

# **El método de elementos finitos aplicado a la solución de armaduras hiperestáticas**

**Carpio María Paula, Maita Gisella, Proaño Mayra y  
García Hernán\***

*Escuela de Ingeniería Civil y Gerencia de  
Construcciones, Facultad de Ciencia y Tecnología,  
Universidad del Azuay.*

*Av. 24 de Mayo 7-77,  
Cuenca, Ecuador.*

*\*Correspondencia: hgarcia@uazuay.edu.ec*

## **Resumen**

La solución de elementos hiperestáticos (armaduras, marcos) ha sido un problema para los ingenieros porque se llegaba a plantear un gran sistema de ecuaciones lineales que, sin la ayuda de la computadora, era muy difícil de resolver; con el desarrollo de métodos numéricos que ayudan en la solución de problemas reales, el método de elementos finitos ha sido un puntal importante para simplificar y agilizar el cálculo estructural; este trabajo aplicó la teoría más simple del método a la solución de armaduras hiperestáticas, utilizando herramientas actuales y disponibles en el medio; para esto se procedió a la resolución de una celosía en base al concepto de equilibrio estático, aplicando el Método de los Elementos

Finitos (MEF), revisando algunos ejemplos para poder establecer una rutina aplicable a todos los casos y buscando una herramienta de conexión que facilite de manera gráfica la concepción del problema; se obtuvo las propiedades físicas de la celosía, sin necesidad del cálculo manual, obteniendo las fuerzas, deformaciones y esfuerzos de todos los elementos que forman la armadura, que sirven para el diseño final de los elementos. Se puede concluir destacando que el método de elementos finitos sirve para resolver desde los sistemas más simples hasta los más complejos y que es el método más utilizado actualmente en el cálculo estructural.

**Palabras clave:** Celosía, armadura, Método de los Elementos Finitos (MEF), rutina, herramienta

### **Abstract**

The solution of hyper-static elements like trusses and frames is difficult because of the solution of a large system of linear equations without computers; the significant progress of technology helped the development of numerical methods for the solution of real problems; the finite element method has been the mainstay in the solution of engineers problems and structural problems; the objective of this work was to apply the basics of the method in the solution of hyper static 2d trusses, using current and available software; in this way the results are graphical, the program gives forces, stresses, and deformations so it is possible to design any element. The conclusion of the work indicates that the method of finite element can be used to solve simple problems and complex problems, and that is the most used method for structural engineers.

**Key words:** Lattice, trusses, Finite Elements Method (FEM), routine, tool, support

## 1. Introducción

En la estática se encuentran varios elementos entre ellos están las celosías, las cuales serán tratadas en este trabajo. Una celosía o armadura es el conjunto de elementos bidireccionales, barras, unidos interiormente por nudos rígidos que no transmiten momentos y exteriormente por diferentes tipos de apoyo.

Conceptualmente resolver una celosía, implica determinar las tensiones a las que están sometidos cada uno de sus elementos. Este trabajo se realizó para que el estudiante tenga una herramienta que se emplee en la resolución de una celosía, buscando obtener resultados exactos. La rutina se codificó de tal manera que pueda resolver cualquier celosía planteada utilizando datos que el estudiante debe ingresar, se buscó que el tiempo de resolución sea el menor posible, siendo este únicamente el empleado en la introducción de datos.

Muchos problemas físicos de la ingeniería y ciencia son representados por medio de ecuaciones diferenciales, y la solución de estas ecuaciones por medio de métodos analíticos es casi imposible. El método de los elementos finitos (MEF en español, FEM en inglés), es un método numérico general que resuelve ecuaciones diferenciales aproximando las soluciones.

El MEF ha sido pensado para ser usado en computadoras. Conociendo las condiciones de cada problema, se puede predecir el comportamiento de un sistema estructural, mecánico, térmico, eléctrico y químico.

Para hacer esta rutina empleamos el MEF, conociendo qué es una celosía y para su resolución se consideró como un sistema de dos dimensiones donde los elementos están en el plano  $XY$ .

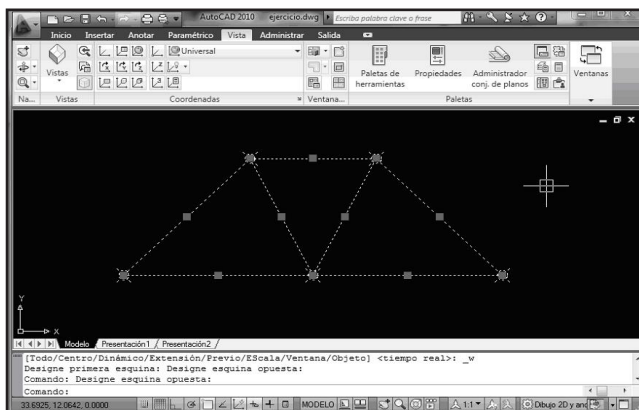
Los elementos bidimensionales recolectan bastante información, y el MEF trabaja muy bien con este tipo de elementos. La mejor manera de almacenar esta información es en una matriz, y por eso, el código trabaja solo con matrices en las cuales se guardan todos los datos necesarios.

## 2. Materiales y métodos

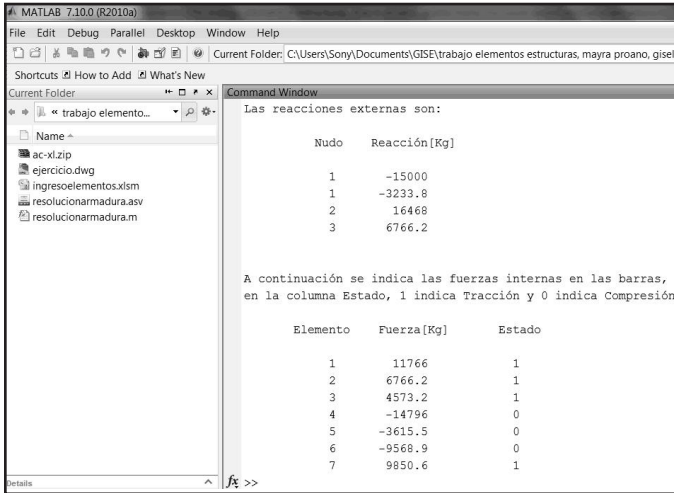
El desarrollo de la rutina se realizó en MATLAB, un programa de cálculo técnico y científico, que se basa en el uso de matrices. Para la ejecución de dicha rutina, se utilizaron las aplicaciones de AutoCAD y Microsoft Excel como herramientas de apoyo.

Previo a la ejecución del pseudocódigo, se requiere dibujar la celosía a resolver en AutoCAD, con el fin de obtener sus coordenadas, las cuales son exportadas a la hoja de cálculo de Microsoft Excel.

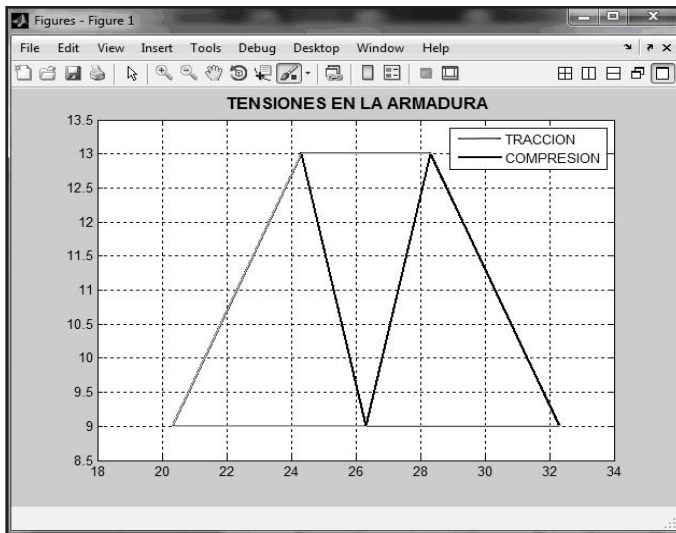
Una vez obtenidas las coordenadas, se calcula mediante una subrutina realizada en Visual Basic, las propiedades de cada elemento de la celosía, debiendo ingresar además, las condiciones a la que esta está sometida.

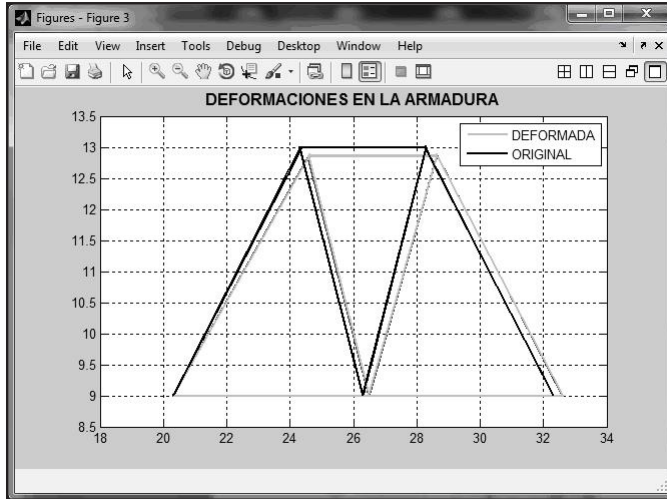






Además la rutina genera ilustraciones que muestran de forma gráfica los estados en los que cada elemento está trabajando, pudiendo ser tracción o compresión; así como también, las deformaciones de cada uno.





Después que se probaron varios ejemplos de celosías se pudo concluir que los resultados tienen mayor exactitud. Se buscaba principalmente reducir el tiempo en la resolución de la celosía, y esto se logró puesto que únicamente se emplea tiempo en la introducción de los datos.

#### 4. Discusión

La introducción de los datos es simple y evita confusión gracias a que se obtienen directamente del gráfico, utilizando para esto el programa Autocad.

La información de la armadura se presenta claramente en Excel, donde se ingresan las propiedades físicas del material.

Desde Matlab se obtienen los valores de Excel para hallar los resultados de las fuerzas, deformaciones y esfuerzos.

Se ha comprobado con la ayuda de programas comerciales los resultados obtenidos, coincidiendo exactamente.

Se puede indicar que la solución que utiliza el programa creado es confiable y sirve para resolver cualquier tipo de celosía, además que es ilustrativo y ayuda en la enseñanza del método de elementos finitos.

## 5. Agradecimientos

Se deja constancia del apoyo brindado por la Escuela de Ingeniería Civil y Gerencia de Construcciones de la Universidad del Azuay, por sus docentes y el uso de los laboratorios para la realización de este trabajo.

## 6. Literatura citada

**A First Course in Finite Elements.** Jacob Fish and Ted Belytschko. John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.

**Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos,** Eugenio Oñate, centro internacional de métodos numéricos, segunda edición, septiembre 1995.

**El método de los elementos finitos,** O.C. Zienkiewics – R. L. Taylor, McGraw- Hill, Cuarta edición, 1994.

**Resistencia de materiales,** Timoshenko, S.P, Espasa Calpe, 1970.