

Aplicación del diseño experimental para el análisis de pavimentos rígidos basado en el método de la PCA

Jaime Bojorque I.¹ , Abel Cabrera I.² , Diana Urgiles P.² 

¹ Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad de Cuenca, Av. 12 de Abril s/n, Cuenca, Ecuador, 010203.

² Ingeniero graduado de la Universidad de Cuenca, Facultad de Ingeniería, Av. 12 de Abril s/n, Cuenca, Ecuador, 010203.

Autor para correspondencia: jaime.bojorque@ucuenca.edu.ec

Fecha de recepción: 15 de julio de 2017 - Fecha de aceptación: 20 de septiembre de 2017

ABSTRACT

In this document analytical equations for the prediction of the rigid pavement slab thickness according to the method of PCA (Portland Cement Association) are proposed. The research was performed using the statistical technique of experimental design, for which the input data was determined by an analysis of the equations, tables, graphs and nomograms proposed by the PCA. A computer program was implemented in MATLAB to analyze various parameters in an efficient manner, allowing the selection of viable solutions. The proposed models allow the analysis of the slab thickness in a simpler way without having to incur the subjectivity of using nomograms, figures and tables. The derived equations have a significant reliability expressed through the correlation coefficients that are higher than 0.9750. Analysis of the models revealed that the use or not use of concrete berms largely influences the slab thickness, while the use or not use of dowels have a smaller effect. Independent of the use of berms, in the case of using dowels, the proposed models were the simplest and the most influential variable was the concrete rupture modulus. If dowels are not used, the reaction module of the subgrade was the parameter with the highest incidence. Examination of the most relevant parameters enabled optimization of the slab thickness, and definition of the design with best cost-benefit.

Keywords: Experimental design, rigid pavement, PCA.

RESUMEN

En este documento se proponen ecuaciones analíticas para la predicción del espesor de la losa en pavimentos rígidos en función del método de la PCA (Portland Cement Association). La investigación se realizó aplicando la técnica estadística de diseño experimental, para la cual los datos de partida fueron determinados mediante un análisis de las ecuaciones, tablas, gráficos y nomogramas propuestos por la PCA. Un programa computacional fue implementado en MATLAB con la finalidad de analizar varios parámetros de una manera eficiente, permitiendo la selección de soluciones viables. Los modelos propuestos permiten el análisis del espesor de la losa de una forma más simple sin tener que incurrir a la subjetividad de emplear los nomogramas, figuras y tablas. Las ecuaciones derivadas tienen una confiabilidad significativa, expresada a través de los coeficientes de correlación que fueron mayores de 0.9750. Del análisis de los modelos se estableció que el uso o no de bermas de concreto influye en gran medida en la determinación del espesor de la losa, y en menor grado afecta el uso o no de pasadores. Independiente del uso de bermas, en caso de emplear pasadores, los modelos propuestos fueron los más simples y la variable más influyente fue el módulo de rotura del concreto. Si no se usan pasadores, el módulo de reacción de la subrasante fue el parámetro con mayor incidencia. De un análisis de los parámetros más relevantes se puede optimizar el espesor de la losa, determinándose un diseño con el mejor costo-beneficio.

Palabras clave: Diseño experimental, pavimento rígido, PCA.

1. INTRODUCCIÓN

En el Ecuador, como en varios países del mundo, se emplea el método de la AASHTO-93 (American Association of State Highway and Transportation Officials, 1993) (AASHTO, 1993) y PCA (Portland Cement Association) (PCA, 1984/1995) para el diseño de pavimentos rígidos (Hall, 2000). Estos métodos han sido desarrollados a partir de ensayos a gran escala, obteniéndose ecuaciones, tablas, nomogramas y figuras de manera empírica. Debido a su gran aplicación en varios diseños, estos métodos se han convertido en criterio general del Ministerio de Transportes y Obras Públicas (MTO) y de los Gobiernos Autónomos Descentralizados (GADs) para el diseño de carreteras.

Si bien en la actualidad la tendencia es dirigirse hacia el diseño de pavimentos por métodos mecánicos-empíricos como el de la AASHTO (2008), donde se consideran en detalle las propiedades de los materiales y conceptos teóricos de los esfuerzos y deformaciones en las capas. Estos métodos aún no pueden ser empleados en el Ecuador y en otros varios países, debido a los requerimientos en ensayos de los materiales que demandan equipamiento sofisticado. Hasta que en el país se implementen laboratorios y centros de investigación con el equipamiento necesario y personal capacitado, los métodos de la AASHTO y PCA seguirán siendo utilizados en el diseño de carreteras. Generalmente, ambos métodos se emplean en los informes de diseño de pavimentos rígidos para tener una comparación entre los mismos y validar el resultado propuesto. Sin embargo, se debe tener cuidado en comparar los resultados entre los métodos de la AASHTO y PCA, porque el método de la AASHTO se basa en la confiabilidad, utilizando valores medios para todas las variables, mientras que el método de la PCA no considera la confiabilidad, sino que incorpora factores de seguridad de carga y propiedades de los materiales más conservadoras. El método AASHTO se basa en las aplicaciones equivalentes de carga eje simple de 18 kip (80 kN) y no distingue el tipo de deterioro; el método PCA considera tanto el agrietamiento por fatiga como el de erosión, utilizando cargas reales de ejes simples y tándem (Huang, 1993). Teniendo en cuenta el hecho de que el agrietamiento por fatiga es más crítico bajo cargas en eje simple y la erosión es más crítica en cargas de ejes tándem, no es razonable usar cargas equivalentes para el diseño de pavimento rígido, ya que la conversión de una carga en eje tándem a una carga equivalente de un solo eje cambia realmente el modo de fallo de erosión en la junta a uno de fatiga en la losa.

En el método de la AASHTO, una vez determinado el valor de la resistencia relativa de soporte del conjunto subrasante/subbase, se puede emplear la ecuación para determinar el espesor de la losa. En el caso de la PCA, esta organización no sugiere ecuaciones directas para la determinación del espesor, empleado nomogramas, figuras y tablas para tal fin. De aquí que la investigación planteada en este documento pretende separar la subjetividad en la valoración de figuras, nomogramas y tablas, usado en el método de la PCA, permitiendo la eliminación de errores y apreciaciones subjetivas. Ello se consigue con la propuesta de ecuaciones analíticas que permitan optimizar el diseño de los pavimentos rígidos, considerando adicionalmente los parámetros de mayor sensibilidad.

La primera versión de la Portland Cement Association (PCA) para el diseño del espesor del pavimento fue publicada en 1966. La versión que se emplea actualmente es la de 1984/1995 que incluye nuevos criterios sobre la erosión de la cimentación y los criterios convencionales de fatiga (FHWA, 1989; Huang, 1993). Los procesos de diseño se basan en estudios teóricos, experiencia de investigación en campo y observaciones del desempeño de pavimentos en servicio. La base fundamental del procedimiento PCA para el diseño estructural de pavimentos de hormigón se basa en el concepto de daños por fatiga, que incluye la erosión del soporte de la losa. El criterio de fatiga se establece para controlar el agrietamiento debido a las repeticiones de carga del tráfico, y el criterio de erosión se establece para controlar el fallo de los pavimentos debido al exceso de bombeo, la erosión de la cimentación y la falla de las juntas. El desarrollo del criterio de erosión también se correlaciona con los estudios sobre fallas en las juntas (FHWA, 1989).

Un ejemplo de la complejidad de emplear los nomogramas es el presentado en la Figura 1. El nomograma se emplea en el método de la PCA para determinar el número de repeticiones de carga admisibles (allowable load repetitions), en el cual es necesario identificar aproximadamente la carga de cada eje, el factor de esfuerzo y el número de repeticiones. Para cada nivel de carga considerado, el número esperado de repeticiones de carga dividido para la vida de diseño se expresa como un porcentaje de las repeticiones permisibles de ese nivel tanto a la fatiga y erosión. Un espesor adecuado

es aquel para el cual la suma de las contribuciones de todos los niveles de carga por eje es inferior al 100 por ciento relacionado con los daños por fatiga y erosión (Hall, 2000; Montejo-Fonseca, 2008).

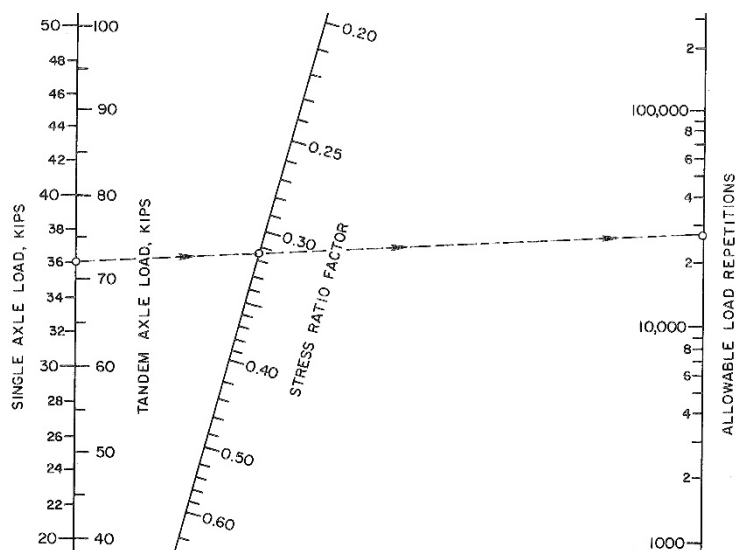


Figura 1. Nomograma para estimación del número de repeticiones de carga admisibles (PCA, 1984/1995).

Al ser el método de la PCA un proceso iterativo donde se estima un espesor de partida y se va analizando los resultados considerando que el porcentaje de fatiga y erosión no superen el 100% pero que este cerca de este valor, es necesario calcular el número de repeticiones admisibles varias veces con diferentes valores de carga. Este proceso se hace complejo incurriendo en errores involuntarios y/o de apreciación. El método de la PCA emplea diferentes nomogramas en función del tipo de pavimento a diseñar. Es así como hace una distinción clara en pavimentos que tienen bermas en los bordes y los que no tiene, y en pavimentos que utilizan dispositivos de transferencia de carga (pasadores) y los que no utilizan (PCA 1984/1995). En este trabajo se analizan los cuatro casos que se presentan en base a estas consideraciones, a saber: pavimentos con bermas y con pasadores, con bermas y sin pasadores, sin bermas y con pasadores, y sin bermas y sin pasadores.

Poder contar con ecuaciones analíticas de fácil uso permitirá la estimación del espesor de la losa de una manera adecuada y directa. Adicionalmente, el proceso seguido para determinar las ecuaciones analíticas, que es el diseño experimental, permite identificar los parámetros más relevantes para cada diseño, permitiendo una optimización en la selección del espesor y tipo de pavimento a diseñar.

2. MÉTODOS DE ANÁLISIS

En esta sección se presentan el procedimiento empleado en el desarrollo de las ecuaciones analíticas a través del método experimental (análisis estadístico) del método de la PCA, evitando así el empleo de tablas, figuras y nomogramas. El método experimental apoya en la determinación de ecuaciones que mejor se ajusten a las observaciones. Los datos de partida han sido obtenidos a través de un programa computacional desarrollado para tal fin. Las subrutinas de partida han sido tomadas y modificadas del estudio realizado por Cabrera & Urgiles (2017), en donde el método de la PCA ha sido codificado en MATLAB (2015). Si bien existen programas computacionales desarrollados para el método de la PCA, por ejemplo, PCAWIN o PCAcálculo (Lee & Carpenter, 2001; Castro & Orobio, 2015), estos no son de fácil acceso para emplear en el presente estudio. Para el diseño experimental se emplea la función de "linear regression model" de la librería de MATLAB. Los modelos de regresión describen la relación entre una variable dependiente y una variable o variables independientes. La variable

dependiente se denomina variable de respuesta, y las variables independientes variables explicativas o predictoras (MATLAB, 2015).

Los modelos de regresión lineal considerados son: a) modelo lineal (ecuación 1), b) lineal más interacciones de términos (ecuación 2), c) cuadrático puro (sin términos de interacciones) (ecuación 3), y d) cuadrático (ecuación 4). Adicionalmente, se evaluaron otros modelos derivados del modelo cuadrático, eliminando los términos no significativos, es decir, aquellos cuyos valores de p son mayores a 0.05 (Kostic, Vasovic, & Sunaric, 2016). El modelo matemático (ecuación analítica) propuesto para cada caso es aquel que da un buen ajuste expresado a través del coeficiente de correlación R^2 y que tiene el menor número de términos, esto es, se busca el modelo más simple que determine una adecuada estimación del espesor de la losa.

a) Modelo lineal

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \quad (1)$$

b) Modelo lineal más interacciones de términos

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

c) Modelo cuadrático puro (sin términos de interacciones)

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 \quad (3)$$

d) Modelo cuadrático completo

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 \quad (4)$$

Los coeficientes β 's son los valores por determinar, las variables x_i y x_j representan las variables independientes, en este caso, el número de repeticiones esperadas (N), el módulo de rotura del concreto (MR), el módulo de reacción de la subrasante (k) y el espesor de la capa de subbase (Db), y n es el número de variables analizadas (en ese caso 4). Utilizando el modelo lineal, como ejemplo, y empleando la ecuación 1, la ecuación resultante es:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i x_i \Rightarrow h = \beta_0 + \beta_1 * N + \beta_2 * MR + \beta_3 * k + \beta_4 * Db \quad (5)$$

y la variable dependiente es el espesor de la losa del pavimento rígido (h).

El método experimental identifica las relaciones entre las variables a partir de un grupo de datos experimentales, genera conocimientos sobre un proceso, busca combinaciones óptimas de las variables de entrada y obtiene un conjunto de pruebas sometidas a cambios sistemáticos que pueden ser analizadas estadísticamente con el fin de obtener conclusiones objetivas (Yacuzzi, Martín, Quiñones, & Popovsky, 2004). Para el empleo del diseño experimental, se han considerado dos elementos que son la reproductividad y aleatoriedad, es decir, el método puede realizarse bajo las mismas condiciones y las veces que sean necesarias y puede realizarse con un orden de procesos y valores de variables aleatorias (Reyes-Aguilar, 2009). Para el análisis homogéneo de las variables se deben emplear los valores máximos, medios y mínimos de cada una de las variables de entrada, generando así una matriz de datos de las diferentes combinaciones (Kostic *et al.*, 2016).

Para el análisis estadístico de la PCA la variable dependiente es el espesor de la losa del pavimento rígido, siendo las variables independientes: el número acumulado de repeticiones de cargas esperadas (N), el módulo de rotura del concreto (MR), el módulo de reacción de la subrasante (k), y el espesor de la capa de subbase granular (Db). En la variable N están incluidos diferentes parámetros que pueden cambiar en un diseño como son el tránsito promedio diario (TPD), el período de diseño estructural, la tasa de crecimiento vehicular, el factor de distribución por carril, y el factor de distribución por dirección (Montejo-Fonseca, 2008). A las cuatro variables independientes N , MR , k , y Db , se les asigna un valor máximo y mínimo, el valor medio es el promedio de estos dos últimos. Para estandarizar el análisis, es decir, evitar valores de diferente magnitud (homogeneidad), se codifican los valores de la siguiente manera +1 (máximo), 0 (media) y -1 (mínimo). La codificación de los valores es necesaria para realizar la comparación de la importancia de cada variable en la estimación del espesor de losa, independientemente de su unidad de medida. Los valores máximos y mínimos se han determinado en base de los valores presentados en las tablas, figuras y nomogramas de la PCA, asignándose los siguientes valores, ver la Tabla 1.

Tabla 1. Rango de valores de las variables empleadas en el diseño experimental.

Parámetro	Mínimo (código)	Media (código)	Máximo (código)
Número de repeticiones esperadas (N) [-]	$5 \cdot 10^5$ (-1)	$5.25 \cdot 10^6$ (0)	$1 \cdot 10^7$ (+1)
Módulo de rotura del concreto (MR) [psi]	550 (-1)	600 (0)	650 (+1)
Módulo de reacción de la subrasante (k) [pci]	73 (-1)	184 (0)	295 (+1)
Espesor de la subbase (Db) [pulgadas]	4 (-1)	8 (0)	12 (+1)

De la combinación de estos valores se obtiene un total de 81 análisis para cada tipo de pavimento (considerando bermas y pasadores), es decir, se generan un total de 324 resultados en total, los mismos que serán empleados para determinar el mejor modelo a través del diseño experimental.

En el método de la PCA, las cargas por eje de la vía se determinan a través de un estudio de tráfico realizando el conteo y pesaje. Debido a que en muchas de las vías no se cuenta con la distribución de las cargas por eje, la PCA ha propuesto cuatro categorías de tráfico: liviano, medio, pesado y muy pesado (PCA, 1984/1995). En este análisis se ha considerado la categoría de tráfico pesado (categoría 4) que tiene una distribución que va desde los 16 a los 34 kips en eje simple y desde 24 a 60 kips en eje tándem. El factor de ponderación de carga para este tipo de vía es de 1.2 al ser tráfico muy pesado. Así también, para los análisis donde es necesario contar con la resistencia a compresión simple y el módulo de elasticidad del concreto, estos parámetros se obtienen del módulo de rotura en base a la ecuación 6 y 7, respectivamente.

$$f'c = \left(\frac{MR}{8}\right)^2 \quad (6)$$

$$Ec = 57,000^2 \sqrt{f'c} \quad (7)$$

donde:

$f'c$ = resistencia a compresión del concreto (psi)

Ec = módulo de elasticidad del concreto (psi)

MR = módulo de rotura del concreto (psi)

Adicionalmente, para la identificación los coeficientes más influyentes de los modelos, se emplearán los diagramas de Pareto que tiene el propósito de ayudar a determinar las principales causas de un problema. Estos diagramas se desarrollaron a partir de las observaciones del economista Vilfredo Pareto, quien identificó que pocas causas son responsables de la mayoría de los efectos en un problema (pocos vitales, muchos triviales) (Rafter, Abell, & Braselton, 2003). Finalmente, se analizará el efecto de cada una de las variables (N , MR , k y Db) en la determinación del espesor de la losa

realizando un análisis de sensibilidad que consiste en hacer variar una a una las variables, mientras las demás permanecen constantes en su valor medio. De este análisis se desprenderá información sobre las variables que hay que tener mayor atención para optimizar el diseño.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Modelos propuestos

El modelo de partida empleado para el presente estudio corresponde al modelo cuadrático (ecuación 4). Para las cuatro variables en análisis, un total de 15 coeficientes se emplean en este modelo, un intercepto, cuatro términos lineales, seis interacciones entre términos y cuatro términos cuadráticos. Este modelo cuadrático se emplea para cada caso, es decir, para pavimentos: a) con bermas y con pasadores, b) con bermas y sin pasadores, c) sin bermas y con pasadores, y d) sin bermas y sin pasadores.

Para el segundo análisis, del modelo cuadrático se excluyen los términos en los cuales se obtiene un p-valor >0.05 pues son términos que no influyen en mayor medida en el resultado. Se prosigue evaluando los modelos; lineal (ecuación 1), solo interacciones (ecuación 2) y cuadrático puro (ecuación 3). Para considerar el modelo adecuado para cada caso se toma en cuenta tres criterios, el primero relacionado con el coeficiente de correlación R^2 , el segundo relativo a la dispersión de los puntos con respecto a lo esperado (observaciones) y el tercero considerando el modelo más sencillo (con menor número de términos). El coeficiente R^2 indica la calidad del modelo para replicar los resultados y la proporción de variación de los resultados que puede explicarse por el modelo. En la Tabla 2 se presentan los valores del coeficiente de determinación (correlación) R^2 para cada uno de los modelos analizados y para cada caso de estudio.

Tabla 2. Valores de los coeficientes de correlación R^2 para los diferentes modelos y casos de estudio.

Modelo matemático/ Caso de estudio	con bermas con pasadores	con bermas sin pasadores	sin bermas con pasadores	sin bermas sin pasadores
Cuadrático	0.9989	0.9900	0.9983	0.9926
Cuadrático sin términos p-valor >0.05	0.9988	0.9903*	0.9983	0.9927*
Cuadrático puro sin interacciones	0.9915	0.9463	0.9890	0.9510
Términos lineales e interacciones	0.9547	0.9432	0.9546	0.9625
Lineal	0.9512	0.9055	0.9492	0.9254
Otro modelo	0.9958*		0.9754*	

* Modelo propuesto

Para los cuatro casos se obtienen valores de R^2 mayores al 0.9750, considerado adecuado en el ajuste propuesto. En el caso de pavimentos con bermas y con pasadores se tiene un $R^2=0.9958$; para pavimento con bermas y sin pasadores $R^2=0.9903$; para un pavimento sin bermas y con pasadores el $R^2=0.9754$; y sin bermas y sin pasadores $R^2=0.9927$. Para la selección del modelo propuesto, se consideró la dispersión que tienen los valores con respecto a lo esperando. En la Figura 2 se muestra la comparación de las respuestas de los diferentes modelos con respecto a los valores determinados empleando el proceso propuesta por la PCA. Se incluye únicamente el caso de pavimentos con bermas y con pasadores, por consideraciones de espacio, pero el proceso seguido para los demás casos es similar al presentado en este caso analizado.

El modelo cuadrático (Fig. 2a) se ajusta de mejor manera a las observaciones con un $R^2=0.9989$, pero a costa de emplear 15 coeficientes. Al analizar los parámetros estadísticos de p-valor, para el caso de pavimento con bermas y con pasadores, el término Db^2 tiene un valor mayor a 0.05, indicando la poca incidencia en el modelo. La gráfica del modelo sin considerar este término se indica en la Figura 2b

(modelo cuadrático sin términos donde p-valor >0.05) y tiene un $R^2=0.9988$. En la Figura 2c se expone el ajuste para el modelo sin términos cuadráticos, únicamente con términos lineales e interacciones, en este caso, como se aprecia en la figura, los valores determinados se distancian de lo esperado y el R^2 es igual a 0.9547, esta dispersión indica la importancia de considerar algunos términos cuadráticos. Al aplicar un modelo cuadrático puro (Fig. 2d) los resultados se ajustan mejor a lo esperado, pero se observan algunas variaciones en los valores altos, el modelo tiene un $R^2=0.9915$. Se muestra en la Figura 2e el ajuste lineal, que es el modelo más simple, sin embargo, se observa que la dispersión de las predicciones aumenta significativamente y $R^2=0.9512$. Se busca una relación entre el ajuste y el número de términos a emplear, de allí, se considera que el modelo, para este caso, puede expresarse con la ecuación 8 (con ocho coeficientes), donde incluye un intercepto, cuatro términos lineales, un término de interacción y dos términos cuadráticos, con un $R^2=0.9958$.

- Modelo propuesto para pavimento con bermas y con pasadores

$$h1 = 396.04 + 5.56E^{-2} * N - 2.56E^{-1} * MR - 3.36E^{-1} * k - 2.09 * Db + 4.50E^{-3} * k * Db - 2.87E^{-5} * N^2 + 4.30E^{-4} * k^2 \quad (8)$$

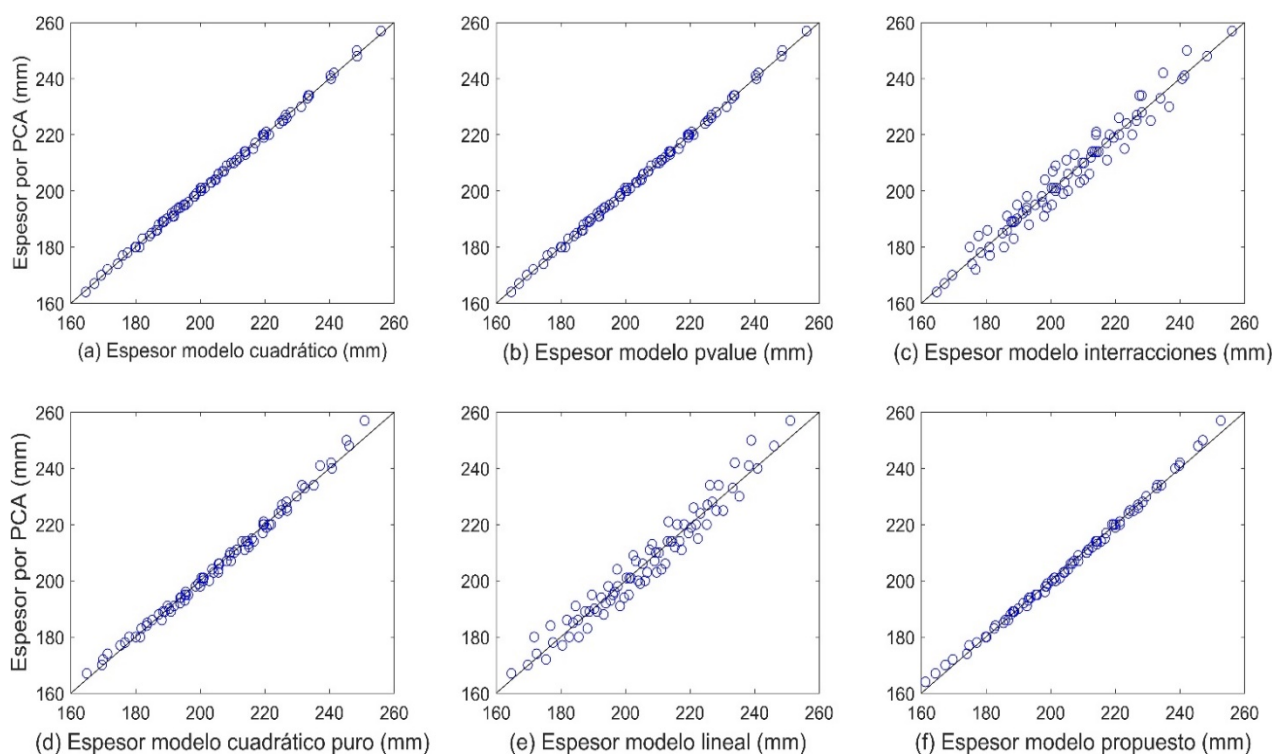


Figura 2. Comparación de los espesores determinados, para un pavimento con bermas y con pasadores, mediante el método de la PCA y modelos matemáticos: a) cuadrático; b) cuadrático sin términos donde p-valor >0.05; c) términos lineales e interacciones; d) cuadrático puro sin interacciones; e) lineal; y f) modelo propuesto.

El mismo procedimiento se emplea para los otros casos. Para un pavimento con bermas y sin pasadores, no se pudo determinar un mejor modelo que aquel obtenido a partir del modelo cuadrático y excluyendo los coeficientes con p-valor mayor a 0.05. En este caso, los términos con p-valor >0.05 son $MR*k$, $MR*Db$ y Db^2 . Los coeficientes de correlación para cada modelo se presentaron en la Tabla 2. El modelo propuesto corresponde a la ecuación 9, con un $R^2=0.9903$.

- Modelo propuesto para pavimento con bermas y sin pasadores

$$h2 = 781.13 - 4.9E^{-2} * N - 1.54 * MR - 4.18E^{-1} * k - 2.57 * Db + 2.18E^{-4} * N * MR - 5.43E^{-5} * N * k - 6.14E^{-4} * N * Db + 7.76E^{-3} * k * Db - 2.64E^{-5} * N^2 + 1.08E^{-3} * MR^2 + 6.12E^{-4} * k^2 \quad (9)$$

Para un pavimento sin bermas y con pasadores, se determina que el modelo expresado en la ecuación 10 representa de mejor manera el problema, empleando un menor número de términos y con un $R^2=0.9754$.

- Modelo propuesto para pavimento sin bermas y con pasadores

$$h3 = 441.36 + 6.18E^{-2} * N - 2.84E^{-1} * MR - 2.16E^{-1} * k - 2.59 * Db + 5.51E^{-3} * k * Db - 3.18E^{-5} * N^2 \quad (10)$$

En el último caso, para un pavimento sin bermas y sin pasadores, el comportamiento es similar al indicado para un pavimento con bermas y sin pasadores. El modelo propuesto es el indicado mediante la ecuación 11 y tiene un R^2 de 0.9927.

- Modelo propuesto para pavimento sin bermas y sin pasadores

$$h4 = 872.3 - 8.20E^{-2} * N - 1.68 * MR - 4.39E^{-1} * k - 2.71 * Db + 2.52E^{-4} * N * MR - 5.16E^{-5} * N * k - 5.26E^{-4} * N * Db + 7.13E^{-3} * k * Db - 1.70E^{-5} * N^2 + 1.16E^{-3} * MR^2 + 6.18E^{-4} * k^2 \quad (10)$$

De este primer análisis se puede indicar que hay un comportamiento diferente de los modelos debido al uso o no de pasadores. Cuando se emplean los dispositivos de transferencia de carga (pasadores) el número de términos que influyen en la respuesta del problema disminuye, indicando que la determinación del espesor de la losa se ve afectado en gran medida por estos dispositivos. Con la finalidad de entender de mejor manera el efecto de las variables que intervienen en cada modelo, se realiza los diagramas de Pareto. Los diagramas de Pareto tienen el propósito de contribuir a identificar las principales variables en la determinación del espesor de la losa. Aplicando este concepto al modelo se pueden detectar las variables que tienen más relevancia.

3.2. Análisis de los coeficientes de los modelos propuestos

El valor empleado para las gráficas de Pareto es el valor “t-statistics” que es el cociente entre los coeficientes del modelo y el error estándar. Estos valores permiten comparar de una manera normalizada los coeficientes de cada variable. Los coeficientes absolutos de las variables indican las magnitudes de influencia y el signo explica el efecto creciente (+) o decreciente (-). En la Figura 3 se presentan los diagramas de Pareto para los diferentes análisis: a) con bermas y con pasadores, b) con bermas y sin pasadores, c) sin bermas y con pasadores y d) sin berma y sin pasadores.

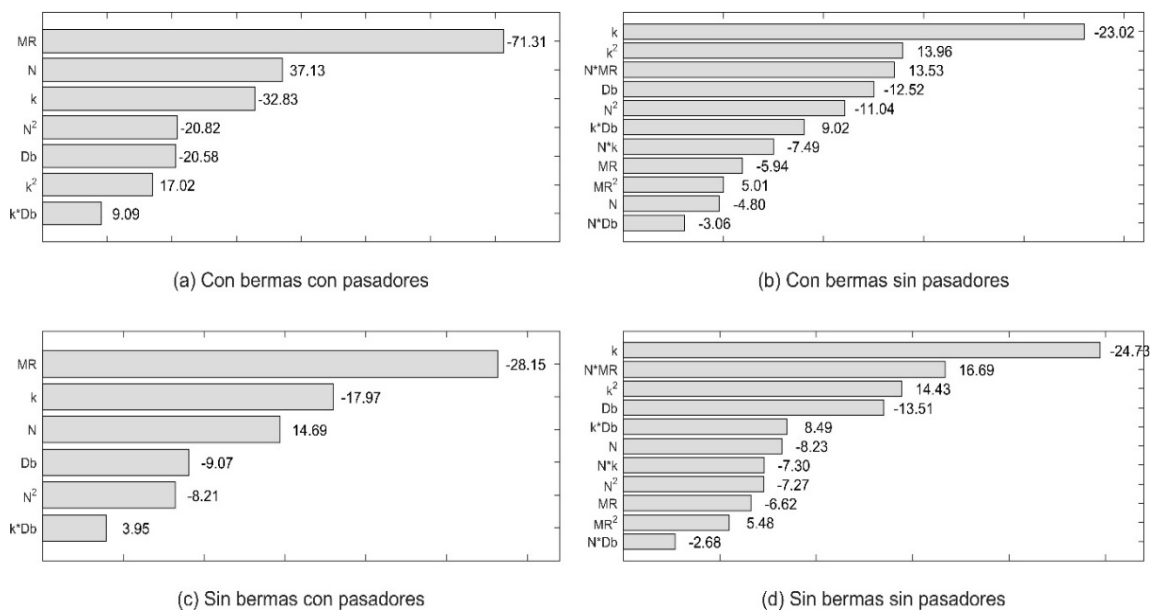


Figura 3. Diagramas de Pareto para los modelos propuestos.

De la Figura 3a se puede apreciar que la variable más relevante para el diseño del espesor de la losa, para el caso de un pavimento con bermas y con pasadores, es el módulo de rotura del concreto

(MR) con un valor de -71.31, después está el número de repeticiones (N) y en tercer lugar el módulo de reacción de la subrasante (k). Las otras combinaciones de variables que siguen son N^2 , Db , k^2 y $k*Db$, respectivamente. El MR influye de una manera inversamente proporcional al espesor del pavimento, es decir, mientras crece el valor del módulo de rotura el espesor de la losa disminuye. El mismo efecto tiene el valor de k , es decir, mientras mayor es el módulo de reacción de la subrasante menor es el espesor de la losa. La variable N influye de una manera positiva, al aumentar el valor del número de repeticiones aumenta el espesor de la losa. Análisis similares se les puede efectuar a las demás combinaciones de variables, identificando su signo. Aunque los resultados encontrados son razonables y no se necesita un diagrama de este tipo para expresar esta relación, la magnitud de los coeficientes normalizados proporciona información adicional, indicando su relevancia en la determinación del espesor de la losa. Esto puede ser empleado para determinar por dónde se puede afrontar el problema para optimizar el diseño de un pavimento rígido.

La Figura 3b presenta la jerarquía de las diferentes variables para el caso de un pavimento con bermas y sin pasadores. En este caso la variable más influyente es el módulo de reacción de la subrasante (k) con un valor de -23.02. Después se ubica el efecto cuadrático del módulo de reacción de la subrasante (k^2), seguido de $N*MR$, Db , N^2 , $k*Db$, $N*k$, MR , MR^2 , N , y $N*Db$. Es interesante observar que el valor de MR , que fue el más influyente en el caso anterior, se ubica en octava posición, esto se puede deber al efecto que juegan los pasadores al transmitir las cargas de una losa a la otra de manera que los esfuerzos son compartidos entre las losas, al no actuar los pasadores transmitiendo la carga, el módulo de reacción de la subrasante sobresale, opacando la resistencia del concreto expresada por el MR . De igual manera, el valor de N , que en el caso anterior ocupaba la segunda posición, se ve desplazado a la décima posición, lo que indica que cuando no se tienen losas con dispositivos de transferencia de carga, el módulo de reacción de la subrasante es la variable que hay que prestar más atención para optimizar el diseño.

Para el caso donde el pavimento se evalúa sin bermas y con pasadores, se observada en la Figura 3c que el parámetro más relevante es nuevamente, como en el primer caso, el módulo de rotura del concreto (MR) con un valor de -28.15, después hay un intercambio de términos, es decir, ahora en segundo lugar está el módulo de reacción de la subrasante (k) y en tercer lugar el número de repeticiones (N). Las otras combinaciones de variables que siguen en influencia son Db , N^2 y $k*Db$, respectivamente. Es importante mencionar que el modelo propuesto para este caso es el que menos coeficientes emplea, manteniendo una buena estimación de los resultados.

Para un pavimento sin bermas y sin pasadores se puede observar (Fig. 3d) que el módulo de reacción de la subrasante (k) con un valor de -24.73 es nuevamente, para el caso sin pasadores, la variable más influyente. Después se ubica la interacción de $N*MR$ seguido del efecto cuadrático del módulo de reacción de la subrasante (k^2). Las otras composiciones de variables en orden de jerarquía son Db , $k*Db$, N , $N*k$, N^2 , MR , MR^2 , y $N*Db$.

Se puede indicar que para el caso que el pavimento se diseñe con pasadores, el parámetro a tener mayor en cuenta es la resistencia del concreto expresada a través del módulo de rotura (MR), seguido del número de repeticiones esperadas (N) y el módulo de reacción de la subrasante (k), en similar grado. Para el caso de pavimentos sin pasadores, la variable a considerar con mayor atención es el módulo de reacción de la subrasante (k). Las otras combinaciones de variables tienen una influencia relativa equivalentes entre sí.

3.3. Sensibilidad de las variables

Se estudia en esta sección el efecto que tiene cada variable en la determinación del espesor de la losa a partir de los modelos determinados. Para tal fin, se varía cada parámetro por separado (N , MR , k , y Db), para identificar el efecto de una variable las demás variables se mantienen en su valor medio y únicamente la variable de interés incrementa desde su valor mínimo a su máximo. Los valores medios de cada parámetro (Tabla 1) son; $N=5.25*10^6$, $MR=600$ psi, $k=184$ pci, y $Db=8''$. En la Figura 4 se presentan los resultados de cambiar cada variable en los modelos propuestos, incorporando el efecto de considerar pavimentos: con bermas y con pasadores, con bermas y sin pasadores, sin bermas y con pasadores, y sin bermas y sin pasadores.

La Figura 4a indica la variación del espesor de la losa del pavimento cuando existe un cambio en el número de repeticiones (N), desde $5E5$ a $1E7$, y para cada caso de estudio. Al aumentar el número de repeticiones, el espesor de la losa requerida aumenta, este aumento es más pronunciado al inicio de los valores de N , y luego tiende a estabilizarse. Se observa claramente el efecto del uso de bermas en los pavimentos, si no se emplean bermas, el espesor aumenta significativamente alcanzando hasta 30 mm de diferencia. Esto se puede explicar, pues en el método de la PCA, el efecto de utilizar bermas de concreto adyacente al pavimento, reducen los efectos de flexión y las deflexiones causadas por las cargas. Cuando se tiene un número de repeticiones menores a las $7E6$ se evidencia que el uso de pasadores disminuye el espesor de la losa, en especial cuando se emplean bermas de concreto. Aunque el empleo de las bermas es evidente para disminuir el espesor de la losa, se debe realizar un análisis de costos para determinar la mejor alternativa de diseño.

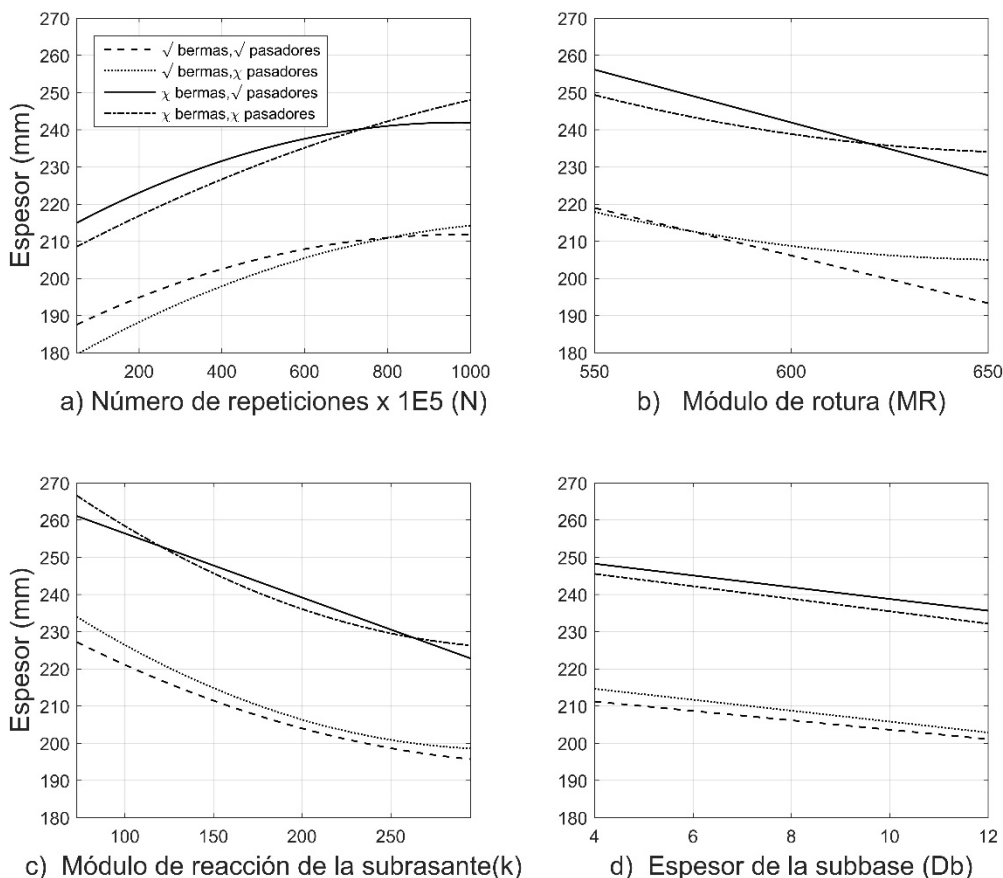


Figura 4. Análisis de los modelos propuestos en relación con cada variable: a) número de repeticiones (N); b) módulo de rotura (MR); c) módulo de reacción (k); y d) espesor de la subbase (Db).

En la Figura 4b se presenta el efecto del módulo de rotura (MR) en el rango de 550 a 650 psi, en el cambio del espesor de la losa. Al igual que el caso anterior, el efecto del uso o no de las bermas es marcado. En este caso, sin embargo, se tienen un comportamiento casi lineal del MR con respecto al espesor, al aumentar su valor el espesor de la losa disminuye, aunque esto es de esperarse, se puede apreciar que el cambio tiene relación también con el uso o no de pasadores. Si se emplean pasadores, la disminución es lineal, mientras si no se emplean los mismos se tiene una pequeña curvatura en el espesor, en especial para valores de MR mayores a 600 psi.

El efecto de módulo de reacción de la subrasante (k) en el espesor se indica en la Figura 4c, desde un valor de 73 a 295 pci. Se observa que el espesor disminuye en una forma de curva convexa a diferencia de la forma cóncava en el caso de N . El efecto del uso o no de pasadores no es muy significativo cuando no se usan bermas. Cuando se usan bermas se aprecian una diferencia de 5 a 1 mm en las curvas.

Finalmente, en la Figura 4d, se presenta el efecto del cambio del espesor de la subbase (Db), de 4 a 12", en el espesor de la losa. La variación de Db es inversamente lineal con respecto al espesor, al aumentar el espesor de la subbase el espesor de la losa disminuye. De igual manera, se debe realizar un análisis de costos con la finalidad de encontrar la mejor alternativa de diseño. En este caso, se diferencia claramente el uso de bermas y el de pasadores. Cuando no se emplean bermas el espesor aumenta de 211 a 246 mm, un incremento de 35 mm, que puede ser significativo respecto a costos. El uso de pasadores logra disminuir el espesor en 3 mm en promedio. Se debe considerar que el empleo de pasadores ayuda a disminuir la deflexión y los esfuerzos en las losas reduciendo el escalonamiento y el bombeo, además de las fisuras de esquina. Todo esto trae como resultado un incremento en la vida útil de la estructura del pavimento. Es importante mencionar que un análisis de alternativas evaluando el costo y beneficio de cada uno es necesario para proponer la mejor opción.

4. CONCLUSIONES

En este documento se proponen ecuaciones analíticas aplicando el análisis experimental para la determinación del espesor de la losa de concreto en pavimentos rígidos. Debido a la subjetividad de emplear figuras, tablas y nomogramas inherentes al método de la PCA (Portland Cement Association), el uso de ecuaciones analíticas permite de una manera sencilla y directa estimar el espesor de la losa, sin tener que incurrir en la estimación de valores. Contar con ecuación analíticas permite eliminar posibles errores al momento de usar las tablas y nomogramas, adicionalmente, permite poder optimizar el diseño.

Se emplearon diferentes modelos matemáticos para determinar aquellos que pronostiquen los mejores resultados, expresado a través del coeficiente de correlación R^2 y que a su vez sean los más sencillos, es decir que incluyan únicamente las variables más relevantes. El coeficiente de correlación mínimo determinado para los casos de estudio fue de 0.9754, lo que indica que el nivel de confianza predictivo de los modelos propuestos fue satisfactorio. Adicionalmente, se hace uso del diseño experimental para determinar las variables que más relevancia tienen en cada caso de estudio. Determinar la influencia de cada variable es importante pues el diseño se puede optimizar proponiendo varias alternativas y seleccionando aquella que dé el mejor costo-beneficio.

En el método de la PCA se hace una distinción clara en el uso o no de bermas de concreto y en el uso o no de pasadores, de ahí que se proponen cuatro modelos, uno para cada combinación, a saber; pavimentos con bermas y con pasadores; con bermas y sin pasadores; sin bermas y con pasadores; y sin bermas y sin pasadores. Se determinó que el emplear bermas de concreto reduce significativamente el espesor estimado de la losa, hasta de 35 mm, pero se debe analizar los costos y beneficios de incluir estas estructuras adjuntas al pavimento. Independiente del uso o no de bermas, cuando se consideran pasadores en el diseño, los modelos propuestos fueron los más simples, empleando únicamente 8 coeficientes. En estos modelos la variable más relevante fue el módulo de rotura del concreto (MR). Cuando no se consideran los pasadores, el parámetro más influyente es el módulo de reacción de la subrasante (k). Se debe mencionar que a diferencia del módulo de rotura del concreto cuyo valor puede ser asignado en el diseño, la resistencia de la subrasante/subbase es un valor inherente al terreno. Para mejorar dicha resistencia se tendría que estabilizar el terreno o en su defecto aumentar el espesor de la subbase, asumiendo los respectivos costos en cada caso.

El empleo de las ecuaciones analíticas propuestas en este estudio apoya en validar diferentes alternativas de diseño de una forma rápida y directa, sin embargo, con el fin de inclinarse por cualquier alternativa es necesario realizar un análisis de costo-beneficio, considerando adicionalmente que el uso de bermas provee un soporte de borde a la calzada, dando un espacio adicional a los vehículos en problemas, y previene la erosión de las capas inferiores. Así también, el uso de pasadores aporta en la transmisión de las cargas de una losa a otra, mejorando las condiciones de deformación en las juntas y evitando las deformaciones excesivas.

REFERENCIAS

- AASHTO. (1993). *Guide for design of pavement structures*. American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington, D.C., U.S., 624 p. Disponible en <https://habib00ugm.files.wordpress.com/2010/05/aashto1993.pdf>
- AASHTO. (2008). *Mechanistic-empirical pavement design guide: a manual of practice* (interim edition). American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington, D.C. U.S., 218 p. Disponible en <https://bookstore.transportation.org/imageview.aspx?id=413&DB=3>
- Cabrera, A., Urgiles, D. (2017). *Análisis de sensibilidad de parámetros en el diseño de pavimentos rígidos por los métodos de la AASHTO y PCA*. Tesis de Grado, 210 p. Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador. Disponible en <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/27328>.
- Castro, J., Orobio, A. (2015). PCAcálculo: software libre para diseño de pavimentos de concreto. *Asfaltos y Pavimentos*, 31, 25-33.
- FHWA. (1989). *Rigid pavement analysis and design*. U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Reporte Técnico FHWA-RD-88-068, 280 p. Disponible en <https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/infrastructure/pavements/pccp/88068/88068.pdf>
- Hall, K. (2000). *State of the art and practice in rigid pavement design*. Committee on Rigid Pavement Design Transportation Research Board, Transportation in the New Millennium. 7 p. Disponible en <http://onlinepubs.trb.org/onlinepubs/millennium/00105.pdf>
- Huang, Y. H. (1993). *Pavement analysis and design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc., 785 p.
- Kostic, S., Vasovic, N., Sunaric, D. (2016). Slope stability analysis based on experimental design. *International Journal of Geomechanics*, 16(5), 1-11.
- Lee, Y-H., Carpenter, S. (2001). PCAWIN program for jointed concrete pavement design. *Tamkang Journal of Science and Engineering*, 4(4), 293-300.
- MATLAB. (2015). The MathWorks Inc., Natick, MA, R2015b.
- Montejo-Fonseca, A. (2008). *Ingeniería de pavimentos: fundamentos, estudios básicos y diseño*. Bogotá, Colombia, 612 p.
- PCA. (1984/1995). *Thickness design for concrete highway and street pavements*. Portland Cement Association, U.S., 50 p.
- Rafter, J. A., Abell, M. Braselton, J. (2003). *Statistics with Maple*. Vol. 1. Academic Press, 822 p.
- Reyes-Aguilar, P., 2009. *Introducción al diseño de experimentos*. Notas de curso, 73 p.
- Yacuzzi, E., Martín, F., Quiñones, H., Popovsky, M. (2004). *El diseño experimental y los métodos de Taguchi: conceptos y aplicaciones en la industria farmacéutica*. Reporte Técnico. Universidad de CEMA, 30 p.