

**UNIVERSIDAD DE CUENCA**



**Facultad de Ingeniería**

**Carrera de Ingeniería Eléctrica**

Comparación de técnicas de creación de soluciones iniciales usando el modelo AC y el algoritmo meta-heurístico Firefly para resolver el problema de planeamiento óptimo de la expansión del sistema de transmisión

**Artículo Académico previo a la  
obtención del Título de  
Ingeniero Eléctrico**

**Autor:**

Fausto Santiago Espinoza Loja  
C.I. 0302088331

**Director:**

Ing. Santiago Patricio Torres Contreras  
C.I. 0102448958

**Cuenca – Ecuador  
2018**



*Resumen*

El Planeamiento de la Expansión del Sistema de Transmisión (PET) tiene como finalidad determinar una infraestructura futura para la red de transmisión, que sea capaz de atender los requerimientos del crecimiento de la demanda, cumpliendo los criterios de calidad, seguridad, confiabilidad y economía. En este trabajo de investigación se propone implementar y comparar diferentes métodos de técnicas de creación de soluciones iniciales (aleatoria, pseudoaleatoria, secuencia de Sobol, basados en opuestos) implementados en la técnica de optimización *Firefly* para resolver el problema del (PET) usando el modelo AC. Los algoritmos se validaron en los sistemas de prueba de Garver e IEEE de 6 y 24 nodos respectivamente. Además, el desempeño de estas técnicas se compara también usando el algoritmo de optimización Enjambre de Partículas.

**Palabras clave:** Planeamiento de la expansión de la Transmisión, modelo AC, algoritmo *Firefly*, soluciones iniciales, meta-heurísticas.



*Abstract*

*The Planning of the Expansion of the Transmission System (PET) has the purpose of determining a future infrastructure for the transmission network, which is capable of meeting the requirements of the growth of the demand, fulfilling the criteria of quality, safety, reliability and economy. In this research work it is proposed to implement and compare different methods of initial solution creation techniques (random, pseudo-random, Sobol sequence, based on opposites) implemented in the Firefly optimization technique to solve the (PET) problem using the model AC. The algorithms were validated in the Garver and IEEE test systems of 6 and 24 nodes respectively. In addition, the performance of these techniques is also compared using the particle swarm optimization algorithm.*

*Keywords: Planning of the Transmission expansion, AC model, Firefly algorithm, initial solutions, meta-heuristics*



**Cláusula de Licencia y Autorización para Publicación en el Repositorio  
Institucional**

---

Yo, Fausto Santiago Espinoza Loja en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del Artículo Académico: Comparación de técnicas de creación de soluciones iniciales usando el modelo AC y el algoritmo meta-heurístico Firefly para resolver el problema de planeamiento óptimo de la expansión del sistema de transmisión, reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, Octubre del 2018

Fausto Santiago Espinoza Loja

C.I. 0302088331



---

Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Yo, Fausto Santiago Espinoza Loja, autor del Artículo Académico “Comparación de técnicas de creación de soluciones iniciales usando el modelo AC y el algoritmo meta-heurístico Firefly para resolver el problema de planeamiento óptimo de la expansión del sistema de transmisión”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, Octubre del 2018

Fausto Santiago Espinoza Loja

C.I. 0302088331



## I. INTRODUCCION

El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) tiene como propósito suministrar energía eléctrica a los consumidores (comerciales, residenciales e industriales), cumpliendo objetivos de seguridad, calidad, confiabilidad, y mínimo costo. Para cumplir simultáneamente los objetivos económicos y técnicos, el rol de la planificación, tanto de la operación como de la expansión del sistema, resulta fundamental.

El Planeamiento de la Expansión del Sistema de Transmisión (PET) trata de minimizar el costo total de inversión y operación de las líneas de transmisión, garantizando el suministro de energía en un determinado horizonte de tiempo, ya sea en corto, mediano o largo plazo. Para dar solución al problema del (PET) se debe tener en cuenta dos aspectos fundamentales: i) el modelo matemático, ii) la técnica de solución empleada para resolución del problema.

El problema del PET puede ser estudiado usando el modelo de corriente continua (DC) o el modelo de corriente alterna (AC). El modelo DC ha sido tradicionalmente utilizado como un modelo para poder dar solución al problema del PET [1], [2], sin embargo, el modelo DC ha sido considerado como un modelo simplificado del AC, obteniendo resultados no óptimos de costos de inversión para resolver el problema del PET. Además, el modelo DC únicamente toma en cuenta el problema de potencia activa.

Actualmente, se está investigando el uso del modelo AC para dar solución al problema del PET, sin embargo, el uso del modelo AC completo representa un problema muy complejo no lineal, combinatorial, no convexo y entero mixto, difícil de resolver con técnicas de optimización tradicionales. En las referencias [2], [3], [4], [5], se ha aplicado este modelo al PET. En [4],[5], [7] se plantea la generalización del sistema de corte de carga para resolver el problema del PET usando el modelo AC y teniendo en cuenta la compensación de potencia reactiva. En [6] propone un modelo de optimización tipo caja negra el cual solamente maneja generación no despachable. Mientras en [7] se presenta el uso de la meta-heurística Enjambre de Partículas (PSO) como solución al problema de expansión, obteniendo buenas soluciones para sistemas conocidos. Varios de estos trabajos utilizan técnicas de optimización meta-heurísticas. Normalmente, cada técnica meta-heurística funciona con una determinada población inicial, y ésta influye en el desempeño de la meta-heurística.

Por tal motivo, en este trabajo de investigación se implementa diferentes técnicas de soluciones iniciales tales como: aleatoria, pseudoaleatoria, secuencia de Sobol y basado en opuestos. Se realizará una comparación de resultados de cada una de las técnicas de creación de soluciones iniciales tomando en cuenta cuál de ellas proporciona el resultado más eficiente en términos de costos totales de inversión y en el número de iteraciones que emplea para encontrar la mejor solución. Estas técnicas son implementadas como población inicial del algoritmo de optimización *Firefly* (luciérnaga) [8] y el modelo AC de la red de transmisión. El algoritmo de

optimización *Firefly* se basa en el destello intermitente de luz, en el cual las partículas más incandescentes atraerán a las partículas menos incandescentes, considerando la distancia que separa a las diferentes partículas entre sí mismas. La luz intermitente puede formularse de manera que esté asociada a la función objetivo que se optimizará, lo que permite formular nuevos algoritmos de optimización [9].

El algoritmo *Firefly* ha sido aplicado en el problema del agrupamiento [10], en el problema de compresión de imágenes digitales [11], en problemas de optimización multiobjetivo [12], y en problemas de optimización de despacho económico [13], [14]. Su aplicación para resolver el problema de PET se presenta en [17], únicamente considerando un flujo DC con restricciones económicas correspondiente a los costos marginales de los generadores.

Este trabajo de investigación está estructurado de la siguiente manera: en la sección II se describe el modelo AC. La sección III presenta una breve descripción del Algoritmo *Firefly*, mientras que en la sección IV se presenta las técnicas de creación de soluciones iniciales. Posteriormente, en la sección V se describe el algoritmo *Firefly* aplicado al problema del PET. Finalmente, en la sección VI se presentan las pruebas realizadas y los resultados obtenidos, para obtener en la sección VII las conclusiones y recomendaciones.

## II. MODELO MATEMÁTICO.

### A. Problema de Expansión.

El objetivo principal del problema de expansión es minimizar el costo por incorporación de líneas de transmisión y la desconexión de carga de potencia activa y potencia reactiva de la red modelada mediante el uso de generadores artificiales en todas las barras de carga, de tal manera que ante alguna topología en la que los generadores existentes no sean capaces de abastecer la carga requerida, esta carga será suministrada por los generadores artificiales [15]. Esta generación artificial así mismo puede representar la carga que se podría desconectar para hacer factible la actual topología de transmisión [7].

La formulación del problema de expansión está dada por:

$$\min v = \sum_{(k,l) \in \Omega} c_{kl} n_{kl} + w \quad (1)$$

$$0 \leq n \leq \bar{n}; \quad n \rightarrow \text{entero} \quad (2)$$

Donde  $v$  representa el costo de inversión por adición de líneas en el sistema, más el costo de desconexión de carga,  $c_{kl}$  representa el costo de adicionar un circuito entre las barras  $k$  y  $l$ ,  $n_{kl}$  es el número de circuitos adicionados entre las barras  $k, l$ ,  $w$  representa el costo de la desconexión de carga activa y reactiva,  $n$  es un vector correspondiente al número total de circuitos existentes y adicionados en el sistema,  $\bar{n}$



representa el número máximo de circuitos permitidos entre las barras  $k, l$  y  $\Omega$  representa el conjunto de todos los caminos en el sistema eléctrico.

**B. Problema de Operación.**

El problema de operación provee el costo por desconexión de carga de potencia activa y reactiva al problema de expansión.

Para dar solución al problema de operación se emplea el flujo óptimo de potencia AC.

La formulación del problema operacional está dada por:

$$\text{Min } w = \sum_{k \in \Lambda} (\alpha_1 r_{Pk} + \alpha_2 r_{Qk}) \quad (3)$$

**s.a**

$$P(V, \theta) - P_G + P_D - r_P = 0 \quad (4)$$

$$Q(V, \theta) - Q_G + Q_D - r_Q = 0 \quad (5)$$

$$\underline{P}_G \leq P_G \leq \overline{P}_G \quad (6)$$

$$\underline{Q}_G \leq Q_G \leq \overline{Q}_G \quad (7)$$

$$\underline{r}_P \leq r_P \leq \overline{r}_P \quad (8)$$

$$\underline{r}_Q \leq r_Q \leq \overline{r}_Q \quad (9)$$

$$\underline{V} \leq V \leq \overline{V} \quad (10)$$

$$S^{from} \leq \overline{S} \quad (11)$$

$$S^{to} \leq \overline{S} \quad (12)$$

$\theta, \text{irrestringido}$

Las ecuaciones (4) y (5) representan las ecuaciones convencionales de flujo de potencia AC. En la formulación  $\Lambda$  es el conjunto de todas las barras que tienen carga,  $r_P$  generador artificial de potencia activa,  $\alpha_1$  es el costo de la desconexión de carga de potencia activa,  $r_Q$  es el generador artificial de potencia reactiva, que en la formulación propuesta también representa la compensación shunt,  $\alpha_2$  es el costo de la compensación shunt,  $V$  corresponde al vector de magnitud de voltajes,  $\theta$  es el vector de ángulos de fase,  $P_G$  y  $Q_G$  son el vector de potencia activa y reactiva generada,  $P_D$  y  $Q_D$  vector de potencia activa y reactiva demandada,  $\overline{P}_G$  y  $\overline{Q}_G$  son los límites de generación de potencia activa y reactiva respectivamente.  $S^{from}$ ,  $S^{to}$  y  $\overline{S}$  son los vectores de flujo de potencia aparente entre las barras del sistema en ambos terminales y sus límites.

Los elementos de los vectores  $P(V, \theta)$  y  $Q(V, \theta)$  son calculados de acuerdo a (13) y (14), mientras que los vectores de  $S^{from}$  y  $S^{to}$  se determinan mediante las ecuaciones (15) y (16), respectivamente.

$$P_k(V, \theta) = V_k \sum_{l \in M} V_l [G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}] \quad (13)$$

$$Q_k(V, \theta) = V_k \sum_{l \in M} V_l [G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}] \quad (14)$$

$$S_{kl}^{from} = \sqrt{(P_{kl}^{from})^2 + (Q_{kl}^{from})^2} \quad (15)$$

$$S_{kl}^{to} = \sqrt{(P_{kl}^{to})^2 + (Q_{kl}^{to})^2} \quad (16)$$

Dónde:  $M$  representa el conjunto de todos los caminos del sistema,  $\theta_{kl}$  es la diferencia del ángulo de fase entre la barra  $k$  y la barra  $l$ ,  $G_{kl}$  y  $B_{kl}$  representan los elementos de la matriz de admitancias, cuya formulación al igual que la de los elementos de los vectores  $P_{kl}^{from}$ ,  $P_{kl}^{to}$ ,  $Q_{kl}^{from}$ , y  $Q_{kl}^{to}$  puede verse en la referencia [2].

**III. ALGORITMO FIREFLY.**

El algoritmo *Firefly* es un algoritmo meta-heurístico, inspirado en el comportamiento centelleante de las luciérnagas. El propósito primario de una luciérnaga es generar destellos de luz para actuar como un sistema de señal para atraer a otras luciérnagas.

**A. Características del algoritmo Firefly:**

- Todas las luciérnagas son "unisexuales", de modo que cualquier luciérnaga individual será atraída por todas las demás;
- La atracción es proporcional a su brillo, y para cualquier par de luciérnagas, la menos brillante será atraída por (y por lo tanto se desplazará hacia) la más brillante.
- La atracción es proporcional al brillo y ambos disminuyen a medida que aumenta su distancia.
- Si no hay luciérnagas más brillantes que una dada, ésta se mueve aleatoriamente.
- El brillo es asociado con los valores de una función objetivo.

Las características anteriores determinan los pasos a seguir por el algoritmo *Firefly* descritos en el Pseudocódigo:

**B. Pseudocódigo**

```

-----
Función Objetivo  $f(x)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_d)^T$ 
Población inicial de luciérnagas  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )
Intensidad de la luz  $I_i$  en  $x_i$  está determinado por  $f(x_i)$ 
Coeficiente de absorción de la luz  $\gamma$ 
Mientras ( $t < MaxGeneración$ )
Para  $i = 1 : n$  todas  $n$  luciérnagas
    Para  $j = 1 : i$  todas  $n$  luciérnagas
        Si
            ( $I_j > I_i$ ), luciérnaga  $i$  es mas intensa que  $j$ ; fin si
        Fin si
        La atracción varia con la distancia  $r$  via  $\exp[-\gamma r]$ 
        Evaluar las nuevas soluciones y actualizar ...
        ... la intensidad de la luz
    Fin para  $j$ 
Fin para  $i$ 
Encontrar la mejor luciérnaga
Fin
-----

```



### Atracción

En el algoritmo de luciérnaga hay dos elementos importantes al tomar en cuenta: la variación de la intensidad de la luz y la formulación de la atracción. La atracción de una luciérnaga está determinada por su brillo, que a su vez está asociado con la función objetivo.

Para un problema de minimización se podría tomar la atracción de una luciérnaga como el valor de la función objetivo  $I \rightarrow f(x)$ , sin embargo, la atracción es relativa, esto es que podría ser vista en los ojos del espectador o juzgada por las otras luciérnagas. Por lo tanto, variará con la distancia  $r_{ij}$  entre *Firefly*  $i$  y *Firefly*  $j$ . Además, la intensidad de la luz disminuye con la distancia desde su fuente, y también la luz se absorbe en el medio, por lo que se debe variar la atracción según el grado de absorción.

En la forma más simple, la intensidad de la luz  $I(r)$  varía según la ley del cuadrado inverso  $I(r) = I_s/r^2$  donde  $I_s$  es la intensidad en la fuente. Para un medio dado con un coeficiente de absorción de luz fijo  $\gamma$ , la intensidad de la luz  $I$  varía con la distancia  $r$ . Eso es  $I = I_0 e^{-\gamma r}$ , donde  $I_0$  es la intensidad de luz original. Para evitar la singularidad en  $r = 0$  en la expresión  $I_s/r^2$ , el efecto combinado de la ley del cuadrado inverso y la absorción se puede aproximar usando la siguiente forma gaussiana.

$$I(r) = I_0 * e^{-\gamma r^2} \quad (17)$$

Si es necesario que la función disminuya monótonamente a un ritmo más lento. Es posible usar la siguiente aproximación

$$I(r) = \frac{I_0}{1+\gamma r^2} \quad (18)$$

En una distancia más corta, las dos formas anteriores son esencialmente las mismas. Esto es porque las expansiones de la serie sobre  $r = 0$

$$e^{-\gamma r^2} \approx 1 - \gamma r^2 + \frac{1}{2} \gamma^2 r^4 + \dots, \quad (19)$$

$$\frac{1}{1+\gamma r^2} \approx 1 - \gamma r^2 + \gamma^2 r^4 + \dots, \quad (20)$$

Son equivalentes entre sí hasta el orden de  $r^3$ .

Como el atractivo de una luciérnaga es proporcional a la intensidad de luz vista por las luciérnagas adyacentes, ahora se puede definir el atractivo  $\beta$  de una luciérnaga mediante

$$\beta(r) = \beta_0 * e^{-\gamma r^2} \quad (21)$$

Donde  $\beta_0$  es el atractivo en  $r = 0$  y el parámetro  $\gamma$ , llamado coeficiente de absorción, caracteriza la variación de la atracción entre luciérnagas, y su valor es crucialmente importante para determinar la velocidad de la convergencia y cómo se comporta el algoritmo *Firefly*.

### Distancia y movimiento

La distancia entre dos luciérnagas  $i$  y  $j$  en un espacio de búsqueda está dada por:

$$r_{ij} = \|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (22)$$

Donde  $x_{i,k}$  es el componente  $k$ -ésimo de la luciérnaga  $i$ -ésima.

La luciérnaga  $i$  se mueve hacia una luciérnaga más atractiva (brillante) por medio de:

$$X_i = X_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (X_j - X_i) + \alpha (rand - \frac{1}{2}) \quad (23)$$

Donde  $X_i$  es la posición actual de la luciérnaga menos brillante, el segundo término es debido a la atracción, mientras que el tercer término es la aleatorización con  $\alpha$  como el parámetro de aleatorización,  $rand$  es un generador de números aleatorios distribuido uniformemente en  $[0, 1]$ .

### IV. TÉCNICAS DE CREACIÓN DE SOLUCIONES INICIALES.

Muchas de las veces, la mayoría de algoritmos basados en técnicas de optimización meta-heurísticas para mejorar su poder de convergencia requieren de un buen conjunto de soluciones iniciales, de tal forma que, para un problema dado, el algoritmo conduzca a la solución óptima en el menor tiempo posible (medido por el número de iteraciones).

A veces ciertas soluciones iniciales limitan a un algoritmo a no explorar todo el espacio de búsqueda, produciendo una condición de convergencia prematura y con un valor de optimización aún mejorable.

Entre las técnicas de creación de soluciones iniciales más conocidas, se encuentran: aleatoria, pseudoaleatoria, secuencia de Sobol y basado en opuestos. La aplicación de cada técnica de solución inicial depende de la complejidad del problema a tratar, ya que puede mejorar o empeorar la eficiencia del algoritmo de optimización.

#### A. Aleatorio

La técnica de solución aleatoria permite obtener una gran diversidad de soluciones iniciales evitando la convergencia prematura, aunque puede conducir a un alto esfuerzo computacional.

Para generar una población inicial aplicando la generación aleatoria la siguiente ecuación fue empleada:

1. Establezca  $x_{min}$  y  $x_{max}$ .
2. Para cada individuo  $i = 1$  a  $N$

$$X_{ij} = round(X_{min} + (X_{max} - X_{min})rand) \quad (24)$$



Donde  $N$  es el número de individuos en la población,  $j$  es la posición de cada elemento de cada individuo,  $X_{min}$  es el mínimo valor del espacio de búsqueda,  $X_{máx}$  es el máximo valor del espacio de búsqueda, y  $rand$  es un número aleatorio.

**B. Basado en opuestos**

Para generar una población inicial aplicando la generación basada en opuestos [7], primero generamos una población aleatoriamente basada en:

1. Establezca  $x_{min}$  y  $x_{máx}$ .
2. Para cada individuo  $i = 1$  a  $N$
3. Construya las soluciones iniciales de acuerdo con

$$X_{ij} = round(X_{min} + (X_{max} - X_{min})rand) \quad (25)$$

Luego aplicamos un operador modificador a la población basado en si un número aleatorio cumple una restricción impuesta ( $rand > 0.5$ ) de la siguiente manera:

4. Establezca  $x_{min}$  y  $x_{máx}$ .
5. Para cada individuo  $i = 1$  a  $N$
6. Construya las soluciones iniciales de acuerdo con

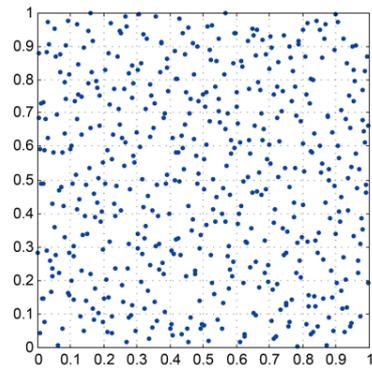
$$X_{ij} = round(X_{min} + X_{max} - X_{ij}) \quad (26)$$

**C. Sobol**

La secuencia de Sobol es una secuencia casi aleatoria, donde la población generada se muestra de una forma más uniforme que generando con la secuencia pseudoaleatoria. Una característica de la secuencia de Sobol es que presenta una mejor distribución de la población inicial dentro del dominio de búsqueda con lo cual se garantiza la diversidad de población, principalmente produce una distribución uniforme de las soluciones iniciales en todo el espacio muestral, pudiéndose entender esto a través de la distribución de puntos en un cuadrado de área  $1 \times 1$ , donde se expresa la media del sesgo entre los puntos a través de la variable  $E$ , donde: [16]

$$E = \frac{\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^W |y_{ij} - N/W^2|}{W^2} \quad (27)$$

Donde,  $N$  es el número de puntos,  $W$  la sub-área correspondiente a cada cuadrícula que divide el cuadrado de área  $1 \times 1$ , y  $y_{ij}$  representa los puntos contenidos en la sub-área, observar la fig. 1 [16].



**Figura 1: Distribución uniforme de puntos (SOBOL) [16].**

Para generar la población inicial se utilizó la secuencia de Sobol implementada en Matlab, con el siguiente pseudocódigo:

1. Establezca  $x_{min}$  y  $x_{máx}$ .
2. Para cada individuo  $i = 1$  a  $N$
3. Construya las soluciones iniciales de acuerdo con

$$X_{ij} = sobolset([X_{min}, X_{max}]) \quad (28)$$

**D. Pseudoaleatorio**

La creación de soluciones iniciales usando algoritmos pseudoaleatorios permite utilizar un criterio heurístico de un sistema eléctrico [7], basado en que, en una red eléctrica, se agregará al menos un circuito a solo el 10-30% de los derechos de transmisión disponibles. Por lo tanto, la creación de soluciones iniciales utilizando este criterio permitirá que el algoritmo de optimización se inicie en regiones más cercanas a los valores óptimos.

Asumiendo para  $\beta$  el porcentaje (entre el 10% y el 30% del total de derecho de paso de candidatos disponibles) de los derechos de transmisión para agregar circuitos inicialmente. Sea  $b$  calculado como  $b = \text{int}((\beta / 100) m)$ . No existe un procedimiento formal para elegir  $\beta$ , sin embargo, en algunas pruebas realizadas, elegir  $\beta = 10\%$  para redes pequeñas y medianas, y  $\beta = 25\%$  para redes más grandes, proporciona buenos resultados.

Sea  $jrand$  un conjunto de índices de dimensión  $b$ , donde  $jrand \subset [1, 2, \dots, m]$  y cada componente de  $jrand$  se eligen al azar. Por lo tanto, el proceso para definir la población inicial es el siguiente:

1. Establezca  $x_{min}$  y  $x_{máx}$ .
2. Establezca la población inicial como  $x_{ij} = x_{minij}$
3. Elija  $\beta$ , de acuerdo con el tamaño del sistema, un valor entre 10 y 30% de la dimensión del problema  $m$ , y calcule  $b$ .
4. Para cada individuo  $i = 1$  a  $N$
5. Construya las soluciones iniciales de acuerdo con

$$x_{ijrand_i} = round[x_{ijrand_i}^{min} + (x_{ijrand_i}^{max} - x_{ijrand_i}^{min}) * rand] \quad (29)$$



## V. ALGORITMO FIREFLY APLICADO AL PET

En esta sección se presenta el procedimiento general para dar solución al problema del PET usando el modelo AC y el algoritmo *Firefly*.

### A. Datos de la Red

Se carga los datos asociados al sistema de prueba tales como: la topología de red, valores de generación y carga de cada barra del sistema, el costo de la adición de nuevas líneas de transmisión, el número de líneas máximo permitido por cada derecho de vía, datos de las líneas y la capacidad de conducción por cada una de ellas.

### B. Sintonización de Parámetros.

Los parámetros utilizados en el algoritmo *Firefly* para dar solución al problema del PET son los siguientes: a) número de individuos de la población (cantidad de soluciones iniciales posibles al PET), b) número máximo de iteraciones con diferente número de población, c) número máximo de líneas que pueden ser adicionadas al sistema eléctrico (límites de construcción entre las diferentes barras del sistema), además de los parámetros relacionados al *Firefly* algoritmo: atracción inicial  $\beta_0=5$ , el coeficiente de absorción  $\gamma=0.0001$  y el parámetro de aleatorización  $\alpha=0.98$ .

### C. Creación de la Población Inicial.

La población inicial será iniciada mediante los algoritmos explicados anteriormente. Cada población inicial corresponde a una matriz  $m \times n$  donde  $m$  es la dimensión del problema y  $n$  corresponde al número de luciérnagas en cada iteración.

### D. Evaluación de la Población Inicial.

Una vez creada la población inicial se determina la luminosidad de cada luciérnaga (intensidad) evaluando la función objetivo para cada una. En este punto se identifica que luciérnaga presentan mayor intensidad de luz (brillantes), de tal manera que la luciérnaga más brillante es la que presenta menor costo en la función objetivo.

### E. Criterio de Parada.

Hasta que el criterio de parada sea satisfecho hacer:

1. Calcular la distancia entre la luciérnaga  $i - j$ .
2. Mover la luciérnaga menos brillante hacia la posición de la luciérnaga más brillante (aplicando ecuación de posición).
3. Se evalúan los costos de todas las luciérnagas nuevas (nueva posición). En este proceso se ejecutan secuencialmente las siguientes acciones:
  - Se calculan los parámetros de línea equivalentes para cada rama debido a la incorporación de circuitos en cada derecho de vía.

- Para cada luciérnaga (solución) en cada iteración se calcula el flujo óptimo de potencia mediante la herramienta de MATPOWER.
  - Se calculan los costos totales de cada solución (luciérnaga) como la sumatoria de los costos de adición de líneas nuevas más costo por compensación shunt y más una penalización asociada a las soluciones que operacionalmente no sean factibles.
4. Comparar la intensidad de luz (brillantes) de cada luciérnaga  $i$  con el resto de luciérnagas  $j$ .

## VI. RESULTADOS

Los sistemas de prueba seleccionados para realizar la comparación de meta-heurísticas, que poseen diferentes métodos de soluciones iniciales (Aleatorio, Pseudoaleatorio, Sobol, Basado en Opuestos), son el sistema de 6 nodos de Garver y el sistema de la IEEE de 24 nodos [2].

En diferentes tablas se estudia la robustez de los algoritmos mediante la tasa de éxito, el número de iteraciones promedio, que es la media del número de iteraciones de cada simulación en el que el programa alcanzó el valor mínimo. Se presenta además el valor promedio del número de evaluaciones de la función objetivo (F.O.), y el valor mínimo encontrado por el algoritmo de optimización. Los resultados también pueden verificarse en las referencias [3], [5] y [7].

### A. Sistemas y escenarios a analizar

#### 1) Sistema Garver de 6 Nodos.

El sistema de Garver es muy utilizado para presentar los resultados sobre la PET. Este sistema consiste de 6 barras 15 caminos candidatos y una demanda prevista de 760 MW. El número máximo posible de líneas adicionadas por camino es igual a 5 y el número de topologías posibles es  $(5 + 1)^{15} = 6^{15}$ . Los datos del sistema de prueba se encuentran en el Anexo 1.

#### 2) Sistema IEEE de 24 Nodos.

Este sistema tiene 24 barras y 41 caminos candidatos, una demanda prevista de 8.550 MW. El número máximo de líneas adicionadas por camino es igual a 5. El número de topologías posibles es  $(5 + 1)^{41} = 6^{41}$  [5]. Para este sistema se realizó 10 simulaciones, usando 60, 80 y 100 individuos, el número de iteraciones será elegido de acuerdo al escenario de prueba, los datos correspondientes a características del sistema están presentes en el Anexo 2.

Se estudian dos escenarios principales en cada sistema de prueba, denominados sistema con y sin redespacho, y en cada uno de ellos es posible comparar las diferentes técnicas de soluciones iniciales considerando la condición de reactivos ilimitados.



Para determinar cómo influye la generación de la población inicial al problema del PET, se comparó los resultados correspondientes a la tasa de éxito y el número de iteraciones requeridas hasta encontrar el valor menor.

realizó 20 simulaciones usando 20, 40, 60 y 80 individuos y un total de 150 iteraciones.

3) *Escenario con redespacho.*

En este escenario, que presenta redespacho de generación, hace referencia a que existe suficiente capacidad de generación del sistema, facilitando a las unidades generadoras su reprogramación de generación de energía con el propósito de que el sistema pueda satisfacer las restricciones y operar en condiciones normales de funcionamiento. El escenario con redespacho, tiene la característica de dar un cierto grado de libertad al algoritmo de solución, debido a que las restricciones del problema operacional en PET tienen mayor holgura, lo que permite que el proceso de convergencia ocurra con mayor facilidad.

4) *Escenario sin redespacho.*

En el caso en el que no se considera redespacho, la capacidad de generación se mantiene fija durante el proceso de optimización como se puede verificar en [15]. En el caso del escenario sin límite de reactivos, se considera la compensación shunt con un costo de \$0/Mvar, para el caso en el que no se considera la compensación shunt, se tiene que colocar un valor de cero a la potencia suministrada por los generadores artificiales.

B. Sistema Garver

Los resultados para el sistema Garver con redespacho y sin redespacho se encuentran en la Tabla I. Para este escenario se

**Tabla I Plan de expansión final para el sistema Garver**

Escenarios		Garver	
		Con redespacho	Sin redespacho
Barra i	Barra j	Líneas adicionadas	
2	6	3	2
3	5	1	1
3	6	0	1
4	6	0	2
<b>Costo mínimo \$</b>		110,000	188,000
<b>Comp. ilimitada</b>		Si	Si

El mejor resultado obtenido es de US \$110,000, con una compensación reactiva de 449.1 Mvar localizadas en las barras 2, 4 y 5 con 270, 73.9, 105.1 Mvar respectivamente, mientras que para el escenario sin redespacho se obtuvo un valor de inversión de US \$188,000, con una compensación shunt en las barras 2, 4 y 5 de 392, 157 y 195 Mvar respectivamente.

En las Tablas II y IV, se presenta el desempeño del algoritmo *Firefly*, con cada una de las diferentes formas para generar la población inicial, para una población de 60 luciérnagas, y un máximo de 150 iteraciones, mientras que en la Tabla III y Tabla V se presenta el desempeño del algoritmo PSO con las mismas poblaciones iniciales con fines de comparación entre las dos meta-heurísticas.

**Tabla II Resultados estadísticos obtenidos por el algoritmo *Firefly* para el sistema de prueba Garver 6 nodos con redespacho y reactivos ilimitados.**

	Aleatorio			Sobol			Opuestos			Pseudoaleatoria		
	40	60	80	40	60	80	40	60	80	40	60	80
<b>Población inicial</b>	40	60	80	40	60	80	40	60	80	40	60	80
<b>Tasa de éxitos %</b>	40	45	55	40	45	75	20	40	70	25	55	30
<b>Eval. F. O.</b>	3945	5686	6986	3690	5166	6730	3300	5275	6840	2976	4412	7120
<b>Desv. Estándar</b>	12	9	18	15	16	19	33	22	11	14	22	14
<b>Iter. Promedio</b>	98	94	87	92	86	84	82	87	85	74	73	89
<b>Costo Mínimo \$</b>	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110
<b>Costo Máximo \$</b>	190	200	170	170	170	170	190	190	190	190	201	170

**Tabla III Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo PSO para el sistema de prueba Garver 6 nodos con redespacho y reactivos ilimitados.**

	Aleatorio			Sobol			Opuestos			Pseudoaleatoria		
	40	60	80	40	60	80	40	60	80	40	60	80
<b>Población inicial</b>	40	60	80	40	60	80	40	60	80	40	60	80
<b>Tasa de éxitos %</b>	80	100	100	90	100	80	80	90	100	100	100	100
<b>Eval. F. O.</b>	1360	1662	2536	1600	216	2600	1520	1920	2280	940	1296	1320
<b>Desv. Estándar</b>	12	7	8	7	8	8	12	11	6	6	10	4
<b>Iter. Promedio</b>	34	28	32	40	36	33	38	32	29	24	22	17
<b>Costo Mínimo \$</b>	110	110	110	110	110	110	188	110	110	110	110	110



Costo Máximo \$	130	110	110	130	110	110	140	130	110	110	110	110
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

**Tabla IV Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo *Firefly* para el sistema de prueba Garver 6 nodos sin redespacho y reactivos ilimitados.**

	Aleatorio			Sobol			Opuestos			Pseudoaleatoria		
<b>Población inicial</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>
<b>Tasa de éxitos %</b>	10	20	45	10	10	10	5	25	5	20	25	5
<b>Eval. F. O.</b>	4360	4365	6986	3540	4560	8160	2840	4500	7680	3470	5604	6720
<b>Desv. Estándar</b>	36	9	18	17	0	0	0	14	0	12	22	0
<b>Iter. Promedio</b>	109	72	87	88	76	102	71	75	96	86	98	84
<b>Costo Mínimo \$</b>	188	200	200	200	188	188	200	200	188	200	200	188
<b>Costo Máximo \$</b>	335	320	268	365	268	326	291	291	301	281	271	261

**Tabla V Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo PSO para el sistema de prueba Garver 6 nodos sin redespacho y reactivos ilimitados.**

	Aleatorio			Sobol			Opuestos			Pseudoaleatoria		
<b>Población inicial</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>80</b>
<b>Tasa de éxitos %</b>	40	30	90	75	60	70	55	75	85	75	80	85
<b>Eval. F. O.</b>	1960	4400	3075	2152	2975	3765	2938	2324	4061	1464	2512	1974
<b>Desv. Estándar</b>	7	24	10	18	13	13	10	15	18	11	16	10
<b>Iter. Promedio</b>	49	73	38	53	49	47	748	38	50	36	41	37
<b>Costo Mínimo \$</b>	188	188	188	188	188	188	188	188	188	188	188	188
<b>Costo Máximo \$</b>	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200

Los resultados obtenidos para el sistema Garver con reactivos ilimitados muestran que el algoritmo *Firefly* no presenta un buen desempeño, ya que su tasa de éxito es de alrededor del 50%, ver Tabla II. La Tabla II muestra que la población inicial pseudoaleatoria es la que mejores resultados proporciona, ya que esta converge al valor mínimo en el menor número de iteraciones (promedio entre 73, 89 iteraciones), lo cual indica que inicia en valores cercanos al óptimo, y por tanto la meta-heurística se direcciona rápidamente al valor mínimo encontrado. Mientras que al iniciar la población inicial con la secuencia de Sobol, esta presenta el mayor número de iteraciones promedio (entre 84 a 92 iteraciones), hasta llegar al valor mínimo encontrado. Esto se debe probablemente a que la secuencia de Sobol presenta una alta diversidad de población, y por tanto requiere de un mayor número de iteraciones para converger. De la misma manera lo demuestra la meta-heurística PSO en la Tablas III, que, al aplicar la población inicial Pseudoaleatoria, los resultados obtenidos requieren menos iteraciones hasta alcanzar el valor mínimo, haciendo una convergencia rápida (entre 17 y 24 iteraciones), mientras que la secuencia de Sobol es la que mayor número de iteraciones requiere hasta alcanzar el valor mínimo (entre 33 y 40 iteraciones).

Al incrementar la complejidad al sistema Garver sin permitir el redespacho (ver Tabla IV), el algoritmo *Firefly* reduce su desempeño, con una tasa de éxito menor al 20%. No así el algoritmo PSO (ver Tabla V), donde se puede comprobar nuevamente que con la generación de la población inicial Pseudoaleatoria, se obtienen los mejores resultados, requiriendo un menor número de iteraciones promedio hasta

obtener el menor valor encontrado (entre 36 y 41 iteraciones). Mientras que nuevamente al iniciar la población inicial con la secuencia de Sobol, hasta alcanzar el valor mínimo requiere el mayor número de iteraciones promedio (entre 47 y 53 iteraciones) y por tanto el mayor número de evaluaciones de la función objetivo.

C.) Sistema IEEE 24 nodos.

El costo mínimo para el sistema IEEE de 24 Nodos con redespacho considerando compensación ilimitada de reactivos es: US \$51,000, Tabla VI, con una compensación shunt total de 1293 Mvar localizadas en las barras en las barras 3, 4, 5, 8, 9, 10, 19 y 20 con 393.8, 81.14, 63.4, 142, 215.4, 123.8, 133.9 y 140 Mvar respectivamente, mientras que para el escenario sin redespacho, Tabla VI, se obtuvo un valor de inversión de US \$113,000, con una compensación shunt total de 1348 Mvar.

**Tabla VI Plan de expansión final para el sistema IEEE**

Escenarios		IEEE	
		Con redespacho	Sin redespacho
<b>Barra i</b>	<b>Barra j</b>	<b>Líneas adicionadas</b>	
1	2	1	1
6	10	1	1
7	8	2	2
13	14	0	1
<b>Costo mínimo \$</b>		51,000	113,000
<b>Comp. ilimitada</b>		Si	Si



Las Tablas VII - X muestran algunos datos del redespacho con reactivos ilimitado, para una población de 80 proceso de convergencia para el escenario IEEE con y 100 luciérnagas para cada meta-heurística.

**Tabla VII Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo *Firefly* para el sistema de prueba IEEE con redespacho y reactivos ilimitados**

	Aleatorio		Sobol		Opuestos		Pseudoaleatoria	
	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Población inicial</b>	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Tasa de éxitos %</b>	10	10	10	30	10	10	10	20
<b>Eval. F. O.</b>	5520	8200	6000	7600	8900	8200	7120	7400
<b>Desv. Estándar</b>	0	0	0	3	0	0	0	7
<b>Iter. Promedio</b>	69	82	75	76	89	82	75	74
<b>Costo Mínimo \$</b>	172	1848	228	140	131	216	126	140
<b>Costo Máximo \$</b>	335	729	621	326	748	706	422	278

**Tabla VIII Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo PSO para el sistema de prueba IEEE con redespacho y reactivos ilimitados**

	Aleatorio		Sobol		Opuestos		Pseudoaleatoria	
	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Población inicial</b>	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Tasa de éxitos %</b>	70	80	60	90	70	100	80	90
<b>Eval. F. O.</b>	6811	9200	8146	10122	7085	8310	4700	6655
<b>Desv. Estándar</b>	17	23	22	18	10	12	9	15
<b>Iter. Promedio</b>	85	92	101	101	88	83	58	66
<b>Costo Mínimo \$</b>	51	51	51	51	51	51	51	51
<b>Costo Máximo \$</b>	89	89	89	89	89	51	57	78

**Tabla IX Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo *Firefly* para el sistema de prueba IEEE sin redespacho y reactivos ilimitados**

	Aleatorio		Sobol		Opuestos		Pseudoaleatoria	
	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Población inicial</b>	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Tasa de éxitos %</b>	10	10	10	10	10	10	10	10
<b>Eval. F. O.</b>	9040	8600	7920	9300	6560	1080	7120	6400
<b>Desv. Estándar</b>	0	0	0	0	0	0	0	7
<b>Iter. Promedio</b>	113	86	99	93	82	108	89	64
<b>Costo Mínimo \$</b>	273	346	317	306	222	113	283	117
<b>Costo Máximo \$</b>	936	732	770	738	595	624	569	923

**Tabla X Resultados Estadísticos obtenidos por el algoritmo PSO para el sistema de prueba IEEE sin redespacho y reactivos ilimitados**

	Aleatorio		Sobol		Opuestos		Pseudoaleatoria	
	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Población inicial</b>	80	100	80	100	80	100	80	100
<b>Tasa de éxitos %</b>	30	100	80	90	60	100	90	100
<b>Eval. F. O.</b>	8000	10120	8790	10922	9880	9970	6044	7040
<b>Desv. Estándar</b>	19	24	16	12	20	18	15	12
<b>Iter. Promedio</b>	100	101	109	109	123	99	76	70
<b>Costo Mínimo \$</b>	113	113	113	113	113	113	113	113
<b>Costo Máximo \$</b>	197	113	161	117	193	113	117	113

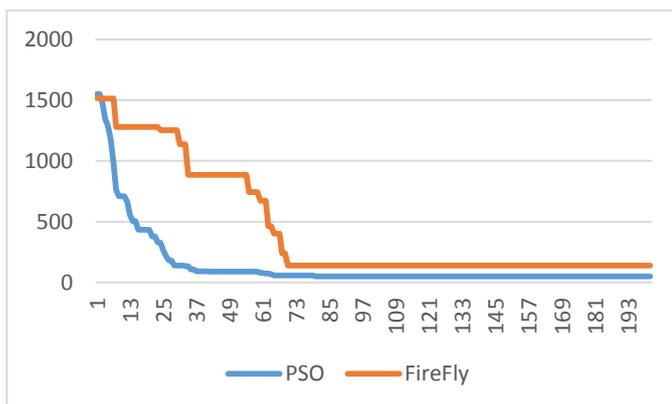


Los resultados obtenidos para el sistema IEEE 24 nodos con reactivos ilimitados, en la Tabla VII, muestran que el algoritmo *Firefly* no presenta un buen desempeño, ya que en ninguno de los ensayos realizados puede encontrar el valor mínimo alcanzado por el algoritmo PSO (Tabla VIII). Los resultados más favorables se presentan usando la población inicial Pseudoaleatoria, que es la técnica que mejor desempeño presenta, a diferencia de las otras técnicas de inicialización.

Lo anterior se puede comprobar también con los resultados mostrados en la Tabla VIII. Se muestra que la población inicial Pseudoaleatoria es la que mejores resultados proporciona, ya que esta converge al valor mínimo en el menor número de iteraciones promedio (entre 58 y 66 iteraciones), mientras que, al empezar la población inicial con la secuencia de Sobol esta presenta el mayor número de iteraciones promedio (101 iteraciones), hasta llegar al valor mínimo encontrado.

En el sistema de 24 nodos de la IEEE sin redespacho, el algoritmo *Firefly* presenta un bajo desempeño (ver Tabla IX), por lo que se hace muy difícil comparar los resultados, no así con el algoritmo PSO, donde la Tabla X muestra que con la generación de la población inicial pseudoaleatoria se obtienen los mejores resultados, requiriendo un menor número de iteraciones promedio hasta obtener el menor valor encontrado (70 - 76 iteraciones), mientras que en este caso, al usar la población inicial basado en opuestos, es la que mayor número de iteraciones requiere (entre 99, 123 iteraciones). Haciendo que la meta-heurística presenta una convergencia más lenta, que el resto de técnicas iniciales.

Los resultados del proceso de convergencia para el Sistema IEEE con redespacho mediante la población inicial pseudoaleatoria pueden ser vistos en la Fig. 2, donde se puede ver que el *Firefly* no puede encontrar el valor mínimo encontrado por el algoritmo PSO.



**Figura 2** Convergencia del sistema IEEE con redespacho con reactivos ilimitados, usando el algoritmo *Firefly* y PSO con población inicial Pseudoaleatoria.

## VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

En este trabajo se ha realizado una comparación entre diferentes técnicas de creación de soluciones iniciales en los algoritmos de solución del problema PET. Se implementó el algoritmo *Firefly* de naturaleza heurística, al que luego se aplicó los diferentes métodos de soluciones iniciales (Aleatorio, Pseudoaleatorio, Sobol y Basado en Opuesto). Se usaron diferentes sistemas de prueba tales como el sistema de Garver de 6 Nodos y el sistema de la IEEE de 24 Nodos, con y sin redespacho respectivamente. Los resultados obtenidos con el algoritmo *Firefly* se comparó con aquellos obtenidos con el algoritmo PSO de tal forma de establecer cuál de las técnicas de creación de soluciones iniciales resulta la más eficiente.

Los costos promedio obtenidos de los planes de expansión con el algoritmo *Firefly* para el sistema de Garver de 6 Nodos y el de la IEEE de 24 Nodos con/sin redespacho y sin límite de reactivos son muy altos y presentan bajas tasas de éxitos al comparar las diferentes técnicas de soluciones iniciales. Con el algoritmo PSO se obtiene un costo de plan de expansión menor para el escenario IEEE de 24 nodos con redespacho sin límite de reactivos y para el escenario de la IEEE de 24 nodos sin redespacho sin límite de reactivos.

De las técnicas de soluciones iniciales analizadas se puede concluir que la generación de la población inicial pseudoaleatoria es la que mejores soluciones presenta, ya que permite a las metaheurísticas *Firefly* y PSO encontrar la solución más económica en el menor número promedio de evaluaciones de la función objetivo, con la mayor tasa de éxitos.

De las comparaciones realizadas entre el algoritmo *Firefly* y el PSO aplicados a las diferentes técnicas de soluciones iniciales, se observa que las mejores tasas de éxito y el menor costo en los diferentes escenarios de prueba las obtuvo el algoritmo PSO, existiendo una diferencia significativa en la comparación y siendo este el más exitoso.

Es importante flexibilizar los parámetros de ajuste de las heurísticas para investigaciones futuras, pues en un estado temprano de la exploración, se le debe permitir al algoritmo, buscar tanto en regiones factibles como infactibles. Esto enriquece el método y la calidad de las respuestas encontradas, llevando al algoritmo a encontrar el valor óptimo con mayor facilidad.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] I. de Jesus Silva, "Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando segurança e planos de programação da geração," Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 2005.
- [2] M. J. Rider, "Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão Usando os Modelos CC - CA e Tecnicas de Programação Não - Linear," p. 236, 2006.



- [3] A. Peñaherrera Wilches, "Planeamiento de la Expansión de los Sistemas Eléctricos de Transmisión Utilizando el Modelo AC Resuelto Mediante Algoritmos Evolutivos," Tesis de Maestría. Universidad de Cuenca., 2015.
- [4] S. P. Torres, R. A. de Araujo, C. A. Castro, and J. Pissolato, "Security Constrained Transmission Expansion Planning for Smart Transmission Grids Based on the AC Network Model," in Transmission & Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T&D-LA), 2014 IEEE PES, 2014, pp. 1–6.
- [5] S. P. Torres and C. A. Castro, "Specialized Differential Evolution Technique to Solve the Alternating Current Model Based Transmission Expansion Planning Problem," Int. J. Electr. Power Energy Syst., vol. 68, pp. 243–251, 2015.
- [6] J. Schlabbach and K.-H. Rofalski, "Power System Engineering: Planning, Design, and Operation of Power Systems and Equipment," John Wiley & Sons, 2008.
- [7] Santiago, P. Torres and Carlos A. Castro. "Expansion planning for smart transmission grids using AC model and shunt compensation." *IET Generation, Transmission & Distribution* 8.5 (2014): 966-975.
- [8] Yang, Xin-She. "Firefly algorithms for multimodal optimization." *International symposium on stochastic algorithms*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [9] Bent, R., Coffrin, C., Gumucio, R. R., & Van Hentenryck, P. (2014, August). Transmission Network Expansion Planning: Bridging the gap between AC heuristics and DC approximations. In *Power Systems Computation Conference (PSCC), 2014* (pp. 1-8). IEEE.
- [10] Senthilnath, J., S. N. Omkar, and V. Mani. "Clustering using firefly algorithm: performance study." *Swarm and Evolutionary Computation* 1.3 (2011): 164-171.
- [11] Horng, Ming-Huwi. "Vector quantization using the firefly algorithm for image compression." *Expert Systems with Applications* 39.1 (2012): 1078-1091.
- [12] Yang, Xin-She. "Multiobjective firefly algorithm for continuous optimization." *Engineering with Computers* 29.2 (2013): 175-184.
- [13] Yang, Xin-She, Seyyed Soheil Sadat Hosseini, and Amir Hossein Gandomi. "Firefly algorithm for solving non-convex economic dispatch problems with valve loading effect." *Applied soft computing* 12.3 (2012): 1180-1186.
- [14] Rastgou, Abdollah, and Jamal Moshtagh. "Application of firefly algorithm for multi-stage transmission expansion planning with adequacy-security considerations in deregulated environments." *Applied Soft Computing* 41 (2016): 373-389.
- [15] José E. Chillogalli, Santiago P. Torres and Carlos A. Castro. "Biogeography based optimization algorithms applied to AC transmission expansion planning." Innovative Smart Grid Technologies Conference-Latin America (ISGT Latin America), 2017 IEEE PES. IEEE, 2017.
- [16] Shenjung Huan and Venkadata Dinavahi. "Multi-group particle swarm optimisation for transmission expansion planning solution based on LU decomposition." *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2017, Vol. 11 Iss. 6, pp. 1434-1442
- [17] Abdollah Rastgou and Jamal Moshtagh. "Application of firefly algorithm for multi-stage transmission expansion planning with adequacy-security considerations in deregulated environments." *Applied Soft Computing*, 2016, Vol. 41, pp. 373–389



## ANEXO 1

## Datos del Sistema Garver de 6 Nodos

*Datos de generación y demanda del sistema Garver de 6 Nodos*

Nodo	$P_G^{min}(MW)$	$P_G(MW)$	$P_G^{max}(MW)$	$Q_G^{min}(MVAR)$	$Q_G(MVAR)$	$Q_G^{max}(MVAR)$
1	0	50	150	-10	40	48
2	0	0	0	0	0	0
3	0	165	360	-10	100	101
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	545	600	-10	150	183

*Datos de las líneas del sistema Garver de 6 Nodos*

Desde $i$	Hasta $j$	$r$ (pu)	$x$ (pu)	$c_{ij}$ ( $10^3$ US\$)
1	2	0.040	0.40	40
1	3	0.038	0.38	38
1	4	0.060	0.60	60
1	5	0.020	0.20	20
1	6	0.068	0.68	68
2	3	0.020	0.20	20
2	4	0.040	0.40	40
2	5	0.031	0.31	31
2	6	0.030	0.30	30
3	4	0.059	0.59	59
3	5	0.020	0.20	20
3	6	0.048	0.48	48
4	5	0.063	0.63	63
4	6	0.030	0.30	30
5	6	0.061	0.61	61



## ANEXO 2

## Datos del Sistema IEEE de 24 Nodos

*Datos de generación y demanda del sistema IEEE de 24 nodos*

Nodo	$P_G^{min}(MW)$	$P_G(MW)$	$P_G^{max}(MW)$	$Q_G^{min}(MVAR)$	$Q_G(MVAR)$	$Q_G^{max}(MVAR)$
1	0	576	576	-150	0	240
2	0	576	576	-150	0	240
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	-300	0	0
7	0	900	900	0	0	540
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	1457	1773	0	0	720
14	0	0	0	-150	0	600
15	0	325	645	-150	0	330
16	0	282	465	-150	0	240
17	0	0	0	0	0	0
18	0	603	1200	-150	0	600
19	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0
21	0	951	1200	-150	0	600
22	0	900	900	-180	0	288
23	0	1980	1980	-375	0	930
24	0	0	0	0	0	0

*Datos de las líneas del sistema IEEE de 24 nodos*

Desde $i$	Hasta $j$	$r$ (pu)	$x$ (pu)	$b$ (pu)	$c_{ij}$ ( $10^3$ US\$)
1	2	0.0026	0.0139	0.4611	3
1	3	0.0546	0.2112	0.0572	55
1	5	0.0218	0.0845	0.0229	22
2	4	0.0328	0.1267	0.0343	33



2	6	0.0497	0.1920	0.0520	50
3	9	0.0308	0.1190	0.0322	31
3	24	0.0023	0.0839	0.0000	50
4	9	0.0268	0.1037	0.0281	27
5	10	0.0228	0.0883	0.0239	23
6	10	0.0139	0.0605	24.590	16
7	8	0.0159	0.0614	0.0166	16
8	9	0.0427	0.1651	0.0447	43
8	10	0.0427	0.1651	0.0447	43
9	11	0.0023	0.0839	0.0000	50
9	12	0.0023	0.0839	0.0000	50
10	11	0.0023	0.0839	0.0000	50
10	12	0.0023	0.0839	0.0000	50
11	13	0.0061	0.0476	0.0999	66
11	14	0.0054	0.0418	0.0879	58
12	13	0.0061	0.0476	0.0999	66
12	23	0.0124	0.0966	0.2030	134
13	23	0.0111	0.0865	0.1818	120
14	16	0.0050	0.0389	0.0818	54
15	16	0.0022	0.0173	0.0364	24
15	21	0.0063	0.0490	0.1030	68
15	24	0.0067	0.0519	0.1091	72
16	17	0.0033	0.0259	0.0545	36
16	19	0.0030	0.0231	0.0485	32
17	18	0.0018	0.0144	0.0303	20
17	22	0.0135	0.1053	0.2212	146
18	21	0.0033	0.0259	0.0545	36
19	20	0.0051	0.0396	0.0833	55
20	23	0.0028	0.0216	0.0455	30
21	22	0.0087	0.0678	0.1424	94
1	8	0.0348	0.1344	0.0000	35
2	8	0.0328	0.1267	0.0000	33
6	7	0.0497	0.1920	0.0000	50
13	14	0.0057	0.0447	0.0000	62
14	23	0.0080	0.0620	0.0000	86
16	23	0.0105	0.0822	0.0000	114
19	23	0.0078	0.0606	0.0000	84