



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**

**Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación**

**Carrera de Matemáticas y Física**

**“Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas”**

Trabajo de Titulación previo a la obtención del  
Título de Licenciadas en Ciencias de la Educación  
en Matemáticas y Física

**Autoras:**

Joseline Tamara Avila Campoverde

C.I. 0106022429

Correo electrónico: avilajoseline@gmail.com

Tania Lisseth Vera Cabrera

C.I. 0150746808

Correo electrónico: taniavera12345@gmail.com

**Tutora:**

Mg. Sonia Janneth Guzñay Padilla

C.I. 0102140415

Cuenca – Ecuador

10 de noviembre de 2021

## RESUMEN

El aprendizaje de las matemáticas no se centra únicamente en que los jóvenes memoricen reglas y pasos a seguir para resolver un problema, sino que desarrollen sus capacidades de razonamiento lógico y deductivo para dar solución a situaciones de la vida diaria en las cuales puedan aplicar las matemáticas. Es por esto que el presente trabajo de titulación denominado “Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de las Razones Trigonométricas” está encaminado a la elaboración de una guía didáctica que apoye el proceso de construcción del conocimiento de los estudiantes de décimo de Educación General Básica en la Unidad Didáctica denominada Razones Trigonométricas perteneciente al bloque Geometría y Medida. Uno de los inconvenientes que se observó y que más llamó la atención es que los escolares se aburren con facilidad o prefieren realizar otro tipo de actividad mientras el docente imparte la clase, lo que les lleva a un aprendizaje memorístico al adoptar esa actitud.

La información que receptan es únicamente almacenada por un cierto periodo de tiempo mostrando poco o ningún interés en analizar o razonar el porqué de los conceptos, además de la ausencia de herramientas y recursos didácticos que se pueden aplicar en el aprendizaje de las razones trigonométricas. Considerando lo anterior y para comprender mejor las necesidades de los alumnos, se aplicó un método de investigación para recopilar datos estadísticos y el que mejor se adaptó a este trabajo de titulación fue la encuesta, la cual estuvo dirigida a los estudiantes del primero de BGU del Colegio de Bachillerato Ciudad de Cuenca. Después de analizar los resultados, se concluyó que a los escolares les agrada la idea de que las herramientas y recursos didácticos estén presentes en su desempeño académico; estos los encuentran plasmados en la guía didáctica, la cual consta de 8 clases de trigonometría, con actividades creativas y diferentes para mejorar la participación dentro del aula. Es importante recalcar que cada una cuenta con una planificación flexible y en el caso de ser necesario, puede modificarse.

**Palabras Clave:** Razones trigonométricas. Razonamiento lógico y deductivo. Herramientas y recursos didácticos. Guía didáctica. Planificaciones.

## ABSTRACT

Learning mathematics not only focuses on young people memorizing rules and steps to be followed in order to solve a problem, but on developing their logical and deductive reasoning skills to solve everyday situations in which they can apply mathematics. Keeping in mind this consideration, the present study titled “Teaching Tools and Resources for the Learning of Trigonometric Ratios” is aimed at developing a teaching guide that supports the process of building knowledge of tenth graders of Basic General Education in the Planning Unit called Trigonometric Ratios from the Geometry and Measurement block. One of the drawbacks that was observed is that learners get bored easily or prefer to carry out another type of activity while the educator teaches, which leads them to rote learning when adopting that attitude.

The information students receive is only stored for a certain period of time showing little or no interest in analyzing or reasoning concepts; in addition to this, there is a lack of tools and didactic resources that can be applied in the learning of trigonometric ratios. Based on these considerations and with the purpose of understanding in a better way the learners’ needs, a research method was applied to collect statistic data, and the one that was the most suitable for the present study was the survey, which was applied on students from the first year of Baccalaureate at Ciudad de Cuenca High School. After analyzing the results, it was concluded that students like the idea that teaching tools and resources are present in their academic performance. These are reflected in the teaching guide, which consists of 8 trigonometry classes, with creative and different activities to improve their participation in the classroom. It is important to emphasize that each one has flexible planning and, if necessary, can be modified.

**Key words:** Trigonometric Ratios. Logical and deductive reasoning. Teaching tools and resources. Teaching guide. Planning.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN .....</b>	<b>2</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>3</b>
<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>10</b>
<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>11</b>
<b>AGRADECIMIENTO.....</b>	<b>12</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>15</b>
<b>Fundamentación Teórica .....</b>	<b>15</b>
1.1 Problemáticas en el Aprendizaje .....	15
1.2 El Constructivismo.....	16
1.2.1 El Constructivismo de Jean Piaget .....	17
1.3 El Aprendizaje.....	18
1.3.1 Importancia del Aprendizaje .....	20
1.3.2 Tipos de Aprendizaje .....	20
1.4 Herramienta Tecnológicas.....	22
1.4.1 Las Herramientas Tecnológicas en el proceso de Aprendizaje de la Trigonometría.....	23
1.4.2 Tipos de Herramientas Tecnológicas .....	24
1.5 Recursos Didácticos .....	26
1.5.1 Los Recursos Didácticos en el Proceso de Aprendizaje de la Trigonometría	27
1.5.2 Funciones de los Recursos Didácticos .....	28
1.5.3 Tipos de Recursos Didácticos .....	29
1.6 Importancia del Uso y Aplicación de una Guía Didáctica .....	30
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>32</b>
<b>Metodología y Análisis de Resultados .....</b>	<b>32</b>
2.1 Introducción .....	32
2.2 Metodología .....	32
2.3 Población y Muestra.....	33
2.4 Aplicación de la Encuesta .....	33
2.5 Análisis de Datos.....	33
2.6 Análisis y Resultados .....	33
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>44</b>

<b>Propuesta .....</b>	<b>44</b>
3.1 Desarrollo de la propuesta.....	44
3.2 Mapa de contenido .....	45
3.3 Guía Didáctica: Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas.....	46
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>154</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>155</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>156</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>161</b>

### Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Tania Lisseth Vera Cabrera, en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas", DE CONFORMIDAD CON EL ART. 114 DEL CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 10 de noviembre de 2021

Tania Vera

Tania Lisseth Vera Cabrera

C.I: 0150746808

### Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Joseline Tamara Avila Campoverde, en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas", DE CONFORMIDAD CON EL ART. 114 DEL CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 10 de noviembre de 2021



---

Joseline Tamara Avila Campoverde

C.I: 0106022429

### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Tania Liseth Vera Cabrera, autora del trabajo de titulación "Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 10 de noviembre de 2021

Tania Vera

Tania Liseth Vera Cabrera

C.I: 0150746808



### Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Joseline Tamara Avila Campoverde, autora del trabajo de titulación "Herramientas y Recursos Didácticos para el Aprendizaje de Razones Trigonométricas", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 10 de noviembre de 2021



---

Joseline Tamara Avila Campoverde

C.I: 0106022429

### **DEDICATORIA**

El camino que se debe recorrer para alcanzar tus sueños, nunca es fácil, pero está lleno de personas que creen en ti y eso te ayuda a levantarte y seguir, me es grato decir que quiénes han estado siempre conmigo son las personas que conforman mi familia, por eso les dedico mi trabajo de titulación. De manera muy especial a mi papi Mauricio, quien se ha entregado por completo todos estos años a cuidar y ver crecer muy alto a su pequeña flor. Te amo papi y sin ti no lo hubiera conseguido, esto es más tuyo que mío, un triunfo que se logró gracias a ti.

**Tamara.**

## DEDICATORIA

Este trabajo de titulación va dedicado, en primer lugar, a Dios, por darme fortaleza y salud para culminar de manera exitosa esta etapa universitaria.

A mis queridos padres Enma y mi ángel Raúl, quiénes son el pilar fundamental de mi vida, han estado apoyándome con mucho cariño en todas mis decisiones, guiándome con sus sabios consejos para ser una excelente profesional y siempre motivándome a nunca darme por vencida, con su ejemplo de amor, perseverancia y respeto.

A mis hermanos Xavier, Fernando y Esteban, quienes han estado conmigo en los buenos y malos momentos, consintiéndome en todos mis caprichos, alegrándose de mis pequeños logros y en especial cuidándome como la pequeña del hogar.

A mis familiares y amigos quienes en los momentos más difíciles nunca me dejaron sola, con su cariño y apoyo incondicional siempre estuvieron a mi lado.

A mis amigas las “Elenitas” quienes siempre estuvieron sacándome una sonrisa, con sus ocurrencias y locuras, apoyándome en todo momento, compartiendo mi felicidad y fortaleciendo nuestra amistad.

**Tania.**

### **AGRADECIMIENTO**

Agradecemos principalmente a Dios por ser quien nos dio la fuerza y fortaleza necesaria para culminar esta nueva etapa de vida profesional; a nuestros padres y familiares por aconsejarnos, motivarnos y apoyarnos en este largo camino; a la Universidad de Cuenca, sus docentes y de manera especial a nuestra tutora de tesis Mg. Sonia Guñay, quién con sus conocimientos y tiempo hizo realidad la ejecución de este trabajo.

**Tamara y Tania**

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de titulación tiene como principal objetivo elaborar una guía didáctica que involucre herramientas y recursos didácticos para el aprendizaje de razones trigonométricas dirigidos a los estudiantes de décimo de Educación General Básica. Debido a que la trigonometría ha sido siempre un tema complicado para muchos alumnos porque exige mayor grado de razonamiento y atención que otros temas, haciéndose necesario eliminar ese pensamiento para llevar a la trigonometría y todo lo que ella abarca a un nivel más alto en la escala de importancia dentro de las aulas de clases.

Para analizar esta problemática es necesario mencionar sus causas. Existe una gran cantidad de jóvenes que presentan dificultad para comprender por completo la materia y esto sucede por la presencia de varios factores que no ayudan al estudiante para que alcance las destrezas esperadas, como por ejemplo las distracciones en las aulas, la monotonía, es decir, clases repetitivas, la complejidad de la asignatura, entre otros. La situación es preocupante debido a que la matemática está en constante investigación y la trigonometría es una materia base que se aplica y se profundiza en cursos superiores y los estudiantes al no contar con suficiente conocimiento presentaran mayores inconvenientes.

Por otra parte, se considera que la innovación para llevar a cabo el proceso de aprendizaje en las clases es importante por lo que se busca que el estudiante conozca y utilice varias herramientas y recursos didácticos tales como: juegos, cuestionarios convirtiendo las clases memorísticas en clases dinámicas, el empleo de software de fácil manipulación, comprensión y de acceso libre y la aplicación de técnicas de evaluación acordes a los estudiantes cada cierto periodo de tiempo, con la finalidad de que los estudiantes puedan alcanzar el aprendizaje significativo.

En el primer capítulo, denominado “Fundamentación teórica” se plasma, la problemática de los estudiantes con respecto al área de la trigonometría y la justificación para desarrollar la propuesta, además el posicionamiento constructivista para desarrollar cada una de las clases y finalmente conceptos como de aprendizaje, recursos didácticos y herramientas tecnológicas para finalmente aplicarlos en una guía didáctica.

En el segundo capítulo, denominado “Metodología” se desarrolló la técnica de investigación definida como encuesta, con un carácter cuantitativo. Con el fin de obtener información de los estudiantes, acerca del conocimiento, uso, preferencia de las

herramientas y recursos didácticos. Además, sobre los problemas y dificultades en las clases de trigonometría. Para posterior utilizar esa información con el objetivo de facilitar el proceso de aprendizaje de la trigonometría. Esta encuesta se aplicó a 112 estudiantes del Colegio de Bachillerato Ciudad de Cuenca, del primero de BGU.

En el tercer capítulo, denominado “Propuesta” se refleja la guía didáctica, dirigida a los estudiantes de décimo de EGB, la cual consta de 8 clases, acerca de diferentes temas de trigonometría, los temas están relacionados con la resolución de ángulos, triángulos rectángulos y en especial al tema de las razones trigonométricas. Cada una de las clases se fundamentó en las destrezas con criterio de desempeño, pertenecientes al área y materia de matemáticas del currículo ecuatoriano y contiene diferentes herramientas y recursos didácticos, así como trabajos individuales, grupales. Por último, se debe recalcar que las actividades propuestas las van a realizar los estudiantes, con el fin de que construyan su propio aprendizaje y de esta manera pueda lograr un aprendizaje significativo.

## CAPÍTULO I

### Fundamentación Teórica

#### 1.1 Problemáticas en el Aprendizaje

Los docentes utilizan diferentes estrategias metodológicas con el fin de mejorar la instrucción de los estudiantes dentro del aula de clase; dado que los jóvenes se encuentran en constante evolución, ellos no pueden quedarse atrás y necesitan mejorar la forma en la cual transmiten el conocimiento. (Díaz, 1998, como se citó en Flores et al. 2017) las define como procedimientos y recursos que utiliza el maestro para impulsar aprendizajes significativos, facilitando intencionalmente un procesamiento del contenido nuevo de manera más profunda y consciente. El profesor, día a día, al encontrarse con problemas que impiden el desarrollo de éste aprendizaje de manera total, busca soluciones para enfrentarlos, una de ellas es el uso de diferentes estrategias y recursos didácticos, como por ejemplo cuadros sinópticos, lluvia de ideas, material concreto, software, entre otros, debido a que “las diferentes estrategias didácticas deben ser herramientas que agilicen el proceso de enseñanza mas no que las compliquen, por tal motivo se deben aplicar de acuerdo al nivel de estudio del educando” (Flores, 2014, p.45).

Según Piaget en su teoría del desarrollo, las personas tienen diferentes etapas de aprendizaje, cuando son niños consiguen este proceso por medio de la exploración y la observación. Piaget (1967) afirma que la curiosidad se intensifica al mismo tiempo que el individuo va creciendo, con la finalidad de desarrollar una mente crítica sin confiar en todo lo que se le dice, es decir, concibe la inteligencia como una función adaptativa de acuerdo a la etapa en la se encuentra. De tal modo que, en la actualidad, el principal objetivo del docente dentro del proceso de enseñanza es la innovación y la creación de un contexto favorable dentro del aula de clases, por medio de diferentes estrategias didácticas.

La innovación en el aprendizaje de las clases de Trigonometría con herramientas y recursos didácticos provocará un gran giro dentro del aula, con lo cual los docentes recibirán mejores resultados de los estudiantes, algo que se espera la mayor parte del tiempo. Según Valle et al. (1998) las estrategias involucran una secuencia de actividades, operaciones o planes encaminados a la consecución de metas del aprendizaje; y, por otro lado, tienen un carácter consciente y deliberado en el que están implicados procesos de

toma de decisiones por parte del estudiante adaptados al objetivo o meta que se espera conseguir.

Algunas de ellas son: el manejo de material concreto convirtiendo las clases memorísticas en clases dinámicas, el empleo de software de fácil manipulación, comprensión y de acceso libre y la aplicación de técnicas de evaluación acordes a los estudiantes. Cabe recalcar que es necesario también la participación activa del alumno para profundizar en aquellos conceptos que no quedaron claros.

El estudio de la Trigonometría exige una amplia asimilación y comprensión de las definiciones, conceptos y fórmulas existentes que el profesor indica en el aula de clase. El aprendizaje como la enseñanza de la matemática, que involucra a la trigonometría, debe estar enfocados en el desarrollo de las destrezas necesarias para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas de la vida diaria, a la vez que se refuerza el pensamiento lógico y creativo. El saber matemáticas, es indispensable para tener la capacidad de interactuar con eficacia y fluidez en un mundo matematizado. Según Chocho (2014) el tener afianzadas las destrezas con criterio de desempeño matemático, provee el acceso a una gran variedad de carreras profesionales y a diferentes ocupaciones que pueden resultar muy especializadas. Todas las personas deberían tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos bien entendidos y con la profundidad suficiente para que puedan interactuar equitativamente en su entorno.

## **1.2 El Constructivismo**

El constructivismo plantea que el conocimiento puede ser creado por el mismo individuo gracias a las capacidades innatas que este posee, por la experiencia adquirida a lo largo de los años y por la forma en la que comprende y entiende lo que sucede a su alrededor. Según Ortiz (2015) el constructivismo al momento de mantener una relación con la educación, con frecuencia, se encuentra con que el primer problema que este enfoque se ha entendido como que los estudiantes necesitan libertad para que puedan aprender al ritmo que consideren mejor para ellos; el docente en muchas ocasiones es visto únicamente como la persona que proporciona una serie de herramientas y recursos que ayudan en la construcción de criterios y aprendizajes, pero que no se lo ve involucrado del todo en el proceso en el que el alumno trabaja con el material brindado, lo que se convierte en el error tradicional del constructivismo. El objetivo de esta teoría es formar el conocimiento de los jóvenes con la comunicación e intercambio de ideas con



el docente, esperando alcanzar un progresivo acceso del estudiante a etapas superiores de su desarrollo intelectual.

El aprendizaje constructivista fundamentándose en Ausubel consiste en que el individuo es parte fundamental para crear su propio conocimiento, es decir, debe ser un aprendizaje auto dirigido, con ayuda de sus propias interpretaciones, sus respectivas reflexiones, sus experiencias personales, los conocimientos que ya posee tiene que ser transformados y reorganizados para llegar a un aprendizaje significativo. (Criado y Gonzales, 2003). De la misma forma Carretero (1997) argumenta que para Piaget el constructivismo se basa en las experiencias que el individuo adquirió durante su proceso de desarrollo y de esta manera crea una base para las construcciones mentales y el desarrollo de la nueva información. Es importante destacar que el aprendizaje constructivista de los estudiantes se basa en los propios esfuerzos, crean sus propias reflexiones y conclusiones con ayuda de sus experiencias y de la motivación, el papel del docente en este proceso es de facilitador, es decir, él apoya a que los estudiantes cumplan con el objetivo de aprendizaje. Es necesario recalcar que en la construcción propia de conocimiento se involucran aspectos sociales, afectivos y cognitivos que va a influenciar en el proceso de construcción (Aparicio y Ortiz 2018).

### **1.2.1 El Constructivismo de Jean Piaget**

La teoría constructivista está enfocada principalmente en explicar que el aprendizaje es un proceso que toma al estudiante como su propio autor y crea activamente nuevos conceptos con ideas o experiencias aprendidas ya sea pasadas o presentes. Según Araya et al. (2007) Jean Piaget resaltó que el conocimiento es el resultado de la interacción entre el sujeto y el medio en el que se desenvuelve, es capaz de construir los rasgos de éste y estructurar su mente a un nivel mayor de desarrollo del pensamiento. Un niño, desde su nacimiento, posee ciertas capacidades innatas acerca de cómo es su entorno que le facilitan actuar, tomar decisiones, transmitir y recibir información necesaria para lograr la adaptación. Las teorías que presenta estaban enfocadas hacia dos direcciones fundamentales y que Saldarriaga et al (2016) aseguran que éstas eran: descubrir y explicar las varias representaciones de la mente humana desde sus orígenes y continuar hasta los niveles de mayor elaboración y alcance, identificados con el pensamiento científico en los términos de la lógica formal.

El enfoque del desarrollo cognitivo tiene a Jean Piaget como un importante modelo que trabajó para conseguir un cambio cualitativo en la formación mental de una persona, considerando el nacimiento su punto de partida hasta llegar a la madurez. Sus ideas buscaban resaltar que lo que tiene mayor relevancia dentro del aprendizaje es como se produce, mas no obtener respuestas que el estudiante necesita en ese momento pero que con el paso del tiempo las olvidará. Una participación activa del niño en clases da como resultado que proponga ideas sobre el tema que se esté tratando, pregunte al docente y a sus compañeros y formule sus propias conclusiones; como Arévalo y Ñauta (2011) sugieren que el aprendizaje no es una manifestación natural o genuina que se puede aprender de manera aislada, sino que requiere de una actividad indivisible que está estructurada por diferentes procesos y etapas.

En el desarrollo intelectual aparecen una serie de cambios de estructuras cuyo proceso inicia desde el más simple al más complejo consiguiendo así que la inteligencia y las capacidades cognitivas de las personas estén estrechamente vinculadas con la naturaleza social y física en la que se desenvuelven, es por ello que la asimilación y la acomodación forman parte de esa transformación porque, las dos son capacidades innatas que por diferentes factores genéticos se desarrollan frente a estímulos específicos en determinados momentos del crecimiento y en periodos de edades precisos.

La asimilación consiste en enfrentar situaciones nuevas desde el nacimiento del niño para luego entrar en relación con el medio, lo que da también inicio al desarrollo cognitivo dentro del cual el niño intenta actuar y comprender lo que sucede a su alrededor. Arévalo y Ñauta (2011) argumentan que en la inteligencia de una persona existe la asimilación para incorporar en su memoria gran cantidad de información que ofrece la experiencia. Por su parte, el organismo se adecua a lo que ha aprendido, dirigiéndolo al proceso de acomodación, que se refiere al cambio de los esquemas o a la necesidad de ajustarlo o adecuarlo a la nueva situación. Cuando los nuevos conocimientos adquiridos no son comprendidos de inmediato, el niño puede atravesar un momento de crisis en el cual intentará buscar de nuevo el equilibrio en el que se encontraba, se producen modificaciones para incorporar las nuevas experiencias.

### **1.3 El Aprendizaje**

Se denomina a la acción o efecto de aprender que una persona consigue con el estudio, la enseñanza y la experiencia de observar a aquellos que están a su alrededor. El

sujeto adquiere conocimientos, valores y habilidades que modifican de forma constante su conducta a lo largo del tiempo. (Gagné, 1987, como se citó en Zapata, 2015) resalta que el aprendizaje radica en una transformación de la capacidad humana, la cual puede ser permanente y que no solo sucede por el proceso de desarrollo. Los jóvenes reciben diferentes formas de instrucción en cada periodo de su vida, lo que distingue a cada nivel es la capacidad que van adquiriendo con el tiempo para receptar, transformar y almacenar nueva información de forma más rápida.

El aprendizaje es una actividad cognitiva constructiva que comprende secuencias de acciones con el propósito de alcanzar la superación de todos aquellos decididos a aprender. Tiene gran importancia el orden en el cual puede organizarse: un antes, durante y después. Meza (2013) plantea que al “antes” le corresponden condiciones para la ocurrencia de aquello, es aquí en donde la mente se prepara para desarrollar la imaginación, la memoria y el pensamiento; al “durante” le pertenecen procesos tales como la repetición y la memorización y resalta que los contenidos significativos se mantienen y no se olvidan al mismo ritmo que los nuevos y al “después” con los resultados en donde el niño va integrando sus conocimientos y destrezas, los cuales le permitirán, específicamente durante la infancia, empezar a moldear y dirigir el rumbo que espera tome su vida, sin olvidar también la presencia de sus capacidades naturales.

Cada uno de los momentos para desarrollar el aprendizaje, pueden ser interrumpidos por varios sucesos de manera externa o interna; los otros factores tales como el sexo, edad, cociente intelectual no actúan de forma directa en una persona, Jano y Ortiz (2003) en su investigación presentan que las variables socio-demográficas, antes ya mencionadas, no parecen tener efecto sobre el rendimiento del estudiante, de manera que el análisis se dirige hacia aquellas relacionadas con el esfuerzo, las habilidades y conocimientos del alumno. Por otro lado, los factores que más afectan y se conocen son: la actitud, la motivación, las buenas o a las relaciones sociales, la conducta e incluso la cantidad de tareas pendientes.

Es por ello que desde temprana edad los niños buscan un modelo a seguir, alguien que los ayude a entender ciertas conductas que no son innatas como: comer o dormir y lo suelen encontrar en un lugar seguro y cercano como es el hogar con sus padres, ellos se convierten en los primeros maestros del infante, por lo que su presencia en su crecimiento es fundamental; con ellos aprenden a realizar tareas básicas necesarias que implican tiempo, prestar atención y poco a poco conocer sus habilidades. El acto de aprender puede

producirse de distintas formas: imitación, observación y ensayo-error, que son las más conocidas. La primera constituye el primer y más antiguo modelo de todas las personas e incluso de los animales. Guevara (2020) menciona a Bandura quién demostró que puede darse por simple análisis directo, sin práctica previa, así es como los niños desde muy pequeños examinan su entorno, plantean preguntas y buscan respuestas.

Pero una persona no puede formarse en base solo a la imitación, necesita también poner a trabajar su capacidad para observar, que en síntesis se refiere al cambio en la conducta de un individuo que sucede por la experiencia constante de mirar a otra persona y cuenta con al menos dos actores, el observador y el modelo. (Bandura, 1977, como se citó en Rodríguez, 2017) señala que toma varias formas, en base a distintos procesos; dicho aprendizaje no parece a simple vista necesitar alguna clase de refuerzo, sino que más bien de un modelo social con autoridad, como la madre o el padre. Y la última manera más conocida de aprender es por ensayo error. El sujeto descubre la respuesta a algo que estaba buscado por casualidad, no conoce porque o como sucedió y es poco probable que pueda repetirlo. Barrón Ruiz (1993) explica que el ejemplo más común son los niños, quienes repiten varias veces sus pequeños descubrimientos, no necesitaron de un análisis previo para ello y aprendieron algo nuevo en ese preciso instante; en muchos casos la mejor opción de proceder es con el ensayo y error y eso porque existen condiciones arbitrarias o porque la persona carece de conocimientos suficientes.

### **1.3.1 Importancia del Aprendizaje**

Los individuos estamos en constante proceso de aprendizaje, comenzamos aprendiendo desde pequeños y desde ese momento concurrirá para toda la vida, tenemos que tener en cuenta que para aprender cosas nuevas influye el papel de la motivación y el interés puesto que si no nos interesa o no estamos motivados no vamos a cumplir con el proceso de aprendizaje de forma eficaz y sólo estaremos obligados a cumplir con este proceso, sin resultados efectivos, brevemente Ospina (2016) comunica que la motivación es el motor del aprendizaje debido a que es como una chispa que incentiva al individuo a aprender cosas nuevas, cuando el individuo no está motivado difícilmente aprenden.

### **1.3.2 Tipos de Aprendizaje**

El aprendizaje para cada individuo será diferente debido a los distintos contextos y situaciones que está involucrado día a día, brevemente León, Ospina, y Ruiz (2012) mencionan que cada individuo aprenderá dependiendo a su necesidad, pero tenemos que

tener en cuenta que, a través del tiempo, ha existido números cambios en el contexto del aprendizaje por ejemplo la relación de la educación y la tecnología, la relación del educando y el educador, la relación de los adelantos de la ciencia y la vida diaria, entre otros, el individuo se enfrentará a distintas situaciones, por lo tanto, tendrá que adaptarse a los distintos tipos de aprendizaje, a continuación se menciona algunos tipos de aprendizaje:

**Aprendizaje receptivo:** el cual menciona que el individuo ya posee los contenidos, sólo deben comprenderlos, asimilarlos y reproducirlos cuando los necesite.

**Aprendizaje por descubrimiento:** consiste en que el propio individuo investigue, descubra y elabore su propia información para crear contenidos, no se apoya de ningún individuo, es el propio investigador.

**Aprendizaje memorístico:** se fundamenta en la repetición de contenidos al pie de la letra y no da lugar a ningún tipo de reflexión. (Criado y Gonzales, 2003).

**Aprendizaje significativo:** se basa en relacionar los conocimientos previos con los nuevos, estos conocimientos pueden ser representados por símbolos, palabras, conceptos e ideas, las ideas previas para este tipo de aprendizaje ayudan a relacionar los nuevos conceptos y de esta manera se pueda procesar nueva información. (Criado y Gonzales, 2003). Cabe mencionar que Carretero (1997) manifiesta que el aprendizaje significativo explicado por Ausubel, el cual se denomina actividad significativa, menciona que el individuo se relaciona con la información nueva y la información que ya posee de esta forma puede adquirir un proceso eficaz de relación y no con el proceso de repetición de forma mecánica, cuando un individuo entiende la información y no la ve de forma mecánica, puede recordarla y de esta forma integrarla a la estructura del conocimiento, es decir, que para Ausubel “aprender es sinónimo de comprender”. Finalmente se debe recalcar que el aprendizaje significativo consiste en la adquisición de nuevos significados de esta forma puede obtener nueva información con ayuda de su información ya adquirida.

**Aprendizaje inductivo:** se da a conocer información específica y se construye conclusiones generales, se utiliza ejemplos sencillos y específicos para la construcción de conceptos, para obtener nueva información.

**Aprendizaje analítico:** la información no es nueva, mediante los conceptos ya conocidos, así como sus características, se busca que el individuo ejemplifique la

información, es decir, se apoya en el razonamiento deductivo, en conclusión, ir de lo general a lo específico.

**Aprendizaje analógico:** se basa en la resolución de problemas, para resolver un nuevo problema, se apoyan en la solución de un problema resuelto, busca relacionar las soluciones de problemas similares para adaptarlos al nuevo problema. (García y Gómez 2006)

**Aprendizaje mecánico:** Este tipo de aprendizaje se fundamenta en la adquisición de la información de forma arbitraria, no da lugar a relacionarla con ninguna información obtenida, se utiliza para comenzar un tema nuevo cuando no se relacione con ningún tema ya conocido. (Orellana 2009)

**Aprendizaje de representaciones:** Este tipo de aprendizaje consiste en atribuir un significado en específico a los símbolos, objetos, cosas, etc. Este aprendizaje se utiliza mucho en el área de las matemáticas debido a que constantemente se utiliza diferentes símbolos y cada símbolo tendrá un significado en particular el cual dependerá del contexto que se está utilizando.

**Aprendizaje cooperativo:** Trabajar en equipo con la finalidad de alcanzar un mismo objetivo, el trabajo tiene que ser en beneficio del equipo, enfocado en lograr el aprendizaje individual y grupal, además el trabajo cooperativo debe enfocarse en el apoyo del grupo, donde los miembros se ayuden mutuamente en las dificultades presentadas a lo largo del mismo. (Holubec, Johnson y Johnson 1999)

#### **1.4 Herramienta Tecnológicas**

Día a día el individuo está más familiarizado con el uso de la tecnología debido que es accesible para todos y constantemente está mejorando, en el ámbito educativo este aspecto no se queda atrás, los estudiantes conocen de herramientas tecnológicas como programas, simuladores, juegos virtuales, videos educativos, entre otros para mejorar el proceso de aprendizaje Cantarell y Meza (2002) definen a las herramientas tecnológicas como un recurso que ayuda a facilitar al proceso de enseñanza, con el objetivo de mejorar la calidad del mismo, la ventaja de una herramienta tecnológica es que el propio individuo tiene la capacidad en manipularla, investigarla y utilizarla, es decir, ayuda a que el individuo realice un autoaprendizaje.

### **1.4.1 Las Herramientas Tecnológicas en el proceso de Aprendizaje de la Trigonometría**

Las matemáticas para los estudiantes se tornan difíciles, pues al ser una disciplina que involucra cálculos, los estudiantes tienen una mentalidad de que es una de las asignaturas compleja debido a eso, los docentes intentan hacer sus clases más comprensivas con el empleo de la creatividad; además, explican la teoría con ejemplos de situaciones de la vida cotidiana para llevar los contenidos a la práctica y hacen uso de diferentes estrategias metodológicas, entre otros aspectos. En este sentido, Garnica, Monzalvo, Morales, Reséndiz y Toto (2019) sostienen que, para hacer posible un aprendizaje significativo con las matemáticas se debe tomar en cuenta tres aspectos: primero, se debe relacionar la realidad de una forma creativa; segundo, se debe utilizar diferentes metodologías para que el proceso no sea repetitivo y monótono y; finalmente, se debe motivar a los estudiantes para que se interesen por la materia. En consecuencia, resulta necesario para desarrollar las clases del docente, en esta área del conocimiento, hacer uso de metodologías que involucren herramientas tecnológicas y recursos didácticos, con la finalidad de que el estudiante pueda comprender y asimilar el conocimiento.

En este contexto, las herramientas tecnológicas en el área de las matemáticas, de acuerdo con Gamboa (2007), ayudan para que el proceso de aprendizaje se consolide y refuerce. Además, dichas herramientas facilitan el desarrollo del proceso de aprendizaje de forma autónoma o colaborativa; de igual manera, hacen que los contenidos se impartan de forma innovadora, atractiva y diferente. La realidad radica en que existen numerosos temas matemáticos, por ende, se debe utilizar diversas herramientas tecnológicas como simuladores, aplicaciones matemáticas, videos educativos, sitios virtuales, juegos matemáticos, entre otros (Salas y Salas, 2018).

Por otro lado, las herramientas tecnológicas en la actualidad son muy utilizadas en el campo de la trigonometría con la finalidad de que el aprendizaje de los estudiantes se torne más sencillo y dinámico. Por consiguiente, menciona Shaffer (2006), para que el proceso de aprendizaje no sea monótono o repetitivo en el área de trigonometría se debe utilizar diferentes tipos de software para que el proceso de construcción sea activo. De esa manera, se fomenta la participación de los estudiantes. Igualmente, al utilizar herramientas tecnológicas en el aula de clases se propicia el trabajo autónomo o bien el

colaborativo y se cumple con los objetivos que se pudieron plantear. Valdría la pena aclarar que, en un trabajo grupal, no se debe esperar que solo un miembro del grupo realice toda la actividad, sino que todos aporten con ideas al grupo y juntos con el uso de la tecnología hagan que el proceso de aprendizaje sea más dinámico e innovador (Méndez, Muñoz, y Rojano, 2018).

#### **1.4.2 Tipos de Herramientas Tecnológicas**

##### **Software y simuladores**

La trigonometría posee un alto nivel de complejidad; así, Adamen, Borjón, Hitt y Torres, (2019) afirman que: en este campo existe una aglomeración de fórmulas relacionadas entre sí, por lo tanto, al no entenderlas y no relacionarlas el estudiante va a tener dificultades en la construcción y comprensión de los diferentes conceptos matemáticos. Con el fin de resolver estas problemáticas, se plantea el uso de un software de fácil manipulación, comprensión y libre acceso. Esto resulta de gran importancia, pues el estudiante puede relacionar lo que aprende en clase y ponerlo en práctica a través de medios tecnológicos por medio de su visualización. Adicional a lo dicho, es fundamental utilizar representaciones y gráficas de un tema en particular para su posterior observación en software, con la finalidad de evidenciar que existen diferentes formas de concebir los modelos matemáticos. Valdría la pena indicar que, uno de estos programas informáticos, en relación con las matemáticas es Geogebra, que además de ser de sencilla manipulación, permite la comprensión y fortalecimiento del aprendizaje (Adamen, Borjón, Hitt & Torres, 2019).

Por otra parte, el uso de simuladores facilita que el proceso de aprendizaje se torne agradable y ejemplificador debido a que se puede visualizar la realidad en diferentes escenarios y dimensiones. Los simuladores, del mismo modo, influyen de manera positiva a las matemáticas porque se puede obtener resultados de forma inmediata y, de esta manera resultaría útil para aplicarlo al campo trigonométrico (Salas y Salas, 2018). Asimismo, los simuladores ayudan al docente para que se pueda comunicar de forma diferente con sus estudiantes, también estos pueden ser manipulados en una clase, es decir, se los puede pasar, adelantar, retroceder mientras se hacen explicaciones. En definitiva, los simuladores se ajustan a las diferentes necesidades tanto de estudiantes como de docentes (Pinzón, 2018). Al simular o proyectar una realidad se podría, por otro lado, hacer que los estudiantes desarrollen el aprendizaje autónomo o motivarlos para que



tengan curiosidad sobre las diferentes aplicaciones que presenta esta herramienta tecnológica. En consecuencia, los estudiantes podrán descubrir conceptos o modelos matemáticos.

### **Videos Educativos**

Un video educativo de matemáticas, en este contexto, ayuda al estudiante a despejar sus dudas, sin embargo, estos deben servir como una retroalimentación o refuerzo de una clase docente para comprobar respuestas o asimilar conocimientos. Al mismo tiempo, no todos los videos explicativos de pasos o tutoriales, de acuerdo con Díaz, Herrera, Saucedo y Recio (2013), son de carácter educativo ni mucho menos ameno o didáctico, pues en YouTube (principal plataforma de su localización) cualquier persona puede subirlos y crearlos. En este sentido, para que el estudiante evite confundirse más debe tener en cuenta que un video educativo debe tener muchas características, entre las cuales figuran el orden cómo se presenta, los pasos necesitan ser explicados de forma clara y precisa, debe estar disponible cualquier momento, tiene que propiciar la autoevaluación; solo así se podrá proveer un aprendizaje significativo. Un video educativo, en síntesis, según López, Mortera y Rodríguez (2017) es una herramienta favorable para el proceso de aprendizaje debido a que se puede reemplazar al papel del docente o al libro de texto, pero debe cumplir los parámetros que se señaló, también debe motivar al estudiante para que aprenda por su cuenta (autodidacta) y se recalca que tienen que estar en plataformas gratuitas con la finalidad de que se pueda acceder a ellos.

### **Juegos virtuales**

Finalmente, otra herramienta alternativa para el aprendizaje, son los juegos virtuales con fines educativos, pues, de acuerdo con Del Moral, Fernández y Guzmán (2016), estos ayudan a potencializar el razonamiento de los estudiantes. De la misma manera, estos juegos hacen posible que el estudiante se motive con la asignatura debido a que puede divertirse y, en consecuencia, aprende. Ventajosamente, hoy en día, existen en la red numerosos juegos virtuales que se aplican a la geometría, los estudiantes lo pueden aplicar de forma divertida e innovadora; además, su utilización permite comprobar o verificar a los docentes si los estudiantes pudieron receptor el conocimiento de forma oportuna. Por otro lado, Cadavid, Piedrahita y Rosecler (2016) afirman que, los juegos virtuales ayudan a que el proceso de aprendizaje mejore debido a que los estudiantes se proponen dominar el juego al enfrentarse con errores, aprenden y llegar a

la meta, por tanto, con el uso de esta herramienta didáctica se espera que los educandos fortalezcan su conocimiento de manera significativa o duradera. Para concluir, la creación de los juegos virtuales educativos tiene mucha influencia en los estudiantes debido a que los juegos virtuales tendrían que influenciar en los alumnos, tendrían que tener una buena animación, una buena calidad. Es importante también señalar que el juego no debe ser repetitivo ni confuso, pues así los que lo aplican podrían aburrirse, evitando cumplir con el objetivo esperado, valdría la pena aclarar que, los juegos virtuales son sólo medios de apoyo del conocimiento, mas no es una mera forma de distracción.

### **1.5 Recursos Didácticos**

Los recursos didácticos son conocidos por varios nombres: apoyos didácticos, útiles educativos, además medios educativos y lo trascendental de ellos y que es del conocimiento de pocos, es que influyen en los estímulos de los órganos sensoriales de los estudiantes y en las emociones al estar en contacto directo con los objetos, pues una persona primero absorbe la información de forma intelectual, suceso que ocurre en el sistema límbico donde se desarrolla, lo que se sugiere entonces que el aprendizaje está condicionado por emociones positivas y negativas, resaltando que somos seres emocionales y en segundo lugar, racionales. (Morales, 2012, como se citó en Vargas, 2017) explica que los recursos se entienden como un conjunto de materiales que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pueden ser tanto físicos como virtuales, suelen ser utilizados por los docentes en varias actividades como una guía para sus explicaciones y tienen la capacidad de adaptarse a cualquier tipo de contenido.

El docente sabe que es importante estar en constante búsqueda de nuevas y mejoradas formas para enseñar, porque su objetivo principal es que sus estudiantes reciban una educación de calidad, por lo tanto, investiga, se informa y descubre que aprender a utilizar un apoyo pedagógico como son los recursos didácticos dentro de las aulas de clases para reforzar los conocimientos adquiridos de los jóvenes es una opción muy bien aceptada. (San Martín, 1991, como se citó en González, 2014) se los consideran didácticos porque el profesor es quién expone una situación de aprendizaje diferente y transmite la información de forma que obtiene casi de manera inmediata la atención del alumno para potenciar la adecuación y estímulo de su respuesta con la finalidad de realzar la eficiencia de las acciones formativas.

### 1.5.1 Los Recursos Didácticos en el Proceso de Aprendizaje de la Trigonometría

Adaptarlos a una materia que requiere un poco más de práctica y paciencia como es el caso de las matemáticas, específicamente la Trigonometría, no es un trabajo sencillo, sin embargo, varios profesores aceptan el reto y exponen sus clases con ellos. Es necesario que los recursos que se decidan usar tengan una finalidad didáctica, que formen parte de tareas y deberes bien estructurados basados en problemas que guarden relación con situaciones de la vida diaria de los alumnos y los puedan ocupar en todo momento de ser posible, además no exigen un gasto excesivo de dinero porque están al alcance de todos, incluso los docentes pueden promover a que los estudiantes los consigan o construyan considerando los tiempos y espacios dentro del aula. Es del conocimiento de todos que el proceso de aprendizaje de las matemáticas es complicado a veces de asimilar y otras de enseñar, a pesar de ello los niños que emplean los modelos matemáticos y los recursos que se les proporcionan o elaboran, serán capaces de dominar diferentes temas.

Con los recursos didácticos las clases pueden cambiar y transformarse en un espacio aún más participativo, práctico y receptivo en el cual no solo el docente será el emisor de información, sino que los estudiantes serán, a la vez, emisores y receptores capaces de educarse. En la práctica escolar, desde que fueron implantados han constituido una gran fuente de estrategias didácticas que estimulan y dirigen al estudiante de forma que se siente motivado a explorar y descubrir por su cuenta cómo funciona su entorno, esto le permitirá desarrollar un razonamiento básico requerido para resolver y plantear algunos ejercicios que con la práctica conseguirá afianzar a sus conocimientos matemáticos. Según (UNESCO, 2004 como se citó en Pastuizaca y Galarza, 2010) señala que, dentro del área educativa, los principales objetivos apuntan a innovar la calidad de la educación y modificar los contenidos y métodos que se han utilizado por años, para impulsar la experimentación y difusión de información.

El cambio puede suceder siempre y cuando los profesores manifiesten una actitud que denote que están dispuestos a capacitarse en nuevas y mejoradas formas de enseñanza y a olvidar anticuados métodos que no consiguen llevar a los estudiantes a la meta esperada. Dentro de las planificaciones, que son muy esenciales en las clases, se puede involucrar a los recursos didácticos con las actividades que el docente prepara con anticipación, asegurándose que cumplan con los parámetros comunes establecidos, tales como: objetivos y tiempos. La meta es modificar el entorno de aprendizaje y con el

documento, docente y estudiante, tendrán una guía en la cual se explique lo que se espera hacer en cada espacio de formación.

Litardo (2019) asegura que los recursos permitirán transformar las clases en talleres de trabajo con los cuales los estudiantes podrán experimentar y construir por sí mismos conceptos abstractos difíciles de conseguir por otros medios. Las nuevas reformas buscan que tanto las escuelas como los colegios posean un perfil que respalde a los jóvenes como seres autónomos con diferentes habilidades que les ayudarán a comprender las matemáticas y, por ende, la Trigonometría.

### **1.5.2 Funciones de los Recursos Didácticos**

Los recursos didácticos son una ayuda extra dentro del aula de clases, es por esto que el docente es el responsable de revisar las diferentes características, cualidades y funciones que poseen, antes de darlos a conocer con los estudiantes, para cerciorarse que se adecuan a los tiempos, espacios y necesidades de los mismos. Algunas funciones de los recursos didácticos son:

- Reforzar la información que el docente da a conocer, tales como: puntos claves, aplicación de ejercicios y conceptos.
- Impulsar el trabajo colaborativo dentro del aula para una mejor convivencia.
- Captar la atención de los estudiantes con una clase dinámica y agradable que facilite la participación.
- Motivar al estudiante en el proceso del aprendizaje de manera que se despierte la curiosidad por investigar y el interés por el contenido de una materia. Martín (2016) resalta que es muy importante estimular la capacidad creatividad que posee cada uno para conseguir mejores resultados en el proceso e impulsar a un aprendizaje autónomo con valores y destrezas que den respuesta a las futuras necesidades. Deben sentirse incluidos en la educación para que puedan formarse como personas activas con un criterio propio.
- Integrar los conocimientos adquiridos con la realidad de manera que se ejercite el desarrollo del pensamiento. Se debe ser muy cuidadoso en la selección, construcción y clasificación de un recurso para garantizar resultados positivos en su aplicación.
- Provocar diferentes emociones al contacto con diversas texturas que poseen los materiales.

- Ejercitar y desarrollar las diferentes habilidades de los estudiantes, ellos son los protagonistas y los que llevarán acción sobre su aprendizaje, por ello es muy importante que el material que se decida utilizar cumpla con dicho objetivo. (Gassó, 2005, como se citó en Moreno, 2015) opina que la cantidad de recursos debe ser amplia y variada para que los jóvenes tengan la oportunidad de conseguir nuevas experiencias mientras aprenden los contenidos, interactúan con sus compañeros y docentes y descubren que es lo que en realidad les apasiona.

### **1.5.3 Tipos de Recursos Didácticos**

#### **Láminas Educativas**

Es un recurso que se utiliza como herramienta para el aprendizaje, en la sala de clases. Según Roser Boix (1995) es un material de ilustración para representar algún contenido de la clase en forma visual, debe ser colorida y atrayente para el estudiante, de un tamaño apropiado para que sea visible por todos y específico en el dibujo o mensaje, o sea en forma clara y determinada el dibujo que se desea mostrar, para no provocar confusión entre los jóvenes y desvirtuar la atención de lo que queremos lograr en nuestro aprendizaje.

Las láminas sirven como apoyo visual motivador a los aprendizajes de los contenidos que vamos a tratar, sirven para guiar la clase, sirven para desarrollar la observación en los estudiantes, sirven para incentivar la comunicación a través del dialogo, la descripción y la narración con argumentos.

#### **Diapositivas**

Las diapositivas son un recurso digital, las cuales ayudan a mejorar el proceso de aprendizaje de los educandos, debido a que se puede construir una clase de acuerdo a la creatividad ya sea del docente como del estudiante, con la finalidad de mejorar la presentación del tema para innovar a la clase y tornarla diferente. En este sentido Cadena, Chancusig, Flores, Guaypatin, Izurieta y Venegas (2017) afirman que los recursos digitales facilitan a que se cumpla con un aprendizaje significativo debido a que se puede presentar una clase diferente, con el manejo de imágenes, videos, ilustraciones, gráficas etc. Es decir, son un apoyo para las clases, por consiguiente, el estudiante despierta interés para facilitar su proceso de aprendizaje, es necesario recalcar que el uso de diapositivas en las aulas de clases optimiza el tiempo de explicación. Para terminar en el ámbito de la

Trigonometría ayuda a que se presente una clase con los gráficos facilitando la explicación.

### **Formularios**

El primer uso que puede darse a los formularios es para que el docente realice exámenes tipo test y los corrija rápidamente, sin embargo, podría pensarse también la posibilidad de que los alumnos sean profesores por un día y sean ellos quienes propongan las preguntas y creen el formulario. Se podría hacer que los alumnos respondan dicho formulario la siguiente clase. Este ejercicio ayudará a que los alumnos utilicen la capacidad de síntesis y puedan identificar la información relevante de cada uno de los temas. La actividad pueden hacerla en pareja o grupos de más personas.

Sirven también para conocer mejor a los alumnos; el docente realizará formularios que le permita conocer opiniones, inquietudes, intereses, hábitos entre otros aspectos de sus alumnos. Con esta información recopilada el docente puede proponer el análisis estadístico y su representación gráfica. Se puede potenciar el trabajo colaborativo a través de la creación de un diccionario de aula, en el que los estudiantes vayan completando la información de sinónimos, antónimos o breves descripciones de ciertas palabras de difícil comprensión.

### **1.6 Importancia del Uso y Aplicación de una Guía Didáctica**

Para empezar una guía didáctica para el aprendizaje es una herramienta que facilita que se cumpla con un aprendizaje significativo, cabe destacar que para Arteaga y Figueroa (2004) la guía didáctica en el ámbito educativo es un material que sirve de orientación, el cual se enfoca en que se va aprender, cómo va aprender y qué aprendió, debe incluir los respectivos temas, herramientas y recursos adecuados de cada clase, así mismo Aretio (2009) expresa que una guía didáctica debe facilitar el aprendizaje utilizando las herramientas y recursos para el aprendizaje correspondiente las cuales se deben plasmar en la respectiva planificación de cada tema, también se debe recalcar que una guía didáctica tiene que incluir varios aspectos como el título del tema, los objetivos, las indicaciones claras las herramientas y recursos en particular, se puede señalar que Mejía (2013) menciona que una guía didáctica debe constar de varios elementos: el tema, los conceptos básicos, diferentes recursos didácticos o herramientas tecnológicas adecuadas para cada tema correspondiente y finalmente una evaluación.

Ahora bien, una guía didáctica tiene que incluir recursos y herramientas tecnológicas los cuales son fundamentales en la ejecución de la guía debido a que las hacen innovadoras y diferentes se debe mencionar que día a día los docentes tienen que planificar sus clases, con la ayuda de una guía didáctica se puede dar más opciones de cómo pueden variar sus clases con el fin de que sus alumnos se motiven por las mismas y tengan interés por la asignatura, así lo menciona Bernal, López y Martínez (2018) una guía didáctica es un instrumento de motivación y apoyo con aplicación de recursos, herramientas y estrategias innovadoras. De la misma forma una guía didáctica tiene que ser innovadora tiene que disponer de recursos innovadores y herramientas didácticas de acuerdo a la disponibilidad de la tecnología, software, simuladores, videos educativos y juegos virtuales.

## CAPÍTULO II

### Metodología y Análisis de Resultados

#### 2.1 Introducción

La presencia de la metodología en un trabajo de investigación es importante porque ayuda a conseguir información confiable acerca de sucesos o situaciones de la sociedad, para luego analizarla y presentarla como los resultados finales obtenidos, es por esto que las investigadoras, en base a lo ya antes mencionado, llevaron a cabo diferentes pasos para recolectar datos estadísticos de lo que ocurre dentro de las aulas de clases con regularidad con la finalidad de alcanzar el objetivo planteado inicialmente. Es necesario que dentro de la metodología se establezca un orden y se priorice el tiempo evitando que los resultados finales no se vean afectados por distintos factores aleatorios, los cuales pueden afectar en gran cantidad el desempeño de cada estudiante durante el proceso formativo.

#### 2.2 Metodología

En el presente trabajo se aplicó la técnica de investigación, denominada encuesta de carácter cuantitativo. Conviene subrayar que se desarrolló esta técnica porque nos permitió alcanzar un alto grado de validez, la cual compara y contrasta la información. Alvira (2011) afirma lo siguiente:

La encuesta presenta dos características básicas que la distingue del resto de los métodos de captura de información:

- 1) Recoge información proporcionada por escrito por un informante mediante un cuestionario estructurado.
- 2) Utiliza muestras de la población objeto de estudio. (p.6)

La investigación se enfocó en las herramientas tecnológicas y recursos didácticos que cada uno de los estudiantes: conocen, aplican y prefieren en las clases que involucran el tema de las Razones Trigonométricas. Los resultados obtenidos ayudaron a analizar las dificultades en el proceso de aprendizaje de la trigonometría, además acotó a fortalecer los recursos y herramientas que para los estudiantes les pareció esencial, así mismo se buscó innovar, específicamente dentro de 8 clases de trigonometría, con los diferentes recursos y herramientas didácticas.



### **2.3 Población y Muestra**

La aplicación de la encuesta tomó como población al Colegio de Bachillerato Ciudad de Cuenca, con una muestra 112 estudiantes del primero de BGU; se consideró a los tres paralelos del primer año de bachillerato, de la sección vespertina. Es importante recalcar que se empleó la técnica de muestro intencional porque facilitó la investigación.

### **2.4 Aplicación de la Encuesta**

La encuesta se aplicó a los 112 estudiantes del primero de BGU con la autorización respectiva de los docentes. Se empleó el instrumento: cuestionario de forma online, el cual estaba constituido por 10 preguntas de opción múltiple, con la finalidad de ayudar en la investigación acerca de las herramientas y recursos que el estudiante conoce y aplica. El tiempo estimado para completar la encuesta fue de 30 minutos por alumno.

### **2.5 Análisis de Datos**

A continuación, se presentan los resultados de la encuesta de forma estadística mediante el análisis de gráficos y sus respectivas interpretaciones.

### **2.6 Análisis y Resultados**

**Pregunta 1: ¿Tiene conocimiento sobre la existencia de las herramientas y recursos didácticos que se pueden utilizar para su proceso de aprendizaje en las clases de trigonometría?**

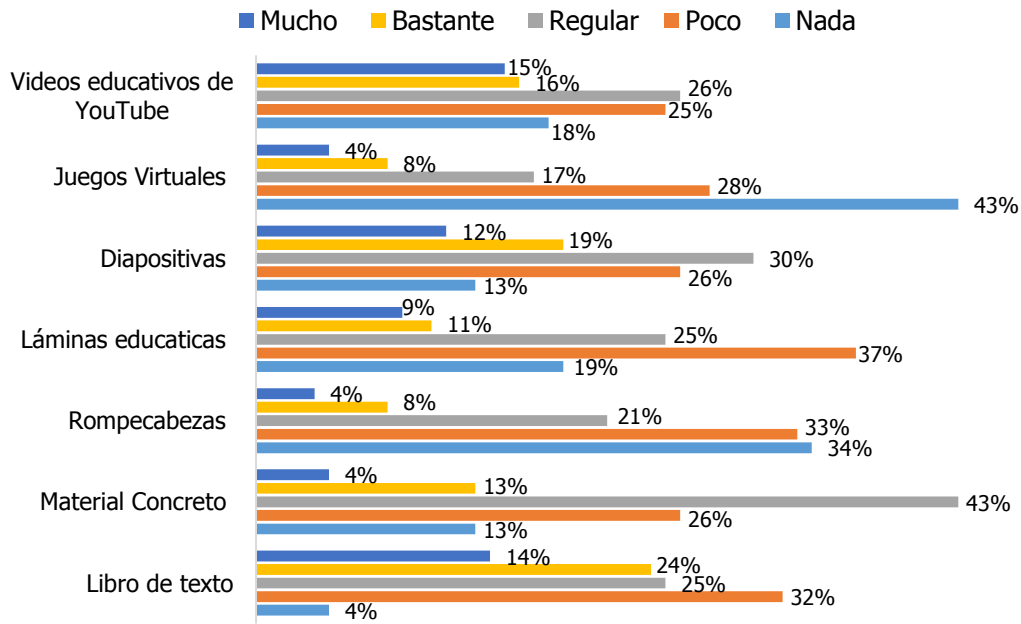


Figura 2.1 Existencia de herramientas y recursos didácticos para el aprendizaje de la trigonometría

El 43% siendo el mayor porcentaje de los encuestados, muestra que los estudiantes no conocen de la utilidad didáctica de los juegos virtuales y el 34% en el manejo de los rompecabezas. Por ello en las clases de trigonometría no son utilizados, sin saber de la gran ayuda que puede brindar para facilitar el proceso de aprendizaje. Por otro lado, el uso del libro de texto escolar y la aplicación de los videos educativos, tiene un gran porcentaje de utilidad en los encuestados, ya que el libro de texto es utilizado como una guía y es un recurso difícil de remplazar. Mientras que los videos educativos con un 15% son utilizados como un material de apoyo y refuerzo para las clases; también se debe destacar que se utiliza para ser más didáctica una sección escolar.

**Pregunta 2: En las clases de trigonometría, ¿con qué frecuencia utilizó las herramientas y recursos didácticos para su proceso de aprendizaje?**

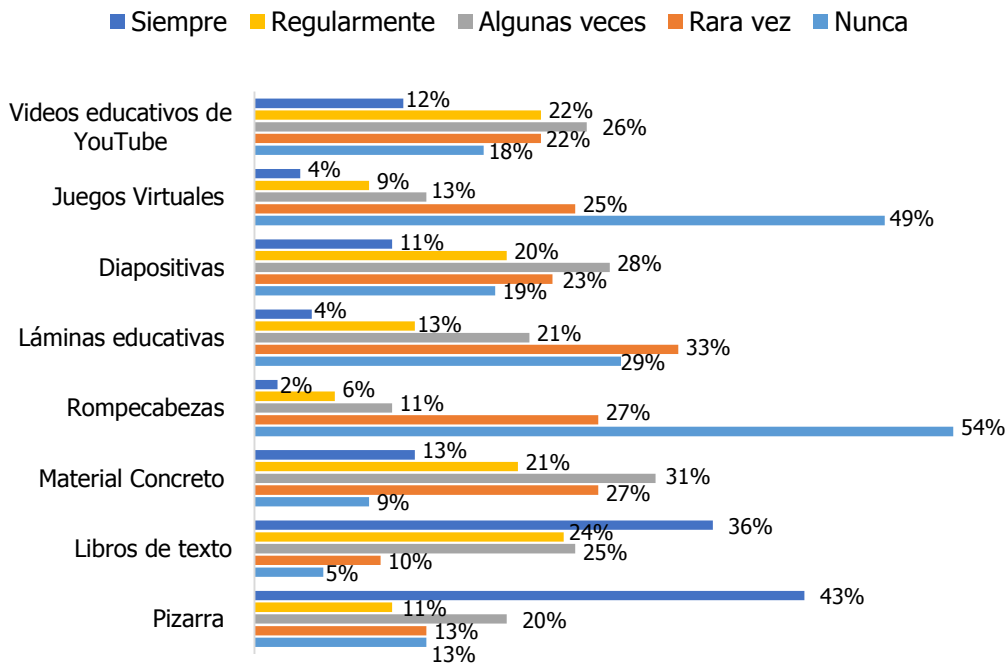


Figura 2.2 Uso de herramientas y recursos didácticos en el aprendizaje de la trigonometría

Los resultados obtenidos indican que el uso de la pizarra y el libro de texto escolar en las clases de trigonometría fueron los más empleados con los porcentajes de 43% y de 36%. Por esta razón se infiere que en la actualidad se aplica con más frecuencia una clase magistral, donde prevalece el uso de la pizarra y el libro de texto. Además, los juegos virtuales y de las diapositivas también fueron utilizados por los estudiantes encuestados, debido a la creatividad y la diversión que aportan en las clases, con el fin de conseguir una clase didáctica.

**Pregunta 3: En una escala del 1 al 5, siendo 1 el más bajo y 5 el más alto, en las clases de trigonometría, para reforzar su proceso de aprendizaje, ¿con qué tipos de herramientas y recursos didácticos le gustaría trabajar?**

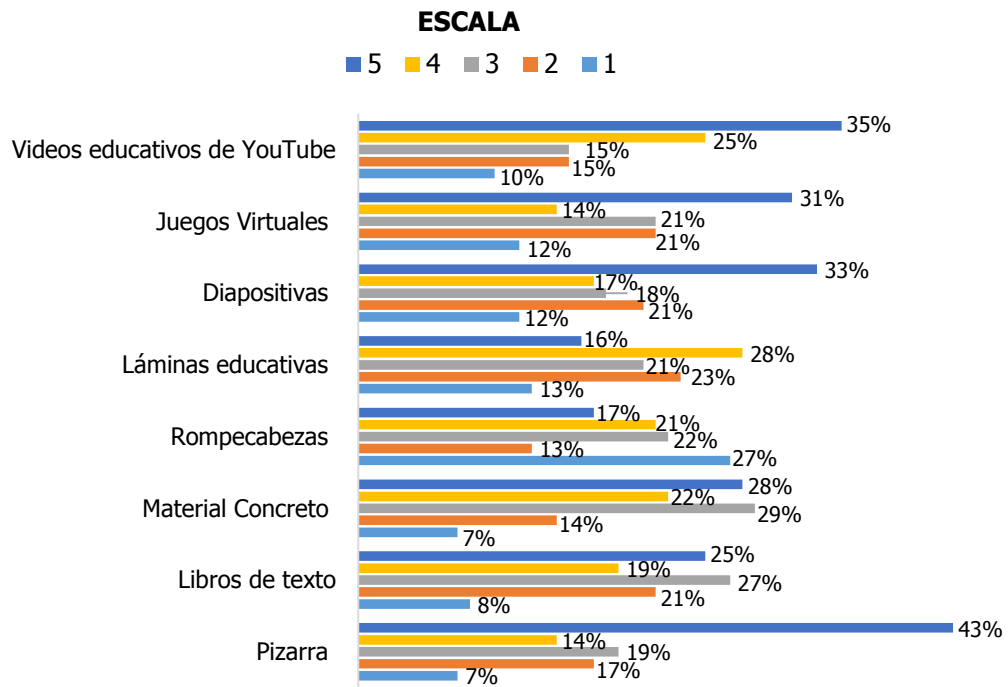


Figura 2.3 Preferencia de herramientas y recursos didácticos en el refuerzo de clases de trigonometría

El uso de la pizarra con un 43% es la preferida por los encuestados, para reforzar los conocimientos que no alcanzaron a cumplir con un aprendizaje significativo. Con la aplicación de la pizarra de forma diferente, se puede explicar con mayor detalle las dudas que se plasmaron en el aula de clases. De igual manera, los videos educativos de YouTube también son los favoritos de los educandos con un 35% de aceptación, esta herramienta ayuda al proceso de refuerzo, porque explican paso a paso un determinado ejercicio, con la ventaja de que se puede retroceder y adelantar una explicación, con el fin de que el estudiante cumpla el aprendizaje significativo.

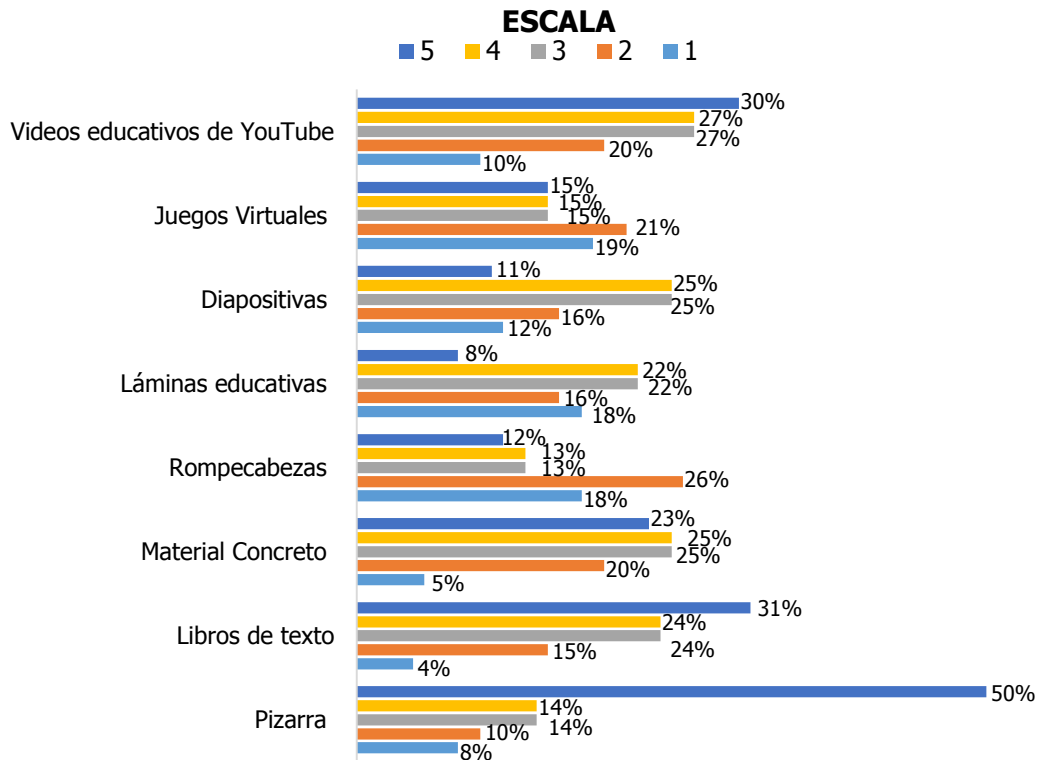
**Pregunta 4: En relación con los recursos o herramientas que ayudan a su proceso de aprendizaje, ¿en qué medida está de acuerdo con las siguientes afirmaciones?**



Figura 2.4 Afirmaciones relacionadas con las herramientas y recursos didácticos.

Los resultados obtenidos en esta pregunta indican que los estudiantes están muy de acuerdo con la presencia de los recursos y las herramientas didácticas dentro del aula de clases para su proceso de aprendizaje, en específico con los videos educativos de YouTube y las diapositivas. La tecnología con las matemáticas forma una gran combinación que ayudan a los alumnos a una mejor comprensión de la nueva información, por lo tanto, es necesario que en su gran mayoría esté presente en dicho proceso. Por otro lado, estudiar solo con el apoyo del libro de texto se considera insuficiente para alcanzar la destreza estudiada.

**Pregunta 5: En una escala del 1 al 5, siendo 1 el más bajo y 5 el más alto, ¿qué herramientas y recursos didácticos cumplen un papel más importante en el desarrollo de las clases de trigonometría?**



*Figura 2.5 Herramientas y recursos didácticos destacados en las clases de la trigonometría*

La explicación de las clases de trigonometría en la pizarra, junto con el libro de texto escolar y apoyado con un video educativo, es la preferencia de los estudiantes para desarrollar su proceso de aprendizaje. La aplicación de la tecnología en el ámbito educativo, en numerosas ocasiones facilita dicho proceso, motivando a los estudiantes a aprender. Por otra parte, los rompecabezas y las láminas educativas para los encuestados no cumplen un papel importante para sus clases de trigonometría, estos recursos son pocos reconocidos como apoyo didáctico para cumplir con el aprendizaje significativo.

**Pregunta 6: Según su criterio, las siguientes actividades favorecen en su proceso de aprendizaje de la unidad didáctica: Razones Trigonométricas.**

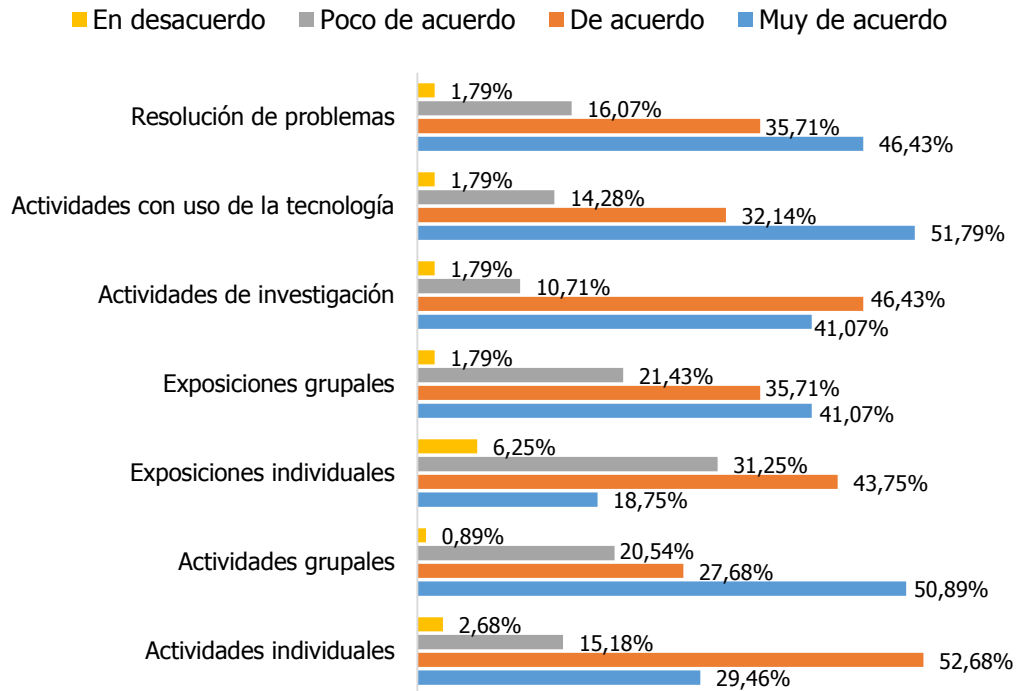


Figura 2.6 Actividades que favorecen el proceso de aprendizaje.

La grafica muestra que los encuestados se inclinan más por realizar actividades de manera grupal que incluyan el uso de la tecnología como uno de los medios para el proceso de investigación. El propósito de dichas actividades también es el de fomentar el compañerismo dentro del aula, un factor importante que se debe tener en cuenta constantemente si se quiere lograr un progreso de todos los estudiantes. Un porcentaje del 37,5% está en desacuerdo que para el desarrollo del aprendizaje se trabaje con exposiciones individuales o grupales ya que estas no serán explicadas como lo haría el docente y surgirán muchas preguntas que no podrán ser contestadas en su totalidad.

**Pregunta 7: Su rendimiento académico dentro de la unidad didáctica: Razones trigonométricas puede verse afectado por:**

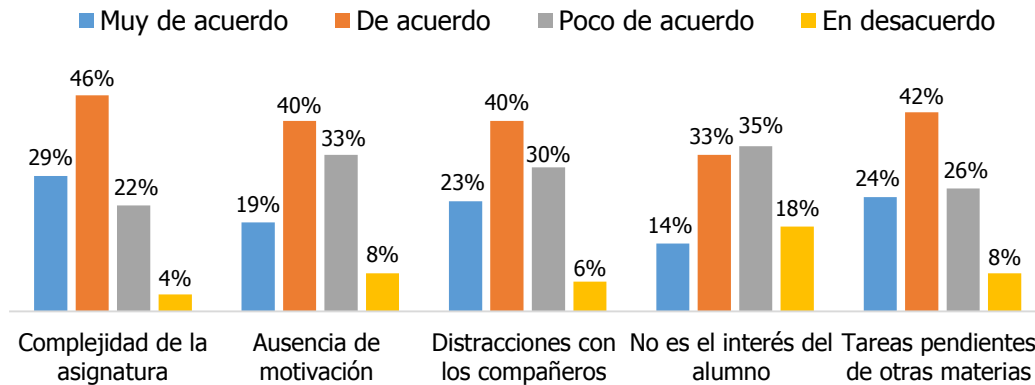


Figura 2.7 Inconvenientes en el aprendizaje del tema de las razones trigonométricas

Es importante destacar que para los estudiantes la complejidad de la asignatura es la principal razón que afecta su rendimiento académico, añadiendo a las actividades pendientes de otras asignaturas, los cuales son distractores de los estudiantes para cumplir con el proceso de aprendizaje de la trigonometría. El excesivo trabajo educativo o falta de dedicación los estudiantes son el motivo para que los estudiantes no se concentren en los nuevos aprendizajes, también las distracciones entre compañeros ayudan a que obtengan un bajo rendimiento académico. Por otro lado, se debe destacar que los encuestados tiene interés por la asignatura por lo tanto de debe disponer de las herramientas y recursos didácticos para facilitar su proceso de aprendizaje.

**Pregunta 8: Para su proceso de aprendizaje en las clases de trigonometría, ¿qué tipos de herramientas y recurso didácticos le gustaría usar de manera constante?**



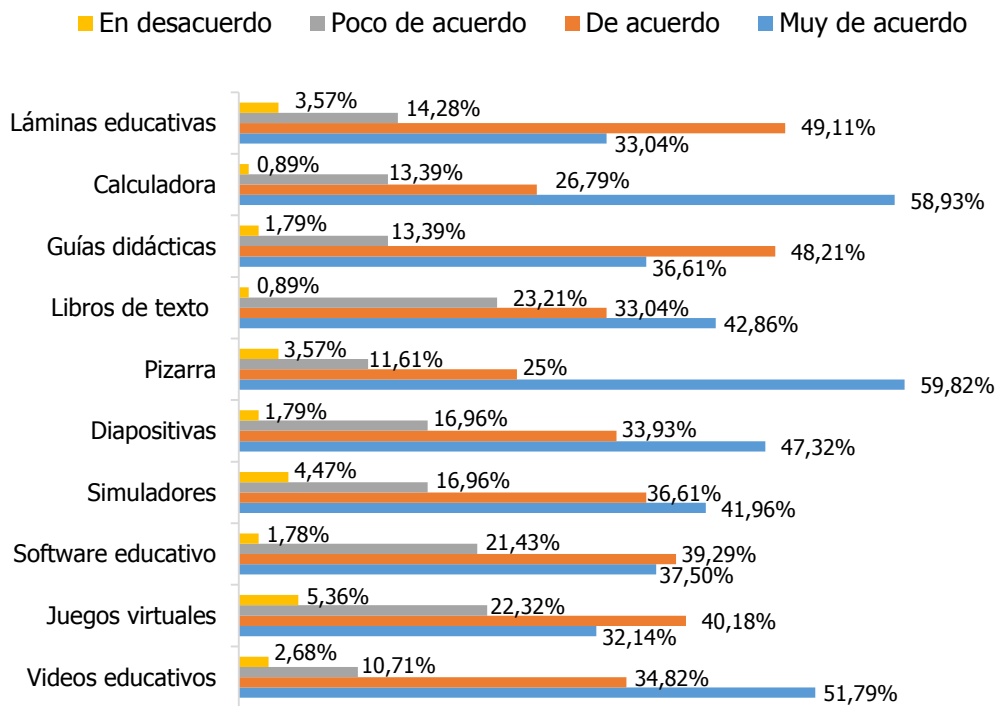


Figura 2.8 Preferencia de herramientas y recursos didácticos.

En base a los resultados obtenidos el uso constante de la calculadora y la pizarra resaltan como las principales herramientas y recursos didácticos para las clases de trigonometría. A pesar de la nueva tecnología que ofrece diferentes y mejorados materiales, los estudiantes no descartan lo tradicional, por decirlo así, para seguir aprendiendo es por esto que se mantienen muy presentes también los videos y láminas educativas e incluso sobresale las guías didácticas, que aunque no se aplican como una herramienta principal en el proceso de aprendizaje en los colegios, muchos encuestados esperan trabajar con ella en sus clases para reforzar sus futuros conocimientos sobre trigonometría.

**Pregunta 9: ¿Le gustaría trabajar con una guía que incluya herramientas y recursos didácticos creativos para aprender trigonometría?**

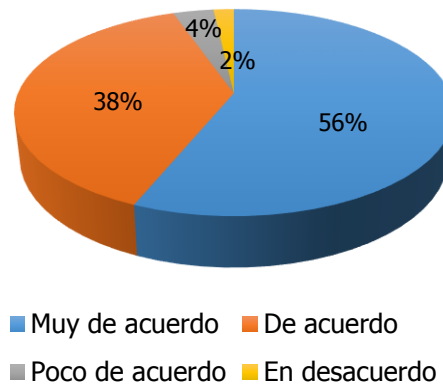


Figura 2.9 Uso de una guía para aprender trigonometría.

Los resultados revelan que implementar una guía que incluya herramientas y recursos didácticos en el proceso de aprendizaje de la trigonometría tendrá un impacto positivo ya que la mayoría de la muestra está muy de acuerdo en construir su conocimiento de una forma diferente y dar una oportunidad a las actividades múltiples que se presentan en la guía tales como los juegos didácticos, trabajos en grupo e investigaciones con el uso de la tecnología que ayudarán a responder sus futuras preguntas y promoverán la participación de los alumnos en las clases.

**Pregunta 10: ¿Es de su interés aprender matemáticas participando en un equipo y desarrollando su autoaprendizaje?**

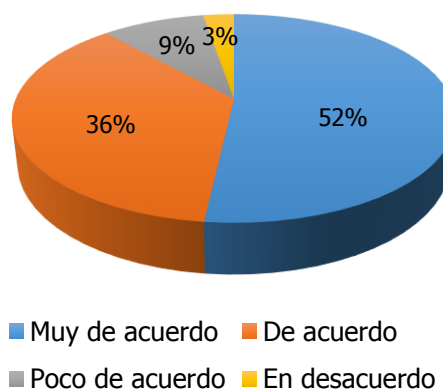


Figura 2.10 Aprender matemáticas participando en un equipo.

Con las respuestas obtenidas, los encuestados están muy de acuerdo en participar en un grupo de trabajo en el cual se aprenda matemáticas y se desarrolle el autoaprendizaje, por ello es imprescindible que en el aprendizaje de la trigonometría se



incluya varias actividades con herramientas y recursos didácticos que apoyen el desarrollo de las clases y ayuden a que el porcentaje que está en desacuerdo o poco de acuerdo cambie de opinión.

## CAPÍTULO III

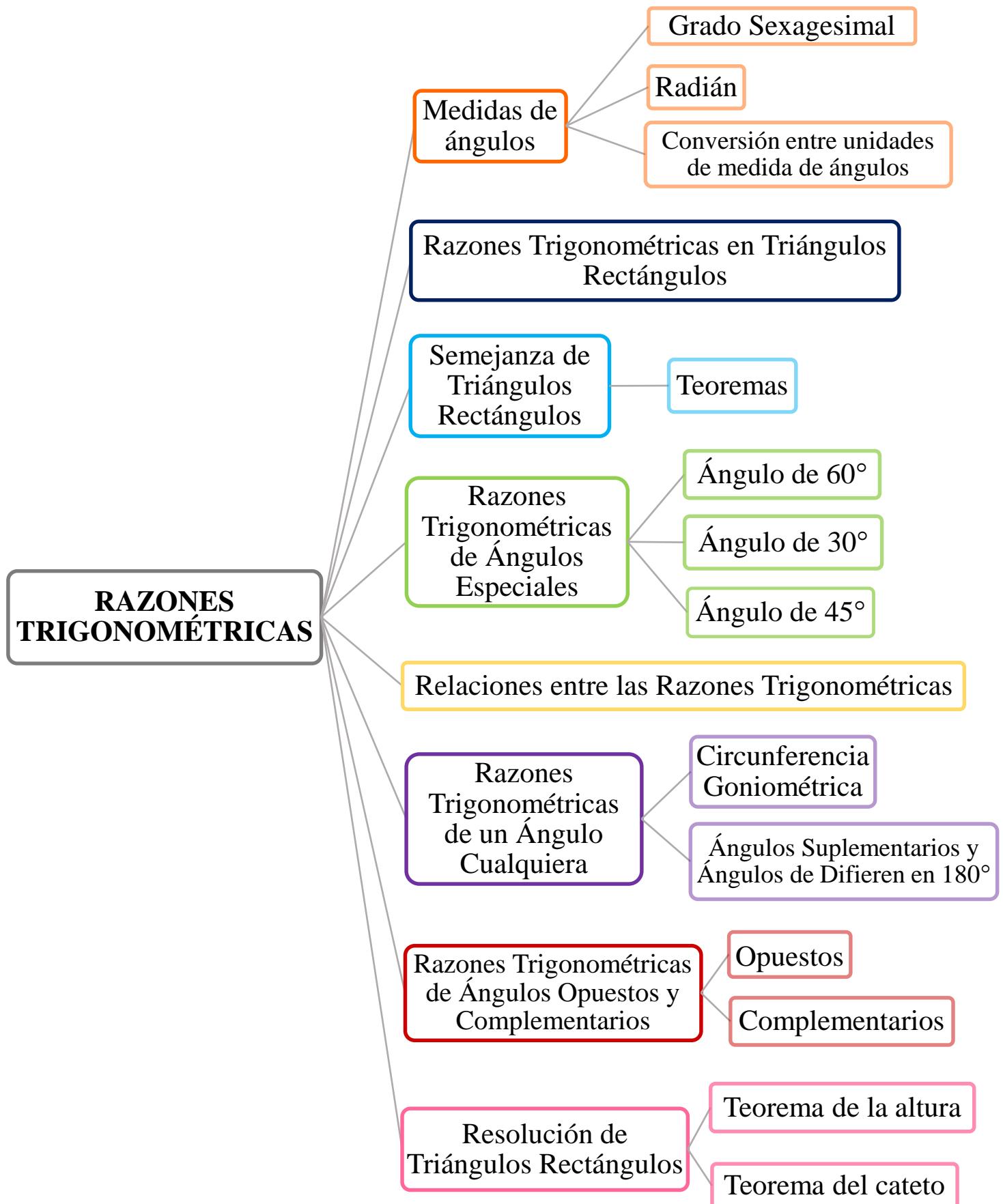
### Propuesta

#### 3.1 Desarrollo de la propuesta

El presente trabajo de titulación denominado “HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS” tuvo como objetivo principal, facilitar el proceso de aprendizaje de la trigonometría a los estudiantes de décimo año de Educación General Básica. La propuesta consta de una guía didáctica, la cual se fundamentó en las destrezas con criterio de desempeño, pertenecientes al área y materia de matemáticas del currículo ecuatoriano. Dentro de la unidad didáctica 5 titulada “Razones Trigonómicas”, los temas están relacionados con la resolución de ángulos, triángulos rectángulos y en especial al tema de las razones trigonométricas.

La guía consta de 8 clases en las cuales el estudiante será el actor principal para realizar las actividades planteadas, las mismas que contienen diferentes recursos y herramientas didácticas enfocadas en diversas formas del aprendizaje que las hacen divertidas, creativas y diferentes. Es importante resaltar la presencia del docente al inicio, durante y al finalizar la clase porque es quién ayudará a los estudiantes a completar todas las tareas con el fin de que sean ellos mismos quienes construyan su aprendizaje, participen de forma activa y presenten motivación. Además, el profesor tiene como apoyo las planificaciones correspondientes para cada clase, en las cuales se consideran los tres momentos: anticipación, construcción y consolidación, la destreza con criterio de desempeño que mejor se adaptó al contenido de cada tema, el tiempo y los materiales empleados. Cabe recalcar que las planificaciones son flexibles y de considerarse necesario, pueden ser modificadas. Al culminar las clases se socializará los resultados de lo aprendido, en la que el docente será parte fundamental del proceso, pues irá corrigiendo los errores cometidos, de manera que todos los estudiantes accedan al mismo conocimiento.

### 3.2 Mapa de contenido



HERRAMIENTAS Y RECURSOS  
DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE

# RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

---

Autoras: Tamara Avila Campoverde / Tania Vera Cabrera  
Directora: Sonia Janneth Guñay Padilla



UNIVERSIDAD DE CUENCA

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

### BLOQUE DE GEOMETRÍA Y MEDIDA

#### MEDIDAS DE ÁNGULOS .....50

Actividad #1 - Lluvia de Ideas .....	51
Actividad #2 - Trabajo Grupal .....	51
Actividad #3 - Juego de Comparación .....	52
Cuadro Comparativo .....	53
Conversiones entre Unidades de Medida de Ángulos.....	54
Actividad #4 - Trabajo Grupal .....	55
Actividad #5 - Tarea para la Casa .....	57

#### Planificación de Clase #1 ..... 58

#### RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS ..... 61

Actividad #1 - Juego Educativo .....	62
Razones Trigonómicas en Triángulos Rectángulos .....	63
Actividad #2 - Complete el Ejercicio .....	64
Actividad #3 - Hoja de trabajo 1: Aplica tus Conocimientos.....	65
Actividad #4 - Hora Divertida para la Casa.....	67

#### Planificación de Clase #2 ..... 71

#### Rúbrica de Evaluación. Actividad #3 .....73

#### SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS .....74

Actividad #1 - Repaso .....	75
Actividad #2 - Concluye el Teorema .....	76
Actividad #3 - Hora de la Práctica .....	78
Actividad #4 - Cuestionario 1: Trabajo Grupal.....	79

Actividad #5 - Tarea para la Casa .....	80
<b>Planificación de Clase #3 .....</b>	<b>81</b>

## **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ESPECIALES ..... 84**

Actividad #1 - Cuestionario 1 .....	85
Razones Trigonómicas de Ángulos Especiales.....	86
Actividad #2 - Exposición.....	87
Actividad #3 - Hora de Jugar .....	87
Tablero .....	89
Actividad #4 - Trabajo para la Casa.....	90
<b>Planificación de Clase #4 .....</b>	<b>91</b>
<b>Rúbrica de Evaluación. Actividad #2.....</b>	<b>93</b>
<b>Rúbrica de Evaluación. Actividad #3.....</b>	<b>94</b>

## **RELACIONES ENTRE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS ..... 95**

Actividad #1 - Resolución de Problemas .....	96
Actividad #2 - Hoja de Trabajo 1 .....	97
Actividad #3 - Ejercicio Práctico .....	100
Actividad #4 - Lotería Trigonométrica .....	102
Actividad #5 - Hoja de Trabajo 2: Aprendo Resolviendo.....	104
Actividad #6 - Hora de Estudiar en Casa .....	105
<b>Planificación de Clase #5 .....</b>	<b>106</b>

## **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA ...109**

Actividad #1 - Circunferencia Goniométrica Divertida .....	110
Razones Trigonómicas de Ángulos Suplementarios y de Ángulos que Difieren en $180^\circ$	113
Actividad #2 - Encuentra el Valor.....	115
Actividad #3 - Cuestionario 1: Trabajo en Grupo.....	117



Actividad #4 - Trabajo en Casa.....	119
<b>Planificación de Clase #6 .....</b>	<b>120</b>

## **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS OPUESTOS Y COMPLEMENTARIOS .....123**

Actividad #1 - Hora de Investigación .....	124
Actividad #2 - Hoja de Trabajo 1.....	126
Ángulos Opuestos $\alpha$ y $-\alpha$ .....	126
Ángulos Complementarios de $\alpha$ y $(90^\circ - \alpha)$ .....	128
Conclusiones .....	129
Actividad #3 - Hora Práctica.....	129
Actividad #4 - Tarea para la Casa .....	132
<b>Planificación de Clase #7 .....</b>	<b>133</b>
<b>Rúbrica de Evaluación. Actividad #4.....</b>	<b>136</b>

## **RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS .....137**

Actividad #1 - Prueba de Velocidad .....	138
Resolución de Triángulos Rectángulos .....	140
Teorema de la Altura.....	142
Teorema del Cateto .....	143
Actividad #2 - Cuestionario 1: Resuelvo y Aprendo .....	144
Actividad #3 - Hora Divertida.....	145
Gymkhana .....	146
Actividad #4 - Trabajo para la Casa.....	148
<b>Planificación de Clase #8 .....</b>	<b>149</b>
<b>Rúbrica de Evaluación. Actividad #3.....</b>	<b>152</b>



CLASE No.1  
**MEDIDAS DE ÁNGULOS**

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

**DURACIÓN:** 2 hora clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

-Grado sexagesimal.

-Radián.

-Conversión entre unidades de medida de ángulos.

**ACTIVIDAD # 1 - LLUVIA DE IDEAS**

Conteste las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entiende por ángulo?

---

---

2. ¿Cómo cree que se forma un ángulo?

---

---

3. ¿Cuál es la clasificación de los ángulos?

---

---

---

**ACTIVIDAD # 2 - TRABAJO GRUPAL**

1. Forme grupo de 4 integrantes.

2. Cada grupo tiene que realizar una pequeña investigación en el internet o en sus libros de texto y obtener información acerca de:

- Concepto de grado sexagesimal y radián.
- Símbolo de radián y grado sexagesimal.
- Características de grado sexagesimal y radián.

3. Escribe en una hoja la información obtenida.

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

### ACTIVIDAD # 3 - JUEGO DE COMPARACIÓN



Para hacer más dinámica la clase, se compara la información obtenida por los estudiantes, las ideas construidas por cada grupo se plasman en la pizarra: concepto, símbolo y características respectivas acerca de grado sexagesimal y radián.

<https://www.pngegg.com/es/pn>

#### Grado Sexagesimal

1. ¿Si divido un ángulo recto en 90 partes iguales qué conseguiré?

---

---

2. ¿Cómo se relaciona el sistema sexagesimal con los grados y el tiempo?

---

---

3. ¿Sí dividimos la circunferencia en 360 partes que se obtiene?

---

---

#### Radián

1. ¿Cómo se relaciona el valor del arco de una circunferencia con la longitud del radio, cuando son las mismas?

---

---

2. ¿Cuánto mide la circunferencia del círculo?

---

---

3. ¿Un radián tendrá el mismo valor que un grado sexagesimal? Sí o No, argumente su respuesta.

---

---

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

### CUADRO COMPARATIVO

#### GRADO SEXAGESIMAL

**Concepto:** Es la  $360^\circ$  parte del ángulo que abarca todo el plano, por consiguiente, se puede decir que el grado sexagesimal es cada uno de los ángulos que resulta al dividir un ángulo recto en 90 partes iguales.

**Símbolo:**  $^\circ$

**Características:**

1 ángulo recto =  $90^\circ$

1 grado sexagesimal = 60 minutos

1 minuto sexagesimal = 60 segundos

Notación =  $90^\circ 60' 60''$

**Representación gráfica:**

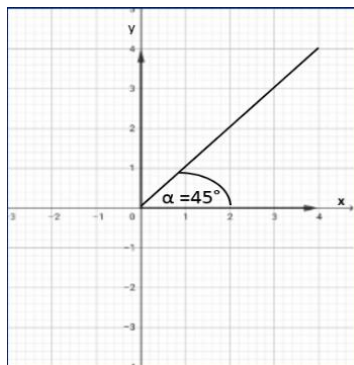


Figura 1. Grado Sexagesimal

#### RADIÁN

**Concepto:** Se denomina radián a la medida al ángulo central de la circunferencia cuya medida del arco debe ser la misma longitud que la del radio.

**Símbolo:** rad

**Características:** La circunferencia del círculo mide  $2\pi r$ , el ángulo mide  $2\pi$  rad.

Equivalencia  $360^\circ = 2\pi$  rad

$1\text{rad} = 57^\circ 17' 44''$

**Representación gráfica:**

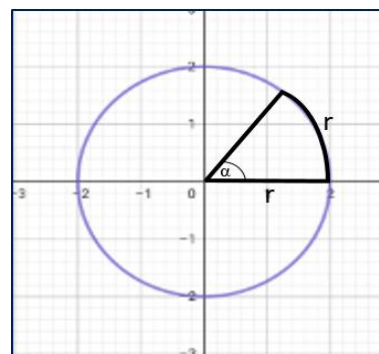
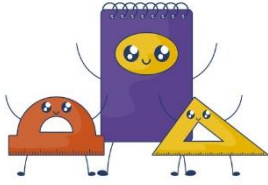


Figura 2. Radián

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

## CONVERSIONES ENTRE UNIDADES DE MEDIDA DE ÁNGULOS

### Conversión entre sistemas



<https://www.alamy.es>

Es el proceso mediante el cual la medida de un ángulo pasa de un sistema a otro.

Para ello se puede aplicar el método del factor de conversión.

Ejemplo:

CONVERSIÓN DE GRADOS A RADIANES	
<b>Convertir 40° a radianes.</b>	<b>Convertir 120° a radianes.</b>
$\alpha = 40 \left( \frac{\pi rad}{180^\circ} \right) \rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{9} rad$	$\alpha = 120 \left( \frac{\pi rad}{180^\circ} \right) \rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} rad$

Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo cree usted que se obtiene la solución para convertir ahora de radianes a grados sexagesimales?

2. ¿Utilizaría la misma fórmula? ¿Por qué?

---

---

3. Escriba la solución que encontró.

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

**NO OLVIDES QUE...**

	RADIANES	SEXAGESIMALES
RADIANES	1 rad	1 rad= 57°17'44"
SEXAGESIMALES	1°=0,0175rad	1°



<https://www.pinteres>

#### ACTIVIDAD #4 - TRABAJO GRUPAL

1. Forme grupos de 3 integrantes.
2. Resuelva la hoja de trabajo recortable presente en la siguiente página.
3. Entregue al finalizar la clase.

**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

### CUESTIONARIO 1: TRABAJO GRUPAL



**Nombres:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

- 1. Resuelva los siguientes ejercicios de conversión entre unidades de medida de ángulos y seleccione la respuesta correcta.**

Convertir a radianes:  $36^\circ$

- a)  $\frac{\pi}{2}rad$
- b)  $\frac{\pi}{4}rad$
- c)  $\frac{\pi}{3}rad$
- d)  $\frac{\pi}{5}rad$

Convertir a radianes:  $60^\circ$

- a)  $\frac{\pi}{20}rad$
- b)  $\frac{\pi}{3}rad$
- c)  $\frac{3\pi}{20}rad$
- d)  $\frac{3\pi}{10}rad$

Convertir al sistema sexagesimal:  $\frac{\pi}{7}rad$

- a)  $25^\circ 42' 51''$
- b)  $5^\circ 37' 20''$
- c)  $6^\circ 37' 30''$
- d) N.A.

- 2. Una con una línea las características de grados sexagesimales y radianes según corresponda.**

Su símbolo es  $^\circ$

Su símbolo es rad.

**Grados  
Sexagesimales**

**Radianes**

Resulta al dividir el ángulo recto en 90 partes iguales.

Medida del ángulo central de una circunferencia.



**Destreza:** M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

### **ACTIVIDAD # 5 - TAREA PARA LA CASA**

1. Proponga ejercicios sobre conversión entre unidades de medida de ángulos (grados sexagesimales a radianes) y (radianes a grados sexagesimales) cinco de cada uno.
2. Realice un mapa conceptual en el cual debe incluir concepto, características y ejemplos sobre grados sexagesimales y otro sobre radianes. Se evaluará también la creatividad.

## PLANIFICACIÓN DE CLASE #1

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonométricas		
<b>OBJETIVO:</b>	Identificar el concepto, símbolo, características y representación gráfica de grados sexagesimales y para realizar conversión entre unidades de medida de ángulos.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.				
<b>TEMA:</b>	MEDIDA DE ÁNGULOS				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender? (Actividades)</b>	<b>¿Qué van aprender los estudiantes? (Destrezas con criterio de desempeño)</b>	<b>¿Con qué? (Recursos)</b>	<b>¿Cómo se va a evaluar? (Tipo de instrumento)</b>	<b>¿Qué van a evaluar? (Indicadores de evaluación)</b>
--	---	---------------------------------	---	--

<p><b>Anticipación. (5 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante una lluvia de ideas recordar el concepto, la clasificación y características de ángulo.</li> </ul> <p><b>Construcción. (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes formarán grupos y realizarán una investigación para definir el concepto, características, símbolo y gráfica de radianes y grados finalizando con un cuadro comparativo.</li> </ul> <p><b>Construcción. (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Responder las preguntas planteadas sobre conversión entre unidades de grados a radianes y viceversa.</li> <li>Plantear ejercicios sobre conversión entre unidades para que los estudiantes participen resolviéndolos en la pizarra.</li> </ul>	<p>M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.</p>	<p>-Hojas. -Esferos. -Guía didáctica.</p> <p>-Cuaderno de trabajo. -Calculadora. -Pizarra. -Marcadores.</p>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Cuestionario 1.</p>	<p>I.M.3.9.2. Resuelve situaciones problemáticas variadas empleando relaciones y conversiones entre unidades, en medidas angulares; justifica los procesos utilizados y comunica información. (I.1., I.2.).</p>
--	---	---	---	---

<b>Consolidación. (20 min)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Formar grupos de 3 integrantes para desarrollar el cuestionario 1 presente en la guía didáctica y entregar al final de clase.</li></ul>		-Cuestionario 1.		
--	--	------------------	--	--



CLASE No.2  
**RAZONES  
TRIGONOMÉTRICAS  
EN TRIÁNGULOS  
RECTÁNGULOS**

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

**DURACIÓN:** 2 hora clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

-Catetos.

-Hipotenusa.

-Razones Trigonométricas.

**ACTIVIDAD # 1 - JUEGO EDUCATIVO**

**Juego Educativo**

<https://geometriadivertida.wordpress.com/>



<https://tenor.com/es>

Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se clasifican los triángulos por sus lados?

---

---

---

- ¿Cómo se clasifican los triángulos por sus ángulos?

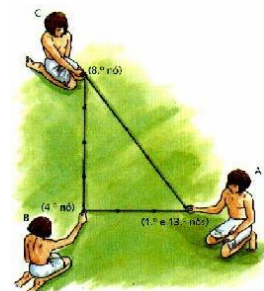
---

---

---

**NO OLVIDES QUE...**

El **triángulo perfecto o sagrado**, de lados 3, 4 y 5 unidades, fue usado por los egipcios para trazar ángulos rectos. En sus papiros se observan los tenedores de cuerdas, que fijaban los límites de las parcelas, construyendo triángulos rectángulos y fijando direcciones perpendiculares.



<https://nte.mx/triangul>

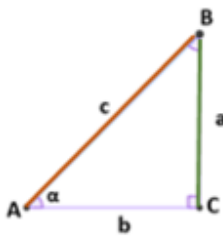
**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

### RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Recuerda que las razones que se pueden establecer entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo reciben el nombre de **razones trigonométricas**.

Las razones trigonométricas de un ángulo agudo  $\alpha$  en un triángulo rectángulo más conocidas son:

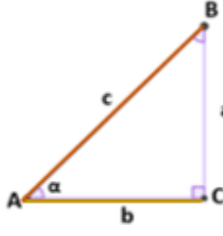
- Complete los recuadros en blanco con la letra que corresponde guiándose con el dibujo presentado.



$$\text{seno de } \alpha = \frac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\square}{\square}$$

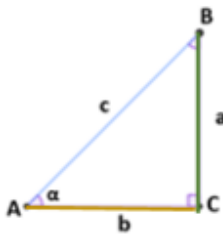
Figura 3. Seno



$$\text{coseno de } \alpha = \frac{\text{longitud del cateto adyacente a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\square}{\square}$$

Figura 4. Coseno



$$\text{tangente de } \alpha = \frac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud del cateto adyacente a } \alpha}$$

$$\text{tan } \alpha = \frac{\square}{\square}$$

Figura 5. Tangente

De las anteriores, se pueden identificar las 3 razones trigonométricas faltantes: **cosecante**, **secante** y **cotangente**; cada una es la recíproca de una razón trigonométrica, es decir, son los inversos multiplicativos.

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

- Analice y complete la siguiente tabla con lo estudiado previamente y con la ayuda de la “pista”.

Nombre de la razón trigonométrica	Abreviatura	Razones trigonométricas recíprocas	Razón o Relación
Cosecante	$csc \alpha$	$csc \alpha = \frac{1}{sen \alpha}$	
Secante			$sec \alpha = \frac{H}{Ca}$
Cotangente	$ctg \alpha$		

**PISTA**

$$sen \alpha = \frac{1}{csc \alpha}$$

$$cos \alpha = \frac{1}{sec \alpha}$$

$$tan \alpha = \frac{1}{ctg \alpha}$$

## ACTIVIDAD #2 - COMPLETE EL EJERCICIO

### EJERCICIO 1

Un cartero observa en un ángulo de  $60^\circ$  lo alto que es un edificio; si la persona mide 1,70 m y está ubicado a 20 m de la base del edificio, ¿Cuál es la altura en metros del edificio?

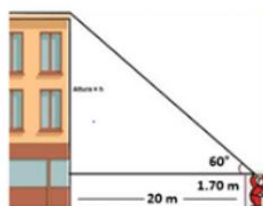


Figura 6. Ejercicio 1

- En el dibujo ubique los datos conocidos y la incógnita que se presenta en el problema; identifique también catetos e hipotenusa y anótelos.

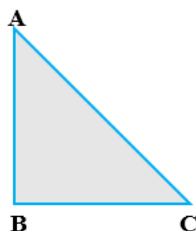


Figura 7. Triángulo Rectángulo

- Para encontrar el valor de la incógnita, ¿qué función trigonométrica se relaciona con los datos del ejercicio? Anote y encuentre el valor.

$$sen \alpha = \frac{co}{H} \qquad cos \alpha = \frac{CA}{H} \qquad tan \alpha = \frac{co}{CA}$$



**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

3. Por lo tanto, la altura total será:



<https://www.pint>



**ACTIVIDAD # 3 - HOJA DE TRABAJO 1: APLICA TUS CONOCIMIENTOS**

1. Complete el siguiente mapa conceptual sobre las razones trigonométricas.

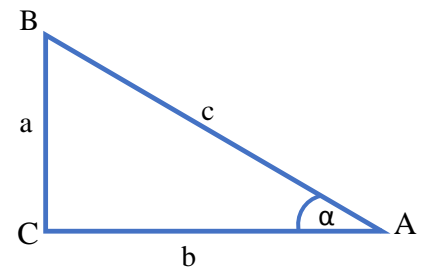
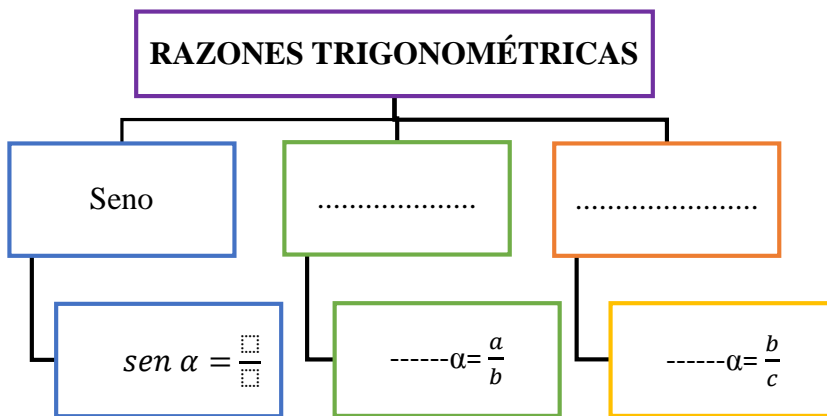


Figura 8. Triángulo Rectángulo

2. Calcule el valor de las razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  en los siguientes triángulos.

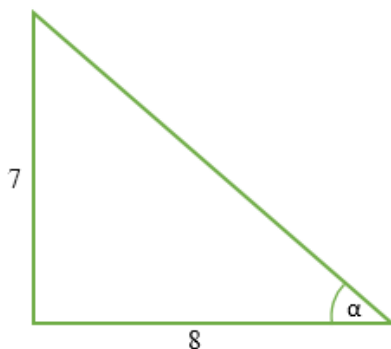


Figura 9. Razones Trigonómicas

- $sen \alpha = \text{---}$
- $cos \alpha = \text{---}$
- $tan \alpha = \text{---}$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

3. Una con una línea el valor con su respectiva razón trigonométrica.

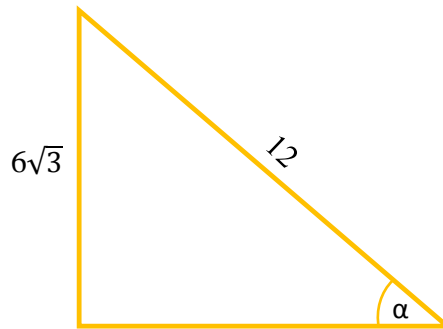


Figura 10. Triángulo Rectángulo

• $\tan \alpha =$	$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{144}}$
• $\cos \alpha =$	$\frac{10,39}{6}$
• $\text{sen } \alpha =$	$\frac{1}{2}$

4. Resuelva el siguiente problema:

Un niño observa en una palmera proyecta una sombra de 3m de longitud, cuando se ubica al final de la sombra, se forma un ángulo de  $33^\circ$  con la horizontal, ¿Cuál es la altura en metros de la palmera?

Gráfica:

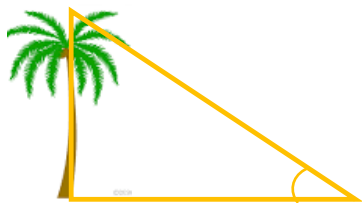


Figura 11. Problema



Proceso:

Respuesta: \_\_\_\_\_

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

<https://es.123rf.com/ph>



#### ACTIVIDAD # 4 - HORA DIVERTIDA PARA LA CASA

1. Ayuda a Juanito a descubrir su tesoro con el apoyo de nuestras amigas las razones trigonométricas.

#### EL VIAJE DE JUANITO

Juanito era un niño muy divertido y aventurero, le gustaba viajar por el mundo. Un día decide salir de su país natal Ecuador a Machu Picchu Perú.

El día esperado llegó, Juanito se levantó muy emocionado y descubre una carta en su puerta. La carta decía:

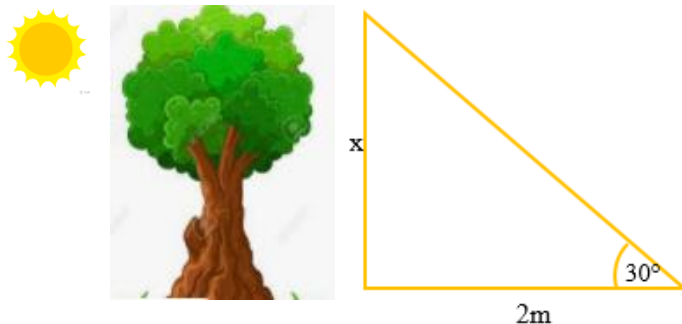
*Hola mi querido amigo Juanito, hoy es el gran día de tu viaje, sabemos que te gusta encontrar tesoros. Por este motivo te tenemos una sorpresa, podrás encontrar uno, el cual está ubicado en el santuario de Machu Picchu. Para esto tendrás que responder algunos acertijos para poder descubrir el tesoro escondido, En tu viaje tendrás que ir descubriendo las pistas y encontrarás la clave para abrir el magnífico tesoro.*

*¡Mucha Suerte!*

Juanito muy emocionado emprende su viaje, con su lista de pistas. ¡Ayúdalo!

##### 1. Pista

Al salir de casa se observa un árbol proyecta una sombra de 2m de longitud, ubíquese al final de la sombra y se forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Encontrar la altura del árbol.



[https://es.123rf.com/photo\\_6113](https://es.123rf.com/photo_6113)

Figura 12. Pista

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

a) Obtenemos los datos:

Ángulo =

Sombra =

Altura = x

b) Buscamos una razón trigonométrica con su debida interpretación que nos ayude a encontrar la altura del árbol teniendo en cuenta los datos:

= —

c) Escribimos la respuesta.

## 2. Pista

En la mitad del camino se encuentra un puente colgante con unas barras diagonales que sostienen el puente con una longitud de 12m, queremos saber a qué distancia están ubicados los soportes del puente, sabiendo que las barras forman un ángulo de  $33^\circ$  con la horizontal.



<https://www.istockphoto.com/es/ilustraciones/puente->

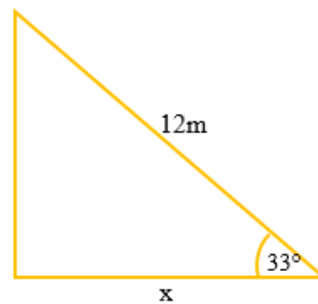


Figura 13. Pista 2

a) Obtenemos los datos:

Ángulo =

Altura =

Distancia del soporte = x

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

- b) Buscamos una razón trigonométrica con su debida interpretación que nos ayude a encontrar la altura del árbol teniendo en cuenta los datos:

= —

- c) Escribimos la respuesta.

### 3. Pista

Finalmente vas a llegar a una montaña donde realizan escaladas, al templar la cuerda desde el tope de la montaña hasta el suelo posee una longitud de 55m y se forma un ángulo de  $40^\circ$ . Encontrar la altura de la montaña.



<https://co.pinterest.com/pin/4>

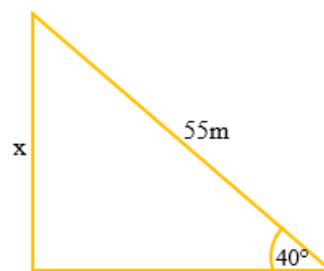


Figura 14. Pista 3

- a) Obtenemos los datos:

Ángulo =

Longitud de la cuerda = x

Altura = x

- b) Buscamos una razón trigonométrica con su debida interpretación que nos ayude a encontrar la altura del árbol teniendo en cuenta los datos:

= —

- c) Escribimos la respuesta.

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.

Nota: Para ayudar abrir el tesoro de Juanito debes escribir las respuestas correctas de las pistas.



## PLANIFICACIÓN DE CLASE # 2

<b>ÁREA / ASIGNATURA:</b>		Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas			
<b>OBJETIVO:</b>	Identificar las identidades trigonométricas, seno, coseno y tangente de triángulos rectángulos, para resolver problemas de la vida cotidiana.					
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.					
<b>TEMA:</b>	RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS					
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ		<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (15 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Juego educativo online para recordar las diferentes clasificaciones de los triángulos.</li> <li>• Introducción a los triángulos rectángulos y las razones trigonométricas.</li> </ul> <p><b>Construcción. (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lectura comprensiva de las razones trigonométricas que se forman en los triángulos rectángulos con la ayuda de los cuadros explicativos que deberán ser completados según corresponda.</li> <li>• Actividad individual para completar el ejercicio propuesto.</li> </ul> <p><b>Consolidación. (30 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación individual acerca de la aplicación correcta de las razones trigonométricas.</li> </ul>	<p>M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente) para resolver numéricamente triángulos rectángulos.</p>	<p>-Computadora. -Internet. -Guía didáctica.</p> <p>-Pizarra. -Esferos. -Calculadora. -Hoja de trabajo 1.</p>	<p><b>Técnica:</b> Hoja de Trabajo 1 individual sobre la aplicación de los conocimientos acerca de las razones trigonométricas denominada “Aplica tus conocimientos”.</p> <p><b>Instrumento:</b> Rúbrica de evaluación.</p>	<p>I.M.4.6.1. Resuelve ejercicios aplicados a situaciones reales relacionadas con los triángulos rectángulos; demuestra creatividad en los procesos empleados y valora el trabajo individual o grupal. (I.1., S.4.).</p>
---	---	---	---	--



**RÚBRICA DE EVALUACIÓN. ACTIVIDAD #3**

Indicador de evaluación: Resuelve ejercicios aplicados a situaciones reales relacionadas con los triángulos rectángulos; demuestra creatividad en los procesos empleados y valora el trabajo individual o grupal. (I.1., S.4.).			Actividad: Realizar la hoja de trabajo 1 de evaluación que consta de 4 actividades sobre las razones trigonométricas denominada “Aplica tus conocimientos”.		
	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>0.5</b>	<b>0</b>
Mapa conceptual.	Completa los 5 casilleros correctamente.	Completa 3 o 4 casilleros correctamente.	Completa 2 casilleros correctamente.	Completa un casillero correctamente.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
Calcula las razones trigonométricas.		Calcula tres razones trigonométricas de forma correcta.	Calcula dos razones trigonométricas de forma correcta.	Calcula una razón trigonométrica correcta de forma.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
Une correctamente las razones trigonométricas.		Une tres razones trigonométricas de forma correcta.	Une dos razones trigonométricas de forma correcta.	Une una razón trigonométrica de forma correcta.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
Problema.	Realiza la gráfica, el proceso y la respuesta de forma correcta.	Realiza la gráfica correspondiente y el proceso de forma correcta.	Realiza la gráfica correspondiente, y el proceso con más del 50%.	Realiza únicamente la gráfica correspondiente.	No presenta el trabajo.
<b>TOTAL:</b>	<b>/7</b>				
	<b>/10</b>				



CLASE No.3

# SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).

**DURACIÓN:** 2 hora clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

- Teorema de Semejanza de triángulos rectángulos.
- Relación de triángulos rectángulos y las identidades trigonométricas.

**ACTIVIDAD # 1 - REPASO**



<https://www.i>

1. Una con una línea sólo las repuestas que correspondan a cada imagen.

<http://4.bp.blogspot>

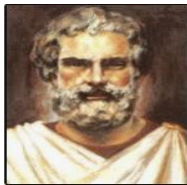


Figura 15. Repaso

4cm es cateto

10 cm es cateto

<https://okdiario.c>

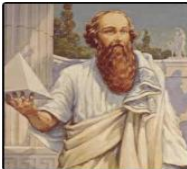


Figura 16. Repaso

6 cm es hipotenusa

Tales de Mileto

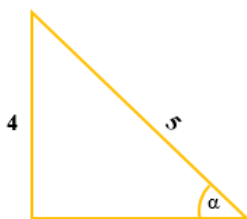


Figura 17. Repaso

10 cm es hipotenusa

Pitágoras

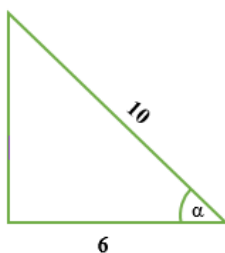


Figura 18. Repaso

5 cm es cateto

5 cm es hipotenusa

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).

1. Realice una investigación acerca del Teorema de Tales relacionado con la semejanza de triángulos con su respectiva gráfica.

---

---

---

---

---



## ACTIVIDAD # 2 - CONCLUYE EL TEOREMA

<https://www.pinter>

1. Complete los siguientes teoremas de semejanza de triángulos rectángulos con ayuda de las gráficas y las descripciones.

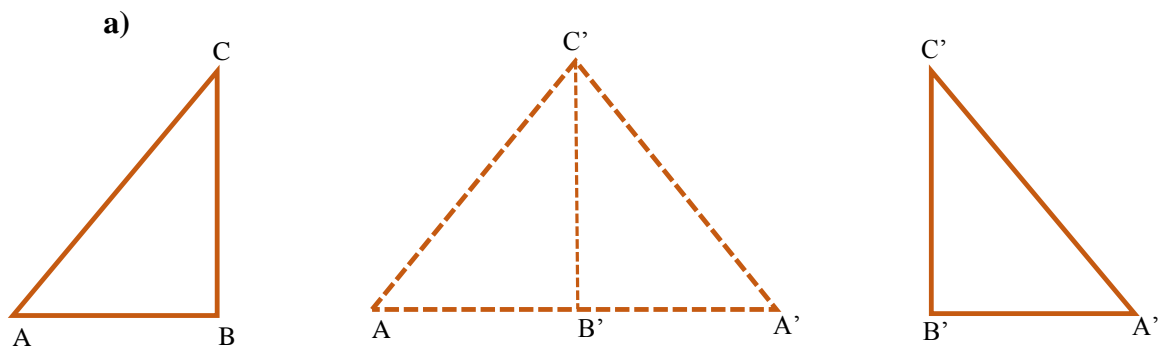


Figura 19. Semejanza de Triángulos

Sean  $ABC$ , dos triángulos rectángulos tales que la hipotenusa  $AC$  es igual a la  $A'C'$ , y el cateto  $BC$  al  $B'C'$ .

Dos triángulos rectángulos son iguales sí dos lados cualesquiera del uno son iguales a los correspondientes dos lados del otro.

**Teorema 1:** Dos triángulos rectángulos son \_\_\_\_\_ sí la hipotenusa y un \_\_\_\_\_ del uno son respectivamente iguales a la \_\_\_\_\_ y un cateto del otro.

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).

b)

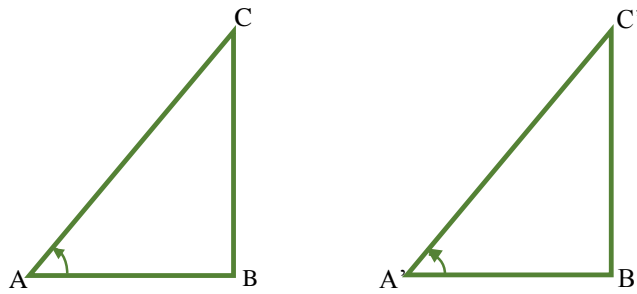


Figura 20. Semejanza de Triángulos

Sean  $ABC$ ,  $A'B'C'$  dos triángulos rectángulos en la que las hipotenusas  $AC$  y  $A'B'$  son iguales y el ángulo  $A$  es igual al  $A'$ .

**Teorema 2:** Dos triángulos \_\_\_\_\_ son iguales si tienen \_\_\_\_\_ respectivamente la hipotenusa y uno de los \_\_\_\_\_ adyacentes a ella.

c)

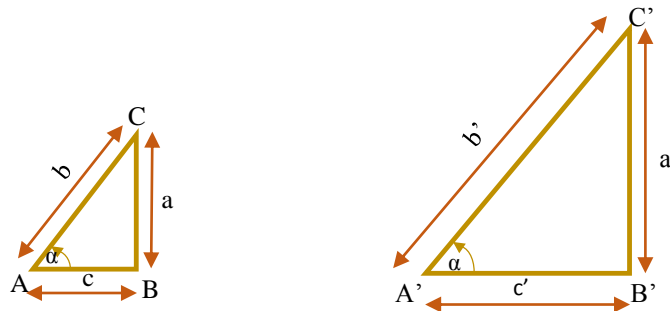


Figura 21. Semejanza de Triángulos

**Teorema 3:** Dos triángulos son \_\_\_\_\_ si los ángulos correspondientes son congruentes y los \_\_\_\_\_ correspondientes son proporcionales.



<https://www.pinterest.com.mx/pin/673991900460326307/>

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).

### ACTIVIDAD # 3 - HORA DE LA PRÁCTICA

**Actividad:** Encuentre semejanza de triángulos rectángulos.

Imagen 1: Vitrales de una iglesia.

Imagen 2: Baldosa del piso.

#### Proceso

1. Medimos los triángulos rectángulos que observamos en el vitral y el piso.



<https://www.pinterest.com>.



<https://www.pinterest.co>

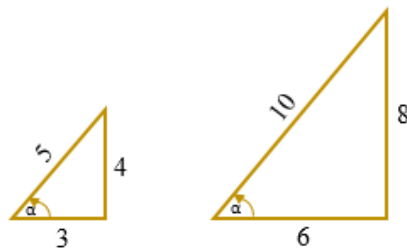


Figura 22. Hora de la Práctica

2. Observamos los triángulos y buscamos el teorema respectivo para comprobar la semejanza entre ellos.

---

---

3. Encuentre las razones trigonométricas de ambos triángulos rectángulos.

- $\text{Sen}\alpha = \text{---}$
- $\text{Cos}\alpha = \text{---}$
- $\text{Tan}\alpha = \text{---}$

Triángulo del vitral

- $\text{Sen}\alpha = \text{---}$
- $\text{Cos}\alpha = \text{---}$
- $\text{Tan}\alpha = \text{---}$

Triángulo de la baldosa

4. **Conclusión:** Las razones trigonométricas de ambos triángulos son \_\_\_\_\_, por lo tanto, los triángulos rectángulos son \_\_\_\_\_.

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Tales).

### ACTIVIDAD # 4 - CUESTIONARIO 1: TRABAJO GRUPAL


1. Forme grupos de 2 integrantes.
2. Cada grupo recibirá un texto con el título “El sabio Tales de Mileto y sus ingeniosos métodos matemáticos” del cual, después de leerlo, tendrán que responder un pequeño cuestionario recortable de 4 preguntas y entregarlo al finalizar la clase.

**TEXTO**



<https://leer.es/documents/235507/556855/M5C.pdf/fl81cf01-030f-4f17-a899-eb14b60e3d94>

### PREGUNTAS



**CUESTIONARIO:**

**PREGUNTA 1**  
¿Cuál de las siguientes afirmaciones te parece válida como conclusión de este texto? (pueden ser más de una):

- A) Tales de Mileto era algo parecido a un ingeniero, muy hábil en el manejo de los instrumentos de medida.
- B) Tales de Mileto conocía la propiedad de la semejanza de triángulos.
- C) Tales de Mileto fue un precursor de la ciencia matemática.
- D) Tales de Mileto fue una especie de mago, cuyos trucos eran capaces de sorprender a todo un faraón.

**PREGUNTA 2**  
En esta historietita aparece varias veces el término semejanza. Escoge la opción más adecuada desde el punto de vista matemático (puede haber varias) para completar esta frase: Dos figuras se dicen semejantes si...

- A) son parecidas.
- B) son igual de grandes.
- C) tienen la misma forma pero diferente tamaño.
- D) una de ellas es fotocopia ampliada de la otra.

**PREGUNTA 3**  
Cuando se trata de la semejanza de figuras poligonales, el concepto se puede precisar más. Elige la opción más correcta (pueden ser varias) para completar esta definición: Dos polígonos son semejantes si...:

- A) tienen el mismo número de lados, aunque de diferente tamaño;
- B) se pueden emparejar los lados de una figura con los de la otra, de forma que los lados correspondientes sean proporcionales.
- C) los ángulos de una figura coinciden con los de la otra.
- D) se cumplen las propiedades B y C simultáneamente.

**PREGUNTA 4**  
En el caso una pareja de triángulos, la propiedad de la semejanza se verifica si...:

- A) y sólo si son ambos equiláteros.
- B) tienen sus ángulos respectivos iguales.
- C) tienen lados correspondientes proporcionales.
- D) ambos son triángulos rectángulos y coinciden en uno de los ángulos agudos.

Nombre: \_\_\_\_\_  
Fecha: \_\_\_\_\_

**Destreza:** M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).

### ACTIVIDAD # 5 - TAREA PARA LA CASA

1. Resuelva el siguiente problema propuesto aplicando lo aprendido sobre la semejanza de triángulos rectángulos.

(El ejercicio debe ser copiado en una hoja y entregado en la fecha indicada).

**Calcule la altura de una casa sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 2,5 m y una persona que mide 1,87 m tiene, en ese mismo instante, una sombra de 84 cm.**

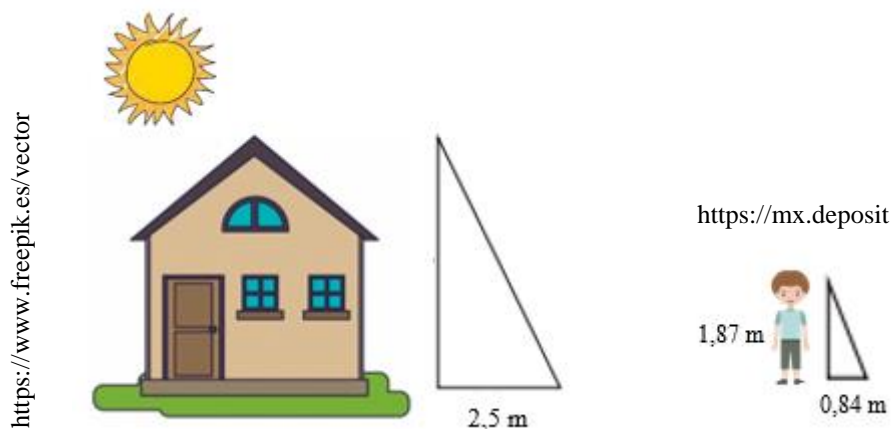


Figura 22. Tarea para la casa

Responda las siguientes preguntas para desarrollar el ejercicio.

1. En un dibujo, especifique cuál es la incógnita presentada en el problema.
2. ¿Qué teorema se puede aplicar para resolver el problema?
3. Desarrolle paso a paso el ejercicio.
4. Escriba la respuesta obtenida.



### PLANIFICACIÓN DE CLASE #3

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas		
<b>OBJETIVO:</b>	Relacionar la semejanza de triángulos rectángulos y las razones trigonométricas para resolver problemas propuestos.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).				
<b>TEMA:</b>	SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (10 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante un repaso de manera individual, recordar las características de los triángulos rectángulos.</li> </ul> <p><b>Construcción. (40 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes construirán los teoremas sobre la semejanza de triángulos rectángulos con ayuda de gráficas y descripciones establecidas.</li> <li>Con la ayuda de un problema práctico relacionar la semejanza de triángulos rectángulos y las identidades trigonométricas.</li> </ul> <p><b>Construcción (5 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Repaso de los teoremas de semejanzas de triángulos rectángulos vistos en la clase pasada para luego pasar a realizar un trabajo grupal.</li> </ul>	<p>M.4.2.5. Definir e identificar figuras geométricas semejantes, de acuerdo a las medidas de los ángulos y a la relación entre las medidas de los lados, determinando el factor de escala entre las figuras (teorema de Thales).</p>	<p>-Hojas. -Esferos. -Guía didáctica.</p>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Cuestionario 1.</p>	<p>I.M.4.5.1. Construye figuras simétricas; resuelve problemas geométricos que impliquen el cálculo de longitudes con la aplicación de conceptos de semejanza y la aplicación del teorema de Tales; justifica procesos aplicando los conceptos de congruencia y semejanza. (I.1., I.4.).</p>
--	---	---	---	--

<b>Consolidación (20 min)</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Formar grupos de 3 integrantes para leer el texto y desarrollar el cuestionario 1 recortable que se entregará al final de clase.</li></ul>		-Hoja de lectura. -Guía didáctica. -Cuestionario 1.		
--	--	---	--	--



CLASE No.4  
**RAZONES  
TRIGONOMÉTRICAS  
DE ÁNGULOS ESPECIALES**

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

**DURACIÓN:** 2 horas clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

- Razones trigonométricas del ángulo de  $30^\circ$ .
- Razones trigonométricas del ángulo de  $45^\circ$ .
- Razones trigonométricas del ángulo de  $60^\circ$ .

**ACTIVIDAD #1 - CUESTIONARIO 1**

1. Forme grupos de 3 integrantes.
2. Resuelva el cuestionario recortable.
3. Recorte y entregue al finalizar la clase.



**CUESTIONARIO**

**Nombres:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

**Curso:** \_\_\_\_\_

**1. Responda Verdadero (V) o Falso (F) las siguientes preguntas.**

La razón trigonométrica  $\sin \alpha$  corresponde a  $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$  ( )

La razón trigonométrica  $\sec \alpha$  corresponde a  $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$  ( )

**2. Complete las siguientes oraciones.**

Los triángulos que se clasifican según sus..... se dividen en triángulos..... y.....

Los triángulos que se clasifican según sus..... se dividen en triángulos..... y.....

**3. Proponga un ejercicio en el cual se identifique que existe semejanza de triángulos con su respectiva explicación.**

**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ESPECIALES

### RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DE 60°

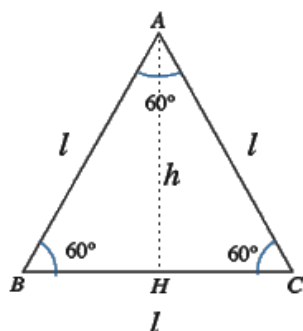


Figura 23. Ángulo de 60°

Para conocer el valor de la altura del triángulo.

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Valores Correspondientes de las Razones Trigonómicas

$$\sin 60^\circ = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} = \sqrt{3}$$

### RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DE 30°

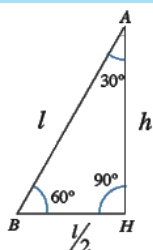


Figura 24. Ángulo de 30°

Valores Correspondientes de las Razones Trigonómicas

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

### RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DE 45°

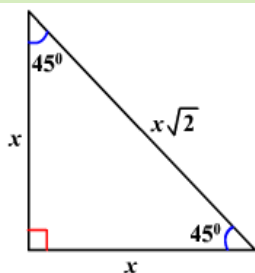


Figura 25. Ángulo de 45°

La hipotenusa se obtiene con la ayuda del Teorema de Pitágoras.

$$c = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$$

$$c = x\sqrt{2}$$

Valores Correspondientes de las Razones Trigonómicas

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{x} = 1$$

**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

### ACTIVIDAD # 2 - EXPOSICIÓN

1. Forme equipos de trabajo de 5 integrantes.
2. Cada grupo estará encargado de un tema para preparar una exposición en la cual todos los estudiantes deberán intervenir.
3. Es necesario que cada uno cuente con diapositivas, carteles, tarjetas de apoyo u otros materiales que elaboren los estudiantes, debido a que lo utilizado para la exposición también se considerará en la calificación final.
4. Con una rúbrica de calificación se evaluará a cada grupo la misma que deberá ser leída con atención para conocer todos los parámetros que se consideran en la nota final.

### TEMAS

**1** Razones Trigonómicas en Triángulos Rectángulos

**2** Introducción a las Razones Trigonómicas de Ángulos especiales

**3** Valores correspondientes de las 6 razones trigonométricas del ángulo de  $30^\circ$

**4** Valores correspondientes de las 6 razones trigonométricas del ángulo de  $45^\circ$

**5** Valores correspondientes de las 6 razones trigonométricas del ángulo de  $30^\circ$

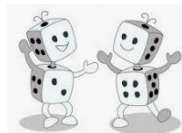
**6** Plantee y resuelva 2 ejercicios con el tema: Razones trigonométricas del ángulo de  $30^\circ$

**7** Plantee y resuelva 2 ejercicios con el tema: Razones trigonométricas del ángulo de  $45^\circ$

**8** Plantee y resuelva 2 ejercicios con el tema: Razones trigonométricas del ángulo de  $60^\circ$

**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

### ACTIVIDAD # 3 - HORA DE JUGAR



<https://www.freep>

#### Indicaciones:

- Forman grupos de 4 estudiantes y con un dado que se les entrega, empiezan el juego en el tablero acerca de las razones trigonométricas de ángulos especiales.
- Cada grupo tiene que elegir un jefe de grupo, que es el encargado de entregar el informe final.

#### Informe final

##### 1. Posiciones de cada integrante.

##### 2. Hojas de cálculo de cada miembro del grupo.

##### 3. Observaciones de cada grupo.

- Los integrantes tienen que realizar los cálculos correspondientes y anotar sus jugadas respectivas.
- Cada jugada tiene que tener, su gráfica, proceso y respuesta correspondiente.
- Deben realizar mínimo 4 jugadas por cada integrante, en el caso de llegar a la meta, tendrán que repetir el juego.

**Nota:** Todos los miembros del grupo tienen que terminar el juego.

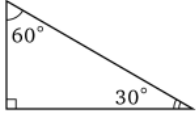
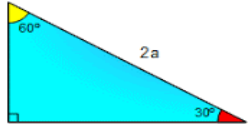




<https://www.pinterest.es/pin/318981586098251802/>



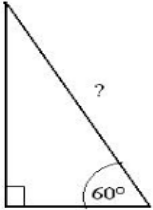
**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.


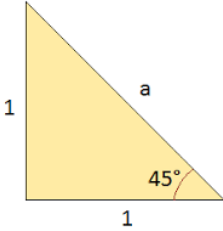
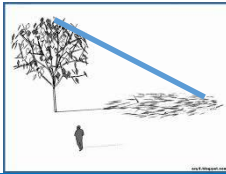

**TABLERO**

<p><b>SALIDA</b></p> <p>Razones trigonométricas de ángulos especiales</p>	<p>1. Encuentre el <math>\cos \alpha</math> de un ángulo de <math>30^\circ</math></p> 	<p>2. Encuentre el valor de la base, si el triángulo tiene una altura de 20 cm</p> 	<p>3. ¡Mala suerte! Pierdes un turno</p> 	<p>4. ¿En qué tipo de triángulo rectángulo los dos catetos tienen la misma longitud?</p> 
---	---	--	---	--

# RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ESPECIALES

<p>5. ¡Qué suerte! Avanza dos casilleros</p> 
---

<p>6. Encuentre el <math>\text{sen } \alpha</math> de un ángulo de <math>60^\circ</math></p> 
--

<p><b>LLEGADA</b></p> <p>¡Muy buen Trabajo!</p> 	<p>9. Menciona el <math>\text{sen } \alpha</math>, <math>\text{cos } \alpha</math> y <math>\text{tan } \alpha</math> de un ángulo de <math>45^\circ</math></p> 	<p>8. La sombra de un árbol cuando los rayos del sol forman con la horizontal un ángulo de <math>45^\circ</math> mide 12m ¿Cuál es la altura del árbol?</p> 	<p>7. Encuentre 3 triángulos rectángulos de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> y <math>60^\circ</math> y menciónelos.</p> 
---	--	--	---

**Destreza:** M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos.

#### ACTIVIDAD # 4 - TRABAJO PARA LA CASA



<https://www.pinterest.co>

1. Resuelva el siguiente problema.

- Juan quiere saber la altura de la tela de la bandera, conociendo que un lado de la bandera mide 6m y que uno de los ángulos agudos mide el doble que el otro.



<https://www.klipartz.com/es/>

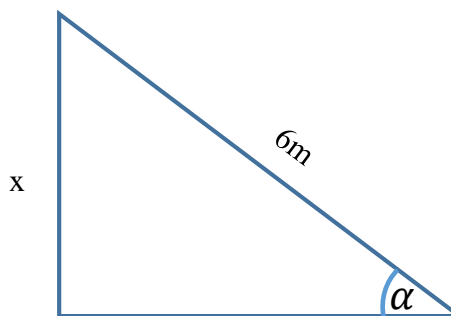


Figura 26. Trabajo para la casa

2. Realice un trabajo de investigación acerca de aplicación de la trigonometría de las primeras construcciones arquitectónicas con sus respectivas gráficas y mencione 5 construcciones actuales las cuales involucren la aplicación de la trigonometría en triángulos rectángulos con su ilustración correspondiente.

### PLANIFICACIÓN DE CLASE # 4

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas		
<b>OBJETIVO:</b>	Explicar cuáles son los ángulos especiales que se forman en los triángulos rectángulos y como éstos se relacionan con las razones trigonométricas para resolver ejercicios propuestos y plantear unos nuevos.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos y los relaciona con las razones trigonométricas.				
<b>TEMA:</b>	RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ESPECIALES				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (10 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo grupal para resolver el cuestionario 1 recortable sobre los temas vistos en clases anteriores.</li> </ul> <p><b>Construcción. (40 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de las razones trigonométricas de ángulos especiales con ayuda de un juego didáctico.</li> <li>• Exposición sobre un tema asignado a cada grupo, los cuales estarán conformados por 5 integrantes.</li> </ul> <p><b>Consolidación (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Juego grupal acerca de la aplicación correcta de las razones trigonométricas de ángulos especiales.</li> </ul>	<p>M.4.2.8. Clasificar y construir triángulos, utilizando regla y compás, bajo condiciones de ciertas medidas de lados y/o ángulos y los relaciona con las razones trigonométricas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Tijeras.</li> <li>-Papelógrafo.</li> <li>-Cartulina.</li> <li>-Computadora.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Hojas.</li> <li>-Esferos.</li> <li>-Guía didáctica.</li> <li>-Dados.</li> </ul>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Rúbrica de evaluación.</p>	<p>I.M.4.6.2. Reconoce y aplica las razones trigonométricas y sus relaciones en la resolución de triángulos rectángulos y en situaciones problema de la vida real. (I.3.).</p>
--	---	---	--	--

**RÚBRICA DE EVALUACIÓN. ACTIVIDAD # 2**

<u>Indicador de evaluación:</u> Reconoce y aplica las razones trigonométricas y sus relaciones en la resolución de triángulos rectángulos y en situaciones problema de la vida real. (I.3.).			<u>Actividad:</u> Exposición grupal sobre el tema: Razones trigonométricas en ángulos especiales.		
	<b>2,5</b>	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>0,5</b>
Materiales de exposición (diapositivas, carteles, tarjetas de apoyo u otros que elaboren los estudiantes).	El material de exposición contiene toda la información solicitada.	El material de exposición contiene casi toda la información solicitada.	El material de exposición contiene poca información solicitada.	El material de exposición contiene muy poca información solicitada.	El material de exposición no contiene la información solicitada.
<b>VALORACIÓN</b>					
Refuerzo del tema (preguntas de los integrantes del grupo de exposición a los demás estudiantes).	Todos los estudiantes formulan preguntas a sus compañeros.	Cuatro estudiantes formulan preguntas a sus compañeros.	Tres estudiantes formulan preguntas a sus compañeros.	Dos estudiantes formulan preguntas a sus compañeros.	Solo un estudiante formula preguntas a sus compañeros.
<b>VALORACIÓN</b>					
Participación.	Todos los estudiantes participan en la exposición.	Cuatro estudiantes participan en la exposición.	Tres estudiantes participan en la exposición.	Dos estudiantes participan en la exposición.	Solo un estudiante participa en la exposición.
<b>VALORACIÓN</b>					
Dominio del tema.	Todos los estudiantes dominan el tema de exposición.	Cuatro estudiantes dominan el tema de exposición.	Tres estudiantes dominan el tema de exposición.	Dos estudiantes dominan el tema de exposición.	Solo un estudiante domina el tema de exposición.
<b>VALORACIÓN</b>					
<b>TOTAL :     /10</b>					

**RÚBRICA DE EVALUACIÓN. ACTIVIDAD # 3**

<u>Indicador de evaluación:</u> Reconoce y aplica las razones trigonométricas y sus relaciones en la resolución de triángulos rectángulos y en situaciones problema de la vida real. (I.3.).		<u>Actividad:</u> Juego en grupo, en el tablero de las Razones trigonométricas de ángulos especiales denominada “ACTIVIDAD # 3 – HORA DE JUGAR”.			
	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>0.5</b>	<b>0</b>
	Cada integrante realiza cuatro o más jugadas.	Cada integrante realiza tres jugadas.	Cada integrante realiza dos jugadas.	Cada integrante realiza una jugada.	No presenta trabajo el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Realiza los cálculos de forma correcta al 100%.	Realiza los cálculos un 75% de forma correcta.	Realiza los cálculos hasta el 50% de forma correcta.	Realiza los cálculos al menos el 25% de forma correcta.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Llega a la meta.		No llega a la meta.		No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Presenta el informe final completo al 100%.	Presenta el informe con un 75%.	Presenta el informe final con un 50%.	Presenta el informe final con un 25%.	No presenta el trabajo.
<b>TOTAL:</b>	<b>/8</b>				
	<b>/10</b>				



CLASE No.5

# RELACIONES ENTRE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

**DURACIÓN:** 2 hora clases (80 minutos).

**CONTENIDO:**

- Teorema de Pitágoras.
- Identidad fundamental de la trigonometría.

**ACTIVIDAD # 1 - RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

1. Cada estudiante resuelve los siguientes problemas, con su respectivo procedimiento.

<https://www.ecuacio>

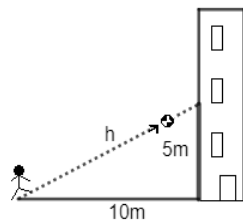


Figura 27. Problema 1

a) María y Juan están jugando con su pelota, Juan se encuentra a 10m de un edificio y lanza el balón en línea recta ascendente y alcanza el segundo piso del edificio (5m de altura). María quiere saber ¿Cuánto mide el recorrido del balón (desde que lanza hasta que se impacta)?

<https://thumbs.drea>

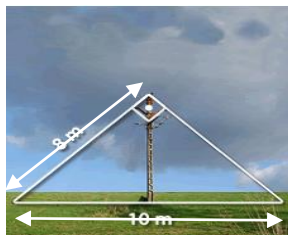
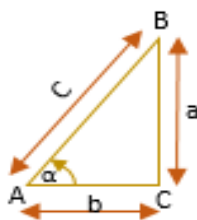
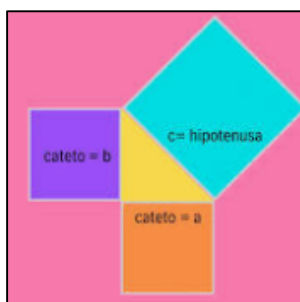


Figura 28. Problema 2

b) Claro quiere instalar una antena parabólica, para esto se utiliza un poste sujeto por dos cables como nos muestra la gráfica, los encargados de la instalación de la antena quieren saber ¿cuál es la altura del poste? Para llevar el equipo adecuado para su instalación.

<https://yosoytuprofe.20m>



El teorema de Pitágoras según la gráfica, indica que:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Y:

- $\text{sen}\alpha = \frac{a}{c}$
- $\text{cos}\alpha = \frac{b}{c}$



<https://ugeli.files.word>



**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

### ACTIVIDAD # 2 - HOJA DE TRABAJO 1

1. Forme grupos de 4 estudiantes.
2. Cada grupo resolverá la hoja de trabajo, siguiendo el respectivo orden, para obtener 2 relaciones entre las razones trigonométricas.
3. El trabajo es en grupo, pero todos los miembros deben realizar la hoja de trabajo.

#### Identidad fundamental de la trigonometría

1. Para obtener la identidad fundamental de la trigonometría se utiliza el Teorema de Pitágoras,  $a^2 + b^2 = c^2$  esta expresión debe estar igualada a 1, para eso se debe:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- a) Dividir toda la expresión para  $a^2$ .
- b) Dividir toda la expresión para  $b^2$ .
- c) Dividir toda la expresión para  $c^2$ .

Escriba en el recuadro la nueva expresión obtenida.



- d) Escriba el  $\text{sen}\alpha$  y  $\text{cos}\alpha$  del siguiente triángulo rectángulo.

a)  $\text{sen}\alpha = -$

b)  $\text{cos}\alpha = -$

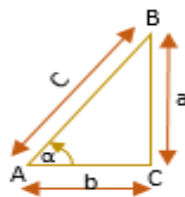
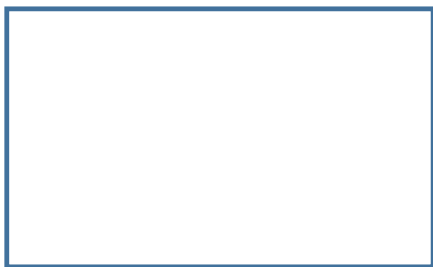


Figura 29. Triángulo Rectángulo

- e) Eleve al cuadrado las expresiones del  $\text{sen}\alpha$  y  $\text{cos}\alpha$  obtenidas en el numeral 2.

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

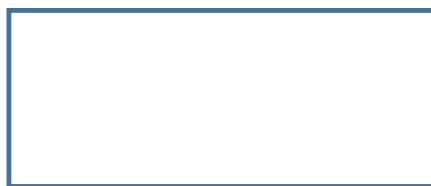
a)  $(\text{sen}\alpha)^2 =$



b)  $(\text{cosen}\alpha)^2 =$



f) Remplace los resultados obtenidos en el numeral 3 en la expresión obtenida en el numeral 1.



Y finalmente obtenemos la identidad fundamental de la trigonometría.

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cosen}^2\alpha = 1$$

- Para obtener la segunda identidad trigonométrica relacione la  $\text{tana}\alpha$  con el  $\text{sen}\alpha$  y  $\text{cosen}\alpha$ .

- $\text{sen}\alpha = \frac{a}{c}$

- $\text{cosen}\alpha = \frac{b}{c}$

- $\text{tana}\alpha = \frac{a}{b}$

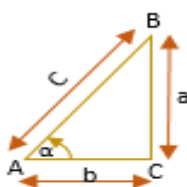


Figura 30. Triángulo Rectángulo

g) Señale la forma correcta de sustitución de la  $\text{tana}\alpha$  con el  $\text{sen}\alpha$  y  $\text{cosen}\alpha$ .

$$\frac{\text{cosen}\alpha}{\text{tana}\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{a}{b}} = \frac{a}{b} = \text{sen}\alpha$$

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cosen}\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \text{tana}\alpha$$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

$$\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \tan\alpha$$

h) Eleve al cuadrado la ecuación obtenida en el numeral 4.

$$\tan^2\alpha = \text{—}$$

i) Utilice la Identidad fundamental de la trigonometría y la ecuación obtenida en el numeral 5.

$$(1) \operatorname{sen}^2\alpha + \operatorname{cos}^2\alpha = 1$$

$$(2) \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha} = \tan^2\alpha$$

j) A la primera ecuación del numeral 6 divida para  $\operatorname{cos}^2\alpha$ .

k) Simplifique:

l) Relacione la ecuación obtenidas en el numeral 5 y numeral 8.

$$\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\operatorname{cos}^2\alpha}$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha} = \tan^2\alpha$$

m) Finalmente reemplace la ecuación.

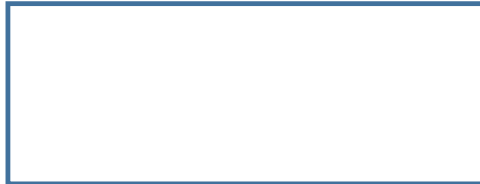
$$\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha} = \tan^2\alpha$$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

En

$$\frac{\text{sen}^2\alpha}{\text{cos}^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\text{cos}^2\alpha}$$

n) Obtiene la segunda identidad trigonométrica.



### ACTIVIDAD # 3 - EJERCICIO PRÁCTICO

Carlos desea calcular el valor del seno y la tangente de la pendiente que sube su automóvil cuyo ángulo vale  $\alpha$ , sólo conoce que el valor del coseno es  $\frac{\sqrt{8}}{5}$  m.



Figura 31. Ejercicio Práctico

1. Obtenemos los datos y ecuaciones necesarias para resolver nuestro problema.

- $\text{cos}\alpha = \frac{\sqrt{8}}{5}$
- $\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$  (Elija una ecuación que tenga el menor número de incógnitas).

2. Reemplazamos los datos en la ecuación y obtenemos el valor del  $\text{sen}\alpha$ .

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$$

$$\text{sen}^2\alpha + \frac{\sqrt{8}^2}{5^2} = 1$$

$$\text{sen}^2\alpha + \frac{8}{25} = 1$$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

$$\text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{8}{25}$$

$$\text{sen}^2\alpha = \frac{17}{25}$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{17}}{5}m$$

3. Finalmente se obtiene el  $\text{sen}\alpha$  y se busca otra ecuación para obtener la  $\text{tana}\alpha$ .

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} = \text{tana}\alpha$$

Reemplace los valores:

$$\frac{\frac{\sqrt{17}}{5}}{\frac{\sqrt{8}}{5}} = \text{tana}\alpha$$

$$\text{tana}\alpha = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{8}}m$$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

### ACTIVIDAD # 4 - LOTERÍA TRIGONOMÉTRICA

1. Forme grupos de 4 estudiantes.
2. Cada integrante deberá recortar la “Tabla de Lotería Trigonométrica” y elaborar pequeñas bolitas de papel que servirán como fichas, antes de iniciar.
3. El juego consiste en que las docentes elegirán al azar una pregunta de las que se observan a continuación, relacionadas con la Trigonometría, y usted, conjuntamente con su grupo deberán marcar una casilla con su respuesta.
4. Existirá un tiempo límite entre pregunta y pregunta.
5. Gana un premio el equipo que complete primero la tabla correctamente.

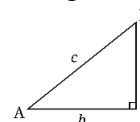
#### PREGUNTAS

El valor de  $\tan(30^\circ)$

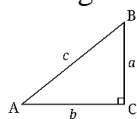
Función equivalente a

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Cateto adyacente del ángulo A



Cateto opuesto del ángulo A



Expresión igual a  $1 - \sin^2 \alpha$

El valor de  $\sin(60^\circ)$

Definición de la función  $\tan \alpha$

El valor de  $\cot(45^\circ)$

Expresión igual a  $\sec^2 \alpha - 1$

Si la  $\tan \alpha$  es  $\frac{4}{3}$ , el valor del  $\cos \alpha$  será:

Definición de la función  $\sin \alpha$

El valor de  $\csc(30^\circ)$

El valor de  $\sec(45^\circ)$

Expresión igual a  $\cot^2 \alpha + 1$

Función equivalente a  $\frac{1}{\sec \alpha}$

**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

**Nota:**

- No está permitido el uso de calculadora científica, cuaderno de apuntes, libro o guía didáctica.

### TABLA DE LOTERÍA TRIGONOMÉTRICA

2	$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$	a	$\cos^2 \alpha$
$\tan^2 \alpha$	Cotangente	★	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	b	$\sqrt{2}$	$\csc^2 \alpha$
Coseno	$\frac{3}{5}$	$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$	1

**Fuente:** Reyes Hernández, A. (1999). Juegos Didácticos en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en el nivel Medio Superior [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León]. <http://eprints.uanl.mx/7975/1/1020125901.PDF>

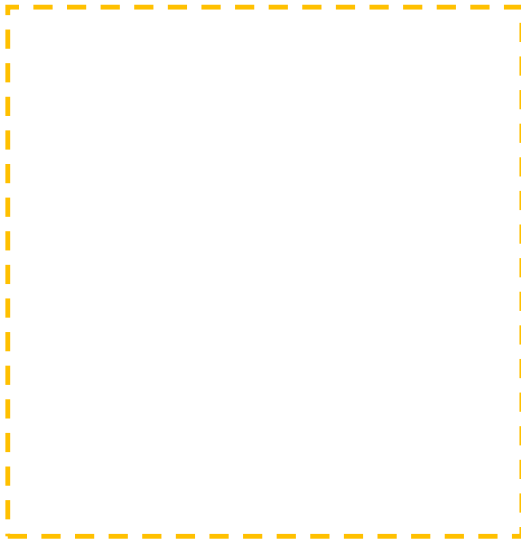
**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

**ACTIVIDAD # 5 - HOJA DE TRABAJO 2: APRENDO RESOLVIENDO**

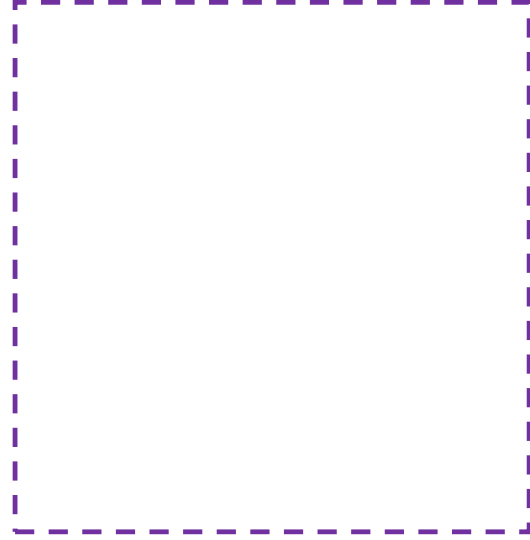
1. Simplifique las siguientes expresiones considerando que:

$$\begin{aligned} \tan^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \tan \alpha &= \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} \\ \text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \end{aligned}$$

a)  $(\text{sen } \alpha + 1)(\text{sen } \alpha - 1)$



b)  $\cos^2 \alpha (\tan^2 \alpha + 1)$



2. Verifique las siguientes igualdades trigonométricas.

a)  $\frac{\text{sen } \alpha \cdot \cos \alpha}{\tan \alpha} = 1 - \text{sen}^2 \alpha$



b)  $\tan^2 \alpha \cdot (1 - \text{sen}^2 \alpha) = \text{sen}^2 \alpha$





**Destreza:** M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).

**ACTIVIDAD # 6 - HORA DE ESTUDIAR EN CASA**

1. Lea el siguiente texto denominado “Relaciones Trigonométricas y relaciones entre ellas”, que se encuentra en el siguiente link:

<https://giematic.etsisi.upm.es/images/pdf/EntMat/EM-Sesion01-TRIGONOMETRIA-MaterialApoyo.pdf>

2. Elabore en una hoja de cuadros un organizador gráfico en el que incluya lo más importante de todo el texto, además de gráficos.

### PLANIFICACIÓN DE CLASE # 5

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas		
<b>OBJETIVO:</b>	Identificar el proceso de la relación entre las razones trigonométricas de triángulos rectángulos para resolver problemas propuestos.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).				
<b>TEMA:</b>	RELACIONES ENTRE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (10 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mediante un trabajo individual, recordar el proceso de solución de problemas de triángulos rectángulos.</li> </ul> <p><b>Construcción. (30 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes de manera grupal completan la hoja de trabajo 1, siguiendo las indicaciones respectivas determinan el proceso de relación entre razones trigonométricas.</li> <li>Con la ayuda de un problema práctico identifican el proceso correcto para la aplicación de la relación entre razones trigonométricas.</li> </ul> <p><b>Consolidación (30 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Para finalizar con el tema, se propone un juego educativo de manera grupal: “Lotería Trigonométrica”, el cual servirá como refuerzo de los conocimientos adquiridos. Todas las indicaciones se encuentran en la</li> </ul>	<p>M.4.2.16. Definir e identificar las relaciones entre las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).</p>	<p>-Hojas. -Esferos. -Guía didáctica. -Hojas.</p> <p>-Hoja de trabajo 1. -Cuestionario.</p> <p>-Tijeras. -Tabla de Lotería Trigonométrica. -Hoja de trabajo 2.</p>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Hoja de trabajo 2.</p>	<p>I.M.4.6.2. Reconoce y aplica las relaciones entre las razones trigonométricas y sus relaciones en la resolución de triángulos rectángulos y en situaciones problema de la vida real.</p>
--	--	--	--	---

<p>Actividad # 4 más la ayuda de las docentes quiénes estarán presentes todo momento.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo individual para finalizar la clase y el tema nuevo.</li></ul>				
---	--	--	--	--



CLASE No.6  
**RAZONES  
TRIGONOMÉTRICAS DE  
UN ÁNGULO CUALQUIERA**

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

**DURACIÓN:** 2 hora clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

-Circunferencia Goniométrica.

-Razones trigonométricas de ángulos suplementarios y de ángulos que difieren en  $180^\circ$ .

**ACTIVIDAD # 1 - CIRCUNFERENCIA GONIOMÉTRICA DIVERTIDA**

1. Forme grupos de 3 integrantes.



Figura 32. Círculo Unitario Trigonometric



Figura 33. Círculo Unitario Trigonometric

2. Descargue en un teléfono celular la aplicación “Círculo Unitario Trigonometric”.
3. Complete la siguiente tabla con la ayuda de la aplicación.
4. Para terminar, responda las preguntas planteadas.

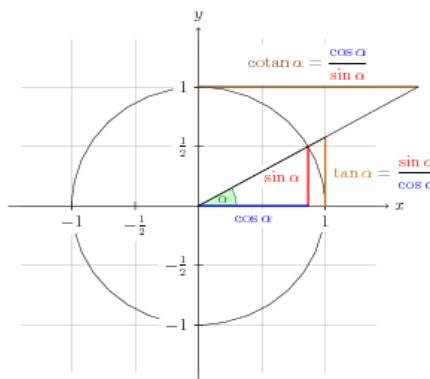
**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

**¡IMPORTANTE!**



La circunferencia goniométrica tiene algunas características que son:

- ✓ Su centro es el origen de coordenadas (0,0).
- ✓ Su radio mide la unidad, es decir 1.
- ✓ Ayuda para obtener el valor de las razones trigonométricas para cierto ángulo.
- ✓ Se puede utilizar para obtener las identidades pitagóricas.



<http://recursostic.educacion.es/de>

<https://www.fr>

Radio:							
Grados	Radianes	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc
0°							
30°							
45°							
60°							
90°							
120°							
135°							
150°							
180°							

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

### **Pregunta 1**

¿Qué entiende usted por  
Circunferencia  
Goniométrica o  
Circunferencia Unitaria?

---

---

---

---

---

---

### **Pregunta 2**

¿En qué valor de ángulo o  
ángulos la  $\tan \alpha$  da como  
resultado una  
indeterminación?

---

---

---

---

---

---

### **Pregunta 3**

¿En qué cuadrante o  
cuadrantes, el  $\sen \alpha$  y el  
 $\cos \alpha$  son positivos? ¿Y  
negativos?

---

---

---

---

---

---

### **Pregunta 4**

¿Qué razón trigonométrica da  
como resultado una  
indeterminación con los ángulos  
 $0^\circ$  y  $180^\circ$ ? Explique por qué.

---

---

---

---

---

---



**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

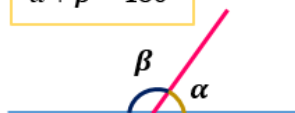
## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS Y DE ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN $180^\circ$

### ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Los ángulos suplementarios son aquellos **ángulos que juntos suman** 180 grados o  $180^\circ$ .

Un ángulo de  $180^\circ$  es llamado un ángulo llano.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



Para conocer el valor de  $\beta$  :

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

**Ejemplo:**

Encuentre el valor de  $\beta$



$$\alpha = 50^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$\beta = 180^\circ - 50^\circ$$

$$\beta = 130^\circ$$

### ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS:

$$\alpha \text{ y } 180^\circ - \alpha$$

#### Seno del ángulo suplementario

$$\text{sen}(180^\circ - \alpha) = \text{sen } \alpha$$

#### Coseno del ángulo suplementario

$$\text{cos}(180^\circ - \alpha) = -\text{cos } \alpha$$

#### Tangente del ángulo suplementario

$$\text{tan}(180^\circ - \alpha) = -\text{tan } \alpha$$

### ÁNGULOS QUE DIFIEREN DE $180^\circ$ :

$$\alpha \text{ y } 180^\circ + \alpha$$

#### Seno del ángulo que difiere $180^\circ$

$$\text{sen}(180^\circ + \alpha) = -\text{sen } \alpha$$

#### Coseno del ángulo que difiere $180^\circ$

$$\text{cos}(180^\circ + \alpha) = -\text{cos } \alpha$$

#### Tangente del ángulo que difiere $180^\circ$

$$\text{tan}(180^\circ + \alpha) = \text{tan } \alpha$$

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

Si se sabe que:

$$\text{sen}(180^\circ - \alpha) = \text{sen} \alpha$$

Y que:

$$\text{cos}(180^\circ - \alpha) = -\text{cos} \alpha$$

Por lo tanto:

$$\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{\text{sen}(180^\circ - \alpha)}{-\text{cos}(180^\circ - \alpha)} = \frac{\text{sen} \alpha}{-\text{cos} \alpha} = -\tan \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

Si sabe que:

$$\text{csc}(180^\circ - \alpha) = \text{csc} \alpha$$

Y que:

$$\text{sec}(180^\circ - \alpha) = -\text{sec} \alpha$$

Por lo tanto:

$$\cot(180^\circ - \alpha) = \frac{-\text{cos}(180^\circ - \alpha)}{\text{sen}(180^\circ - \alpha)} = \frac{-\text{cos} \alpha}{\text{sen} \alpha} = -\cot \alpha$$

$$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$$

**Ejemplo:**

a)  $\alpha = 20^\circ$

$$\text{sen}(180^\circ - \alpha) = \text{sen} \alpha$$

$$\text{sen}(180^\circ - 20^\circ) = \text{sen}(20^\circ)$$

$$\text{sen}(160^\circ) = \text{sen}(20^\circ)$$

Los ángulos  $160^\circ$  y  $20^\circ$  son suplementarios, por lo que:

$$\text{sen}(160^\circ) = \text{sen}(20^\circ) = 0,34$$

También:

$$\text{cos}(180^\circ - 20^\circ) = -\text{cos}(20^\circ)$$

$$\text{cos}(160^\circ) = -\text{cos}(20^\circ) = -0,94$$

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

b)  $\alpha = 70^\circ$

$$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\tan(180^\circ + 70^\circ) = \tan 70^\circ$$

$$\tan(250^\circ) = \tan 70^\circ = 2,75$$

También:

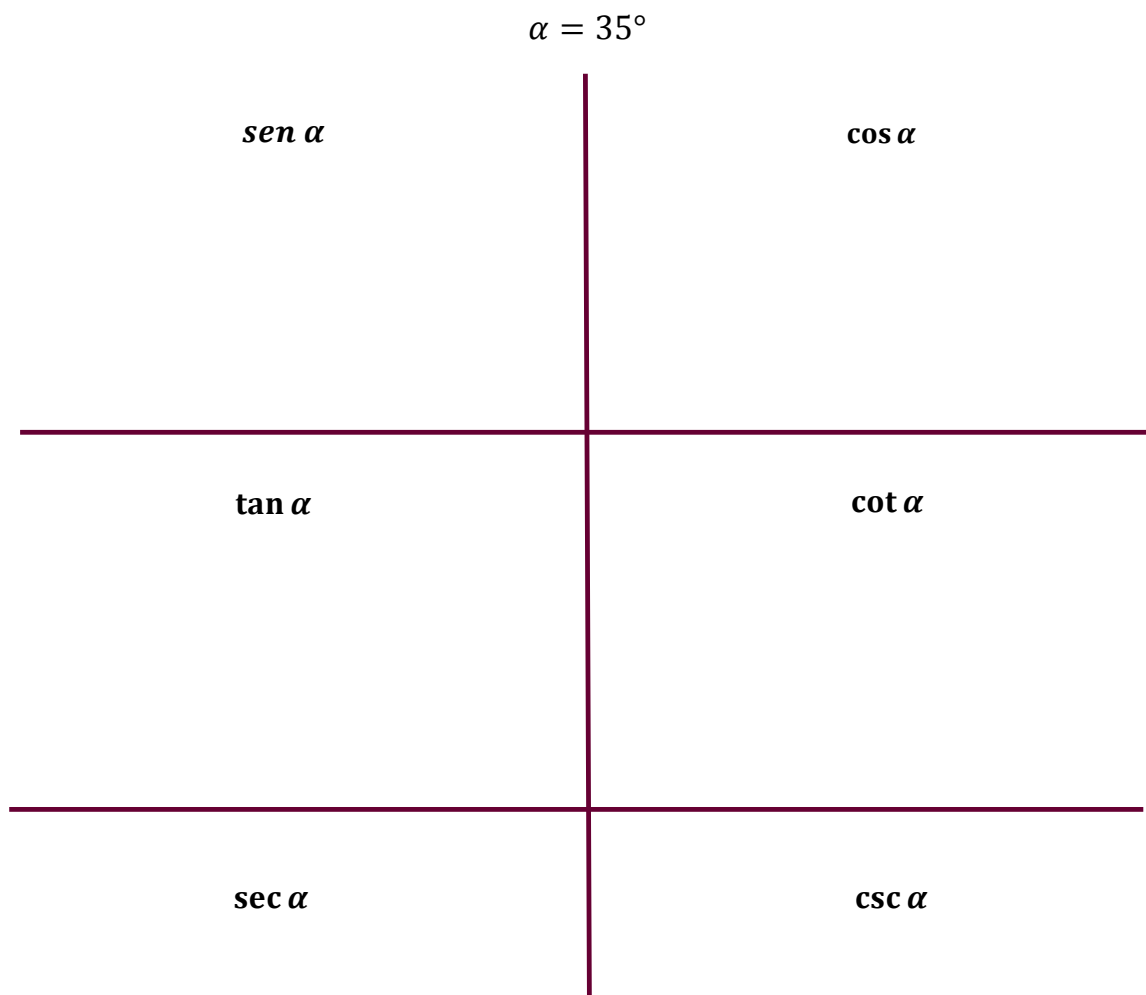
$$\cot(180^\circ + 70^\circ) = \cot(70^\circ)$$

$$\cot(250^\circ) = \cot(70^\circ) = 0,36$$

### ACTIVIDAD # 2 - ENCUENTRA EL VALOR

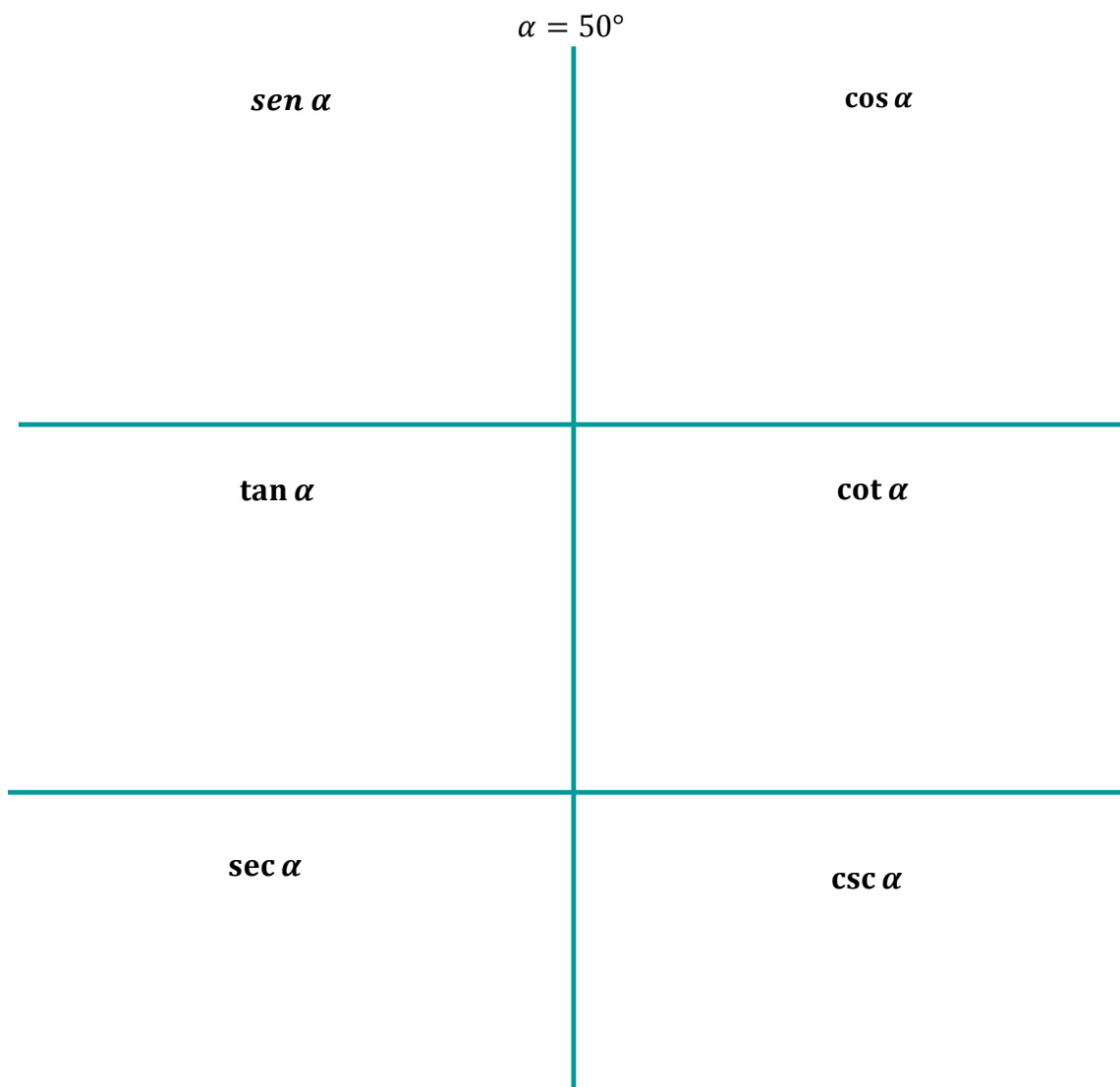
1. Tomando como guía el ejemplo anterior, resuelva los siguientes ejercicios.

a)  $35^\circ$



**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

b)  $50^\circ$



- Complete la siguiente tabla.

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS: $\alpha$ y $180^\circ - \alpha$		ÁNGULOS QUE DIFIEREN DE $180^\circ$ : $\alpha$ y $180^\circ + \alpha$	
$\text{sen}(180^\circ - \alpha)$			$-\text{sen } \alpha$
	$-\text{cos } \alpha$	$\text{cos}(180^\circ + \alpha)$	
	$-\text{tan } \alpha$	$\text{tan}(180^\circ + \alpha)$	
$\text{cot}(180^\circ - \alpha)$			$\text{cot } \alpha$
$\text{sec}(180^\circ - \alpha)$			$-\text{sec } \alpha$
	$\text{csc } \alpha$	$\text{csc}(180^\circ + \alpha)$	

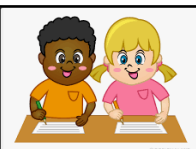
**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

### ACTIVIDAD # 3 - CUESTIONARIO 1: TRABAJO EN GRUPO

1. Forme grupos de 4 integrantes.
2. Cada miembro del grupo tiene que realizar el cuestionario denominado “RAZONES TRIGONÓMETRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA” y entregarlo al finalizar la clase.



<https://haynino>



#### CUESTIONARIO “RAZONES TRIGONÓMETRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA”

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

1. Realice la gráfica de cada uno de los siguientes ángulos en la circunferencia goniométrica y encuentre el valor de las razones trigonométricas, utilizando el proceso de ángulos suplementarios y de ángulos que difieren en  $180^\circ$  según corresponda.

a)  $270^\circ$

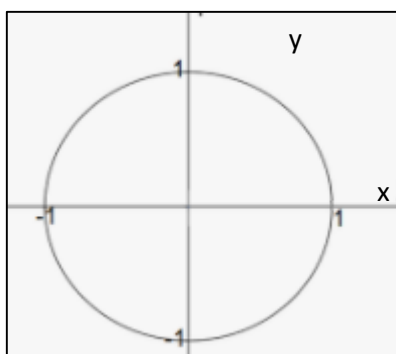


Figura 34. Trabajo en grupo

•  $\text{Sen}\alpha = \text{---}$

•  $\text{Cos}\alpha = \text{---}$

•  $\text{Tan}\alpha = \text{---}$

b)  $5\pi/6$

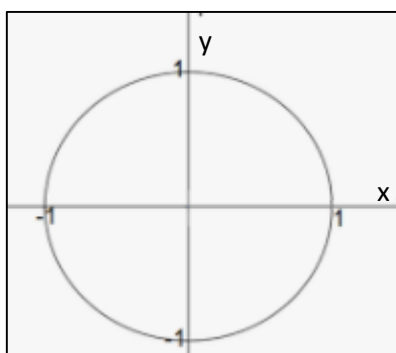


Figura 35. Trabajo en Grupo

•  $\text{Sen}\alpha = \text{---}$

•  $\text{Cos}\alpha = \text{---}$

•  $\text{Tan}\alpha = \text{---}$

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.



c)  $-300^\circ$

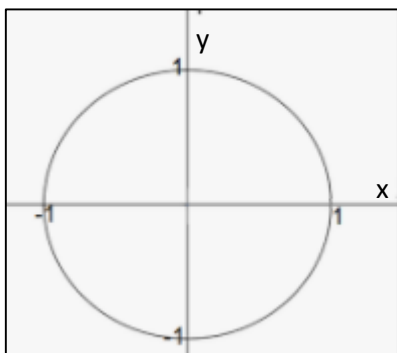


Figura 36. Trabajo en Grupo

- $Sen\alpha = \text{---}$
- $Cos\alpha = \text{---}$
- $Tan\alpha = \text{---}$

**2. Halle el valor de los ángulos correspondientes de cada gráfica.**

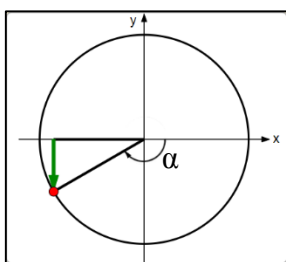


Figura 37. Trabajo en Grupo

$$sen \alpha = -\frac{1}{2}$$

Valor del ángulo: \_\_\_\_\_

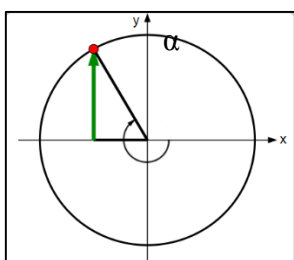


Figura 38. Trabajo en Grupo

$$sen \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Valor del ángulo: \_\_\_\_\_

**Destreza:** M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

### ACTIVIDAD # 4 - TRABAJO EN CASA

#### 1. Resuelve el siguiente problema.

- a) Elizabeth imagina que viaja al Vulcano Park ubicado en la ciudad de Quito, y decide subirse a la catapulta, muy emocionada, ella decide encontrar la altura cuando está a  $-120^\circ$  considerando que es una circunferencia de radio igual a un metro.



<https://i.ytimg.com/vi/GGeoGKiWwm>

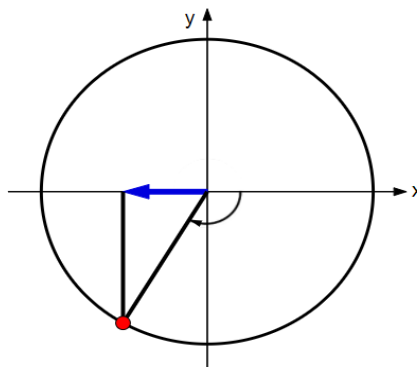


Figura 39. Trabajo en Casa

#### 2. En una hoja milimetrada realizar una circunferencia goniométrica y dibujar los ángulos de:

- a)  $-225^\circ$
- b)  $10\pi/12$
- c)  $\pi/2$
- d)  $-\pi/4$

#### 3. Encontrar las razones trigonométricas del numeral 2.

### PLANIFICACIÓN DE CLASE # 6

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas		
<b>OBJETIVO:</b>	Aplicar conocimientos aprendidos sobre las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera para aplicarlos en problemas planteados.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.				
<b>TEMA:</b>	RAZONES TRIGONÓMICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---



<p><b>Anticipación. (15 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Con la ayuda de la aplicación “Círculo Unitario Trigonometric” completar la actividad planificada.</li> </ul> <p><b>Construcción. (30 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo individual para resolver y completar los ejercicios propuestos.</li> <li>• Llenar la tabla con sus respectivos valores a manera de repaso de los conocimientos aprendidos sobre las razones trigonométricas de ángulos suplementarios y de ángulos que difieren en <math>180^\circ</math>.</li> </ul> <p><b>Consolidación (25 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo grupal, conformado por 4 integrantes para realizar el cuestionario 1 acerca de las razones trigonométricas a partir de un valor y un ángulo cualquiera.</li> </ul>	<p>M.4.2.13. Plantear y resolver problemas que impliquen la identificación de las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.</p>	<p>-Guía didáctica. -Celular. -Esferos.</p> <p>-Calculadora. -Tijeras. -Cuestionario 1.</p>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Cuestionario 1 denominado “RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO CUALQUIERA”.</p>	<p>I.M.4.6.3. Resuelve problemas que requieran identificar razones trigonométricas de un ángulo cualquiera; aplica, como estrategia de solución, la descomposición en triángulos y/o la de cuerpos geométricos; juzga la validez de resultados. (I.3., I.4.).</p>
--	--	---	--	---

<ul style="list-style-type: none"><li>• Actividad para la casa acerca de problemas y ejercicios referentes a razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.</li></ul>				
---	--	--	--	--



CLASE No.7

**RAZONES  
TRIGONOMÉTRICAS  
DE ÁNGULOS  
OPUESTOS Y  
COMPLEMENTARIOS**

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

**DURACIÓN:** 2 hora clases (80 minutos).

**CONTENIDO:**

-Sentido del ángulo.

-Coordenadas.

-Ángulo opuesto.

-Ángulo complementario.

<https://image.f>



**ACTIVIDAD # 1 - HORA DE INVESTIGACIÓN**

1. Responda las siguientes preguntas con ayuda de una investigación individual.

**a) ¿Qué es un ángulo opuesto?**

.....  
.....  
.....

**b) ¿Qué es un ángulo complementario?**

.....  
.....  
.....

**c) ¿Qué es el sistema de coordenada?**

.....  
.....  
.....

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

<https://www.google.com>



# RECUERDE

	<b>ÁNGULO POSITIVO</b>	<b>ÁNGULO NEGATIVO</b>
<b>DEFINICIÓN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El lado inicial de un ángulo positivo comienza en el semieje positivo de las abscisas.</li> <li>- Gira en sentido contrario a las agujas del reloj.</li> <li>- Posee un signo positivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El lado inicial de un ángulo negativo comienza en el semieje positivo de las abscisas.</li> <li>- Gira en el mismo sentido de las agujas del reloj.</li> <li>- Posee un signo negativo.</li> </ul>
<b>GRÁFICO</b>	<div style="text-align: center;"> <p style="font-size: small; text-align: left; margin-left: 20px;"><a href="https://www.montereyins">https://www.montereyins</a></p> </div> <p style="text-align: center; background-color: #ffe6e6;">Figura 40. Ángulo Positivo</p>	<div style="text-align: center;"> <p style="font-size: small; text-align: left; margin-left: 20px;"><a href="https://www.montereyins">https://www.montereyins</a></p> </div> <p style="text-align: center; background-color: #ffe6e6;">Figura 41. Ángulo Negativo</p>

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

https://st3.deposit



## ACTIVIDAD # 2 - HOJA DE TRABAJO 1

1. Forme grupos de 3 integrantes.
2. Cada grupo resolverá el cuestionario #1, para encontrar la relación de los ángulos opuestos y complementarios.

### Ángulos Opuestos $\alpha$ y $-\alpha$

1. Con ayuda de la siguiente imagen responda a las siguientes preguntas:

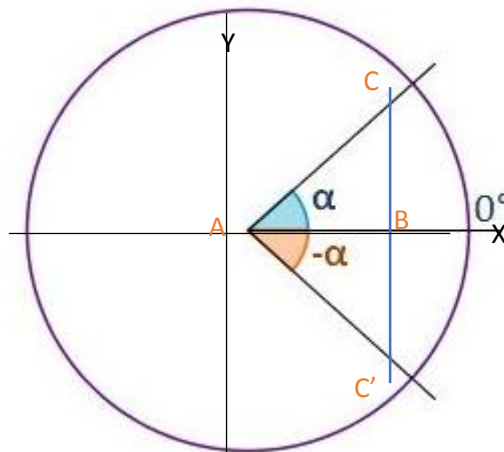


Figura 42. Ángulos Opuestos

- a) Seleccione el triángulo rectángulo ABC.

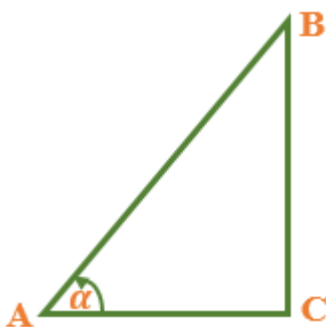


Figura 43. Triángulo Rectángulo

1. Escoja la opción correcta.

➤ **El triángulo rectángulo ABC tiene un ángulo:**

a) Positivo

b) Negativo

➤ **El triángulo rectángulo ABC se forma en las coordenadas:**

La coordenada X es:

a) Positivo

b) Negativo

La coordenada Y es:

a) Positivo

b) Negativo



**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

### Ángulos Complementarios de $\alpha$ y $(90^\circ - \alpha)$

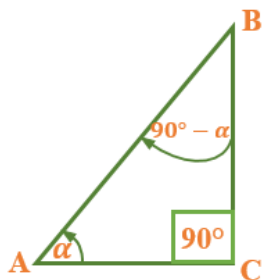


Figura 47. Ángulos Complementarios

- Recuerde que la suma de los ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ .
- Sí conocemos que uno de los ángulos internos de un triángulo rectángulo es  $90^\circ$ .
- El segundo ángulo interno lo podemos denominar  $\alpha$ .
- Por lo tanto, el tercer ángulo interno será la resta del ángulo de  $90^\circ$  y el ángulo  $\alpha$ .

### Razones Trigonométricas de Ángulos Complementarios

a) Encuentre las razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$ .

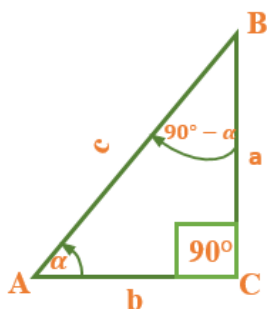


Figura 48. Razones Trigonométricas

- $\text{sen}\alpha = \frac{a}{c}$
- $\text{cos}\alpha = \frac{b}{c}$
- $\text{tan}\alpha = \frac{a}{b}$

b) Encuentre las razones trigonométricas del ángulo  $(90^\circ - \alpha)$ .

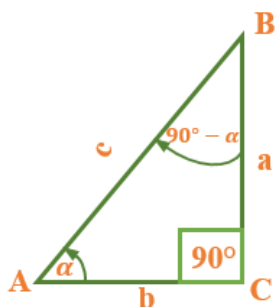


Figura 49. Razones Trigonométricas

- $\text{sen}(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{c}$
- $\text{cos}(90^\circ - \alpha) = \frac{a}{c}$
- $\text{tan}(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{a}$

c) Relacione los resultados de las razones trigonométricas del literal con el literal b.



**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

**Conclusiones:**

**Ángulos opuestos  $\alpha$  y  $-\alpha$**

1. El  $\text{sen}(-\alpha)$  tiene el mismo valor que el  $\text{sen}\alpha$ , pero con \_\_\_\_\_ signo.
2. El  $\text{cos}(-\alpha)$  tiene el mismo valor que el  $\text{cos}\alpha$ , pero con \_\_\_\_\_ signo.
3. El  $\text{tan}(-\alpha)$  tiene el mismo valor que el  $\text{tan}\alpha$ , pero con \_\_\_\_\_ signo.

**Ángulos complementarios de  $\alpha$  y  $(90^\circ - \alpha)$**

1. El  $\text{sen}\alpha$  es \_\_\_\_\_ a  $\text{cos}(90^\circ - \alpha)$ .
2. El  $\text{cos}\alpha$  es \_\_\_\_\_ a  $\text{sen}(90^\circ - \alpha)$ .
3. La  $\text{tan}\alpha$  es \_\_\_\_\_ a la  $\text{tan}(90^\circ - \alpha)$ .

**ACTIVIDAD # 3 - HORA PRÁCTICA**

**1. Resuelva los siguientes ejercicios:**

Esteban observa un molino de forma circular y que se forma un ángulo de  $300^\circ$  desde un punto inicial, Esteban desea encontrar las razones trigonométricas del ángulo mencionado.

**Nota:** Encuentre las razones trigonométricas del ángulo  $300^\circ$  utilizando ángulos opuestos.

- a) Grafique el ángulo de  $300^\circ$  y fíjese que el lado terminal coincide con el ángulo de  $-60^\circ$ , por lo tanto, graficamos el ángulo de  $-60^\circ$  para encontrar las razones trigonométricas con mayor facilidad.

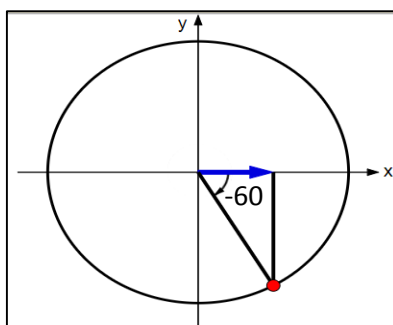


Figura 50. Hora Práctica

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

b) Busque las razones trigonométricas del ángulo de  $-60^\circ$  que son las mismas que del ángulo de  $300^\circ$ .

- $\text{sen}(-60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{cos}(-60^\circ) = 0,5$
- $\text{tan}(-60^\circ) = -\sqrt{3}$

2. Relacione las razones trigonométricas del ángulo  $30^\circ$  y su complementario como nos muestra en la siguiente imagen.

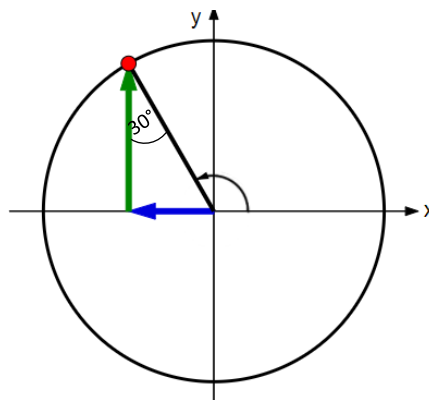


Figura 51. Ángulo  $30^\circ$

a) Calcule el ángulo  $\alpha$ :

$$180^\circ = 90^\circ + 30^\circ + \alpha$$

$$\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$$

$$\alpha = 60^\circ$$

b) Encuentre las razones trigonométricas del ángulo de  $30^\circ$  y el ángulo de  $60^\circ$ :

- $\text{sen}(30^\circ) = 0,5$
- $\text{cos}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{tan}(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{sen}(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\text{cos}(60^\circ) = 0,5$
- $\text{tan}(60^\circ) = \sqrt{3}$

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

c) Escriba la relación del ángulo de  $30^\circ$  y de  $60^\circ$ :

1. El  $\text{sen}30^\circ$  es **igual** a  $\text{cos}60^\circ$
2. El  $\text{cos}30^\circ$  es **igual** al  $\text{sen}60^\circ$
3. La  $\text{tan}30^\circ$  es **inversa** a la  $\text{tan}60^\circ$

**Destreza:** M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.

### ACTIVIDAD # 4 - TAREA PARA LA CASA

#### LUCES, CÁMARA, ¡ACCIÓN!



<https://www.pinterest.com>

1. Forme equipo con un compañero.
2. Cada integrante debe escoger un tema: Ángulos Opuestos:  $\alpha$  y  $-\alpha$  y Ángulos Complementarios:  $\alpha$  y  $90^\circ - \alpha$
3. Elaboren un video con los ejercicios que ustedes proponen, 3 de cada tema, con su respectiva explicación del procedimiento hasta llegar a la solución. Es muy importante que estén desarrollados completa y correctamente paso por paso.
4. El video no debe ser mayor a 3 minutos ni menor a 1 minuto.
5. Se considerará una rúbrica de calificación para evaluar el video con los 6 ejercicios el día de la presentación frente a toda el aula.
6. La creatividad será tomada en cuenta para un punto extra.



<https://www.pinterest.es/pin/4777334>

### PLANIFICACIÓN DE CLASE # 7

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonómicas		
<b>OBJETIVO:</b>	Relacionar los ángulos opuestos y complementarios de un triángulo rectángulo para encontrar las razones trigonométricas y resolver problemas.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.				
<b>TEMA:</b>	RAZONES TRIGONÓMICAS DE ÁNGULOS OPUESTOS Y COMPLEMENTARIOS				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (10 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los estudiantes con ayuda de un trabajo de investigación de forma individual recuerdan los conceptos de ángulos opuestos, ángulos complementarios y el sistema de coordenadas.</li> </ul> <p><b>Construcción. (40 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los educandos forman equipos de trabajo para realizar la hoja de trabajo 1 acerca de la relación de ángulos opuestos (<math>\alpha</math> y <math>-\alpha</math>) ángulos complementarios <math>\alpha</math> y <math>(90^\circ - \alpha)</math>.</li> <li>Ejercicios prácticos para aplicación de la relación de los ángulos opuestos y complementarios.</li> </ul> <p><b>Consolidación (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación del trabajo grupal que consiste en elaborar un video de no</li> </ul>	<p>M.4.2.14. Determinar las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando áreas de regiones rectangulares.</p>	<p>-Hojas. -Esferos. -Guía didáctica. -Hojas.</p> <p>-Hoja de trabajo 1.</p>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Rúbrica de evaluación.</p>	<p>I.M.4.6.3. Resuelve problemas que requieran identificar razones trigonométricas de un ángulo cualquiera; aplica, como estrategia de solución, la descomposición en triángulos y/o la de cuerpos geométricos; juzga la validez de resultados. (I.3., I.4.).</p>
--	---	--	--	---

más de 3 minutos de duración, en el cual se resuelva diferentes ejercicios sobre los temas vistos y que será presentado la siguiente clase.		-Internet. -Computadora. -Proyector.		
---	--	--	--	--

### RÚBRICA DE EVALUACIÓN. ACTIVIDAD #4

<u>Indicador de evaluación:</u> I.M.4.6.3. Resuelve problemas que requieran identificar razones trigonométricas de un ángulo cualquiera; aplica, como estrategia de solución, la descomposición en triángulos y/o la de cuerpos geométricos; juzga la validez de resultados. (I.3., I.4.).		<u>Actividad:</u> Presentación de un video realizado de forma grupal sobre los temas: Ángulos Opuestos: $\alpha$ y $-\alpha$ y Ángulos Complementarios: $\alpha$ y $90^\circ - \alpha$			
	<b>2,5</b>	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>0,5</b>
Elaboración del video (buen audio, buen enfoque de la imagen y entrega en la fecha indicada).	El video contiene toda la información solicitada.	El video contiene casi toda la información solicitada.	El video contiene poca información solicitada.	El video contiene muy poca información solicitada.	El video no contiene la información solicitada.
<b>VALORACIÓN</b>					
Refuerzo del tema (proponer un ejercicio cualquiera a sus compañeros).	Entre los dos estudiantes proponen un ejercicio de cada tema a sus compañeros.	Entre los dos estudiantes proponen un ejercicio solo de un tema a sus compañeros.	Un estudiante propone un ejercicio de cada tema a sus compañeros.	Un estudiante propone un ejercicio solo de un tema a sus compañeros.	
<b>VALORACIÓN</b>					
Participación.	Los dos estudiantes participan en el video y el día de la presentación.	Los dos estudiantes participan en el video pero solo uno en el día de la presentación.	Solo un estudiante participa en el video pero dos en el día de la presentación.	Solo un estudiante participa en el video y en el día de la presentación.	
<b>VALORACIÓN</b>					
Dominio del tema.	Los dos estudiantes tienen dominio completo en la explicación de los temas y resuelven correctamente todos los ejercicios.	Los dos estudiantes tienen poco dominio en la explicación de los temas pero resuelven correctamente todos los ejercicios.	Solo un estudiante tiene dominio en la explicación de los temas pero resuelven correctamente todos los ejercicios.	Ninguno tiene dominio en la explicación de los temas y resuelven correctamente la mitad de los ejercicios.	No hay explicación de los temas y no resuelven correctamente los ejercicios.
<b>VALORACIÓN</b>					
<b>TOTAL :     /10</b>					





CLASE No.8

# RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

---

HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE  
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

**DURACIÓN:** 2 hora clase (80 minutos).

**CONTENIDO:**

- Teorema de Pitágoras.
- Teorema de la Altura.
- Teorema del Cateto.

**ACTIVIDAD # 1 - PRUEBA DE VELOCIDAD**

1. Forme grupos de 5 estudiantes.
2. Cada integrante, en orden, pasará a la pizarra a resolver un ejercicio propuesto que se presenta a continuación.
3. Mientras un compañero está adelante desarrollando el ejercicio los demás completarán los mismos en la guía didáctica.
4. Al terminar el estudiante, lo más rápido que pueda el ejercicio, deberá entregar el marcador al siguiente compañero.
5. Ganan un punto extra todos los integrantes del grupo que termine primero y que la solución de los ejercicios sea correcta.

**EJERCICIOS**

Indique la medida en radianes del siguiente ángulo:

a)  $-270^\circ$

**1**

Calcule la medida de la siguiente expresión:

a)  $\text{sen } 45^\circ + \text{sen } 60^\circ$

**2**

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

Complete lo siguiente:

3

a)  $\text{sen}^2 \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} = 1$

b)  $\underline{\hspace{1cm}} + 1 = \frac{\hspace{1cm}}{\cos^2 \alpha}$

c)  $\cot^2 \alpha \underline{\hspace{1cm}} 1 = \underline{\hspace{1cm}}$

Aplicando razones trigonométricas de ángulos suplementarios, resuelva lo siguiente:

4

a)  $\alpha = 125^\circ$

$\cos \alpha$

Aplicando razones trigonométricas de ángulos opuestos, resuelva lo siguiente:

5

a)  $\alpha = -120^\circ$

$\tan \alpha$

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

## RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo es hallar la medida de todos sus lados y de todos sus ángulos.

### EJEMPLO 1

**Del siguiente triángulo rectángulo, calcule las medidas de los ángulos y del otro cateto, si se conoce la medida de un cateto y de la hipotenusa.**

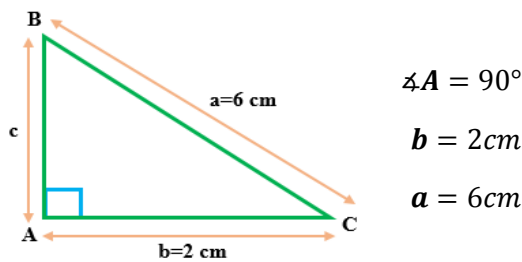


Figura 52. Resolución de Triángulos Rectángulos

Con la ayuda del Teorema de Pitágoras se puede encontrar la **medida del otro cateto**:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Despeje el cateto que se desconoce:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

Reemplace con los datos:

$$c^2 = (5)^2 - (2)^2$$

$$c^2 = 21$$

$$c \approx 4,6\text{ cm}$$

Para hallar las medidas de los dos ángulos internos faltantes, se puede emplear las razones trigonométricas.

En este caso se usa  $\cos \alpha$  para encontrar el valor de "C", entonces:

$$\cos C = \frac{b}{a} = \frac{2}{6} = 0,33$$

Despejando "C":

$$C = \cos^{-1}(0,33) = 70^\circ 43' 52,41''$$

$$\sphericalangle C \approx 71^\circ$$

La suma interna de los ángulos de un triángulo es igual a  $180^\circ$ , por lo tanto:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$180^\circ - \sphericalangle A - \sphericalangle C = \sphericalangle B$$

$$\sphericalangle B = 180^\circ - 90^\circ - 71^\circ$$

$$\sphericalangle B = 19^\circ$$

**Lados:**

$$a = 6\text{ cm} \quad b = 2\text{ cm} \quad c = 4,6\text{ cm}$$

**Ángulos:**

$$\sphericalangle A = 90^\circ \quad \sphericalangle B = 19^\circ \quad \sphericalangle C = 71^\circ$$

- Copie y resuelva los siguientes ejercicios en su cuaderno de trabajo.

1. Del siguiente triángulo rectángulo, calcule las medidas de los ángulos y del otro cateto que no se conoce.

2. Del siguiente triángulo rectángulo, calcule las medidas de los ángulos y de la hipotenusa.

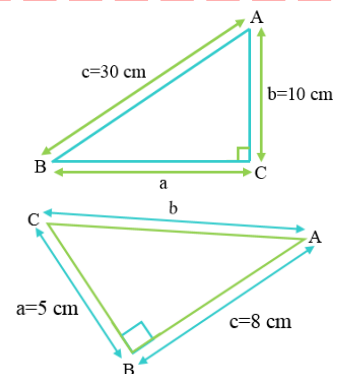


Figura 53. Ejercicios Propuestos

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

**EJEMPLO 2**

Del siguiente triángulo rectángulo, calcule las medidas de los catetos y sus ángulos, si se conoce la medida de la hipotenusa y un ángulo.

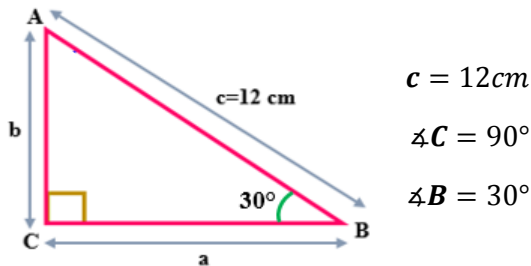


Figura 54. Resolución de Triángulos Rectángulos

La suma interna de los ángulos de un triángulo es igual a  $180^\circ$ , por lo tanto:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$$

$$180^\circ - \sphericalangle B - \sphericalangle C = \sphericalangle A$$

$$\sphericalangle A = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ$$

$$\sphericalangle A = 60^\circ$$

**Lados:**

$$a = 6\sqrt{3}\text{ cm} \quad b = 6\text{ cm} \quad c = 12\text{ cm}$$

**Ángulos:**

$$\sphericalangle A = 60^\circ \quad \sphericalangle B = 30^\circ \quad \sphericalangle C = 90^\circ$$

Para hallar las medidas de los catetos, se puede emplear las razones trigonométricas.

En este caso se usa  $\text{sen } 30^\circ$  para encontrar el valor de "b", entonces:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{b}{c}$$

Despeje el cateto que se desconoce:

$$b = c \cdot \text{sen } 30^\circ$$

$$b = (12) \text{sen } 30^\circ$$

$$b = 6\text{ cm}$$

La medida del otro cateto también puede encontrarse con las razones trigonométricas o con la ayuda del Teorema de Pitágoras.

Aplicando la razón trigonométrica  $\text{cos } 30^\circ$  en este caso:

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \text{cos } 30^\circ$$

$$a = (12) \text{cos } 30^\circ$$

$$a = 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

- Copie y resuelva los siguientes ejercicios en su cuaderno de trabajo.

1. Calcule los lados y ángulos que faltan del siguiente triángulo rectángulo, si se conoce la medida de un cateto y un ángulo.
2. Calcule los lados y ángulos que faltan del siguiente triángulo rectángulo, si se conoce la medida de un cateto y un ángulo.

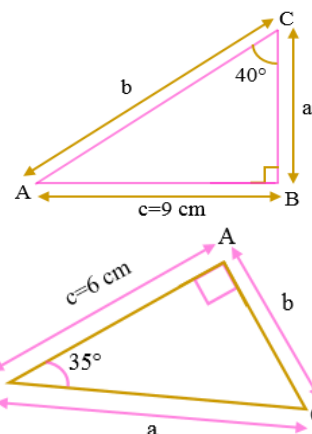


Figura 55. Ejercicios Propuestos

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

**TEOREMA DE LA ALTURA**

**Teorema:** El cuadrado de la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la misma, esto quiere decir:

$$h^2 = m * n$$

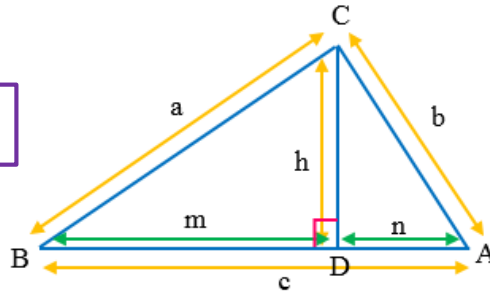


Figura 56. Teorema de la Altura

$$m + n = c$$

En donde, **m** y **n** son las proyecciones sobre la hipotenusa.

**Ejemplo**

Calcular el valor del lado *a* y *b* del siguiente triángulo rectángulo.

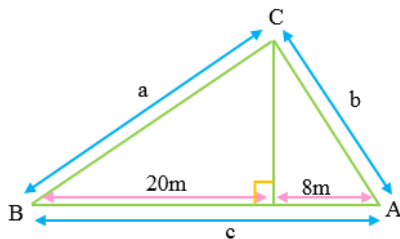


Figura 57. Ejemplo

$$m = 20m$$

$$n = 8m$$

Con ayuda del Teorema de Pitágoras se calcula el valor de *a* y *b* pero antes se necesita conocer el valor de la altura *h*.

Por lo tanto, aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = m * n$$

$$h^2 = (20)(8)$$

$$h = \sqrt{160}$$

$$h = 4\sqrt{10} \approx 12,65m$$

Por el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = h^2 + 20^2$$

$$a = \sqrt{(4\sqrt{10})^2 + (20)^2}$$

$$a = 4\sqrt{35} \approx 23,66m$$

$$b^2 = h^2 + 8^2$$

$$b = \sqrt{(4\sqrt{10})^2 + (8)^2}$$

$$b = 4\sqrt{14} \approx 14,96m$$

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

### TEOREMA DEL CATETO

**Teorema:** El cuadrado de un cateto de un triángulo rectángulo es igual al producto de la hipotenusa por la proyección del cateto sobre la misma, esto quiere decir:

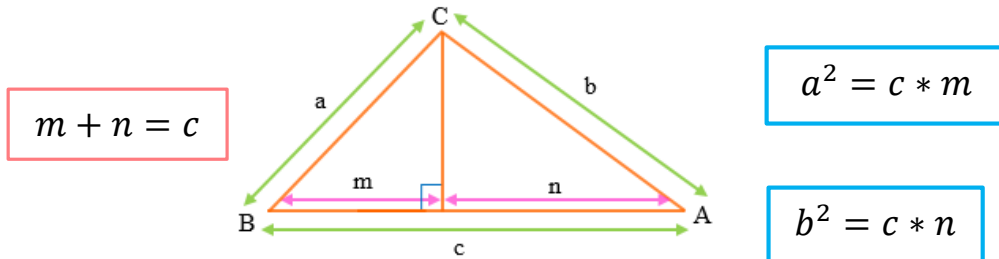


Figura 58. Teorema del Cateto

#### Ejemplo

Encuentre el valor de todos los lados y los ángulos del siguiente triángulo rectángulo:

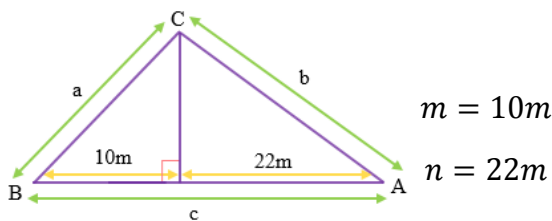


Figura 59. Ejemplo

El valor de la hipotenusa es  $c$  y  $c$  es igual a:

$$c = m + n$$

$$c = 10 + 22 = 32m$$

Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 10 y 22 m respectivamente, por lo tanto, aplicando el teorema del cateto se tiene:

$$a^2 = c * m$$

$$a = \sqrt{32 * 10}$$

$$a = 8\sqrt{5} \approx 17,88m$$

$$b^2 = c * n$$

$$b = \sqrt{32 * 22}$$

$$b = 8\sqrt{11} \approx 26,53m$$

En este caso se usa la razón trigonométrica  $\cos B$ , por lo que:

$$\cos B = \frac{10}{a} = \frac{10}{8\sqrt{5}}$$

$$B = \cos^{-1}\left(\frac{10}{8\sqrt{5}}\right)$$

$$\sphericalangle B = 56,01^\circ$$

Como se trata de un triángulo rectángulo:

$$\sphericalangle C = 90^\circ$$

Para encontrar el valor del ángulo  $A$  se usa la razón trigonométrica  $\cos A$ :

$$\cos A = \frac{22}{b} = \frac{22}{8\sqrt{11}}$$

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{22}{8\sqrt{11}}\right)$$

$$\sphericalangle A = 33,98^\circ$$

**Lados:**

$$a = 8\sqrt{5}m \quad b = 8\sqrt{11}m \quad c = 32cm$$

**Ángulos:**

$$\sphericalangle A = 34^\circ \quad \sphericalangle B = 56^\circ \quad \sphericalangle C = 90^\circ$$

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

**ACTIVIDAD #2 - CUESTIONARIO 1: RESUELVO Y APRENDO**

1. Resuelva los siguientes ejercicios propuestos.
2. Recorte y entregue al finalizar la clase.

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_



**1. Una con una línea lo siguiente:**

Teorema del Cateto

$$c = \frac{b^2}{n}$$

$$h^2 = m * n$$

Teorema de la Altura

$$m + n = c$$

**2. Lea, complete y resuelva lo siguiente:**

- a) En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 4,6 cm y 18 cm.

Por lo tanto, la altura mide \_\_\_\_\_ cm.

- b) Dado un triángulo rectángulo con hipotenusa de 17 cm. Si un cateto mide 6 cm, la proyección del mismo sobre la hipotenusa mide \_\_\_\_\_ cm.

Si el otro cateto mide 15 cm, la proyección del mismo sobre la hipotenusa mide \_\_\_\_\_ cm.



**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.



<https://previews.123rf.co>

### ACTIVIDAD # 3 - HORA DIVERTIDA

1. Formen grupos de 4 estudiantes.
2. Cada grupo tiene que completar las 4 actividades de la Gymkhana.
3. El que cumpla las 4 actividades de forma correcta será el ganador de 10 puntos, esta actividad equivale a la evaluación de la clase.

#### Indicaciones de la Gymkhana

- En cada esquina del aula de clases habrá una actividad lúdica y un ejercicio práctico que resolver acerca del teorema de la altura o el teorema del cateto.
- La actividad de cada una de las esquinas tiene que ser realizada por un estudiante diferente y los ejercicios prácticos deben ser realizados con apoyo de todos los miembros del grupo.
- Se adjunta la rúbrica de evaluación.

#### Materiales:

- 84 vasos de plástico.
- 4 cucharas.
- 4 limones.
- 4 pozuelos grandes.
- 12 fresas.

**Nota:** Primero se debe culminar cada actividad lúdica antes de iniciar con los ejercicios prácticos.

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

## GYMKHANA

### Esquina #1

**Juego de la pirámide:** El primer estudiante formará una pirámide con 21 vasos de plástico y al culminar resolverán el siguiente ejercicio.

### Ejercicio#1

- Encuentre la altura del siguiente triángulo.

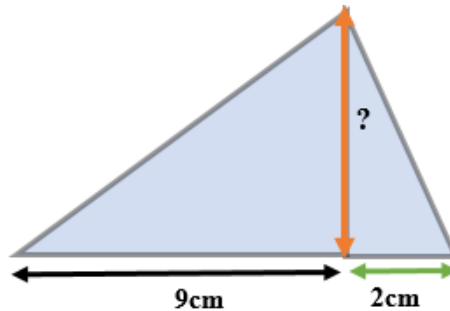


Figura 60. Ejercicio 1

### Esquina #2

**Compete el acertijo:** El segundo estudiante resolverá el acertijo.

Dos personas viajan en un automóvil, la menor es hija de la mayor, pero la mayor no es su padre. ¿Quién es?

### Ejercicio #2

- Emma y su mascota deciden ir al parque para jugar, muy emocionados llegan al lugar, su perrita corría muy emocionada y Emma lanza una pelota para que su perrita la atrapara, pero sin medir su fuerza lanza la pelota y se incrusta en una punta de una pirámide, Emma se puso muy triste y necesitan saber la altura de la pirámide para rescatar la pelota. ¡Ayúdalas!

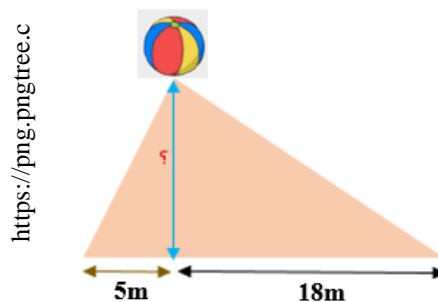


Figura 61. Ejercicio 2

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

### Esquina #3

**Juego de las carreras del limón:** El tercer estudiante llevará en su boca una cuchara con un limón, con las manos en la parte de atrás y recorrerá de ida y de vuelta sin hacer caer el limón.

#### Ejercicio #3

- Halle el valor del cateto “b

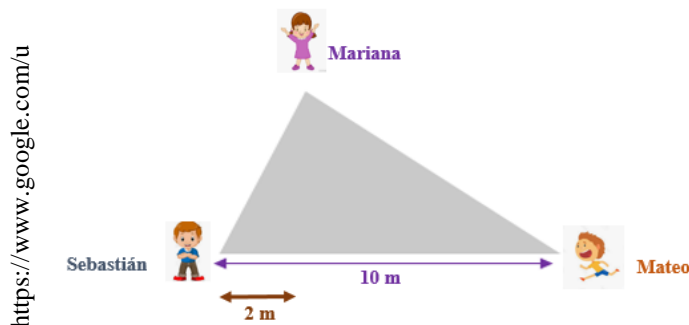


Figura 62. Ejercicio 3

### Esquina #4

**Busque la fresa:** En un pozuelo con agua se coloca 3 fresas y el cuarto estudiante tendrá que buscar una fresa con la boca y sus manos deben estar ubicadas en la parte de atrás.

#### Ejercicio #4

- Mateo, Mariana y Sebastián están jugando a los congelados, el juego consiste en correr y congelar a la persona más cercana, el niño que va a congelar es Mateo, tendrá que elegir a cuál de los dos va a congelar para ganar, los niños están ubicados como muestra la siguiente imagen.

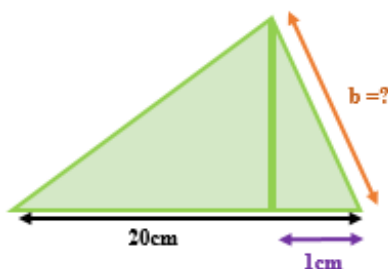


Figura 63. Ejercicio 4

- Mateo, tiene que pensar muy bien a quién capturar, pues el que está más cerca tendrá que congelar. ¿A quién tendrá que capturar Mateo?

**Destreza:** M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.

#### **ACTIVIDAD # 4 - TRABAJO PARA LA CASA**

1. Redacte y resuelva dos problemas de su vida cotidiana, relacionados, el primero con el teorema de altura y el segundo con el teorema del cateto; tiene que incluir datos, gráfica, proceso de resolución y respuesta.



<https://i.pinimg.com/originals/6f/55/>

### PLANIFICACIÓN DE CLASE # 8

<b>ÁREA/ASIGNATURA:</b>	Matemática/Matemática	<b>GRADO / CURSO:</b>	Décimo EGB	<b>PARALELO:</b>	A – B - C
<b>N° DE UNIDAD DE PLANIFICACIÓN:</b>	5	<b>TÍTULO DE LA UNIDAD:</b>	Razones Trigonométricas		
<b>OBJETIVO:</b>	Resolver problemas propuestos y juegos educativos relacionados a la resolución de triángulos rectángulos para reforzar todos los conocimientos aprendidos a lo largo de la unidad.				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO A DESARROLLAR:</b>	M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.				
<b>TEMA:</b>	RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS				
<b>EJES TRANSVERSALES:</b>	CULTURA PARA LA PAZ	<b>N° DE PERÍODOS:</b>	1	<b>FECHA:</b>	-----

<b>¿Cómo van aprender?</b> (Actividades)	<b>¿Qué van aprender los estudiantes?</b> (Destrezas con criterio de desempeño)	<b>¿Con qué?</b> (Recursos)	<b>¿Cómo se va a evaluar?</b> (Tipo de instrumento)	<b>¿Qué van a evaluar?</b> (Indicadores de evaluación)
---	--	--------------------------------	--	---

<p><b>Anticipación. (15 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>En grupos de 5 estudiantes se dará inicio con el juego “Prueba de velocidad” en el cual todos los integrantes participarán resolviendo ejercicios propuestos en la pizarra sobre todos los temas vistos en la unidad a manera de una retroalimentación. Gana el grupo que resuelva primero todos los ejercicios.</li> </ul> <p><b>Construcción. (35 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación del tema “Resolución de Triángulos Rectángulos” con la ayuda de ejercicios propuestos los cuales serán desarrollados en el cuaderno de trabajo de los estudiantes y también a manera de participación en clases, pasando a la pizarra.</li> <li>Resolver el cuestionario 1 recortable de forma grupal la cual servirá como una retroalimentación del tema y entregarla al finalizar la clase.</li> </ul>	<p>M.4.2.15. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Cuaderno de trabajo.</li> <li>-Guía didáctica.</li> <li>-Tijeras.</li> <li>-Calculadora.</li> <li>-Marcadores.</li> <li>-Pizarra.</li> </ul>	<p><b>Técnica:</b> Trabajo grupal.</p> <p><b>Instrumento:</b> Cuestionario 1.</p>	<p>I.M.4.6.1. Demuestra el teorema de Pitágoras valiéndose de diferentes estrategias, y lo aplica en la resolución de ejercicios o situaciones reales relacionadas a triángulos rectángulos; demuestra creatividad en los procesos empleados y valora el trabajo individual o grupal. (I.1., S.4.).</p>
--	--	--	---	---

<p><b>Consolidación (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Para culminar con las actividades se forma grupos de 4 estudiantes para realizar una Gymkhana divertida, la cual consta de completarla, abarcando actividades lúdicas y ejercicios relacionados con el teorema de altura y del cateto.</li> <li>• Finalmente, la actividad para la casa es la creación de problemas relacionados con el teorema de altura y cateto con sus respectivos datos, gráfica, resolución y respuesta.</li> </ul>		<p>-Hojas. -Esferos.</p>		
---	--	------------------------------	--	--

**RÚBRICA DE EVALUACIÓN. ACTIVIDAD #3**

<u>Indicador de evaluación:</u> I.M.4.6.1. Demuestra el teorema de Pitágoras valiéndose de diferentes estrategias, y lo aplica en la resolución de ejercicios o situaciones reales relacionadas a triángulos rectángulos; demuestra creatividad en los procesos empleados y valora el trabajo individual o grupal. (I.1., S.4.).		<u>Actividad:</u> Gymkhana grupal, relacionada con ejercicios del teorema de altura y del cateto denominada “ACTIVIDAD#3 – HORA DIVERTIDA”.			
	<b>2</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>0.5</b>	<b>0</b>
	Realizan 4 actividades lúdicas.	Realizan tres actividades lúdicas.	Realizan dos actividades lúdicas.	Realizan una actividad lúdica.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Realiza los cálculos de forma correcta al 100%.	Realiza los cálculos un 75% de forma correcta.	Realiza los cálculos hasta el 50% de forma correcta.	Realiza los cálculos al menos el 25% de forma correcta.	No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Llega a la meta.		No llega a la meta.		No presenta el trabajo.
<b>VALORACIÓN</b>					
	Todos los miembros grupo trabajan.		No existe apoyo grupal.		No presenta el trabajo.
<b>TOTAL:</b>	/8				
	/10				





UNIVERSIDAD DE CUENCA

## CONCLUSIONES

Al culminar el presente trabajo de titulación se obtuvo las siguientes conclusiones:

a) Al finalizar el estudio cuantitativo realizado a los estudiantes del Décimo de EGB, se ratifica las dificultades presentadas en el proceso de aprendizaje de la trigonometría, en especial en el tema de las razones trigonométricas, dichas dificultades son presentadas por el desinterés de los alumnos, las distracciones de otras actividades y por último la complejidad de la asignatura.

b) La implementación de una guía didáctica en las clases dirigida a los estudiantes de décimo de EGB sería útil, debido a que, la enseñanza de la trigonometría no dependerá de forma directa del docente, sino que, el estudiante será el que construya su propio aprendizaje.

c) El uso de las herramientas tecnológicas y recursos didácticos fueron las prioridades escogidas por los estudiantes, por ese motivo se debería implementar en las planificaciones de las clases de matemática en general y de la trigonometría en particular con el fin de que los estudiantes cumplan con el aprendizaje significativo y las clases se tornen más dinámicas e interesantes para el estudiante.

## RECOMENDACIONES

La matemática siempre será una de las materias que necesita más práctica y refuerzo a comparación de otras, por lo que es indispensable que el contenido de los temas que los docentes transmiten, sea explicado de forma clara y se comprenda en su gran mayoría. Antes de finalizar el presente trabajo, se sugieren algunas recomendaciones que valen la pena resaltar para continuar con el desarrollo del aprendizaje de la trigonometría dentro de las aulas de clase.

Los estudiantes esperan utilizar varias herramientas y recursos didácticos y esto está comprobado en los resultados obtenidos de las investigaciones realizadas, por tal motivo se consideraría muy novedoso e interesante el diseño de una plataforma virtual con los temas presentes en la guía. No solo cumpliría el objetivo de reforzar lo aprendido, sino que impulsaría a la comunidad de jóvenes a la investigación y análisis para ampliar aún más el conocimiento sobre la materia. La finalidad de esta herramienta también es la de involucrar a los padres de familia; por un lado, tendrían una mejor noción de las actividades pendientes que se envían como repaso de lo que se vio en clases ya que se les notificaría con un mensaje o correo y por otro, podrían participar de forma activa en el proceso de hacer la tarea en casa, puede ser con una explicación o aclaración si se observase que el niño no entiende completamente lo que está haciendo. Es fundamental la presencia y el interés de los padres en la educación de sus hijos.

La guía didáctica fue elaborada para los estudiantes con el objetivo de complementar su aprendizaje con un material impreso, no obstante, la presencia de los profesores no debe ser eliminada de este proceso y esto porque son ellos quienes responderán a las preguntas e inquietudes que se puedan presentar, además ayudarán a seguir y leer atentamente todas las indicaciones para completar las tareas de manera exitosa. La guía contiene 8 clases en las cuales se abordaron las Razones Trigonométricas, cada una con su planificación, por lo que se sugiere al docente que, antes de iniciar la clase, revise a fondo las actividades planteadas del nuevo tema para que conozca lo que sus alumnos van a estudiar, aunque todas han sido diseñadas de acuerdo a las necesidades y capacidades de los jóvenes éstas pueden ser modificadas de ser necesario, al igual que las planificaciones. Una forma de llevar a cabo una actividad que se usó mucho fue el trabajo de forma colaborativa, en ese caso se recomienda que el docente sea quién organice los equipos antes de empezar para evitar cualquier situación que tome más tiempo del necesario y retrase el aprendizaje.

## BIBLIOGRAFÍA

- Adame, A., Borjón, E., Hitt, F. y Torres, M. (2019). *Niveles de comprensión del concepto de identidad trigonométrica mediante visualización matemática en geogebra*.
- Alvira, F. (2011). La encuesta: una perspectiva general metodológica (Vol. 35). CIS.
- Aparicio, O. y Ortiz, L. (2018). El constructivismo y el construccionismo, *Revista de investigación y pedagogía* 115-120
- Araya, V., Alfaro, M. y Andonegui, M. (2007). Constructivismo: Orígenes y Perspectivas. *Revista Laurus, Volumen* (13), 76-92.
- Aretio, L. (2009). La guía didáctica. *Boletín Electrónico de Noticias de Educación a Distancia BENED*.
- Arévalo, D. y Ñauta, M. (2011). *Estado actual del desarrollo de destrezas lectoras en el cuarto año de educación básica de acuerdo a la teoría Piagetiana*. [Tesis de pregrado, Universidad de Cuenca]. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/2197/1/tps700.pdf>
- Arteaga, E., y Figueroa, M. (2004) La guía didáctica: sugerencias para su elaboración y utilización. *Mendive*, 2(3), 201-207.
- Barrón Ruiz, A. (1993). Aprendizaje por descubrimiento: principios y aplicaciones inadecuadas. *Enseñanza de las Ciencias, Volumen* (11), 3-11.
- Bernal, L., López, P., y Martínez, P. (2018). Guía didáctica digital: una herramienta en el proceso de enseñanza–aprendizaje Pedagogía Profesional Brasil. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*.
- Cadavid, J., Piedrahita, A., y Rosecler, B. (2016). El rol del juego digital en el aprendizaje de las matemáticas: experiencia conjunta en escuelas de básica primaria en Colombia y Brasil. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 11(2), 39-52.
- Cadena, J., Chancusig, J., Flores, G., Guaypatin, O., Izurieta, E y Venegas G. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las Tic´s en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Boletín Redipe*. 112-134.

- Cantarell, L., y Meza, A. (2002). Importancia del manejo de estrategias de aprendizaje para el uso educativo de las nuevas tecnologías de información y comunicación en educación. *Recuperado el, 2.*
- Carretero, M. (1997) *Constructivismo y educación*. México. Progreso.
- Chocho, J. (2014). *Estrategias metodológicas para el desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño del bloque curricular numérico del área de matemática en los niños del cuarto año de educación general básica de la escuela fiscal mixta “José Miguel Burneo Burneo”, periodo lectivo 2011-2012, lineamientos propositivos*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Loja]. <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/15331/1/TESIS%20JULIA%20CHOCHO.pdf>
- Criado del Pozo, M. y Gonzales, J. (2003). *Psicología de la educación para una enseñanza práctica*. Madrid. Editorial CCS
- Del Moral, M., Fernández, L., y Guzmán, A. (2016). Proyecto Game to Learn: aprendizaje basado en juegos para potenciar las inteligencias lógico-matemática, naturalista y lingüística en primaria Píxel-Bit. *Revista de Medios y Educación*.
- Díaz, J. Herrera, S., Saucedo, F y Recio, E. (2013). El video tutorial como alternativa didáctica en el Área de matemáticas.
- Flores, A. (2013). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *Perspectivas docentes, Volumen (52)*, 43-58.
- Flores, J., Ávila, J., Rojas, C., Sáez, F., Acosta, R. y Díaz, C. (2017). *Estrategias Didácticas para el aprendizaje significativo en contextos universitarios*. Universidad de Concepción. [http://docencia.udec.cl/unidd/images/stories/contenido/material\\_apoyo/ESTRATEGIAS%20DIDACTICAS.pdf](http://docencia.udec.cl/unidd/images/stories/contenido/material_apoyo/ESTRATEGIAS%20DIDACTICAS.pdf)
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2(3), 11-44.
- García, C. y Gómez I. (2006). Algoritmos de aprendizaje: knn & kmeans. *Inteligencia en Redes de Comunicación, Universidad Carlos III de Madrid*, 23.

- Garnica, J., Monzalvo, A., Morales, H., Reséndiz, G., y Toto, I. (2019). Tutorial Interactivo de Trigonometría, como alternativa didáctica para la comprensión teórica y práctica de las matemáticas. *In INNODOCT/18. International Conference on Innovation, Documentation and Education* (pp. 911-921). Editorial Universitat Politècnica de València.
- González, I. (2014). El recurso didáctico. Usos y recursos para el aprendizaje dentro del aula. En *109 Reflexión Pedagógica. Ensayos de estudiantes de la Facultad de Diseño y Comunicación*. (3ª ed., p. 15). Buenos Aires: Universidad de Palermo. [https://fido.palermo.edu/servicios\\_dyc/publicacionesdc/archivos/571\\_libro.pdf](https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/571_libro.pdf)
- Guevara Niebla, G. (18 de febrero de 2020). El aprendizaje por imitación. *Crónica. Com. Mx*. [https://www.cronica.com.mx/notas-el\\_aprendizaje\\_por\\_imitacion-1146155-2020](https://www.cronica.com.mx/notas-el_aprendizaje_por_imitacion-1146155-2020)
- Holubec, E. Johnson, D. & Johnson, R. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós SAICF
- Jano Salagre, D. y Ortiz Serrano, S. (2003). *Determinación de los factores que afectan al rendimiento académico en la educación superior*. Universidad Autónoma de Madrid. <https://economicsofeducation.com/wp-content/uploads/oviedo2005/P4.pdf>
- León, A., Opina, L., y Ruiz, R. (2012). Tipos de aprendizaje promovidos por los profesores de matemática y ciencias naturales del sector oficial del departamento del Quindío, Colombia. *Revista Científica Guillermo de Ockham*, 10(2), 49-63.
- Litardo Aguirre, R. (2019). *Los materiales didácticos en el aprendizaje significativo en los estudiantes del subnivel medio en el área de lengua y literatura. Guía de recursos didácticos*. [Trabajo de titulación, Universidad de Guayaquil]. <http://repositorio.ug.edu.ec/bitstream/redug/46237/1/BFILO-PD-LP1-20-002%20LITARDO%20AGUIRRE.pdf>
- López., Mortera, F. y Rodríguez, R. (2017). El video como Recurso Educativo Abierto y la enseñanza de Matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*.
- Martín Márquez, L. (2016). *El trabajo colaborativo e individual para fomentar la participación del alumno en el aula de Comunicación y Atención al Cliente de*



- Grado Superior de Administración*. [Trabajo fin de master, Universidad Internacional de la Rioja]. <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3976/MARTIN%20MARQUEZ%2C%20LAURA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mejía, L (2013). La guía didáctica: práctica de base en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en la gestión del conocimiento. *Apertura*, 5(1), 66-73.
- Méndez, G., Muñoz, E. & Rojano, J. (2019). Mejorando el aprovechamiento de las actividades colaborativas por pares de estudiantes utilizando tecnología educativa en matemática. *Complutense de Educación*.
- Meza, A. (2013). Estrategias de aprendizaje. Definiciones, clasificaciones e instrumentos de medición. *Propósitos y Representaciones*, 1(2), 193-213. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2013.v1n2.48>
- Orellana, R. (2009). *Mapas conceptuales y aprendizaje significativo*: El Cid Editor.
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia. Colección de Filosofía de la Educación. Volumen (19)*, 93-110.
- Ospina, J. (2006). La motivación, motor del aprendizaje. *Revista Ciencias de la Salud*, 4.
- Pastuizaca Fernández, E. y Galarza Navarro, M. (2010). *Recursos didácticos en el aprendizaje significativo de las matemáticas*. [Tesis de pregrado, Universidad Estatal de Milagro]. <http://repositorio.unemi.edu.ec/bitstream/123456789/360/3/RECURSOS%20DIDACTICOS%20EN%20EL%20APRENDIZAJE%20SIGNIFICATIVO%20DE%20LA%20MATEMATICAS.pdf>
- Piaget, J. (1967). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Seix Barral
- Pinzón, P. (2018). Aprendizaje de las matemáticas con el uso de simulación. *Sophia*, 14(1), 22-30.
- Rodríguez Ariza, C. (01 de septiembre de 2017). El Aprendizaje por Observación y la Teoría del Aprendizaje Social de Bandura. "*TripleAD*": *Aprendiendo a Aprender para el Desarrollo*. <https://triplead.blog/2017/09/01/el-aprendizaje-por-observacion-y-la-teoria-del-aprendizaje-social-de-bandura/#comments>



- Salas, R. y Salas, J. (2018). Simulador Logic.ly ¿Herramienta tecnológica para facilitar el proceso enseñanza aprendizaje sobre las Matemáticas? *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*.
- Saldarriaga, P., Bravo, G. y Loor, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea. *Revista Científica. Dominio de las Ciencias. Volumen (2)*, 127-137.
- Shaffer, D. W. (2006). *Explorando la trigonometría con el bloc de dibujo*.
- Valle, A., González Cabanach, R., Cuevas González, L. y Fernández Suárez, A. (1998). Las estrategias de aprendizaje. Características básicas y su relevancia en el contexto escolar. *Revista de Psicodidáctica, Volumen (56)*, 53-68.
- Vargas Murillo, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos Hospital de Clínicas, Volumen (58)*, 1-7.
- Zapata-Ros, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo”. *Education in the Knowledge Society, Volumen (16)*, 69-102.



ANEXOS

**“HERRAMIENTAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS”**

Estimados estudiantes de Primero de Bachillerato, reciban un cordial saludo por parte de las estudiantes de 9<sup>mo</sup> ciclo de la carrera de Matemáticas y Física, de la Universidad de Cuenca, quienes estamos realizando una investigación con el objetivo de analizar el impacto positivo o negativo que poseen las herramientas y recursos didácticos en el aprendizaje de la trigonometría, en específico de la unidad didáctica denominada Razones Trigonométricas de 10<sup>mo</sup> de EGB, por lo que le solicitamos conteste la siguiente encuesta con la mayor honestidad posible, leyendo detalladamente cada pregunta.

Recuerde que la información será confidencial y únicamente para fines educativos.

De antemano, muchas gracias por su participación.

ENCUESTA

1. ¿Tiene conocimiento sobre la existencia de las herramientas y recursos didácticos que se pueden utilizar para su proceso de aprendizaje en las clases de trigonometría?

	Nada	Muy poco	Poco	Bastante	Mucho
Libro de texto					
Material Concreto					
Rompecabezas					
Láminas educativas					
Diapositivas					
Juegos virtuales					
Videos Educativos de YouTube					

2. En las clases de trigonometría, ¿con qué frecuencia utilizó las herramientas y recursos didácticos para su proceso de aprendizaje?

	Nunca	Rara vez	Algunas veces	Regularmente	Siempre
Pizarra					
Libro de texto					
Material Concreto					
Rompecabezas					
Láminas educativas					



Diapositivas					
Juegos virtuales					
Videos Educativos de YouTube					

**3. En una escala del 1 al 5, siendo 1 el más bajo y 5 el más alto, en las clases de trigonometría, para reforzar su proceso de aprendizaje, ¿con qué tipos de herramientas y recursos didácticos le gustaría trabajar?**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Pizarra					
Libro de texto					
Material Concreto					
Rompecabezas					
Láminas educativas					
Diapositivas					
Juegos virtuales					
Videos Educativos de YouTube					

**4. En relación con los recursos o herramientas que ayudan a su proceso de aprendizaje, ¿en qué medida está de acuerdo con las siguientes afirmaciones?**

	<b>Muy de acuerdo</b>	<b>De acuerdo</b>	<b>Poco de acuerdo</b>	<b>En desacuerdo</b>
La explicación del profesor en la pizarra es suficiente para lograr los aprendizajes				
Aprendo solo con el libro de texto				
El material Concreto un excelente apoyo del aprendizaje				
Los rompecabezas facilitan el aprendizaje				
Utilizo las láminas educativas para mi aprendizaje				
Las diapositivas me ayudan al proceso de aprendizaje				
Los Juegos virtuales facilitan el aprendizaje				
Los Videos Educativos de YouTube ayudan al aprendizaje				

5. En una escala del 1 al 5, siendo 1 el más bajo y 5 el más alto, ¿qué herramientas y recursos didácticos cumplen un papel más importante en el desarrollo de las clases de trigonometría?

	1	2	3	4	5
Pizarra					
Libros de texto					
Material Concreto					
Rompecabezas					
Láminas educativas					
Diapositivas					
Juegos virtuales					
Videos Educativos de YouTube					

6. Según su criterio, las siguientes actividades favorecen en su proceso de aprendizaje de la unidad didáctica: Razones trigonométricas.

	Muy de acuerdo	De acuerdo	Poco de acuerdo	En desacuerdo
Actividades Individuales				
Actividades Grupales				
Exposiciones individuales				
Exposiciones grupales				
Actividades de investigación				
Actividades con uso de la tecnología				
Resolución de problemas				

7. Su rendimiento académico dentro de la unidad didáctica: Razones trigonométricas puede verse afectado por:

	Muy de acuerdo	De acuerdo	Poco de acuerdo	En desacuerdo
Complejidad de la asignatura				
Ausencia de motivación				
Distracciones con los compañeros				
No es del interés del alumno				
Tareas pendientes de otras materias				

8. Para su proceso de aprendizaje en las clases de trigonometría, ¿qué tipos de herramientas y recursos didácticos le gustaría usar de manera constante?

	Muy de acuerdo	De acuerdo	Poco de acuerdo	En desacuerdo
Videos Educativos				
Juegos virtuales				
Software educativo				
Simuladores				
Diapositivas				
Pizarra				
Libro de texto				
Guías didácticas				
Calculadora				
Laminas educativas				

9. ¿Le gustaría trabajar con una guía que incluya herramientas y recursos didácticos creativos para aprender trigonometría?

Muy de acuerdo	De acuerdo	Poco de acuerdo	En desacuerdo

10. ¿Es de su interés aprender matemáticas participando en un equipo y desarrollando su autoaprendizaje?

Muy de acuerdo	De acuerdo	Poco de acuerdo	En desacuerdo