UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

"GUÍA DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA PARA LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA PRUEBA SER BACHILLER DEL CIRCUITO Nº C006 HUAYNACAPAC-CUENCA"

Trabajo de titulación previa a la obtención del Título de Licenciado/a en Ciencias de la Educación en la Especialidad de Matemáticas y Física

AUTORES:

JORGE ROLANDO FLORES DURÁN
C.I.: 0104723309

CARLA AZUCENA MERCHÁN TORRES
C.I.: 0105622294

DIRECTOR:

Mg. FABIÁN EUGENIO BRAVO GUERRERO
C.I.: 0101654861

Cuenca – Ecuador

2017

RESUMEN

La problemática en nuestra propuesta es la falta de textos y guías de álgebra con enfoque constructivista, que preparen a los estudiantes en los exámenes de grado Ser Bachiller.

Los métodos y procedimientos utilizados para reunir los datos fueron la estadística, por medio de la encuesta que nos permitió mostrar datos de manera: fiable, tabulada, gráfica y porcentual, donde se evidencia la necesidad de una guía didáctica con los temas desarrollados del álgebra emitidos por el Ministerio de Educación a través del INEVAL (Instituto Nacional de Evaluación Educativa).

Los resultados obtenidos muestran la necesidad de una guía con enfoque constructivista para profesores con los temas del Álgebra del examen de grado Ser Bachiller. Esta guía está estructurada de la siguiente manera: anticipación (organizadores gráficos, lluvia de ideas, conceptos e historias), construcción (cuadros comparativos, problemas de la vida real relacionados al entorno del estudiantes, videos educativos, gráficas e imágenes), y consolidación del conocimiento (actividades lúdicas, cuestionarios y ejercicios propuestos), de esta forma alcanzaríamos el aprendizaje constructivista y significativo, para obtener mejores resultados en el examen de grado.

PALABRAS CLAVES: Algebra, Aprendizaje, Constructivismo, Enseñanza, Guía didáctica, Significativo

ABSTRACT

The problem in our proposal is the lack of textbooks and guides algebra with constructivist approach, which prepare students in grade exams Bachelor degree.

The methods and procedures used to collect data were the statistics, through the survey that allowed us to display data in a way: reliable, tabular, graphical and percentage, where the need of a didactic guide is evidenced by the themes developed algebra issued by the Ministry of Education through INEVAL (National Institute for Educational evaluation).

The results show the need for a guide for teachers with constructivist approach to the topics of Algebra exam grade Bachelor degree. This guide is structured as follows: anticipation (graphic organizers, brainstorming, concepts and stories), construction (comparative tables, problems of real life related to the student environment, educational videos, graphics and images), and consolidation of knowledge (recreational activities, quizzes and proposed exercises), thus would reach constructivism and meaningful learning, for better results in the degree examination.

KEYWORDS: Algebra, Learning, Constructivism, Teaching, Teaching guide, Meaningful

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

CLÁUSULA DE DERECHOS DE AUTOR

UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLÁUSULA DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Jorge Rolando Flores Durán, autor del tema "Guía didáctica del álgebra de la Prueba Ser Bachiller del circuito Nº C006 Huaynacapac-Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca en base al artículo 05 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para obtener mi Título de Licenciado en Ciencias de la Educación, Especialidad Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales y patrimoniales como autor

Cuenca, enero 12 de 2017

Jorge Rolando Flores Durán
C.I.: 0104723309

CLÁUSULA DE DERECHOS DE AUTOR

UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLÁUSULA DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Carla Azucena Merchán, autor del tema "Guía didáctica del álgebra de la Prueba Ser Bachiller del Circuito Nº C006 Huaynacapac-Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca en base al artículo 05 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para obtener mi Título de Licenciada en Ciencias de la Educación, Especialidad Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales y patrimoniales como autora

Cuenca, enero 12 de 2017

Carla Azucena Merchán
C.I.: 0105622294

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Yo, Jorge Rolando Flores Durán, autor del tema "Guía didáctica del álgebra de la Prueba Ser Bachiller del circuito Nº C006 Huaynacapac-Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de mi exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, enero 12 de 2017

Jorge Rolando Flores Durán
C.I.: 0104723309

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Yo, Carla Azucena Merchán, autora del tema "Guía didáctica del álgebra de la Prueba Ser Bachiller del circuito Nº C006 Huaynacapac-Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de mi exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, enero 12 de 2017

Carla Azucena Merchán Torres
C.I.: 0105622294

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios, por darme las energías y salud
para poder culminar este trabajo; a mi familia,
que de una u otra manera me han apoyado económica y moralmente
para que se vuelva una realidad esta gran meta académica.

A las autoridades, personal administrativo y docentes de la
Universidad de Cuenca, Facultad
de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Escuela de Matemáticas y Física
que siempre me han brindado su apoyo incondicional
durante el tiempo que estuve en la Institución como estudiante y al
momento de la realización del presente Proyecto.

A mis amigos y amigas que apoyaron con su contingente humano cuando
lo pedí y siempre estuvieron dispuestos alivianar el trabajo.

A la gran Institución donde realizo mi voluntariado
IRFEYAL – Unidad Educativa José María Vélaz Ext. 68-B Gapal –Cuenca
que me han facilitado su infraestructura, equipo tecnológico y demás
herramientas que se requiere al momento de la ejecución de un trabajo.

Quisiera agradecer a cada una de las buenas personas con las tuve la
oportunidad de compartir las aulas de clase y la ejecución de este
proyecto
pero la lista sería interminable así que les agradezco infinitamente y de
corazón a todos los que me conocen y les conozco.

Jorge Rolando Flores Durán

AGRADECIMIENTO

Quiero agradecer a Dios por darme una oportunidad y fuerzas cada día para llegar a cumplir esta meta tan anhelada, si no hubiese contado con el amor, favor y bendición de él no hubiese llegado hasta donde estoy.

Agradezco de forma infinita a mis Padres y hermana Patricia por su amor y apoyo incondicional, ellos fueron los motores de mi formación y éxito profesional, esta meta alcanzada es la herencia que he recibido de ustedes queridos Padres.

Extiendo mis agradecimientos a nuestro director de Trabajo de Titulación Mg. Fabián Bravo, quien con su paciencia y conocimientos contribuyó con su experiencia para lograr y elaborar este proyecto.

Agradezco al gran elenco de Docentes de la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca, quienes fueron parte de mi crecimiento intelectual, profesional y grandes experiencias.

Carla Azucena Merchán Torres

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, como docente de vocación y formación, a mis queridos estudiantes de la fundación IRFEYAL (Instituto Radiofónico Fé y Alegría) de la Unidad Educativa José María Vélaz y de las diferentes Instituciones de la ciudad de Cuenca, que he tenido la oportunidad de compartir el proceso de enseñanza aprendizaje en varias o pocas oportunidades, pero que han sido mi inspiración y motivación para realizar este trabajo de recopilación de información para las Pruebas Ser Bachiller.

Me permito también dedicar este trabajo a mis queridos hijos e hija que con el solo hecho de abrazarlos y besarlos han sido mi fortaleza y la razón de lucha interminable para ofrecerles un presente y un futuro mejor.

Como no dedicar este humilde trabajo a mis padres que me dieron la vida, pero que lamentablemente ya no están en este mundo, en especial quiero dedicar este proyecto a mis inigualables hermanos que me apoyaron incondicionalmente incluso sacrificando su bienestar personal y económico para que pudiera culminar esta meta.

Jorge Rolando Flores Durán

DEDICATORIA

Dedico mi Trabajo de Titulación primeramente a Dios por guiarme y brindarme un día más de vida y permitir de esta manera alcanzar mis sueños.

Por su amor, paciencia, compresión y tolerancia dedico este proyecto a mi esposo Manuel Palacios, gracias por estar de forma incondicionalmente apoyándome en el cumplimiento de todas mis metas.

A mi familia por estar presentes en los buenos y malos tiempos, porque de alguna manera colaboraron con la realización de este proyecto,

Sin duda alguna dedico mi proyecto a mis hermosos sobrinos quienes son mi motivación y felicidad de cada día.

Carla Azucena Merchán Torres

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo trata sobre la “Guía Didáctica del Algebra para la enseñanza aprendizaje de las Pruebas Ser Bachiller del Circuito C05-06 Monay -Huaynacapac ”, que se encuentra dividido en tres Capítulos.

El Capítulo I, habla del enseñanza-aprendizaje en la escuela tradicional y la escuela nueva, los cambios que debe tomar la escuela tradicional de acuerdo a la evolución de la sociedad para que continúe efectiva y eficaz; enfoca el constructivismo, donde el estudiante es el actor del proceso enseñanza aprendizaje y el docente sirve de guía o facilitador, para que el aprendizaje no sea solo para las evaluaciones o para aprobar un determinado grado o curso, sino que sea significativo para la vida, la sociedad y el trabajo. En este capítulo también se habla de la didáctica del Álgebra, los métodos de la enseñanza, para que el estudio del Álgebra sea dinámico y en algunas situaciones lúdicas.

El Capítulo II, es un diagnóstico, donde se detecta el problema, es decir, ¿por qué realizar el trabajo de investigación propuesto? En este Capítulo detectamos que el problema está en los textos de matemáticas debido a que son mecánicos y los profesores utilizan en la mayoría de los casos una pedagogía tradicional. Además se evidencia la estadística de nuestro trabajo de titulación mediante: encuestas, tabulación, gráfica y porcentajes de datos, que nos permiten respaldar lo que estamos proponiendo.

En el Capítulo III, se desarrolla los contenidos del Álgebra con temas que los estudiantes deben empoderarse, para rendir la Prueba Ser Bachiller, es decir lo mínimo requerido por el Ministerio de Educación en el campo del Álgebra para obtener su título de Segundo Nivel, además el desarrollo de la “Guía didáctica del Álgebra” les será útil para sus primeros años de Universidad. En este capítulo, se desarrolla los tópicos: ecuaciones y sistemas de ecuaciones; desigualdades y sistemas de desigualdades; progresiones y vectores utilizando los tres tiempos que debe existir en una clase de la escuela nueva, estos son: **anticipación** (todo lo que requiere para estudiar el tema), **construcción** de conocimiento (ejercicios modelos, conceptos, figura, imágenes y situaciones de la vida cotidiana para desarrollar un tema) y **construcción** del conocimiento (lo que se necesita para que el aprendizaje sea significativo de acuerdo al contexto del estudiante). En el desarrollo de los temas se procura que los ejemplos involucren actividades lúdicas y ejercicios enfocados de acuerdo a la realidad de los estudiantes.

CAPÍTULO I

1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1. Desarrollo y cambio de la educación

La educación como proceso de enseñanza-aprendizaje es resultado de la sociedad, y a su vez ha ido respondiendo a diferentes contextos históricos. Es importante abordar la educación desde la historia de las civilizaciones. Salas (2012, pág. 43) señala que cada cultura tenía su forma de organización e ideología. La civilización que más influyó en las culturas occidentales fue la egipcia, pues perduró hasta inicios de la Edad Media. Por tal razón, muchas de sus tradiciones en el aspecto educativo son fundamentales para el análisis de la educación occidental, indica el autor.

Así mismo, (J. Salas) manifiesta que surgen teorías pedagógicas relacionadas con la psicología. Se fundamenta una teoría sobre la “nueva escuela”, el autor señala las siguientes características:

- Laboratorio de pedagogía activa
- Internado situado en el campo
- La convivencia de ambos sexos se normaliza
- Aprendizaje activo y significativo

Estos diferentes procesos han permitido que la educación cambie, y por ende el sistema que lo rige. Así mismo, se puede afirmar que el sistema educativo se ha ido desarrollando mediante cambios a lo largo de la historia. Si bien es cierto que aún se arrastran costumbres de la época clásica, ya sean las áreas de enseñanza o los métodos, lo importante es que se vayan mejorando y acoplando a la sociedad en donde se desenvuelve dicho sistema.

Se puede decir que actualmente, muchas son las culturas que han optado por métodos más humanos. Así mismo, se pueden destacar las diferentes corrientes educativas: conductismo y constructivismo, las mismas que, en cierto grado, se contraponen hoy en día. Como se ha dicho, lo importante es ir acoplando un sistema según las necesidades que exige la sociedad, en el caso de la actualidad, el aprendizaje activo y significativo juega un papel importante en las diferentes sociedades.

Además de las diferentes escuelas occidentales en la historia, es importante enfatizar en dos tendencias que marcaron el sistema educativo de la cultura occidental, es decir la escuela tradicional y la nueva escuela. A continuación se hará un análisis sobre ambos sistemas de escolaridad, los mismos que se han enfrentado en un momento dado, incluso, hasta en la actualidad.

1.1.1. Aprendizaje y enseñanza en la escuela tradicional

La Fundación Universitaria Luis Amigó (2006, pág. 6) señala que la escuela tradicional se caracteriza por ser una forma de comprender al hombre y su propósito dentro del proceso enseñanza aprendizaje. Por esta razón, en la escuela tradicional se abordan los siguientes aspectos:

- Propósitos: el estudiante alcanza el conocimiento de una manera universal
- Contenidos: enciclopedismo
- Secuencia: repetición de la última clase
- Metodología: la memorización y reproducción

- Evaluación: evaluar la información repetida y la pasividad del estudiante

Por su parte, Nieto y otros (2012, pág. 1) señalan más características de la escuela tradicional:

- El docente como sofista: pretende transmitir contenidos como conocimientos acabados, los mismos que no deben ser cuestionados por parte del alumno.

- El alumno como receptor pasivo: el alumno debía centrarse en inferir todo lo que se le trasmitía, no cuestionaba ni investigaba posiciones diferentes, pues ese no era su obligación. Por lo tanto, era un sujeto pasivo dentro del ciclo del aprendizaje.

- El aprendizaje: se basaba en tres destrezas: escuchar, leer y repetir. El aprendizaje es un proceso receptivo, el alumno graba y repite, el alumno tenía su mente en blanco, por lo que el docente iba depositando el conocimiento.

- La metodología: el docente transmite el saber por medio de explicaciones o demostraciones.

- Actividad áulica. Repaso de la clase anterior, presentación de la información: ordenada y resumida, generalización de lo aprendido, aplicación y resolución de ejemplos.

Un aspecto importante que cabe señalarse es la violencia corporal. Esta tendencia, que se vino arrastrando desde la época clásica, tuvo fuerte apogeo en la escuela tradicional. Muchos docentes maltrataban, ya sea física o verbal mente al estudiante que no alcanzaba con los logros del plan: memorización y repetición de la información. Gracias a estas características, la escuela tradicional abandonó el razonamiento y se enfocó en aprendizajes mecánicos, obtenidos por exposición o explicaciones del docente. Es decir, no había cabida a la práctica realizada por el estudiante. Zubiría (2002, pág. 87) señala:

> La Escuela Tradicional se convirtió prácticamente en la única hasta fines del siglo XIX. A partir de allí se inició la gestación de un nuevo enfoque pedagógico que lleva por nombre “Escuela nueva” y que se enfrentó a los principios señalados anteriormente, construyendo unos nuevos.

Debido a la problemática que generaba el tipo de aprendizaje adquirido en esta escuela, surgió un enfoque que pretendía demostrar la habilidad del estudiante para generar su propio conocimiento.

1.1.2. Aprendizaje y enseñanza en la escuela nueva

La escuela nueva empieza a desarrollarse entre los siglo XX y XXI, es decir, en la época contemporánea. Este periodo data desde los últimos años del siglo XVIII, comenzando con la Revolución Francesa, siguiendo con el siglo XI, XX y XXI, señala Salas (2012, pág. 110).

Para evitar lo tradicional y llevar a cabo una práctica diferente, el autor considera que la escuela debe ser tomada como un ambiente de belleza, confianza y seguridad. Para esta época surgen figuras muy importantes como Dewey, quien manifestaba que la institucionalización de una nueva pedagogía responde a las necesidades de una nueva sociedad. Esta sociedad necesita del trabajo y la abstracción, pero también de las ciencias humanas. De igual manera, la figura de Russell es importante para este periodo, pues, él señala que la sociedad actual está globalizada, por lo que requiere de una educación globalizada, a lo que Alonso afirma que con el tiempo, organizaciones mundiales como la UNESCO han acogido el pensamiento de Russell.

Por otra parte, Salas (2012, pág. 125) indica que sigue prevaleciendo la dependencia entre pedagogía y psicología. Piaget se convierte en un principal transformador de la pedagogía, pues separa las diferentes etapas del niño y aplica en ellas estrategias y técnicas acodes a cada etapa. Alonso dice que Piaget divide las etapas y los métodos de educación de la siguiente manera:

- 0 a 2 años: el ser humano vive en un periodo sensitivo-motor. Por lo tanto, la educación debe enfocarse en movimientos, en lugar de lenguaje.

- 2 a 7 años: el niño es capaz de originar imágenes mentales, puede aprender el lenguaje y una variedad de conocimientos básicos y problemas matemáticos sencillos, sin descuidar el desarrollo motor.

- 7 a 11 años: el niño articula objetos que caen inmediatamente bajo los sentidos, por lo que el niño ya está capacitado para obtener una educación más formal, pero relacionada con su experiencia inmediata.

- 12 a 15 años: el preadolescente puede razonar sobre objetos e hipótesis, ya tiene una capacidad de abstracción, por lo tanto, solo hasta los 15 años la educación puede incluir cualquier área de conocimiento.

Ahora bien, la Escuela Nueva surge como propuesta de romper con el paradigma tradicional, el mismo que orientaba al sistema educativo a una metodología continua, rutinaria y repetitiva. Para enfrentarse a esto, la Nueva Escuela propone que la acción del estudiante garantiza el aprendizaje. Para esta propuesta aparecen algunas figuras claves, las mismas que fundamentarán un nuevo enfoque, el Constructivismo.

Zubiría (2002) dice que autores como Montessori, Kerschensteiner, Fröebel y Freinet concluyen que el activismo del estudiante, garantiza el pleno desarrollo del conocimiento. Pues, al estar ligado a la naturaleza, realidad y experiencia del ser humano, reivindica lo común y cotidiano.

Esto permite una toma de conciencia y juicios de valor, intereses y necesidades del alumno.

La Nueva Escuela privilegia el conocimiento empírico del niño, el mismo que es adquirido desde el hogar y el entorno social, por tal razón, siempre defenderá los conocimientos previos que se fusionarán con los nuevos.

El Ministerio Nacional de Educación de Colombia (2010, pág. 22) señala los principios pedagógicos fundamentales en la Nueva Escuela:

- Experiencia natural: priorizar las necesidades, intereses y talentos que están en la espontaneidad y naturaleza del niño. El niño adquiere diferentes capacidades según su interacción social, por lo que, dichas capacidades deben ser perfeccionadas por parte del docente en la escuela.

- Actividad: esto significa que el niño reflexione sobre o que hace, movilice su estructura mental, dialogue y confronte a teorías, planee y ejecute soluciones a un problema.

- Diseño del medio ambiente: el ambiente en donde se desenvuelve el niño, debe estar diseñado con el fin de satisfacer necesidades e intereses. Esto no significa que el docente sea el que diseñe el medio ambiente, por lo contario, el alumno es quien crea, organiza y diseña su propio escenario.

- Individualización: cada individuo tiene diferentes habilidades e intereses. Por lo tanto, la Nueva Escuela busca potenciar las capacidades individuales de cada estudiante. Lo que en esta se intenta es que el alumno trabaje a su propio ritmo, con el fin de que asuma las consecuencias y ventajas por su propia cuenta.

- Desarrollo progresivo: la motivación, el avance y el esfuerzo que manifieste el docente, permiten que el alumno desarrolle diferentes esquemas según su edad progresiva. De esta manera, se obtendrán las diferentes capacidades progresivas, según la edad de los estudiantes.

- El antiautoritarismo y el gobierno: el estudiante está en derecho de dialogar y refutar a lo que la sociedad proporciona en forma de información. De esta manera se forma un ser humano independiente y crítico.

- La actividad grupal: la Nueva Escuela busca desarrollar y potenciar la interacción social, ya que de esta manera el niño desarrolla sus capacidades intelectuales y socio-afectivas.

- La actividad lúdica: el juego permite que el niño adquiera destrezas individuales y de socialización, así como solución de conflictos y enfrentas a la realidad.

- Afecto: el afecto es el principio de las buenas relaciones y la inteligencia, por tal razón, es importante que dentro y fuera de las aulas de clases, existan lazos afectivos, cordiales y de interacción social entre estudiantes, docentes y directivos.

- El buen maestro: para la Nueva Escuela, el docente deja de ser el protagonista del conocimiento y pasa a ser un guía. La labor del docente es: desarrollar lo integral cognitivo, afectivo y social de los estudiantes, facilitar las relaciones activas con los estudiantes, padres de familia y la comunidad.

- Adaptabilidad: para que el alumno se adapte a la Escuela Nueva es importante que el currículum sea diseñado en base a intereses y necesidades de cada alumno.

Con estos fundamentos, la Nueva Escuela planea fijarse en el currículum del sistema educativo universal. Muchos países como el Ecuador apega sus principios pedagógicos al de Colombia, evidenciados en los Estándares de Calidad y la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación, sin embargo, se puede decir que aún prevalecen tendencias tradicionales, como las exposiciones de los maestros, memorización de datos o fechas, lo único rescatable es la disminución de la violencia corporal dentro de las aulas educativas.

1.2 El enfoque constructivista

El Constructivismo es un enfoque educativo que nace a partir de los postulados de la Nueva Escuela. Muchos autores como Montessori, Vygotsky, Piaget y Ausubel aportaron con ideas para crear una teoría sobre el Constructivismo. Almeida (2011, pág. 1), manifiesta que el Constructivismo es una de las corrientes más significantes del tercer milenio, además se nutre del posmodernismo, el relativismo y la teoría del conocimiento.

Coll y otros (2006) indican que en el Constructivismo, el docente deja de ser el centro del proceso de enseñanza aprendizaje, ya que, el estudiante es el propio protagonista, es quien construye su propio conocimiento. Sin embargo, esto no quiere decir que el docente deja de ser una pieza importante en este proceso, pues, el maestro se convierte en orientador, intermediario y facilitador. Por lo tanto, es un personaje más, incluso, con un rol más significativo que el que cumplía antes.

El Constructivismo busca que el alumno sea el promotor y generador de su conocimiento. El docente, la familia, la directiva, la comunidad y la institución son mediadores de dicha construcción.

Para el presente trabajo, este enfoque es de gran importancia y ayuda, ya que se busca desarrollar una guía didáctica de enseñanza-aprendizaje de álgebra. El constructivismo permite que el estudiante aprenda en base a sus percepciones sobre lo que adquiere y su experiencia. Por esta razón, sería muy interesante permitir que el álgebra se relacione con las experiencias de los alumnos, a la vez que las va otorgando conocimientos nuevos.

Como modelo a seguir, sería interesante utilizar una metodología similar a la de Perlman (2015, pág. 1) quien formula una serie de estrategias para lograr que el estudiante adquiera conocimientos básicos y complejos de los diferentes ejercicios algebraicos. Por ejemplo, el autor utiliza ejemplos basados en narraciones de la vida cotidiana, historias ficticias e historia universal del álgebra.

Con el modelo constructivista se busca utilizar ejemplos lo más relacionados a los intereses y necesidades de los estudiantes, por ejemplo, un alumno de bachillerato quizás no tenga la necesidad o interés de comprar una casa, la misma que tendrá que ser dividida para sus futuras generaciones, además de utilizar cifras exorbitantes que puedan confundir o aburrir a un joven de esta edad. Pero, un estudiante de bachillerato sí podría tener la necesidad e interés de adquirir un computador, una entrada a un partido de fútbol o cine, o una comida con sus amigos y dividir el precio total entre todos ellos. Ejemplos como estos, permitirán que el estudiante se aproxime satisfactoriamente a las matemáticas. De esta manera, el estudiante se relaciona significativamente con las diferentes teorías de la obra fundamental de esta ciencia: el álgebra.

Asimismo, sería relevante plantear preguntas de base algebraica para que el alumno encuentre su propia respuesta, y con ello, el sentido sobre la importancia de las ciencias matemáticas en la vida. También ir explicando con ejemplos o palabras sencillas, claras, y en ocasiones cotidianas, que solucionen conflictos que puedan existir en los estudiantes.

Por otro lado, al responder a los intereses y búsquedas de la sociedad, el constructivismo es pertinente para el trabajo a realizarse, ya que si bien es cierto, en Ecuador se ha establecido un currículum que pretende responder a inquietudes actuales, o que están al alcance de los estudiantes y la comunidad, y que sobretodo, permite al estudiante ser el protagonista de su propio conocimiento.

Por último, utilizado este enfoque se espera que el estudiante pueda desarrollar las diferentes evaluaciones, sobre todo su conocimiento para su desarrollo académico, esperando así buenos resultados. Pues, el estudiante al haber recibido una instrucción que responde a sus inquietudes, puede desenvolverse tranquilamente en situaciones formales e importantes para su vida educativa, y también personal.

1.2.1 Principios del constructivismo

Almeida (2011, págs. 2-3) señala algunos principios epistemológicos del Constructivismo:

- Existe una relación dinámica y no estática entre el sujeto y el objeto.
- El conocimiento es un proceso de estructuración y construcción.
- El sujeto construye su propio conocimiento de manera idiosincrática.
- La función de la construcción es la adaptación y no la igualación de lo real y lo simbólico.
- Los conocimientos nuevos se vinculan a los previamente construidos y los modifican.

Estos son los principios con los que se fundamenta el enfoque constructivista. Es decir, todo lo relacionado con el alumno, intereses, necesidades, realidades y experiencia son pilares para la construcción de conocimiento, adquisición de juicios y criticidad.

1.2.2 Aprendizaje significativo

Rodríguez Palmero (2004, pág. 1) dice que el aprendizaje significativo es un concepto derivado de al algunos postulados, los mismos que llevaron a crear la Teoría del Aprendizaje Significativo. El aprendizaje significativo es subyacente a la integración entre pensar, hacer y sentir. De este modo, se puede decir que es resultado de la relación entre maestro, alumno, materiales y medio de ambiente.

1.3. Didáctica

1.3.1. Didáctica del Álgebra

Es común escuchar: ¿para qué se estudia álgebra?, ¿está relacionado con la realidad? Sierra (2010, págs. 2-3) señala que el docente de Matemáticas se enfrenta a un gran reto, pues, debe demostrar a los alumnos que las matemáticas son útiles para su vida diaria.

Ahora, enseñar álgebra resulta más complicado. Generalmente, los docentes suelen emplear ejemplos con porcentajes y objetos descontextualizados de los intereses y necesidades de los alumnos, por ejemplo: Productores de café y consumidores, a esto añaden los precios en diferentes mercados mayoristas y minoristas. Pues, probablemente un alumno de colegio no está tan interesado en temas de economía nacional, ni mucho menos, probablemente sea un comprador mayor o menor de café.

El mismo autor dice que el docente debe ser tan cuidadoso al momento de enseñar álgebra, ya que, muchas veces se suele plantear de una manera complicada y aburrida para los estudiantes. Lo que el autor señala es una didáctica basada en la realidad, intereses y necesidades de cada alumno, es decir, concentrarse en el contexto del alumno, ya sean asuntos como deportes, música, series, tecnología.

De igual manera, Perlman (2015, pág. 3) considera que el docente debe involucrarse al mundo de sus estudiantes, es decir, conocer cuáles son los intereses, inquietudes, necesidades, gustos, disgustos, entre otros, de jóvenes de colegio. También, manifiesta que el álgebra es una obra que debe entenderse no de explicarse, para ello, cree importante que el docente genere un ambiente amigable entre el estudiante y el álgebra, pues esta relación suele ser muy conflictiva, utilizar explicaciones sencillas y ejemplos cotidianos. Por último, este autor dice que es necesario y obligatorio que el profesor formule preguntas, sean retóricas o directas, sobre la importancia y necesidad de las matemáticas en la vida cotidiana, por ejemplo: "¿Quién no ha advertido que al multiplicar por sí misma una serie de números terminados en uno o cinco, el producto acaba en la misma cifra?". De esta manera, se están involucrando conflictos de los estudiantes, además de hacerle notar que sus conflictos o problemas son normales e importantes para el estudio de las matemáticas.

1.3.2. Métodos de enseñanza

Luego de mencionar que una didáctica más cercana a la realidad de los alumnos es más importante que una didáctica tradicional, es importante mencionar las propuestas de Sierra (2010, págs. 2-7) debido que son algunos recursos utilizados en nuestro trabajo de titulación, él entra al terreno de la metodología para enseñar álgebra en la actualidad, haciendo, primeramente, un recuento de metodologías basadas en recursos tecnológicos. En diferentes países, en los últimos años, se han llevado a cabo proyectos de soporte digital con el fin de enseñar, de una manera más global y actual, álgebra. En estos sitios se pueden encontrar desde plataformas, bibliotecas, aulas, material didáctico para docentes y alumnos, hasta tutoriales. El autor hace una lista de varios sitios web, pero en nuestra propuesta usaremos los programas GeoGebra, excel y WolframAlpha

A parte de los recursos TIC (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones) y TAC (Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento), Sierra (2010, pág. 8) también señala que utilizar métodos dinámicos, sean lúdicos o empíricos, pueden ser de gran ayuda, lo importante es mantener motivados a los estudiantes mediante la inducción hacia su propio conocimiento. Hemos seleccionado únicamente tres técnicas propuestas por el autor:

- Cartas de ecuación: los alumnos deben escribir una carta y luego repartirse. El juego consiste en que un grupo tiene ecuaciones y otros las posibles soluciones. Luego los alumnos que vayan descartando las soluciones empiezan a agruparse, hasta que queda únicamente el que se ha quedado sin ninguna carta.

- Biografías: leer las biografías de diferentes pensadores y matemáticos. De esta manera, el alumno adquiere un conocimiento amplio sobre el desarrollo de la humanidad, la evolución del pensamiento, desarrollo, y todo lo relacionado con la disciplina de Matemáticas.

- Crucigramas de ecuaciones: es un crucigrama en el que las casillas se rellenan con números que son soluciones de ecuaciones que se dan como pistas.

Apoyados en la teoría de Sierra también utilizaremos en nuestra propuesta

- Resúmenes que permiten ir de la idea general a la particular reforzando la lectura, imaginación y creatividad del estudiante.

- Organizadores gráficos que resumen la idea general con palabras claves que permiten enfocar el tema

- Cuadros comparativos que ayuda al estudiante a relacionar sus conocimientos adquiridlos con aquellos nuevos.

- Imágenes que permiten visualizar los ejercicios y problemas de una manera atractiva e interesante.
- Ejercicios de la vida cotidiana que ayudan al estudiante a poner en práctica lo aprendido en el aula y llevarlo a su realidad.
- Mayéutica son lluvia de ideas a través de preguntas que permiten al estudiante nociones que estaban en él sin saberlas.

Este tipo de actividades, aparte de estar relacionadas con el pensamiento lógico y abstracto, son de gran interés para los jóvenes. Pues, permiten que la clase no sea monótona, sea dinámica y que permita inducir al conocimiento.

1.4 Guía Didáctica para la enseñanza del Álgebra

1.4.1 Definiciones

Los autores Godino y Font (2003, pág. 774) dicen:

> El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebidas como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de la matemática en la que formalizar y generalizar no sea central.

Por tal razón, los autores consideran que el álgebra debe enseñarse en la Básica Elemental (2º, 3º y 4º de Educación General Básica), pues, a esta edad los niños ya han adquirido destrezas y estrategias para solucionar problemas de tal índole, como patrones numéricos, geométricos y la capacidad de analizar problemas con la ayuda de símbolos.

Por su parte, Valencia (2012, pág. 8) señala que la relación visual espacial con las matemáticas, permiten que el estudiante desarrolle destrezas competentes en su realidad y con la de otros países. Pues, el área de matemáticas suele ser la más compleja y monótona dentro del currículum educativo, por lo que la autora cree que su propuesta servirá. La utilización de organizadores gráficos para enseñar ejercicios algebraicos tiene muchas ventajas: Diagnostican problemas de concentración, ayudan a organizar las ideas, sintetizan y analizan problemas y soluciones.

De igual manera, Perelman (2015) desarrolla un libro de estudio libre, que no debe ser confundido como manual básico para principiantes. Pero, lo interesante de la propuesta de Perelman es que ejemplifica cada operación con ejemplos directos a la realidad de los estudiantes, utiliza narraciones cotidianas, ficticias mientras va respondiendo a la historia del álgebra como necesidad social. Sin lugar a duda, un trabajo innovador que puede ser utilizado por cualquier persona, no solo estudiantes o maestros. El objetivo es presentar la importancia y exigencia de las matemáticas en la vida personal de cada sujeto.

Siguiendo el modelo de Perelman nuestra propuesta está dirigida para docentes de la cátedra de matemática como material de apoyo, para desarrollar los contenidos estandarizados por el Ministerio de Educación del Ecuador en los exámenes de grado Ser Bachiller.

1.4.2 Análisis de la utilización de Guías Didácticas para la enseñanza aprendizaje del Álgebra.

Para el presente estudio se han revisado los resultados obtenidos por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa, Ineval, (2014, pág. 18) en donde se muestra que los estudiantes de bachillerato de las provincias de Cotopaxi, Carchi y Tungurahua fueron los que mejor puntaje obtuvieron en el índice de matemática en las destrezas de: Álgebra, Estadística y probabilidad, Funciones, Geometría y Programación lineal. El porcentaje obtenido 12,9% de desempeño excelente, indica que la provincia del Azuay no pudo alcanzar con los logros establecidos en los lineamientos educativos, según se puede observar en la gráfica "Ser Bachiller resultados por provincia" siendo una situación muy preocupante.

Fuente: *INEVAL, año 2014* (INEVAL)

El Ministerio de Educación estableció una normativa de evaluación a nivel nacional, debido que las pruebas que debían rendir los estudiantes al finalizar el tercero de bachillerato, estaban estructuradas en diferentes contenidos de acuerdo al docente y políticas de cada Institución Educativa según, Freddy Peñafiel, Ministro de Educación subrogante en el año 2014, sostuvo que tener resultados de una evaluación estandarizada y censal es un logro para el país. "Esto, antes no era posible. El Ecuador no tenía estándares educativos y había una variedad enorme de bachilleratos, cada uno con un currículo distinto". El Ministerio de Educación del Ecuador en estudios realizados durante el periodo lectivo 2004- 2005 enfocando en la deficiencia del proceso enseñanza aprendizaje manifiesta: La metodología utilizada por el docente es deficiente, ya que responde a estándares mecanizados, desarrollando la complejidad y aburrimiento para el punto de vista de los estudiantes. Los textos de apoyo carecen de explicaciones, relaciones y comparaciones claras y sencillas, las mismas que podrían permitir un aprendizaje significativo.

Por estos dos problemas, la propuesta de la "Guía Didáctica para la enseñanza-aprendizaje del Algebra" es de gran importancia, ya que, responde a las dificultades expuestas que no responden a los requisitos establecidos por el Ministerio de Educación. La creación de esta guía didáctica está basada en responder a los estándares del Ministerio de Educación, y las necesidades e intereses de los alumnos.

La propuesta de Godino y Font (2003) rescatan la importancia que tiene la capacidad visual y espacial del ser humano para integrar objetos. Por lo tanto, los símbolos matemáticos son de ayuda para la concentración sobre algún problema. Por tal motivo, los autores proponen que la enseñanza de álgebra debe ser llevada a una edad temprana, es decir desde la educación inicial. La razón es que mientras más preparado esté el individuo, desde sus primeros años, con mayor facilidad será capaz de resolver problemas futuros. Para eso, los mismos autores llevaron su propuesta al tercer nivel de Educación General Básica a una escuela de España, con la teoría de que los niños en preescolar ya están capacitados para para preparar gráficas o tablas. Así mismo, fueron capaces de llevar algunos recursos digitales para los niños, pues, en la era tecnológica y globalizada, los niños tienen el derecho de conocer lo que la sociedad avanzada ha preparado.

Antes de llevar a cabo este proyecto, los autores analizaron los textos y recursos escolares, llegando al a conclusión de que no están tan actualizados con la realidad del alumno, es decir, son un poco técnicos y mecánicos, por lo que los alumnos no ponen mucho interés y atención a la materia.

Por otra parte, Valencia (2012) presenta una propuesta interesante, la misma que ha llegado a concluir como una pertinente opción. La autora parte de la idea de innovación educativa, es decir, la innovación es una metodología centrada en el alumno. Entonces, esta tendencia permite que el docente se fije en los intereses del niño, por lo que son importantes las actividades lúdicas. Otro aspecto que rescata la autora es el conocimiento previo del niño.

Por su parte, el Ministerio de Educación del Ecuador (2011) manifiesta que el constructivismo y las matemáticas pueden relacionarse significativamente. Para esto, el Ministerio señala que el niño desde edad temprana relaciona objetos con causa y efecto, por lo que las matemáticas sí responden a un enfoque constructivista.

En el tercero de bachillerato se estudia el álgebra como obra fundamental de dicho curso. Primeramente, como se ha venido diciendo, el docente debe generar una relación amigable y positiva entre el alumno, profesor y la obra, de esta manera se puede empezar a trabajar las diferentes teorías algebraicas.

Barriendos y Espinosa (2008, págs. 28-32) dicen que además del clima de aula y la interacción entre experiencia y conocimientos nuevos, el docente debe tener en cuenta el tipo de materiales y recursos que utilizará. Muchos libros de alumnos o maestros cuentan con diversas actividades, las mismas que son descartadas por algunos docentes.

Es decir, se debe dar un espacio y un tiempo preciso para realizar dichas actividades, puesto que son indispensables para el proceso de enseñanza aprendizaje. Además, sugieren que el material externo que sea difundido por el profesor sea adecuado e interesante. Otros aspectos que señalan los autores son los materiales audiovisuales e informáticos. Estos son importantes ya que ayudan a desarrollar un conocimiento integral en el estudiante, además de significativo. Así mismo, y como el resto de autores ya revisados, dicen que el docente debe plantear situaciones problemáticas que permitan que el estudiante busque la solución indicada.

Para finalizar, dentro del terreno didáctico el profesor debe realizar una planificación de clase con: anticipación, construcción y consolidación, la misma que esté sujeta a un tiempo didáctico. Para realizar la planificación, se debe considerar algunas variables que puedan surgir como: un concepto que no quedó claro la clase anterior, por lo que debe ser repetido utilizando ejemplos del contexto en el que se encuentra el estudiante, además de actividades extracurriculares y las diferentes evaluaciones. El docente no se puede dar el gusto de improvisar una clase de álgebra, tiene que ser concreto, sencillo y preciso en el tiempo. Solo estas estrategias permitirán que tanto docente como alumnos mantengan una buena relación en cuanto a la materia de álgebra, así como la adquisición de conocimientos dentro del proceso de enseñanza aprendizaje.

CAPÍTULO II

2. DIAGNÓSTICO

Para realizar la presente investigación fue necesario tomar en consideración los campos estadísticos, población y muestra; métodos y técnicas; y, resultados, tabulación y análisis de la información.

2.1 Población y muestra

Para realizar el presente proyecto se consideran las Instituciones Educativas que constan en el Circuito Educativo N° 05_06 Huaynacapac – Monay del Distrito Cuenca-Sur 01D02 de la Zona 06 (Azuay- Cañar-Morona Santiago).

Muestra estadística

Para la muestra se toma doce Instituciones Educativas, considerando su sostenimiento (Fiscal, Fisco misional y Particular), detallado en la siguiente tabla.

Tabla N°1. TABLA DE INSTITUCIONES DEL CIRCUITO 01D02C05_06

N°	ZONA	DISTRITO	CIRCUITO	AMIE	INSTITUCIÓN EDUCATIVA
1	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H01641	CEBCI
2	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00246	CESAR ANDRADE Y CORDERO
3	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00258	COREL
4	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00196	DANIEL CORDOVA TORAL
5	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00204	IRFEYAL -UNIDAD EDUCATIVA "JOSÉ MARÍA VÉLAZ S.J." EXT. 68-B
6	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00213	LA ASUNCION
7	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00249	MANUELA GARAICOA DE CALDERON
8	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00209	UNIDAD EDUCATIVA FE Y ALEGRIA
9	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H01649	UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL SAN JOSE DE LA SALLE
10	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00035	UNIDAD EDUCATIVA LA INMACULADA
11	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00265	UNIDAD EDUCATIVA LATINOAMERICANO
12	ZONA 6	DISTRITO 01D02	01D02C05_06	01H00199	UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR HERMANO MIGUEL DE LA SALLE

2.2 Métodos y Técnicas

Métodos Estadísticos

Nuestra propuesta pretende encontrar una alternativa al problema de los "Textos de apoyo que tienen contenidos y conceptos, pero que carecen de explicaciones, relaciones y comparaciones claras, que permitan alcanzar un aprendizaje significativo", como lo manifiesta el Ministerio de Educación en un estudio realizado durante el período lectivo 2004 – 2005 enfocado en las deficiencias del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo cual realizamos encuestas a los docentes de Matemáticas de las Instituciones Educativas del Circuito N° 05-06 Monay- Huaynacapac Cuenca, que nos permitió recabar información actualizada y confiable para fundamentar la necesidad de modelar una Guía Didáctica del Álgebra que servirá de apoyo y refuerzo en los temas que los estudiantes rendirán el examen de grado Ser Bachiller

Nuestra propuesta tiene como universo el Circuito N° 05-06 Monay-Huaynacapac Cuenca que contiene 12 Instituciones Educativas compuesto de los siguientes sostenimientos: cuatro Fiscales, tres Fiscomisionales y cinco Particulares.

La técnica utilizada para saber específicamente a las Instituciones Educativas en las que aplicamos la encuesta es muestreo aleatorio por conglomerados o áreas, que consiste en formar grupos pequeños mediante patrones, que en nuestro caso es por sostenimiento: Fiscales, Fiscomisionales y Particulares.

La técnica que utilizamos para realizar el estudio del problema es la encuesta, porque nos permite recolectar información y fundamentar nuestra propuesta de investigación de manera científica, permitiéndonos obtener gran cantidad de datos de cualquier tipo de población a un bajo costo, corto tiempo y representar los datos de manera objetiva y confiable.

La investigación fue dirigida a docentes de matemática de Bachillerato y tiene un enfoque cuantitativo. Se aplicó la técnica de la encuesta y como instrumento un cuestionario estructurado en trece preguntas de opción múltiple y preguntas abiertas, que nos permitió conseguir información numérica para tabularlo, representarlo en gráficos estadísticos, demostrar el problema y encontrar información necesaria para la propuesta en el campo del álgebra.

Considerando la experiencia académica y nivel educativo de los Docentes, los resultados del estudio están apegados a la realidad de la educación y en especial a la necesidad que tienen los estudiantes al rendir el examen de grado Ser Bachiller.

2.3 Tabulación, análisis y resultados de la información

En la propuesta se presenta a continuación los resultados de cada una de las preguntas con la tabulación, porcentaje, gráficos estadísticos y su respectivo análisis que nos servirá para luego reunir los sub análisis en uno general que nos mostrará la problemática y la necesidad de realizar nuestra propuesta.

De las doce Instituciones Educativas se encuestó a treinta y cinco profesores, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla N°2. Profesores de matemática encuestados por sostenimiento

No.	Sostenimiento	Cantidad	Porcentaje (%)
1	Fiscal	15	42,86
2	Fiscomisional	08	20,00
3	Particular	12	37,14
Total		**35**	**100**

Tabulación y gráfico de las encuestas realizadas

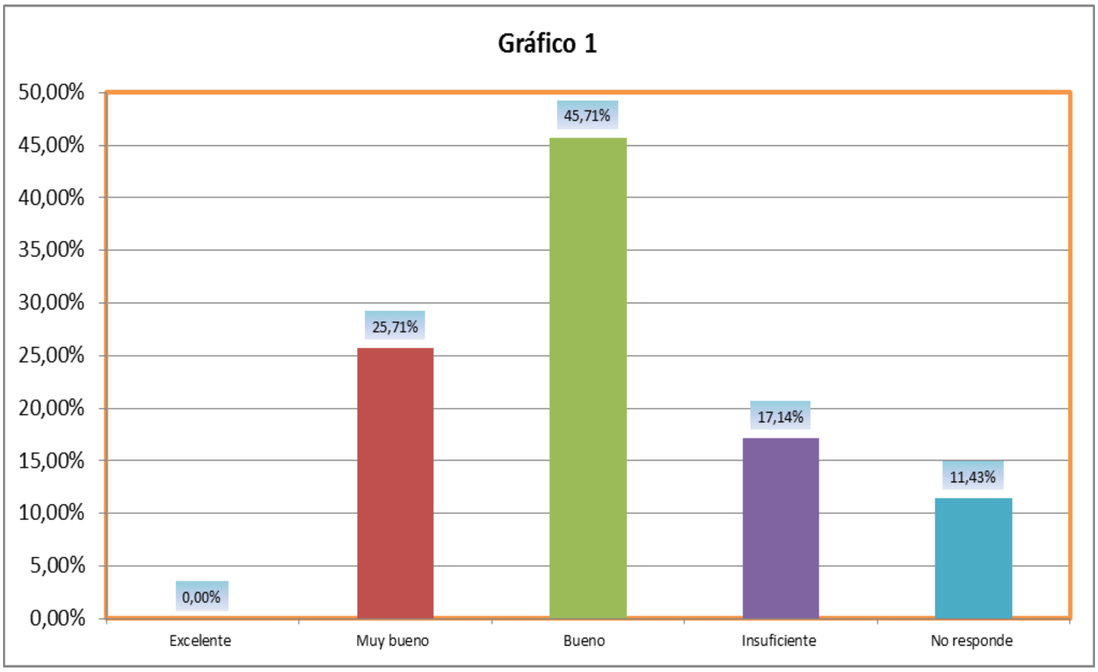
Pregunta 1.

El rendimiento de los estudiantes del Tercero de Bachillerato del Año Lectivo 2013 -2014 en el examen Ser Bachiller con respecto al área del Álgebra fue:

Tabla N° 3

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Excelente	0,00	0,00%
Muy bueno	9,00	25,71%
Bueno	16,00	45,71%
Insuficiente	6,00	17,14%
No responde	4,00	11,44%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 1



Los resultados muestran que la suma de bueno e insuficiente es 62,85%, mostrando claramente que existe la necesidad de mejorar el rendimiento de los estudiantes a muy bueno y excelente.

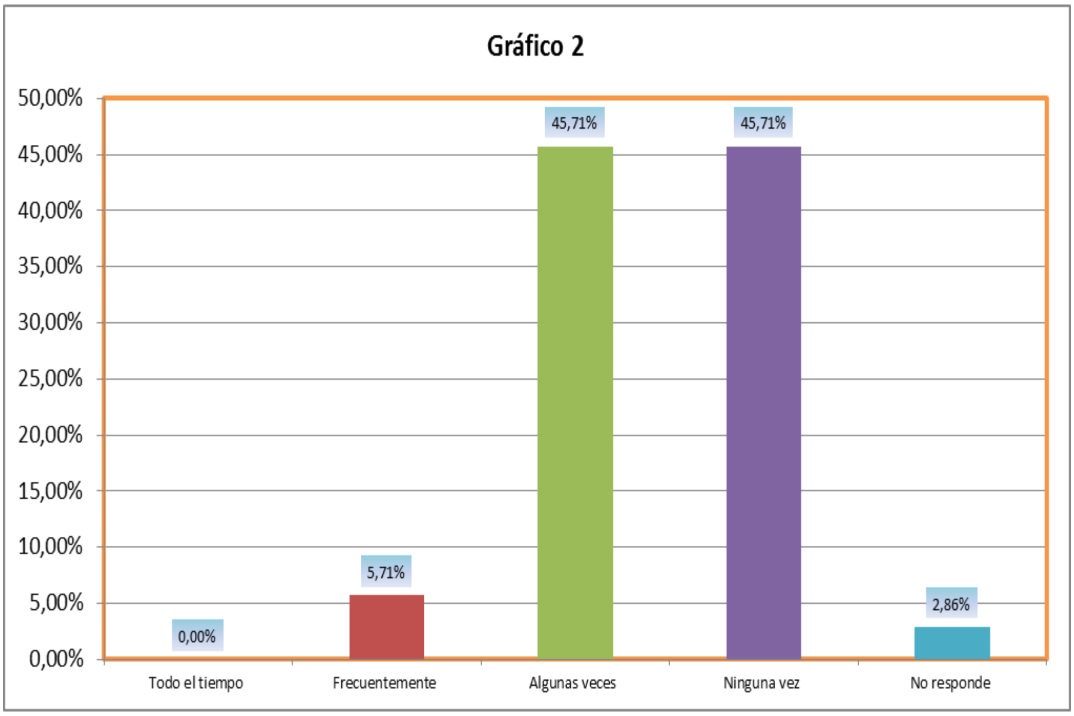
Pregunta 2

El Ministerio de Educación se interesó por la inducción a los estudiantes en temas referentes al examen Ser Bachiller.

Tabla N°4

Variables	Cantidad de Respuestas	Porcentajes
Todo el tiempo	0,00	0,00%
Frecuentemente	2,00	5,71%
Algunas veces	16,00	45,71%
Ninguna vez	16,00	45,71%
No responde	1,00	2,87%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 2



Con este resultado se muestra claramente que los estudiantes necesitan inducción para las pruebas Ser Bachiller, pues el 91,42% considera que se les preparó a los alumnos alguna o ninguna vez.

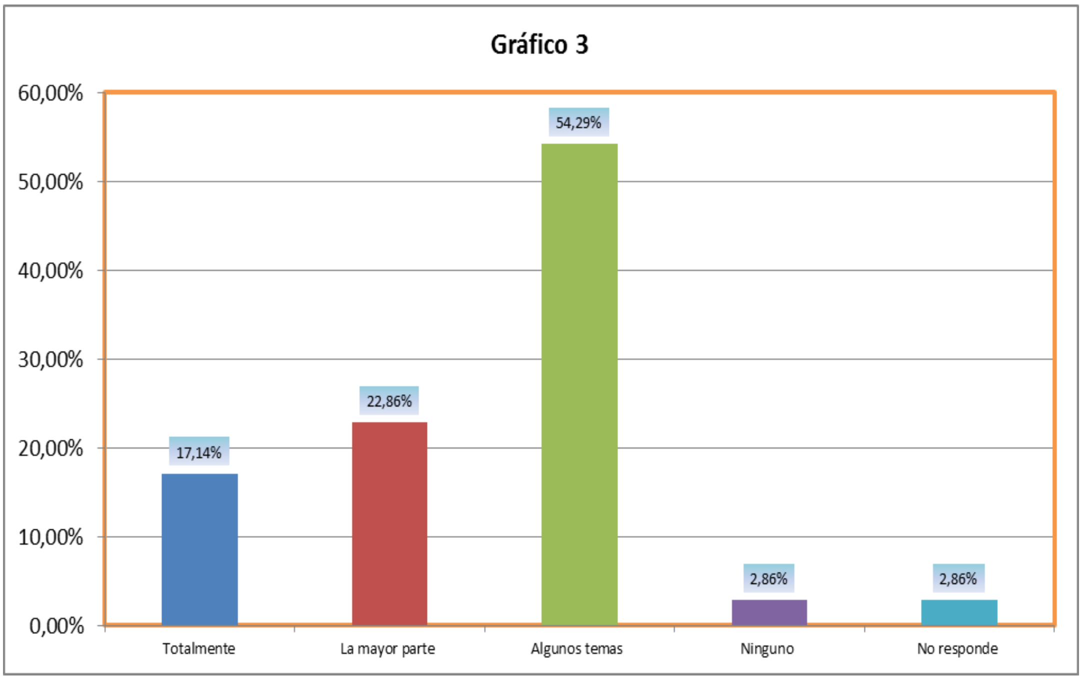
Pregunta 3

Los contenidos de los exámenes Ser Bachiller en el campo del Álgebra empatan con los contenidos de los textos de los estudiantes.

Tabla N°5

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Totalmente	6,00	17,14%
La mayor parte	8,00	22,86%
Algunos temas	19,00	54,29%
Ninguno	1,00	2,86%
No responde	1,00	2,87%
TOTAL	**35**	100%

Gráfico N° 3



El 54,29% consideran que solo algunos temas se empatan con los contenidos del texto del estudiante, por lo tanto, es necesaria una guía con todos los temas del Álgebra evaluados en las pruebas Ser Bachiller

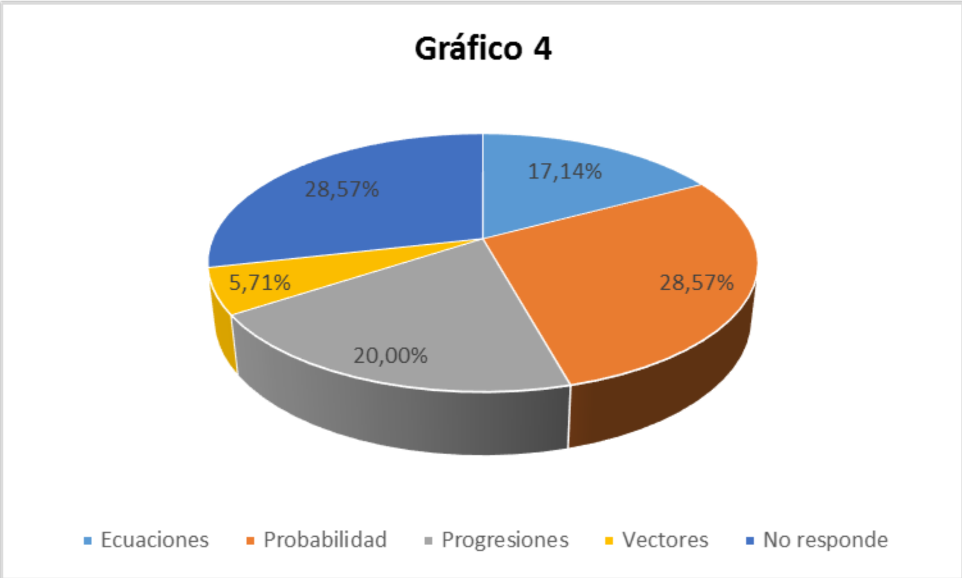
Pregunta 4

¿Qué contenidos del Álgebra evaluados en la prueba Ser Bachiller no fueron desarrollados en clase?

Tabla N°6

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Ecuaciones	6,00	17,14%
Probabilidad	10,00	28,57%
Progresiones	7,00	20,00%
Vectores	2,00	5,72%
No responde	10,00	28,57%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 4



Se muestra en el gráfico que el 48,57% de profesores no desarrollaron los temas de progresiones y probabilidades, esto reafirma la necesidad de una guía del Álgebra con temas específicos para preparar a los estudiantes que rinden la prueba Ser Bachiller.

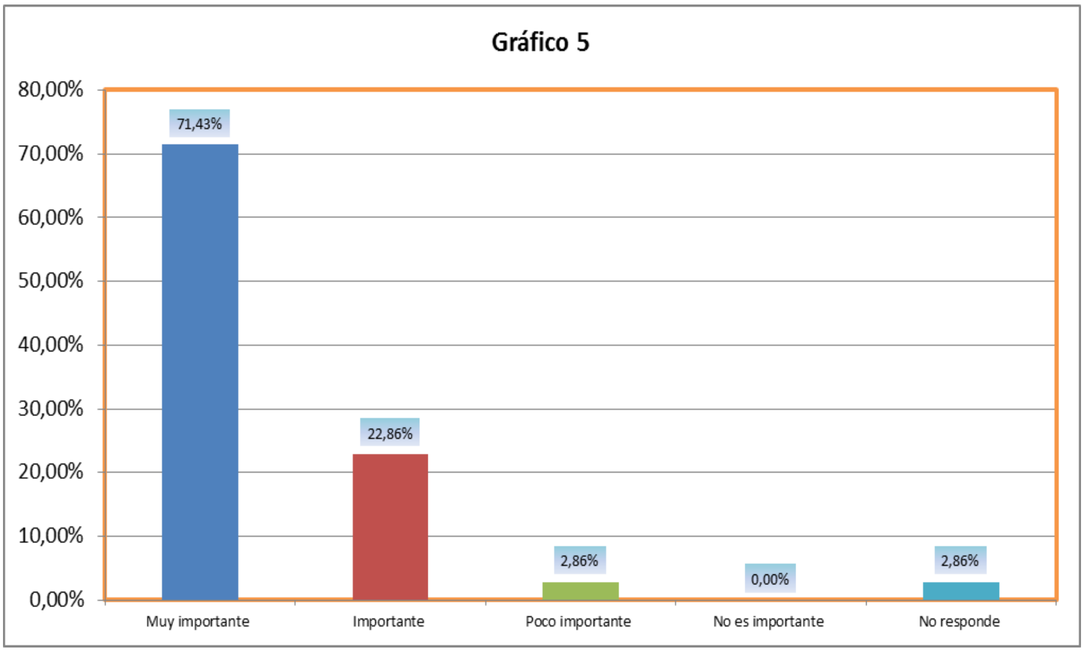
Pregunta 5

¿Considera importante contar con una guía para docentes y estudiantes con los temas del Álgebra para el examen Ser Bachiller?

Tabla N°7

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Muy importante	25,00	71,43%
Importante	8,00	22,86%
Poco importante	1,00	2,86%
No es importante	0,00	0,00%
No responde	1,00	2,87%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 5



El 93,29% de docentes (entre importante y muy importante) de matemáticas del Bachillerato consideran necesario una guía para docentes y estudiantes.

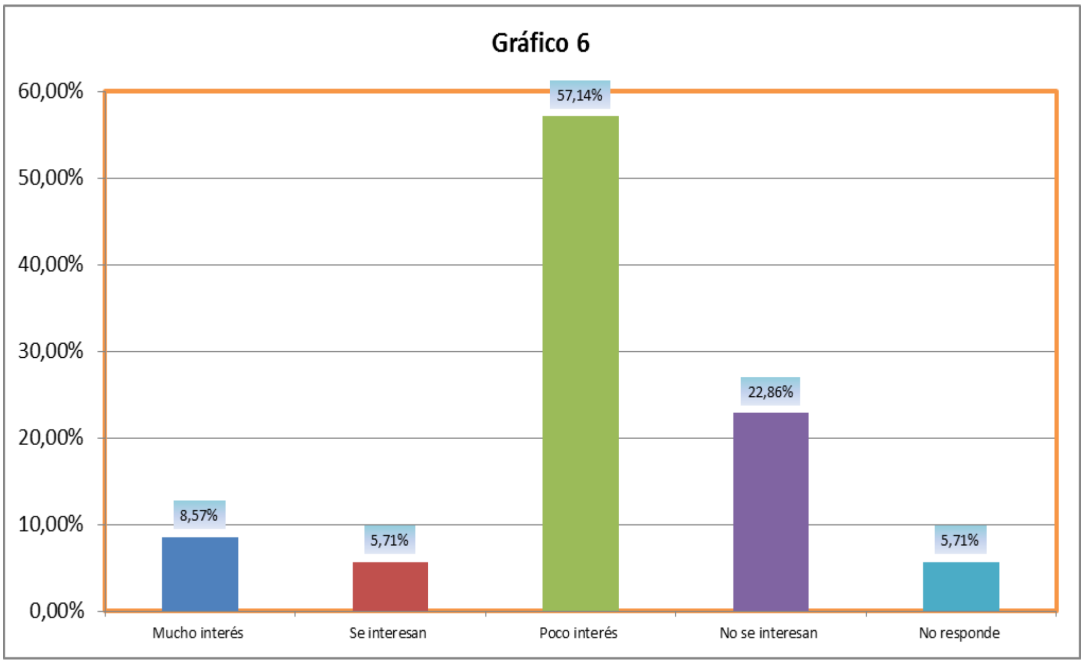
Pregunta 6

Los padres de familia se interesan en apoyar la preparación a sus hijos para el examen Ser Bachiller.

Tabla N°8

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Mucho interés	3,00	8,57%
Se interesan	2,00	5,71%
Poco interés	20,00	57,14%
No se interesan	8,00	22,86%
No responde	2,00	5,72%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 6



El 85,71% de los padres de familia tienen de poco interés para abajo, en la preparación de sus hijos en la prueba Ser Bachiller.

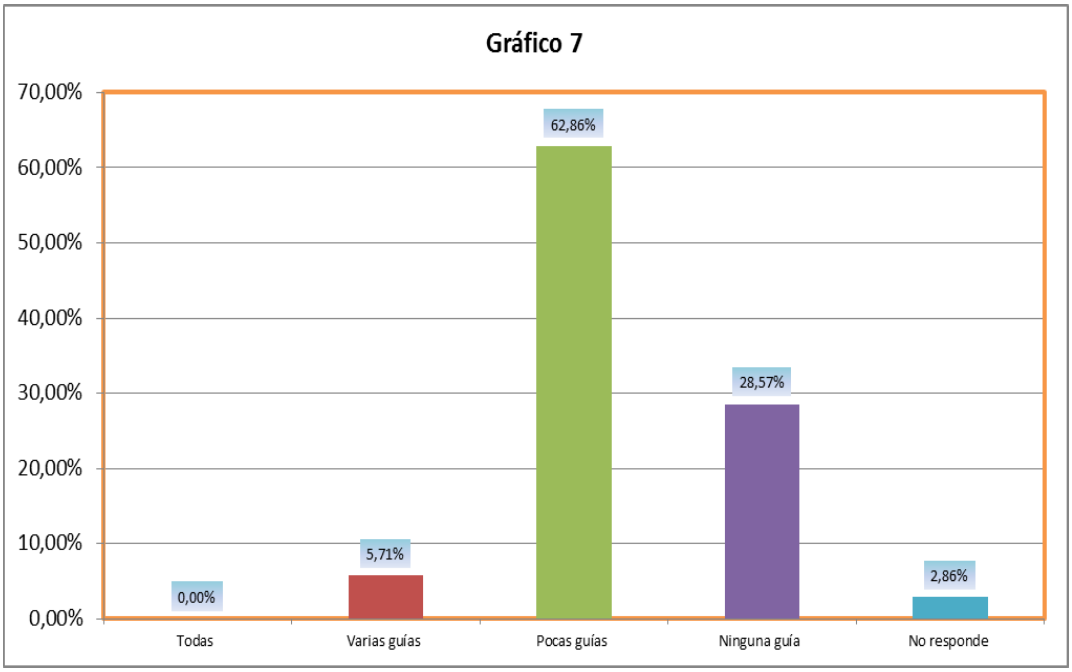
Pregunta 7

Usted como docente conoce alguna guía didáctica que apoye el proceso de aprendizaje en el campo del Álgebra para rendir el examen Ser Bachiller

Tabla N°9

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Todas	0,00	0,00%
Varias guías	2,00	5,71%
Pocas guías	22,00	62,86%
Ninguna guía	10,00	28,57%
No responde	1,00	2,86%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 7



EL 91,43% de docentes conocen poco o ninguna guía del Álgebra, por lo que nos anima más a realizar este nuevo proyecto.

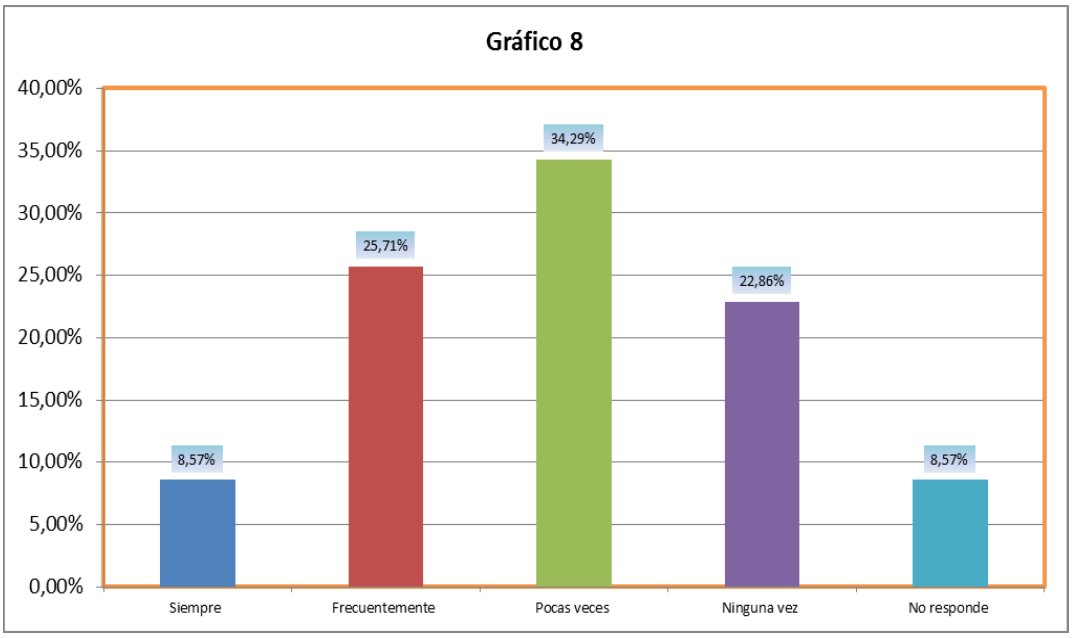
Pregunta 8

Usted como docente se apoyó en algún texto o guía para preparar a los estudiantes en el examen Ser Bachiller

Tabla N°10

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Siempre	3,00	8,57%
Frecuentemente	9,00	25,71%
Pocas veces	12,00	34,29%
Ninguna vez	8,00	22,86%
No responde	3,00	8,57%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 8



El 57,15% de los docentes se apoyaron pocas o ninguna vez en alguna guía, esto es entendible por cuanto actualmente existe muy pocas o ninguna guía.

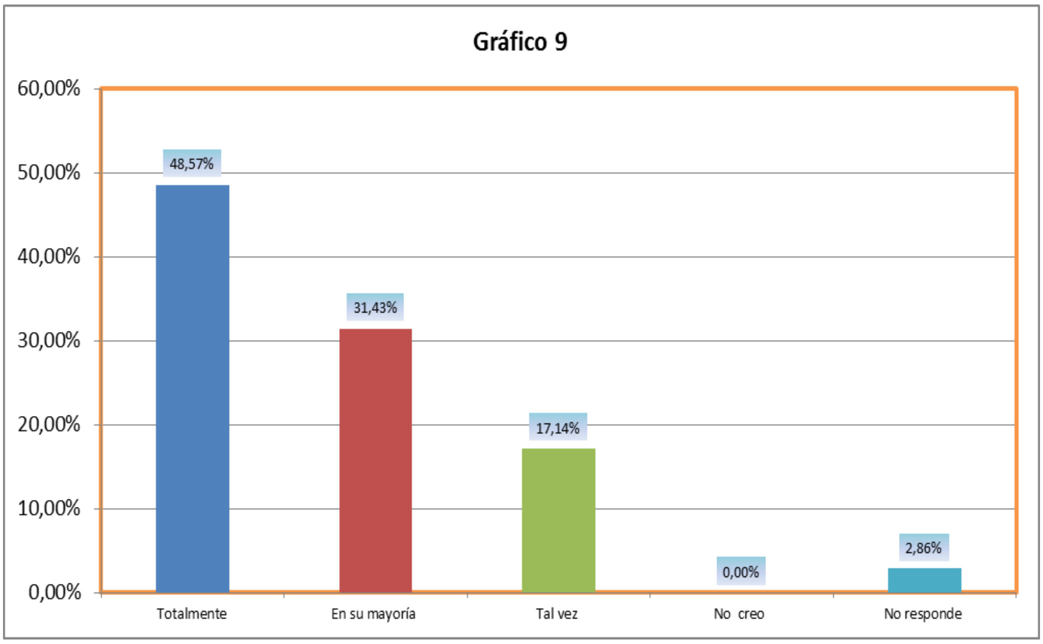
Pregunta 9

Cree que mejoraría el rendimiento de los estudiantes, sí existiera una guía específica en el campo del Álgebra que apoye la preparación del examen Ser Bachiller.

Tabla N°11

Variables	Cantidad de Respuestas	Porcentajes
Totalmente	17,00	48,57%
En su mayoría	11,00	31,43%
Tal vez	6,00	17,14%
No creo	0,00	0,00%
No responde	1,00	2,86%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 9



El 80,00% de encuestas consideran que mejoraría el rendimiento de los estudiantes en las pruebas Ser Bachiller con el apoyo de una guía didáctica del Álgebra

Pregunta 10

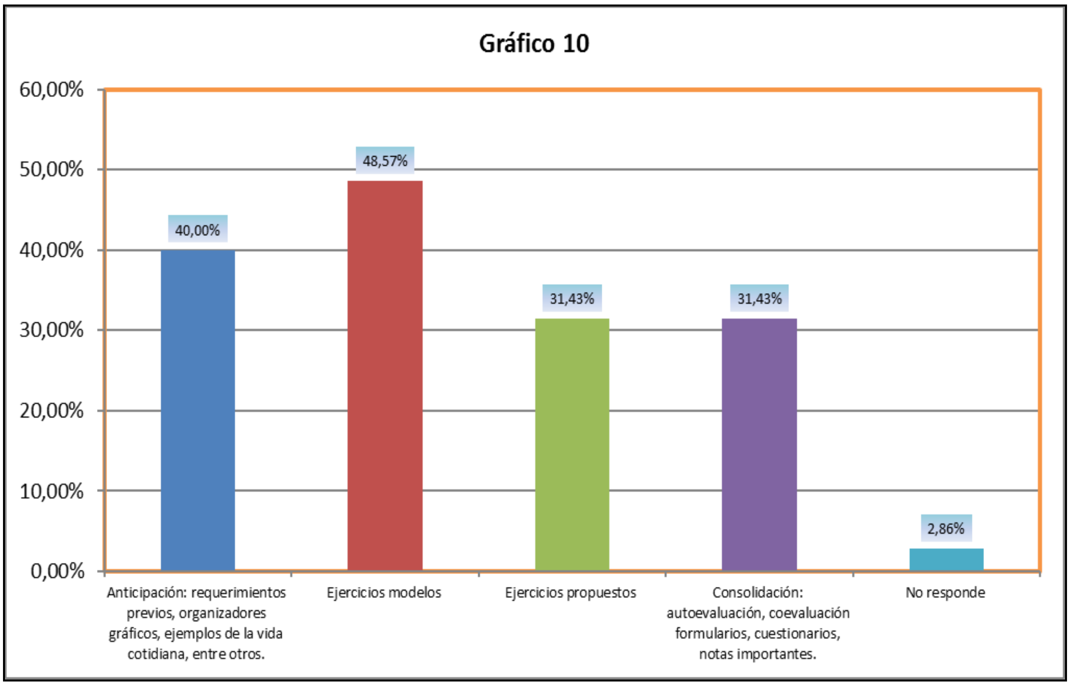
Considera que los textos de Algebra deben estar estructurados con: (puede elegir más de una opción)

Tabla N°12

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Anticipación: requerimientos previos, organizadores gráficos, ejemplos de la vida cotidiana, entre otros.	14,00	40,00%
Ejercicios modelos	17,00	48,57%
Ejercicios propuestos	11,00	31,43%
Consolidación: autoevaluación, coevaluación formularios, cuestionarios, notas importantes.	11,00	31,43%
No responde	1,00	2,86%
TOTAL	**54,00**	**154,29%**

Nota: El total de encuestados son 35, pero como se puede elegir más de una opción se altera y suma 54 respuestas y el 154,29%.

Gráfico N° 10



Según la gráfica sugiere que la guía didáctica del Álgebra debe estar estructurado con: anticipación, construcción y consolidación de conocimiento, con ejercicios modelos y propuestos.

Pregunta 11

Considera usted que una guía didáctica del Álgebra para el Examen de Grado Ser Bachiller:

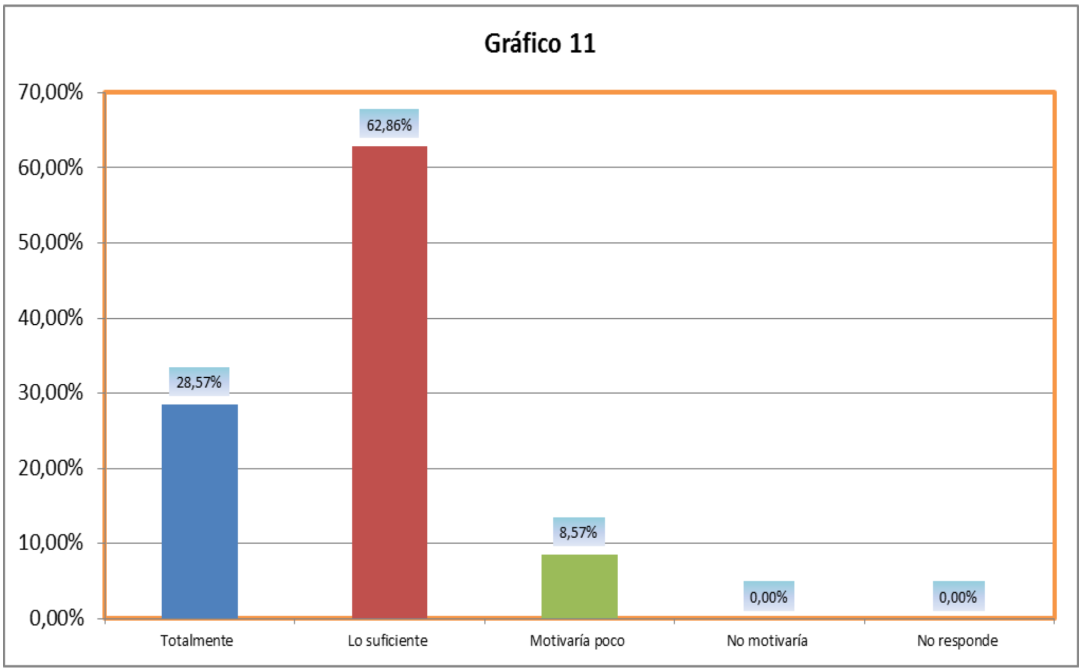
Pregunta 11.1

Motivaría a prepararse mejor a los estudiantes

Tabla N°13

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Totalmente	10,00	28,57%
Lo suficiente	22,00	62,86%
Motivaría poco	3,00	8,57%
No motivaría	0,00	0,00%
No responde	0,00	0,00%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 11



Con la guía didáctica del Álgebra motivará al estudiante lo suficiente y totalmente una suma del 91,43%

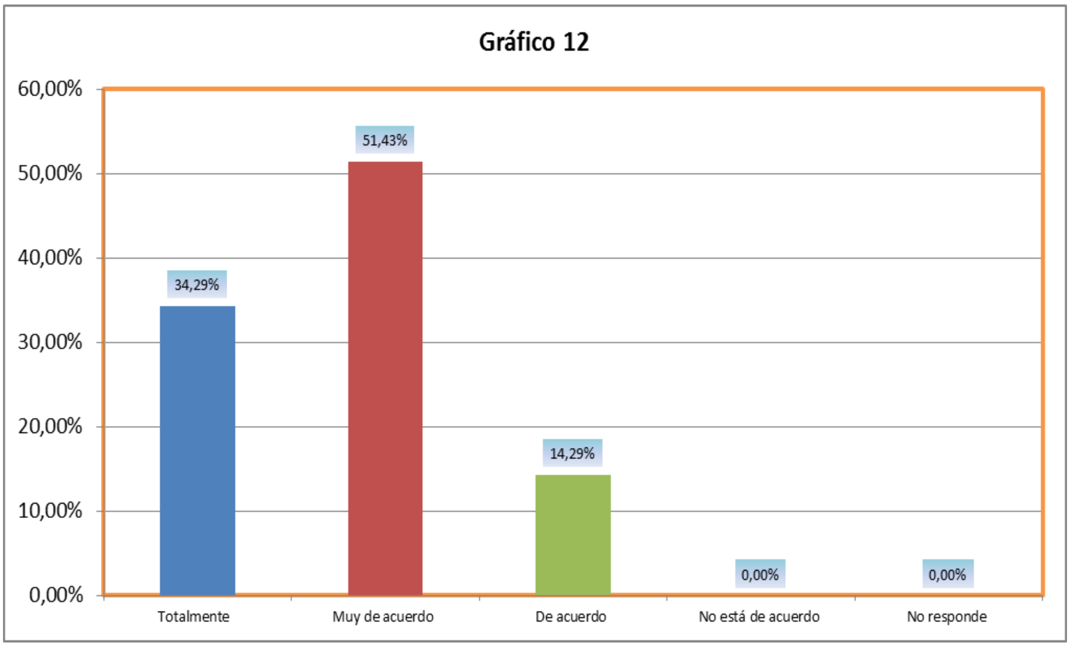
Pregunta 11.2

Familiarizaría al estudiante con los temas del examen.

Tabla N°14

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Totalmente	12,00	34,29%
Muy de acuerdo	18,00	51,43%
De acuerdo	5,00	14,29%
No está de acuerdo	0,00	0,00%
No responde	0,00	0,00%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 12



Según los resultados expuestos en el gráfico muestra que el 85,72% de estudiantes estarán familiarizados con los temas de la prueba Ser Bachiller (según lo manifestado por los docentes en totalmente y muy de acuerdo).

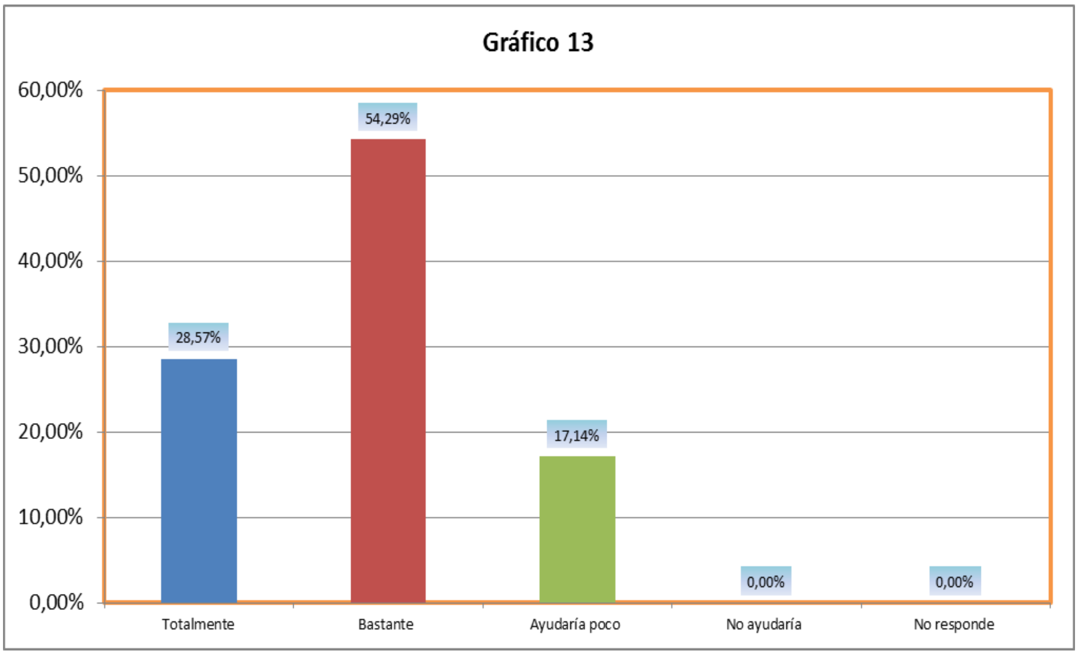
Pregunta 11.3

Mejoraría el pensamiento lógico y capacidad de razonamiento.

Tabla N°15

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Totalmente	10,00	28,57%
Bastante	19,00	54,29%
Ayudaría poco	6,00	17,14%
No ayudaría	0,00	0,00%
No responde	0,00	0,00%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 13



El 82,86% de encuestados cree mejoraría totalmente y bastante el pensamiento lógico y capacidad de razonamiento del estudiante.

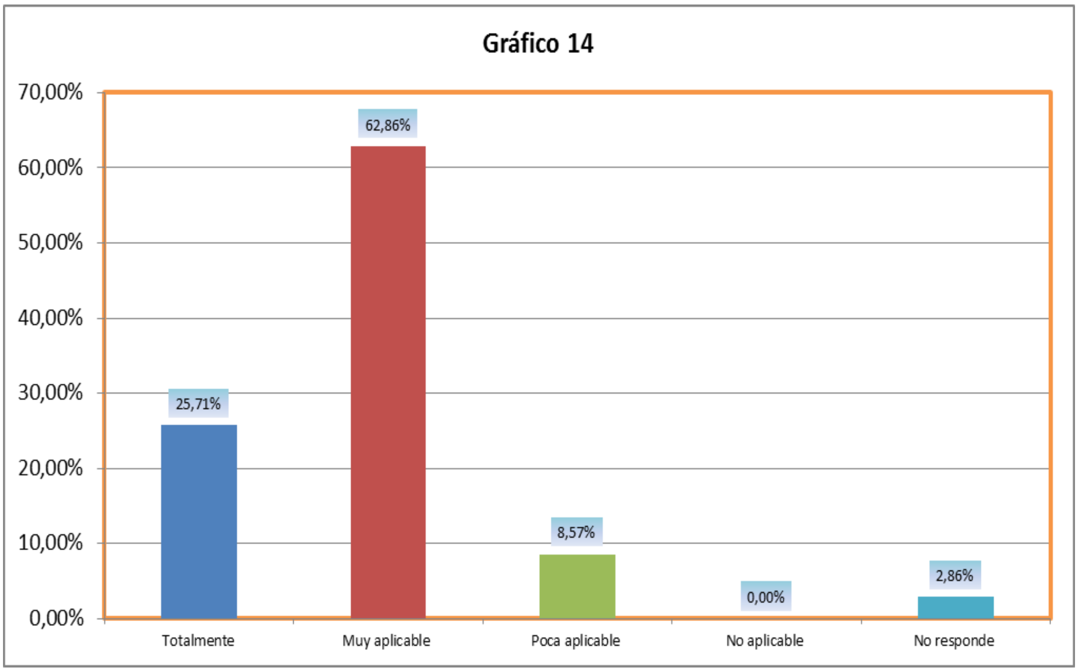
Pregunta 12

Considera que una guía didáctica del Álgebra puede ser aplicada fácilmente en el aula regular (educación presencial) y no regular (educación semipresencial y a distancia) para la nivelación de la prueba “Ser Bachiller”

Tabla N°16

Variables	Cantidad de respuestas	Porcentajes
Totalmente	9,00	25,71%
Muy aplicable	22,00	62,86%
Poca aplicable	3,00	8,57%
No aplicable	0,00	0,00%
No responde	1,00	2,86%
TOTAL	**35,00**	**100,00%**

Gráfico N° 14



El 62,86% de los encuestados considera que una guía didáctica del Álgebra puede ser aplicada fácilmente en todas la modalidades de estudio y que es muy aplicable.

2.4 Discusión de resultados

1. Es necesario realizar una Guía didáctica del Álgebra que apoye en mejorar el rendimiento de los exámenes de grado Ser Bachiller, según los resultados obtenidos en la tabla N° 3 donde se muestra que el 63,11% obtuvo un rendimiento bueno e insuficiente. Además se puede mejorar los resultados en el área del Álgebra para el examen de grado empatando los contenidos de nuestra propuesta con los evaluados por el Ministerio de Educación a través del INEVAL, pues de acuerdo a la tabla N° 5 y N° 6 los resultados muestran que los contenidos de los textos de los estudiantes no coinciden con los del examen de grado por lo que algunos tópicos no son desarrollados en clase.

2. Los docentes consideran que es muy importante contar con una guía para estudiantes y docentes con los temas del Álgebra del examen de grado Ser Bachiller según los resultados de la tabla N° 7. Esta guía podría estar estructurada de la siguiente manera: anticipación, ejercicios modelos, ejercicios propuestos y consolidación del conocimiento, de esta forma alcanzaríamos el aprendizaje significativo, para obtener mejores resultados en el examen de grado, que los años anteriores, de acuerdo a los resultado mostrados en la tabla y grafica 11.

3. La tabla 9 y 10, grafica 7 y 8 evidencia la necesidad de una guía didáctica del álgebra para apoyar el examen de grado, por cuanto los resultados muestran que los docentes y estudiantes conocen pocos textos o guías que apoyen en la preparación del examen Ser Bachiller.

4. Nuestra propuesta motivaría, familiarizaría, mejoraría en la preparación e inducción de los estudiantes al momento de rendir el examen de grado Ser Bachiller en área del Álgebra, además podrá ser aplicado en todas las modalidades de estudio presencial, semipresencial y a distancia, de este modo llegado a esta conclusión apoyados en los resultados que muestran las tablas13 y 14, graficas 11 y 12.

CAPÍTULO III

3. Propuesta

3.1 Presentación

Esta guía didáctica tiene por objetivo reforzar los conocimientos en el campo del Álgebra que será de apoyo y consulta para estudiantes del Bachillerato, universitarios y profesores que deseen imparten ésta rama. En especial a los Docentes del Tercero de Bachillerato que dirigen la enseñanza-aprendizaje de los estudiantes que rinden el examen de grado “Ser Bachiller”.

Con la propuesta se pretende contribuir a las exigencias existentes del proceso educativo moderno, llegando a capacitar al estudiante en forma específica en los temas del Álgebra, tanto para sus estudios actuales y futuros. El docente apoyará el aprendizaje del estudiante con una nueva herramienta de enseñanza.

Con la guía didáctica, se propone facilitar el aprendizaje efectivo del Álgebra, que según Marco Castillo (1999, p.90) establece que la guía didáctica es la “herramienta que sirve para edificar una relación entre el profesor y los alumnos, además sustenta que la guía didáctica es una comunicación intencional del profesor con el alumno sobre los pormenores del estudio de la asignatura y del texto base”.

TEMAS DESARROLLADOS EN LA GUÍA DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA

3.2 Estructura de la propuesta

La Guía Didáctica del Álgebra está estructura con: anticipación, construcción y consolidación del conocimiento, empleando ejercicios y problemas de la vida cotidiana, para un proceso de enseñanza – aprendizaje del Álgebra de manera dinámica y sistemática:

Anticipación: Se asociará el tema con las vivencias y conocimientos que el educando pueda conocer sobre el tema en general y despertando el interés del estudiante.

Construcción del conocimiento: Se presentará las ecuaciones más importantes, con un ejercicio modelo, explicando que ocurre en cada proceso.

Consolidación del conocimiento: Está elaborado con ejercicios propuestos, videos actividades grupales y lúdicas, con la intención que el estudiante se involucre con las nuevas tecnologías también se incluyen las TICs (Tecnologías de la información y Comunicación)

Tabla 17. Estructura de los temas desarrollados

N° CLASE	Temas	Anticipación	Construcción	Consolidación	Recursos
Clase 1	Ecuaciones de primer grado con una incógnita	Características de las ecuaciones de primer grado	Ejercicio modelo	Cartas de ecuaciones (grupos de trabajo)	-Cartulinas A4 divididas en dos -Ejercicios y problemas de ecuaciones
Clase 2	Métodos de resolución de las ecuaciones: suma y resta, igualaciones, sustitución y gráfico	Cuadro sinóptico con los puntos más relevantes de las técnicas	Análisis de procesos en cada uno de los métodos de resolución	-Trabajo grupal mediante comprobación de un sistema por los cuatro métodos -Graficar en geogebra los sistemas de ecuaciones	Computador a - Programa geogebra https://www.geogebra.org/algebra - Sistemas de ecuaciones
Clase 3	Sistema de ecuaciones lineales con dos tres y cuatro incógnitas	*Con dos incógnitas* Conceptualización	Problema con tabla explicativa	Cuestionarios de opción múltiple	Copias de sopa de letras
Clase 4		*Con tres incógnitas* Lluvia de ideas	Algoritmo de resolución de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas	Crucigrama	Crucigramas

Clase 5		*Con cuatro* incógnitas Relación con sistemas de ecuaciones con dos y tres incógnitas.	Desarrollo de un sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas, detallando cada paso de resolución	Resolución de ejercicios propuestos	Sistemas de ecuaciones con cuatro incógnitas
Clase 6	Ecuaciones de segundo grado	Historia de las ecuaciones de segundo grado	Caracterización de los elementos de la ecuación	Cuestionario	Cuestionario con preguntas
Clase 7	Métodos de resolución de ecuaciones de segundo grado: factorización y fórmula general.	Identificación de los elementos de una ecuación de segundo grado	Desarrollo de ecuaciones aplicando los dos métodos de resolución.	Resolución de ecuaciones y comprobación en el programa geogebra	Computador Programa geogebra https://www.geogebra.org/algebra
Clase 8	Concepto de desigualdades y propiedades	Identificación de símbolos	Interiorización de propiedades y símbolos de las desigualdades	Cuestionario	Copia de cuestionario
Clase 9	Inecuación con una incógnita	Cuadro comparativo	Ejemplo explicativo	Resolver Inecuaciones de opción múltiple.	Ejercicios
Clase 10	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	Organizador gráfico rueda de atributos	Cuadro explicativo de ejercicio modelo	Resolver y comprobar en el programa online WolframAlpha, los sistemas de inecuaciones realizados.	Computador a www.wolframalpha.com
Clase 11	Generalidades de	Citar ejemplos de la vida	Observar video sobre la formación	Resumen de aspectos más	Video sobre progresiones

	progresiones	cotidiana de progresiones (días de la semana, meses del año)	de progresiones	importantes de las progresiones	tomado de: https://www.youtube.com/watch?v=LFteJnBkQx0
Clase 12	Progresión Aritmética	Interiorización de los elementos de una progresión aritmética	Análisis de ejerció modelo	Cuestionario y ejercicios propuestos	Copias de cuestionario
Clase 13	Progresión Geométrica	Cuadro comparativo	Sucesión de pasos para resolver ejercicios	Trabajo grupal	
Clase 14	Relación de los vectores con las funciones trigonométricas	Evaluación diagnóstica sobre funciones trigonométricas	Descripción de la relación entre vectores y funciones trigonométricas	Aplicar funciones trigonométricas para calcular el valor de: ángulo hipotenusa y catetos de un triángulo rectángulo.	Ejercicios
Clase 15	Diferencia entre cantidades escalares y vectoriales	Lluvia de ideas	Observar video acerca de la diferencia entre un vector y escalar.	Cuestionario	Video tomado de: https://www.youtube.com/watch?v=L3nDAJGAbIM
Clase 16	Vector unitario	Conceptualización	Presentación de imagines Desarrollo de ejercicio	Cuestionario	Imágenes Cuestionario
Clase 17	Suma trigonométrica	Resumen de ley de los senos y	- Algoritmo explicativo	Concurso de cartas	Cartas

	de dos vectores en el plano	cosenos	- Ejercicio de aplicación	de vectores	Copias
Clase 18	Suma y resta analítica de vectores	Observar video de suma y resta de vectores.	Desarrollo de ejercicio	Resolver ejercicios de aplicación	Video tomado de: https://www.youtube.com/watch?v=61TXei-4IDA
Clase 19	Componentes rectangulares de un vector	Organizador gráfico	Desarrollo paso a paso de ejercicio	Resolver y exponer ante el grupo la resolución del problema.	
Clase 20	Producto de un escalar por un vector	Establecer las ideas principales.	Desarrollo de ejercicio	Trabajo grupal	Ejercicios
Clase 21	Producto escalar de vectores	Presentación de conocimientos previos	Desarrollo de ejercicio	Evaluación	Copias de avaluación

Nota: Los recursos citados son específicos para cada tema, debemos considerar que siempre estará presente: profesor, estudiantes, pizarra, marcadores, calculadora, lápiz, borrador, entre otros.

3.3 Desarrollo de la propuesta

Relación del Álgebra con otras ciencias

El Álgebra tiene relación con la Física, Trigonometría, Geometría, Química entre otras, porque utiliza operaciones fundamentales que ayudan al pensamiento lógico del estudiante a razonar simbólicamente. El uso de letras y números dentro de problemas matemáticos permite hallar la respuesta al problema mediante la aplicación de operaciones algebraicas.
El Álgebra ayuda a visualizar conceptos y relaciones desconocidas al formular ecuaciones y algunas representaciones gráficas de la información.

Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

Características de las ecuaciones

Una ecuación es una expresión matemática con una o más variables, por lo general estás son las ultimas letras del abecedario (u, v, w, x, y, z) representada por una igualdad donde el primer miembro (parte izquierda) es igual al segundo miembro (parte derecha)

Representación

Primer miembro	Igual	segundo miembro
$x+2-3x$	=	$4-5x+7$

Una ecuación siempre tendrá los siguientes elementos (según la representación):

- Variable o variables: según el modelo de ecuación existe una sola variable “x”
- Coeficiente o coeficientes son los números que le acompañan a las letras en la representación son: +1, -3 y -5
- Términos independientes son: +2 +4 y +7
- Signo de igualdad “=”

Para pasar de un miembro a otro miembro se sigue la siguiente norma:

Reglas para resolver ecuaciones

Primer miembro	**=**	**Segundo miembro**
Si es positivo (+)	=	pasa negativo (-)
Si está multiplicando (*)	=	pasa dividiendo (:)
Si está potenciando (x^n)	=	pasa radicando ($\sqrt[n]{x}$)

Figura N° 1

Para mejorar la interpretación de la figura se resumen de la siguiente manera:

- ✓ Si a un miembro de la ecuación se suma un valor cualquiera, para no alterar dicha ecuación se debe sumar la misma cantidad al segundo miembro. Ocurre lo mismo con la resta.
- ✓ Si multiplicamos o dividimos la misma cantidad a los dos miembros de una ecuación obtenemos una igualdad y no se altera dicha ecuación.

Clase 1: Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Anticipación

- ✓ Una ecuación de primer grado con una sola incógnita tiene la variable elevada a la unidad y la solución será un sólo valor.
- ✓ La ecuación es una igualdad parecida a una balanza de un vendedor que tiene sus pesas en libras y la equilibra con el producto según la cantidad de libras que le solicite el cliente.

- ✓ Otra situación en la que interviene las ecuaciones son: dos billetes de dólar igual a cuatro monedas de cincuenta centavos.
- ✓ Es una ecuación si comparamos: un día tiene veinte y cuatro horas equivalentes a mil cuatrocientos cuarenta minutos.

Construcción

Ejemplo

La suma de las edades de Carlos y Ana son 80 años, si Carlos es mayor que Ana con diez años ¿qué edad tiene cada uno?

La edad de Ana es desconocida se representa con la letra	x
Sabemos que Carlos es mayor que Ana con 10 años	(x+10)
La suma de las edades de Ana y Carlos es	80

La expresión matemática es:

Edad de Ana + Edad de Carla = 80

$$x + x = 80 - 10$$

Ubicamos en un miembro las variables y en el otro los valores independientes.

No olvide la normativa aprendida

- ✓ Si a un miembro de la ecuación se suma o resta un valor cualquiera, para no alterar dicha ecuación se debe sumar la misma cantidad al segundo miembro.
- ✓ Si multiplicamos o dividimos la misma cantidad a los dos miembros de una ecuación obtenemos una igualdad y no se altera dicha ecuación.

Resolviendo términos semejantes

$$2x = 70$$

El 2 que está multiplicando a x pasa dividiendo

$$x = \frac{70}{2}$$

$x = 35$ Este valor representa la edad de Ana

Si Carlos es mayor a Ana con 10 años entonces: 35+10= **45 años**

La edad de Ana más la edad de Carlos es igual a 80 años según los datos del ejercicio planteado; por lo tanto los valores numéricos de las variables encontrados son correctos-

Consolidación

Para los ejercicios se sugiere grupos de dos estudiantes y para los problemas grupos de tres. Juego “Cartas de ecuaciones”: (Para los ejercicios formar parejas) el grupo que tiene la carta con la ecuación resolverá y buscará al estudiantado que tenga la repuesta, mientras los que tengan la solución deben comprobar que se cumpla la igualdad. El profesor debe tener en cartulinas separadas: las ecuaciones y soluciones (Los ejercicios propuestos son de nuestro contexto cotidiano, como por ejemplo las dimensiones de la hoja de cuaderno)

(Para los problemas formar equipos de tres). El equipo que tenga el problema busca al grupo que tiene la ecuación, estos buscarán a los que tienen la solución, mientras los que tienen la solución comprueban la igualdad. El profesor debe tener en cartulinas separadas: los problemas, ecuaciones y soluciones

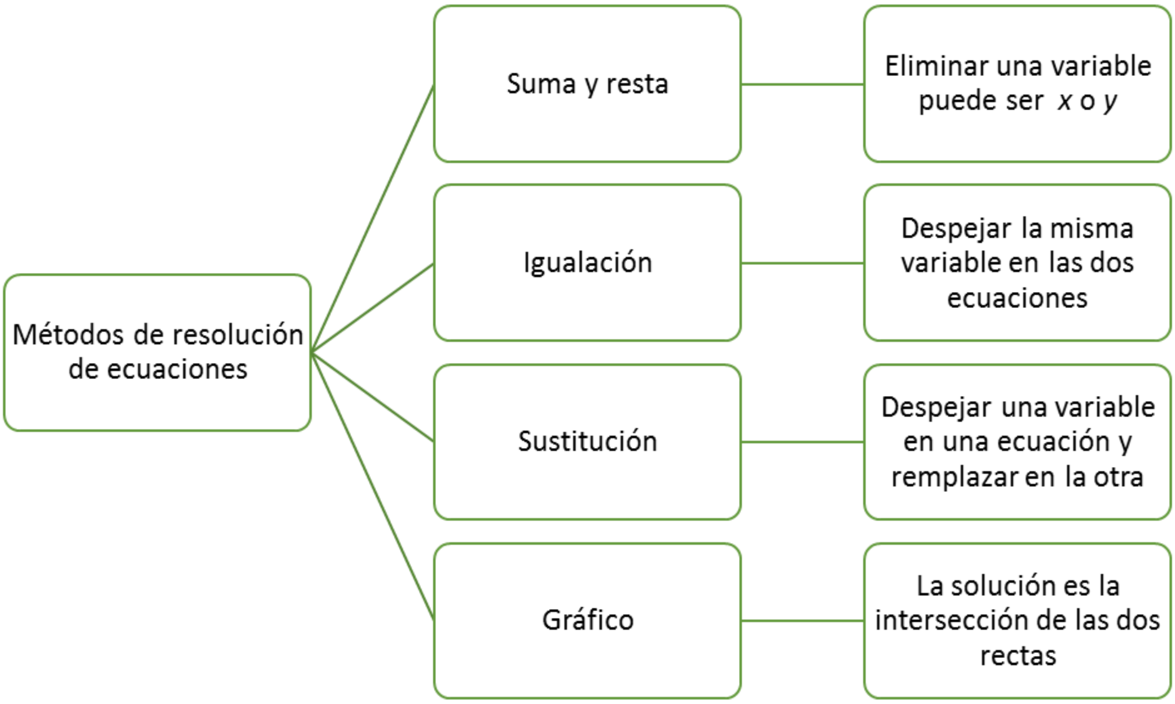
Ejercicios propuestos.

1. $2(5x-3)=6+x$
2. $\frac{x-2}{6}-\frac{x-3}{2}=1$
3. Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?
4. La base de una hoja de papel rectangular es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?
5. Un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

Clase 2: Métodos de resolución de las ecuaciones: suma resta, igualación sustitución y gráfico.

Anticipación

El organizador gráfico ilustra cuatro métodos de resolución de ecuaciones con el principal proceso de resolución.



Construcción

<u>Método de suma y resta</u>

- Al resolver un sistema de ecuaciones lineal con dos incógnitas por el método de suma y resta se trata de eliminar una variable, multiplicando o dividiendo la ecuación por un número.

- La forma general de expresar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_1y=c_2 \end{cases}$$

Donde x, y son variables o incógnitas

Las letras a, b, c son constates numéricas

Ejemplo

Resuelva el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} 7x - 5y = 104 & \text{(E1)} \\ 5x + 2y = 52 & \text{(E2)} \end{cases}$$

Podemos eliminar las dos variables x o y, por ser más conveniente eliminaremos la variable *y*, para ello la ecuación E1 multiplicaremos por 2 y la E2 por 5

$$\begin{cases} 14x - 10y = 208 & \text{(E1*(2))} \\ 25x + 10y = 260 & \text{(E2*(5))} \end{cases}$$

$$\overline{39x + 0 = 468}$$

Por lo tanto **x = 12**

Remplazando el valor de x en E1 tenemos:

7(12) - 5y = 104

-5y = 104 – 84

y = - 4

Comprobación

Para saber que la ecuación está resuelta correctamente remplazamos en cualquiera de las ecuaciones E1 o E2, teniendo que cumplirse la igualdad, lo realizaremos en la ecuación E2.

5(12) +2(-4) = 52

52 = 52 se cumple la igualdad

Ejemplo de la vida cotidiana.

Diana estudiante de Segundo de Bachillerato, compró una computadora y un televisor en $ 2000 y luego los vendió en $ 2280.

¿Cuánto le costó inicialmente cada objeto, sabiendo que en la venta del computador ganó el 10% y en la venta del televisor ganó el 20%?

Computadora = x

Televisor = y

Planteando la ecuación tenemos

$$\begin{cases} x + y = 2000 & \text{E1} \\ (x + \frac{1}{10}x) + (y + \frac{1}{5}y) = 2280 & \text{E2} \end{cases}$$

Resolviendo tenemos

$$\begin{cases} x + y = 2000 & \text{E1} \\ \frac{11}{10}x + \frac{6}{5}y = 2280 & \text{E2} \end{cases}$$

Multiplicando E1 * (-11/10)

$$\begin{cases} -\frac{11}{10}x - \frac{11}{10}y = -2200 \\ \frac{11}{10}x + \frac{6}{5}y = 2280 \end{cases}$$

$$0 + \frac{1}{10}y = 80$$

y = 800

x = 1200

Método de igualación

Para resolver por el método de igualación se despeja la misma variable en la ecuación uno y en la ecuación dos (puede ser cualquiera de las dos variables).

Ejemplo

$$\begin{cases} 3x-4y=-6 & \text{(E1)} \\ 2x+4y=16 & \text{(E2)} \end{cases}$$

$$x=\frac{4y-6}{3}$$ Despejando x de la ecuación E1

$$x=\frac{16-4y}{2}$$ Despejando x de la ecuación E2

x es la misma en la ecuación E1 y E2 por lo tanto:

$$x = x$$

$$\frac{4y-6}{3} = \frac{16-4y}{2}$$ Remplazando los valores en lugar de x

$$8y-12=48-12y$$ Multiplicando al primer miembro por dos y al segundo miembro por tres

$$y=3$$ Realizando las operaciones

Tenemos el valor de y entonces remplazamos en la E2

2x + 4(3) =16

$\boxed{\mathbf{x = 2}}$

Método de sustitución

En el método de sustitución tenemos que despejar una variable de la ecuación E1 y luego remplazar ese valor en la ecuación E2 o viceversa despejar de la E2 una variable cualquiera y luego remplazar ese valor en la en la E1.

Ejemplo

$$\begin{cases} x + y = 1 & \text{(E1)} \\ 2x + y = 2 & \text{(E2)} \end{cases}$$

Despejando x de la ecuación E1 tenemos:

$x = 1 - y$ (E3)

Remplazando E3 en E2 tenemos

2(1 - y) + y = 2

2 - 2y + y = 2 Resolviendo el paréntesis

$\boxed{y = 0}$

Remplazando el valor de *y* en la ecuación E2 tenemos (puede remplazar también en la ecuación E1)

2x +0 = 2

$\boxed{\mathbf{x = 1}}$

Método gráfico

En este método tenemos que encontrar dos valores de cada ecuación para saber por dónde va la recta y donde se intersectan las dos rectas, ahí estará la solución

Ejemplo

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 & \text{(E1)} \\ 2x + 4y = 16 & \text{(E2)} \end{cases}$$

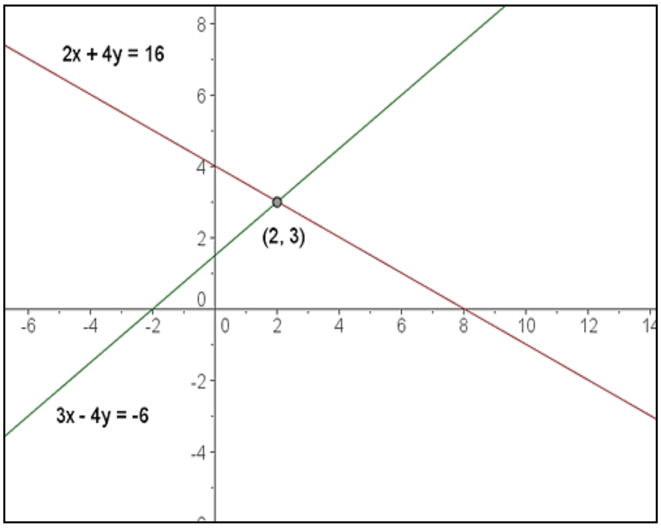


Tabla de valores ecuación E2

x	y
0	4
8	0

Tabla de valores ecuación E1

x	y
0	3/2 =1.5
-2	0

Solución x = 2; y = 3

Intersección de las dos rectas

Nota. Si las ecuaciones son equivalentes no existe solución; por cuanto las gráficas serías paralelas

Consolidación

Ejercicios propuestos
Formar grupos de cuatro estudiantes y resolver por los cuatro métodos los siguientes sistemas. Utilizar el programa geogebra para comprobar la resolución
1. $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 3x - 2y = 18 \\ -2x - 6y = -12 \end{cases}$

Sistema de ecuaciones lineales con dos, tres y cuatro incógnitas

Clase 3. Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Anticipación

- Un sistema con dos, tres y cuatro incógnitas tiene sus variables con exponente 1.
- El número de ecuaciones es igual al número de variables o incógnitas.
- Se aplica las normativas “Reglas para resolver ecuaciones” (figura 1) para pasar términos de un miembro a otro.

Construcción del conocimiento

Un parqueadero tiene autos y motos, en total hay 35 vehículos (entre autos y motos) y 116 ruedas. ¿Cuántas autos y motos hay?

Descripción	Representación
Autos	x
Motos	y
Entre autos y motos hay 35	x+y=35 (E1)
Ruedas de autos	4x
Ruedas de motos	2y
Entre ruedas de autos y motos igual a 116	4x+2y=116 (E 2)

$$\begin{cases} x+y=35 & (1) \\ 4x+2y=116 & (2) \end{cases}$$

Despejo *y* de la ecuación (1)

$$y=35-x \qquad (3)$$

Remplazamos (3) en (2)

$$4x+2(35-x)=116$$

Aplicando propiedad distributiva y sumamos términos semejantes

$$2x=46$$

Despejamos *x*

x=23 *es el número de los autos*

Como el total de vehículos es de 35 entonces el número de motos será 35-23= **12**

Consolidación

Ejercicios propuestos

Resolver el sistema de ecuaciones y encontrar la soluciòn en la sopa de letras

1. $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + y = 1 \end{cases}$

a) x = 3, y = 0 b) x = 3, y = 2 c) x = 3, y = −2

2. $\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases}$

a) x = 12, y = 4 b) x = 12, y = 8 c) x = 6, y = 8

1. El costo total de 5 libros y 4 lapiceros es de $32.00; el costo total de otros 6 libros iguales y 3 lapiceros es de $33.00. Hallar el costo de cada artículo.

a) Libros $ 4 y lapiceros $ 3 b) Lapiceros $ 4 y libros $ 3
b) Ninguna de las anteriores

<u>Clase 4: Sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas</u>

Anticipación

¿Cuántas ecuaciones tendrán un sistema de ecuaciones de tres incógnitas?

¿Cuáles son los métodos para resolver sistemas de ecuaciones?

Construcción

Ejemplo 1

En el restaurante "STOP" la cajera realiza tres pedidos diferentes, si la primera mesa solicita tres salchipapas, dos hamburguesas, una gaseosa y cancelan por el pedido $ 9,50; la mesa dos paga $16,50 por la compra de cinco salchipapas, tres hamburguesas y tres gaseosas, mientras que la mesa tres solicita una hamburguesa, una gaseosa, una salchipapa y cancela $ 4,50 ¿Cuál es el precio de cada alimento?

Traducimos el problema a lenguaje algebraico formando un sistema de ecuaciones con tres incógnitas como se muestra a continuación.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 9{,}50 & \text{(E1)} \\ 5x + 3y + 3z = 16{,}50 & \text{(E2)} \\ x + y + z = 4{,}50 & \text{(E3)} \end{cases}$$

1. Utilizaremos el método de reducción, de manera que en cada ecuación tengamos una incógnita menos que en la anterior.

2. Relacionaremos E1 con E3, para poder eliminar x, E3 multiplicaremos por -3 obteniendo:

3x+2y +z = 9,50	(E1)
<u>-3x-3y-3z =-13,50</u>	(E3*(-3))
0 – y -2z = -4	(E4)

3. Luego relacionaremos la ecuación E2 con la ecuación E3, la ecuación E3 multiplicaremos por -5 para eliminar x, como lo realizamos en el paso 2.

5x+3y + 3z = 16,50	(E1)
<u>-5x-5y - 5z =-22,50</u>	(E3*(-5))
0 – 2y -2z = -6	(E5)

4. Se puede observar que E4 y E5 se eliminó la variable x, por lo tanto se relaciona E4 y E5, y se eliminará la variable y, para eso la ecuación E4 multiplicaremos por -2 entonces:

$0 + 2y + 4z = 8$ (E4)

$\underline{0 - 2y - 2z = 6}$ (E5)

$0 + 2z = 2$ en consecuencia $\mathbf{z = 1}$

5. Ahora tenemos el valor de z = 1, lo remplazamos en la ecuación E4 y obtendremos:

$-y - 2\mathbf{(1)} = -4$ (E4)

$-y = -4 + 2$ multiplicando por (-1) ambos miembros se obtiene $\mathbf{y = 2}$

6. Finalmente podemos remplazar los valores de **z = 1** & **y = 2,** en cualquier ecuación del sistema, lo realizaremos en la E3 obteniendo:

$x + y + z = 4{,}50$

$x + \mathbf{(2)} + \mathbf{(1)} = 4{,}50$ entonces $\mathbf{x = 1{,}50}$

Por lo tanto el valor de las salchipapas es $ 1,50 las hamburguesas $ 2 y las gaseosas a $1

Ejemplo 2

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de $ 156 por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

El enunciado nos dice que ha pagado $156 por 24 litros de leche, 6 kilogramos de jamón y 12 litros de aceite; podemos escribir el precio unitario de cada producto representándolo con una letra así:

Detalle	**Precio unitario**	**Cantidad**	**Total**
x= el precio unitario de la leche	x	24	24x
y = el precio unitario de del jamón	y	6	6y
z = el precio unitario del aceite	z	12	12z
Total a pagar			24x+6y+12z

Tendremos la ecuación E1

$$24x+6y+12z = 156 \qquad (E1)$$

Tener en cuenta que los $156 es el precio total a pagar, sumando el valor de todos los productos.

Luego tenemos según el enunciado que $11z = 3(11x)$ (E2)

Finalmente $1y = 41z + 41x$ (E3)

Ordenando y realizando algunas operaciones se obtiene las ecuaciones:

$$\begin{aligned} 24x + 6y + 12z &= 156 \qquad (E1) \\ -33x \qquad + 11z &= 0 \qquad (E2) \\ -41x + y - 41z &= 0 \qquad (E3) \end{aligned}$$

Una vez planteado el sistema de ecuaciones con tres variables, debemos aplicar el mismo proceso que en el ejercicio modelo 1

Consolidación

Ejercicios propuestos

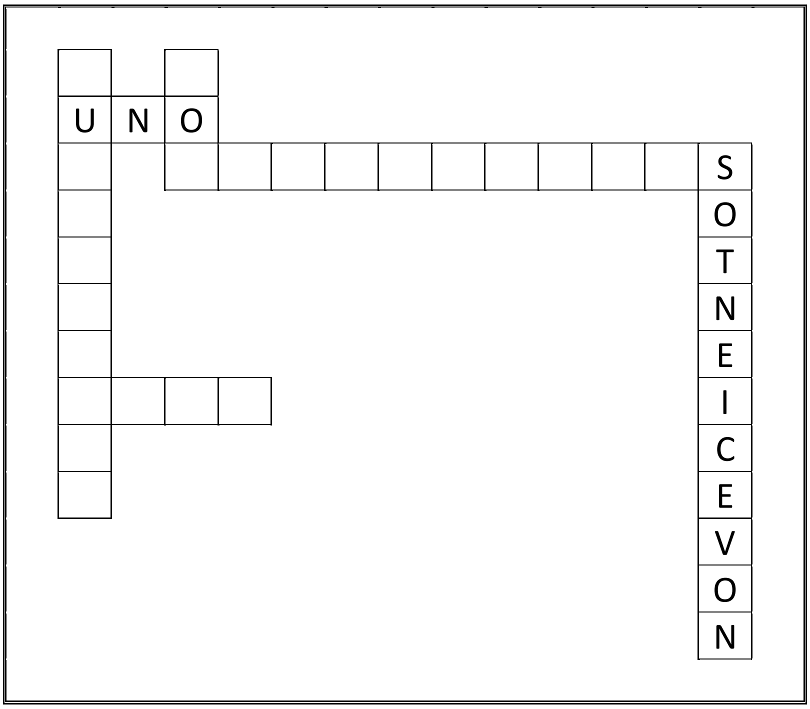
Complete el crucigrama con las repuestas obtenidas en los siguientes sistemas

1. $\begin{cases} 5x - 3y - z = 1 \\ x + 4y - 6z = -1 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 4x + 3y - 3z = 1 \end{cases}$

3. Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:
   - ✓ El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.
   - ✓ El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más del 60% de las de terror representan la mitad del total de las películas.
   - ✓ Hay 100 películas más del oeste que de infantiles.
   - ✓ Halla el número de películas de cada tipo.

El crucigrama debe ser completado según el resultado obtenido en los sistemas de ecuaciones incluido el problema, la orientación pueden ser horizontal o vertical, la cantidad debe estar escrita en letras. Si se repiten algunas respuestas se considera una sola (ejemplo en el primer ejercicio x = uno, y = uno, solo se considera un solo resultado).



Clase 5: Sistema de ecuaciones lineales con cuatro incógnitas

Anticipación

Al igual que en los casos anteriores es importante que tengamos presente:

- Por lo general se tiene cuatro letras del abecedario que puede ser x, y, z, t.
- Se requiere cuatro sistemas y cuatro ecuaciones para que sea posible la resolución
- Se va agrupando de dos en dos y eliminado una variable en cada sistema solución, es importante eliminar la misma variable
- Los procesos para pasar términos de un miembro a otro y despeje de variables es el mismo que los ya estudiados en los casos anteriores.

Construcción

Ejercicio modelo 3

$$\begin{cases} 2x-3y+z+4t=0 & \text{(E1)} \\ 3x+y-5z-3t=-10 & \text{(E2)} \\ 6x+2y-z+t=-3 & \text{(E3)} \\ x+5y+4z-3t=-6 & \text{(E4)} \end{cases}$$

1. Agruparemos de dos en dos según sea más conveniente. Agruparemos la ecuación E1 con la E4 y la E4 multiplicaremos por -2 resultando:

$$\begin{cases} 2x-3y+z+4t=0 & \text{(E1)} \\ -2x-10y-8z+6t=12 & \text{(E4*(-2))} \end{cases}$$

0 -13y-7z+10t=12 (E5)

2. En este paso agruparemos la ecuación E2 multiplicado por -2 con la ecuación E3:

$$\begin{cases} -6x-2y+10z+6t=20 & \text{(E2*(-2))} \\ 6x+2y-z+t=-3 & \text{(E3)} \end{cases}$$

0 0 +9z+7t=17 (E6)

3. Ahora agruparemos la ecuación E2 con la E4, la E4 multiplicado por -3.

$$\begin{cases} 3x+y-5z-3t=-10 & \text{(E2)} \\ -3x-15y-12z+9t=+18 & \text{(E4*(-3))} \end{cases}$$

0 -14y-17z+6t = +8 (E7)

4. En este paso resolveremos el sistema formado por la ecuación E5 multiplicado por -14 y la ecuación E7 multiplicado por 13:

182y+98z-140t = - 168 (E5)

-182y-221z+78t = +104 (E7)

0 -123z – 62t = 64 (E8)

5. Resolviendo las ecuaciones E6 multiplicado por 123 y E8 por -9

+1107z+861t=2091	(E6*(123))
-1107z + 558t =-576	(E8*(-9))
0 + 1419t = 1515	

donde

t = 1515/1419

6. Remplazando el valor de t = 1515/1419 en E8 tenemos**:**

-123z-62(1515/1419)=64

Entonces

z = 184746/174537

7. Remplazando t=1515/1419 y z= 184746/174537 en E7 nos queda:

-14y-17(184746/174537)+6(1515/1419) = +8

y = -13898/9933

8. Finalmente remplazamos los valores de t, y, z en E4.

$$x+5(-13898/9933)+4(184746/174537)-3(1515/1419)=-6$$

Entonces

x= - 349/9933

Comprobación

Remplazando los valores de x, y, z, t en E4 resulta:

$$-349/9933+5(-13898/9933)+4(184746/174537)-3(1515/1419)=-6$$

Realizando los cálculos

6 =6 podemos afirmar que las operaciones están correctas porque se cumple la igualdad

Consolidación

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:
1. $\begin{cases} x+2y+z-3t=2 \\ 2x+5y+3z-8t=4 \\ x+2y+2z-4t=3 \\ 3x+6y+5z-11t=8 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 6x+3y+3k+z=3 \\ x+2y-k-z=-2 \\ 2x-3y+2k+z=1 \\ x+y+k+z=1 \end{cases}$

Clase 6: Ecuaciones de segundo grado

Anticipación

Historia de las Ecuaciones de segundo grado.

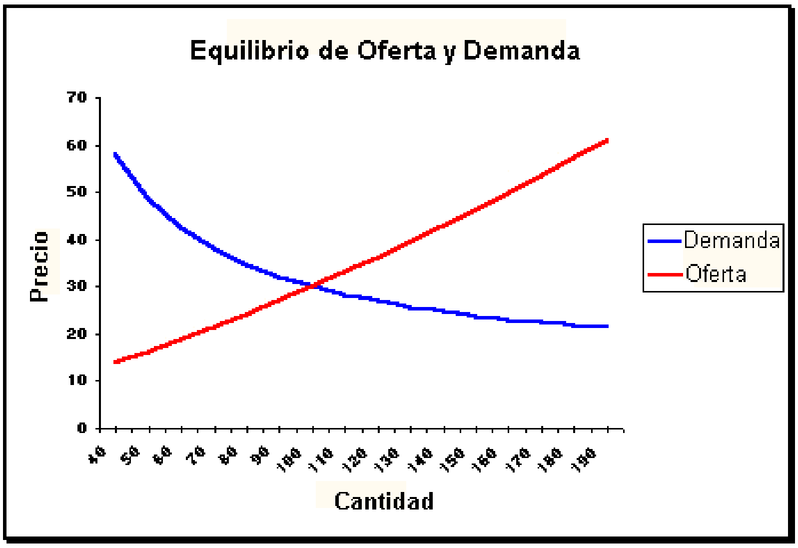
(Rubalcaba**)** La mayoría de las personas conocemos la fórmula de la resolución de una ecuación de segundo grado, es la primera fórmula que nos enseñan para resolver las ecuaciones, pero hay un par de cosas que la mayoría desconocemos la primera es que no se puede aplicar siempre y la otra es el origen de esta fórmula. Por ello hablemos un poco de historia sobre estas, las primeras apariciones de las ecuaciones en textos antiguos datan del 1800 al 1600 a.C. en Mesopotamia, y traen algunos métodos para resolver ecuaciones lineales aunque la notación y forma de resolución tienen una infinidad de diferencias comparada con la forma que nosotros poseemos actualmente.

Habrían de pasar unos cuantos años para que la humanidad diera el primer paso hacia el descubrimiento de la solución general de una ecuación de cualquier grado, esto fue el 1650 a. C., que es la fecha de la que data el Papiro de Rindh, escrito en Egipto. En este texto matemático se muestra un método de resolución general de ecuaciones de primer grado. Este papiro nos refleja que los egipcios podían resolver cierto tipo de ecuaciones de segundo grado, aunque aún desconocían un método general de resolución, que será el siguiente paso de nuestra historia.

Pasarían 1500 años para que un griego lograra el segundo paso, Diofanto de Alejandría, encontró la fórmula que resuelve casi todas las ecuaciones de segundo grado, entonces se habían resuelto "todas" las ecuaciones de primer y segundo grado. Después del segundo grado, viene el tercer grado… Transcurrieron otros 1700 años aproximadamente, cuando un matemático Italiano llamado Niccolo Fontana (Tartaglia para los amigos), demostró dos cosas: Dada una ecuación de tercer grado, $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$, haciendo el cambio de variable, $x = t – b/3$, se reduce a una ecuación del tipo $x^3 + px = q$. En la que ha desaparecido el término de segundo grado. Encontró y demostró la fórmula general para la resolución de ecuaciones del tipo $x^3 + px = q$ De este modo y con estas dos aportaciones Tartaglia 1700 años después de la demostración del método general para la resolución de ecuaciones de segundo grado, había dado el siguiente paso en la resolución de las ecuaciones de grado arbitrario. La humanidad ya sabía resolver una ecuación cualquiera hasta tercer grado. Es así como nació la formula general para la resolución de ecuaciones de segundo grado

Construcción

En la vida cotidiana es muy común encontrar modelos cuadráticos como por ejemplo en la trayectoria que tiene la bala de un cañón de la artillería militar, el modelo económico de la oferta y demanda.



Una ecuación de segundo grado se caracteriza por tener la incógnita elevada al exponente 2 y por ello tendrá siempre dos soluciones, se expresa de la siguiente manera:

$$ax^2 + bx + c = 0 \longrightarrow \text{Expresión general}$$

Sus elementos son:

- Variable x
- Constantes: letras a, b, c, son números reales a≠ 0, b cualquier valor y c contante independiente.
- El exponente dos indica que la ecuación es de segundo grado.

Consolidación

Individualmente contestar el siguiente cuestionario sobre las ecuaciones en el cuaderno de trabajo

1. ¿Dónde aparecieron las ecuaciones de segundo grado?
2. Nombre el elemento que le caracteriza a una ecuación de segundo grado.
3. Escriba las letras que por lo general representan a las constantes.
4. Describa brevemente que pasaría si el valor de la constante *a* es cero.

Clase 7. Métodos: factorización y fórmula general

Anticipación

Para iniciar el estudio de la resolución de ecuaciones de segundo grado por los dos métodos, es necesario tomar en cuenta lo siguiente:

- ✓ Variables son todas las últimas letras del abecedario x, y, z
- ✓ Constante son todos los valores que no pueden cambiar como 1,2, 3….
- ✓ Por lo general en una ecuación los valores de a, b, c … sirven para identificar el lugar de las constantes.
- ✓ Necesariamente tiene que estar la variable elevado a la potencia 2 (x^2)
- ✓ Toda ecuación de segundo grado es posible resolver por la fórmula general
- ✓ Algunas ecuaciones no son posibles resolver por el método de factorización.

- ✓ La forma de una ecuación de segundo grado es

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- ✓ Para resolver es necesario ordenar la ecuación según la forma general en caso de no estar ordenada.

Construcción

<u>Método de factorización</u>

Para resolver por este método la ecuación de segundo grado debe tener la estructura:

$$x^2 + bx + c = 0$$

Ejemplo:

$x^2 - 5x = -6$

Ordenaremos la ecuación

$x^2 - 5x + 6 = 0$

Aplicando el caso de factorización $x^2 + bx + c = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

(x - 3) (x - 2) = 0

Los valores de 3 y 2

Satisfacen (-3)(-2) =6 y -3 – 2 = - 5

Despejando x de cada paréntesis **x = +3; x = 2**

Comprobación

Se confirma que la resolución de la ecuación es correcta, si remplazamos en la ecuación original. x = 3

$3^2 - 5(3) + 6 = 0$ 0 = 0

Ahora con x=2

$2^2 - 5(2) + 6 = 0$ 0=0

Método de la fórmula general

A partir de la representación general de una ecuación de segundo grado se puede obtener sus soluciones aplicando la fórmula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \longrightarrow$$ **Fórmula general**

Ejemplo

$x^2 + 2x - 15 = 0$

Tenemos:

a=+1 b=+2 c =-15

$$x_{1,2} = \frac{-(+2) \pm \sqrt{(+2)^2 - 4(+1)(-15)}}{2(+1)}$$

Remplazando los valores en la fórmula general

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(+1)(-15)}}{2(+1)}$$

Realizando la potencia, ley de signos y multiplicaciones

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$\boxed{x_1 = 2}$ $\boxed{x_2 = -5}$

Consolidación

Resolver las ecuaciones de segundo grado y comprobarlas en el programa geogebra

1. Andrés tiene 3 años más que Mariana. Si el duplo de la edad de Andrés menos los 5/6 de la edad de Mariana da 20 años, ¿qué edad tiene Andrés?
2. $9x^2 + 6x + 10 = 0$
3. $x^2 - 4x = 12$

Desigualdades y sistema de desigualdades

Clase 8: Concepto de desigualdad y propiedades

Anticipación

Una desigualdad es una expresión matemática similar a una ecuación, con la caracteristiquita que los dos miembros no son iguales, utiliza signos y símbolos como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 18. Tabla con símbolos y significados

Símbolo	***Nombre***	***Para representar el conjunto solución***
$\neq$	no es igual / diferente	
$<$	menor que	) no incluye
$>$	mayor que	(no incluye
$\leq$	menor o igual que	] incluido
$\geq$	mayor o igual que	[incluido
$=$	igual	
∞	infinito	
;	hasta	
$\rightarrow$	flujo de secuencia del ejercicio	

Nota: También puede combinarse (…] o […)

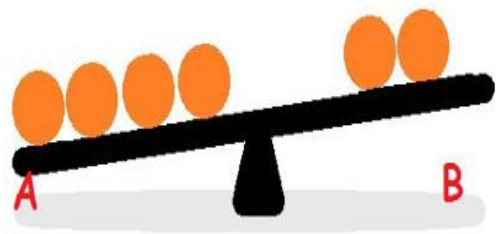
Construcción

Las inecuaciones las podemos definir como una expresión algebraica que incluye una desigualdad.

Ejemplo:

X + 4< 7

Una inecuación es una desigualdad de la que se desconoce un conjunto de valores. Resolverla es determinar cuál es el conjunto de valores que verifican la desigualdad. Por ejemplo, en la imagen tenemos una desigualdad por cuanto en el punto A existe más cantidad objetos que el punto B, por lo que resulta una desigualdad. El conjunto solución de una inecuación, generalmente se expresa como intervalo.



El cálculo de inecuaciones es muy similar al de ecuaciones. Tan solo se debe tener cuidado con los posibles cambios de desigualdad, dado el caso en el que sea necesario discutir los intervalos de puntos, que son solución y los que no lo son.

Propiedades

1. Una desigualdad no varía si se suma o resta la misma cantidad a ambos lados.

   En general

   a < b → a ± x < b ± x

En particular

$3x + 4 < 5$

$3x + 4 - 4 < 5 - 4$

$3x < 1$

2. Una desigualdad no varía su sentido si se multiplica o divide por un número positivo

En general

a < b → **a*x < b*x , a/x < b/x** (x es positivo, mayor que cero)

En particular

$2x < 6$

$2x : 2 < 6 : 2$

$x < 3$

3. Una desigualdad varía su sentido si se multiplica o divide por un número negativo.

En general

x < y → **a*x** < **a*y** → **-x>-y**

x/a < **y/x** → **-x>-y** (a es un numero negativo)

En particular

$-x < 5$

$(-x) \cdot (-1) > 5 \cdot (-1)$

$x > -5$

Consolidación

Conteste verdadero o falso las siguientes afirmaciones
1. Una desigual cambia de signo (de > a <) si suma una misma cantidad a cada miembro _____ 2. Una desigual varía de signo (de > a <) si multiplica o divide para un numero negativo _____

Clase 9. Inecuación con una incógnita

Anticipación

Para enlazar el tema de ecuaciones con inecuaciones se muestra:

Tabla N°19. Cuadro comparativo entre ecuación e inecuación:

Características	***Ecuación con una incógnita***	***Inecuación con una incógnita***
Variables y constantes	Diferenciar constantes y despejar variable	Diferenciar constantes y despejar variable
Símbolos	=	>, ≥, <, ≤
Soluciones	Finitas o infinitas	Intervalo finito o infinito
Forma	ax+b =0	ax+b > 0
Representa	Gráfica	Intervalo

Construcción

Ejercicio

6X+14<10x-22 → desigualdad

Pasamos x al segundo miembro y los términos independientes al primero:

36 < 4x

Despejamos x

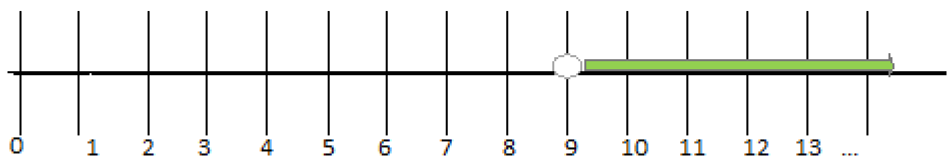
9 < x

Significa que a la inecuación satisfacerla todos los valores mayores a 9 es decir 10, 11,12…

Conjunto solución con intervalo (9; ∞)

De forma gráfica

Solución



Comprobación:

Con x = 11

6(11)+14<10(11)-22 remplazando 11 en vez de x

66+14 < 110 -22 realizando las operaciones

80 < 88 se cumple la desigualdad (con 11 o cualquier valor mayor a 9)

Veamos qué ocurre si comprobamos con un valor menor a 9

Con x=8

6(8)+14<10(8)-22 remplazando 11 en vez de x

48+14 < 80 -22 realizando las operaciones

~~62 < 58~~ no cumple la desigualdad (con 8 o cualquier valor menor a 9)

Consolidación

Resolver la inecuación y los problemas, luego subrayar la respuesta correcta

1. La solución de la desigualdad $\frac{-1-3x}{2} < 4(x-8)$ es:

a) x > 63/11 b) 63/11 < x c) x ≥63/11 d) Ninguna de las anteriores

2. Un comerciante compra cierto número de bufandas por las cuales paga $136. Si los vende a $9,60 la unidad, obtiene perdida, pero si las vende a $10 la unidad obtiene una ganancia ¿Cuál fue la ganancia si vendió la mitad de las bufandas a $12,40 y la otra a $13,60?

3. Al lanzar un dado x veces. Si la diferencia entre el máximo y el mínimo puntaje que se puede obtener es mayor que x^2+x. ¿Cuál es el máximo valor de x?

Clase 10: Sistema de inecuaciones con dos incógnitas

Anticipación.

La siguiente rueda de atributos resalta las características centrales de una inecuación con dos incógnitas

Construcción

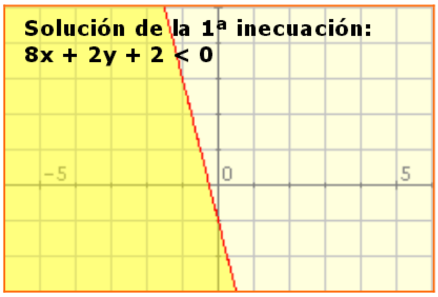
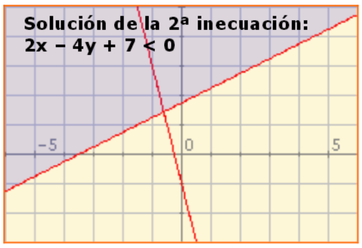
Se llama sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas al conjunto formado por dos inecuaciones con dos variables de la siguiente forma:

$$ax+by+c<0 \qquad ax+by+c>0$$

$$ax+by+c\leq 0 \qquad ax+by+c\geq 0$$

En este caso, las soluciones no son conjuntos de números, sino conjuntos de parejas de números, por lo que no pueden representarse sobre una línea recta: deben presentarse como subconjuntos del plano.

Por tanto, resolver la inecuación equivale a obtener todos los puntos del plano cuyas coordenadas hacen que se verifique la desigualdad.

Ejemplo 8x + 2y + 2 < 0 2x – 4y + 7 < 0	Se tiene dos inecuaciones y dos variables
	Como en el caso de los sistemas con una incógnita se resuelve cada inecuación por separado, y el conjunto de todas las soluciones comunes a todas las inecuaciones del sistema es el conjunto solución del mismo.
	Solución lo del segmento izquierdo del II cuadrante, por cuanto cualquier par de coordenadas tomadas desde dicho segmento satisfacen las dos inecuaciones

Comprobación

Si tomamos el punto (-5,2) que se encuentra en la región solución tenemos

Para inecuación 1

8(-5) + 2(2) + 2 < 0	sustituyendo -5 y 2
-40+4+2 < 0	realizando las operaciones
-36<0	cumple con la desigualdad

Para la inecuación 2

2(-5) – 4(2) + 7 < 0	sustituyendo -5 y 2
-10-8+7 < 0	realizando las operaciones
-11 < 0	cumple con la desigualdad

Con esto queda comprobada la solución gráfica.

Consolidación

Desarrolle las inecuaciones y compruebe sus respuestas en el programa WoframAlpha

1. Resuelva

   $2x+y\leq3$

   $X+y\geq1$

2. Averiguar si el punto P(-1,-2) es una solución de la inecuación $-2x + 3y \leq 1$ y dibuja la solución, indicando si incluye o no a la recta $-2x + 3y = 1$
3. Resolver y comprobar si el punto P(-4,-1) es una solución del sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} -2x-5y-1<0 \\ 2x+3y-1<0 \end{cases}$$

4. Una librería tiene un presupuesto de $1000 para adquirir ejemplares de dos nuevas enciclopedias que se han editado. Cada ejemplar de la primera cuesta $40 y cada ejemplar de la segunda $50. ¿Cuántos ejemplares de cada una puede adquirir? Representa el problema en forma de un sistema de inecuaciones, represéntalo gráficamente e indica varias posibles soluciones.

Progresiones

Clase 11: Generalidades

Anticipación

Las sucesiones están dentro de nuestra vida diaria la podemos encontrar en situaciones simples como:

- ✓ Una sucesión decreciente ocurre en los rebotes de una pelota, su altura disminuye cada vez a la mitad hasta quedar sin movimiento.

- ✓ Otro ejemplo de sucesión es el trabajo que debe hacer el reloj para dar la hora, es decir para el cambio de una hora a otra se debe cumplir 60 min.

Fuente: Progresiones de entretenimiento,

Una progresión Matemática es una sucesión de números o términos algebraicos entre los cuales hay una ley de formación constante, sea porque mantienen su diferencia (progresión aritmética) o porque mantienen su razón o cociente (progresión geométrica).

Una sucesión a_1, a_2, a_3,…a_i puede ser creciente si $a_i < a_i+1$ y es decreciente cuando $a_i > a_i+1$

Dónde:	a, es cualquier término i, es el puesto del último término

Construcción

Si iniciamos ahorrando 50 ctvs. cada semana e ir duplicando cada vez, durante 8 semanas al final de este periodo hemos ahorrado $ 64. Es un ejemplo de sucesión creciente

Ejemplo

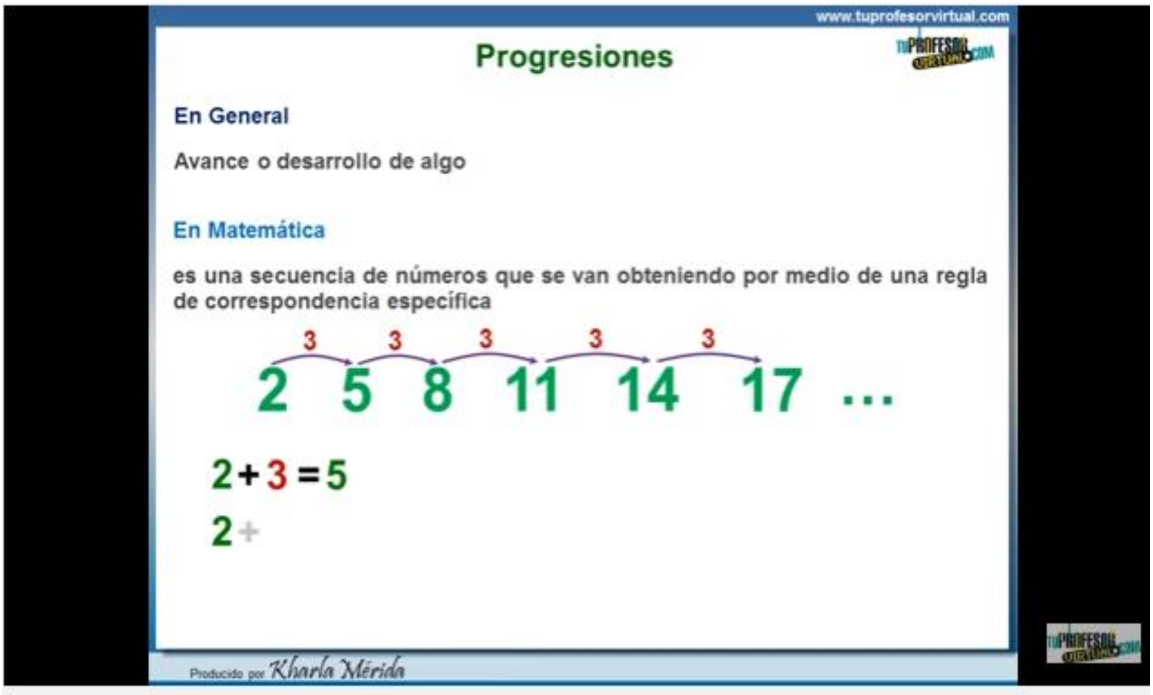
Describir los términos de la sucesión $a_i = 3+4i$ para i=1,2,3,4,…

El primer término sería:	$a_1 = 3+4(1) = 7$
El segundo término sería:	$a_2 = 3+4(2) = 11$
El tercer término sería:	$a_3 = 3+4(3) = 15$
El cuarto término sería:	$a_4 = 3+4(4) = 19$

Por lo tanto, la sucesión quedaría 7, 11, 15, 19 …

Donde la diferencia es 4

Para reforzar lo aprendido visite el video “PROGRESIONES. Definición, ejemplos” (Merida)



Este video nos ayudará a comprender la formación de sucesiones ya sea sumando o multiplicando un patrón constante.

Consolidación

Luego de ver el video responda las siguientes preguntas y realice un resumen
1. Como se encuentra la diferencia de una progresión. 2. Para que se encuentra la diferencia y la razón 3. En el cuaderno de trabajo realizar un resumen corto acerca de lo observado en el video de las progresiones.

Clase 12: Progresión aritmética

Una progresión aritmética es una sucesión en la que cada uno de sus término se obtiene a partir del anterior sumándole una cantidad fija denominada diferencia de la progresión.

Anticipación

Es ineludible empezar el estudio de las progresiones aritméticas enseñando las fórmulas utilizadas en la resolución de las mismas.

Diferencia

d = $a_n - a_{n-1}$

Dónde:	d	Diferencia
	a	cualquier término
	n	posición o puesto que ocupa

Término general de una progresión aritmética

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

$a_n = ak + (n - k) \cdot d$

Interpolación de términos

Sean los extremos a y b, y el número de medios a interpolar m.

d = (b-a)/m+1

Dónde:	d	diferencia
	a, b	términos cualquieras
	m	el número de medios a interpolar

Construcción

Ejemplos

1. Aproximadamente el cabello de una persona saludable crece 1,25 cm cada mes. Si el cabello de Ana mide 45 cm el primer mes ¿cuánto medirá en 4 meses?

$a_1 = 45$ **términos a encontrar**: a_1, a_2, a_3, a_4

$d = 1{,}25$

Resolución: Como cada término es igual al anterior más la diferencia será:

$a_1 = 45$; $a_2 = 45 + 1{,}25 = 46{,}25$

$a_3 = 46{,}25 + 1{,}25 = 47{,}50$ $a_4 = 47{,}50 + 1{,}25 = 48{,}75$

Progresión: 45; 45,25; 47,50, 48,75

Por lo tanto en el cuarto mes el cabello de Ana medirá **48,75 cm**

2. Calcular la suma de los siete términos de una progresión cuyo séptimo término es 3 su diferencia es -3.
La ecuación de la suma de una progresión es: $S = ((a_1 + a_n)\ /2\ )*n$ conocemos:

$n = 7$; $a_n = a_7 = 3$ $d = -3$

$a_n = a_1 + (n - 1)d$ Sustituyendo resultará:

$3 = a_1 + (7 - 1)(-3)$ operando resultará: $3 = a_1 + 6(-3)$

$1 = a_1 - 18$ de donde

$a_1 = 21$

Sustituyendo en la ecuación de suma de una progresión resulta:

$S = ((a_1 + 3)/2)*7$

$S = ((21+3)/2)*7$

$12 \times 7 = 84$

S= 84

Consolidación

Resolver el cuestionario y ejercicios propuestos en el cuaderno

1. **Conteste verdadero (V) o falso (F) según corresponda.**

a) Una progresión es una serie finita de números reales con un orden( )
b) La progresión 18, 13, 8, 3, … es una sucesión creciente ( )
c) En una progresión aritmética, la diferencia común se obtiene restando cualquier término del inmediato anterior ( )

2. Calcular la suma de los 4 términos de una progresión aritmética cuyo noveno término es 8 y su diferencia es 3.
3. El cuarto término de una progresión aritmética es 10, y el sexto es 16. Escribir la progresión.
4. Interpolar tres medios aritméticos entre 8 y -12.
5. Hallar la suma de los 10 primeros números primos.
6. Hallar los ángulos de un cuadrilátero convexo, sabiendo que están en progresión aritmética, siendo d= 25º.

Clase 13: Progresión geométrica

Anticipación

Tomemos en cuenta la siguiente progresión geométrica de la vida diaria. En un hospital el número de pacientes crece de acuerda a las horas transcurridas, cada hora se duplican el ingreso de los pacientes, si esto sucediera durante 7 horas, el número de pacientes llegaría a los 64, pero si deseamos conocer el número alcanzado en un día se tornará un poco largo el cálculo de los mismo, por tal razón es necesario aprender expresiones matemáticas que nos permitan el cálculo.

Construcción

Una **progresión geométrica** es una **sucesión** en la que cada término se obtiene multiplicando al anterior una cantidad fija **r**, llamada **razón**.

Razón

$r= a_n/(a_n-1)$

Término general de una progresión geométrica

$\mathbf{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$

$\mathbf{a_n = a_k \cdot r^{n-k}}$

Interpolación de términos

$r= \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}}$

Suma de n términos consecutivos

$S_n=\frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$

Suma de los términos de una progresión geométrica decreciente

$S=\frac{a_1}{1-r}$

Producto de dos términos equidistantes

$\mathbf{a_i \cdot a_j = a_1 \cdot a_n}$

$\mathbf{a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n}$

$a_3 \cdot a_{n-2} = a_2 \cdot a_{n-1} = \ldots = a_1 \cdot a_n$

Producto de n términos equidistantes

$P=\sqrt{(a_1 * a_n)}^n$

Ejemplos

1. Si deseamos conocer la suma de los pacientes atendidos en 7 horas del ejemplo inicial, calcularemos de la siguiente manera:

   Aplicamos la expresión matemática de la suma

$$S_n=\frac{a_{n*}r-a_1}{r-1}$$

Si, $a_1=1$; $r=2$; $n=7$; $a_n=?$

Entonces: $a_n = a_1r^{n-1}$

$a_n= 1*(2)7-1$

$a_n= 64$

Ahora reemplazamos las cantidades obtenidas en la ecuación de la suma:

$$S_n=\frac{64(2)-1}{2-1}$$

$$S_n=127$$

El número de pacientes atendidos en 7 horas es 127

2. El primer término de una progresión geométrica es 5; su razón 2; escribir los cuatro primeros términos.

$a_1 = 5$ $\quad r = 2$

Términos a encontrar: a_1, a_2, a_3, a_4,

Como cada término es igual al anterior multiplicado por la razón, será:

$a_1 = 5;$ $\quad a_2 = 5 \times 2 = 10;$

$a_3 = 10 \times 2 = 20;$ $\quad a_4 = 20 \times 2 = 40$

Los cuatro términos de la progresión serán**: 5, 10, 20, 40**

3. El quinto término de una progresión geométrica es 486 su razón es 3 Determinar el primer término.

$a_5 = 486 \quad r = 3 \quad n = 5$

término a encontrar: a_1

$a_n = a_1 r^{n-1}$ fórmula del término general

sustituimos los datos

$486 = a_1\, 3^{5-1}$ resolvemos

$486 = a_1 3^4 = 81\, a_1$

de donde

$a_1 = \frac{486}{81}$ $\qquad$ $a_1 = 6$

4. El cuarto término de una **progresión aritmética** es 10, y el sexto es 16. Escribir la progresión.

$a_4 = 10$; $\qquad$ $a_6 = 16$

$\mathbf{a_n = a_k + (n - k) \cdot d}$

$16 = 10 + (6 - 4)\,d$; $\qquad$ $d = 3$

$a_1 = a_4 - 3d$;

$a_1 = 10 - 9 = 1$

1, 4, 7, 10, 13, ...

Consolidación

Para recordar lo aprendido sobre las progresiones observar el siguiente cuadro comparativo

Tabla N°20 Cuadro comparativo entre progresiones aritméticas y geométricas

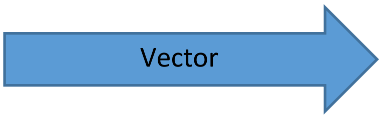
Descripción	Progresiones Aritméticas	Progresiones Geométricas
Paso de un término a otro	Diferencia	Razón
Ecuación para hallar un término	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Ecuación para sumar todos los términos	$S_n = ((a_1 + a_n)\ /2\ ) * n$	$S_n = \frac{a_n * r - a_1}{r - 1}$

Ejercicios

1. Interpolar tres medios aritméticos entre 8 y -12.
2. El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48. Escribir la progresión.
3. El primer término de una **progresión aritmética** es -1, y el decimoquinto es 27. Hallar la diferencia y la suma de los quince primeros términos.
4. Calcular la suma de los términos de la progresión geométrica decreciente ilimitada: 2;1;0,5;0,25;0,125;……
5. Alberto ha comprado 200 cuadernos, por el 1º ha pagado $10, por el 2º $20, por el 3º $40, por el 4º $80 y así sucesivamente. Cuánto ha pagado por los cuadernos.
6. Calcular la suma y el producto de los cuatro términos de una progresión geométrica cuyos datos son : $a_1 = 10$ $r = 4$ $n = 8$

Vectores

Clase 14: Relación de los vectores con funciones trigonométricas.



Anticipación

Evaluación diagnóstica

Seleccione una sola opción en las siguientes preguntas:

1. Los vectores son:

   a) Líneas rectas ubicadas en el plano

b) Segmento de recta que no tiene fin

c) Línea recta ubicada en el espacio

2. Una razón o función trigonométrica sirve para:

a) Calcular el/los lados de un triángulo

b) Calcular el/los ángulo de un triángulo

c) Calcular lados y ángulos de un triángulo rectángulo

3. Se define $Cos\ x$ al valor del cociente entre:

a) Hipotenusa sobre cateto opuesto

b) Cateto opuesto sobre cateto adyacente

c) Cateto adyacente sobre hipotenusa

d) Cateto opuesto sobre hipotenusa

4. La inversa de la $\tan x$ es:

a) $Csc\ x$ b) $Cot\ x$ c) $Sec\ x$

Construcción

Existe una estrecha relación entre los vectores y las razones o funciones trigonométricas para:

1. Calcular la proyección del vector sobre el eje X y eje Y

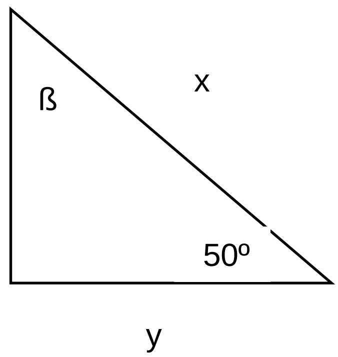
2. Obtener el valor de la magnitud del vector, dado el ángulo y el valor una de sus proyecciones.

3. Relacionar los lados de un rectángulo y su diagonal con los lados de un triángulo rectángulo y aplicar las funciones $sen\ x$ y $cos\ x$ correspondientes a las proyecciones de un vector.

4. Encontrar las componentes rectangulares de un vector.

Ejemplo:

Calcular el valor de x y y, además del ángulo faltante:



$Sen50 = \frac{9}{x}$	$Cos50 = \frac{y}{x}$	ß+50º+90º=180º
$x = \frac{9}{Sen50}$	$y = 11{,}15Cos50$	ß=180º-90º-50º
$x = 11{,}15$	$y = 7{,}39$	ß $= 40^{\circ}$

Consolidación

Calcular los valores faltantes de los triángulos rectángulos dado:

1) Hipotenusa, ángulo igual a 12 cm y 30º respectivamente.
2) Hipotenusa 15 cm y cateto opuesto 9 cm
3) Cateto adyacente 5,2 cm e hipotenusa 7,9 cm

Clase 15: Diferencia entre cantidades escalares y vectoriales.

Anticipación:

1. ¿Qué recuerda sobre un vector?

2. ¿Qué entiende por cantidad vectorial?

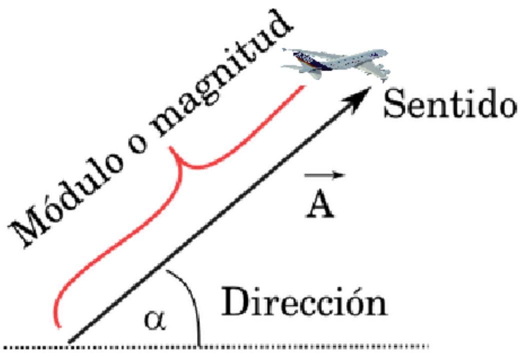
- ✓ En la diferencia entre cantidades vectoriales y escalares es necesario conocer cómo resolver problemas, éstos dos conceptos se complementan para realizar gran cantidad de problemas relacionados.

- ✓ Las cantidades escalares son aquellas que tienen una magnitud, es decir aquel valor que se expresa mediante un número seguido de la unidad respectiva por ejemplo para expresar unidades de masa, longitud, tiempo, volumen, etc.

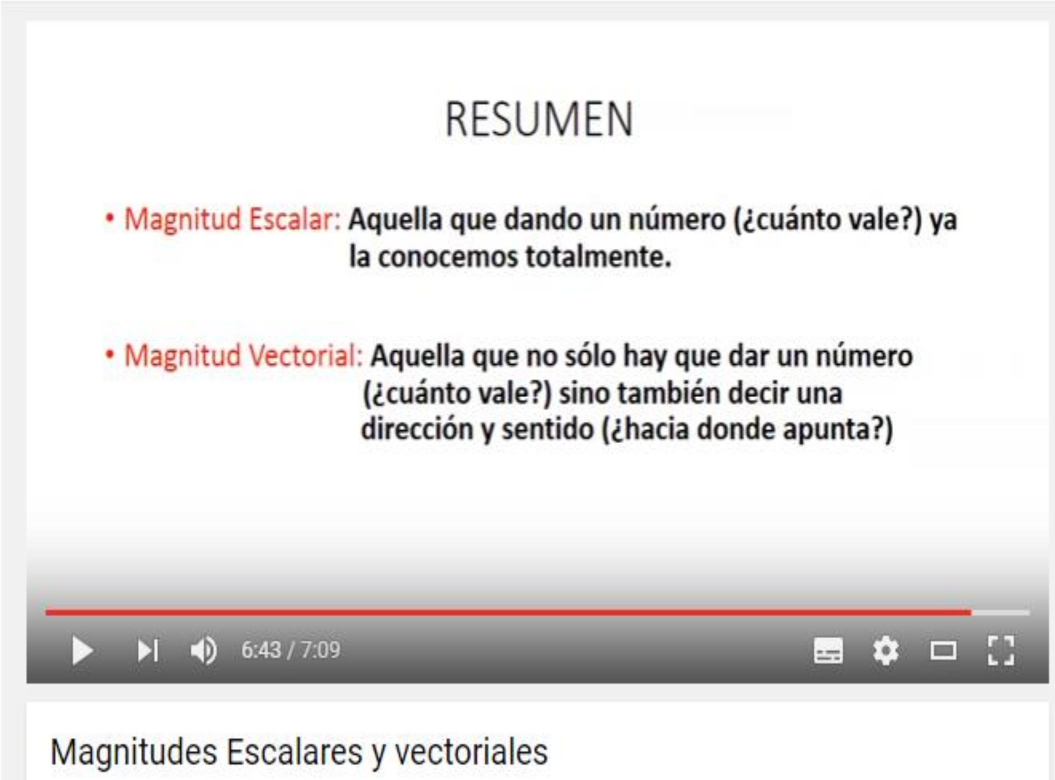
- ✓ Las cantidades vectoriales son aquellas que tienen magnitud pero además dirección y sentido; siendo la dirección la recta imaginaria sobre la cual actúa la cantidad vectorial, el sentido la orientación y la magnitud es un número, más la unidad correspondiente.

Construcción:

Así por un avión tiene una velocidad de 400 millas por hora, a esto tendríamos que añadir el sentido Nor-este y la dirección ocurre sobre un paralelo terrestre, es decir:



Para reforzar lo explicado anteriormente visite el video “Magnitudes escalares y vectoriales” (Mano) que le permitirá diferenciar claramente un vector de un escalar



Nota: los vectores se representan con letras mayúsculas y con una flecha en la parte superior ejemplos $\vec{A}$, $\vec{B}$,…

Consolidación:

Resuelve el cuestionario de opción múltiple seleccionando una sola respuesta

1. Las magnitudes vectoriales son aquellas que tienen:

a. Dirección

b. Magnitud

c. Sentido

d. Todas.

2. Las magnitudes escalares son aquellas que tienen:

a. Dirección

b. Magnitud

c. Sentido

d. Todas.

3. La magnitud es aquella que tiene un…….y una………respectiva.

4. ¿Cuáles de las siguientes magnitudes físicas son de carácter escalar o vectorial?

- Presión	- Aceleración	- Flujo
- Potencia mecánica	- Fuerza	- Velocidad
- Masa	- Trabajo	- Intensidad de corriente

Clase 16: Vector unitario.

Anticipación:

Se llama vector unitario aquel vector que tiene una magnitud igual a 1. Si **A** es un vector cuya magnitud diferente de 0, por lo tanto el vector unitario que tenga la misma dirección que **(A)** se representa como:

$$\mathbf{u_A} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{\mathbf{A}}$$

Nota: el vector unitario no tiene dimensión por lo tanto será adimensional, ya que las unidades se cancelan.

Para representar un vector unitario en forma cartesiana será:

$\vec{A} = \mathbf{A_x i} + \mathbf{A_y j} + \mathbf{A_z k}$

Construcción:

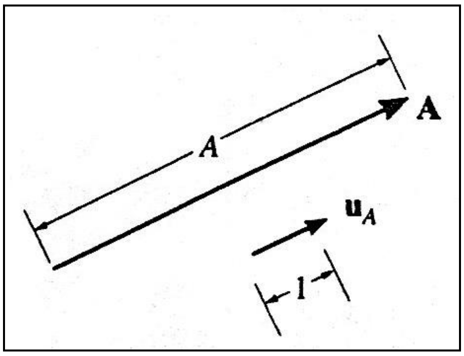
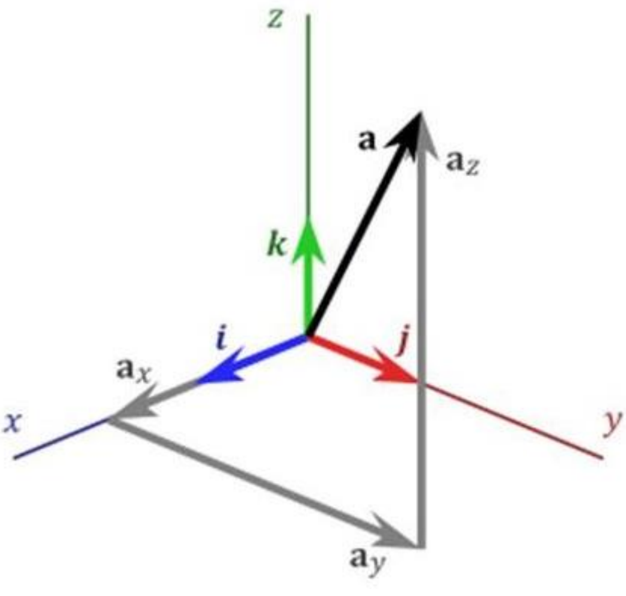


Fig. Ingeniería Mecánica Estática. Hibbeler



Si $\vec{V}$ es un vector de componentes (3, 4), hallar un **vector unitario** de su misma dirección y sentido.

$$\vec{V} = (3,4) \qquad\qquad |\vec{V}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\vec{u} = \frac{1}{5}(3,4) \qquad\qquad \vec{u} = \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$$

Consolidación:

Complete los siguientes enunciados

1. Vectores unitarios son aquellos

   ……………………………………………………………………………………

2. Los vectores unitarios tienen una magnitud igual

……………………………………………………………………………………

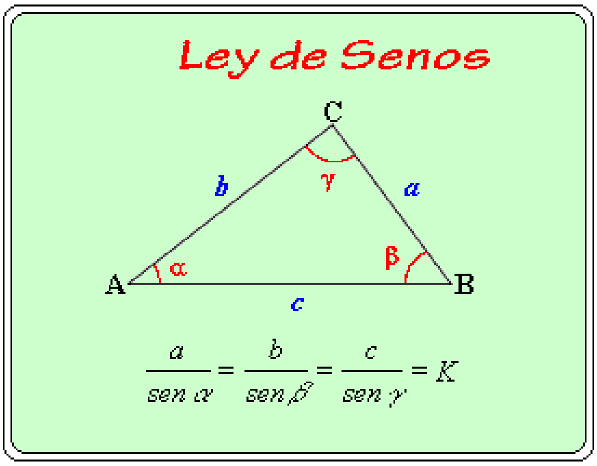
3. ¿Qué unidad de medida tiene el vector unitario?

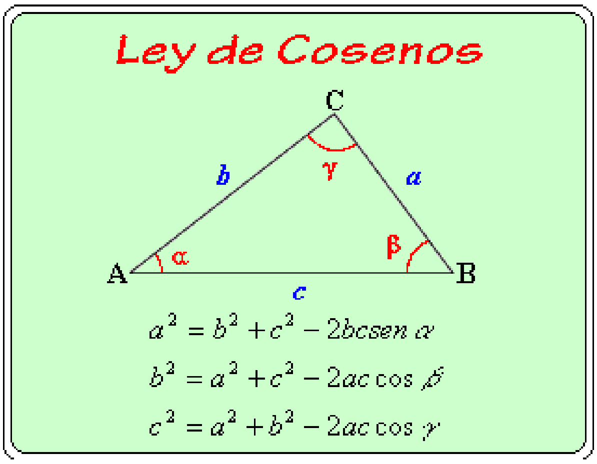
   ……………………………………………………………………………………

Clase 17: Suma trigonométrica de dos vectores en el plano.

Anticipación:

Es necesario conocer la ley de senos y de los cosenos:





Fuente: Mundo de la Geometría, 2012 (Mendieta)

1. Leyes aplicadas a triángulos acutángulos y obtusángulos
2. Sirven para calcular los valores de los lados y ángulos de los triángulos antes mencionados.
3. Sus leyes relacionan lados y ángulos permitiendo calcular magnitudes desconocidas.

Antes de ingresar al tema es necesario conocer cómo se expresa un vector en forma trigonométrica:

$\vec{\mathbf{A}} = \mathbf{A}; \boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{\beta}$ *En el plano*

$\vec{\mathbf{A}} = \mathbf{A}; \boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{\beta}; \boldsymbol{\gamma}$ *En el espacio.*

Por ejemplo: $\vec{A} = 280; 30°; 60°$

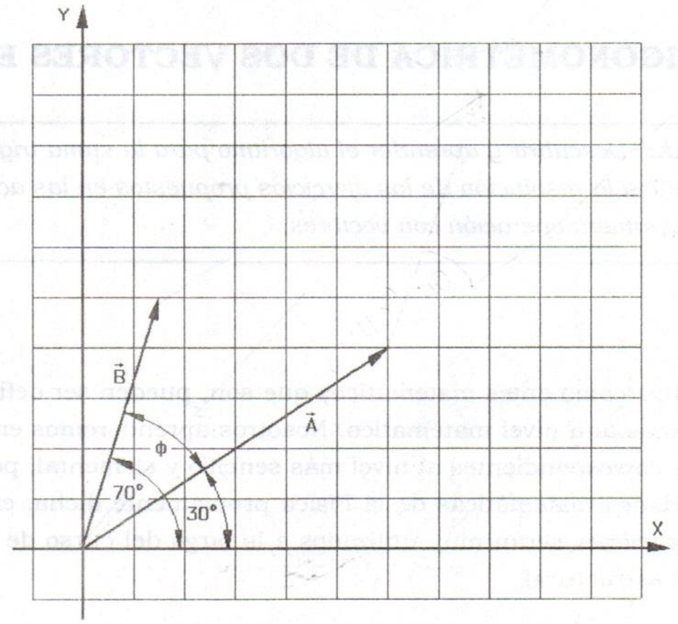
Construcción:

Para realizar la suma de dos vectores expresados en forma trigonométrica se sigue el siguiente proceso.

1. • Se dibujan los vectores en el plano cartesiano y se determina el ϕ entre los mismos, sumando o restando el ϕ_i
2. •Trasladamos el vector de mayor ángulo director α al extremo del otro vector, quedando uno a continuación del otro.
3. •Unir el origen del primer vector con el final del segundo vector mediante otro, que lo denominados vector resultante. Indicamos las incógnitas y los parámetros que se tiene.
4. •Resolvemos el triángulo de vectores utilizando la ley de los cosenos para encontrar la magnitud del vector resultante, y con la ley de los senos determinamos el ángulo θ entre el vecor resultante y el vector traslado.
5. •Se determinan los ángulos directores del vector resultante. Observar muy bien el triángulo de vectores para determinar las incógnitas y hallarlas α_R y β_R .
6. •. Finalmente se escribe la expresión trigonométrica del vector resultante.

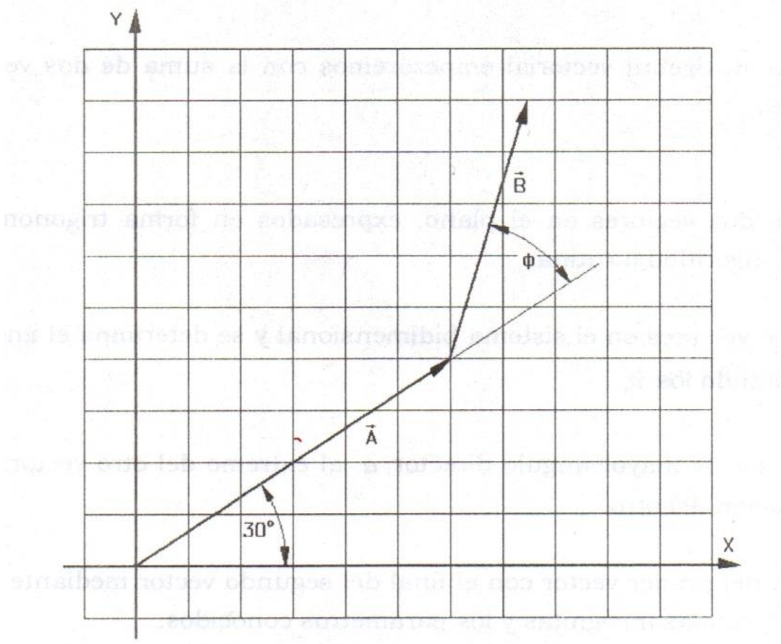
El autor (Avecillas Jara) ilustra el desarrollo del siguiente ejemplo de suma trigonométrica de dos vectores en el plano, de manera didactica y dinámica.

1. Se dibujan los vectores en el plano cartesiano y se determina el ϕ entre los mismos, sumando o restando el ϕi

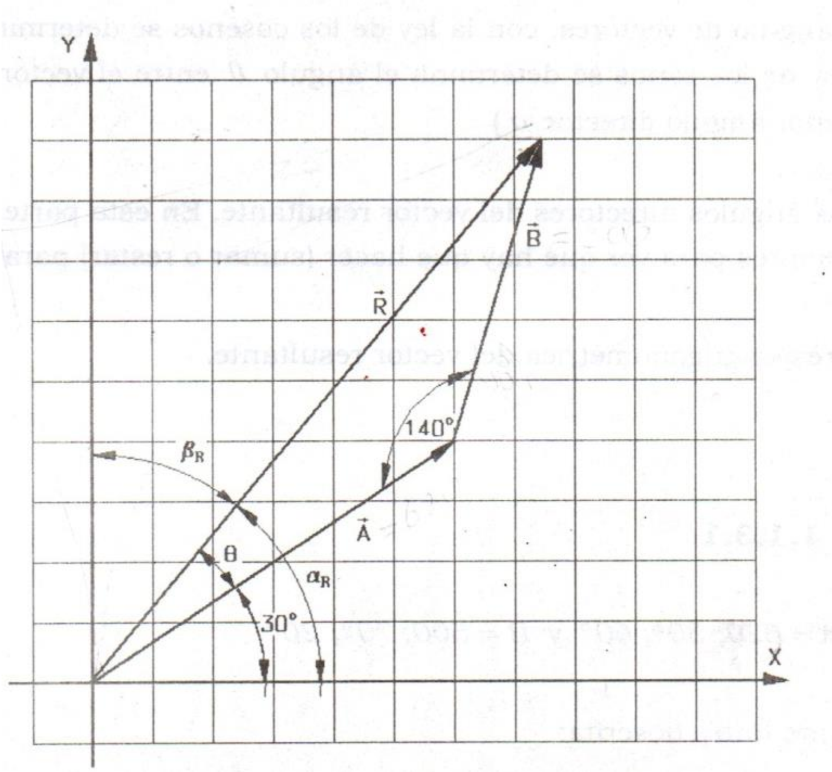


Observamos: $\phi = 70^o - 30^o = 40^o$

2. Trasladamos el vector de mayor ángulo director α al extremo del otro vector, quedando uno a continuacion del otro.



3. Unir el origen del primer vector con el final del segundo vector mediante otro, que lo denominados vector resultante. Indicamos las incógnitas y los parámetros que se tienen.



4. Resolvemos el triángulo de vectores utilizando la ley de los cosenos para encontrar la magnitud del vector resultante, y con la ley de los senos determinamos el ángulo θ entre el vecor resultante y el vector traslado.

Por la ley de los cosenos>

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\ Cos(180 - \phi)}$$

$$R = \sqrt{620^2 + 500^2 - 2.620.500.\,Cos(140)}$$

$$R = 1\ 053{,}256$$

Por la ley de los senos:

$$\frac{Sen\ \theta}{B} = \frac{Sen(180 - \phi)}{R}$$

$$\theta = Sen^{-1}\frac{BSen(180 - \phi)}{R}$$

$$\theta = Sen^{-1}\frac{500Sen(140)}{1053{,}256}$$

$\theta = 17{,}767^0$

5. Se determinan los ángulos directores del vector resultante. Observar muy bien el triángulo de vectores para determinar las incógnitas y hallarlas αR y βR

Del triángulo de vectores vemos que:

$\alpha_R = \alpha_A + \theta = 30 + 17{,}767^O = 47{,}767^O$

$\beta_R = 90 - \alpha_R = 90 - 47{,}767 = 42{,}233^O$

6. Finalmente se escribe la expresión trigonométrica del vector resultante.

$\vec{R} = 1053{,}256; 47{,}767^o; 42{,}233^o$

Consolidación:

Dinámica "carta de vectores"

Realizar equipos de tres estudiantes, el docente entregará la carta con el ejercicio a cada grupo, y en un ánfora depositará algunas opciones de respuesta (correctas e incorrectas), el/los equipo/s ganador/es será el que acierte con las respuestas.

1. Sume los vectores $(\vec{C} + \vec{D})$.

   $\vec{C} = 120; 30^o; 120^o$ $\vec{D} = 220; 50^o; 40^o$

2. Sume los vectores $(\vec{P} + \overrightarrow{Q})$.

   $\vec{P} = 650; 130^o; 40^o$ $\vec{Q} = 580; 30^o; 60^o$

Clase 18: Suma y resta analítica de vectores.

Anticipación:

Antes de iniciar considere las indicaciones muy necesarias para sumar o restar vectores:

- ✓ Para sumar o restar vectores se realiza entre las respectivas componentes.
- ✓ Identificar las componentes rectangulares de los respectivos ejes (x, y, z)
- ✓ Transformar vectores que pueden estar en forma trigonométrica a forma analítica.

El video presentado sobre suma y resta de vectores ayudará a comprender la forma en que se debe realizar correctamente las operaciones (Tigre)

Construcción:

Ejemplo.

Sumar $\vec{A} - \vec{B}$, siendo los vectores. $\vec{A} = 100\vec{i} - 80\vec{j} + 150\vec{k}$;

$\vec{B} = 130\vec{i} - 180\vec{j} + 200\vec{k}$

Restando cada componente tenemos:

$$\vec{A} - \vec{B} = (100 - 130)\vec{i} - (-80 - 180)\vec{j} - (150 + 200)\vec{k}.$$

Al realizar las operaciones tenemos:

$$\vec{A} - \vec{B} = (-30)\vec{i} + (-260)\vec{j} - (350)\vec{k}$$

Nota: Para realizar sumas y restas de vectores unitarios debemos sumar i con i, j con j, k con k, no se puede realizar la suma de i con j o de alguna otra combinación.

Consolidación:

Resolver las operaciones propuestas:

Dados los siguientes vectores: $\vec{D} = 14\vec{i} - 10\vec{j} + 50\vec{k}$; $\vec{C} = 44\vec{i} - 76\vec{j} + 28\vec{k}$ halle

a) $\vec{D} - \vec{C}$

b) $\vec{C} + \vec{D}$

Clase19: Componentes rectangulares de un vector.

Anticipación:

El organizador gráfico describe los elementos de las componentes rectangulares de un vector.

Construcción:

Componentes rectangulares:

- ✓ En el plano, siendo $\vec{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}$ **y** $\vec{\mathbf{A}}_{\mathbf{y}}$, Fig. (a)
- ✓ En el espacio serán $\vec{\mathbf{A}}_{\mathbf{x}}$,$\vec{\mathbf{A}}_{\mathbf{y}}$ **y** $\vec{\mathbf{A}}_{\mathbf{z}}$**,** Fig. (b).

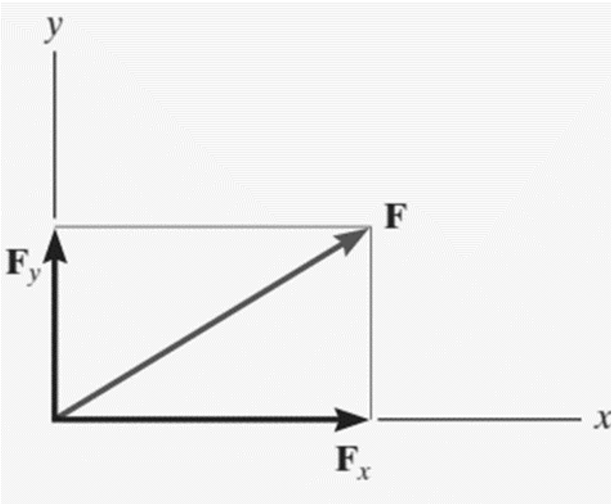


Fig. (a)

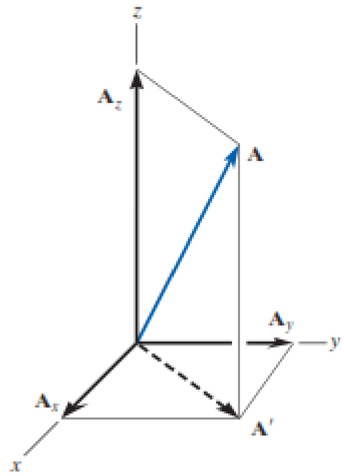
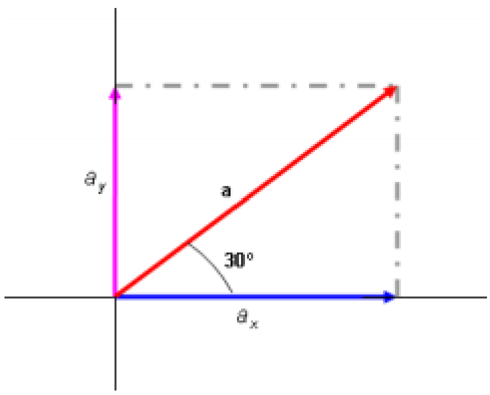


Fig. (b)

Fuente: (Hibbeler)

Construcción:

Hallar las componentes rectangulares del vector a = 5u, en la dirección 30º respecto al semieje positivo de las x. (Suescún)



$\cos 30^0 = \frac{a_x}{a}$ de donde $a_x = a\cos 30^0 = 5\cos 30^0 \Rightarrow a_x = 4.33$

$sen\, 30^0 = \frac{a_y}{a}$ de donde $a_y = asen\, 30° = 5.sen\, 30° \Rightarrow a_y = 2{,}5$

Consolidación:

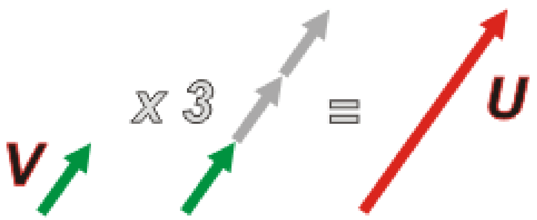
Trabajo grupal resolver y exponer

1. Tres personas tiran de un cuerpo al mismo tiempo aplicando las siguientes fuerzas: F_1 = 5N al Sur. F_2 = 10N 30º al Sur-Este y F_3 = 7N 45º al Nor-Este. Calcular por medio de componentes rectangulares, la fuerza resultante y la dirección a donde se mueve.

Clase 20: Producto de un escalar por un vector.

Anticipación.

Características principales para realizar el producto de un escalar por un vector.



1. Cuando multiplicamos un escalar n por un vector $\vec{A}$ se obtiene otro vector:

$$\vec{\mathbf{R}} = \mathbf{n}\vec{\mathbf{A}}$$

2. Cuando un vector está en forma analítica el producto **n x $\vec{\mathbf{A}}$:**

$$\mathbf{n}\vec{\mathbf{A}} = \mathbf{nA_x}\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{nA_y}\vec{\mathbf{j}} + \mathbf{nA_z}\vec{\mathbf{k}}$$

Construcción:

Realizar la siguiente multiplicación el escalar n = b por el vector $\vec{D} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$

$$\vec{R} = b.3\vec{i} - b(5\vec{j}) + b7\vec{k}$$

$$\vec{R} = 3b\vec{i} - 5b\vec{j} + 7b\vec{k}$$

Consolidación.

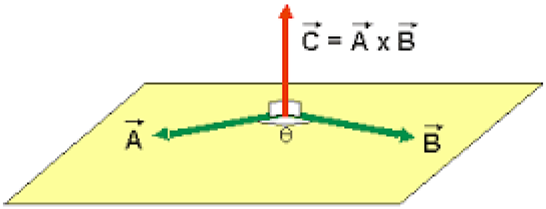
Resolver los siguientes vectores

Formar equipos, máximo de tres estudiantes, escoger al azar tarjetas con las operaciones propuestas, luego resolver en el cuaderno de trabajo. Comprobar sus respuestas con las del docente.

1. Realizar la siguiente multiplicación siendo el escalar **n = 6** y el vector
$$\vec{H} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 8\vec{k}$$
2. Realizar la siguiente multiplicación siendo el escalar **n = 5m** y el vector
$$\vec{F} = 84\vec{i} + 112\vec{j} + 96\vec{k}$$
3. Realizar la siguiente multiplicación siendo el escalar **n = 15 kg** y el vector
$\vec{G} = -4\vec{i} + 12\vec{j} - 6\vec{k}$

Clase 21: Producto escalar de vectores.

Anticipación.



1. Se lo conoce también como producto interno o producto punto y el resultado es un escalar.
2. Se lo realiza por el producto de los coeficientes de cada componente rectangular.

$$\vec{C} \cdot \vec{D} = C_x D_x + C_y D_y + C_z D_z$$

Construcción:

Realice el siguiente producto de vectores, siendo los vectores: $\vec{C} = -18\vec{i} - 14\vec{j} + 16\vec{k}$

$$\vec{D} = 15\vec{i} + 12\vec{j} + 18\vec{k}$$

Por lo tanto tenemos:

$$\vec{C} \cdot \vec{D} = -18(15) - 14(12) + 16(18)$$

$$\vec{C} \cdot \vec{D} = -270 - 168 + 288 = 149$$

Consolidación.

Evaluando su desempeño. Resuelva

1. Realice el siguiente producto de vectores, siendo los vectores:
$\vec{A} = 15\vec{\imath} + 72\vec{\jmath} + 16\vec{k}$ $\vec{B} = 14\vec{\imath} + 17\vec{\jmath} + 19\vec{k}$

2. Realice el producto de un escalar por un vector

$\boldsymbol{m} = -12a^2b$ $\vec{c} = \frac{5b}{a^2}\vec{\imath} - \frac{7}{a}\vec{\jmath} - \frac{3}{a^2}\vec{k}$

3. Realice el siguiente producto de vectores, siendo los vectores:
$\vec{E} = -2\vec{\imath} + 22\vec{\jmath} - 6\vec{k}$ $\vec{F} = -54\vec{\imath} + 7\vec{\jmath} + 2\vec{k}$

4. Recomendaciones

1. Desarrollar todos los contenidos del área del Álgebra, que son evaluados en la Prueba Ser Bachiller dentro de las horas de clase.

2. Las Instituciones Educativas deberían implementar un programa curricular específico de estudio para los estudiantes del Tercero de Bachillerato, con el objetivo de mejorar el rendimiento académico en las Pruebas Ser Bachiller.

3. Cambiar la Didáctica de la enseñanza- aprendizaje, motivando a los estudiantes hacia el aprendizaje constructivista.

4. Proponer ejercicios del Álgebra que estén relacionados con la vida cotidiana y de acuerdo al contexto del estudiante.

5. Conclusiones

- ✓ Hemos logrado plasmar la propuesta en el presente Trabajo de Graduación fundamentando teóricamente la importancia de utilizar una "Guía Didáctica para la enseñanza –aprendizaje del Álgebra".

- ✓ El desarrollo del proyecto fue realizado satisfactoriamente planteando las necesidades del aprendizaje en el campo del Álgebra de los estudiantes de Tercero de Bachillerato del Circuito C006 Huaynacapac –Cuenca.

- ✓ Alcanzamos modelar la guía didáctica en el campo del Álgebra, apoyando el proceso educativo de los estudiantes de Bachillerato y la preparación para el examen de grado Ser Bachiller.

- ✓ Finalmente en la realización de la guía didáctica en el campo del Álgebra, se utilizó procesos interactivos, participativos y efectivos en el desarrollo sistemático de los temas algebraicos planteados por el Ministerio de Educación, para preparar a los estudiantes del Tercero de Bachillerato en el examen de grado Ser Bachiller.

6. Anexos

Anexo1

OFICIO DEL DIRECTOR DE TRABAJO INDICANDO QUE EL TRABAJO DE TITULACIÓN ES LISTO PARA SER PRESENTADO

Cuenca, 10 de junio del 2016

Mg.

Humberto Chacón

Decano de la Facultad de Filosofía, letras y Ciencias de la Educación

Universidad de Cuenca

Su despacho

De mis consideraciones:

Por medio de la presente certifico que el trabajo de titulación de los estudiantes Carla Azucena Merchán Torres CI 0105622294 y Jorge Rolando Flores Durán CI 0104723309 titulado "GUÍA DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA PARA LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA PRUEBA SER BACHILLER DEL CIRCUITO Nº C006 HUAYNACAPAC-CUENCA" ha sido dirigido, revisado y está listo para ser presentado y continuar con el trámite correspondiente.

Es cuanto puedo informar.

Atentamente:

Mg. Fabián Bravo Guerrero

Tutor

Anexo 2

ENCUESTA PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA

Se solicita responder la presente encuesta que tiene como propósito explorar la necesidad de elaborar una guía didáctica en álgebra para rendir el examen Ser Bachiller.

La información proporcionada en esta encuesta será utilizada estrictamente para fines académicos y garantizamos el buen uso de la información.

Le rogamos seleccionar una sola opción de respuesta en cada pregunta (excepto en las que le especifica que puede seleccionar más de una opción).

Nombre de la Institución ____
Fecha____
Asignatura a su cargo:____

1. El rendimiento de los estudiantes del Tercero de Bachillerato del Año Lectivo anterior en el examen Ser Bachiller con respecto al área del Álgebra fue:
    a) Excelente
    b) Muy bueno
    c) Bueno
    d) Insuficiente

2. El Ministerio de Educación se interesó por la inducción a los estudiantes en temas referentes al examen Ser Bachiller.
    a) Todo el tiempo
    b) Frecuentemente
    c) Algunas veces
    d) Ninguna vez

3. Los contenidos de los exámenes Ser Bachiller en el campo del Álgebra empatan con los contenidos de los textos de los estudiantes.
    a) Totalmente
    b) La mayor parte
    c) Algunos temas
    d) Ninguno

4. ¿Qué contenidos del Álgebra evaluados en la prueba Ser Bachiller no fueron desarrollados en clase?
    ____
    ____
    ____

5. Considera importante contar con una guía para docentes y estudiantes con los temas del Álgebra para el examen Ser Bachiller?
    b. Muy importante
    c. Importante
    d. Poco importante
    e. No es importante

6. Los padres de familia se interesan en apoyar la preparación a sus hijos para el examen Ser Bachiller.
    a) Mucho interés
    b) Se interesan
    c) Poco interés
    d) No se interesan

7. Usted como docente conoce alguna guía didáctica que apoye el proceso de aprendizaje en el campo del Álgebra para rendir el examen Ser Bachiller
    a) Todas
    b) Varias guías
    c) Pocas guías
    d) Ninguna guía

8. Usted como docente se apoyó en algún texto o guía para preparar a los estudiantes en el examen Ser Bachiller
    a) Siempre
    b) Frecuentemente
    c) Pocas veces
    d) Ninguna vez

9. Cree que mejoraría el rendimiento de los estudiantes, sí existiera una guía específica en el campo del Álgebra que apoye la preparación del examen Ser Bachiller.
    a) Totalmente
    b) En su mayoría
    c) Tal vez
    d) No creo

10. Considera que los textos de Algebra deben estar estructurados con: (puede elegir más de una opción)
    a) Anticipación: requerimientos previos, organizadores gráficos, ejemplos de la vida cotidiana, entre otros.
    b) Ejercicios modelos
    c) Ejercicios propuestos
    d) Consolidación: autoevaluación, coevaluación formularios, cuestionarios, notas importantes.

11. Considera usted que una guía didáctica del Álgebra para el Examen de Grado Ser Bachiller:

11.1 Motivaría a prepararse mejor a los estudiantes
   a) Totalmente
   b) Lo suficiente
   c) Motivaría poco
   d) No motivaría

11.2 Familiarizaría al estudiante con los temas del examen.
   a) Totalmente
   b) Muy de acuerdo
   c) De acuerdo
   d) No está de acuerdo

11.3 Mejoraría el pensamiento lógico y capacidad de razonamiento.
   a) Totalmente
   b) Bastante
   c) Ayudaría poco
   d) No ayudaría

12 Considera que una guía didáctica del Álgebra puede ser aplicada fácilmente en el aula regular (educación presencial) y no regular (educación semipresencial y a distancia) para la nivelación de la prueba "Ser Bachiller"
   a) Totalmente
   b) Muy aplicable
   c) Poca aplicable
   d) No aplicable

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 3

PROFESORES ENCUESTADOS

Izquierda Lic. Anita Carrión Docente de Matemáticas del Colegio Cesar Andrade y Cordero, derecha Jorge Flores encuestador

Máster Rubén Lema Vicerrector del Colegio Antonio Ávila y Docente de Matemáticas y Física en IRFEYAL-Unidad Educativa José María Vélaz (encuestado)

Anexo 4

CÉDULA DE REFERENCIA DE LAS PRUEBAS SER BACHILLER

Campo: Matemática

Se define como el proceso de abstracción e interpretación de signos, conceptos, símbolos, figuras, los mismos que se utilizan en el cálculo, conteo y mediciones de estructuras y espacios, a través del razonamiento lógico y la resolución de problemas aritméticos.

Álgebra

Resuelve operaciones con vectores y de progresiones aritméticas, resolución de problemas de ecuaciones, desigualdades y sus sistemas.

Estadística y probabilidad

Interpreta datos simples o agrupados con el uso de las medidas de dispersión, aplicación de la regla de conteo para el cálculo de combinaciones y el teorema de Bayes en la búsqueda de probabilidades.

Campo	Grupo Temático	Tópico
Contenidos desarrollado en la propuesta	Álgebra	Desigualdades
		Ecuaciones
		Progresiones aritméticas
		Progresiones geométricas
		Sistema de desigualdades
		Sistema de ecuaciones
		Vectores
Matemática	Estadística y probabilidad	Combinaciones
		Medidas de dispersión
		Probabilidad
	Funciones	Función cuadrática
		Función lineal
	Geometría	Elipse
		Hipérbola
		Parábola
	Programación lineal	Aplicaciones
		Elementos

7. Bibliografía

- ✓ Almeida, Galo. El Constructivismo como modelo pedagógico . Ibarra, Ecuador: Fundación Educativa Ibarra, 2011.
- ✓ Avecillas Jara , Alberto Santiago . Física Primer Toma . Cuenca : CENTRO DE PUBLICACIONES Y DIFUSIÓN , 2008.
- ✓ Barriendos, Ana y Ernesto Espinosa. Matemáticas III. Argentina: Secretaría de Educación Pública, 2008.
- ✓ Coll, César, y otros. El Constructivismo en el aula. España: Biblioteca del aula, 2006.
- ✓ Ducret, Jackes. El Cosntructivismo y la Eduación. Francia: perspectivas, 2001.
- ✓ Fundación Universitaria Luis Amigó. «Capítulo 2. Pedagogía de la Educación Tradicional.» Fundación Universitaria Luis Amigó. Módulo, Teorías y Modelos Pedagógicos. Medellín, Colombia, 2006.
- ✓ Godino, Juan y Vicent Font. Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Granada, España: Universidad de Granada, 2003.
- ✓ Hernández, Onèsimo. Elementos de probabilidaad y estadìstica. Mèxico: Fondo de Cultura Econòmica, 1979.
- ✓ Hibbeler, R. C. . Ingeniería Mecánica y Dinámica. Pearson Educación, 2010.
- ✓ INEVAL. Resultados-Ser-Bachiller-Sierra-2014.pdf. 28 de 07 de 2014. 10 de junio de 2015 <http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2014/07/Resultados-Ser-Bachiller-Sierra-2014.pdf>.
- ✓ Instituto Nacional de Evaluación Educativa. «Ser Bachiller.» 2014. <http://www.evaluacion.gob.ec/resultados/images/_in2_bin/DAGI_SB14_InformeNacionalSB_20150703-out.pdf>.
- ✓ Luengo, Julián. «La Educación como objeto de conocimiento. El concepto de educación.» Pozo, Andrés, y otros. Teorías e instituciones contemporáneas de Educación. Madrid: Biblioteca Nueva, 2004. 30-47.
- ✓ Mano, Física a. Magnitudes escalares y vectoriales . 2 de Agosto de 2015.

- ✓ Mendieta, Andrés. Mundo de la Geometría . 24 de Noviembre de 2012. 30 de Abril de 2016 <http://andres-mendieta.blogspot.com/2012/11/definicion-ley-del-seno-y-ley-del-coseno.html>.
- ✓ Merida, Karla. PROGRESIONES. Definición, Ejemplos . 16 de Noviembre de 2015.
- ✓ Ministerio de Educación. Didáctica de las Matemáticas. Quito: Ministerio de Educación, 2011.
- ✓ Ministerio Nacional de Educación. Escuela Nueva. Manual de Implementación. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional, 2010.
- ✓ Ministero de Educación. Definiciones referidas a la estructura del sistema educativo (Ley 26.206). Buenos Aires: Ministerio de Educación, 2011.
- ✓ Nieto, Rojas, Arighi. «Trabajo práctico No. 2.» 2012. 26 de octubre de 2015 <http://www.oocities.org/walteriot/ppd2tp3.pdf>.
- ✓ Perlman, Yacov. Álgebra Recreativa. CreateSpace Independent, 2015.
- ✓ Powerexplosive. «Progresiones de Entrenamiento.» 2012. Progresiones de Entrenamiento. 15 de marza de 2016 <http://powerexplosive.com/progresiones-de-entrenamiento/>.
- ✓ Rodríguez Palmero, Ma. Luz. La teoría del arendizaje significativo. Pampola, España, 2004.
- ✓ Rubalcaba, Estefany . «DocSlide.» 05 de Agosto de 2015. 27 de Mayo de 2016 <http://documents.tips/documents/historia-sobre-las-ecuaciones-de-segundo-grado-55c298f7012ed.html>.
- ✓ Salas, José. Historia General de la Educación. México D.F.: Red Tercer Milenio, 2012.
- ✓ Sierra, Guillermo. «Didáctica del álgebra.» 2010. 27 de octubre de 2017.
- ✓ Socas, Martín. «La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación.» 2011. 27 de octubre de 2015.
- ✓ Suescún, Lic. Eduardo Duarte. «Eduardo math.» 02 de 01 de 2011. Eduardo math. 14 de mayo de 2016 <https://eduardomath.files.wordpress.com/2011/01/taller-ejemplos-resueltos-de-vectores.pdf >.

- ✓ Tigre, Sergio. Física - Video 30 - Vectores unitarios o versores (i, j, k). 4 de Marzo de 2009.
- ✓ Valencia, Miryan. Apliación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica del colegio Nacional Veracruz del cantón Pastaza. Ambato, Ecuador: Universidad Técnica d eAmbato, 2012.
- ✓ Zubíria, Julián. De la escuela nueva al constructivismo. Un análisis crítico. Colombia: Aula Abierta, Magisterio, 2008.
- ✓ Zubiría, Julián. Los Modelos Pedagógicos. Hacia una pedagogía dialogante. Colombia: Aula Abierta, Magisterio, 2002.