

## SIGNIFICADOS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL CONTEMPLADOS POR PROFESORES DE MATEMÁTICA EN SUS TRABAJOS DE FIN DE MÁSTER

Eulalia Calle<sup>1</sup>, Adriana Breda<sup>2</sup>, Vicenç Font<sup>3</sup>

### Resumen

Este trabajo tiene como objetivo identificar qué significados de las medidas de tendencia central son contemplados por profesores de matemáticas en ejercicio. Para ello, se han analizado tres trabajos de fin de máster que han tenido como propuesta didáctica central el estudio de dicha noción. Se concluye que los profesores tienen presente la idea de trabajar diferentes significados, pero tienen dificultades en cómo diseñar tareas con problemas de aplicación que respondan a esta pluralidad de significados.

**Palabras claves:** *significados de medidas de tendencia central, formación de profesores, trabajo de fin de master.*

### Abstract:

This work aims to identify which meanings of the measure of central tendency are contemplated by practicing mathematics teachers. For this, three master thesis projects have been analyzed, with the study of said mathematical object as a central didactic proposal. It is concluded that teachers take into account the idea of working different meanings, but have difficulties designing tasks with application problems that respond to this plurality of meanings.

**Key words:** *meanings of central tendency measurement, teacher training, master's thesis.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas, distintos modelos teóricos hacen énfasis en la importancia de abordar la complejidad del objeto matemático en la formación de profesores. Uno de dichos modelos, es el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico Matemáticas (CCDM) del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017) que considera necesario que los profesores de matemáticas tengan en cuenta la complejidad del objeto matemático que se pretende enseñar (entendida ésta como pluralidad de significados) en el diseño, implementación, valoración y rediseño de procesos de instrucción. Se han realizado varias investigaciones que tienen como foco el estudio de la complejidad de los objetos matemáticos en la formación de profesores usando el EOS. Dichas investigaciones han tratado, entre otros, la complejidad de los siguientes objetos matemáticos: proporcionalidad (Burgos, Beltrán-Pellicer, Giacomone y Godino, 2018); igualdad de números reales (Wilhelmi, Godino y Lacasta, 2004); media aritmética (Calle, Breda y Font, 2020; Rondero y Font, 2015); diversos objetos matemáticos (Calle y Breda, 2019).

Siguiendo esta línea de investigación, el presente trabajo se propone como objetivo identificar qué significados de la medida de tendencia central son contemplados por

<sup>1</sup> Candidata a doctora; Universidad de Cuenca; Ecuador; [eulalia.calle@ucuenca.edu.ec](mailto:eulalia.calle@ucuenca.edu.ec)

<sup>2</sup> Doctora en Educación Matemática; Universitat de Barcelona; España; [adriana.breda@ub.edu](mailto:adriana.breda@ub.edu)

<sup>3</sup> Doctor en Didáctica de las Matemáticas; Universitat de Barcelona; España; [vfont@u.edu](mailto:vfont@u.edu)

profesores de matemáticas en ejercicio (estudiantes de un máster profesional para formación de profesores) en las propuestas didácticas presentes en sus trabajos de fin de máster.

## 2. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

Usando constructos del EOS se ha generado una propuesta que articula diversas categorías de conocimientos y competencias (llamada modelo CCDM), de los profesores de matemáticas consideradas necesarias para una enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019). Este modelo teórico hace hincapié en el análisis de idoneidad didáctica, como una competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva. La noción de idoneidad didáctica, responde a la siguiente pregunta: qué criterios seguir en el diseño de secuencias de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios hacer para conseguir metas de aprendizaje superiores. Esta noción se descompone en los siguientes criterios parciales de idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Font, 2019): Idoneidad epistémica: Idoneidad ecológica, Idoneidad cognitiva, Idoneidad afectiva, Idoneidad interaccional e Idoneidad mediacional.

### 2.1 La idoneidad epistémica y la complejidad de los objetos matemáticos

Para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Rondero y Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas.

El componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos* (entendida como pluralidad de significados parciales), se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia (Giacomone, Godino y Beltrán-Pelliecer, 2018; Font, Breda y Seckel, 2017). En el cuadro 1 se recogen los indicadores que evidencia si se ha tenido en cuenta o (no) este componente en el diseño e implementación de secuencias didácticas.

Cuadro 1. El componente de Representatividad y sus indicadores.

Componente de la <b>Idoneidad Epistémica</b>	Indicadores
<p align="center"><b>Representatividad de la complejidad del objeto matemático a enseñar</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar</li> <li>2. Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad contemplada en el currículo de la noción matemática que se quiere enseñar.</li> <li>3. Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla una muestra representativa de <b>problemas?</b></li> <li>4. Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla el uso de diferentes modos de</li> </ol>

expresión (verbal, gráfico, simbólico...),  
tratamientos y conversiones entre los mismos?

### 3. METODOLOGÍA

En ese apartado, presentamos el contexto del estudio (participantes de la investigación, tipo de máster) y explicamos cómo se han analizado las respuestas de los docentes.

#### 3.1 Contexto del estudio

Se ha seleccionado para esta investigación 3 trabajos de fin de máster, con la temática sobre medidas de tendencia central (MTC), realizados por profesores que ejercen la docencia de matemáticas en instituciones educativas públicas y privadas de secundaria en diferentes provincias y ciudades de Ecuador (un TFM, realizado por el profesor D, ha trabajado la MTC con estudiantes de 13 y 14 años del noveno grado de Educación General Básica, y los otros dos, realizados por las profesoras A y M, han trabajado la MTC con estudiantes de 16 y 17 años, del segundo curso de Bachillerato General Unificado).

Además de ejercer la actividad de docencia en matemáticas, los profesores estaban realizando un máster profesional de formación de profesores de matemáticas de secundaria. Dicho máster tenía como enfoque la formación continua y profesionalización docente. Dado su aspecto profesional, el máster tuvo una duración de dos años, divididos en tres bloques: a) el bloque general (15 créditos ECTS) que incluye asignaturas de psicología, sociología, orientación y sistema educativo ecuatoriano; b) el bloque específico (21 créditos ECTS) que contempla las asignaturas de la disciplina (matemática) y su didáctica y; c) el bloque de *prácticum* y trabajo de fin de máster (TFM) (24 créditos ECTS) que se orienta al ejercicio de articulación entre la teoría y la práctica.

#### 3.2 Análisis de los datos

Para analizar los TFM, se utilizó la noción de *representatividad del objeto matemático a ser enseñado* del EOS. En particular, se buscó identificar en los 3 TFM qué significados de las medidas de tendencia central fueron contemplados por los profesores en sus propuestas didácticas, utilizando para ello, los cuatro indicadores del Cuadro 1.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para los dos primeros indicadores *Muestra representativa de la complejidad del objeto matemático* (desde la perspectiva de las matemáticas y del currículum), el profesor D, inicia su propuesta ubicando los contenidos que trabaja en el currículum y menciona que “Las actividades se presentan en forma representativa y articulada a situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación utilizando expresiones matemáticas (verbal, grafica, simbólica) siendo claros y correctos en las definiciones, procedimientos, explicaciones, comprobaciones y demostraciones para el nivel educativo al que se imparten los conocimientos”. Además muestra que conoce los diferentes significados parciales de la media aritmética cuando menciona que ha propuesto los siguiente problemas: “Utilizando la *estimación de la medida* se plantea el siguiente ejercicio en la actividad 5: Seis alumnos miden el peso de un objeto, con el mismo instrumento, obteniéndose los siguientes datos: 3, 8, 4, 10, 6, 2. ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?” y “En la actividad 10 se plantea el ejercicio utilizando la media como valor representativo: Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una (segunda) prueba han sido: 15, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 14, 18. ¿Crees que la prueba fue efectiva?”. A pesar de que en el desarrollo de la propuesta, no se presentan de manera explícita a los estudiantes, los diferentes significados, se puede considerar la intención del profesor por abordar estos diferentes significados de media aritmética. El profesor D justifica finalmente la complejidad, indicando que se han planteado ejercicios de contextualización. Se infiere que, en su propuesta de secuencia didáctica, el



profesor D tuvo en cuenta una cierta muestra representativa de los significados parciales del objeto media aritmética.

La profesora A ubica su propuesta en el currículo ecuatoriano: “El tema Medidas De Tendencia Central consta en el bloque seis denominado Estadística y Probabilidad, basado en el currículo de educación para segundo año bachillerato propuesto por el Ministerio De Educación de nuestro país, según la última reforma curricular”. Sin embargo, en su desarrollo trabaja con otras destrezas relacionadas a la estadística y se concentra más en esos temas, abordando muy ligeramente las medidas de tendencia central. También señala que ha tenido limitaciones en su propuesta ya que en el “Cálculo de la media aritmética: Los alumnos aplican las fórmulas de la media simple y no usan la media ponderada; en la actividad 16 numeral 2 se observa que solo 8 estudiantes lograron resolver dicha actividad, demostrando que habían asimilado correctamente este algoritmo, mientras que los demás actuaron probando diferentes formas que no les ayudaron a resolver (ensayo-error), demostrando que existió una comprensión mecánica de su significado (Anexo 7). Acotando a esto, en la actividad 7 (Tarea) el 35% de los estudiantes optaron por calcular la mediana de variables cualitativas”. Además manifiesta que “Con relación a procurar enseñar una muestra representativa de la complejidad de las nociones enseñadas, considero que esto no se tuvo suficientemente en cuenta. Bien resulta que los problemas que se propusieron en la unidad didáctica estaban relacionados con el primer significado: Valor que compensa los excesos con los defectos (equilibrio, equidad, etc.) y no se trabajaron los otros dos”. La profesora A reconoce que no se trabajó la pluri - significación de los objetos matemáticos, involucrado en las medidas de tendencia central, a pesar de que ella tiene claro los conceptos. Se infiere que en la propuesta de la profesora A no se consideró una muestra representativa de la complejidad MTC.

La profesora M ubica su propuesta en el bachillerato “Con el propósito de implementar la unidad didáctica en segundo de bachillerato se plantean los siguientes objetivos según el Ministerio de Educación (2017)”, Por otra parte, la profesora M en su propuesta menciona que “Se escogieron ejercicios de razonamiento de la vida diaria y práctica de acuerdo con el nivel educativo a impartir las clases, no se observa ambigüedad, los ejercicios son claros sin crear confusión en el momento de resolverlos y ubicar su definición, las actividades planteadas están de acorde con la realización de procesos relevantes como: modelización, argumentación, resolución de problemas y de razonamiento. Los contenidos enseñados están acorde con el currículo del ministerio de educación”. En esta reflexión sobre la idoneidad epistémica no se infiere que la profesora M tuviese en cuenta la representatividad de la complejidad del objeto matemático enseñado.

Para el indicador Muestra representativa de problemas de aplicación del objeto matemático, el profesor D propone, sobre todo, ejercicios en donde se aplica un solo significado para cada medida de tendencia central, aunque, como ya se mencionó, en su justificación indica que se han planteado problemas para aplicar otros significados como, para el caso de la media aritmética, la estimación de la medida y la media como valor representativo de un conjunto de datos. Por lo que se puede deducir que hay un cierto intento del profesor D por proponer problemas en los que se tenga que aplicar la pluri - significación de la media aritmética; aunque los objetos moda y mediana, solo son abordados con un único significado parcial. En cierta manera, se puede concluir que se contempla una muestra representativa de problemas para la media aritmética. La profesora A reconoce que “no se consideró una muestra representativa de problemas sobre la complejidad de las Medidas de Tendencia Central. Por ejemplo: se abordó el estudio de la Media Aritmética solo como un valor que compensa los excesos con los defectos (equilibrio, equidad, etc.) y no se abordaron los otros dos significados de la media”, además de mencionar que está de acuerdo con tener en cuenta



la complejidad de los objetos matemáticos y que se debe “procurar presentar una muestra representativa de problemas para la media aritmética y también para las otras medidas de centralización y no limitarnos a explicar la media como la compensación de los excesos con los defectos”; de esta manera, se concluye que, en esta propuesta de la profesora A, no se contempla una muestra representativa de problemas. La profesora M, en su propuesta, tampoco contempla una muestra representativa de problemas.

Para el indicador *Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos*, el profesor D menciona que ha explicado diferentes modos de expresión, aunque en la propuesta solo se visibilice en los vídeos que miran los estudiantes. Por tanto, en el caso del profesor D, se puede inferir que, para uno o varios significados parciales, seleccionados para su implementación, se contemplan, de manera implícita, diferentes modos de expresión. La profesora A expone en su propuesta que está de acuerdo con tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos; sin embargo no lo hace en las tareas que propone y no contempla diferentes modos de expresión. La profesora M también implementa su propuesta didáctica sin tener en cuenta diferentes modos de expresión.

## 5. CONCLUSIONES

Los profesores están de acuerdo en la importancia de considerar los diferentes significados de los objetos matemáticos en su proceso de enseñanza. Sin embargo, no saben cómo diseñar tareas con problemas de aplicación que respondan a esta diversidad de significados. Se trata de un resultado relevante si se tiene en cuenta que en el currículo ecuatoriano si se contempla una variedad de significados parciales de las diferentes medidas de tendencia central (media, mediana, moda), en particular es posible a partir del noveno año de EGB, profundizar mediante ejercicios y problemas, los diferentes significados de dichas medidas de tendencia central.

El desarrollo de las destrezas con criterio de desempeño, propuesto en el currículo ecuatoriano, tiene en cuenta, en cierta manera, la complejidad de los objetos matemáticos ya que los diferentes significados se pueden ir impartiendo, de acuerdo al nivel en el que se trabajan las destrezas. En es esentido es necesario continuar trabajando en la formación de profesores para que estos tengan en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos como estrategia para mejorar los aprendizajes y desarrollar las destrezas con criterio de desempeño, propuestas por el Ministerio de Educación

## Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

## 6. REFERENCIAS

- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., y Godino, J. D. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-22.
- Calle, E., Breda, A. (2019). Reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos en la formación inicial de profesores. En Daniel Aguilar, Martha Cobos, Luis Claudio Cortés, Enma Campozano (Eds), *La Investigación Educativa en un Mundo en Constante Transformación* (pp. 29-50). Cuenca: ASEFIE.
- Calle, E., Breda, A., Font, V. (2020). ¿Qué significado atribuyen a la media aritmética profesores de matemáticas en ejercicio? *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 643-652.



- Font, V., Breda, A., y Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1-23. Doi: 10.3895/rbect.v10n2.5981
- Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Ministerio de Educación. (2017). Currículo vigente. Quito. Disponible en: << <https://educacion.gob.ec/curriculo/>>>
- Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 27(1), 77 - 120.