste a esta característica se presenta en la entrevista, pues mencionan que los procesos de aprendizaje de las matemáticas no pueden estar desvinculados a la parte de la memorización, sin embargo, también consideran que es importante buscar mecanismos que ayuden al estudiante a razonar y generar un pensamiento crítico.



CAPÍTULO 3

PROPUESTA

3.1. Descripción de la Propuesta

En los capítulos 1 y 2 se habló acerca de distintas bases teóricas que sirvieron como pilares para el desarrollo de la propuesta; así como de los resultados que se obtuvieron al aplicar una entrevista dirigida a los docentes, mientras que a los estudiantes se les aplicó una prueba de conocimientos y una encuesta.

La propuesta que se ha desarrollado para este trabajo de titulación consta de una guía didáctica dirigida a los estudiantes, abordando los distintos temas correspondientes a la unidad de Polinomios del Noveno Año de Educación General Básica Superior. Incluido a la guía se tiene un grupo de recursos concretos que se utilizarán para el desarrollo de algunas clases.

La guía didáctica propuesta se basa en el modelo pedagógico constructivista, el cual fomenta la construcción del conocimiento por parte del estudiante, haciendo uso de experiencias y saberes adquiridos previamente. Así también existen partes que utilizan el modelo pedagógico tradicional, en donde el estudiante será un receptor pasivo del conocimiento por parte del docente.

Finalmente, se incluye un anexo que está dirigido al docente, donde se encontrará una guía de las distintas clases que se deberán ejecutar, los objetivos y destrezas que se trabajarán en cada sesión.

3.2. Guía Didáctica dirigida a los Estudiantes

Como se mencionó anteriormente, la guía se centra en los temas de la unidad de Polinomios del Noveno Año de Educación General Básica Superior, los cuales se detallan a continuación:



- Transformación del lenguaje cotidiano a lenguaje matemático.
- Expresiones Algebraicas.
 - Partes de una Expresión Algebraica
 - Tipos de Expresiones Algebraicas
 - Valor Numérico de una Expresión Algebraica
- Polinomios
 - Clasificación de los Polinomios de acuerdo al Número de Términos
 - Grado Absoluto y Relativo de Monomios y Polinomios
 - Monomios Semejantes
 - Reducción de Términos Semejantes
- Adición y Sustracción de Polinomios
 - Ley de los Signos y la Supresión de Signos de Agrupación
 - Adición y Sustracción de Polinomios
 - Adición y Sustracción de Polinomios con Material Concreto
- Representación de Polinomios con Material Concreto
- Multiplicación De Polinomios
 - Multiplicación entre Monomios
 - Multiplicación de un Monomio por un Polinomio
 - Multiplicación entre Polinomios
 - Multiplicación de Polinomios utilizando la Propiedad Distributiva
- División de Polinomios
- Productos Notables
- Cocientes Notables



3.2.1. Estructura de las Clases en la Guía Didáctica

Para cada uno de los temas listados anteriormente, se han desarrollado sesiones de aprendizaje que siguen los tres momentos de la clase, que son: anticipación, construcción y consolidación. En cada uno de estos momentos podemos encontrar distintas secciones que plantean actividades, ya sea para recordar saberes previos, empezar con la introducción a un tema en específico, iniciar la adquisición de nuevos conocimientos o aplicar lo aprendido en el transcurso de la clase. A continuación, se describen cada uno de los momentos involucrados en la guía.

- **ANTICIPACIÓN**

Para este momento de la clase se ha planteado una sección llamada “*PREPARANDO EL CAMINO*”, la cual busca recordar distintos conocimientos y saberes previos necesarios para el desarrollo de la nueva temática en cuestión. En esta parte podremos encontrar: preguntas y actividades introductorias, actividades de aplicación de conocimientos previos, cuadros sinópticos y crucigramas.

- **CONSTRUCCIÓN**

En la construcción del conocimiento podemos encontrar varias secciones que ayudarán al aprendizaje autónomo del estudiante por medio de la visualización de videos, lectura de definiciones y trabajo con material concreto.

- a. *ANALIZA Y APRENDE*

Esta sección tiene como finalidad que el estudiante mediante la lectura de situaciones contextualizadas, visualización de imágenes, trabajo con material concreto o análisis de procedimientos matemáticos, vaya formulando sus propios conceptos, definiciones y reglas sobre los distintos temas de polinomios.



b. CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

Esta sección está compuesta por: explicaciones teóricas, videos, actividades para la interpretación y escritura de definiciones, actividades guiadas con pistas para el autoaprendizaje del estudiante y lecturas de procedimientos desarrollados con el material concreto.

c. TRABAJANDO EN EQUIPO

En esta sección se ha planteado una actividad que ayudará a fomentar la tolerancia y el compartir de opiniones entre los estudiantes para llegar a establecer soluciones a una situación específica.

- **CONSOLIDACIÓN**

En la fase de consolidación de conocimientos, se ha propuesto la sección llamada “*A LA ACCIÓN*”, donde se pondrá a prueba los distintos saberes adquiridos por el estudiante en el transcurso de la clase. Para ello se han planteado ejercicios que aplican directamente las reglas o procedimientos, además de actividades donde deberán dar solución a situaciones contextualizadas. En algunos temas de la unidad nos podemos encontrar con la sección *SUBAMOS DE NIVEL*, que fue propuesta con el objetivo de retar al estudiante a solucionar situaciones con un nivel de dificultad más alto, permitiéndole interiorizar los conocimientos mediante un análisis más profundo.

Al final de la unidad se ha propuesto una actividad donde se han integrado todos los temas abarcados, los mismos que aplican saberes teóricos y prácticos en situaciones de la vida cotidiana. El desarrollo de la misma se realizará mediante un juego que ha sido creado en el software KAHOOT, donde los docentes y estudiantes podrán acceder a la plataforma por medio de sus dispositivos móviles o computadoras.

La finalidad de esta actividad se centra en que los estudiantes refuercen los conocimientos que han adquirido, así como motivar la participación y compromiso en el aprendizaje.

3.2.2. Material Concreto para el desarrollo de las clases.

- Monomios y Polinomios: Una unión de números y letras.

Para el subtema de Monomios Semejantes se ha preparado un material concreto que ayudará al autoaprendizaje del estudiante. Dicho recurso consta de un grupo de nueve fichas de tres diferentes colores. Las fichas con el mismo color representarán ejemplos de monomios semejantes, que deberán ser identificadas para que el estudiante responda las preguntas planteadas en la guía.

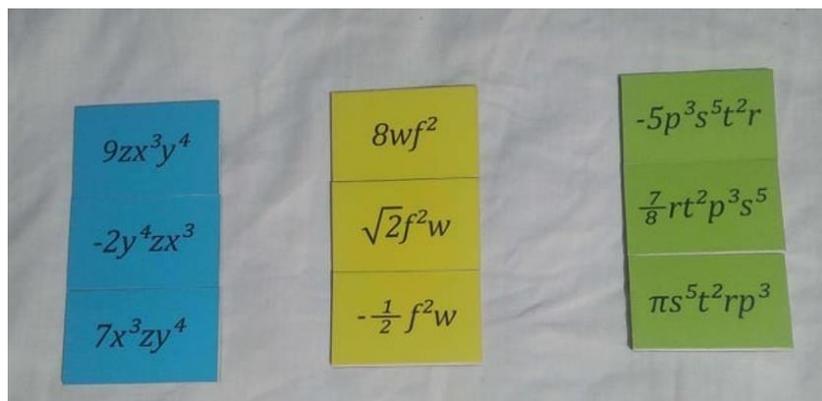


Figura 12: Fichas para el tema de Monomios Semejantes.

- Adición y Sustracción de Polinomios.

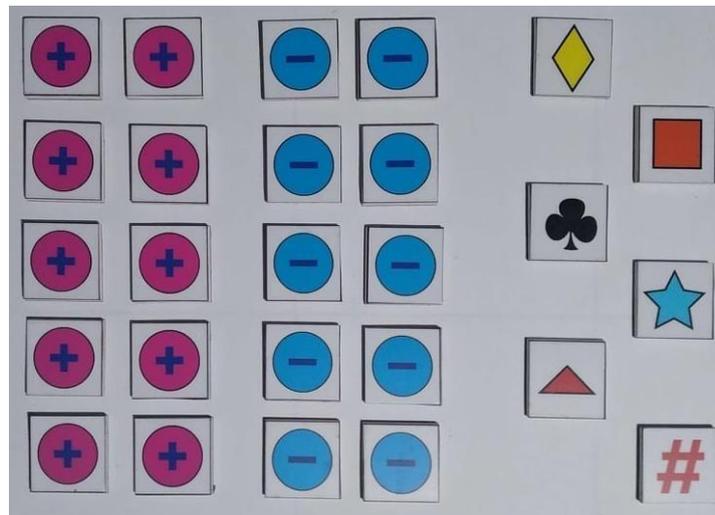
En la guía didáctica, estas dos temáticas serán explicadas de forma teórica y con material concreto. Dicho recurso consta de los siguientes elementos:

- **Fichas de distintas figuras:** Estas fichas servirán para diferenciar las distintas variables involucradas en los polinomios a sumar o restar.
- **Tablero de Adición y Sustracción:** Este tablero consta de tres filas que serán utilizadas para las variables, los coeficientes y el total.
- **Fichas Circulares:** Estas fichas serán positivas y negativas. El número de fichas

nos ayudarán para los coeficientes y el total.

- **Ficha Numeral (#):** Esta ficha será utilizada para identificar los valores constantes (términos sin variables).

De forma resumida, el funcionamiento de este recurso se centra en asignar a cada variable una ficha distinta, posteriormente, en la primera fila del tablero se colocarán los distintos grupos de fichas que representan a los términos de los polinomios. En la segunda fila se colocarán los coeficientes de los distintos términos, usando las fichas circulares (positivas y negativas) de acuerdo al valor que posean y finalmente en la tercera fila se colocarán las fichas que son el resultado de reducir las fichas del mismo signo de la segunda fila.



Figura(s)				
Variables por cada término				
Coeficientes				
Coeficiente del total				

Figura 13: Material Concreto para la Suma y Resta de Polinomios

- Representando los Polinomios con Material Concreto y Multiplicación de Polinomios

Para estas dos clases se hará uso del tablero magnético que estará dividido en cuatro cuadrantes, cada cuadrante posee un signo característico que está explicado en la guía didáctica. Además del tablero, se encontrarán fichas que serán utilizadas para representar a los monomios y polinomios.

Haciendo uso del tablero y las fichas, en la clase número cinco se realizará un tutorial donde se explicará las distintas formas de representar los polinomios y en la clase seis los estudiantes aprenderán a multiplicar monomios y polinomios aplicando lo aprendido en la clase cinco.

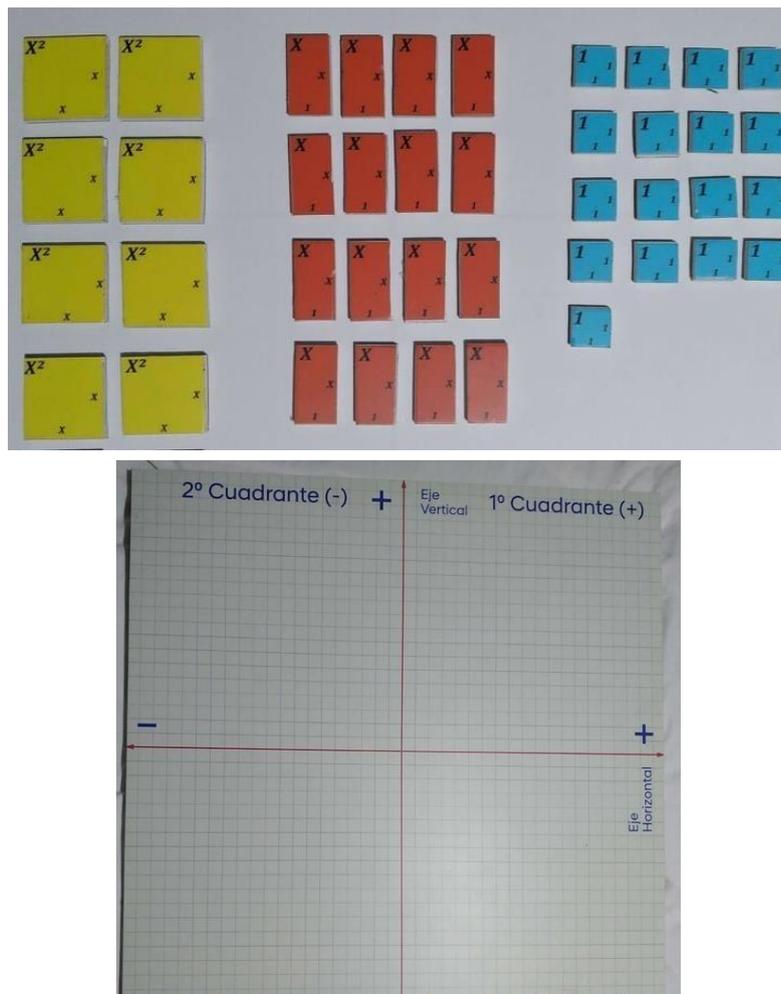
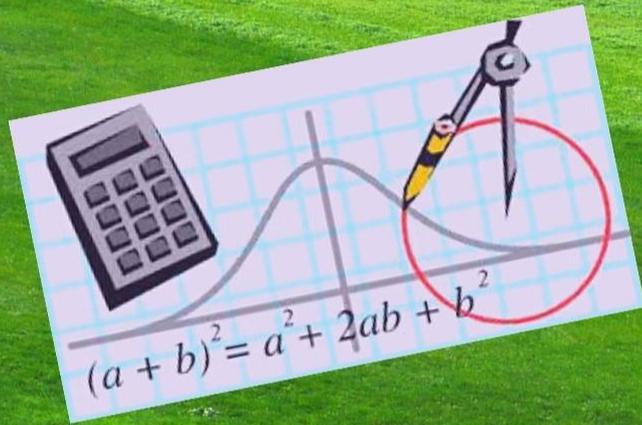


Figura 14: Material Concreto para la Multiplicación de Polinomios.



3.3. Descripción de la Guía para el Docente

Como elemento adicional a la guía del estudiante se encuentra una guía para el docente, que contiene los objetivos y destrezas con criterio de desempeño de los distintos subtemas de la unidad de polinomios. Además de una descripción de todas las clases que se deberán ejecutar explicando el desarrollar las distintas actividades planteadas, así como el manejo del material concreto para las clases en las que sea necesario.



GUIA DE APRENDIZAJE
PARA EL ESTUDIANTE

POLINOMIOS

9no año de EGB



Autores:

Christian Sebastián Hernández Culcay
Pedro Fernando Vizhco Sigua

UNIVERSIDAD DE CUENCA



**FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

**GUIA DE APRENDIZAJE
PARA EL ESTUDIANTE**

POLINOMIOS

9no año de EGB



Autores:

Christian Sebastián Hernández Culcay

Pedro Fernando Vizhco Sigua

Director:

Mgt. Marco Alejandro Rojas Rojas

2021

PRESENTACIÓN

La matemática es una ciencia que se encuentra presente en varias áreas del conocimiento como las ciencias naturales, el arte, la música entre otros. De acuerdo a lo establecido por el Ministerio de Educación acerca de una educación constructivista, se presenta la siguiente guía de aprendizaje para el estudiante, que tiene como finalidad fomentar el aprendizaje autónomo (aprender haciendo) en uno de los temas que frecuentemente los estudiantes tienen dificultad, los Polinomios.

La guía contiene un total de 9 clases, comenzando con la transformación del lenguaje cotidiano o común al matemático, la segunda y tercera clase contienen distintos temas introductorios de polinomios. Y las 6 siguientes clases se centran en las operaciones con polinomios.

En los distintos temas podrá encontrar actividades como crucigramas, cuadros sinópticos, situaciones contextualizadas, videos, actividades con material concreto e incluso un juego en línea que le permitirán adquirir conocimientos de una forma sencilla y divertida.

5 *INTERPRETANDO LO VERBAL DE
FORMA MATEMÁTICA*

10 *EXPRESIONES ALGEBRAICAS*

17 *MONOMIOS Y POLINOMIOS: UNA
UNIÓN DE NÚMEROS Y LETRAS*

27 *ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE
POLINOMIOS*

38 *REPRESENTANDO LOS POLINOMIOS
CON MATERIAL CONCRETO*

44 *MULTIPLICANDO POLINOMIOS*

53 *DIVIDIENDO POLINOMIOS*

61 *PRODUCTOS NOTABLES*

70 *COCIENTES NOTABLES*

78 *FINALICEMOS JUGANDO*

79 *ELEMENTOS ADICIONALES*

Destreza con Criterio de Desempeño

Elaborar modelos matemáticos sencillos que representen a situaciones planteadas. (M.4.1.8.)

Interpretando lo verbal en forma Matemática



!!Entérate!!



Preparando el Camino



Varias situaciones y fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria pueden ser representadas con un modelo matemático, pero hay que recordar que es una aproximación a la realidad, y no siempre se va a cumplir de acuerdo a los cálculos realizados, pues pueden existir otros factores que influyan en la situación a analizar. Por ejemplo el peso promedio de una mujer cuando empieza su periodo de gestación, o la distancia que recorre un vehículo de acuerdo a la velocidad que tenga.



Figura 1 y 2

1. Responder las siguientes preguntas.

- a. ¿Qué tipo de lenguaje conoce? Indique algunos ejemplos de los mismos.

- b. ¿Qué entiende por lenguaje común o cotidiano?

- c. ¿Qué entiende por lenguaje matemático?



Construyendo el Conocimiento



A partir de las ideas obtenidas, defina lo que es para usted “la interpretación verbal en forma matemática”

Al responder las preguntas planteadas anteriormente, se han completado 2 pasos importantes dentro del proceso de expresar el lenguaje cotidiano como una expresión matemática, los cuales son:

- **Paso 1: Leer y comprender el enunciado**

Para poder generar una expresión matemática que represente la situación planteada se debe identificar el contexto en el que se desarrolla, empezar a buscar elementos que serán útiles para los pasos siguientes.

- **Paso 2: Identificar información y datos relevantes.**

Para poder generar una expresión algebraica que represente a la situación se necesitan datos que se encuentran en el enunciado, no siempre van a estar a simple vista, en ciertos casos se deben realizar algunas operaciones con la información que se tiene para obtener los datos que ayudarán en el modelado.

¿Cómo calcularía la cantidad de gasolina consumida por el vehículo al recorrer 15km? Describa el proceso y calcule en la parte cuadrículada.



¿Qué cantidad de combustible se consume si el vehículo recorre 75km?

Paso 3: Construcción de la expresión matemática

Una vez que se han encontrado los datos necesarios, es momento de expresar el enunciado de forma matemática. Se debe tener en cuenta que para escribir las expresiones matemáticas o ecuaciones que representen a la situación se puede hacer uso de las operaciones básicas y letras que representarán las incógnitas.

Se les presenta a continuación una tabla en donde se puede visualizar algunas traducciones del lenguaje coloquial al matemático. La letra “x” representará la incógnita.

A la Acción

1. **Plantee el modelo matemático o las ecuaciones que representen a la siguiente situación presentada a continuación.**
 - a. El nuevo año lectivo a empezado y Luis se dirige a clases muy contento. En el recreo conoce a Marco. Empiezan a conversar sobre sus amigos, sus edades, gustos y otras cosas. Si al sumar sus edades se obtiene 20 y Marco es mayor a Luis con cuatro años. ¿Cuáles son las ecuaciones correspondientes que representan a esta situación?



Subamos de Nivel

Se ha transformado una situación a lenguaje matemático, ahora escribamos una situación que represente a la siguiente expresión matemática.

$$x + 2x = 30$$



Destreza con Criterio de Desempeño

Calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en \mathbb{R} . (M.4.1.32.)

Expresiones Algebraicas.



1. A continuación, se presentan algunos casos de lenguaje verbal expresados en lenguaje matemático, emparéjalos con una línea según correspondan.



Para el planteamiento y resolución de las situaciones y fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria, se requiere del planteamiento de modelos matemáticos. Estos modelos matemáticos son conocidos como ecuaciones algebraicas, que son el resultado de igualar dos expresiones algebraicas.

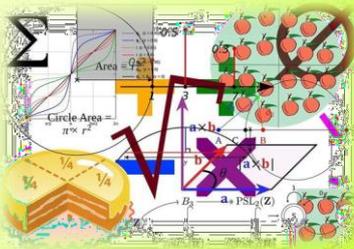


Figura 9

La suma de todos los lados de un cuadrado de lado L .

$$a^2 + 2ab + b^2$$

El doble de la edad de Andrés. Si la edad de Andrés es representado con la letra A .

$$a \cdot a = a^2$$

El perímetro de una circunferencia de radio r

$$\frac{L}{8}$$

El área de un cuadrado de lado a metros

$$L + L + L + L = 4L$$

La cuarta parte de la mitad de L .

$$2\pi r$$

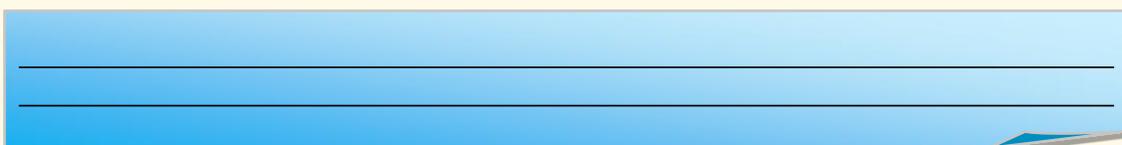
El cuadrado de la primera cantidad " a ", más el doble producto de la primera por la segunda cantidad y más el cuadrado de la segunda cantidad " b ".

$$2A$$

2. A continuación, se le presenta un cuadro donde deberá pegar el número y literal que represente el enunciado dado. El material plegable se encuentra al final.

ENUNCIADO	CANTIDAD NUMÉRICA	LITERAL
CINCO GATOS		
TRES TOMATES		
OCHO OSOS		
DOS ARAÑAS		
SIETE LÁPICES		

3. Con base a lo realizado en la actividad anterior, ¿cuál es la diferencia entre cantidades numéricas y literales?



Como nos hemos dado cuenta, en muchas ocasiones resulta más conveniente representar un nombre, objeto o cosa por medio de una letra, como son el caso de:

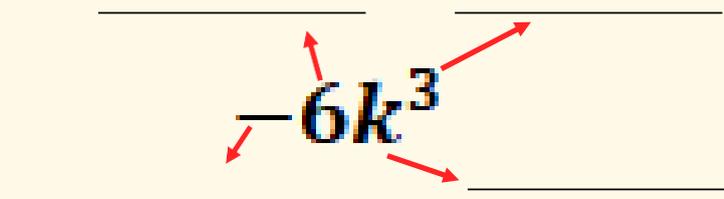
- Cinco gatos lo podemos representar como: 5G
- Tres tomates lo podemos representar como: 3T
- Ocho patos lo podemos representar como: 8P

Y así de esa manera saber qué es lo que representa cada letra con el valor numérico que lo acompaña.



3. Partes de una Expresión Algebraica

En la siguiente imagen se muestra una expresión algebraica. Identifique los elementos que la conforman y anótelos en los espacios en blanco.



A continuación, complete el cuadro con los elementos identificados en la expresión algebraica.

Elementos de una Expresión Algebraica	
1.	
2.	
3.	
4.	



4. Expresiones Algebraicas

Una expresión algebraica es una combinación de cantidades numéricas y literales, relacionadas por las operaciones de suma resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. En el que las letras reciben el nombre de variables.

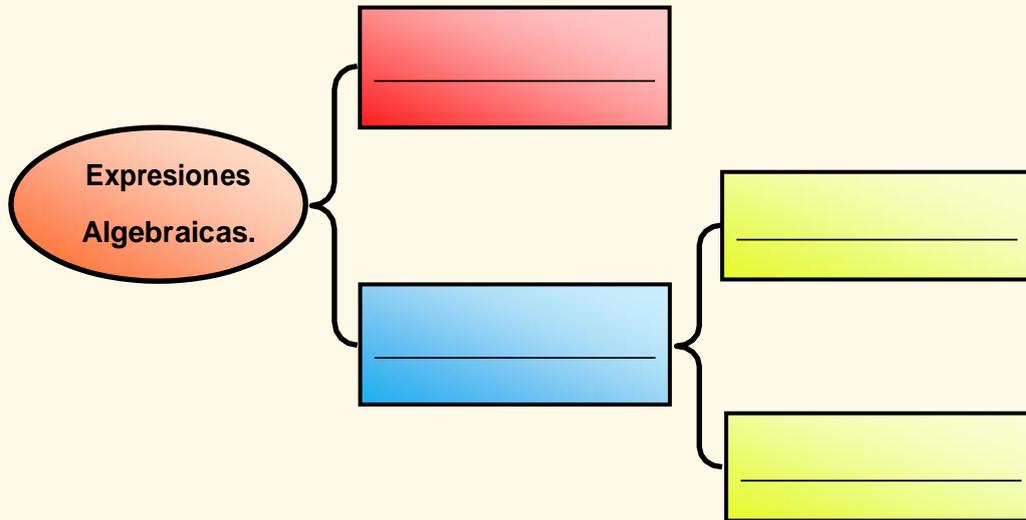


Naveguemos en la Web

Ingrese al siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=0ncyD6JjA9g> o escanee el código QR para descubrir el video. Una vez visualizado, responda las preguntas planteadas a continuación.



a. *¿Cómo se clasifican las expresiones algebraicas?*



b. *A continuación, se presentan varias expresiones que pueden ser algebraicas o no. Clasifíquelas y justifique su respuesta en caso de escoger NO.*

EJEMPLO	SI	NO	JUSTIFICACIÓN
$2x + 20 = 0$			
$-7x^2 + 5x$			
$24x^{1/2} - 3$			
$8 + \left(\frac{17}{12}\right) + 3$			
$\frac{3}{5t^3} - 14t + 2$			
$3r^2 = -6r + 3$			

5. Valor Numérico de una Expresión Algebraica

El valor numérico de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene de sustituir las letras llamadas variables de la expresión algebraica por valores numéricos específicos.

A continuación se presenta una situación para comprender este tema:



Figura 10

Jenny a decidido poner cerámico en el piso de cuarto de baño. El piso tiene forma rectangular y sus lados tienen medidas "a" y "b". Cuando va a comprar el material, le mencionan que solo lo venden por metros cuadrados.

Si el área está dada por la expresión algebraica:

$$\text{Área} = a \cdot b$$

Si Jenny le menciona a la vendedora que las medidas de su piso son:

$$a = 4 \text{ metros} \quad b = 6 \text{ metros}$$

Determine que cantidad de cerámica debe comprar.



Figura 11

¡Ten en Cuenta!

Una expresión algebraica puede estar conformada por **uno o más términos**.

Se conoce como **términos** a las expresiones algebraicas que están conectadas por medio de operadores de suma o resta.

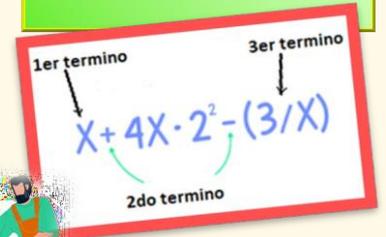


Figura 12

DESARROLLO

$$\text{Área} = a \cdot b$$

$$\text{Área} = 4 \cdot 6$$

$$\text{Área} = 24 \text{ m}^2$$

Para poder poner la cerámica en el piso de su cuarto de baño, Jenny tiene que comprar **24 metros cuadrados**.

A continuación se presenta una secuencia que se debe seguir para encontrar el valor numérico de una expresión algebraica.

1. Identificar las variables que conforman la expresión algebraica.
2. Identificar el o los valores numéricos asignados a las variables de la expresión algebraica.
3. Reemplazar el o los valores numéricos en las variables a las que corresponda.
4. Suprimir los signos de agrupación y realizar las operaciones respetando su jerarquía de izquierda a derecha.
5. Finalmente obtener el valor numérico de la expresión algebraica.

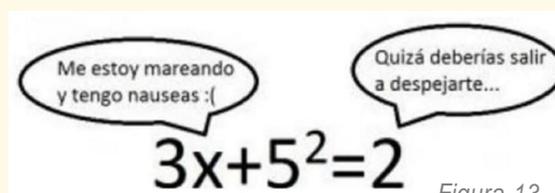


Figura 13

A la Acción

1. Escriba una expresión algebraica que ayude a identificar los siguientes ejemplos gráficos.

Ejemplo Gráfico	Expresión Algebraica
 Figura 14	
 Figura 15	
 Figura 16	

2. Escriba tres ejemplos de cada tipo de expresiones algebraicas.

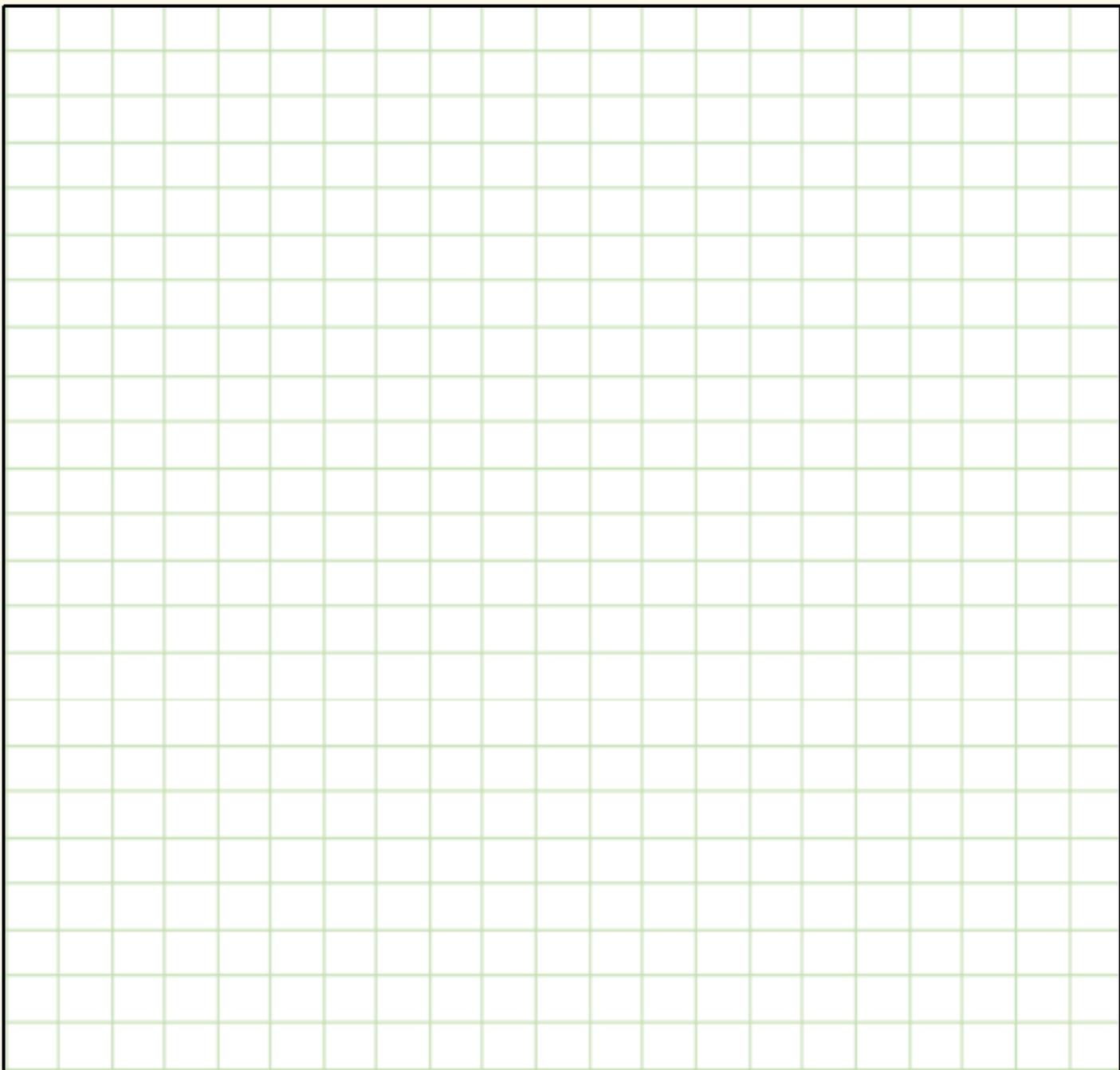
Tipos de Expresiones Algebraicas	Ejemplos
<i>Expresiones Algebraicas Enteras</i>	
<i>Expresiones Algebraicas Racionales</i>	
<i>Expresiones Algebraicas Irracionales</i>	

3. Resuelva la situación planteada siguiendo la secuencia para encontrar el valor numérico de una expresión algebraica.



En la ciudad de Cuenca, el servicio de taxis realiza el cobro del valor de las carreras, por medio de un dispositivo llamado taxímetro, el cual calcula de manera instantánea el costo de carrera en función de un valor fijo y un valor que varía conforme a los kilómetros recorridos. Este taxímetro utiliza una expresión algebraica que viene dada por: $\text{Costo} = 1,5 + 0,25x$. La variable " x " representa los kilómetros avanzados. Determine el valor del costo de una carrera desde El Parque Calderón hasta el Supermaxi de la Avenida Don Bosco, si se sabe que existen 10 km de distancia.





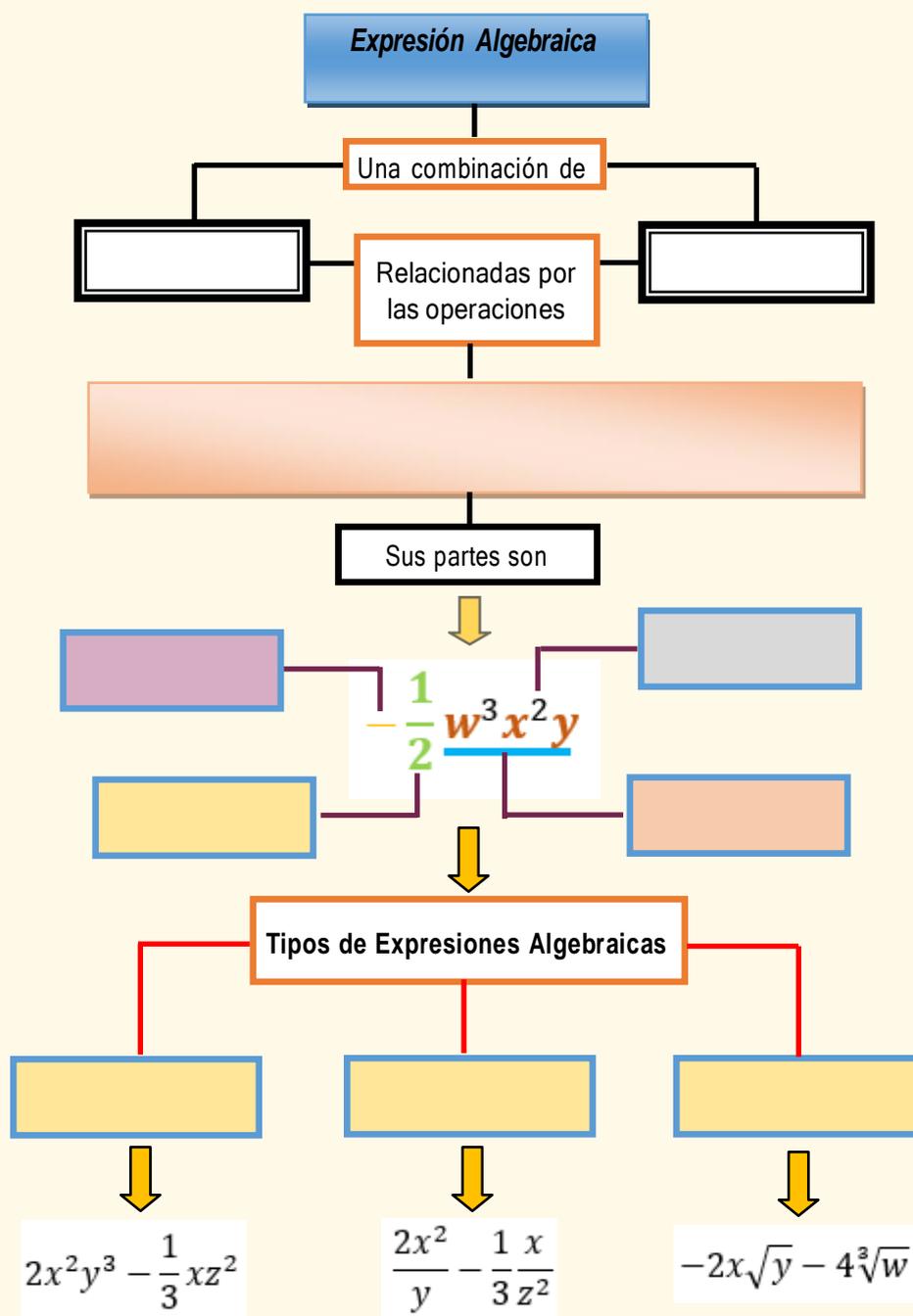
Destreza con Criterio de Desempeño

Definir y reconocer los elementos de un polinomio. (M.4.1.23.)

Monomios y Polinomios: Una unión de números y letras.



1. Rellenar el siguiente cuadro de resumen con la información según corresponda.





1. Naveguemos en la Web

Ingrese al siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=U7K6bnEx2rY&ab_channel=EggEducaci%C3%B3n, visualice el video y a partir de él llene el siguiente cuadro.



¿Qué significa que una expresión algebraica sea finita?	<hr/> <hr/>
¿Qué es la variable en una expresión algebraica?	
Condiciones para que una expresión algebraica no sea considerada un polinomio.	1. <hr/> 2. <hr/>
¿Cómo está definido el grado de un polinomio?	
¿Cómo se debe ordenar y completar un polinomio?	<hr/> <hr/> <hr/>
¿Qué es un término independiente?	
¿Dónde podemos encontrar al coeficiente principal?	<hr/> <hr/>

2. Clasificación de los Polinomios de acuerdo al Número de Términos.

2.1 Monomios

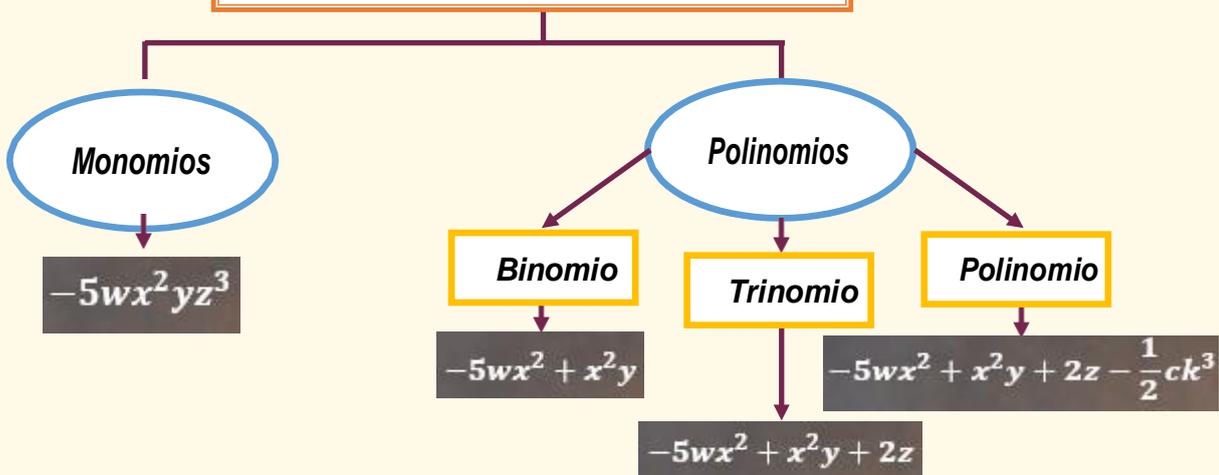
Son expresiones algebraicas que están conformadas por 1 solo término. Los elementos de un monomio son el coeficiente y la parte literal. La operación involucrada en los monomios es la multiplicación donde se multiplica el coeficiente por la o las variables involucradas (parte literal).

2.2 Polinomios

Son expresiones algebraicas conformadas por 2 o más términos que están relacionadas por las operaciones de suma o resta. Los polinomios que constan de 2 y tres términos tienen nombres específicos.

Los polinomios de 2 términos se los denomina binomios y los de 3 términos definidos como trinomios. A partir de 4 términos en adelante se los denomina polinomios, pero hay que recordar que a partir de 2 términos se los puede llamar polinomios.

Clasificación de las Expresiones Algebraicas de acuerdo al número de Términos



3. Grado Absoluto y Relativo de Monomios y Polinomios

3.1 Grado Absoluto

Grado Absoluto de un Monomio: A continuación se presentan 3 monomios, identifique las variables involucradas en cada uno.

$7ws^4xz^2$	→ Variables Involucradas	}	
$-\frac{2}{8}wc^5xy^3$	→ Variables Involucradas	}	
$-12fg^2j^8s$	→ Variables Involucradas	}	



Comodín de Ayuda

Si el valor absoluto quieres encontrar, una suma debes realizar. Con los exponentes de las variables debes trabajar para poderlo lograr.

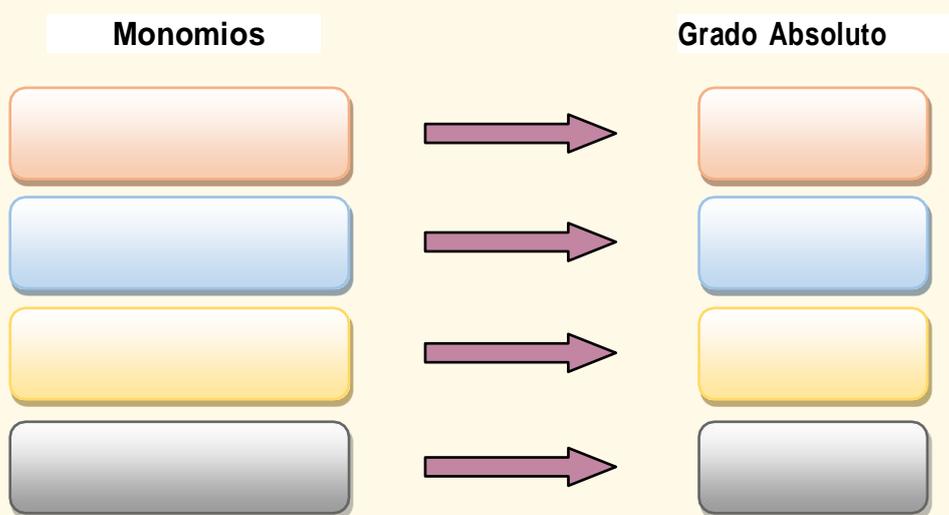
Con ayuda del comodín, determine el valor absoluto de cada uno de los monomios anteriormente presentados.

$7ws^4xz^2$	→	
$-\frac{2}{8}wc^5xy^3$	→	
$-12fg^2j^8s$	→	

Con el comodín y la actividad anterior se ha determinado el valor absoluto de los monomios. Determine con sus palabras una definición para el **grado absoluto de un monomio**.

Grado Absoluto de un Polinomio: A continuación se presenta un polinomio. Determina el grado absoluto de los monomios que lo componen.

$$-\frac{7}{6}ab^3h + 100x^{20}y + 12w^{15}z^7 + 250$$



Comodín de Ayuda
 Si con un polinomio estas trabajando, y su grado absoluto estas buscando, compara los grados de los monomios y el más grande lo predomina todo.

Con la ayuda del comodín, determine el grado absoluto del polinomio presentado anteriormente.



Con el comodín y la actividad anterior se ha determinado el valor absoluto de un polinomio. Determine con sus palabras una definición para el **grado absoluto de un polinomio**.

3.2 Grado Relativo

El grado relativo se caracteriza por analizar a cada variable que esté involucrada en la expresión algebraica. Corresponde al exponente que posee una variable específica que se esté analizando.

Grado Relativo de un Monomio: Corresponde al exponente que posee una variable determinada.

<p>Ejemplo: Determine el grado relativo del monomio respecto a la variable "w" y a la variable "f".</p> $12f^3w^7$	<p>Las variables a analizar de acuerdo al enunciado son: w y f.</p> <p>Respecto a la variable f:</p> <p style="text-align: center;"><i>Grado respecto a "f" = 3</i></p> <p>Respecto a la variable w:</p> <p style="text-align: center;"><i>Grado respecto a "w" = 7</i></p>
---	---

Grado Relativo de un Polinomio: Al determinar el grado relativo en un polinomio, lo primero que se debe hacer es identificar los términos que involucren a la variable en análisis, posteriormente comparar los exponentes de las mismas. El mayor de los exponentes determinará el grado relativo del polinomio respecto a la variable en cuestión.

<p>Ejemplo: Determine el grado relativo del polinomio respecto a la variable "m".</p> $-2j^2mp + 3abc^5 + \frac{1}{9}hm^3 - 3fg^2m^6$	<p>La variable a analizar es: m</p> <p>Los términos que involucran a esta variable son: 1°, 3° y 4°</p> $-2j^2mp \quad \frac{1}{9}hm^3 \quad 3fg^2m^6$ <p>Respecto a la variable m:</p> <p style="text-align: center;">$-2j^2mp \rightarrow \text{Grado (m)} = 1$</p> <p style="text-align: center;">$\frac{1}{9}hm^3 \rightarrow \text{Grado (m)} = 3$</p> <p style="text-align: center;">$-3fg^2m^6 \rightarrow \text{Grado (m)} = 6$</p> <p>Comparando los grados relativos de cada término se concluye que respecto a m:</p> <p style="text-align: center;"><i>Grado Relativo del Polinomio = 6</i></p>
--	---



Cuando tenemos varios monomios que poseen el mismo grado absoluto se los denominan homogéneos.

Si varios monomios poseen distintos grados absolutos se los denomina heterogéneos.



Figura 19

4. Monomios Semejantes

En los recursos extras que contiene la guía, vamos a tomar la caja llamada **monomios**. Con los elementos de la caja realice la siguiente actividad y responda a las preguntas planteadas..

1) Agrupe las fichas del mismo color y escriba a continuación los monomios que conforman a cada grupo.

<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 150px; height: 50px; background-color: yellow; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <p style="margin: 0;">Grupo 1</p> </div>		<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: yellow; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: yellow; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: yellow; margin: 0 auto;"></div>
<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 150px; height: 50px; background-color: lightblue; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <p style="margin: 0;">Grupo 2</p> </div>		<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightblue; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightblue; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightblue; margin: 0 auto;"></div>
<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 150px; height: 50px; background-color: lightgreen; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <p style="margin: 0;">Grupo 3</p> </div>		<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightgreen; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightgreen; margin: 0 auto;"></div>	<div style="border: 2px solid black; width: 100px; height: 50px; background-color: lightgreen; margin: 0 auto;"></div>

Cada grupo de fichas son una familia de monomios semejantes. ¿Qué características encuentra común en cada grupo de monomios?

¿Qué puede decir acerca de los coeficientes en cada grupo de monomios semejantes?

Con el análisis que usted realizó al observar las fichas y responder las preguntas, defina lo que son para usted monomios semejantes.

5. Reducción de Términos Semejantes

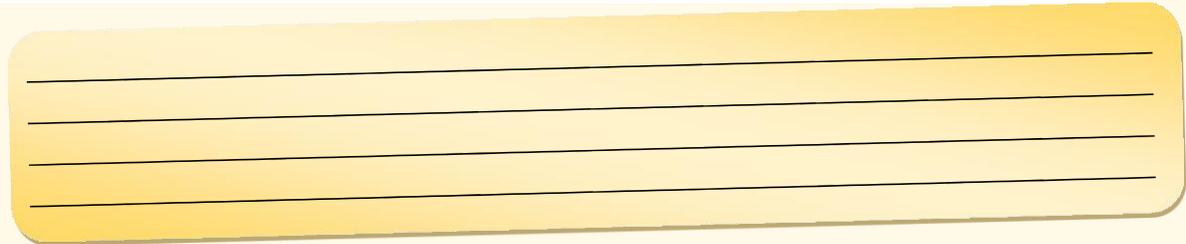
A continuación se presenta el desarrollo de un ejercicio paso a paso. El desarrollo que se le presenta es solo matemático. Analice cada paso y escriba lo que se ha realizado en cada uno.

El polinomio a analizar es:

$$\text{Polinomio} = 4r^3sx^2 - 2m^3pr^5 + 3x - 5r^3sx^2 + 12m^3pr^5 + 2r^3sx^2$$

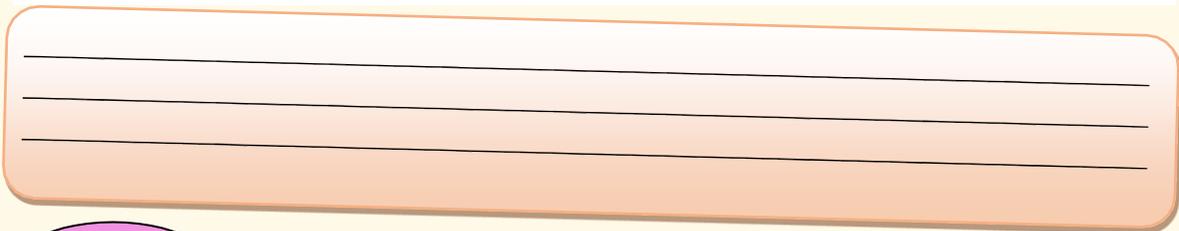
Paso 1

$$\text{Polinomio} = 4r^3sx^2 - 2m^3pr^5 + 3x - 5r^3sx^2 + 12m^3pr^5 + 2r^3sx^2$$



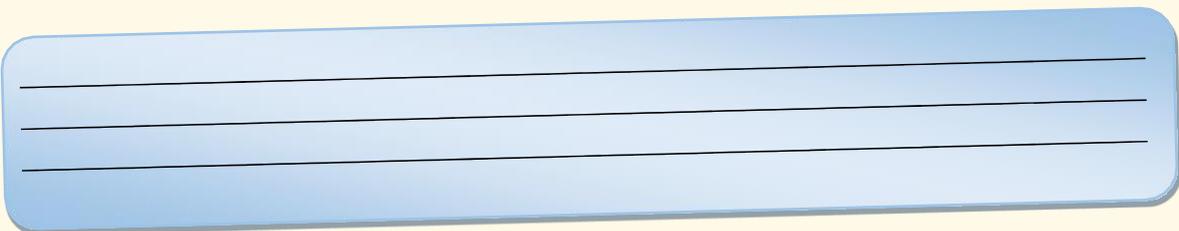
Paso 2

$$\text{Polinomio} = (4r^3sx^2 - 5r^3sx^2 + 2r^3sx^2) + (-2m^3pr^5 + 12m^3pr^5) + 3x$$



Paso 3

$$\text{Polinomio} = (4 - 5 + 2)r^3sx^2 + (-2 + 12)m^3pr^5 + 3x$$



Paso 4

$$\text{Polinomio Resultante} = 1r^3sx^2 + 10m^3pr^5 + 3x$$



¿Qué sucedió con el monomio que no tenía otro término semejante a lo largo de todo el proceso?

A la Acción

1. Pinte de color verde a los monomios, de color naranja a los polinomios y encierre con un círculo a las expresiones que no son polinomios.

$$-\frac{1}{2}\sqrt{xy}$$

$$15x^2 - \frac{2z^2}{2x}$$

$$-\frac{7}{8}r^5xz^3 - 4hl^2 + 14x$$

$$\sqrt{7}j^5fg + h^{-7}gb + \pi a^2q - c^{-3}$$

$$-13w^3st$$

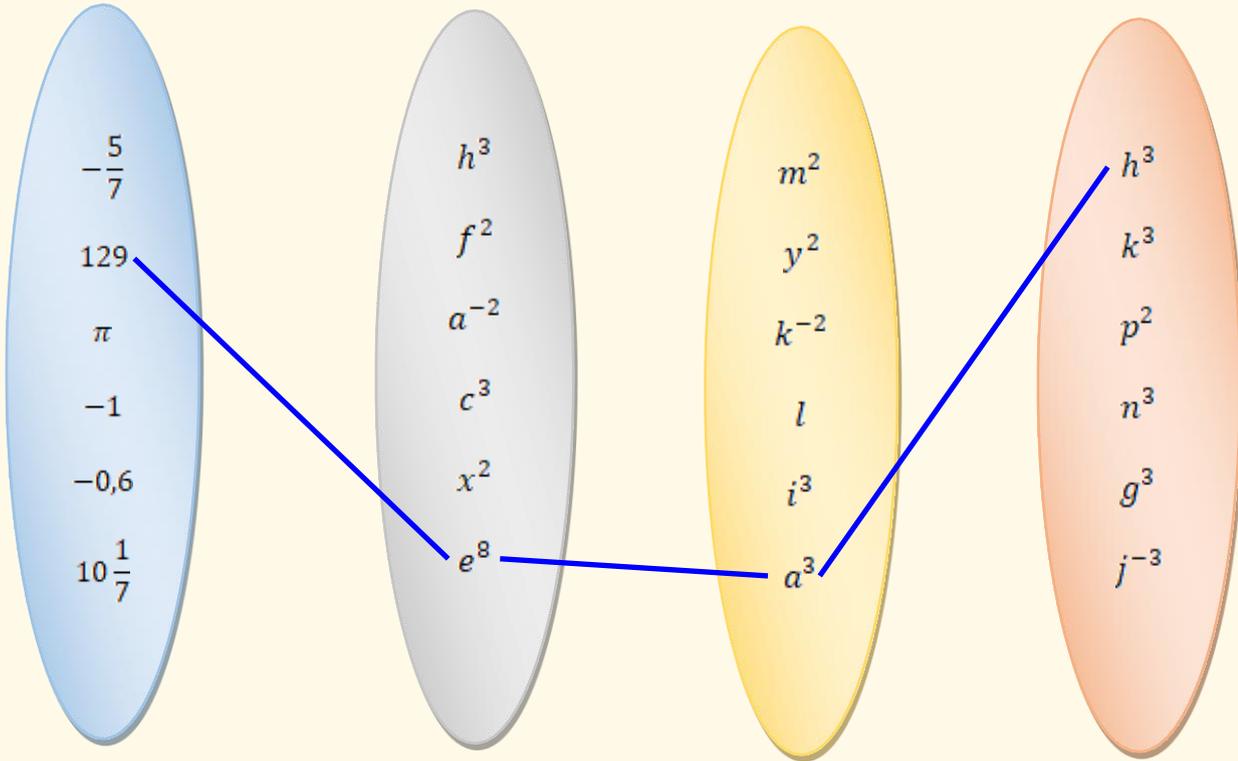
$$\sqrt{2}de^4 + 4l - \frac{3}{4}m^3 + 180q$$

2. Una con líneas del color que se indica para formar monomios que cumplan las condiciones dadas. Observe el ejemplo y complete la actividad.

Color	Condiciones a Cumplir
Amarillo	Coficiente un número racional. Tres variables involucradas. Grado absoluto igual a 8.
Azul	Coficiente un número entero. Grado relativo respecto a la variable "h" igual a 3.
Verde	Coficiente un número decimal exacto. Grado absoluto 5. Grado relativo respecto a una variable cualquiera igual a 2.
Negro	Coficiente un número irracional. Dos variables involucradas. Grado absoluto igual a 4.
Celeste	Coficiente negativo. Tres variables involucradas. Grado relativo de cada variable igual a 3.

Coeficientes

Variables



3. Identifique y escriba el grado absoluto y relativo de los siguientes polinomios.

$$-12a^3fg^2 + 27x^9 + \frac{1}{2}h^4lf^6 - 14x^4y$$



Grado Absoluto	
Grado Relativo	Respecto a "f"
	Respecto a "x"

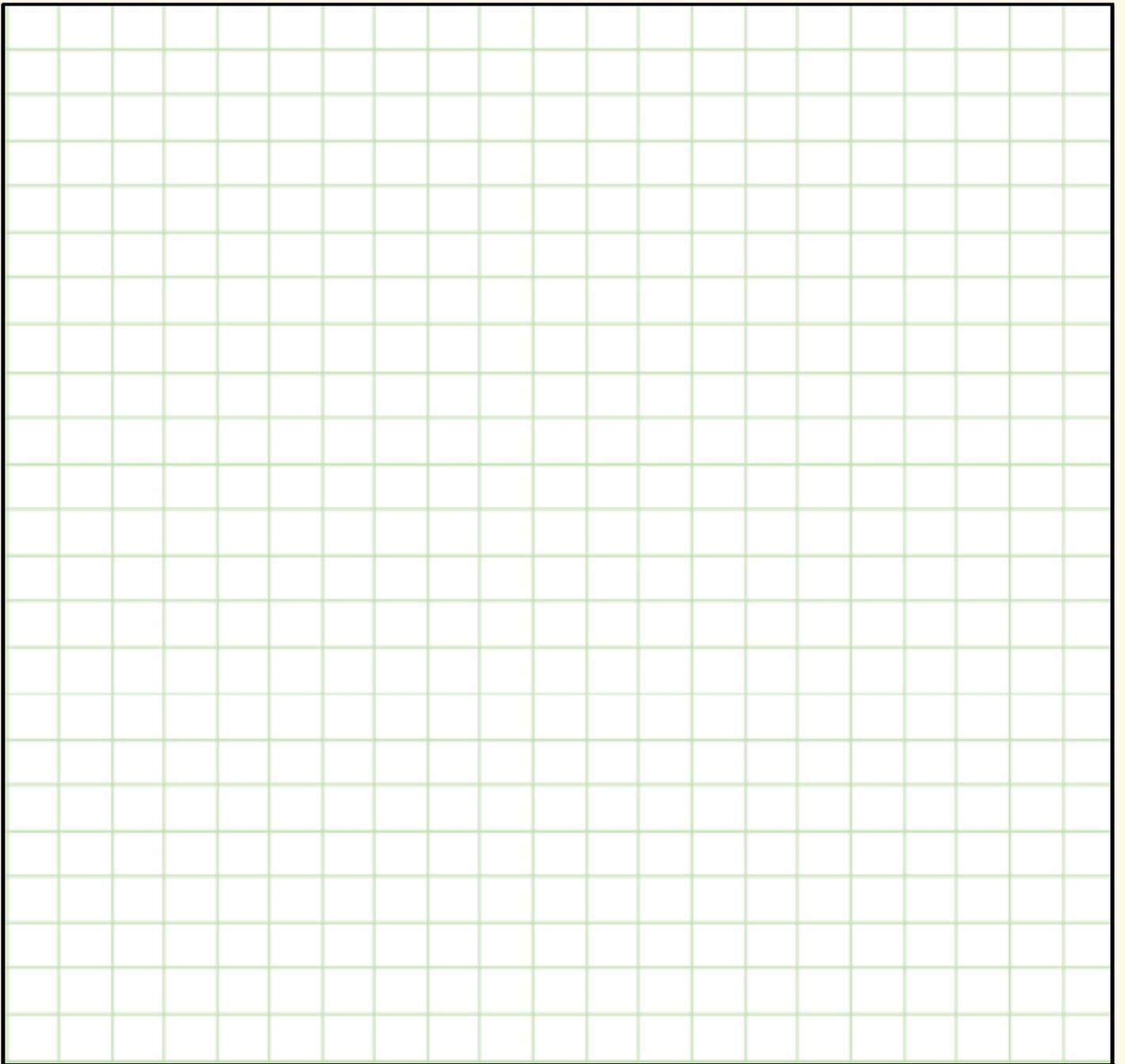
$$-p^7lq^4 + \sqrt{2}m^{20} + \frac{1}{\pi}z^3qp^6 - 14x^4m$$



Grado Absoluto	
Grado Relativo	Respecto a "p"
	Respecto a "z"

4. Reducir los términos semejantes de la siguiente expresión algebraica.

$$P = -125x^7aw^2g - \frac{1}{2}y^5qw^6 + \sqrt{15625}w^2x^7ga + \frac{4}{5}w^6qy^5 - 8agw^2 - \sqrt{125}$$



Destreza con Criterio de Desempeño

Operar con polinomios en ejercicios numéricos y algebraicos.
(M.4.1.9)

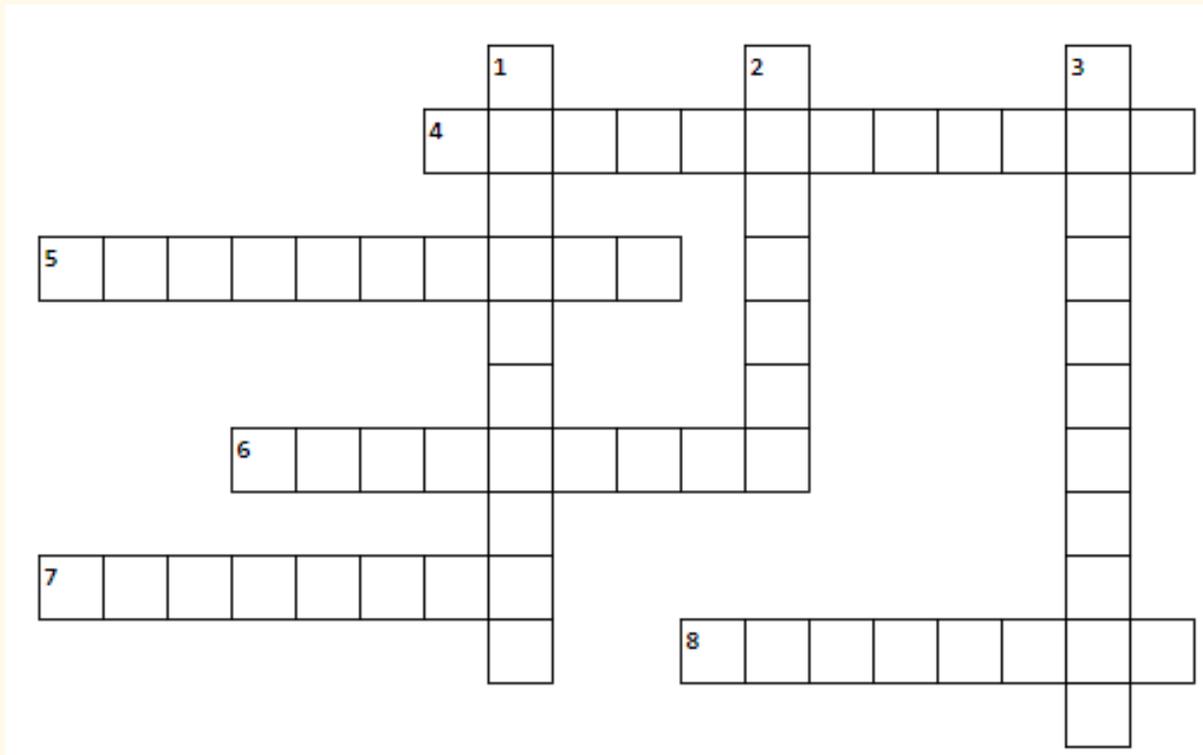
Adición y Sustracción de Polinomios



Preparando el Camino



1. Resuelve el siguiente crucigrama utilizando las pistas que se encuentran en la parte inferior.



HORIZONTAL

4. Monomios que no tienen el mismo grado.
5. Monomios que tienen el mismo grado absoluto.
6. Expresión algebraica formada por la suma de varios monomios no semejantes.
7. ¿Con qué otro nombre se le conoce a la parte literal de un monomio?
8. La suma de todos los exponentes de las variables de un monomio son el grado _____

VERTICAL

1. Monomios que tienen la misma parte literal y solo se diferencia en los coeficientes.
2. Expresión algebraica que consta de un solo término, producto de números reales y potencia de exponente natural.
3. La parte numérica de un monomio.

2. En la siguiente tabla se presenta un monomio, encierre en un círculo los monomios semejantes al ejemplo presentado en cada fila.

MONOMIO	¿QUÉ MONOMIOS SON SEMEJANTES?
$3r^2$	$-31r^2$ $2r^3$ $16r$ $\frac{5}{3}r^2$ $3r^4$ $2r$ $9r^2$
$-\frac{3}{2}x$	$14x$ $-2x$ $5x^3$ $\frac{405}{21}x$ $27x^5$ $-11x$ $29x^2$
$-26a^3$	$13a$ $6a$ $-7a^3$ $\frac{25}{2}a^2$ $2a$ $21a^3$ $67a^2$

Construyendo el Conocimiento

3. **La ley de los Signos y la supresión de los signos de Agrupación.**

Para este tema utilizaremos las fichas plegables que se encuentran al final de la guía. Tenemos dos tipos de fichas:

- Ficha de color rojo: Representa al signo positivo.
- Ficha de color azul: Representa al signo negativo.

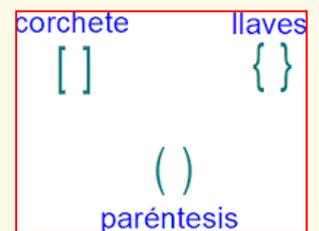


Figura 20

SIGNO	REPRESENTACIÓN
Positivo (+)	
Negativo (-)	

♦ **Caso 1**

Siempre que un signo positivo se encuentre delante de un paréntesis u otro signo de agrupación, los signos de los términos que se encuentran dentro del mismo, al salir **no cambian**.

$$+(-2x^2 + 4x - 3) = -2x^2 + 4x - 3$$

Haciendo uso de las fichas se tendría:

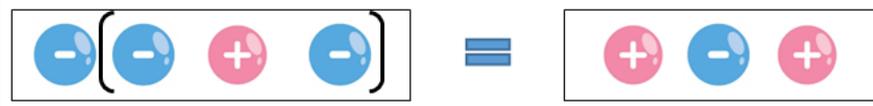


♦ **Caso 2**

Siempre que un signo negativo se encuentre delante de un paréntesis u otro signo de agrupación, los signos de los términos que se encuentran dentro del mismo, al salir **cambian**.

$$-(-2x^2 + 4x - 3) = 2x^2 - 4x + 3$$

Haciendo uso de las fichas se tendría:



Aplicando lo Aprendido

Utilizando las fichas plegables, determine los signos de las expresiones presentadas a continuación, cuando se suprimen sus signos de agrupación.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS	SIGNOS RESULTANTES
$-(-4x^2 + 13x - 7)$	
$+(5x^4 - x + 1)$	
$-(-25x^6 + 2x^4 + 12x^3 - 9)$	

4. Adición de Polinomios

Definición

La adición de polinomios consiste en sumar entre sí, los monomios semejantes que existen entre dos o más polinomios. Si en un caso no existen monomios semejantes para algunos términos, la suma se deja indicada.

- A continuación se presenta el desarrollo de un ejercicio paso a paso. El desarrollo que se le presenta es solo matemático. Analice cada paso.

Se tienen los siguientes polinomios:

$$P_1 = 3x^2 + x + 7 \quad P_2 = -2x^2 + 4x - 3$$

Si sumamos los dos polinomios, la operación quedará expresada de la siguiente manera:

$$P_1 + P_2$$

Paso 1 $\rightarrow P_1 + P_2 = (3x^2 + x + 7) + (-2x^2 + 4x - 3)$

Paso 2 $\rightarrow P_1 + P_2 = 3x^2 + x + 7 - 2x^2 + 4x - 3$

Paso 3 $\rightarrow P_1 + P_2 = 3x^2 - 2x^2 + x + 4x + 7 - 3$

El resultado final es:

Paso 4 $\rightarrow P_1 + P_2 = x^2 + 5x + 4$

Analizando los pasos anteriores, ¿qué es lo ocurrido en cada paso de la suma de polinomios? Describa que procedimiento se realizó en cada uno.

PASOS	PROCEDIMIENTO
PASO 1	
PASO 2	
PASO 3	
PASO 4	

¡Ten en Cuenta!

Propiedad conmutativa en la Suma.

$$P_1 + P_2 = P_2 + P_1$$

El orden de los sumandos no altera el resultado.

5. Sustracción de Polinomios

Definición

La sustracción de polinomios consiste en restar entre sí, los monomios semejantes que existen entre dos o más polinomios que se estén operando. Si en un caso no existen monomios semejantes para algunos términos, la resta se deja indicada.

- *A continuación se presenta el desarrollo de un ejercicio paso a paso. El desarrollo que se le presenta es solo matemático. Analice cada paso y responda la pregunta planteada.*

Se tienen los siguientes polinomios:

$$P_1 = 3x^2 + x + 7 \quad P_2 = -2x^2 + 4x - 3$$

Si restamos los dos polinomios, la operación quedará expresada de la siguiente manera:

$$P_1 - P_2$$

Paso 1

$$\rightarrow P_1 - P_2 = (3x^2 + x + 7) - (-2x^2 + 4x - 3)$$

Paso 2

$$\rightarrow P_1 - P_2 = 3x^2 + x + 7 + 2x^2 - 4x + 3$$

Paso 3

$$\rightarrow P_1 - P_2 = 3x^2 + 2x^2 + x - 4x + 7 + 3$$

El resultado final es:

Paso 4

$$\rightarrow P_1 - P_2 = 5x^2 - 3x + 10$$

De acuerdo a la resta realizada anteriormente, ¿qué semejanza y diferencia encuentra entre el procedimiento de la suma y resta?

De acuerdo a lo que ha aprendido, desde su punto de vista, ¿para qué sirve realizar la suma o resta de términos semejantes?

Suma y Resta de Polinomios con Material Concreto

Utilizaremos kit de Adición y Sustracción de Polinomios que viene con la guía didáctica. El kit está conformado por:

- **Fichas de distintas figuras:** Estas fichas servirán para diferenciar las distintas variables involucradas en los polinomios a sumar o restar.
- **Tablero de Adición y Sustracción:** Este tablero consta de tres filas que serán utilizadas para las variables, los coeficientes y el total.
- **Fichas Circulares:** Estas fichas serán positivas y negativas. El número de fichas nos ayudarán para los coeficientes y el total.
- **Ficha Numeral (#):** Esta ficha será utilizada para identificar los valores constantes (términos sin variables).

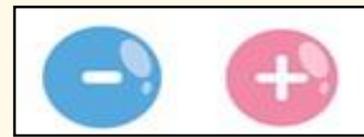
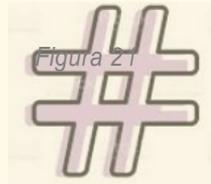
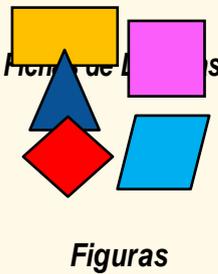


Figura (s) (Variables por cada término)			
Coeficientes			
Coeficientes del Total			

Tablero de Adición y Sustracción de Polinomios

- ♦ **Explicación del funcionamiento del Tablero de Adición y Sustracción de Polinomios**

Fila de Figura (s) (Variables por cada término)

En esta fila se deben colocar las figuras que se escogieron para representar las variables por cada término. Si el término contiene más de una variable, en un solo recuadro deberá colocar las variables que conformen a dicho término.

Cuando se ha escogido la figura para representar una variable, esa figura será la misma no importa en el término que se encuentre la variable.

Fila de Coeficientes

En esta fila debemos tener en cuenta el signo y el valor del coeficiente que acompaña al término. El valor del coeficiente deberá ser reemplazado por la misma cantidad de círculos positivos o negativos según sea el caso. Por ejemplo:

$-2x^2$	
$3x^2$	

Si en caso de que en la casilla de coeficientes se tengan fichas negativas y positivas a la vez, estas se deben ir reduciendo una a una, hasta que solo queden fichas de un mismo signo.

Si en caso de que en la casilla de coeficientes se tengas fichas del mismo signo, estas deberán sumarse (en cantidad)

Fila de Coeficientes del Total

En esta fila se colocará el número de fichas positivas, negativas o incluso el cero, que resultaron de reducir las fichas en la fila de coeficientes.

♦ **Ejemplo de la suma de Polinomios usando el Material Concreto**

A continuación se tienen dos polinomios, se procederá a realizar la suma de los mismos haciendo uso del material concreto.

$$P_1 = 3x^2 + x + 7 \quad P_2 = -2x^2 + 4x - 3$$

1. **Primero se deberá escoger la figura que va a representar a las variables involucradas en los polinomios. En este caso, vamos a escoger las siguientes figuras:**

Variables	Figuras
x^2	
x	
Constante	

2. **Ahora se deberá representar los coeficientes de cada polinomio de acuerdo a la variable que corresponda.**

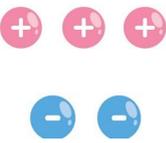
Polinomio 1 (P_1)

Polinomio 2 (P_2)

3. Colocamos simultáneamente ambos polinomios en el tablero. Recuerde que los coeficientes de los términos que tenga la misma (s) figura (s) deberán colocarse en el mismo casillero.

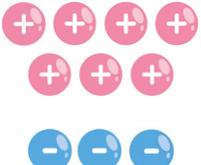
Figura (s) (Variables por cada término)			
Coeficientes			
Coeficientes del Total			

4. En el caso de que en las casillas de los coeficientes, se tengan fichas de distintos signos, se eliminarán el mismo número de fichas positivas y negativas hasta que solo queden un solo tipo de fichas. La cantidad de fichas restantes se colocarán en la fila de coeficientes del total, de acuerdo a la columna que corresponda. Para nuestro ejemplo planteado:

+ La columna del cuadrado, tiene 3 fichas positivas y 2 negativas. Se deberán reducir 2 negativas y 2 positivas, quedando como resultado 1 positiva.

+ La columna del triángulo tiene 1 ficha positiva del polinomio uno y 4 fichas positivas del polinomio dos, quedando como resultado 5 fichas positivas.

+ La columna de las constantes, tiene 7 fichas positivas y 3 negativas. Se deberán reducir 3 negativas y 3 positivas, quedando como resultado 4 fichas positivas.

Figura (s) (Variables por cada término)			
Coeficientes			
Coeficientes del Total			

5. Como último paso, escribimos la expresión matemática resultante utilizando los coeficientes del total, recordando las variables que representaban cada figura.

$$P_1 + P_2 = x^2 + 5x + 4$$

Recuerda



El método presentado anteriormente, es válido tanto para la adición como para la sustracción de polinomios. Solo debe tener en cuenta que primero se deberá de eliminar los signos de agrupación para el caso de la resta.

Practica con el recurso: Utilizando el tablero de adición y sustracción de polinomios, determine el resultado de las siguientes operaciones con polinomios.

$$P_1 = 3x^2 + x + 7 \quad P_2 = -2x^2 + 4x - 3$$

$$P_1 - P_2 =$$

$$P_2 - P_1 =$$

¿Qué propiedad de la suma no se cumple en la resta de polinomios? Argumente su respuesta

A la Acción

- Determine el resultado de las siguientes operaciones con polinomios.

$$P_1 = 12m^3 - 7m^2 - 13 \quad P_2 = -7m^3 - 19m^2 + 5m + 1$$

$$P_2 - P_1 =$$

$$P_2 + P_1 =$$

$$P_1 = -7w^2s - 3k^4s + 5ad^3 - 8$$

$$P_2 = 8sk^4 + 12sw^2 - 2ad^3 - k^3s$$

Restar P_2 de P_1

2. Utilizando el material concreto, determine el resultado de las siguientes operaciones.

$$P_1 = -2x^2 + x - 1$$

$$P_4 = -5ay^3 - 3h^2k^2 + 8t$$

$$P_2 = -4x^2 - 2x + 3$$

$$P_5 = 4 + 6y^3a - 2t + k^2h^2$$

$$P_3 = 6x^3 - 4x^2 + 8$$

$$P_6 = -8t + 5y^3a - 5k^2h^2 + 8$$

$$P_4 + P_6 =$$

$$P_3 - P_1 =$$

$$P_3 - P_1 + P_2 =$$

$$P_5 - P_4 =$$

$$P_1 + P_3 + P_2 =$$

$$P_5 - P_6 - P_4 =$$

3. Resuelva la siguiente situación aplicando la suma o resta de polinomios según corresponda.



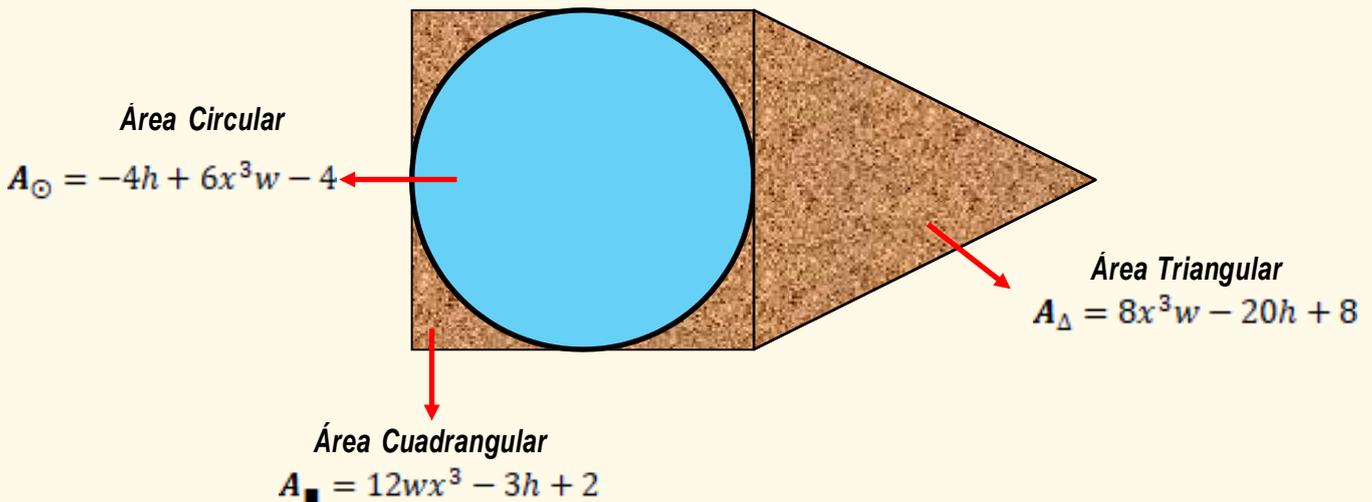
Figura 22

Teresa heredó una propiedad de su padre al sur de la ciudad de Cuenca, el terreno tenía una forma irregular. Teresa construyó su casa en ese lugar y para eso realizó trazos en el terreno dejando a un lado la parte que hacía irregular a la propiedad. En la parte irregular del terreno se construyó el cuarto de baño que tiene una forma similar a la mostrada en la parte inferior.



Figura 23

En dicho cuarto se construyó una bañera circular, y en el resto del piso que no había nada, se va a colocar granito para que las personas que lo usen no se resbalen. Si la parte amarilla de la figura representa el espacio donde se va a colocar el granito.



a. Determine la expresión polinómica que representará la superficie que será cubierta de granito.

b. Si las variables involucradas toman los valores presentados en la parte de abajo. ¿Cuántos metros cuadrados de granito deberán comprarse?

$w = 1$

$x = 2$

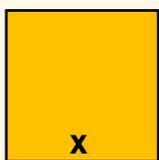
$h = 3$

Conociendo el Material Concreto

De la sección de recursos adicionales, vamos a tomar la caja de polinomios. Comenzaremos conociendo los elementos que la conforman.

La caja de polinomios está conformada por:

A. Tres tipos de fichas



Un cuadrado en donde la longitud de su lado es "x"



Además el cuadrado tiene un área equivalente a "x²"



Un rectángulo que tiene de altura 1 y su base mide "x"



El rectángulo tiene un área equivalente a "x"

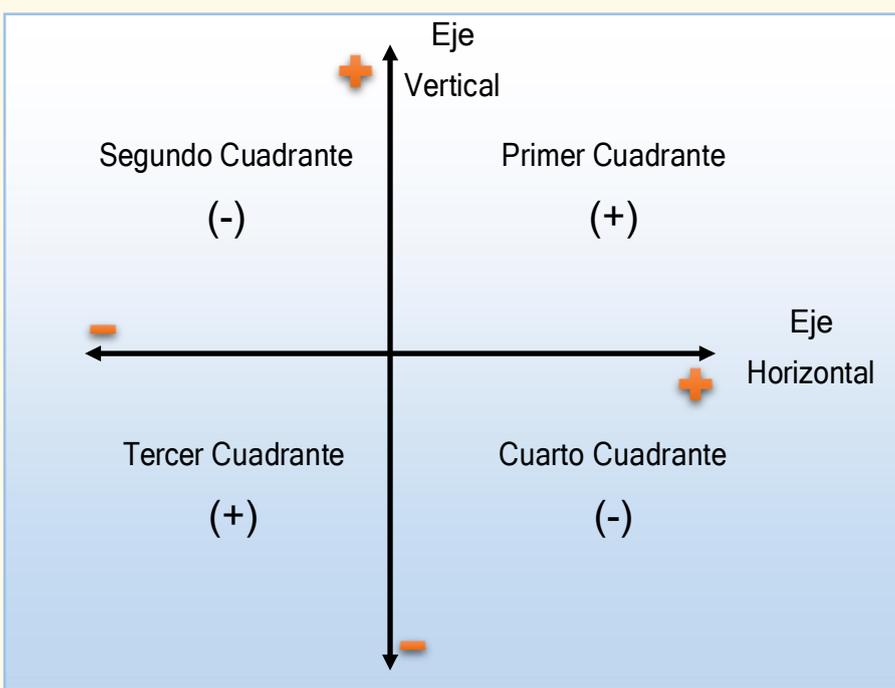


Un cuadrado en donde la longitud de su lado es 1.



El cuadrado tiene un área equivalente a "1"

B. Tablero Magnético: Es un tablero muy similar al plano cartesiano, consta de un eje horizontal y uno vertical, cada eje tiene una parte positiva y negativa. Está dividido en 4 cuadrantes, todo lo que se encuentre en la región del primer y tercer cuadrante será positivo, mientras que lo que se encuentre en el segundo y cuarto cuadrante será negativo.



Los signos de cada cuadrante se obtienen al multiplicar los signos de cada eje que los forman.

El primer cuadrante es positivo porque los ejes que lo forman son el horizontal y vertical positivo.

El segundo cuadrante es negativo porque los ejes que lo forman son el horizontal negativo y el vertical positivo.

El tercer cuadrante es positivo porque los ejes que lo forman son el horizontal y vertical negativo.

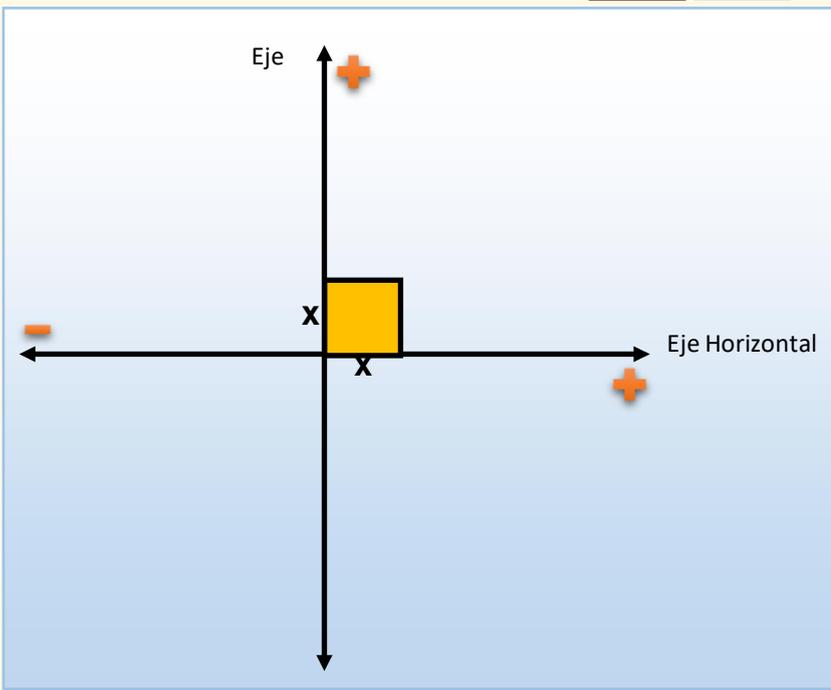
El cuarto cuadrante es negativo porque los ejes que lo forman son el horizontal positivo y el vertical negativo.

Representemos Monomios y Polinomios

Podemos representar monomios y polinomios de 2 formas haciendo uso de la fichas:

Primera Forma: Se hará uso de las fichas cuadradas de lado "x" y las fichas rectangulares. Además se utilizará el tablero magnético.

Comenzaremos ubicando en el eje horizontal los monomios presentados a continuación.

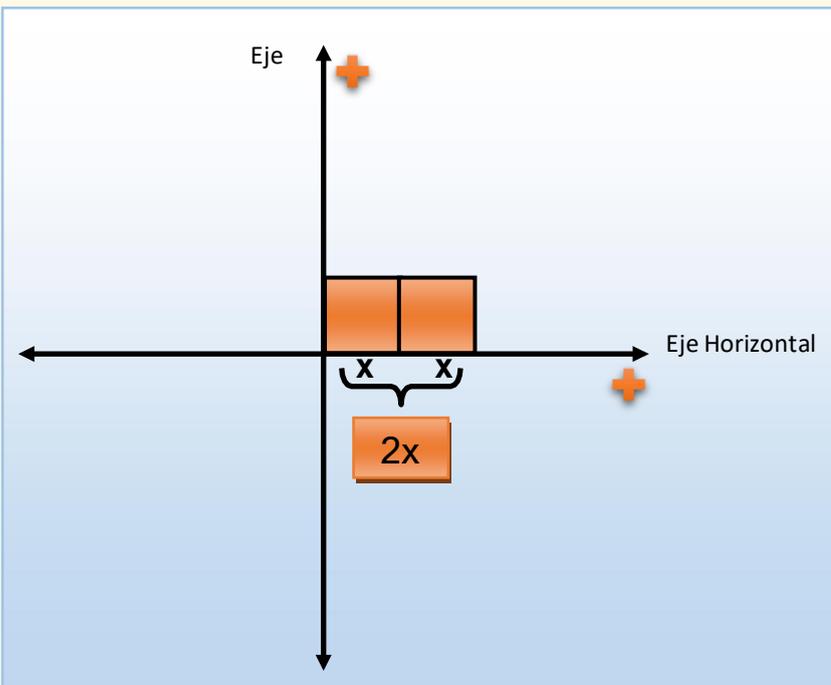


Monomio x

Para ubicar este monomio en el eje horizontal utilizaremos la ficha cuadrada de lado "x".

El signo de este monomio es positivo por lo tanto se ubicará en el sector positivo del eje horizontal.

De forma automática hemos colocado el mismo monomio en el eje vertical.

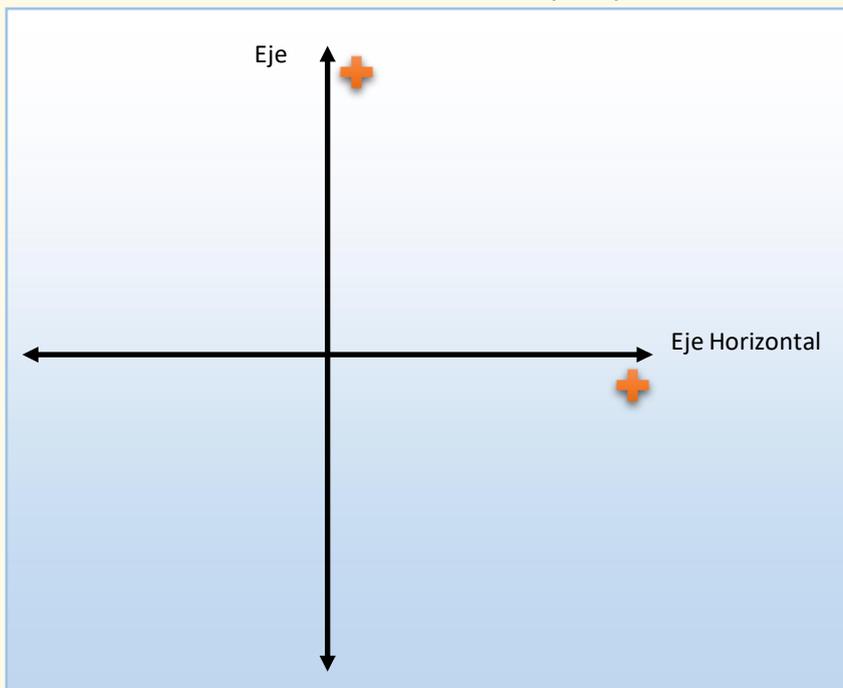


Monomio $2x$

Utilizaremos la ficha cuadrada de lado "x".

El signo de este monomio es positivo por lo tanto se ubicará en el sector positivo del eje horizontal.

Trabajando con el recurso: Siguiendo los ejemplos que presentamos anteriormente, represente en el tablero el monomio “ $-3x$ ”, además escriba qué tipo de ficha debe usar y donde se debe ubicar.



Monomio $-3x$

Practica con el recurso: En su tablero magnético ubique en el eje vertical los mismos monomios que se ubicaron en el eje horizontal anteriormente.

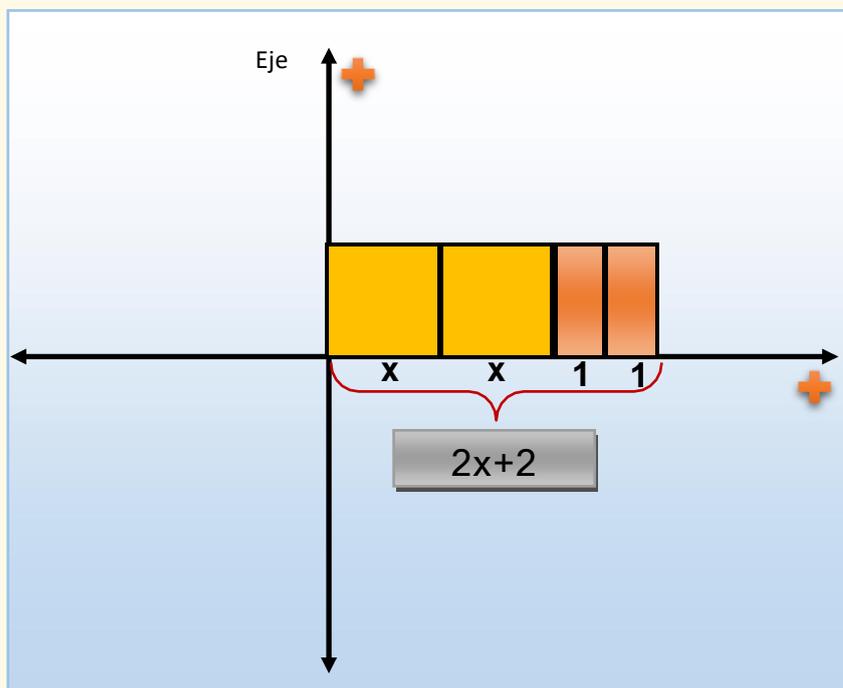
Ahora representaremos en el tablero magnético el siguiente polinomio:

$2x+2$

En este caso tenemos un polinomio de dos términos, lo colocaremos en el eje horizontal.

- Para el término “ $2x$ ” utilizaremos 2 fichas cuadradas de lado “ x ”.
- Para el término “ 2 ” utilizaremos 2 fichas rectangulares. (Fíjese como se ubican a estas fichas)

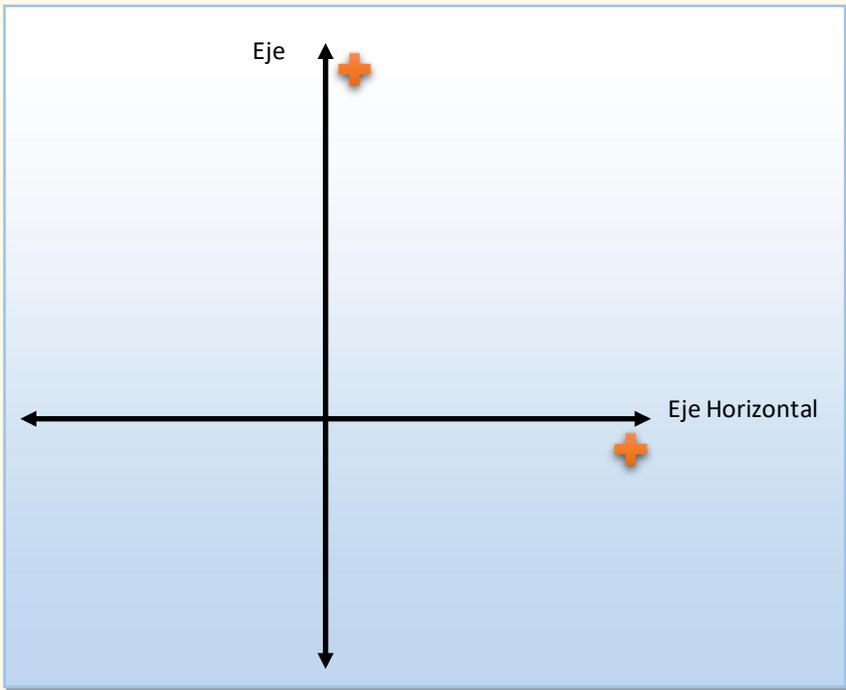
Ambos términos tienen signos positivos por lo tanto se ubicarán en el lado derecho del eje horizontal.



Si podemos observar, para representar el término independiente utilizamos el rectángulo de base “ x ” y altura 1. Pero lo hemos rotado para que su altura quede orientada con el eje horizontal. (Esto siempre lo haremos si representamos polinomios con la primera forma) Además colocamos un número de figuras equivalente al valor del término independiente.

Trabajando con el recurso: Siguiendo el ejemplo que le presentamos anteriormente, represente el siguiente polinomio en el eje vertical. Explique el número de fichas que se utilizó y como las orientó.

$3x-3$



Blank lined area for writing notes or explanations.

Representemos en el tablero magnético los polinomios presentados a continuación, tome en cuenta las pistas que se presentan y para cada polinomio describa el tipo de fichas que se utilizan y el lugar donde se deben colocar.

$3x-2$

$2x+3$

PISTAS

Para colocar simultáneamente 2 polinomios en el tablero, uno debe estar en el eje horizontal y el otro en el vertical.

Pueden compartirse fichas al momento de representar los polinomios.

Polinomio $2x+3$

Eje a ubicar: _____

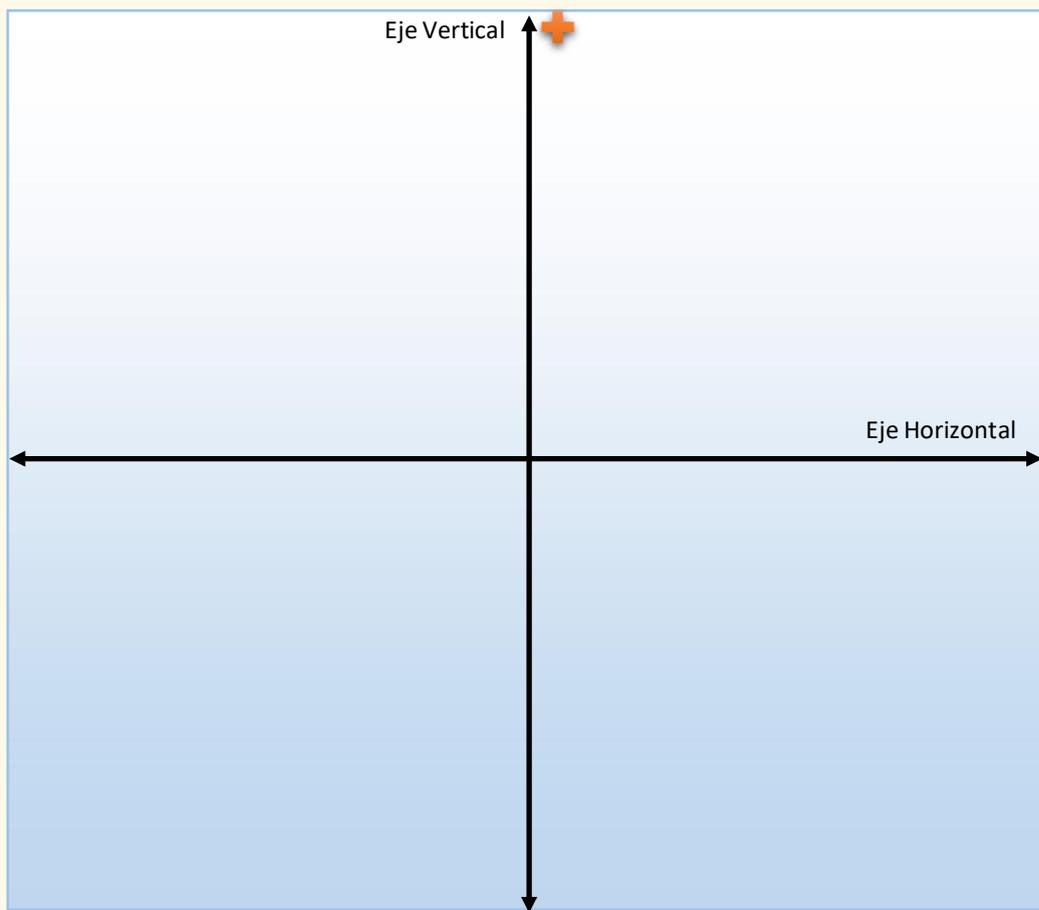
Descripción:

Blank lined area for describing the polynomial placement.

Polinomio $3x-2$

Eje a ubicar: _____

Descripción:



¿Qué ficha (s) compartieron los polinomios al representarse simultáneamente en el tablero magnético y explique por qué?

Practiquemos con el recurso: En su tablero magnético represente simultáneamente los siguientes polinomios.

$-2x+4$

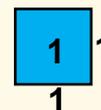
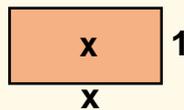
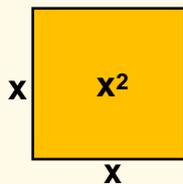
$-3x+4$

Segunda Forma: La segunda forma de representar polinomios haciendo uso del tablero magnético consiste en utilizar el área de las fichas. Ahora las fichas ya no se colocarán en los ejes, sino en el área de los cuadrantes.

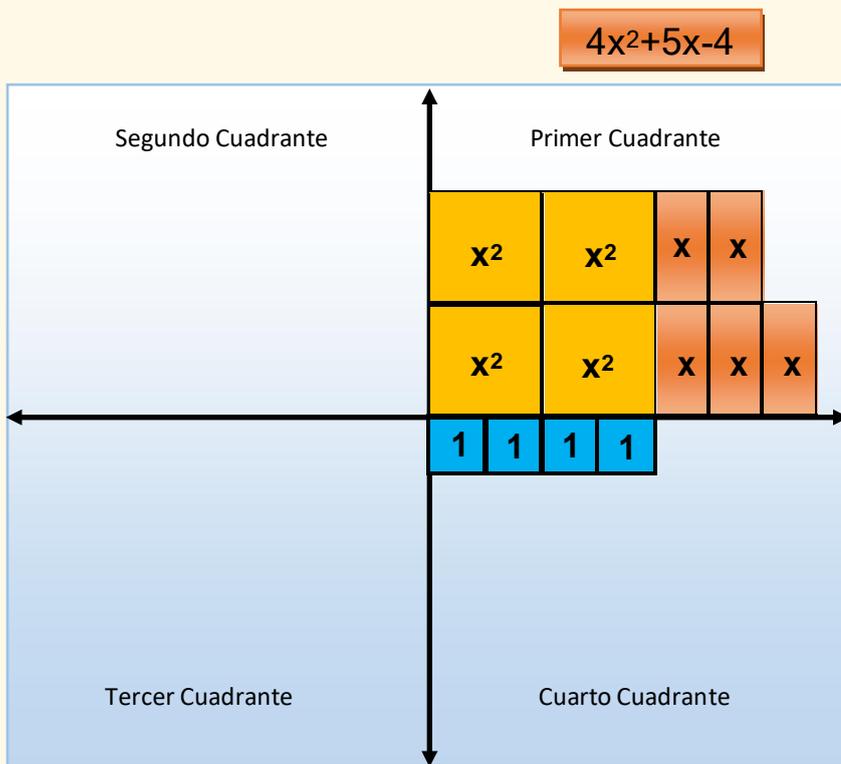
Las fichas cuadradas de lado “x” representarán los términos de grado 2, debido a que su área representa a “x²”.

Las fichas rectangulares de base “x” y altura “1” representarán los términos de grado “1”, debido a que su área representa a “x”.

Las fichas cuadradas de lado “1” representarán los términos independientes, su área representa la unidad “1”.



Recordemos que en la parte inicial cuando se explicó el recurso, se mencionó que cada cuadrante tenía un signo, el primer y tercer cuadrante eran positivos mientras que el segundo y cuarto eran negativos. Utilizando las fichas y el signo de los cuadrantes representaremos el siguiente polinomio:



Para representar el polinomio, si analizamos la expresión observamos que vamos a necesitar 4 fichas de grado 2, 5 fichas de grado 1 y 4 fichas para representar el término independiente.

La ubicación de las fichas depende del signo que posean los términos del polinomio, los términos de grado 2 y grado 1 deben ir en el primer cuadrante mientras que las fichas para el término independiente se deben colocar en el cuarto cuadrante.

¿En qué otros cuadrantes pudo quedar representado el polinomio del ejemplo anterior? Justifique su respuesta

Destreza con Criterio de Desempeño

Calcular productos con términos algebraicos aplicando propiedades en R (propiedad distributiva de la suma con respecto al producto).
(M.4.1.31.)

Multiplicando Polinomios



Preparando el Camino



Recordando



Ley de los Signos

+	×	+	=	+
+	×	-	=	-
-	×	+	=	-
-	×	-	=	+

1. Una con una línea el nombre de la propiedad con su respectivo desarrollo.

Producto de Potencias de Igual Base

$$a^c \cdot a^d$$

$$a^{c \cdot d}$$

Cociente de Potencias de Igual Base

$$a^c \div a^d$$

$$\frac{1}{a^c}$$

Potencia con Exponente Negativo

$$a^{-c}$$

$$a^{c+d}$$

Potencia de Potencia

$$(a^c)^d$$

$$a^{c-d}$$

2. Resuelva el siguiente ejercicio utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

$$(-3 + 5 - 12)(4 + 3 - 1 + 5)$$



1. Multiplicación de Monomio por un Monomio

Juan y María han terminado de construir su casa en Santa Isabel y quieren tapizar las paredes de su dormitorio. La altura de la pared es tres veces el largo de la misma. ¿Qué cantidad de tela se necesitará para tapizar una de las paredes del dormitorio?



Figura 24

A. Represente gráficamente la pared del dormitorio con sus dimensiones.

B. ¿Qué procedimiento se debe seguir para dar solución a la situación planteada? Explique.



Comodín de Ayuda

Cuando multiplicas monomios, debes multiplicar coeficientes con coeficientes y variables con variables utilizando las propiedades de la potenciación. Además no olvides la ley de los signos.

C. Calcule la cantidad de papel tapiz que se va a necesitar para la pared.

D. Si la pareja quiere tapizar las cuatro paredes del dormitorio, ¿qué cantidad de papel tapiz se necesitará?

Cantidad de Papel Tapiz =

El procedimiento para multiplicar monomios puede resumirse en el siguiente diagrama.

Para multiplicar monomios se debe seguir el siguiente procedimiento.

Paso 1: Multiplicar los coeficientes de las expresiones algebraicas. Tomar en cuenta la ley de los signos.

Paso 2: Se multiplican las variables aplicando las propiedades de la potenciación.

Escribimos el resultado uniendo el coeficiente resultante y las variables resultantes.

Ejercicio de Aplicación: Determina el producto de los siguientes monomios.

$$(-4x^2y)(3xy^2)$$

2. Multiplicación de un Monomio por un Polinomio

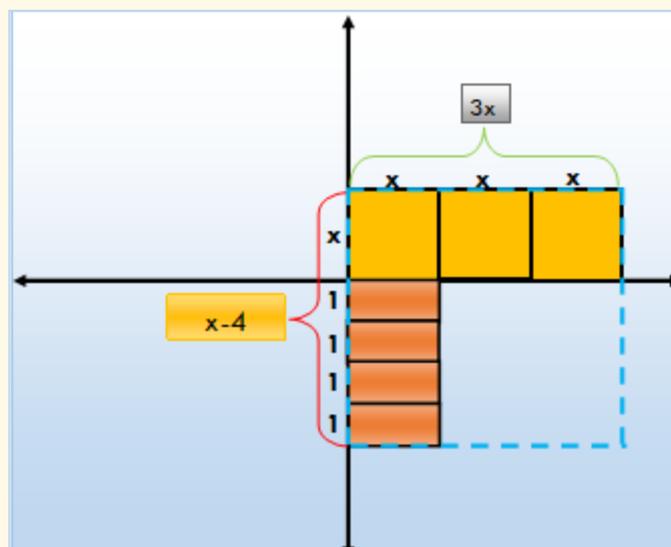
Para realizar la multiplicación de un monomio por un polinomio haremos uso de la caja de Polinomios y el tablero magnético. El manejo de este recurso ya se abarcó en un tema anterior. Utilizaremos las 2 formas de representar polinomios para el desarrollo de la multiplicación.

Paso 1: Represente simultáneamente el monomio y el polinomio en el tablero magnético:

$$x-4$$

$$3x$$

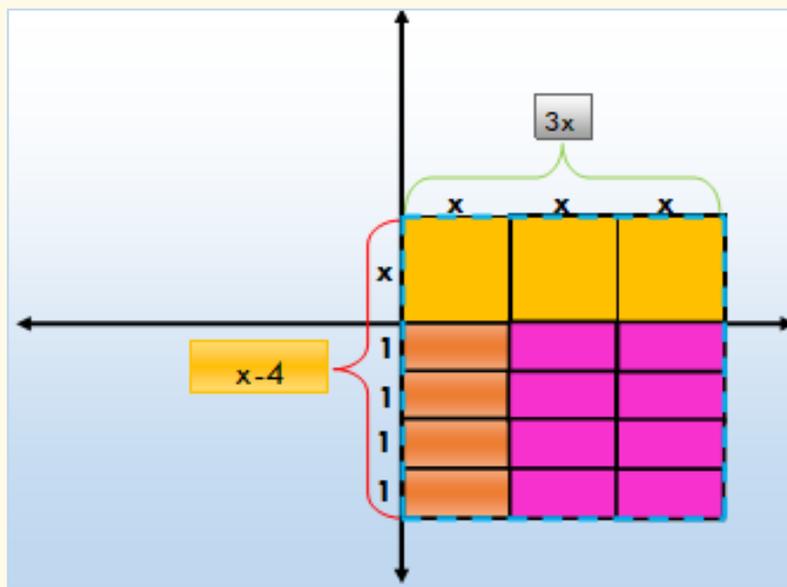
Paso 2: Una vez que están ubicados las expresiones en el tablero, vamos a trazar imaginariamente líneas que formen un cuadrilátero que abarque las expresiones que estamos multiplicando, tal como se muestra en la figura a continuación.



Paso 3: Vamos a completar el espacio faltante del cuadrilátero que se formó con la línea imaginaria, para ellos haremos uso de las fichas de lado “x”, las fichas rectangulares de base “x” y altura “1” y las fichas cuadradas de lado “1”.

Al momento de completar debe tener en cuenta que:

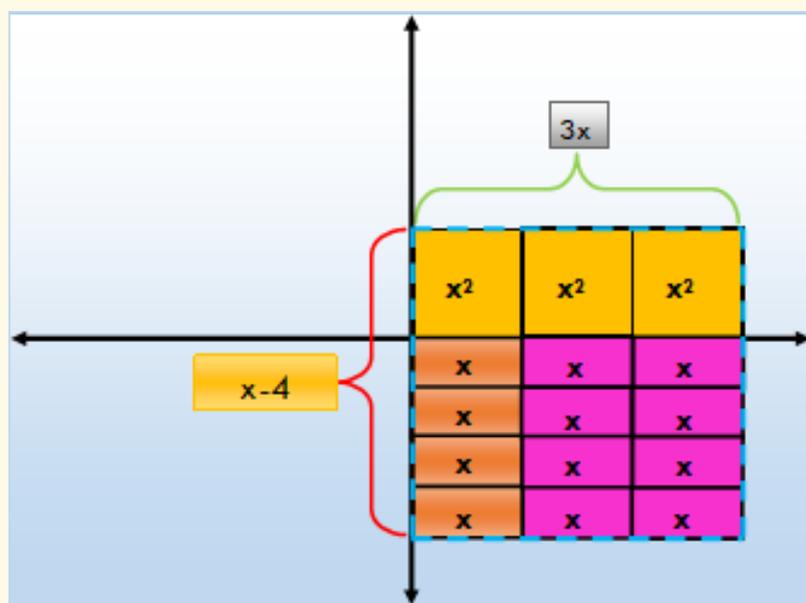
- Se deben respetar las divisiones de las fichas que conforman los factores que se multiplican al momento de completar al cuadrilátero.



Como pudimos observar, la parte faltante del cuadrilátero, en este caso, fue completada con fichas rectangulares de base “x” y altura “1”.

Puede surgir la idea de alguien que diga el porqué no utilizamos fichas cuadradas de lado “x”, de esa forma hubiéramos utilizado menos fichas y completábamos el mismo espacio. La razón por la cual no fue posible recae en que no se cumpliría la condición donde se deben respetar las divisiones de las fichas que conforman a los factores que se multiplican.

Paso 4: Una vez que se ha completado el cuadrilátero, ya tenemos la respuesta de la multiplicación. La expresión resultante equivale a expresar el polinomio que se formó utilizando las áreas de las fichas que lo conforman, es decir, expresando el polinomio con la segunda forma que aprendimos en el tema anterior del manejo del recurso didáctico.



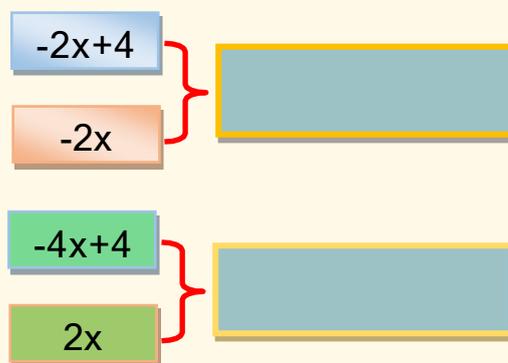
El cuadrilátero que se formó al multiplicar el monomio por el polinomio tiene:

- Tres fichas que representan al término de grado 2, además se encuentran en el primer cuadrante, por lo tanto, serán positivos.
- Doce fichas que representan el término de grado 1, además se encuentran en el cuarto cuadrante, por lo tanto, serán negativos.

El polinomio resultante de esta multiplicación será:

$$3x^2 - 12x$$

Practiquemos con el recurso: Utilizando las fichas de la caja de polinomios y el tablero magnético, determine el producto de las siguientes expresiones.



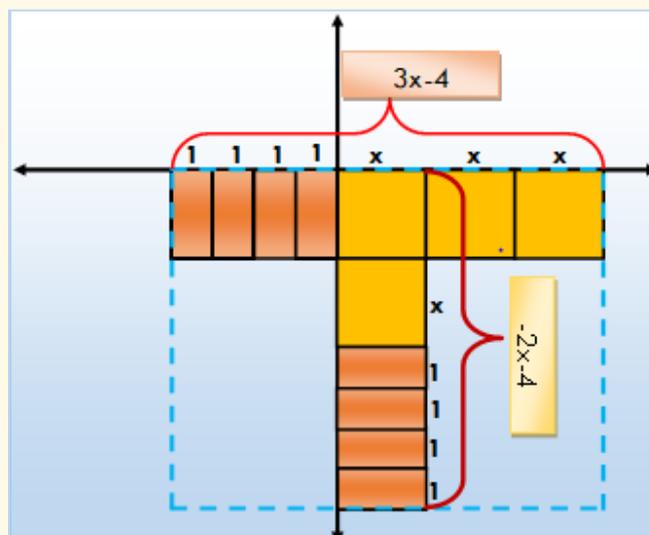
3. Multiplicación entre Polinomios

Para realizar la multiplicación entre 2 polinomios, nuevamente haremos uso de nuestra caja de polinomios y el tablero magnético. El proceso para multiplicar es idéntico al que se utiliza en la multiplicación de monomios con polinomios. A continuación presentaremos un ejemplo paso a paso:

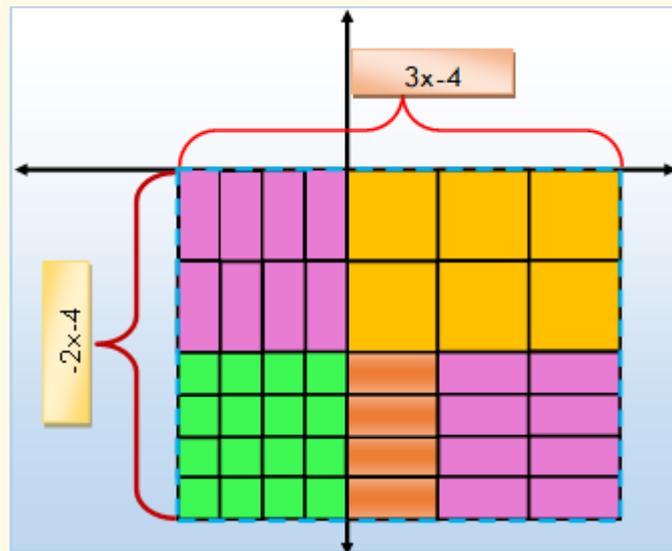
Paso 1: Represente simultáneamente los polinomios en el tablero magnético:



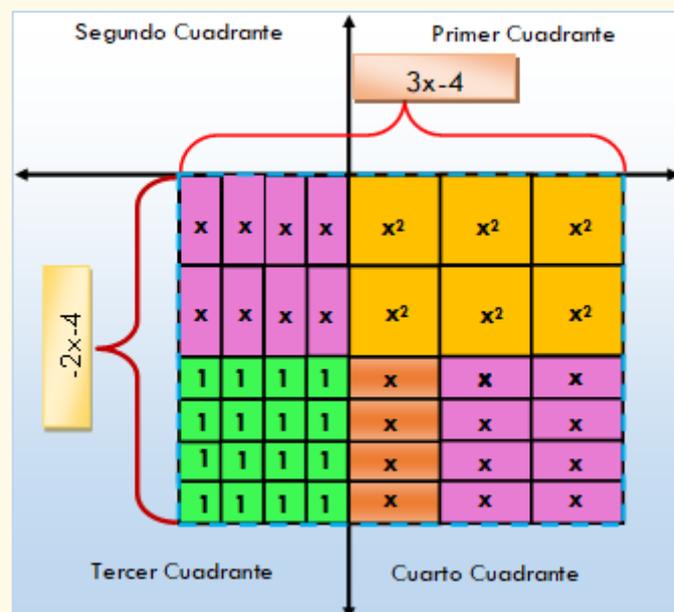
Paso 2: Una vez que están ubicados las expresiones en el tablero, vamos a trazar imaginariamente líneas que formen un cuadrilátero que abarque las expresiones que estamos multiplicando.



Paso 3: Vamos a completar el espacio faltante del cuadrilátero que se formó con la línea imaginaria, para ellos haremos uso de las fichas de lado “x”, las fichas rectangulares de base “x” y altura “1” y las fichas cuadradas de lado “1”.



Paso 4: Una vez que se ha completado el cuadrilátero, ya tenemos la respuesta de la multiplicación. La expresión resultante equivale a expresar el polinomio que se formó utilizando las áreas de las fichas que lo conforman.



El cuadrilátero que se formó al multiplicar está conformado por:

- Seis fichas que representan el término de grado 2, tendrán signo negativo pues están en el cuarto cuadrante.
- Veinte fichas que representan el término de grado 1, ocho de ellas son negativas y doce son positivas debido a sus ubicaciones en los cuadrantes. En este caso vamos a ir reduciendo fichas hasta que queden solo fichas con un único signo. En este caso nos quedaremos con 4 fichas y tendrán signo negativo.
- Dieciséis fichas que representan el término independiente, tendrán signo positivo por estar en el tercer cuadrante.

El polinomio resultante es:

$$6x^2 - 4x + 16$$

Practicemos con el recurso: Utilizando las fichas de la caja de polinomios y el tablero magnético, determine el producto de las siguientes expresiones.

$-3x+5$
 $-2x+1$

4. Multiplicación de polinomios aplicando la Propiedad Distributiva.

Como sabemos, los polinomios abarcan desde los binomios en adelante. El método anterior que vimos para multiplicar polinomios nos ayuda bastante desde los monomios hasta los binomios; pero para multiplicar trinomios y polinomios más grandes haremos uso de la propiedad distributiva de la multiplicación.

A continuación se multiplicarán los siguientes polinomios:

$$3x^2 + 5xy$$

$$-2x^2 + 5x^3y^2 - 4x$$

Paso 1: Colocamos las expresiones a multiplicar en paréntesis y ponemos el operador correspondiente.

$$(3x^2 + 5xy) \cdot (-2x^2 + 5x^3y^2 - 4x)$$

Paso 2: Aplicamos la propiedad distributiva entre los términos del primer factor y del segundo factor. No olvide tener en cuenta la ley de los signos y las propiedades de la potenciación al multiplicar.

$$(3x^2 + 5xy) \cdot (-2x^2 + 5x^3y^2 - 4x)$$

$$= -6x^4 + 15x^5y^2 - 12x^3 - 10x^3y + 25x^4y^3 - 20x^2y$$

Paso 3: Una vez que se ha aplicado la propiedad distributiva y se ha obtenido una expresión equivalente; se deben identificar los términos semejantes que existan y reducirlos.

$$= -6x^4 + 15x^5y^2 - 12x^3 - 10x^3y + 25x^4y^3 - 20x^2y$$

En la expresión que obtuvimos no existen términos semejantes que puedan ser reducidos.

Paso 4: Una vez que se han reducido los términos semejantes, se escribe la expresión final que corresponde a la respuesta.

Respuesta

$$-6x^4 + 15x^5y^2 - 12x^3 - 10x^3y + 25x^4y^3 - 20x^2y$$

A la Acción

1. Determine el producto de los siguientes monomios y polinomios.

$$\begin{matrix} -x \\ -3x + 5 \end{matrix} \cdot \boxed{}$$

$$\begin{matrix} 4x - 5 \\ -2x + 12 \end{matrix} \cdot \boxed{}$$

$$\begin{matrix} 4x \\ 2x - 7 \end{matrix} \cdot \boxed{}$$

$$\begin{matrix} 8x - 5 \\ x - 3 \end{matrix} \cdot \boxed{}$$

2. Determine el producto de los siguientes polinomios.

$$(3x^2 - a^3 + 2ax^2) \cdot (2a^2 - x^2 - 3ax)$$

3. Resuelva la situación planteada.

En la ciudad de Cuenca, el invierno trae consigo grandes lluvias y sería óptimo que la gente utilizara esta agua. La familia Gonzales vive en el campo a las afueras de la ciudad, en esta época del año las tuberías del servicio de agua suelen llegar a obstruirse por lo que han decidido construir un tanque de reserva en forma de un paralelepípedo rectangular con las siguientes dimensiones: el largo es tres veces el ancho aumentado en uno, mientras que la altura es el doble del largo y el ancho juntos.

A. Realice un gráfico del tanque con sus dimensiones.



Figura 25 y 26

B. Determine el polinomio que representa el volumen del reservorio.



C. ¿Qué cantidad de agua puede almacenar la familia Gonzales si construyen un reservorio de 3m de ancho?



Construyendo el Conocimiento

1. División entre Monomios

Las medidas que se han tomado para tratar de reducir el contagio del Covid19 no han sido cumplidas estrictamente por las personas, como la prohibición de realizar reuniones sociales, usar mascarillas en todo momento, entre otras. Distintas empresas se han dedicado a fabricar mascarillas; la empresa Salud Diaria ha adquirido un pedazo en forma rectangular de $36x^2$ metros cuadrados de tela para fabricar las mascarillas KN95. Si el ancho del pedazo de tela es $4x$ metros. ¿Qué largo tiene el pedazo de tela adquirido?



Figura 27 y 28

A. Represente gráficamente la situación presentada.

B. ¿Qué procedimiento se debe seguir para dar solución a la situación planteada? Explique.



Comodín de Ayuda

Cuando divides monomios con monomios, coloque en forma de fracción y tome en cuenta las propiedades de la potenciación para cocientes entre potencias de igual base.

C. Determine el largo que tendrá el pedazo de tela adquirido para las mascarillas.

D. La tienda de telas realiza el cobro de acuerdo al largo de la tela. Si cada metro de tela cuesta \$5. ¿Cuánto deberá pagar la empresa?

Dinero Invertido =

La situación planteada anteriormente, es una aplicación de la división de monomios. En el literal C se desarrolló esta división, analice lo que realizó y describa paso a paso el proceso que siguió.

2. División entre un Polinomio y un Monomio



Figura 29 y 30

La mayoría de personas ha empezado pequeños emprendimientos para poder ayudarse con los distintos gastos económicos que se han generado en la pandemia. Sara ha decidido hornear y vender paquetes de pan a domicilio; a lo largo de la semana ha tenido un ingreso (dólares) equivalente al polinomio $15x^3 - 12x^2 + 6x$. Si en esa semana ha vendido $6x$ paquetes de pan. ¿Cuál es el precio que tiene cada paquete que vende?

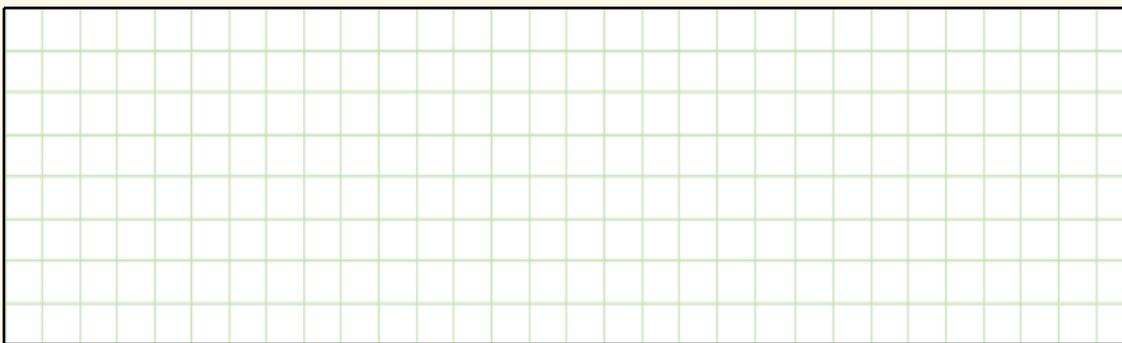
A. ¿Qué procedimiento se debe seguir para dar solución a la situación planteada? Explique.



Comodín de Ayuda

Cuando divides un polinomio para un monomio, distribuye el divisor para los elementos del dividendo y así el cociente podrás obtenerlo.

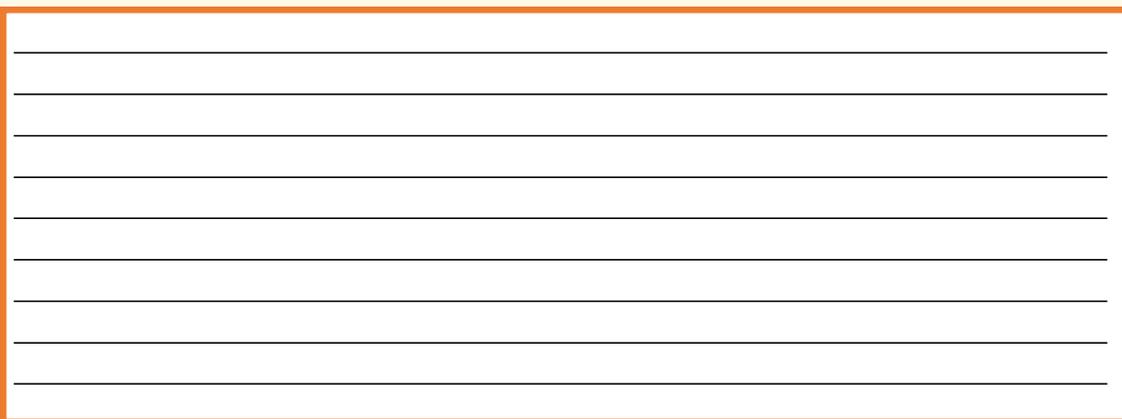
C. Determine el precio al que vende Sara cada paquete de pan a los consumidores.



D. Escriba a continuación el polinomio que representa el precio de cada paquete de pan.

Precio =

E. Describa de forma ordenada el procedimiento que siguió para realizar la división, y qué semejanzas encontró con respecto a la división entre monomios.



3. División entre Polinomios

El procedimiento que se debe seguir para realizar la división entre polinomios tiene cierta similitud con la división tradicional de números naturales que se aprendió en años anteriores. Pero antes de explicar el procedimiento para realizar esta operación, se deben tener en cuenta las siguientes condiciones:

- El grado absoluto del divisor debe ser igual o menor que el grado absoluto del dividendo.
- Los polinomios que corresponden al dividendo y al divisor deben estar ordenados de forma descendente, es decir, desde el mayor grado hasta el menor grado.
- Si en el dividendo la secuencia de exponentes no está completa, se la puede completar añadiendo términos de coeficiente cero y la variable con el exponente correspondiente.

A continuación se explica el proceso que se debe seguir para dividir polinomios

$$A = a^4 - a^2 - 2a - 1$$

$$B = a^2 + a + 1$$

Vamos a dividir el polinomio **A** para el polinomio **B**, pero antes analicemos que se cumplan las condiciones que se mencionaron anteriormente:

- ♦ El grado del polinomio **B** (divisor) es menor que el grado del polinomio **A** (dividendo), por lo tanto si es posible efectuar la división.
- ♦ Ambos polinomios están ordenados en forma descendente.
- ♦ El polinomio **A** debe ser completado con el término de grado 3.

Paso 1: Vamos a colocar el dividendo y el divisor en las posiciones que corresponden, de forma similar a cuando se dividían los números naturales. Recuerde que el dividendo (completo) y el divisor debe estar ordenado.

$$a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \overline{) a^2 + a + 1}$$

Paso 2: Determinamos el primer término del cociente, para ello vamos a dividir el primer término del dividendo para el primer término del divisor. No olvide la ley de los signos.

$$a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \overline{) a^2 + a + 1} \quad \frac{a^4}{a^2} = a^2$$

Paso 3: Una vez que se ha encontrado el primer término del cociente, este se multiplica por cada término del divisor, y el resultado se coloca debajo del dividendo en la columna correspondiente pero con el signo contrario al que resulta en el producto.

$$\begin{array}{r} a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \overline{) a^2 + a + 1} \\ -a^4 - a^3 - a^2 \end{array}$$

Paso 4: Una vez completado el paso 3, sumamos estas expresiones. El resultado se colocará debajo, y así se obtendrá el residuo que será un nuevo dividendo.

$$\begin{array}{r} a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \overline{) a^2 + a + 1} \\ -a^4 - a^3 - a^2 \\ \hline // -a^3 - 2a^2 - 2a - 1 \end{array}$$

Paso 5: Ahora vamos a encontrar el siguiente término del cociente, y para ello repetimos el paso 2 pero con el nuevo dividendo que encontramos en el paso anterior. A continuación repetimos el paso 3 y 4.

$$\begin{array}{r}
 a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \left| \begin{array}{l} a^2 + a + 1 \\ a^2 - a \end{array} \right. \quad \frac{-a^3}{a^2} = -a \\
 \underline{-a^4 - a^3 - a^2} \\
 // \quad -a^3 - 2a^2 - 2a - 1 \\
 \quad \underline{a^3 + a^2 + a} \\
 // \quad \quad -a^2 - a - 1
 \end{array}$$

Paso 6: Seguiremos repitiendo el paso 5 hasta que el grado del residuo sea menor que el grado del divisor.

$$\begin{array}{r}
 a^4 - 0a^3 - a^2 - 2a - 1 \quad \left| \begin{array}{l} a^2 + a + 1 \\ a^2 - a - 1 \end{array} \right. \quad \frac{-a^2}{a^2} = -1 \\
 \underline{-a^4 - a^3 - a^2} \\
 // \quad -a^3 - 2a^2 - 2a - 1 \\
 \quad \underline{a^3 + a^2 + a} \\
 // \quad \quad -a^2 - a - 1 \\
 \quad \quad \underline{a^2 + a + 1} \\
 // \quad // \quad //
 \end{array}$$

En la división anterior hemos obtenido un residuo de cero, pero debemos recalcar que no siempre tendremos de residuo 0.

Paso 7: Escribimos la respuesta de la división.

$$\frac{a^4 - a^2 - 2a - 1}{a^2 + a + 1} = a^2 - a - 1$$

Aplicando lo Aprendido

Siguiendo los pasos explicados para la división entre polinomios, resuelva las divisiones entre polinomios planteadas a continuación. Si la división no se puede realizar, explique el motivo que genera dicha situación.

$$P_1 = 3x^3 + 13x^2 - 13x + 2$$

$$P_2 = 3x - 2$$

$$P_3 = x^5 + x^3 - 8x - 6$$

$P_1 \div P_2$	$P_1 \div P_3$

A la Acción

1. Pinte con el mismo color el cociente correspondiente.

$$\frac{-5a^2}{-a}$$

$$a$$

$$-1$$

$$-7a^2b^2$$

$$\frac{5x^4y^5}{-6x^4y}$$

$$\frac{14a^3b^4}{-2ab^2}$$

$$\frac{5}{6}y^4$$

$$\frac{27}{5}a^7$$

$$\frac{-108a^7b^6c^8}{-20b^6c^8}$$

$$\frac{-a^2b}{-ab}$$

$$1$$

$$5a$$

$$\frac{8m^2n^3}{8m^2n^3}$$

2. Determine el resultado de las siguientes divisiones.

$$\frac{a^2 - ab}{a} =$$

$$\frac{3x^2y^3 - 5a^2x^4}{-3x^2} =$$

$$\frac{6m^3 - 8m^2n + 20mn^2}{-2m} =$$

$$\frac{6a^8b^8 - 3a^6b^6 - a^2b^3}{3a^2b^3} =$$

3. Desarrolle las siguiente división de polinomios.

$$\frac{x^6 + 6x^3 - 2x^5 - 7x^2 - 4x + 6}{x^4 - 3x^2 + 2} =$$

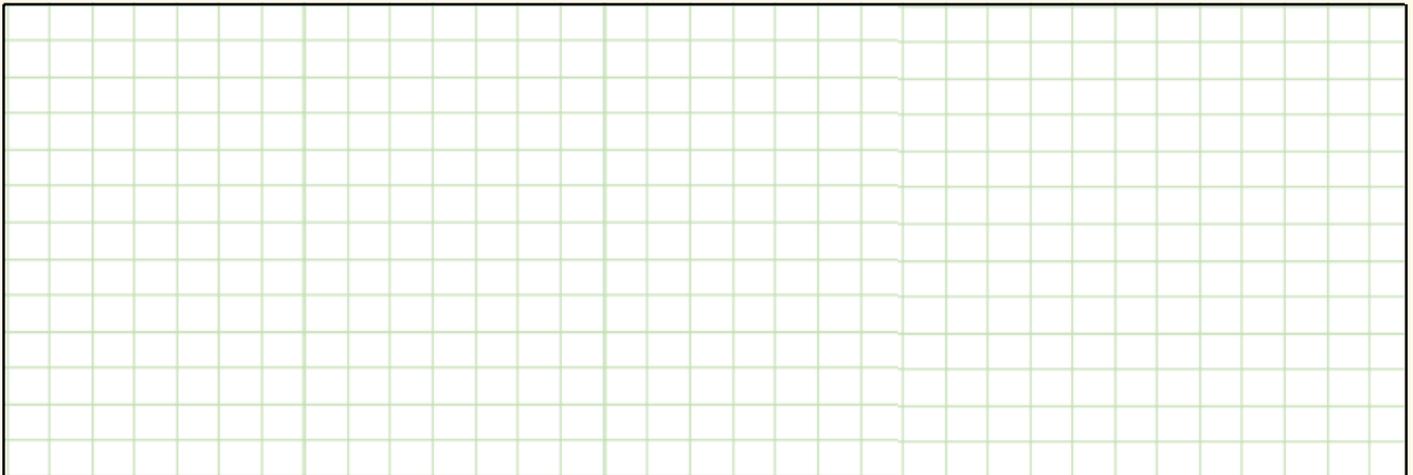


Subamos de Nivel

En los campos cuando llega el tiempo de la cosecha del maíz y el frejol, los agricultores después de recolectar todo lo que sembraron lo comparten con sus vecinos, y a la vez ellos comparten sus cosechas. Sara ha decidido compartir una caja de maíz. Si quiere compartir un volumen representado por el polinomio $-5n+5n^3+3n^4-5n^2+2$ de maíz. ¿Cuál debe ser la altura de la caja si tiene un largo de $n+1$ y una profundidad de $n-1$?



Figura 31 y 32



Destreza con Criterio de Desempeño

Reconocer y calcular productos notables e identificar factores de expresiones algebraicas. (M.4.1.33.)

Productos Notables

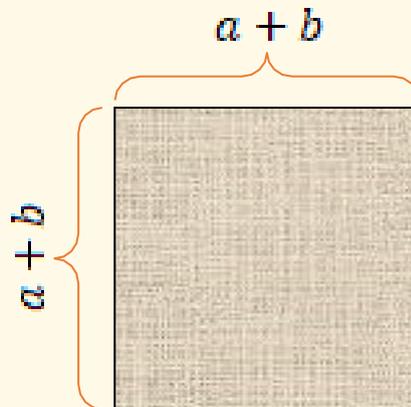


Preparando el Camino



1. Resolver la siguiente situación.

Ulises ha decidido entrar en un concurso de pintura sobre lienzo, las normas del concurso establecen que deben adquirir un lienzo como el de la figura presentada. Cuando va a comprar el lienzo, este solo lo venden por metros cuadrados. Determine el área de la pieza de lienzo que se debe adquirir.



La respuesta que usted obtenga quedará expresada en términos de **a** y **b**.

Desarrollo

Área de Lienzo =

!!Recuerda!!

Que los monomios semejantes o términos semejantes, son todos aquellos que tienen la misma parte literal, aunque los coeficientes de los mismos sean distintos.

Semejantes { $3x$
 $-17x$
 x

No Semejantes { $-2x^2$
 y
 $4x$

2. En la actividad anterior, se calculó el área de la figura presentada. Ahora la misma pieza de lienzo se presenta de una forma diferente. Calcule el área de cada figura en la que se ha dividido el cuadrilátero.

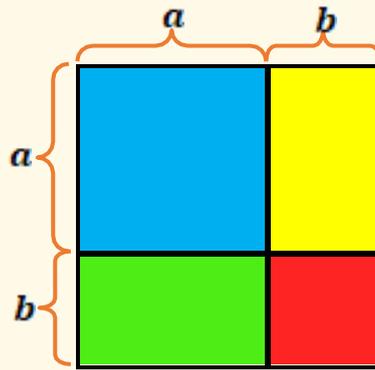
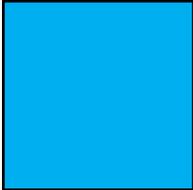
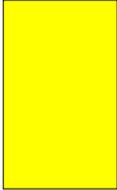
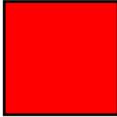


Figura	Área
	
	
	
	
Suma de las todas las Áreas	

De acuerdo a la actividad 1, el área de la pieza de lienzo se obtiene de la siguiente manera:

El área del la pieza de lienzo es: $(a+b)(a+b)$

El área de un cuadrilátero es igual al producto (multiplicación) del largo por el ancho.

Si a la expresión anterior, aplicamos una propiedad de la potenciación (producto de potencias de igual base), el área de la pieza puede expresarse de la siguiente manera:

El área del la pieza de lienzo es:	$(a+b)^2$
Ambas expresiones son equivalentes.	

De acuerdo a la actividad 1 y 2, se pudo obtener una expresión que representa el área de la pieza de lienzo:

El área del la pieza de lienzo es:	$a^2+2ab+b^2$
---	---------------

3. De acuerdo a los resultados obtenidos en la actividad 1 y 2, colorea la conclusión correcta respecto a los mismos.

Resultados
Iguales

Resultado1 mayor
que Resultado 2

Resultado1 menor
que Resultado 2

Construyendo el Conocimiento

4. Productos Notables

Son productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin necesidad de efectuar la multiplicación correspondiente.

4.1 Cuadrado de la suma de dos cantidades o Binomio al Cuadrado.

$(a+b)^2$	Binomio al Cuadrado o Cuadrado de la suma de dos cantidades
-----------	--

Con las actividades que realizamos anteriormente (1y 2), se ha podido explicar este producto notable; teniendo como desarrollo la siguiente expresión:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

¿Cuál cree que es la regla que permite explicar este producto notable? Dédúzcala, escríbala y compártala con sus compañeros y docente.

Los signos son importantes, no dejes que te ocurra lo mismo.

Pero profesor, solo me equivoque en un signo



Figura 33

4.2 Cuadrado de la Diferencia de dos cantidades o binomio al cuadrado.

En este caso se presenta el binomio al cuadrado y su respectivo desarrollo:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

¿Cuál es la diferencia y semejanza que usted puede encontrar entre los dos productos notables desarrollados anteriormente?

!!Recuerda!!

Una expresión recibe un nombre específico, según el número de términos que lo conforman.

$$(a+b)$$

Binomio (2 términos)

4.3 Producto de la suma por la diferencia de dos términos.

A continuación se presentan algunos ejemplos sobre este producto notable. ¿Qué semejanza encuentra entre cada factor de los ejemplos presentados?

$$(3p - 2r) \cdot (3p + 2r)$$

$$(4a - c) \cdot (4a + c)$$

$$(5m - 7k) \cdot (5m + 7k)$$

!!Ten en Cuenta!!

$$P_1 - P_2 \neq P_2 - P_1$$

No se cumple la propiedad conmutativa

Los ejemplos presentados a continuación, ¿pueden ser considerados dentro de este caso de producto notable? Argumente su respuesta.

$$(3p + 2r) \cdot (3p - 2r)$$

$$(4a + c) \cdot (4a - c)$$

$$(5m + 7k) \cdot (5m - 7k)$$

En la actividad anterior hemos encontrado la característica que nos permite identificar a este producto notable, a continuación realizaremos el desarrollo de uno de los ejemplos que se presentaron:

$$(3p + 2r) \cdot (3p - 2r)$$

Paso 1: Aplicamos la propiedad distributiva de la multiplicación y obtenemos la siguiente expresión.

$$9p^2 - 6pr + 6pr - 4r^2$$

Paso 2: Identificamos los términos semejantes y los reducimos, obteniendo la siguiente expresión.

$$9p^2 - \cancel{6pr} + \cancel{6pr} - 4r^2$$

$$9p^2 - 4r^2$$

Por lo tanto, el resultado de multiplicar estos dos binomios, nos da:

$$(3p + 2r) \cdot (3p - 2r) = 9p^2 - 4r^2$$

El ejemplo desarrollado anteriormente nos ayuda a generalizar una regla para este producto notable. Analice, escriba y comente con sus compañeros y docente dicha regla.



4.4 Producto de la forma $(x+a)(x+b)$

Si analizamos la estructura de este producto notable, podemos darnos en cuenta que el primer término en ambos factores son el mismo, y sus segundos términos son distintos.

El desarrollo de este producto se presenta a continuación:

$$(x + a)(x + b)$$

Paso 1: Aplicamos la propiedad distributiva de la multiplicación y obtenemos la siguiente expresión.

$$x^2 + bx + ax + ab$$

Paso 2: Reducimos los términos semejantes.

$$x^2 + (a + b)x + ab$$

Por lo tanto, el resultado de multiplicar estos dos binomios, nos da:

$$(x + a) \cdot (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Escriba el procedimiento realizado en cada paso mostrado a continuación, fijándose en el producto notable y su desarrollo.

Desarrollo	Producto notable
$x^2 + (a + b)x + ab$	$(x + a)(x + b)$
x^2	
$(a + b)x$	
ab	

Con el análisis del procedimiento y la actividad realizada anteriormente, escriba y comparta con su docente y compañeros la regla que permite explicar este producto notable.

4.5 Cubo de un Binomio

Como su nombre lo indica, este producto notable se desarrolla a partir de un binomio de la forma $(x+a)^3$. Este binomio, si se lo descompone utilizando la definición de la potenciación, quedaría expresado de la siguiente manera:

$$(x + a)^3 = (x + a) \cdot (x + a) \cdot (x + a)$$

Desarrolle el producto de los tres binomios en los que se descompuso el binomio al cubo, reduzca los términos semejantes y escriba la expresión final.

La expresión que se obtuvo anteriormente debe ser igual a la presentada a continuación:

$$(x + a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

Escriba el procedimiento realizado en cada paso mostrado a continuación, fijándose en el producto notable y su desarrollo.

Desarrollo $x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$	Producto notable $(x + a)^3$
x^3	
$3x^2a$	
$3xa^2$	
a^3	

Analizando las actividades realizadas anteriormente, escriba la regla que caracteriza a este producto notable. Comparta su respuesta con el docente y compañeros.

Como vimos anteriormente, se ha desarrollado el cubo de la suma de un binomio. Otro caso que puede presentarse es el **cubo de la resta de un binomio**. Dicho producto notable puede expresarse de manera similar como se presenta a continuación:

$$(x - a)^3 = (x - a) \cdot (x - a) \cdot (x - a)$$

Desarrolle el producto de los tres binomios en los que se descompuso el binomio al cubo, reduzca los términos semejantes y escriba la expresión final.

Analizando el producto notable de la suma y de la resta de un binomio al cubo; determine la diferencia y semejanza entre las expresiones obtenidas para estos productos notables.



5. Naveguemos en la Web

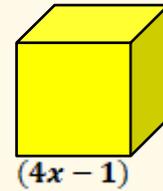
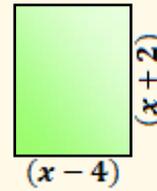
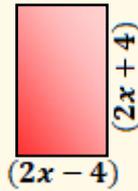
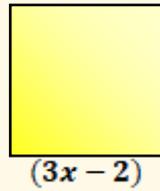
Ingrese al siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=K-7j1x01-CE&ab_channel=smatematico o escanee el código QR para descubrir el video. Una vez visualizado, responda las siguientes preguntas.



<p>¿Cuál es el punto de partida que se utiliza para demostrar el binomio al cubo de forma geométrica?</p>	<hr/> <hr/>
<p>¿Cuáles son las dimensiones del cubo que se utiliza para demostrar el binomio al cubo?</p>	<hr/> <hr/>
<p>Si el cubo se descompone, ¿cuántos sólidos distintos aparecen, y qué dimensiones tienen?</p>	<p>1. <hr/></p> <p>2. <hr/></p> <p>3. <hr/></p> <p>4. <hr/></p>
<p>¿Cuáles son los volúmenes de los sólidos en los que se descompuso el cubo?</p>	<p>1. <hr/></p> <p>2. <hr/></p> <p>3. <hr/></p> <p>4. <hr/></p>
<p>¿Qué expresión se pudo obtener al sumar todos los volúmenes de los sólidos?</p>	<hr/> <hr/>

A la Acción

1. Una cada expresión del área o volumen con la figura que le corresponda.



$$4x^2 - 16$$

$$x^2 - 2x - 8$$

$$9x^2 - 12x + 4$$

$$64x^3 - 48x^2 + 12x - 1$$

$$x^2 + 10x + 25$$

2. Desarrolle el producto notable correspondiente en los siguientes ejercicios.

$$(x + 5)^2 =$$

$$(3 - 2x)^2 =$$

$$(4x + 1)^2 =$$

$$(9x - 3)^2 =$$

$$(5k + 2)(5k - 2) =$$

$$(4s - 3t)(4s + 3t) =$$

$$(t + 3)(t + 7) =$$

$$(w + 3)^3 =$$

$$(2x - 5)^3 =$$

Destreza con Criterio de Desempeño

Reconocer y calcular cocientes notables característicos por la inspección de su estructura. (M.4.1.32)

Cocientes Notables



Preparando el Camino



1. Una con una línea el caso de producto notable con su respectivo ejemplo.

Cuadrado de un Binomio

$$(x + 5)(x - 7)$$

Producto de la suma por la diferencia de dos Términos

$$(5g + 13)^3$$

Producto de la forma $(x+a)(x+b)$

$$(7h - 2)^2 \cdot (7h - 2)$$

Cubo de un Binomio

$$(12x - 7) \cdot (12x - 7)$$

$$(3 + 7y)^2$$

$$(w^2 + 5)(w^2 - 5)$$



Construyendo el Conocimiento



1. Naveguemos en la Web



Ingrese en los siguientes enlaces o escanee los códigos QR para descubrir los videos.

- https://www.youtube.com/watch?v=bpKU83P5vI0&ab_channel=Matem%C3%A1ticaconMarcelo
- https://www.youtube.com/watch?v=1z2W9RgGioM&ab_channel=ChaloMat

Una vez visualizados, responda las siguientes preguntas.



¿Cómo se puede definir a un cociente notable?	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
¿Qué se debe tener presente al momento de trabajar con cocientes notables?	1. <hr/> 2. <hr/>
¿Qué condiciones se deben cumplir para que una división entre polinomios sea considerado un cociente notable?	1. <hr/> 2. <hr/> 3. <hr/>

2. Cocientes Notables

Se puede definir como cocientes notables a aquellas divisiones que son exactas, es decir, que tienen un residuo de cero. El cociente se puede obtener de forma directa por inspección, sin resolver o realizar algún tipo de procedimiento.

En los cocientes notables se encuentran varios casos, los cuales se presentan a continuación:

2.1 Cociente de la diferencia de cuadrados entre la suma o resta de sus raíces cuadradas.

- El divisor es la Suma de sus Raíces Cuadradas.

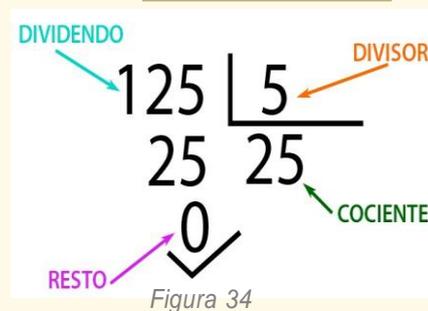
Vamos a considerar la siguiente división:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

A continuación realice la división planteada anteriormente:

!!Recuerda!!

Cada componente de la división tiene un nombre



¿Qué expresión algebraica se obtuvo como cociente de la división anterior?

- El divisor es la Resta de sus Raíces Cuadradas.

Vamos a considerar la siguiente división:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b}$$

A continuación realice la división planteada anteriormente:

¿Qué expresión algebraica se obtuvo como cociente de la división anterior?

En las dos actividades anteriores se obtuvieron dos cocientes. Analice dichas expresiones y escriba que semejanzas y diferencias poseen.

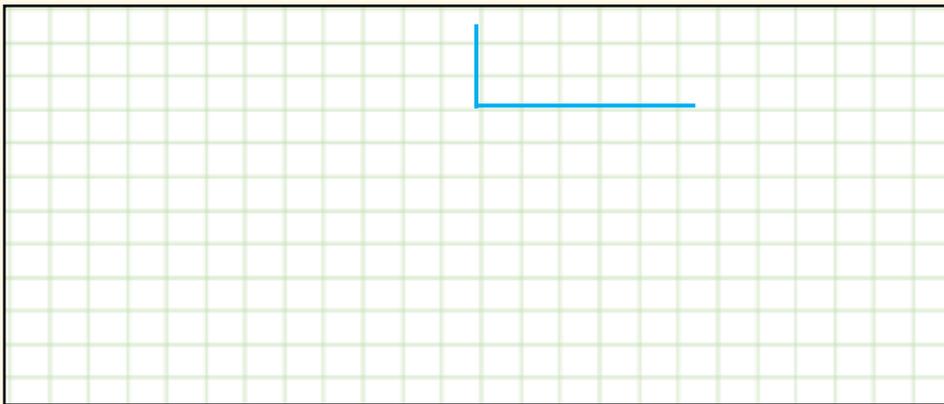
De acuerdo al análisis anterior, ¿cuál será la regla correspondiente a este cociente notable? Escriba y compártalo con sus compañeros y docente.

2.2 Cociente de la diferencia de cubos entre la resta de sus raíces cúbicas.

Este cociente está expresado de la siguiente forma:

$$\frac{x^3 - a^3}{x - a}$$

A continuación realice la división planteada anteriormente:



¿Qué expresión algebraica se obtuvo como cociente de la división anterior?



A continuación se presenta un cuadro donde está la división anteriormente presentada y su respectivo cociente. Analice que relación existe entre los términos del divisor y el cociente obtenido.

División	Cociente
$\frac{x^3 - a^3}{x - a}$	$x^2 + ax + a^2$
x^2	
ax	
a^2	

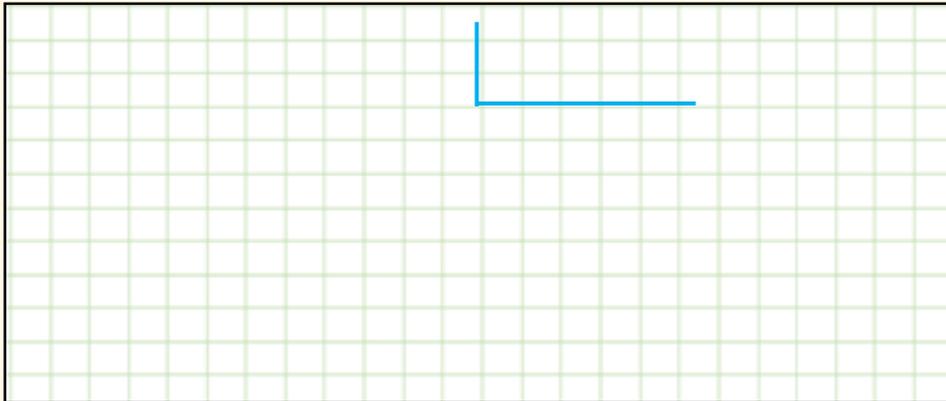
De acuerdo al análisis anterior, ¿cuál será la regla correspondiente a este cociente notable? Escriba y compártalo con sus compañeros y docente.

2.3 **Cociente de la suma de cubos entre la suma de sus raíces cúbicas.**

Este cociente está expresado de la siguiente forma:

$$\frac{x^3 + a^3}{x + a}$$

A continuación realice la división planteada anteriormente:



¿Qué expresión algebraica se obtuvo como cociente de la división anterior?

Analizando los dos cocientes notables que se desarrollaron anteriormente (2.2 y 2.3), determine la diferencia y semejanza entre sus cocientes.

3. Generalizando los Cocientes Notables



Naveguemos en la Web

Ingresa en el siguiente enlace o escanea el código QR para descubrir el video.

- https://www.youtube.com/watch?v=sNEPVw7n8LE&ab_channel=Matemania

Una vez visualizado, responda las siguientes preguntas.



a. ¿Cómo podemos saber cuantos términos posee el cociente notable que se esté desarrollando?

b. ¿Cuántos casos de cocientes notables existen? Anótelos y escriba su desarrollo.

CASOS	DESARROLLO
Caso 1	
Caso 2	
Caso 3	

c. ¿Qué diferencias y semejanzas encuentra entre los casos anteriormente identificados?

d. ¿Qué diferencia existe entre el caso 2 y 3?

!!Recuerda!!

Los cocientes notables cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección.

A la Acción

1. Determine los cocientes de las siguientes divisiones.

$\frac{r^2 - 4}{r - 2}$
$\frac{49s^2 - 81}{7s + 9}$
$\frac{27x^3 + t^3}{3x + t}$
$\frac{x^3 - 125y^3}{x - 5y}$
$\frac{1 - t^{12}}{1 - t^4}$
$\frac{a^5 + 243}{a + 3}$

2. Resuelva la situación planteada a continuación.



Figura 35

Jessenia ha sido invitada a la fiesta de graduación de su primo. Ella ha decidido comprarle una pecera con peces payaso. Para comprar la pecera ideal, Jessenia ha analizado el cuarto de su primo para ver donde puede colocar la pecera. Ha encontrado un pequeño estante rectangular que sería perfecto para ubicarla. Si en la tienda de mascotas las únicas peceras disponibles son las que poseen un volumen dado por la expresión $125+h^3$. Además tienen una altura dada por la expresión $h+5$.



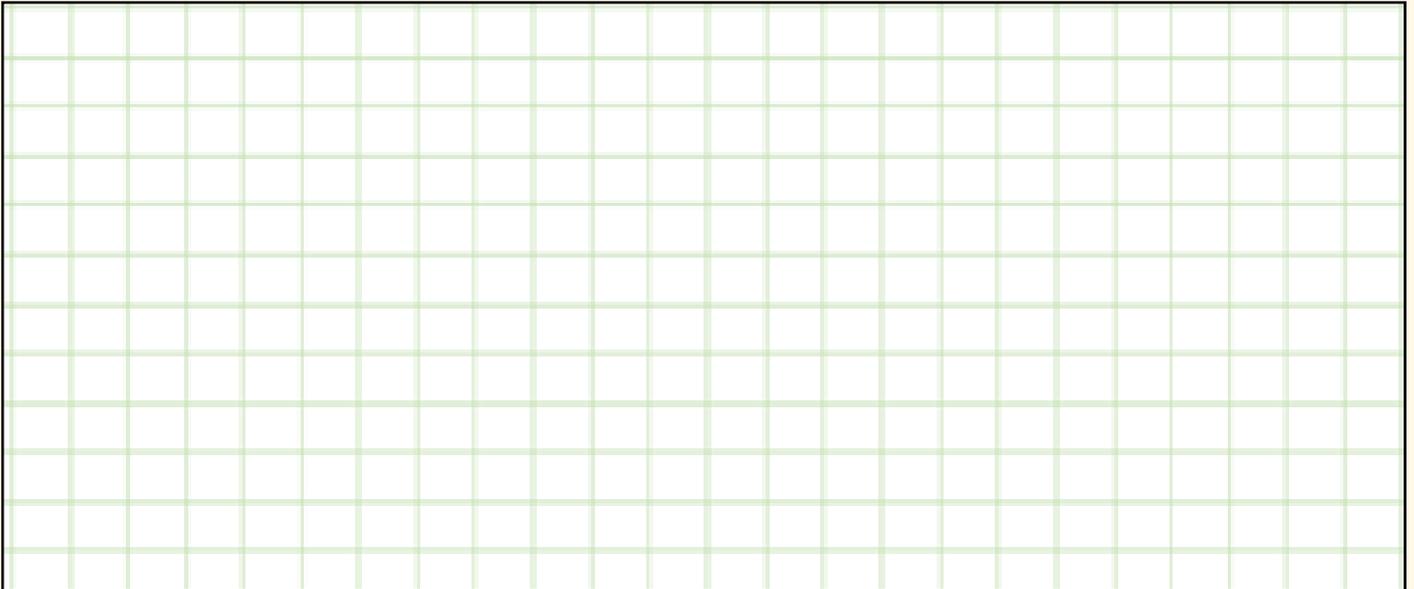
Figura 36

Figura 35

A. Determine el área que debe tener la superficie del estante para que la pecera quede perfecta en él.



B. Determine el valor numérico de: el volumen y la altura de la pecera. Además el valor del área de la superficie del estante. Considere que $h=3$.





Finalicemos Jugando



Han llegado al final de este viaje de conocimientos sobre los polinomios y han adquirido distintos saberes que los ayudarán en un futuro. Antes de culminar se ha preparado un juego donde pondrán a prueba todo lo aprendido y deberán ser lo más rápido posible para ganar el primer lugar.

1. Ingrese al link que se encuentra en la parte de abajo o escanee el código QR.

<https://kahoot.it/>



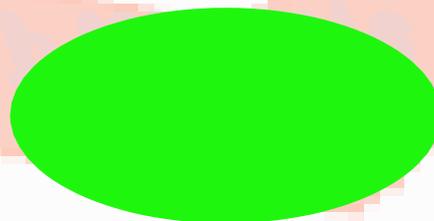
2. Una vez que se ha ingresado al enlace, escriba el PIN que el docente le proporcionará. A continuación, escoja un nombre para el juego y ponga atención a las indicaciones que le dará el profesor.

Kahoot!

Kahoot!

Fin del Juego

Puntaje





**Elementos Adicionales
para las Actividades de la Guía**

Expresiones Algebraicas

A continuación encontrará el material plegable que le ayudará a completar la actividad número 2 del tema de Expresiones Algebraicas.



Figura 38



Figura 39



Figura 40



Figura 41

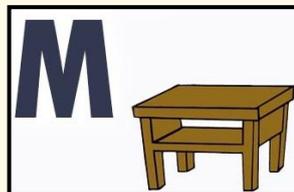


Figura 42



Figura 43



Figura 44



Figura 45



Figura 46



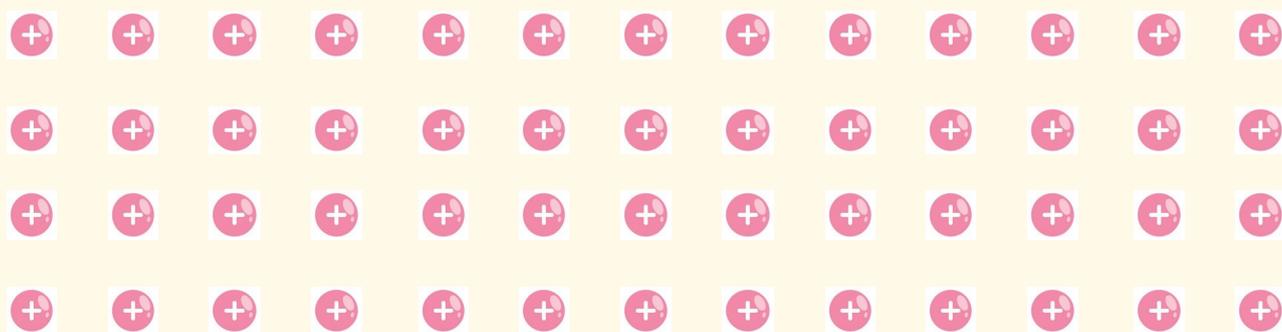
Figura 47

Figura 37

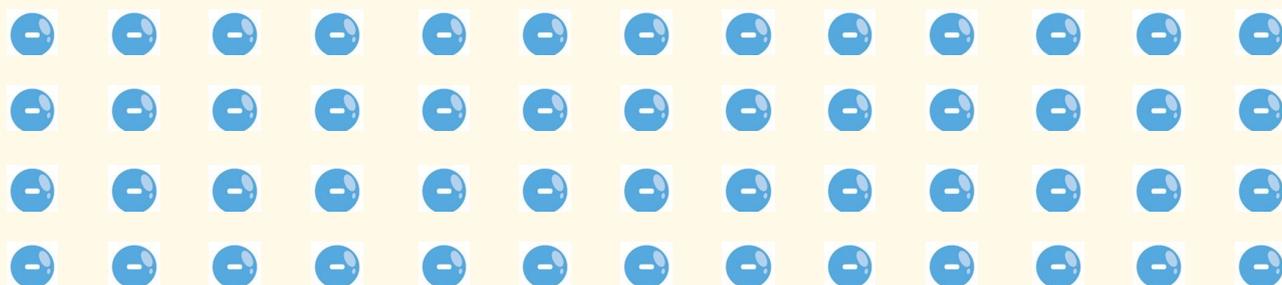
Adición y Sustracción de Polinomios

A continuación encontrará el material plegable que le ayudará a completar la actividad número 3 del tema de Adición y Sustracción de Polinomios.

Signos Positivos



Signos Negativos



Solucionario

❖ A la Acción (Pág. 9)

1. Ecuación 1: $L + M = 20$ Ecuación 2: $M = L + 4$

❖ A la Acción (Pág. 15)

1. Ejemplo 1 = $4N$ Ejemplo 2 = $9P$ Ejemplo 3 = $3C$

3. Costo = \$4

❖ A la Acción (Pág. 24)

2. $-\frac{5}{7}f^2i^3n^3, -0.6c^3y^2, \pi x^2m^2, -h^3i^3k^3$

4. $P = \frac{3}{10}qw^6y^5 - 8agw^2 - 5\sqrt{5}$

❖ A la Acción (Pág. 35)

1. $P_2 - P_1 = -19m^3 - 12m^2 + 5m + 14$ $P_2 + P_1 = 5m^3 - 26m^2 + 5m - 12$

Restar $P_1 - P_2 = -132w^2s - 11k^4s + 7ad^3 + k^3s - 8$

2. $P_4 + P_6 = -8h^2k^2 + 8$

$P_3 - P_1 = 6x^3 - 2x^2 - x + 9$

$P_3 - P_1 + P_2 = 6x^3 - 6x^2 - 3x + 12$

$P_5 - P_4 = 4 + 11ay^3 - 10t + 4h^2k^2$

$P_1 + P_3 + P_2 = 6x^3 - 10x^2 - x + 10$

$P_5 - P_6 - P_4 = -4 + 6ay^3 - 2t + 9h^2k^2$

3. a) Superficie = $14x^3w - 19h + 16$

b) Superficie = $71m^2$

❖ A la Acción (Pág. 51)

1. a) $-x(-3x + 5) = 3x^2 - 5x$

b) $4x(2x - 7) = 8x^2 - 28x$

c) $(4x - 5)(-2x + 12) = -8x^2 + 58x - 60$

d) $(8x - 5)(x - 3) = 8x^2 - 29x + 15$

Solucionario

2. Respuesta = $-2a^5 - 3x^4 + 5a^3x^2 + 6x^2a^2 - 9ax^3 + 3xa^4 - 2ax^4 - 6a^2x^3$

3. a) Dimensiones \rightarrow ancho = a largo = $3a + 1$ altura = $8a + 2$

b) Volumen = $24a^3 + 14a^2 + 2a$

c) Volumen = 792 m^3

❖ A la Acción (Pág. 59)

2. a) $\frac{a^2 - ab}{a} = a - b$ b) $\frac{3x^2y^3 - 5a^2x^4}{-3x^2} = -y^3 + \frac{5}{3}a^2x^2$

c) $\frac{6m^3 - 8m^2n + 20mn^2}{-2m} = -3m^2 + 4mn - 10n^2$

d) $\frac{6a^8b^8 - 3a^6b^6 - a^2b^3}{3a^2b^3} = 2a^6b^5 - a^4b^3 - \frac{1}{3}$

3. $\frac{x^6 + 6x^3 - 2x^5 - 7x^2 - 4x + 6}{x^4 - 3x^2 + 2} = x^2 - 2x + 3$

4. Subamos de Nivel \rightarrow Altura = $3n^2 + 5n - 2$

❖ A la Acción (Pág. 69)

2. a) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ b) $(3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$

c) $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$ d) $(9x - 3)^2 = 81x^2 - 54x - 9$

e) $(5k + 2)(5k - 2) = 25k^2 - 4$ f) $(4s - 3t)(4s + 3t) = 16s^2 - 9t^2$

g) $(t + 3)(t + 7) = t^2 + 10t + 21$ h) $(w + 3)^3 = w^3 + 9w^2 + 27w + 27$

i) $(2x - 5)^3 = 8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$

❖ A la Acción (Pág. 76)

1. a) $\frac{r^2 - 4}{r - 2} = r + 2$ b) $\frac{49s^2 - 81}{7s + 9} = 7s - 9$ c) $\frac{27x^3 + t^3}{3x + t} = 9x^2 - 3xt + t^2$

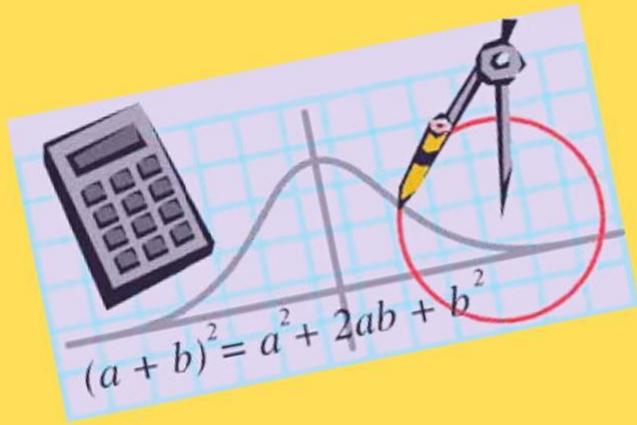
d) $\frac{x^3 - 125y^3}{x - 5y} = x^2 + 5xy + 25y^2$ e) $\frac{1 - t^{12}}{1 - t^4} = t^8 + t^4 + 1$

Solucionario

$$f) \frac{a^5+243}{a+3} = a^4 - 3a^3 + 9a^2 - 27a + 81$$

2. a) $\text{Área} = h^2 - 5h + 25$

b) $\text{Área} = 19$ $\text{Volumen} = 152$ $\text{Altura} = 8$



GUIA DEL DOCENTE

POLINOMIOS

9no año de EGB



Autores:

Christian Sebastián Hernández Culcay

Pedro Fernando Vizhco Sigua

PRESENTACIÓN

La matemática es una ciencia que se encuentra presente en varias áreas del conocimiento como las ciencias naturales, el arte, la música entre otros. El desarrollo de la educación, de acuerdo a lo establecido por el Ministerio de Educación, debe centrarse en una pedagogía constructivista y la guía didáctica presentada para los estudiantes también sigue ese modelo.

El documento presentado a continuación es una guía para el docente, que contiene los objetivos y las destrezas con criterio de desempeño que tiene cada clase. Así también contiene explicaciones de lo que el estudiante debe realizar en cada actividad que se ha propuesto y del manejo del material concreto que diseñado.

CLASE 1: INTERPRETANDO LO VERBAL EN FORMA MATEMÁTICA

Objetivo: Expresar situaciones de la vida cotidiana en lenguaje matemático.

Destreza con Criterio de Desempeño: Elaborar modelos matemáticos sencillos que representen situaciones planteadas. (M.4.1.8.)

Duración: 80 minutos

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Esta fase de la clase se va a centrar en que el estudiante responda tres interrogantes que servirán de introducción para el tema en cuestión. Las preguntas buscan que el estudiante, a partir de lo que sabe, de una definición de las siguientes interrogantes:

- **¿Qué tipo de lenguaje conoce? Indique algunos ejemplos.**
- **¿Qué entiende por lenguaje común o cotidiano?**
- **¿Qué entiende por lenguaje matemático?**

Una vez que los estudiantes hayan dado respuesta a estas preguntas, el docente armará una lluvia de ideas con las respuestas de 6 a 10 personas con el objetivo de que se comparta la información con el resto del grupo.

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

En esta parte de la clase, con los distintos aportes que se obtuvieron en la lluvia de ideas, se armará una definición sobre lo que significa “la interpretación verbal en forma matemática”.

ANALIZA Y APRENDE

En esta sección, se ha planteado una situación contextualizada que ayudará al estudiante a ir comprendiendo el proceso que se debe seguir para expresar en forma matemática una situación. La situación planteada se presenta a continuación:

“Debido a la pandemia que está atravesando el país por causa del coronavirus, la circulación de vehículos está restringida y se necesita un salvoconducto para poder circular. Un vehículo de entrega de víveres consume 8,6 litros de gasolina cada 200 km”

En las interrogantes planteadas a más de dar solo una respuesta, también se deben

describir procesos y realizar operaciones matemáticas. Las preguntas son:

- ¿Cuál es el contexto en el que se desarrolla la situación planteada?
- ¿Qué datos de la situación considera que serían útiles para establecer una expresión matemática del mismo?
- ¿Cómo encontraría la cantidad de gasolina que utiliza el vehículo por kilómetro y cuál es esa cantidad? Describa y desarrolle el proceso en la parte cuadrículada.
- ¿Cómo calcularía la cantidad de gasolina consumida por el vehículo al recorrer 15km? Describa el proceso y calcule en la parte cuadrículada.
- ¿Qué cantidad de combustible se consume si el vehículo recorre 75km?
- ¿Qué expresión matemática representará el consumo de combustible cuando el vehículo recorre un número arbitrario de kilómetros?

TRABAJANDO EN EQUIPO

En esta actividad se deben formar parejas con los estudiantes. Se ha presentado otra situación contextualizada donde deben establecer 2 expresiones matemáticas. Se debe seguir los pasos que se explicaron en la sección **ANALIZA Y APRENDE**. La situación establecida es la siguiente:

“Debido a la emergencia sanitaria que está atravesando el país, se ha emitido un comunicado que menciona evitar la aglomeración de personas. Los eventos sociales están restringidos y las reuniones de índice laboral pueden realizarse, pero no con mucha gente. Debido a esto la empresa de alimentos la europea ha llamado a reuniones sección por sección. La primera sección fue la de producción que está conformada por 64 personas entre hombres y mujeres. Además, el número de mujeres es el doble de hombres aumentado en siete”

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

En esta sección se ha planteado una actividad donde los estudiantes, de forma individual, nuevamente deben establecer las expresiones matemáticas correspondientes a la situación planteada.

SUBAMOS DE NIVEL

En esta sección, se busca que el estudiante resuelva actividades con una dificultad mayor a las planteadas anteriormente. En la actividad planteada, se presenta una expresión

matemática y ahora el estudiante deberá escribir una situación que sea representada por dicha situación, es decir, estamos haciendo un proceso inverso al visto en la clase.

CLASE 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Objetivo: Conocer la definición de expresiones algebraicas, sus componentes, tipos y el valor numérico de las mismas al tener un valor específico.

Destreza con Criterio de Desempeño: Calcular expresiones numéricas y algebraicas usando las operaciones básicas y las propiedades algebraicas en \mathbb{R} . (M.4.1.32.)

Duración: 80 minutos

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Actividad 1: Se centra en realizar un recordatorio a los estudiantes sobre el tema visto en la anterior clase que era el paso de lenguaje verbal al matemático. Para ello se ha propuesto un grupo de 6 enunciados que el estudiante deberá emparejar con su correspondiente expresión algebraica.

Actividad 2: La actividad tiene como objetivo que el estudiante vaya asignando un número y letra a un grupo de elementos que se pueden encontrar en el entorno para que se vaya familiarizando con el nuevo lenguaje que se empezará a manejar. Para ello los estudiantes deberá pegar la cantidad numérica y la letra correspondiente que ayude a representar al elemento del ejemplo propuesto. En el final de la guía encontrarán los recortables que deben utilizar los estudiantes para completar la actividad.

Actividad 3: Una vez que se ha completado la actividad dos, el estudiante debe establecer una diferencia entre las cantidades numéricas y los literales (letras).

2. CONSTRUCCIÓN

ANALIZA Y APRENDE

En esta sección, el estudiante debe identificar las partes de una expresión algebraica, para ello se ha presentado una imagen de una expresión algebraica donde deberá escribir el nombre de cada parte y después hacer una lista de los elementos identificados.

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

En esta sección se abarcan los siguientes temas que son: la definición, tipos y valor numérico de las expresiones algebraicas.

Se le presenta al estudiante la definición de una expresión algebraica, las operaciones que están relacionadas con la misma y los elementos que la conforman.

Para los tipos de expresiones algebraicas, se ha propuesto un video que debe ser visualizado por los estudiantes, al finalizarlo los estudiantes deberán realizar dos actividades respecto al mismo: primero deben realizar una clasificación de las expresiones algebraicas, y como segundo punto, deberán identificar si los ejemplos propuestos corresponden o no a una expresión algebraica, así mismo, deberán justificar su respuesta.

En el tema que trata sobre el valor numérico de una expresión algebraica, se inicia con una explicación teórica del mismo. A continuación, el estudiante deberá analizar un ejercicio resuelto sobre el tema. Finalmente, en un recuadro se le presenta la secuencia que se debería seguir para encontrar el valor numérico de una expresión algebraica.

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Se ha planteado para el estudiante tres actividades las cuales se detallan a continuación:

Actividad 1: El estudiante deberá escribir una expresión algebraica (coeficiente y variable) que permita identificar al ejemplo gráfico presentado.

Actividad 2: El estudiante deberá llenar un cuadro con tres ejemplos para cada tipo de expresión algebraica. Los ejemplos deberán ser creados por el mismo.

Actividad 3: Se ha presentado una situación contextualizada donde el estudiante deberá encontrar el valor numérico de una expresión algebraica haciendo uso de la información proporcionada en el enunciado. Además, debe respetar la secuencia que se presentó en la explicación del tema.

CLASE 3: MONOMIOS Y POLINOMIOS, UNA UNIÓN DE NÚMEROS Y LETRAS

Objetivos:

- Clasificar a los polinomios de acuerdo al número de términos que lo conforman.
- Identificar el grado absoluto y relativo de monomios y polinomios.
- Conocer las características que permiten identificar a monomios semejantes.
- Reducir términos semejantes de un polinomio presentado.

Destreza con Criterio de Desempeño: Definir y reconocer los elementos de un polinomio. (M.4.1.23.)

Duración: 120 minutos

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Se ha planteado un cuadro sinóptico que deberá ser llenado con información que se abarcó en la clase anterior. El cuadro sinóptico abarca la definición, partes y tipos de las expresiones algebraicas.

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

INTRODUCCIÓN A POLINOMIOS: Los estudiantes deberán visualizar un video que servirá como introducción al tema de polinomios. Posteriormente deberán responder las siguientes preguntas planteadas acerca del video:

- **¿Qué significa que una expresión algebraica sea finita?**
- **¿Qué es la variable en una expresión algebraica?**
- **Condiciones para que una expresión algebraica no sea considerada un polinomio.**
- **¿Cómo está definido el grado de un polinomio?**
- **¿Cómo se debe ordenar y completar un polinomio?**
- **¿Qué es un término independiente?**
- **¿Dónde podemos encontrar al coeficiente principal?**

CLASIFICACIÓN DE LOS POLINOMIOS: Los estudiantes deberá dar lectura junto con el docente a una explicación teórica sobre dicha clasificación, después encontrarán un cuadro de la clasificación con ejemplos.

GRADO ABSOLUTO Y RELATIVO DE MONOMIOS Y POLINOMIOS

Grado absoluto de un Monomio

Se ha presentado tres monomios a los estudiantes y deben identificar las variables involucradas. Posteriormente encontrarán un comodín que les da una pista para encontrar el grado absoluto. Finalmente, después de realizar estas dos actividades, el estudiante deberá establecer con sus palabras una definición sobre el grado absoluto de un monomio.

Grado absoluto de un Polinomio

Se ha presentado un polinomio a los estudiantes, como primer paso debe identificar los monomios que componen al polinomio presentado, así como el grado absoluto que posee cada monomio. Posteriormente encontrará un comodín que le brindará una pista para encontrar el grado absoluto de todo el polinomio. Finalmente, con las dos actividades realizadas, el estudiante deberá establecer con sus palabras una definición para el grado absoluto de un polinomio.

Finalizado estos dos temas, el docente hará que tres estudiantes compartan sus definiciones con el resto de la clase y ayudará a sintetizar una definición general sobre el tema con el aporte de los participantes.

Grado Relativo de un Monomio y un Polinomio

Se presenta una explicación teórica sobre el tema mencionado, incluido a esto se presenta un ejercicio desarrollado para poder entender la definición que se explica. El docente deberá solventar las dudas que puedan generarse en la explicación presentada.

ANALIZA Y APRENDE

MONOMIOS SEMEJANTES

Para abarcar esta temática se utilizará el recurso extra de la guía llamada **Monomios**. En este kit encontrará fichas de tres colores diferentes: amarillo, celeste y verde. En cada ficha se encontrarán monomios inscritos.

Actividad: El estudiante deberá agrupar las fichas con el mismo color y analizar las características que poseen los monomios inscritos en las mismas. Una vez realizado el análisis deberá responder las siguientes preguntas planteadas:

- Cada grupo de fichas son una familia de monomios semejantes. ¿Qué características encuentra común en cada grupo de monomios?
- ¿Qué puede decir acerca de los coeficientes en cada grupo de monomios semejantes?

Una vez respondidas estas preguntas, el estudiante deberá establecer con sus palabras una definición para lo que son monomios semejantes. El docente hará que los estudiantes compartan sus respuestas con los demás compañeros de clase.

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Para abarcar este tema se ha presentado a los estudiantes un polinomio de 6 términos, de los cuales uno de los términos no tiene semejantes.

Posterior a ese polinomio, se ha desarrollado el proceso de reducción de términos semejantes del polinomio presentado, pero el desarrollo es matemático. El estudiante deberá analizar cada paso y escribir lo que se ha realizado en cada uno. Finalmente responderá una pregunta que se centra en el término que no tenía otros términos semejantes.

- ¿Qué sucedió con el monomio que no tenía otro término semejante a lo largo de todo el proceso?

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Actividad 1: Se presenta a los estudiantes distintas expresiones matemáticas, el estudiante deberá pintar los monomios y polinomios, mientras que las expresiones que no son polinomios deberán encerrarse en un círculo.

Actividad 2: Se presenta a estudiante un cuadro que contiene una columna que menciona “colores” y otra columna que contiene “condiciones”. Uniéndolo con una línea del color correspondiente, se deberán formar monomios que cumplan las condiciones planteadas en el cuadro. Para ello, después del cuadro de condiciones, el estudiante cuenta con un grupo de coeficientes y variables que le permitirán el desarrollo de la actividad.

Actividad 3: Se presentan a los estudiantes dos polinomios de 4 términos cada uno. Deberán determinar el grado absoluto de cada uno, así como los grados relativos de las variables indicadas.

Actividad 4: Se tiene un polinomio de 6 términos, el estudiante deberá identificar los

términos semejantes existentes en el mismo. En algunos coeficientes, primero se deberán desarrollar las raíces planteadas.

CLASE 4: ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Objetivo

- Analizar y comprender los procedimientos que permiten reducir los términos semejantes, aplicando las operaciones de suma y resta de polinomios determinando a su vez las semejanzas y diferencias existentes entre estas dos operaciones para así lograr generalizar y optimizar los procesos, además de implementar el uso de material concreto que motive y ayude a los estudiantes.

Destreza con Criterio de Desempeño: Operar con polinomios en ejercicios numéricos y algebraicos. (M.4.1.9)

Duración: 100 minutos.

1. ANTICIPACIÓN

Actividad 1: Con esta actividad los estudiantes podrán hacer un repaso de los conceptos aprendidos en las secciones anteriores de la guía y que son importantes para abordar el tema de la adición y sustracción de polinomios. Para lo cual se deberá completar un crucigrama respondiendo a las preguntas planteadas a modo de pistas y así determinar las palabras que se deberán escribir en cada casillero en blanco.



Figura 1: Pistas para resolver el crucigrama planteado.

Actividad 2: En esta actividad tiene como objetivo recordar las condiciones que se deben tomar en cuenta para identificar monomios semejantes, para ello se han planteado 3 diferentes monomios, y a su lado derecho un grupo de distintos monomios entre los cuales hay semejantes y no semejantes a los planteados. El estudiante deberá encerrar en un círculo uno o más monomios semejantes según corresponda.

MONOMIO	¿QUÉ MONOMIOS SON SEMEJANTES?
$3r^{-2}$	$-31r^2$ $2r^{-3}$ $16r$ $\frac{5}{3}r^2$ $3r^{-4}$ $2r$ $9r^2$
$\frac{3}{2}x$	$14x$ $-2x$ $5x^3$ $\frac{405}{21}x$ $27x^5$ $-11x$ $29x^2$
$-26a^3$	$13a$ $6a$ $-7a^3$ $\frac{25}{2}a^2$ $2a$ $21a^3$ $67a^2$

Figura 2: Gráfico de la actividad planteada.

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

- Ley de los Signos y la Supresión de los Signos de Agrupación

Para esta temática se utilizarán fichas plegables que se encuentran al final de la guía. Estas fichas serán de dos tipos: positivas y negativas

Se presentan los dos casos de supresión de signos: cuando existe un signo positivo y un signo negativo delante de un signo de agrupación. Se explica cada uno de los casos y se plantea un ejemplo en cada uno.

Finalmente se plantea una actividad donde deberán utilizar las fichas plegables para determinar los signos que tendrán los polinomios presentados después de suprimir los signos de agrupación.

Aplicando lo Aprendido

Utilizando las fichas plegables, determine los signos de las expresiones presentadas a continuación, cuando se suprimen sus signos de agrupación.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS	SIGNOS RESULTANTES
$-(-4x^2 + 13x - 7)$	
$+(5x^4 - x + 1)$	
$-(-25x^6 + 2x^4 + 12x^3 - 9)$	

Figura 3: Actividad propuesta para practicar la Ley de los Signos y los Signos de Agrupación.

- *Adición de Polinomios*

En esta temática, se empieza por explicar de manera conceptual la suma de expresiones algebraicas (polinomios). Seguido a esto se presenta un ejercicio resuelto donde se presenta el desarrollo matemático. Los estudiantes deberán observar, interpretar y analizar cada paso desarrollado y relacionarlo con el concepto presentado inicialmente.

Finalmente, se plantea una actividad donde los estudiantes deberán completar un cuadro explicando de forma escrita el desarrollo de la operación de la suma de polinomios en cada uno de los pasos que se presentaron.

- *Sustracción de Polinomios*

En esta temática, se empieza por explicar de manera conceptual la resta de expresiones algebraicas (polinomios). Seguido a esto se presenta un ejercicio resuelto donde se presenta el desarrollo matemático. Los estudiantes deberán observar, interpretar y analizar cada paso desarrollado y relacionarlo con el concepto presentado inicialmente.

Después de analizar cada paso de la resta, los estudiantes deberán reflexionar acerca de las semejanzas y diferencias que existen entre la suma y resta de polinomios.

Finalmente deberán responder las siguientes preguntas planteadas:

- ***De acuerdo a la resta realizada anteriormente, ¿qué semejanza y diferencia encuentra entre el procedimiento de la suma y resta?***

Con esta pregunta se busca que el estudiante pueda relacionar los conceptos de la suma y la resta de polinomios identificando las diferencias, pero así mismo semejanzas que existen de realizar el desarrollo de cada una de estas operaciones, teniendo en cuenta los conceptos de términos semejantes y leyes de los signos.

- ***De acuerdo a lo que ha aprendido, desde su punto de vista, ¿para qué sirve realizar la suma o resta de términos semejantes?***

Es una pregunta que le ayuda al estudiante a encontrar el sentido e importancia a los procedimientos que se están realizando, desde un punto de vista matemático, así como de la aplicación en la vida real.

- *Suma y Resta de Polinomios con Material Concreto*

Es un método didáctico realizado y planteado con el objetivo de motivar y ayudar a los estudiantes a comprender los procedimientos que se deben de realizar para desarrollar las operaciones de suma y resta de polinomios utilizando material concreto. Para la

aplicación de este método utilizaremos el Kit de “Adición y Sustracción de Polinomios” que viene con la guía didáctica. El kit consta de:

- **Fichas de distintas figuras:** Estas fichas servirán para diferenciar las distintas variables involucradas en los polinomios a sumar o restar.
- **Tablero de Adición y Sustracción:** Este tablero consta de tres filas que serán utilizadas para las variables, los coeficientes y el total.
- **Fichas Circulares:** Estas fichas serán positivas y negativas. El número de fichas nos ayudarán para los coeficientes y el total.
- **Ficha Numeral (#):** Esta ficha será utilizada para identificar los valores constantes (términos sin variables).

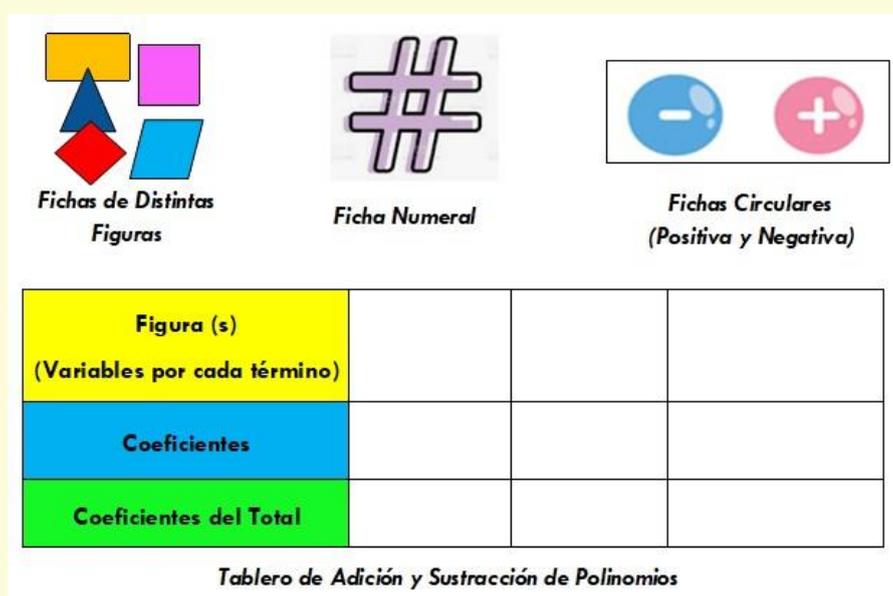


Figura 4: Elementos que contiene el kit de Adición y Sustracción de Polinomios

En esta temática, el docente deberá explicar los elementos del kit, así como la función de cada uno. Explicar las instrucciones que se deben seguir para este procedimiento.

FUNCIONAMIENTO DEL MATERIAL CONCRETO

El manejo del material concreto planteado es muy sencillo. A continuación, se presenta las instrucciones del mismo:

Fichas de Distintas Figuras: Estas fichas, como se mencionó en un inicio, ayudan a representar cada variable del polinomio en cuestión. Se debe recalcar que, si una figura representa a una variable con un exponente, la misma figura no puede servir para la misma variable con distinto exponente. Por ejemplo, si un triángulo (Δ) representa a x^2 , la misma figura no puede servir para x .

En un polinomio, como se sabe, pueden estar involucradas varias variables. El utilizar las fichas nos ayudará a ir formando agrupaciones de figuras que representarán a los distintos términos. Al formar esas agrupaciones, se hará más sencillo identificar los términos semejantes.

Fichas Circulares: Estas fichas poseen signos (positivo y negativo). El número de fichas que se usen dependerá del coeficiente del término que esté involucrado. Y el tipo de ficha a utilizar dependerá del signo del término.

Ficha Numeral: Esta ficha servirá para identificar a los términos que no involucren variables (independientes).

Tablero de Adición y Sustracción: En este tablero se realizará la operación correspondiente, para ello:

- En la primera fila (Variables por Término), se colocarán las distintas agrupaciones de figuras que representan a las variables de los términos que conforman al polinomio. Recuerde que, si una agrupación es igual a otra que ya se encuentre en el tablero, no hará falta colocarla.
- En la segunda fila (coeficientes) vamos a ir colocando las fichas circulares que dependerán del signo y el valor del coeficiente de cada agrupación de figuras (variables por términos). Pueden existir fichas positivas y negativas a la vez en cada agrupación de figuras.
- En la tercera fila (coeficientes del total) vamos a colocar las fichas restantes que son el resultado de operar con las fichas de la segunda fila. Si en cuadro existían fichas negativas y positivas a la vez, estas se iban a ir reduciendo en igual cantidad hasta que solo queden fichas de un solo signo. Si en el casillero existen solo fichas del mismo signo, estas se van a sumar. Y dichos resultados se colocarán en la tercera fila.
- Finalmente se escribirá el resultado utilizando los coeficientes de la tercera fila, tomando en cuenta el signo de las fichas y la variable o variables a las que corresponde dicho coeficiente.

ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE

En la guía se explica cada componente del tablero y seguidamente se desarrolla un ejercicio utilizando el material concreto. En esta explicación se detalla cada paso del proceso. El trabajo del estudiante será:

- Seguir los pasos y analizar el procedimiento.

- Aprender a relacionar las variables de los polinomios con las fichas del kit explicadas anteriormente por el docente.

Una vez culminado el análisis se han planteado dos ejercicios en donde se debe desarrollar la resta de polinomios utilizando el kit para así demostrar que el método utilizado para la suma de polinomios puede ser utilizado también para la operación de la resta y además comprobar que no se cumple la propiedad conmutativa en la misma.

Practica con el recurso: Utilizando el tablero de adición y sustracción de polinomios, determine el resultado de las siguientes operaciones con polinomios.

$$P_1 = 3x^2 + x + 7 \quad P_2 = -2x^2 + 4x - 3$$

$$P_1 - P_2 =$$

$$P_2 - P_1 =$$

Figura 5: **Actividad planteada para practicar con el material concreto.**

Finalmente, se plantea la siguiente pregunta: **¿Qué propiedad de la suma no se cumple en la resta de polinomios?**

El objetivo de esta pregunta es que el estudiante pueda comprender que la propiedad conmutativa de la suma no es aplicable en la resta, ya sea de número enteros como de polinomios, para ello deberá argumentar la respuesta que dé.

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Actividad 1: Esta actividad tiene dos partes. La primera se centra en desarrollar la suma entre dos polinomios. La segunda se centra en el desarrollo de una resta, pero se ha planteado la operación de forma verbal por lo que se deberá identificar minuendo y sustraendo. Con esto se podrá evidenciar la capacidad de los estudiantes para comprender lo que se necesita resolver. El desarrollo de esta actividad lo deben hacer sin uso del material concreto.

Actividad 2: Para esta actividad es necesario que los estudiantes hagan uso del material concreto. Se han planteado 6 polinomios con los cuales se podrán operar y así resolver los ejercicios y determinar el resultado correspondiente en cada situación. Con esta actividad se busca que el estudiante pueda utilizar el material concreto para su apoyo y comprobación de los resultados obtenidos.

Actividad 3: En esta actividad los estudiantes resolverán un problema de aplicación,

donde pondrán en práctica los conceptos y procedimientos aprendidos acerca de la adición y sustracción de polinomios, así como otros conceptos estudiados en secciones anteriores de la guía. Se evaluará la capacidad de los estudiantes para analizar y comprender la gráfica presentada, así como la resolución de la misma.

CLASE 5: REPRESENTANDO LOS POLINOMIOS CON MATERIAL CONCRETO

Objetivos

- Conocer el funcionamiento del material concreto que ayudará en temáticas posteriores.
- Representar polinomios de una sola variable con material concreto.

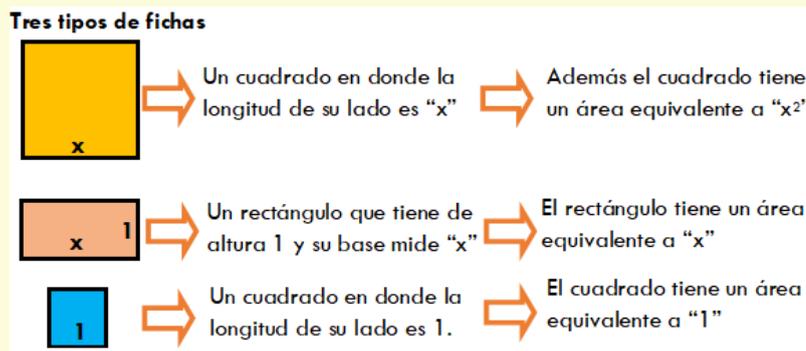
Destreza con Criterio de Desempeño: Representar con material concreto expresiones algebraicas.

Duración: 80 minutos

CONOCIENDO EL MATERIAL CONCRETO

En esta sección se presenta los elementos que conforman a la caja de polinomios.

A. Fichas para Representar Polinomios



A. Tablero Magnético

Es un tablero muy similar al plano cartesiano, consta de un eje horizontal y uno vertical, cada eje tiene una parte positiva y negativa. Está dividido en 4 cuadrantes, todo lo que se encuentre en la región del primer y tercer cuadrante será positivo, mientras que lo que se encuentre en el segundo y cuarto cuadrante será negativo.

Los signos de los cuadrantes se obtienen del producto de los signos de los ejes que forman al cuadrante.

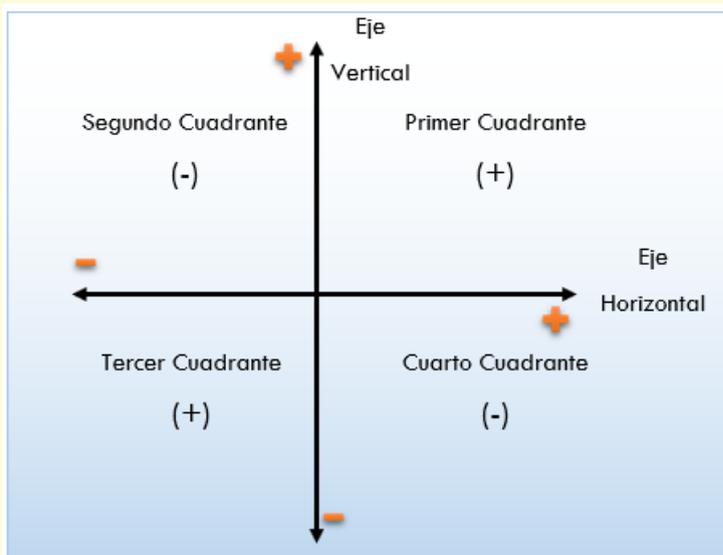


Figura 6: **Tablero Magnético para representar Polinomios**

REPRESENTEMOS MONOMIOS Y POLINOMIOS (COMO MANEJAR EL MATERIAL CONCRETO)

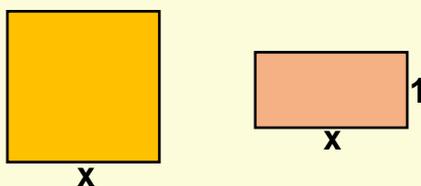
En esta sección, se explica la manera en la que se pueden representar polinomios haciendo uso del material propuesto. Se trabajarán dos formas de representar los monomios y polinomios.

- **PRIMERA FORMA:** Ubicar los monomios y polinomios en los ejes horizontales o verticales.

La primera forma de representar monomios y polinomios se centra en utilizar los ejes horizontales y verticales. Se debe recalcar que esta forma permite graficar monomios y polinomios de grado 1, y de una sola variable.

Las fichas que se utilizarán son:

La ficha cuadrada de lado “x”, la ficha rectangular de base “x” y altura 1.



La ficha cuadrada se utilizará para representar los términos que involucren a la variable “x” y la ficha rectangular se utilizará para representar los términos independientes.

Ejemplo 1: Se va a representar el monomio $3x$.

Este monomio se puede representar en el eje horizontal o vertical. Se utilizarán las fichas cuadradas de lado “x”. Lo que se debe tener en cuenta es el signo que posee, el cual determinará si se lo representa en la parte positiva o negativa.

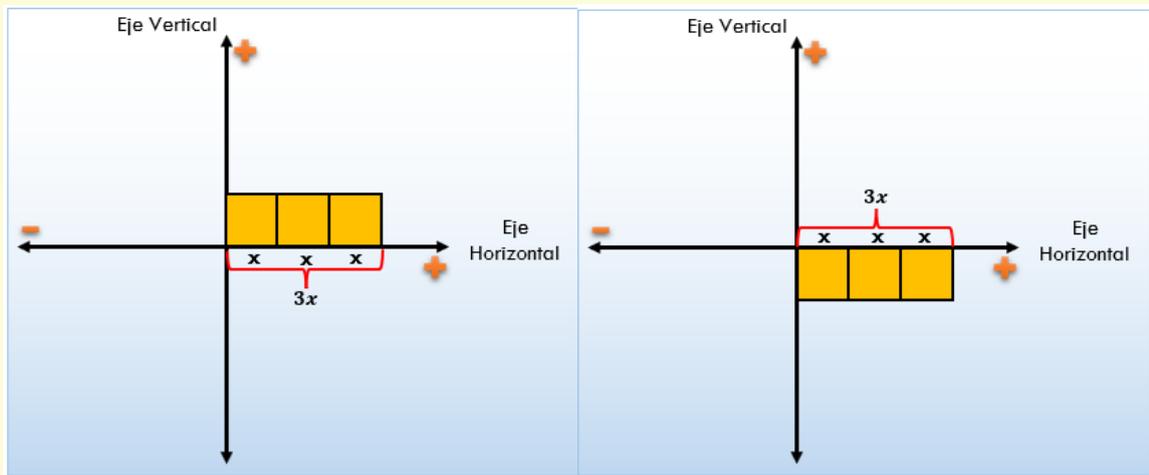


Figura 7: **Ubicación del monomio en el eje horizontal.** Los monomios pueden ubicarse tanto en la parte de arriba como en la parte de abajo del eje horizontal.

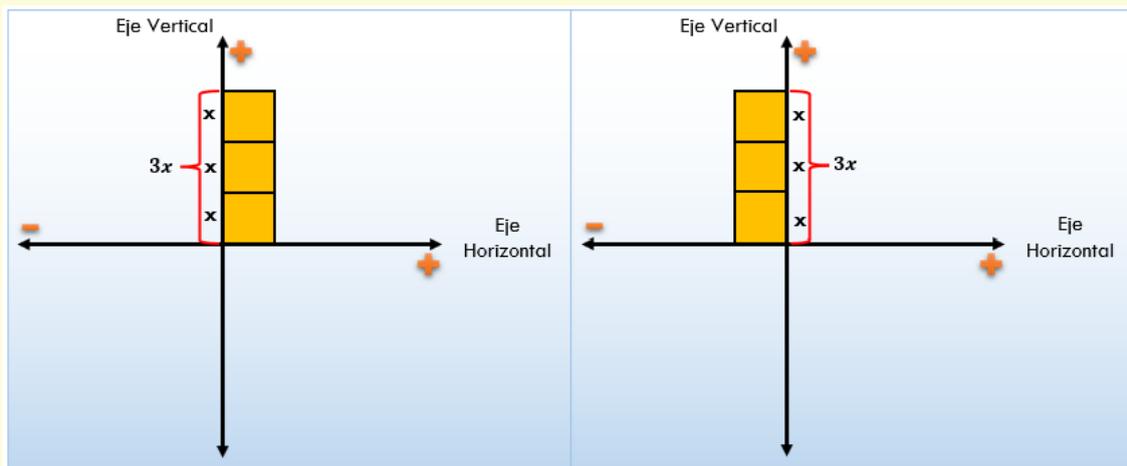


Figura 8: **Ubicación del monomio en el eje vertical.** Los monomios pueden ubicarse tan en el lado derecho como en el lado izquierdo del eje vertical.

Ejemplo 2: Se va a representar el polinomio $-2x + 2$

Este polinomio, de la misma manera, puede ser representado en el eje vertical y horizontal. Se utilizarán las fichas cuadradas de lado “x” y las fichas rectangulares. Como se mencionó anteriormente, las fichas rectangulares se utilizarán para los términos independientes, pero estas fichas deben colocarse de forma vertical. Se debe tener en cuenta el signo de cada término.

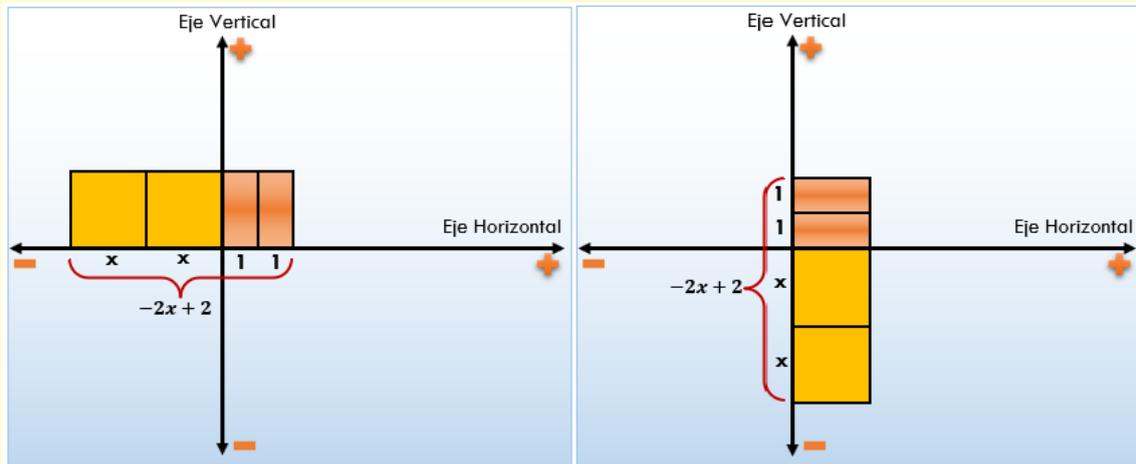


Figura 9: **Representación del polinomio en el eje horizontal y vertical.** Igual que en el ejemplo anterior, se puede ubicar arriba o debajo del eje horizontal. También a la derecha o izquierda del eje vertical.

- **Ubicación Simultánea de Polinomios**

En el tablero, se pueden ubicar simultáneamente 2 polinomios. Uno se ubicará en el eje horizontal, y el otro en el vertical. Ambos polinomios compartirán una ficha en común, que es la ficha cuadrada de lado “x”. Para ello también se debe tener en cuenta si las fichas deben ubicarse arriba o debajo del eje horizontal, y lo mismo ocurre con el eje vertical (derecha o izquierda).

Ejemplo 3: Representaremos simultáneamente los polinomios $2x + 1$ y $3x - 1$.

Ubicaremos el polinomio $2x + 1$ en el eje horizontal y el polinomio $3x - 1$ en el eje vertical.

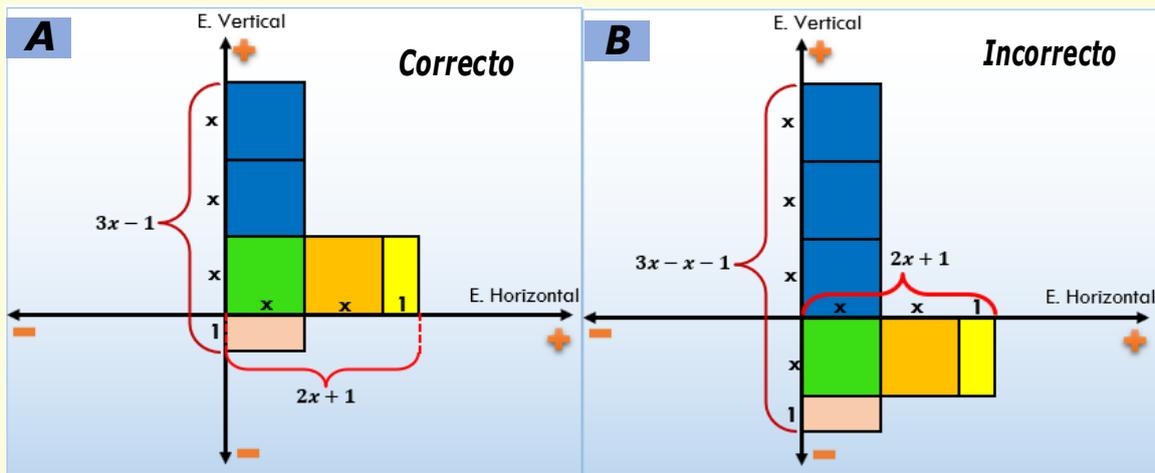


Figura 10: **Ubicación simultánea de 2 polinomios.** La ubicación (arriba o abajo) del polinomio en el eje horizontal es muy importante, pues si se lo ubica en el lado equivocado, se podrá representar un polinomio, pero el otro no. Lo mismo ocurriría si el polinomio del eje vertical se represente en su lado equivocado (derecha o izquierda).

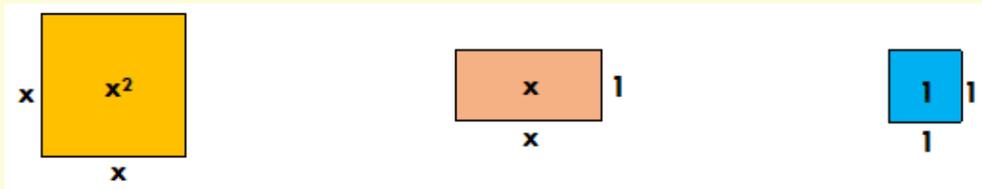
Al ubicar polinomios simultáneamente, siempre deben compartir una ficha cuadrada de lado “x”, como la ficha verde de la **figura 4A**, además se debe analizar cuál es el lado correcto en el que se deben colocar ambos polinomios, pues si no lo tomamos en cuenta, lograremos representar solo uno de los polinomios, como es el caso de la **figura 4B**. Se ha representado el polinomio $2x + 1$ en el eje horizontal, pero en el vertical no se ha representado el polinomio $3x - 1$.

- **SEGUNDA FORMA:** Ubicar los monomios y polinomios en las áreas de los distintos cuadrantes.

La segunda forma para representar monomios y polinomios hace uso de los cuadrantes (1, 2, 3, 4) y los signos que poseen cada uno. Se debe recalcar que esta forma permite representar monomios y polinomios de hasta grado 2 y de una sola variable.

En este caso, se utilizarán todas las fichas (cuadradas de lado “x”, rectangulares, cuadradas de lado “1”), pero ahora se utilizarán el área de las mismas. En un inicio se explicó cuál era el área de cada una de las fichas.

Las fichas de área x^2 nos ayudarán para representar los términos de grado 2, las fichas de área x servirán para representar los términos de grado 1, y las fichas de área 1 representarán los términos independientes.



Recuerde que cada cuadrante tenía un signo. El primer y tercer cuadrante son positivos, mientras que el segundo y cuarto son negativos. Estos signos nos ayudarán para saber dónde podemos ubicar las fichas de acuerdo al signo que posean.

Ejemplo 4: Represente el polinomio $-4x^2 + 3x - 5$

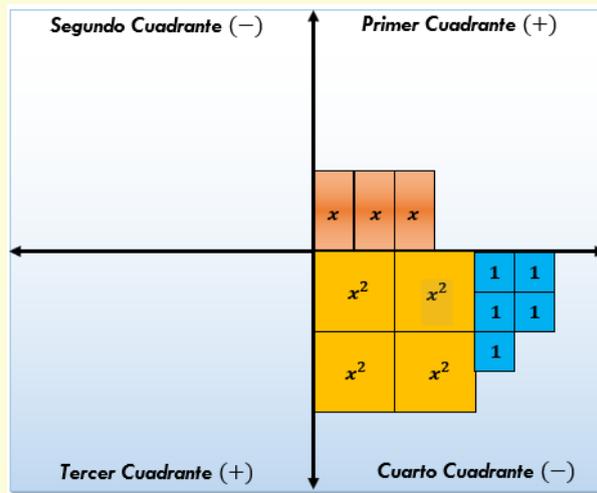


Figura 11: **Representación del polinomio en la segunda forma.** La cantidad de fichas depende del coeficiente de cada término.

Como se pudo visualizar, el anterior polinomio se representó en los cuadrantes 1 y 4. Pero también se puede representar en otros cuadrantes, lo único que se debe tener en cuenta es el signo de cada término para poderlo ubicar y representar. A continuación, se presenta otra opción de cómo se pudieron haber ubicado.

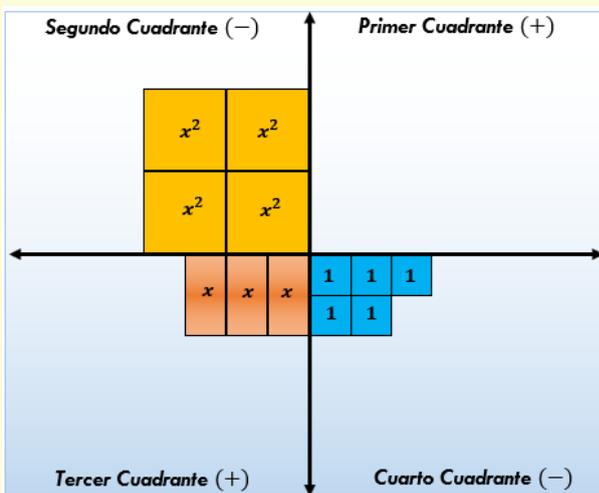


Figura 12: **Representación del polinomio en la segunda forma.** El polinomio puede ubicarse en otros cuadrantes, siempre y cuando se respeten los signos de cada término.

REPRESENTEMOS MONOMIOS Y POLINOMIOS (Explicación de las Actividades de los Estudiantes)

Se presenta a los estudiantes las dos formas de representar los monomios y polinomios haciendo uso del material concreto.

PRIMERA FORMA: Se comienza explicando que fichas se utilizarán para representar los monomios y polinomios, además como se utilizará el tablero.

Monomios: Se presentan dos ejemplos de la forma de representar a los monomios y finalmente una actividad donde ellos deberán representar al monomio propuesto, e incluido a eso realizar una descripción del tipo de ficha que se usará y el lugar donde se debe ubicar. Finalmente, se le propone al estudiante que represente en el eje vertical, los monomios abarcados en la explicación, pues estos solo se encontraban en el eje horizontal.

Polinomios: Se propone un polinomio a representar, de la misma manera, se describen las fichas a utilizar y se presenta una explicación de como representarlo en el eje horizontal del tablero. Posteriormente, se propone al estudiante un polinomio para que por cuenta propia lo represente, pero en el eje vertical, incluido a eso, debe realizar una descripción de las fichas y la orientación que tuvieron al ubicarlas.

Ubicación simultánea de Polinomios: Se plantea una actividad en donde se le presentan pistas al estudiante para poder ubicar los polinomios simultáneamente en el tablero. El estudiante puede elegir en que eje lo va a ubicar, pero incluido a esto, debe realizar una descripción de las fichas que va a utilizar y el lugar donde los van a ubicar. Finalmente, se plantea un ejercicio para practicar con el material didáctico.

SEGUNDA FORMA: Se realiza una explicación sobre las fichas que se van a utilizar con esta forma, además, qué tipos de polinomios se pueden representar con esta forma, los cuadrantes en donde se van a ubicar. Se presenta un polinomio ya desarrollado, donde se explica el procedimiento de ubicación. Finalmente, el estudiante debe analizar, otra forma de ubicar el polinomio propuesto y argumentar su respuesta.

CLASE 6: MULTIPLICANDO POLINOMIOS

Objetivos

- Multiplicar monomios y polinomios utilizando material concreto.
- Aplicar la propiedad distributiva respecto a la suma para multiplicar monomios y polinomios.
- Aplica la multiplicación de polinomios para resolver situaciones contextualizadas.

Destreza con Criterio de Desempeño: Calcular productos con términos algebraicos aplicando propiedades en R (propiedad distributiva de la suma con respecto al producto). (M.4.1.31.)

Duración: 80 minutos.

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Actividad 1: Esta actividad tiene como finalidad hacer que los estudiantes recuerden las propiedades básicas de la potenciación, para ello, deberán unir las propiedades presentadas con su respectivo desarrollo.

Actividad 2: Se plantea un ejercicio con números enteros, donde deberán aplicar la propiedad distributiva para llegar al resultado final. El objetivo de la actividad es recordar la aplicación correcta de esta propiedad que será necesaria en el tema de multiplicación de polinomios.

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

Multiplicación de un Monomio por un Monomio

Para este tema, se ha planteado una situación contextualizada donde se deberá calcular el área de tela que se necesitará para tapizar una pared.

Como primer paso, los estudiantes deberán graficar la pared con las dimensiones que menciona el enunciado. En el segundo paso deben explicar de manera escrita qué procedimiento deberán seguir para dar solución a la situación.

Se le presenta un comodín en donde se da una pista al estudiante de cómo debe multiplicar los monomios y a continuación debe realizar el procedimiento matemático para poder encontrar el área de papel que se necesitará.

A continuación, se le presenta un diagrama donde se muestra el procedimiento que se debe seguir para realizar una multiplicación entre monomios. Finalmente, el estudiante deberá resolver una multiplicación entre monomios que involucran dos variables, aplicando lo que aprendió.

Multiplicación de un Monomio por un Polinomio y entre Polinomios.

Para esta temática se hará uso del tablero magnético y las dos formas de representar los polinomios en el tablero.

Se presenta a los estudiantes el procedimiento de cómo se debe multiplicar cada uno de los casos. Se describe cada paso, acompañado de un gráfico para complementar la explicación.

Finalmente se plantean 3 ejercicios en total (entre los dos casos), donde el estudiante mediante el uso del recurso didáctico, deberá obtener la respuesta de los mismos.

Multiplicación de Polinomios aplicando la Propiedad Distributiva

En esta sección se explica cuando se utiliza la propiedad distributiva, y el procedimiento paso a paso para poder multiplicar. Cada paso contiene una explicación teórica, acompañada del desarrollo matemático correspondiente.

3. CONSOLIDACIÓN

Actividad 1: Los estudiantes deben determinar el producto de 4 ejercicios planteados, haciendo uso del material concreto presentado en este tema.

Actividad 2: Los estudiantes deben multiplicar los dos polinomios presentados, haciendo uso de la propiedad distributiva. Deben realizar paso por paso para llegar a la respuesta. El procedimiento y la respuesta serán evaluadas en esta actividad.

Actividad 3: Se plantea una situación contextualizada donde los estudiantes deberán, como primer punto realizar un gráfico sobre la situación. Cabe recalcar que deberán realizar el paso de lenguaje verbal al matemático. Como segundo punto debe determinar el volumen del recipiente aplicando la multiplicación de polinomios. Finalmente deberán determinar el valor numérico de la expresión algebraica que representaba el volumen del reservorio.

CLASE 7: DIVIDIENDO POLINOMIOS

Objetivos

- Describir el procedimiento a seguir para dividir expresiones polinómicas.
- Conocer las condiciones que deben cumplir los polinomios para que puedan dividirse.
- Aplicar los conocimientos de divisiones de polinomios para resolver situaciones contextualizadas.

Destreza con Criterio de Desempeño: Calcular divisiones con términos algebraicos aplicando propiedades en R (propiedad distributiva de la suma con respecto al producto). (M.4.1.32)

Duración: 80 minutos.

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Actividad 1: Se plantea a los estudiantes dos divisiones de números naturales. Deberán resolverlas utilizando el método tradicional de la división, sin hacer uso de la calculadora. El objetivo de esta actividad se centra en que los estudiantes recuerden el procedimiento tradicional de la división, pues será de suma importancia en la división de polinomios.

Actividad 2: En esta actividad se propone a los estudiantes 3 ejercicios. En ellos deberán ordenar al polinomio presentado en forma descendente utilizando el grado relativo de la variable involucrada. Se les presenta un ejemplo como guía para los otros literales planteados.

Actividad 3: Se ha propuesto dos ejercicios donde deberán aplicar propiedades específicas de la potenciación, para así determinar la potencia resultante. Se debe recalcar que la respuesta debe ser en forma de potencia y no en un valor numérico específico.

2. CONSTRUCCIÓN

División entre Monomios; División entre un Polinomio y un Monomio

Para los temas mencionados, se ha planteado situaciones contextualizadas que involucran a los dos casos de divisiones de polinomios. Para dar solución a las situaciones, deberán explicar de forma escrita el camino que van a tomar para llegar a la solución. Para el

desarrollo matemático, cuentan con un comodín que les brinda una pista de cómo deben proceder el cálculo matemático. Finalmente, con sus palabras, deberá describir paso a paso el procedimiento que realizaron para dividir los monomios o polinomios en cuestión. Una vez culminado, se compartirán las respuestas entre todos los estudiantes.

División entre Polinomios

Para esta temática, la clase se va a llevar a cabo siguiendo un proceso de lectura del desarrollo. Se comenzará presentando algunas condiciones que se deben tener en cuenta antes de realizar la división de polinomios. Seguido a esto, se presenta un ejercicio desarrollado donde se van explicando cada paso a seguir en el desarrollo de esta división. El docente deberá aclarar las dudas que vayan surgiendo en el proceso de lectura. Finalmente, deberá desarrollar un ejercicio que aplique lo que se aprendió en la lectura.

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Actividad 1: Esta actividad tiene como fin que los estudiantes apliquen correctamente la ley de los signos, así como dividir monomios aplicando las distintas propiedades de la potenciación.

Actividad 2: El objetivo se centra en aplicar correctamente la división entre un polinomio y un monomio, para ello deberá resolver 4 ejercicios que van de una dificultad básica a una más avanzada.

Actividad 3: Al igual que en la actividad 2, el objetivo se centra en aplicar los distintos pasos para realizar la división entre polinomios, tomar en cuenta las distintas condiciones que se deben cumplir. Para ello deberán resolver una división que involucra la temática.

SUBAMOS DE NIVEL

En esta sección se ha planteado una situación contextualizada donde deberán aplicar la división de polinomios para dar solución, pero incluido a esto; deben tomar en cuenta que tienen a su mano otros datos que deberán ser multiplicados para después ejecutar la división.

CLASE 8: PRODUCTOS NOTABLES

Objetivo

- Estudiar los casos de productos notables, de manera que el estudiante en base al desarrollo de cada una de las actividades planteadas pueda analizar, reconocer y aplicar las reglas de manera directa a situaciones contextualizadas y ejercicios de aplicación en base a sus propias interpretaciones que le lleven a construir su propio conocimiento.

Destreza con Criterio de Desempeño: Reconocer y calcular productos notables e identificar factores de expresiones algebraicas. (M.4.1.33.)

Duración: 120 minutos.

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Actividad 1: En esta sección se plantea una actividad con el objetivo de introducir a los estudiantes en el tema de productos notables por medio de un ejercicio de aplicación. Este requerirá del razonamiento, uso de conceptos y propiedades matemáticas para calcular el área del lienzo mostrado de manera gráfica, teniendo en cuenta que el valor de los lados del mismo son expresiones algebraicas y así posteriormente poder relacionar el resultado obtenido con las reglas que permiten resolver los productos notables.



Figura 13: **Gráfico de la situación presentada en la actividad 1 de Productos. Notables**

Con esta actividad, también se trata que los estudiantes puedan ver una aplicación que tiene los productos en la vida real, compartir conclusiones después de que se ha analizado el o los resultados del ejercicio y encontrar ideas en común entre todos ellos.

Actividad 2: Con esta actividad buscamos que los estudiantes identifiquen y comprendan como se puede calcular el área del Lienzo de la actividad 1 de una manera diferente.

También se pone especial énfasis en mostrar al estudiante el resultado de desarrollar el producto de los monomios $(a + b) \cdot (a + b)$ y así de esta manera poder establecer a que equivale el desarrollo del producto. Para ello, deberán encontrar el área de cada una de las figuras que se descomponen del pedazo de lienzo y al final sumar dichas expresiones.

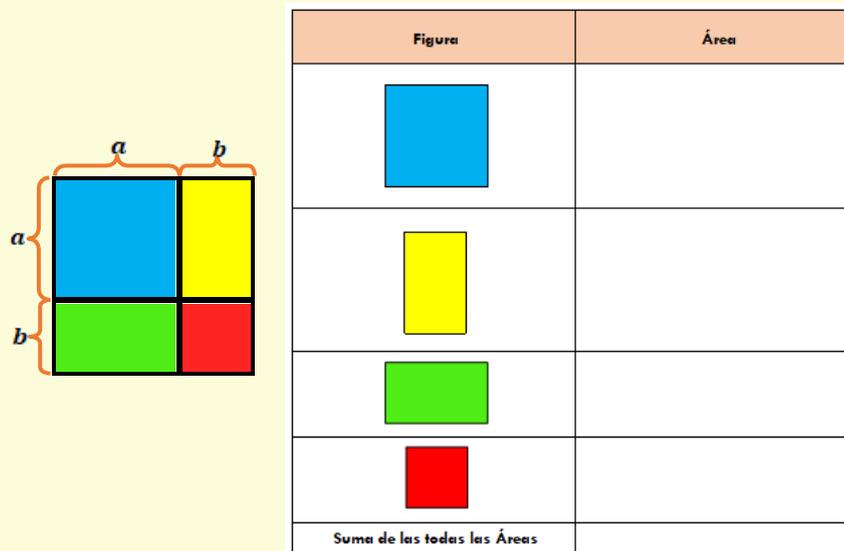


Figura 14: **Gráfico y tabla correspondiente a la Actividad 2 de Productos Notables.**

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

Temas: *Cuadrado de la suma de dos cantidades, cuadrado de la diferencia de dos cantidades, producto de la suma por la diferencia de dos términos y producto de la forma $(x + a)(x + b)$.*

Al iniciar con esta sección se da a conocer el concepto de productos notables de manera conceptual, sin embargo, las actividades planteadas para el estudio de cada uno de los casos, requieren que el estudiante en base a la observación, análisis e interpretación pueda llegar a establecer cada una de las reglas.

En el caso del cuadrado de la suma de dos cantidades y cuadrado de la diferencia de dos cantidades, una de las actividades planteadas es determinar las semejanzas y diferencias que existen entre estos 2 casos, por lo que es de suma importancia compartir las conclusiones obtenidas por los estudiantes y luego lograr llegar a una conclusión general.

Tema: *Producto de la suma por la diferencia de dos términos*

Para esta temática, se ha presentado a los estudiantes 3 ejemplos sobre este tema. Los estudiantes deberán encontrar las semejanzas en cada ejemplo, que es la característica principal en este producto notable. Seguidamente, a los ejemplos presentados inicialmente, se han cambiado el orden de los factores, por lo que ahora deberán argumentar si siguen siendo casos del producto notable en cuestión. Seguidamente se presenta el desarrollo matemático de uno de los ejemplos, aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación; llegando así a la respuesta. Finalmente, analizando el ejemplo desarrollado, se deberá escribir la regla que caracteriza a este producto. Una vez concluido, el docente ayudará a compartir las distintas conclusiones que han sacado los estudiantes y encontrar elementos en común en las mismas.

ANALIZA Y APRENDE

Temas: *Cubo de la suma de dos términos y cubo de la diferencia de dos términos.*

- En las actividades planteadas los estudiantes deberán desarrollar los productos de los binomios aplicando propiedades de la potencia y de la multiplicación como es la propiedad distributiva, así como también la reducción de términos semejantes (propiedades y procedimientos, revisados y consolidados en clases anteriores de la guía).
- Para ayudar a los estudiantes a escribir la regla que permite desarrollar el binomio al cubo, los mismos deberán de completar un cuadro donde explicaran lo que creen se realizó en cada paso, por lo que el docente tratara de llegar a encaminar las ideas de sus estudiantes.

$$(x + a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

Escriba el procedimiento realizado en cada paso mostrado a continuación, fijándose en el producto notable y su desarrollo.

Desarrollo $x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$	Producto notable $(x + a)^3$
x^3	
$3x^2a$	
$3xa^2$	
a^3	

Figura 15: **Cuadro para el tema de: el cubo de la suma y diferencia de dos términos.**

- Una vez que ya se ha completado el cuadro y se tienen las ideas claras, los estudiantes escribirán la regla y posteriormente se pedirá a algunos de los mismos que lo compartan con la clase. El docente será quien busque la mejor forma de analizar cada una de las propuestas, de tal manera que de ser necesario se puedan aceptar más de una forma de resolver, recordando de que el objetivo es que los estudiantes aprendan de forma significativa y no de manera memorística.
- Finalmente, una de las actividades planteadas es determinar las semejanzas y diferencias que existen entre estos 2 casos por lo que es de suma importancia compartir las conclusiones obtenidas por los estudiantes y luego lograr llegar a una conclusión general.

NAVEGUEMOS EN LA WEB

En esta sección se ha propuesto un video que abarca la demostración de un producto notable específico utilizando geometría. El producto es: **Cubo de la suma de dos términos.** Los estudiantes tienen el link para ingresar al video o pueden escanear el código QR desde sus celulares. Una vez visualizado el video, se deberán responder las siguientes preguntas del mismo:

- **¿Cuál es el punto de partida que se utiliza para demostrar el binomio al cubo de forma geométrica?**
- **¿Cuáles son las dimensiones del cubo que se utiliza para demostrar el binomio**

al cubo?

- Si el cubo se descompone, ¿cuántos sólidos distintos aparecen, y qué dimensiones tienen?
- ¿Cuáles son los volúmenes de los sólidos en los que se descompuso el cubo?
- ¿Qué expresión se pudo obtener al sumar todos los volúmenes de los sólidos?

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Actividad 1: El estudiante deberá de aplicar las reglas de los productos notables al mismo tiempo que determina el área o volumen de las figuras mostradas según corresponda. Para lo cual se han colocado el desarrollo de los productos notables, así como las figuras con sus expresiones algebraicas de manera aleatoria para que el estudiante una con líneas el par grafica - desarrollo.

Actividad 2: Se plantean un total de 9 ejercicios, para lo cual los estudiantes deberán de determinar la regla del producto notable que permite determinar su desarrollo, cuando de manera aleatoria se encuentran incluidos cada uno de los casos estudiados anteriormente con el fin de que puedan identificar las características y así aplicar la regla del caso de producto notable que corresponde.

CLASE 9: COCIENTES NOTABLES

Objetivo

- Estudiar los casos de cocientes notables, de manera que el estudiante en base al desarrollo de cada una de las actividades planteadas pueda analizar, reconocer y aplicar las reglas de manera directa a situaciones contextualizadas y ejercicios de aplicación en base a sus propias interpretaciones.

Destreza con Criterio de Desempeño: Reconocer y calcular cocientes notables característicos por la inspección de su estructura. (M.4.1.32)

Duración: 120 minutos

1. ANTICIPACIÓN

PREPARANDO EL CAMINO

Actividad 1: Se da inicio a esta nueva temática repasando las reglas de los productos notables. Para esta actividad se han planteado dos columnas, donde los estudiantes deberán de unir por medio de líneas (emparejar) el nombre del producto notable con su respectivo producto de expresiones algebraicas con el fin de reconocer e identificar cada uno de los casos.

Cuadrado de un Binomio	$(x + 5)(x - 7)$
Producto de la suma por la diferencia de dos Términos	$(5g + 13)^3$
Producto de la forma $(x+a)(x+b)$	$(7h - 2)^2 \cdot (7h - 2)$
Cubo de un Binomio	$(12x - 7) \cdot (12x - 7)$
	$(3 + 7y)^2$
	$(w^2 + 5)(w^2 - 5)$

Figura 16: **Gráfico de la actividad de introducción a Cocientes Notables**

2. CONSTRUCCIÓN

CONSTRUYENDO EL CONOCIMIENTO

- **NAVEGUEMOS EN LA WEB**

Para esta actividad se ha empleado un recurso audio visual, para lo que los estudiantes deberán de acceder al mismo mediante el enlace o escaneando el código QR. Una vez que el estudiante ha revisado el video será capaz de responder las siguientes preguntas:

- a. ¿Cómo se puede definir a un cociente notable?
- b. ¿Qué se debe tener presente al momento de trabajar con cocientes notables?
- c. ¿Qué condiciones se deben cumplir para que una división entre polinomios sea considerada un cociente notable?

El objetivo de esta actividad es de que los estudiantes conozcan, identifique y consideren las características y condiciones que son propias de los cocientes notables.

- **COCIENTES NOTABLES**

Al igual que en el tema de Productos Notables, se inicia por dar a conocer el concepto de cocientes notables de manera conceptual, además de que de esta manera se reforzará la definición obtenida en la actividad anterior (Video).

Para abordar cada uno de los casos de cocientes notables los estudiantes deberán de desarrollar las divisiones de expresiones algebraicas planteadas para que de manera indirecta se puedan identificar las características propias de cada caso.

Vamos a considerar la siguiente división:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

A continuación realice la división planteada anteriormente:

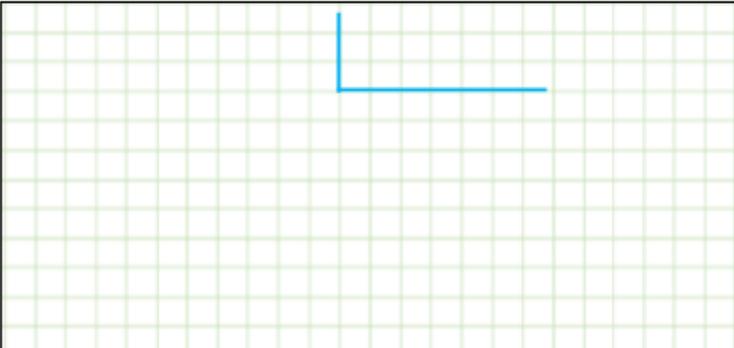


Figura 17: **Modelo de las actividades propuestas para los distintos casos de cocientes notables.**

- *Cociente de la diferencia de cuadrados entre la suma o resta de sus raíces cuadradas.*

Lo que debe realizar el estudiante se detalla a continuación:

1. Desarrollan los cocientes planteados aplicando los conocimientos de la división de polinomios revisados previamente en la guía.
2. A continuación, escriben las expresiones algebraicas resultantes de desarrollar cada caso, es decir cuando el divisor sea la suma de las raíces cuadradas del dividendo y cuando sea la resta de las raíces cuadradas del mismo.
3. Analizan los resultados de los cocientes desarrollados para determinar las semejanzas y diferencias.
4. Escriben la regla que da solución al caso de este cociente notable.

El docente pedirá sus estudiantes que compartan las conclusiones obtenidas y llegara de manera conjunta a establecer conclusiones generales considerando que cada respuesta será válida siempre que cumpla con el correcto desarrollo del cociente notable.

- **Cociente de la diferencia de cubos entre la resta de sus raíces cubicas. Cociente de la suma de cubos entre la suma de sus raíces cubicas.**

Lo que debe realizar el estudiante se detalla a continuación:

1. Los estudiantes desarrollan los cocientes planteados aplicando los conocimientos de la división de polinomios revisados previamente en la guía.
2. A continuación, escriben las expresiones algebraicas resultantes de desarrollar cada caso, es decir:
 - *Cociente de la diferencia de cubos entre la resta de sus raíces cubicas.*
 - *Cociente de la suma de cubos entre la suma de sus raíces cubicas.*
3. Analizan los resultados de los cocientes desarrollados para determinar y anotar las semejanzas y diferencias que existen entre los dos casos de cocientes notables.
4. Finalmente escriben la regla que considera permite desarrollar los cocientes notables.

El docente pedirá sus estudiantes que compartan las conclusiones obtenidas y llegara de manera conjunta a establecer conclusiones generales considerando que cada respuesta será válida siempre que cumpla con el correcto desarrollo del cociente notable.

- **Generalizando los Cocientes Notables**

Para abarcar este tema, se ha propuesto un video. Los estudiantes pueden ingresar utilizando el enlace dispuesto o escaneando el código QR. Deberán observar y analizar

la información del video para responder 4 preguntas que le ayudarán a resumir y reforzar los conocimientos adquiridos en esta sección.

- **¿Cómo podemos saber cuántos términos posee el cociente notable que se esté desarrollando?**
- **¿Cuántos casos de cocientes notables existen? Anótelos y escriba su desarrollo.**
- **¿Qué diferencias y semejanzas encuentra entre los casos anteriormente identificados?**
- **¿Qué diferencia existe entre el caso 2 y 3?**

3. CONSOLIDACIÓN

A LA ACCIÓN

Actividad 1: En esta actividad el estudiante deberá de resolver un conjunto de ejercicios de aplicación que le permitirán poner en práctica lo estudiado acerca de los casos de cocientes notables. Para lo cual el estudiante deberá de:

- Analizar las características de cada uno de los ejercicios.
- Establecer la regla del caso de cociente notable al cual corresponde.
- Desarrollar el cociente notable aplicando la regla correspondiente.

Actividad 2: Se ha planteado una situación contextualizada con la cual el estudiante podrá relacionar lo aprendido con aspectos de su vida cotidiana. La situación se detalla a continuación:

Jessenia ha sido invitada a la fiesta de graduación de su primo. Ella ha decidido comprarle una pecera con peces payaso. Para comprar la pecera ideal, Jessenia ha analizado el cuarto de su primo para ver donde puede colocar la pecera. Ha encontrado un pequeño estante rectangular que sería perfecto para ubicarla. Si en la tienda de mascotas las únicas peceras disponibles son las que poseen un volumen dado por la expresión $25 + h^3$. Además, tienen una altura dada por la expresión $h + 5$.

A partir de esta situación, se deben responder dos preguntas:

Pregunta 1: *Determine el área que debe tener la superficie del estante para que la pecera quede perfecta en él.*

Cuando se realice la pregunta el estudiante deberá:

1. *Leer y comprender la situación planteada y lo que se pide resolver.*
2. *Identificar las expresiones algebraicas que se requieren para dar solución al*

problema.

3. *Determinar el dividendo y divisor.*
4. *Analizar y establecer las características que corresponden al caso de cociente notable.*
5. *Desarrollar el cociente notable aplicando la regla correspondiente para su solución.*
6. *Escribir la respuesta de manera lógica analizando el resultado de acuerdo a la situación planteada.*

Pregunta 2: *Determine el valor numérico de: el volumen y la altura de la pecera. Además, el valor del área de la superficie del estante. Considere que $h = 3$.*

En esta pregunta el estudiante deberá de determinar el valor número de la expresión algebraica, para lo cual será necesario:

1. *Identificar cual es la expresión algebraica que nos permite resolver las interrogantes.*
2. *Identificar las variables y sus respectivos valores numéricos.*
3. *Resolver los términos semejantes.*
4. *Hallar la solución.*

ACTIVIDAD FINAL: FINALICEMOS JUGANDO

Objetivo: Recordar y aplicar los distintos conocimientos que el estudiante ha adquirido en la unidad de polinomios para resolver situaciones contextualizadas mediante el uso del software KAHOOT.

Duración: 40 minutos

1. Recursos para el desarrollo de la actividad.

Para poder aplicar la actividad con los estudiantes se necesitan los siguientes elementos:

- **Docente:** Computador portátil o de escritorio, proyector y parlantes o altavoces.
- **Estudiantes:** Celular o computador.

2. Indicaciones Generales para el Ingreso a la Plataforma.

La actividad que se ha planteado para el final de la unidad se centra en la aplicación de un juego de preguntas, para ello se hace uso de un software llamado Kahoot. Para poder ingresar a la plataforma del docente, siga los siguientes pasos:

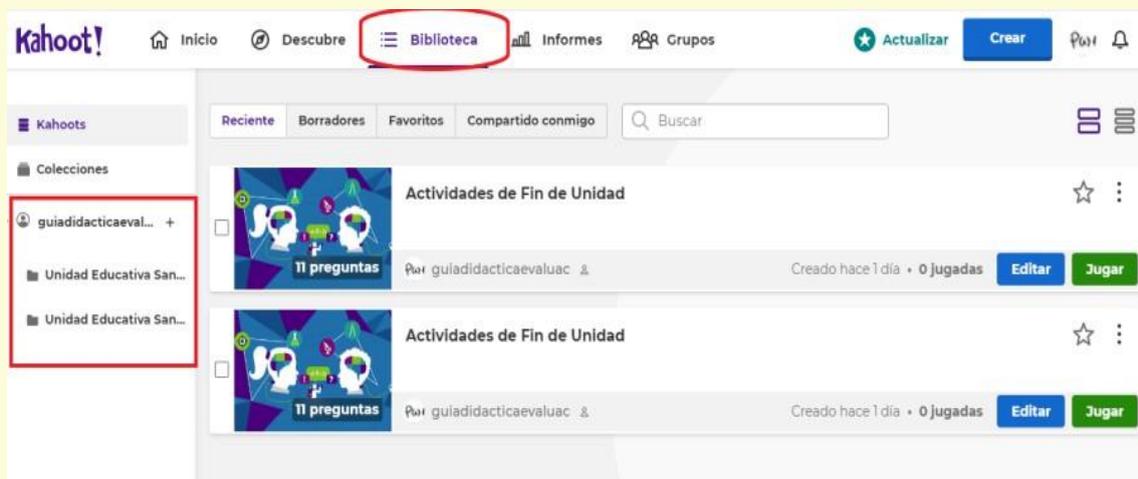
- **Paso 1:** Para el ingreso a la plataforma del docente de KAHOOT, se debe dirigir al siguiente enlace: <https://kahoot.com/schools-u/>.
- **Paso 2:** Una vez que ya se encuentre en la página, nos dirigimos a la opción “INICIAR SESIÓN” e inmediatamente ingresamos el nombre de usuario y contraseña que se detallan a continuación.

Correo: guiadidacticaevaluacion@gmail.com

Usuario: guiadidacticaevaluac

Contraseña: EvaluacionPolinomios

- **Paso 3:** Cuando ya ha ingresado a la plataforma, nos dirigimos a la opción Biblioteca y la parte lateral izquierda selecciona la Unidad Educativa a la que pertenece (San José de la Salle o San Roque)



3. Indicaciones para ingresar y empezar el Juego

- **Paso 1:** Cuando ya se encuentra en la carpeta correspondiente a su Institución Educativa, damos clic en la opción “JUGAR” y posteriormente escogemos la opción “ENSEÑAR”.



- **Paso 2:** Seleccionamos el modo clásico del juego, posteriormente damos el PIN de acceso a los estudiantes y esperamos a que ingresen todos los participantes al juego. Una vez que ya estén todos, empezamos el juego. El idioma del navegador (Chrome) debe estar en inglés.



4. Reglas del Juego

- El nombre que usen los estudiantes para el juego debe permitir identificarlos.
- Todo el juego consta de 11 preguntas y cada una posee un tiempo de resolución que va desde 1 minuto hasta 4 minutos de acuerdo a la dificultad.
- Existen 4 posibles respuestas para cada una de las preguntas y el estudiante deberá seleccionar la figura que contiene la respuesta correcta.
- El puntaje por cada pregunta, a parte de depender del acierto, también toma en consideración el tiempo que se tardó en responder.
- Cada vez que se responde una pregunta, se muestra el número de respuestas de cada opción, así como la opción correcta.

5. Finalización del Juego

Una vez que se ha terminado de resolver las 11 preguntas planteadas, se presentará un podio con las tres primeras posiciones de acuerdo al puntaje obtenido por los estudiantes. Finalmente, al seleccionar la opción “SIGUIENTE”, el docente tendrá acceso a un informe sobre los aciertos y errores que cometieron los estudiantes en el desarrollo de la actividad.



SOLUCIONARIO DE LAS ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN
“A LA ACCIÓN”

❖ **A la Acción (Pág. 9)**

1. Ecuación 1: $L + M = 20$ Ecuación 2: $M = L + 4$

❖ **A la Acción (Pág. 15)**

1. Ejemplo 1 = $4N$ Ejemplo 2 = $9P$ Ejemplo 3 = $3C$

3. Costo = \$4

❖ **A la Acción (Pág. 24)**

2. $-\frac{5}{7}f^2i^3n^3, -0, y^2, \pi x^2 m^2, -h^3i^3k^3$
 $6c^3$

4. $P = \frac{3}{10}qw^6y^5 - 8agw^2 - 5\sqrt{5}$

❖ **A la Acción (Pág. 35)**

1. $P_2 - P_1 = -19m^3 - 12m^2 + 5m + 14$ $P_2 + P_1 = 5m^3 - 26m^2 + 5m - 12$

Restar $P_1 - P_2 = -132w^2s - 11k^4s + 7ad^3 + k^3s - 8$

2. $P_4 + P_6 = -8h^2k^2 + 8$ $P_3 - P_1 = 6x^3 - 2x^2 - x + 9$

$P_3 - P_1 + P_2 = 6x^3 - 6x^2 - 3x + 12$ $P_5 - P_4 = 4 + 11ay^3 - 10t + 4h^2k^2$

$P_1 + P_3 + P_2 = 6x^3 - 10x^2 - x + 10$

$P_5 - P_6 - P_4 = -4 + 6ay^3 - 2t + 9h^2k^2$

3. **a)** Superficie = $14x^3w - 19h + 16$ **b)** Superficie = $71 m^2$

❖ **A la Acción (Pág. 51)**

1. **a)** $-x(-3x + 5) = 3x^2 - 5x$ **b)** $4x(2x - 7) = 8x^2 - 28x$

c) $(4x - 5)(-2x + 12) = -8x^2 + 58x - 60$

d) $(8x - 5)(x - 3) = 8x^2 - 29x + 15$

2. Respuesta = $-2a^5 - 3x^4 + 5a^3x^2 + 6x^2a^2 - 9ax^3 + 3xa^4 - 2ax^4 - 6a^2x^3$

3. **a)** Dimensiones → ancho = a largo = $3a + 1$ altura = $8a + 2$

b) Volumen = $24a^3 + 14a^2 + 2a$ **c)** Volumen = $792 m^3$

❖ A la Acción (Pág. 59)

2. a) $\frac{a^2-ab}{a} = a - b$ b) $\frac{3x^2y^3-5a^2x^4}{-3x^2} = y^3 + \frac{5}{3}a^2x^2$

c) $\frac{6m^3-8m^2n+20mn^2}{-2m} = -3m^2 + 4mn - 10n^2$

d) $\frac{6a^8b^8-3a^6b^6-a^2b^3}{3a^2b^3} = 2a^6b^5 - a^4b^3 - \frac{1}{3}$

3. $\frac{x^6+6x^3-2x^5-7x^2-4x+6}{x^4-3x^2+2} = x^2 - 2x + 3$

4. *Subamos de Nivel* → $Altura = 3n^2 + 5n - 2$

❖ A la Acción (Pág. 69)

2. a) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ b) $(3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$

c) $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$ d) $(9x - 3)^2 = 81x^2 - 54x - 9$

e) $(5k + 2)(5k - 2) = 25k^2 - 4$ f) $(4s - 3t)(4s + 3t) = 16s^2 - 9t^2$

g) $(t + 3)(t + 7) = t^2 + 10t + 21$ h) $(w + 3)^3 = w^3 + 9w^2 + 27w + 27$

i) $(2x - 5)^3 = 8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$

❖ A la Acción (Pág. 76)

1. a) $\frac{r^2-4}{r-2} = r + 2$ b) $\frac{49s^2-81}{7s+9} = 7s - 9$ c) $\frac{27x^3+t^3}{3x+t} = 9x^2 - 3xt + t^2$

d) $\frac{x^3-125y^3}{x-5y} = x^2 + 5xy + 25y^2$ e) $\frac{1-t^{12}}{1-t^4} = t^8 + t^4 + 1$

f) $\frac{a^5+243}{a+3} = a^4 - 3a^3 + 9a^2 - 27a + 81$

2. a) $\text{Área} = h^2 - 5h + 25$

b) $\text{Área} = 19$ $\text{Volumen} = 152$ $\text{Altura} = 8$



CONCLUSIONES

Del desarrollo del trabajo se han podido establecer las siguientes conclusiones:

- Comprender el nuevo lenguaje matemático que se utiliza en la temática de polinomios no es el primer punto que los docentes consideran al iniciar la unidad, pues se orientan más por la explicación directa de definiciones, resolución de ejercicios y lectura del libro guía.
- La evaluación de los conocimientos adquiridos se centra en: la resolución de situaciones por medio del razonamiento individual y colectivo, pruebas, y lecciones. Se analizan procedimientos, planteamientos, conceptos y respuestas al momento de evaluar. Así mismo, al identificar las falencias de los estudiantes, las medidas para solventarlas parten desde clases de refuerzo, trabajos de recuperación y tutorías personalizadas.
- Los docentes han hecho uso de diferentes recursos didácticos (TICs, material concreto, etc.) durante el proceso de enseñanza, afirmando que se han generado resultados positivos al momento de explicar las distintas temáticas correspondientes a polinomios, y los estudiantes corroboran la utilización de los mismos, pero así mismo, al transcurrir el tiempo, el estudiante va disminuyendo su motivación a pesar del uso de este tipo de recursos.
- Los distintos errores que comúnmente presentan los estudiantes al abarcar el tema de polinomios parten desde las bases matemáticas necesarias como: propiedades de la potenciación, radicación, leyes de los signos y operaciones simultáneas con números enteros, hasta centrarse en los distintos temas de polinomios como: identificar monomios semejantes, diferenciar minuendo y sustraendo, la propiedad distributiva de la multiplicación, diferenciar dividendo y divisor.



- El relacionar la teoría (definiciones) con la práctica (situaciones específicas de aplicación) es otro punto débil en los estudiantes, incluido a esto, el análisis de situaciones contextualizadas es otro tema en donde los estudiantes presentan falencias. Esto se genera debido a la falta de lectura comprensiva, que es vital en este tipo de actividades para realizar un correcto análisis lógico y llegar a la solución correspondiente.
- Se desarrolla la propuesta que consiste en una guía didáctica de aprendizaje para el tema de polinomios que está dirigida para el estudiante, donde podrá encontrar: videos, material concreto, juegos, crucigramas, situaciones contextualizadas, actividades grupales, que fomentan el aprendizaje autónomo del estudiante y el docente se convierte en un guía del proceso de aprendizaje.
- Se elabora recursos didácticos, que son tres kits de material concreto que serán utilizados para tres clases, así también, se encontrarán distintas situaciones contextualizadas relacionadas con el diario vivir del estudiante, que fomentan el análisis lógico para llegar a su resolución aplicando los distintos conocimientos adquiridos.



RECOMENDACIONES

- La formulación de actividades que fomenten el aprendizaje autónomo de los estudiantes es una estrategia que los docentes deberían emplear en el proceso de enseñanza; pues motivarían a un mayor compromiso con su formación y el aprendizaje adquirido no sería a corto plazo sino a largo plazo. Con esto, el estudiante no se vería limitado a replicar lo que hace el docente, sino al contrario, puede formular y desarrollar sus propios procedimientos que le permiten una mejor comprensión en los distintos temas.
- El relacionar los distintos temas del aprendizaje con situaciones que llamen la atención del estudiante, es una metodología que da buenos resultados, por lo que se recomienda incluir en el proceso de enseñanza situaciones contextualizadas que involucren la realidad y el entorno donde el estudiante se desenvuelve para hacer más atractivo el tema en cuestión.
- La cooperación entre estudiantes es otra forma en la que se logra un aprendizaje significativo. Por lo que se recomienda plantear situaciones que fomenten la participación grupal entre los sujetos, el compartir y respetar opiniones, para llegar así a una solución mediante el aporte de todos los participantes.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aragón, E. (2009). Objetos de Aprendizaje como Recursos Didácticos para la enseñanza de Matemáticas. *Apertura*, 4.
- Blanco, S. (2014). Teorías Constructivistas del Aprendizaje. *Teorías Constructivistas del Aprendizaje*. Santiago.
- Calero, M. (2009). *Aprendizaje sin Límites: Constructivismo*. Lima: Alfaomega.
- Contreras, F. (2018). La Gamificación como Estrategia de Aprendizaje para mejorar el Desempeño Académico en Estudiantes de Tecnología. *Educ@rmos*, 27-39.
- Delgado, A. (2011). UN ESTUDIO, DESDE EL ENFOQUE LÓGICO SEMIÓTICO, DE LAS DIFICULTADES DE ALUMNOS DE TERCER AÑO DE SECUNDARIA EN RELACIÓN A LOS POLINOMIOS. *UN ESTUDIO, DESDE EL ENFOQUE LÓGICO SEMIÓTICO, DE LAS DIFICULTADES DE ALUMNOS DE TERCER AÑO DE SECUNDARIA EN RELACIÓN A LOS POLINOMIOS*. Lima, Perú.
- Foncubierta, J., & Rodríguez, C. (2014). Didáctica de la Gamificación en la Clase de Español. *Didáctica de la Gamificación en la Clase de Español*. Edinumen.
- Gallego, F., Molina, R., & Llorens, F. (2014). Gamificar una propuesta Docente. *Gamificar una propuesta Docente*. Alicante, España.
- Gómez, J. (2007). *APRENDIZAJE COOPERATIVO: Metodología Didáctica para la escuela Inclusiva*. Madrid.
- González, M. (Octubre de 2010). Escuela Tradicional-Nueva Tecnocrática y Crítica. *Escuela Tradicional-Nueva Tecnocrática y Crítica*.



- Hamari, J., & Jonna, K. (2013). Social motivations to use gamification: an empirical study of gamifying exercise. *ECIS*, 105.
- Larrañaga, A. (2012). El Modelo Educativo tradicional frente a las nuevas Estrategias de Aprendizaje. *El Modelo Educativo tradicional frente a las nuevas Estrategias de Aprendizaje*. Bilbao.
- Lazo, M. (Septiembre de 2009). David Ausubel y su aporte a la Educación. *David Ausubel y su aporte a la Educación*. Guayaquil, Guayas, Ecuador.
- Ministerio de Educación. (2010). Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica 2010. *Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica 2010*. Ecuador.
- Ministerio de Educación. (2019). *Lineamientos para la Construcción de la Propuesta Pedagógica*. Quito.
- Oyola, B. (15 de agosto de 2017). Uso de las tics en la enseñanza de las matematicas para facilitar la comprension en la resolucion de problemas. *Uso de las tics en la enseñanza de las matematicas para facilitar la comprension en la resolucion de problemas*. Machala.
- Palareda, M. d. (3 de Diciembre de 1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. Santa Cruz de Tenerife, España.



- Pastuizaca, E., & Galarza, M. (2010). Recursos Didácticos en el Aprendizaje Significativo de las Matemáticas. *Recursos Didácticos en el Aprendizaje Significativo de las Matemáticas*. Milagro, Guayas, Ecuador.
- Peacock, G. (1830). *Treatise of Algebra*.
- Pérez, S. (2010). Los Recursos Didácticos. *Temas para la Educación*, 4.
- Rico, L. (1995). Errores y Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Education*, 163-172.
- Rodriguez, J. (2013). Una Mirada a la Pedagogía Tradicional y Humanista. *Presencia Universitaria*, 26-45.
- Torres, R. (2018). Enseñanza de las operaciones entre polinomios de una variable de primer y segundo grado bajo el enfoque de la resolución de problemas. *Enseñanza de las operaciones entre polinomios de una variable de primer y segundo grado bajo el enfoque de la resolución de problemas*. Bogotá, Colombia.
- Uicab, G. (2009). Materiales tangibles. Su influencia en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Materiales tangibles. Su influencia en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. México DF, México.
- Waldegg, G. (1998). Principios Constructivistas para la Educación Matemática. *EMA*, 16-31.



ANEXOS

**ANEXO 1: TABLAS DE FIGURAS Y VIDEOS DE LA GUÍA DIDÁCTICA****Tabla de Figuras que componen a la Guía Didáctica del Estudiante**

Figuras	Enlaces
Figura 1	https://n9.cl/7o53z
Figura 2	https://n9.cl/9jl8j
Figura 3	https://n9.cl/7o586
Figura 4	https://n9.cl/g498t
Figura 5	https://n9.cl/gxsub
Figura 6	https://n9.cl/bjq4w
Figura 7	https://n9.cl/ziln1
Figura 8	https://n9.cl/jrijc
Figura 9	https://n9.cl/4xje8
Figura 10	https://n9.cl/zuh17
Figura 11	https://n9.cl/9nsjv
Figura 12	https://n9.cl/jb96g
Figura 13	https://n9.cl/kpjhe
Figura 14	https://n9.cl/x6oxu
Figura 15	https://n9.cl/m5q2f
Figura 16	https://n9.cl/d30ib
Figura 17	https://n9.cl/f801b
Figura 18	https://n9.cl/5vk6a
Figura 19	https://n9.cl/rsit3i
Figura 20	https://n9.cl/gubto
Figura 21	https://n9.cl/teyw1
Figura 22	https://n9.cl/alpy7
Figura 23	https://n9.cl/8m4tx
Figura 24	https://n9.cl/p8urx
Figura 25	https://n9.cl/ebdco
Figura 26	https://n9.cl/m2ov7
Figura 27	https://n9.cl/6b4i1
Figura 28	https://n9.cl/9gsjy



Figura 29	https://n9.cl/91qia
Figura 30	https://n9.cl/zufnm
Figura 31	https://n9.cl/wkyf3
Figura 32	https://n9.cl/3a9v5
Figura 33	https://n9.cl/dg8op
Figura 34	https://n9.cl/iqtrb
Figura 35	https://n9.cl/6skmi
Figura 36	https://n9.cl/in479
Figura 37	https://n9.cl/bbplc
Figura 38	https://n9.cl/vb117
Figura 39	https://n9.cl/zljdx
Figura 40	https://n9.cl/rvh76
Figura 41	https://n9.cl/jftk4i
Figura 42	https://n9.cl/4sdkz
Figura 43	https://n9.cl/g2kg6
Figura 44	https://n9.cl/4jzre
Figura 45	https://n9.cl/u02zn
Figura 46	https://n9.cl/t0r5l
Figura 47	https://n9.cl/lkqqk

Tabla de Videos

Videos	Enlaces
Video 1	https://www.youtube.com/watch?v=0ncyD6JjA9g
Video 2	https://www.youtube.com/watch?v=U7K6bnEx2rY&ab_channel=EggEducaci%C3%B3n
Video 3	https://www.youtube.com/watch?v=K-7j1x01-CE&ab_channel=smatematico
Video 4	https://www.youtube.com/watch?v=sNEPVw7n8LE&ab_channel=Matemania



ANEXO 2: CUESTIONARIO DE ENTREVISTA

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN EN LA
ESPECIALIZACIÓN DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

ENTREVISTA DIRIGIDA A DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE LOS NOVENOS
AÑOS DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DE LAS UNIDADES EDUCATIVAS:
SAN JOSÉ DE LA SALLE, SAN ROQUE Y SAGRADOS CORAZONES.

Introducción: En la siguiente entrevista, la información que usted proporcione será netamente utilizada para el desarrollo de la parte metodológica de nuestro trabajo de titulación que se centra en las metodologías y recursos didácticos que el docente utiliza, así como los errores que han identificado en sus estudiantes. Todo será confidencial, por lo que se le solicita encarecidamente que sus respuestas representen la realidad presencial. De antemano le agradecemos por su colaboración y tiempo.

Objetivo: Conocer las metodologías y recursos didácticos utilizados por los docentes de matemáticas al abordar el tema correspondiente a polinomios, así como los errores que ellos han identificado a la hora de evaluar a los estudiantes.

Preguntas

1. ¿Qué tiempo lleva ejerciendo la profesión de docente en el área de Matemáticas?
2. ¿Con qué niveles académicos (cursos o grados) usted ha trabajado en la asignatura de matemáticas a lo largo de su trayectoria como docente?
3. De acuerdo a su experiencia en la enseñanza de matemáticas, ¿cómo describiría el nivel de complejidad en la enseñanza y aprendizaje de la temática de polinomios?
4. Puede describirnos la forma en la que usted enseña la temática de polinomios.
5. ¿Ha hecho uso de recursos didácticos en la temática?
 - 5.1. De caso de ser positiva la respuesta: ¿Podría describirnos algunos de los recursos que usted ha utilizado? Y ¿qué conclusión podría mencionar acerca del uso de estos recursos para la enseñanza de esta temática?
6. En el tema de polinomios, tenemos varios subtemas como: Operaciones entre polinomios, productos notables, etc. ¿Cuál de ellos usted considera que tiene mayor grado de dificultad al momento de enseñar y por qué?
7. ¿Cuál es la forma en la que usted evalúa los saberes adquiridos en los distintos temas de polinomios?
8. ¿Qué directrices usted considera al momento de elaborar la evaluación de esta temática?



9. Una vez que usted ha realizado las evaluaciones, ¿cuáles son las falencias o errores más comunes que usted ha podido identificar en sus estudiantes?
10. ¿Cuáles son las medidas que usted toma para corregir los errores identificados en los estudiantes? (Pedir una descripción de la medida tomada)



ANEXO 3: PRUEBA DE CONOCIMIENTOS APLICADA A LOS ESTUDIANTES



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN EN LA
ESPECIALIZACIÓN DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS DIRIGIDA A ESTUDIANTES DEL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DE LAS UNIDADES EDUCATIVAS FISCOMISIONALES: SAN JOSÉ DE LA SALLE Y SAN ROQUE.

Introducción: Reciban un cordial saludo de parte de Pedro y Christian, estudiantes de la Universidad de Cuenca. Esta prueba de conocimiento tiene como fin recolectar información acerca de sus distintos saberes sobre bases matemáticas y polinomios, que serán utilizados para el desarrollo de nuestro trabajo de Titulación. La prueba mantendrá en anónimo su identidad, así como la información que se obtenga. Le pedimos que responda aplicando los conocimientos que posee sobre la temática de polinomios. De antemano, agradecemos la ayuda que nos brindan.

Cuestionario

1. De las siguientes opciones, elija la opción que define a los monomios semejantes.
 - a. Son aquellos que tienen el mismo coeficiente y distinta parte literal (variables).
 - b. Son aquellos que tienen la misma parte literal (variables) pero distintos exponentes.
 - c. Son aquellos que tienen la misma parte literal (variables) con iguales exponentes.
 - d. Son aquellos que tienen el mismo coeficiente, la misma parte literal (variables) pero distintos exponentes.
2. Identifique cuáles son monomios semejantes.

$2w^3x^4y$	$-\frac{1}{2}y^4w^3x^2$	$-12yx^4w^3$	$\frac{1}{3}wy^4x^3$	$-4x^4yw^3$
A	B	C	D	E

- I. A, B, D
 - II. A, C, E
 - III. B, C, E
 - IV. C, D, E
3. Si tenemos la siguiente potencia 3^5 , se puede decir que esto es equivalente a:
 - a. Multiplicar 3 veces el número 5.
 - b. Multiplicar 5 veces el número 3.
 - c. Dividir 5 veces el número 3.
 - d. Multiplicar 3 por 5.
 4. Si un número negativo, está elevado a una potencia par, el resultado será:



- a. Positivo
- b. Negativo
5. Si un número negativo (-) es multiplicado por sí mismo 15 veces, el signo del resultado será:
 - a. Positivo
 - b. Negativo
6. Emparejar las propiedades de la Potenciación con su correspondiente desarrollo.

$$1^\circ a^f \cdot a^g$$

$$2^\circ \frac{a^f}{a^g}$$

$$3^\circ (a^f)^g$$

$$4^\circ (a \cdot b)^f$$

$$5^\circ \left(\frac{a}{b}\right)^f$$

$$A. \frac{a^f}{b^f}$$

$$B. a^{f+g}$$

$$C. a^{f-g}$$

$$D. a^{f \cdot g}$$

$$E. a^f \cdot b^f$$

- a. 1B, 2C, 3D, 4E, 5A
- b. 1C, 2B, 3D, 4E, 5A
- c. 1E, 2A, 3D, 4B, 5C
- d. 1A, 2B, 3C, 4D, 5E

7. Se tienen 3 polinomios representados por las letras P , A y B respectivamente. La siguiente operación: $-(-P) - [-(B - A)]$ es equivalente a:
 - a. $P + B - A$
 - b. $-P + A - B$
 - c. $-P - A - B$
 - d. $P + A + B$
8. Marcos es un adolescente de 15 años que le gusta jugar "Free Fire". El juego permite comprar mejoras, y para eso Marcos cuenta con una tarjeta recargable y si en caso le llegara a faltar dinero, puede seguir realizando compras, pero dicho valor se acumulará como deuda que será descontado en la siguiente recarga. En un inicio, la tarjeta posee un saldo de \$20. Si el día lunes compró artículos valorados en \$6, el martes realiza una recarga de \$2 y hace una compra de \$10, el miércoles recarga \$3 y gasta \$11, el jueves recarga \$5 y gasta \$7. Si el día viernes recarga \$2. ¿Cuál es el estado actual de la tarjeta?
 - a. Esta con deuda.
 - b. Tiene saldo.
 - c. No tiene deuda ni saldo. (\$0)
9. Si Marcos quisiera comprar un pase de batalla que cuesta \$8 y a la vez quedarse sin deuda en la tarjeta, ¿cuánto como mínimo debe recargar antes de realizar la compra?

10. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la situación planteada?

En el colegio la Salle hay una cancha de fútbol en donde su base es tres veces la altura de la misma. El Rector de la Institución ha dispuesto que se aumente 1m a la base y a la altura de la cancha. ¿Qué expresión representa el área de la nueva cancha?

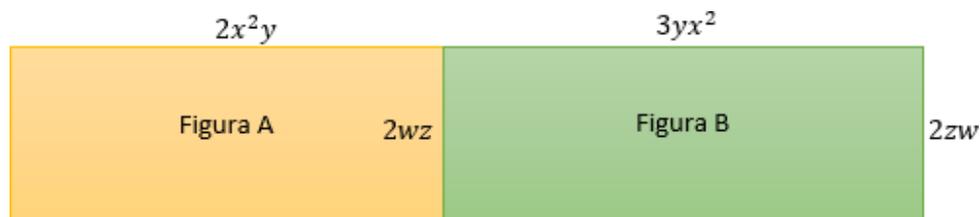
- $(3(x + 1) + 1)(x + 1)$
- $(3x + 1)(x + 1)$
- $(3x) \cdot (x)$
- $(3x - 1)(x + 1)$

11. ¿Cuál de los siguientes procedimientos corresponde a la solución de la situación planteada?

El Ministerio de Cultura junto con el Ministerio de Educación han planificado realizar un concurso de murales en las instituciones educativas de la Zona 6 en la Ciudad de Cuenca. Los colegios que se han inscrito son: La Salle, San Roque, Benigno Malo y los Sagrados Corazones. El colegio Benigno Malo cuenta con una pared destinada para el mural. La base de la pared es tres veces la altura de la misma aumentada en 2. ¿Cuál la expresión y el polinomio que corresponde al área de la pared para el mural?

- $(3x + 2) \cdot x = (3x) \cdot x + 2 \cdot x = 3x^{1+1} + 2x = 3x^2 + 2x$
- $(3x + 2x) \cdot x = (3x) \cdot x + (2x) \cdot x = 3x^{1+1} + 2x^{1+1} = 3x^2 + 2x^2$
- $(3x - 2) \cdot x = (3x) \cdot x - 2 \cdot x = 3x^{1+1} - 2x = 3x^2 - 2x$
- $(3x + 2) \cdot x = (3x) \cdot x + 2 = 3x^{1+1} + 2 = 3x^2 + 2$

12. Abigail y Marco heredan 2 terrenos que se encuentran juntos. El terreno de Abigail es como el de la figura A, y el de Marco es como la figura B. Marco decide vender su terreno a Abigail. ¿Qué cantidad de alambre debe comprar Abigail para cercar su propiedad y la que recién compró, si quiere dar 1 vuelta con el alambre?



- $-10x^2y - 4zw$
- $4wz + 10x^2y$
- $10x^2y + 8wz$
- $10yx^2 - 4zw$

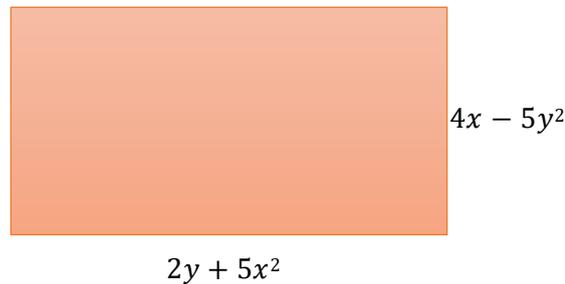
13. La pandemia provocada por el Covid 19 generó que todas las personas alrededor del mundo estuvieran en cuarentena. Las familias se vieron afectadas en su economía al no poder salir a trabajar y tuvieron que recurrir a sus ahorros para poder sobrevivir. La familia de Hernán vive en la comunidad de Jima al sur de la ciudad de Cuenca y debido a la cuarentena tuvo que retirar $(-450xy^3 + 12tp)$



dólares de su cuenta de la cooperativa JEP. Si Hernán y su esposa habían tenido ahorrado $(3tp - 247xy^3)$. ¿Cuánto dinero les queda en su cuenta de ahorros?

- a. $203xy^3 - 9tp$
- b. $9tp - 203xy^3$
- c. $-697xy^3 + 15tp$
- d. $697xy^3 - 9tp$

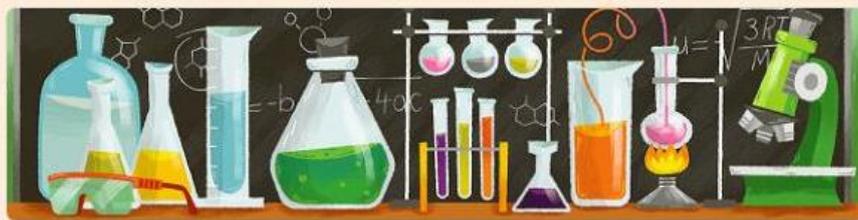
14. El club de artes ha hecho un concurso de pintura sobre lienzo con los estudiantes de la Unidad Educativa "Alma Creativa" con el tema "La Pandemia y los Medios digitales en una educación Virtual". Christian y Pedro hacen equipo para el concurso y para eso van a comprar el lienzo que cuesta \$3 el metro cuadrado. Si adquieren una pieza de lienzo con las dimensiones de la figura, ¿qué expresión representa el costo que deben pagar por el lienzo?



- a. $24xy - 30y^3 + 60x^3 - 75x^2y^2$
- b. $3(8xy + 10y^3 - 20x^3 + 25x^2y^2)$
- c. $-24xy - 30y^3 + 60x^3 + 75x^2y^2$
- d. $8xy - 10y^3 + 20x^3 - 25x^2y^2$
- e. $60x^3 - 30y^3 - 51xy$

15. Ramón decide repartir cierta cantidad de dinero entre sus $(x + 2)$ empleados, si la cantidad de dinero de las ventas del día han sido $(3x^2 - 2x - 8)$ dólares. ¿Cuál de los siguientes polinomios representa la cantidad de dinero que le corresponde a cada empleado?

- a. $3x - 4$
- b. $-3x + 4$
- c. $-3x - 4$
- d. $\frac{x+2}{3x^2-2x-8}$

ANEXO 4: ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES

Encuesta Dirigida a los Estudiantes del Noveno Año de EGB

Reciban un cordial saludo de parte de Pedro y Christian, estudiantes de la Universidad de Cuenca. Esta encuesta tiene como fin recolectar información sobre el desarrollo del docente en las distintas clases, la cual servirá para el desarrollo de nuestro trabajo de Titulación.

La encuesta mantendrá en anónimo su identidad así como la información que se obtenga. Le pedimos que responda de la manera más sincera posible. De antemano, agradecemos la ayuda que nos brindan.

[Iniciar sesión en Google](#) para guardar lo que llevas hecho. [Más información](#)

*Obligatorio

De las siguientes opciones, selecciones aquellas características con las que usted podría identificar a su docente de matemáticas en el transcurso de la clase. (Puede marcar varias opciones) *

- En la clase del docente, las preguntas de los estudiantes no tienen mucha importancia.
- El docente utiliza la misma explicación para repetir contenidos que no han quedado claros.
- El docente fomenta la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.
- El docente utiliza ejemplos de la vida cotidiana en el desarrollo de la clase.
- El docente plantea actividades que implican una participación grupal de los estudiantes.
- El docente plantea actividades que conllevan la aplicación de conocimientos previos para su resolución.
- El docente da importancia a la memorización de conceptos y definiciones
- El docente plantea actividades con el fin de que los estudiantes sean quienes aprendan por sí mismo.
- El docente en su proceso de aprendizaje actúa como guía para solventar dudas.
- El docente asume que usted memorizó y comprendió un procedimiento y lo sabe aplicar en las actividades planteadas.
- El docente no presenta la relación de los conocimientos adquiridos con situaciones de la vida cotidiana.



¿Qué tan entendible es para usted el aprendizaje de la temática de polinomios?

- Nada Entendible
- Poco Entendible
- Entendible
- Muy Entendible

De acuerdo a la respuesta anterior, justifique.

Tu respuesta _____

Cuando se empezó el estudio del tema de polinomios, ¿cuál fue el primer aspecto que el docente trató en la primera clase? (Solo puede marcar una opción)

- Comprensión del nuevo lenguaje algebraico
- Lectura del texto guía u otro recurso bibliográfico
- Explicación directa de la definición de polinomios
- Resolución de Ejercicios

Cuando el docente desarrolló las distintas clases en el tema de polinomios, ¿siguió la siguiente secuencia?

1°Comienza con una actividad introductoria (videos, recordatorio de conocimientos, pruebas de diagnóstico, etc.)

2° Explica el tema (Revisión de conceptos, realización de ejercicios modelos, etc.)

3°Realiza actividades para aplicar lo aprendido (ejercicios, problemas de aplicación, reflexiones, resumen, etc.)

- Siempre
- Casi Siempre
- A veces
- Nunca

Elija los recursos que el docente ha utilizado en el proceso de enseñanza del tema de polinomios. (Puede marcar más de una Opción)

- Material manipulativo (figuras geométricas, tabletas algebraicas, fichas, implementos de laboratorio, etc.)
- Documentos impresos (libros, enciclopedias, revistas educativas, etc.)
- TICS (Videos, audios, imágenes, software matemático, plataformas virtuales, etc.)
- Equipos (Proyectores, pizarra electrónica, marcadores, etc.)

Indique el nivel de dificultad que usted tuvo al momento de abordar los distintos temas de la unidad de polinomios que se presentan a continuación.

	Fácil	Regular	Difícil	Muy Difícil
Expresiones Algebraicas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Polinomios (Conceptos de monomios, monomios semejantes, reducción de términos semejantes)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Adición y Sustracción de Polinomios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Multiplicación de Polinomios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
División de Polinomios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Productos Notables	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Cocientes Notables	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Cuando el docente plantea actividades para el estudiante, ¿a qué le da más importancia al momento de evaluarlas? (Puede marcar más de una opción)

- Conceptos
- Planteamientos
- Procedimientos
- Respuesta



Quando el docente realiza la evaluación de las actividades planteadas y ha identificado que los estudiantes han cometido errores relacionados con conceptos de la temática evaluada, seleccione las actividades que ha realizado el docente con el fin de ayudar a los estudiantes a superarlos . (Puede marcar varias opciones)

- Clases de refuerzo
- Trabajos de Recuperación
- Tutorías Personalizadas
- Otros
- No realiza ningún tipo de actividad para superar los errores