

UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS”

Trabajo de Titulación previo a la obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física.

AUTORES:

Bayron Fabricio Jiménez Morocho

Diana Paulina Zhunaula Quizhpe

DIRECTORA:

Ing. Lourdes Eugenia Illescas Peña

CUENCA - ECUADOR

2016

RESUMEN

El siguiente trabajo de titulación denominado OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS, está elaborado con el propósito de fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema propuesto, mediante el desarrollo de un recurso tecnológico educativo multimedia como: videos, animaciones, etc... en un entorno virtual de aprendizaje.

El trabajo está dividido en cuatro capítulos. En el primer capítulo se da a conocer la fundamentación teórica y pedagógica, la importancia de las TIC dentro del aula de clase, y se detalla el concepto, clasificación y estructura del objeto de aprendizaje (OA).

El segundo capítulo presenta conceptos e información relacionado a la Teoría de Conjuntos, en los temas de determinación, clasificación, relación y operaciones con conjuntos.

El tercer capítulo detalla el diseño de la propuesta en el cual se da a conocer el proceso del desarrollo del OA a través del detalle de las guías didácticas y las guías de pantallas, consideradas como la base para la implementación de un OA.

Finalmente, el cuarto capítulo analiza la información obtenida mediante la aplicación de encuestas dirigidas a estudiantes y profesores de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, la misma que tiene como objetivo analizar los beneficios y las percepciones de los estudiantes tras la aplicación del OA e identificar aquellas características posibles de mejorar.

Palabras Claves: Objeto de Aprendizaje, Teoría de Conjuntos, Pizarra Digital Interactiva (PDI), Guías didácticas, Exelearning, Aprendizaje significativo y activo.



ABSTRACT

The following work for graduation called OBJECT OF LEARNING FOR TEACHING OF THE SET THEORY IN THE THEMES: DETERMINATION, CLASSIFICATION, ASSOCIATION AND OPERATIONS WITH SETS, is made with the purpose of strengthening the teaching-learning process of the proposed issue by developing a multimedia educational technology resource as videos, animations, etc. ... in a virtual learning environment.

The work is divided into four chapters. The first chapter relates the theoretical and pedagogical basis, the importance of ICT in the classroom, and it is detailed the concept, classification and structure of the learning object (LO).

The second chapter presents concepts and information related to Set Theory, on the issues of identification, classification, association and set operations.

The third chapter particulars the design of the proposal in which it disclosed the process of development of LO through the detail of the tutorial and the screens guides, considered as the basis for the implementation of an LO.

Finally, the fourth chapter examines the information obtained by applying surveys to students and teachers of the career of Mathematics and Physics of the University of Cuenca which aims to analyze the benefits and perceptions of the students after the application of LO and to identify possible features to improve it.

Keywords: Learning Object, Set Theory, Interactive Whiteboard (IWB), Didactic Guides, Exe-Learning, Meaningful and active learning.

ÍNDICE

RESUMEN.....	2
ABSTRACT	3
AGRADECIMIENTO	14
DEDICATORIA.....	17
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	7
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	8
ÍNDICE DE TABLAS	9
INTRODUCCIÓN	19
CAPÍTULO I.....	20
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	20
1.1 BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE LA EDUCACIÓN EN EL ECUADOR.....	20
1.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y ACTIVO	22
1.3 TICS EN LA EDUCACIÓN.....	24
1.4 OBJETOS DE APRENDIZAJE	28
1.4.1 DEFINICIONES DE UN OBJETO DE APRENDIZAJE.....	28
1.4.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS OBJETOS DE APRENDIZAJE	30
1.4.3 CLASIFICACIÓN DE LOS OBJETOS DE APRENDIZAJE	31
1.4.4 DISEÑO Y CONSTRUCCION DEL OBJETO DE APRENDIZAJE	32
CAPÍTULO II.....	36
TEORÍA DE CONJUNTOS	36
2.1 INTRODUCCIÓN	36
2.1.1 DEFINICIÓN DE UN CONJUNTO.....	36
2.1.2 SÍMBOLOGÍA.....	37
2.2 DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS.....	38
2.1.1 EXTENSIÓN	38
2.1.2 COMPRENSIÓN	39
2.1.3 DIAGRAMAS DE VENN.....	40
2.2 CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS	41
2.2.1 CONJUNTO UNIVERSAL.....	41
2.2.2 CONJUNTO UNITARIO	42
2.2.3 CONJUNTO VACÍO	43
2.2.4 CONJUNTO FINITO.....	44



2.2.5	CONJUNTO INFINITO	45
2.2.6	CONJUNTO DISJUNTO	46
2.2.7	CONJUNTOS IGUALES	47
2.3	RELACIONES ENTRE CONJUNTOS	48
2.3.1	RELACIÓN BINARIA.....	48
2.3.2	TIPOS DE RELACIONES	49
2.3.2.1	RELACIÓN INVERSA	50
2.3.2.2	RELACIÓN UNIVERSAL.....	50
2.3.2.3	RELACIÓN VACÍA	51
2.3.2.4	RELACIÓN IDENTIDAD.....	51
2.3.3	OPERACIONES SOBRE RELACIONES	52
2.3.4	COMPOSICIÓN DE RELACIONES	53
2.4	OPERACIONES CON CONJUNTOS	55
2.4.1	UNIÓN.....	55
2.4.2	INTERSECCIÓN	59
2.4.3	COMPLEMENTO	62
2.4.4	DIFERENCIA	63
	CAPÍTULO III.....	65
	DESARROLLO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE	65
3.1	PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA	65
3.1.1	PLAN DE LA PROPUESTA	66
3.2	DESARROLLO DE LA PROPUESTA.....	67
3.2.1	DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE APRENDIZAJE.....	67
3.2.1.1	ESTRUCTURA DEL OBJETO DE APRENDIZAJE	68
3.2.1.2	COMPONENTES DEL OBJETO DE APRENDIZAJE INTERNOS.....	69
3.2.1.3	RECURSOS UTILIZADOS EN EL OBJETO DE APRENDIZAJE.....	76
3.2.1.4	GUIAS DIDÁCTICAS DEL OBJETO DE APRENDIZAJE.....	77
3.2.1.4.1	GUÍA 1: DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS	78
3.2.1.4.2	GUÍA 2: CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS.....	89
3.2.1.4.3	GUÍA 3: RELACIONES ENTRE CONJUNTOS.....	103
3.2.1.4.4	GUÍA 4: OPERACIONES CON CONJUNTOS.....	118
	CAPITULO IV	134
	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	134



4.1	METODOLOGÍA	134
4.1.1	POBLACIÓN Y MUESTRA	134
4.1.2	RECOLECCIÓN DE DATOS.....	134
4.2	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	135
4.3	ENTREVISTA.....	145
4.3.1	ANÁLISIS DE CRITERIOS DE LOS ENTREVISTADOS	145
	CONCLUSIONES	147
	RECOMENDACIONES.....	148
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	149
	ANEXO 1	154
	ANEXO 2	155
	ANEXO 3.....	156
	ANEXO 4	159



ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Plan de la propuesta.....	66
Gráfico 2: Estructura del OA.....	68
Gráfico 3: Contenido general de los OA.....	136
Gráfico 4: Temáticas dentro de los OA.	137
Gráfico 5: Conceptos, definiciones y expresiones del OA.....	138
Gráfico 6: Estructura del OA.....	139
Gráfico 7: Actividades de los OA.....	140
Gráfico 8: Autoevaluación del OA.	141
Gráfico 9: Navegación en los OA.	142
Gráfico 10: Secciones de los OA.....	143



ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Simulador de Operaciones con Conjuntos.....	26
Ilustración 2: Barra aerodinámica mimio interactive XI y Lápiz Mimio Interactive.....	27
Ilustración 3: Menú.....	69
Ilustración 4: Presentación del OA.....	70
Ilustración 5: Introducción del OA.....	70
Ilustración 6: Objetivos del OA.....	71
Ilustración 7: Contenido Teórico del OA.....	71
Ilustración 8: Actividad del OA.....	72
Ilustración 9: Autoevaluación del OA.....	73
Ilustración 10: Autoevaluación del OA.....	74
Ilustración 11: Autoevaluación del OA.....	74
Ilustración 12: Conclusión del OA.....	75
Ilustración 13: Referencias del OA.....	75



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características comunes de las definiciones de un OA.....	30
Tabla 2: Pasos para la construcción de un OA.	34
Tabla 3: Contenido general del OA.	136
Tabla 4: Temáticas dentro de los OA.	137
Tabla 5: Conceptos, definiciones y expresiones del OA.	138
Tabla 6: Estructura del OA.	139
Tabla 7: Actividades de los OA.	140
Tabla 8: Autoevaluación del OA.	141
Tabla 9: Navegación en los OA.....	142
Tabla 10: Secciones de los OA.	143

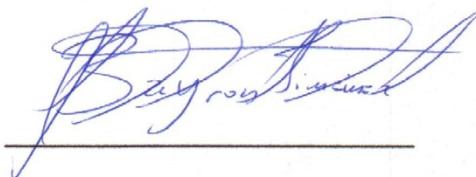


Universidad de Cuenca

Cláusula de Derecho del Autor

Bayron Fabricio Jiménez Morocho, autor de la tesis "**OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS**", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 28 de Junio de 2016.



Bayron Fabricio Jiménez Morocho.

C.I:0106453764



Universidad de Cuenca
Cláusula de Derecho del Autor

Diana Paulina Zhunaula Quizhpe, autora de la tesis “**OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS**”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autora.

Cuenca, 28 de Junio de 2016.

Diana Paulina Zhunaula Quizhpe.

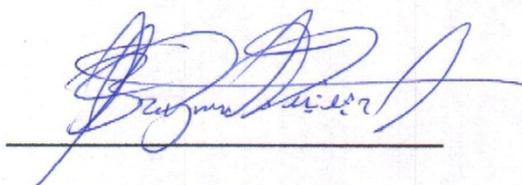
C.I:1105059453



Universidad de Cuenca
Cláusula de Propiedad Intelectual

Bayron Fabricio Jiménez Morocho, autora de la tesis **"OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS."**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 28 de Junio de 2016.



Bayron Fabricio Jiménez Morocho.

C.I:0106453764



Universidad de Cuenca

Cláusula de Propiedad Intelectual

Diana Paulina Zhunaula Quizhpe, autora de la tesis **“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS.”**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 28 de Junio de 2016.



Diana Paulina Zhunaula Quizhpe.

C.I:1105059453

Yo, Ing. Lourdes Illescas Peña,

CERTIFICO:

Que el trabajo de titulación “OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS” realizado por Bayron Fabricio Jiménez Morocho y Diana Paulina Zhunaula Quizhpe, egresados de la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, se encuentra finalizado y cumple con los requisitos para su presentación final.



Ing. Lourdes Illescas P.

CI: 0102074622

DIRECTORA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN



AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por la vida y la salud que me han brindado, así como la protección durante todo el día a pesar de las circunstancias vividas en el transcurso de mi retorno al hogar. Además, me ha proveído una familia llena de valores que han sido mi apoyo incondicional atravesando la barrera de la distancia y las adversidades que como ser humano tenemos que afrontar en el mundo exterior.

Un agradecimiento infinito para mis padres Segundo Jiménez y Sulema Morocho, por el apoyo, comprensión y vida que le pusieron a mis propósitos con su incondicional e inquebrantable fuerza a pesar de las circunstancias económicas.

A mis hermanos Christopher y Maritza Jiménez así como a Pedro y Stephany Illescas, mis tíos Franklin Jiménez y Eduardo Morocho quienes se manifestaron en mi vida con un concejo lleno de sabiduría.

Finalmente, agradecer a Ing. Lourdes Illescas, Mgs. Mónica Lliguaipuma, Mgs. German Panamá, Carmen Bermeo y Vinicio Guamán por ser unas excelentes personas en contribuir en este proyecto. Siempre les recordare.

“No todo el tiempo puedes controlar lo que te sucede; siempre pasa algo en la vida que no es tu culpa o que no está en tus manos evitar. Pero tienes la opción de darte por vencido o de seguir luchando por una mejor vida” Vujjic.

Bayron Jiménez

AGRADECIMIENTO

Agradezco infinitamente a la vida por darme la oportunidad de culminar mis estudios y más aún de haber tenido el privilegio de estudiar en una universidad tan prestigiosa como es la Universidad de Cuenca.

A mis queridos profesores, quienes supieron guiarme desde mi primer día hasta la última jornada de clases, lo que constituyó el pilar fundamental dentro de mi proceso educativo.

A Juan, René, Edwin, Mauro, Cristian R., Hermanas López, Karen, Natalia y Cristian T., por los consejos y apoyo desinteresado brindado durante todo este tiempo y a todos mis compañeros por los momentos gratos y agradables a quienes extrañaré y los recordaré toda mi vida.

A Tamia y Sandra, primas y amigas infaltables, quienes supieron estar en todos los momentos de mi vida, animándome a seguir siempre adelante y ayudándome en todo momento.

A mis tíos, tías, primos, primas, abuelos y amigos, que de una u otra forma me ayudaron para poder seguir con mis estudios.

Y un agradecimiento especial a mis padres, mi esposo y mis hijos:

A mis padres porque sé que muchas veces prefirieron sacrificar comodidades y hacer todo lo posible para que culmináramos con nuestros estudios tanto mis hermanos como mi persona. A mi esposo por ese afán diario que tuvo que poner mientras duró nuestra estadía en Cuenca; y a mis amados hijos por privarles de mi atención y mi ausencia en aquellos momentos tan indispensables.

También quiero agradecer a la Ing. Lourdes Illescas, en calidad de tutora, quien con mucha sabiduría y paciencia supo guiarnos para poder finalizar con éxito el presente trabajo de Titulación y al Msc. German Panamá, por el espacio y el apoyo brindado para la realización de la misma.

Diana Z.



DEDICATORIA

Primeramente a Dios, por la bendición de concederme incursionar en la Matemática y la Física. A mi padre Segundo Jiménez y mi querida madre Sulema Morocho que me brindaron su apoyo al estar pendientes desde el inicio hasta final del día. A mis hermanos Maritza, Christopher así como a Pedro, Stephany y mis amigos que desinteresadamente me ofrecieron su apoyo incondicional a lo largo toda de mi vida.

Bayron Jiménez



DEDICATORIA

A mis padres, por el apoyo que me brindan, por haber estado pendientes de mí y mi familia a pesar de la distancia corta que nos separaba y a mis queridísimos hermanos: Mariela, Darío, Amy y Andy por la ayuda mutua que me ofrecieron.

Con mucho amor, a mí querido esposo por la paciencia, sacrificio y apoyo incondicional que me brinda día a día y a mis amados hijos: Aniel y Meylyn, las personitas que son mi fuerza, quienes siempre fueron y son mi motor de impulso para mejorar personal y profesionalmente día a día.

A todos mis familiares y amigos y de una manera especial A mi primo Atik y mi abuelita Mami Alica, que a pesar de no estar aquí les llevo en mi corazón y son la fuerza espiritual que me motivan a seguir adelante

Y por último, a mi amiga incondicional Lucy, mi confidente, cómplice de muchas travesuras, la persona más fiel, sencilla, sincera, amigable y alegre que he conocido, por quien siento un cariño único e inolvidable, por quien agradezco a la vida por cruzarle en mi camino.

Diana Z.



INTRODUCCIÓN

El presente proyecto de titulación parte de la necesidad de implementar recursos didácticos tecnológicos para la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, motivo por el cual se incursiona en la creación de recursos tales como los Objetos de Aprendizaje (OA); que permitan al estudiante obtener aprendizajes de manera activa e interactiva de forma clara y resumida, concerniente a los temas de: Determinación, clasificación, relación y operaciones con conjuntos como temas afines a la Teoría de Conjuntos.

Es necesario que un OA sea desarrollado bajo la supervisión de un profesional con formación académica en el campo de la Educación y este a su vez oriente y cree oportunidades por medio de actividades con recursos multimedia para el aprendizaje de los estudiantes.

Los beneficios que brinda un OA en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática son múltiples: Su organización sistemática permite la interacción, en los protagonistas del proceso educativo en la consecución de los objetivos en el menor tiempo posible, flexibilidad en la manipulación, etc.

Los OA serán desarrollados en base a una guía didáctica la misma que proporciona una secuencia de los contenidos de estudio de forma clara y ordenada, bajo un mismo modelo.

Finalmente, se espera dar a conocer el alcance de los OA elaborados en los temas de: Determinación, clasificación, relación y operaciones con conjuntos a docentes y estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca y dotar este recurso para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes, el cual está a la disponibilidad del estudiante.



CAPÍTULO I

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE LA EDUCACIÓN EN EL ECUADOR

La Educación en el Ecuador ha ido evolucionando notoriamente a medida que han transcurrido los años y su vez se ha convertido en un aspecto relevante para el desarrollo de la sociedad por lo que, las autoridades gubernamentales por parte del Ministerio de Educación poseen una visión de progreso e implementación de recursos en la educación, como lo menciona el (Ministerio de Educación, 2012) “La incorporación de las tecnologías de información y comunicación en la educación ha permitido el desarrollo de nuevas estrategias pedagógicas que han enriquecido los procesos de aprendizaje” (pág. 7), estableciendo así a las Tics como una alternativa más a ser aplicada en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes.

En los archivos del Ministerio de Educación del Ecuador, existe información de los procesos que se han llevado hasta la fecha. En 1884 se produce un hecho importante, la creación del Ministerio de Instrucción Pública para la organización, administración y control de las instituciones que ofrecían distintas oportunidades de enseñanza. En 1906 se crea la Ley Orgánica de Instrucción Pública, la cual estaba ligada al estado, comprendiendo los tres primeros niveles de instrucción con sus respectivas secciones tales como: primaria (elementales, medias y superiores), secundaria (inferior, superior y especial) y tercer nivel estipulada con las Facultades de: Jurisprudencia, Medicina, Cirugía y Farmacia; de Ciencias Matemáticas, Física y Naturales. A partir de la creación de esta ley, se establecen las diferentes instituciones de enseñanza vinculadas a entidades particulares (Ministerio de Educación, 2012, pág. 2).

La OEI - Sistemas Educativos Nacionales- Ecuador afirma que luego de que el Ecuador se organizó como república soberana e independiente, las constituciones han consagrado con la obligación de “promover” y “fomentar” la educación pública. Inclusive, en la Constitución del Ecuador se encuentra estipulado en los artículos 26, 27, 28 y 29, los diferentes derechos de los ciudadanos ecuatorianos, adquiridos afortunadamente años atrás. Por ejemplo,



en el Art. 26 dice: “Las personas, las familias y la sociedad tienen el derecho y la responsabilidad de participar en el proceso educativo” (Constitución de la República, 2008, pág. 27), siendo parte fundamental para poder establecer un proceso de desarrollo en la educación.

Con la publicación de la Constitución de la República de Ecuador el 20 de octubre de 2008 el estado toma la acción, control y regulación bajo el ahora conocido como Plan Nacional para el Buen Vivir. El 12 octubre de 2010, entra en vigencia de la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES) considerando los principios de: Autonomía responsable, cogobierno, igualdad de oportunidades, calidad, pertinencia, integralidad y autodeterminación para la educación superior. (Ley Orgánica de Educación Superior, 2010).

El Sistema de Educación Superior se integra por:

La Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT), es un organismo que tiene entre sus funciones cumplir con la garantía de la gratuidad en la educación superior e identificar las carreras y programas de interés público y priorizarlas de acuerdo al Plan Nacional del Buen Vivir.

El Consejo de Educación Superior (CES), cuyas funciones es planificar, regular y coordinar de forma interna el Sistema de Educación Superior.

El Consejo de Evaluación, Acreditación, y aseguramiento de la calidad de la Educación Superior CEAACES se encarga de asegurar la calidad de la educación superior por medio de evaluaciones para la acreditación y la categorización de la educación a partir del tercer nivel de Educación. Este organismo realiza la evaluación de las instituciones bajo los parámetros de: academia, eficiencia académica, investigación, organización e infraestructura que al ser cumplidas la institución evaluada recibe un certificado válido por el tiempo de cinco años, posterior al proceso mencionado se realizó la categorización en los cuatro niveles A, B, C y D. Finalmente, el proceso en los últimos meses notificó del cierre de ciertas universidades del Ecuador. (Ley Orgánica de Educación Superior, 2010).

1.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y ACTIVO

En la historia de la educación los investigadores han tratado de buscar los métodos o procesos didácticos que permitan alcanzar un aprendizaje duradero en los estudiantes, existen varios modelos pedagógicos alrededor del campo educativo entre ellas se encuentra el aprendizaje activo y significativo, métodos que hoy en día son una alternativa a ser aplicados dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje como parte de las estrategias de los docentes.

El aprendizaje significativo es parte fundamental del modelo pedagógico constructivista que ha ido ganando campo dentro del proceso educativo día a día, debido a su diferente postura frente a la metodología de enseñanza dentro del proceso de aprendizaje. El médico e investigador David Paul Ausubel propone el aprendizaje significativo, en el cual el estudiante relaciona la información nueva con los conocimientos previos que el sujeto posee, también diseña actividades que activen lo conocimientos previos, se fomenta la reflexión de los estudiantes por medio de actividades sobre conocimientos previos, en donde lo importante del aprendizaje significativo recae en la “relación que se pueda establecer entre el nuevo material y las ideas ya existentes en la estructura cognitiva del estudiante. Está claro que su significado radica en su significatividad y no en técnicas memorísticas” (Díaz, pág. 1).

El aprendizaje activo considera al docente como el actor secundario dentro del proceso educativo.

El docente debe de promover el diseño de actividades de aula en función del estudiante, la posibilidad del estudiante de involucrarse en situaciones de la vida real, la acción, la reflexión y la responsabilidad del estudiante de su aprendizaje. Como estrategias de aprendizaje activo se proponen las siguientes: Discusiones de clase alrededor de preguntas generadoras, uso de problemas auténticos con relevancia para el mundo real, aprendizaje por problemas, aprendizaje por proyectos, análisis y debate de diferentes temas. (Bujanda, Wendy, & Segura, 2010, pág. 45).





Es necesario que el estudiante se encuentre comprometido a ser partícipe de los temas de estudio en su clase, es decir, participaría en actividades desarrolladas por el o por sus compañeros de forma que se sienta motivado y comprometido a trabajar de forma individual y grupal en las diferentes actividades que le permitan alcanzar un estado de satisfacción de aprender y ser miembro activo en su formación educativa.

Siendo la necesidad de lograr en el estudiante un aprendizaje activo y significativo bajo la guía del docente mediante la implementación de diversos elementos metodológicos y didácticos dentro del proceso educativo, para eso es necesario el compromiso del docente en la exploración, el uso y aplicación en los estudiantes los diferentes recursos tecnológicos debido al impacto de las Tics en la actualidad.

1.3 TICS EN LA EDUCACIÓN

La tecnología a lo largo de las últimas décadas ha avanzado de forma exponencial, a tal punto que en ocasiones se hace inevitable su uso. Esta posee la característica de facilitar tareas al ser humano, tal es el caso que hoy en día la podemos encontrar casi en cualquier lugar como en centros comerciales, hospitales e instituciones ya sean públicas o privadas.

La importancia de la inserción de la Tics en la Educación, como la herramienta opcional a ser implementada en el proceso de enseñanza - aprendizaje, debido a su impacto se evidencia en la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca la disponibilidad de salas de cómputo y acceso a internet, las cuales pueden ser consideradas como un recurso para el docente durante su cátedra. Asimismo, se puede encontrar recursos de tipo físico, tales como libros, enciclopedias, guías, etc... los cuales pueden contemplar un contenido especializado, pero también conllevan un peso considerable al momento del transporte. Sin embargo, en el internet existen videos, blogs y textos digitalizados entre otros con similares características con la ventaja de acceso rápido, libre y gratuito.



La implementación de la tecnología abre la posibilidad de abarcar y desarrollar destrezas dentro y fuera de una institución dando la posibilidad de facilitar a los estudiantes la interacción con contenidos preestablecidos con el fin de disminuir el tiempo, la distancia y el dinero para acceder a la información.

Mediante la exploración en el internet se evidencia los siguientes recursos que pueden ayudar en la elaboración de recursos educativos en temas afines a la Teoría de Conjuntos o/a generar OA.

- Hotpotatoes
- JClic
- Educaplay
- Oddcast y Voky
- Paint
- Java
- Cuadernia
- Animatron
- Ardora
- Adobe Flash
- Constructor
- ExeLearning
- Alfaomega Grupo Editor

De los diversos recursos que se mencionan, los más importantes de acuerdo a criterios personales, por la diversidad de herramientas para la elaboración de las secciones de un OA, se considera al Exe-Learning por su utilidad de herramientas con la característica de libre acceso. También Oddcast y Voky que permiten el desarrollo de un avatar y finalmente a Alfaomega Grupo Editor, que ofrece un simulador de temas afines a la Teoría de Conjuntos el cual debido a su importancia es presentado a continuación:

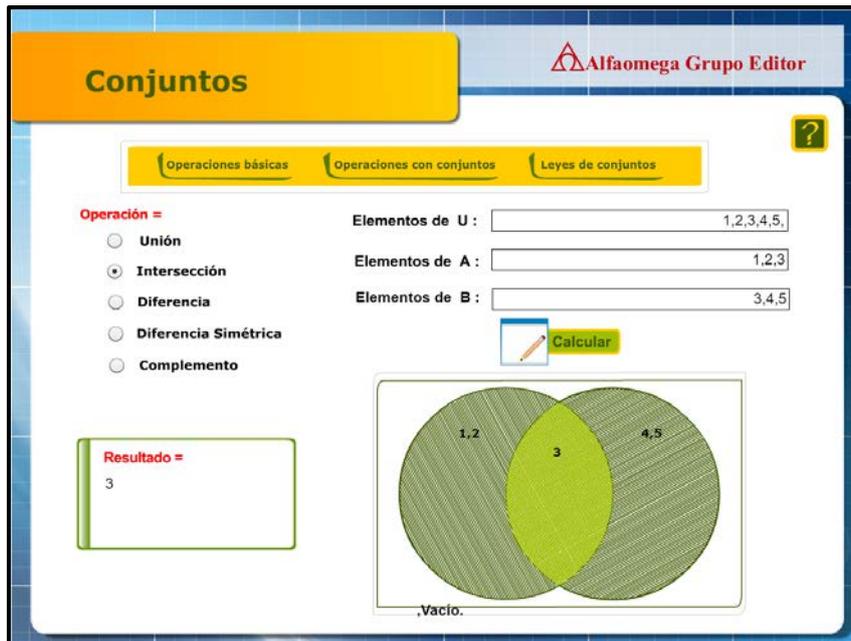


Ilustración 1: Simulador de Operaciones con Conjuntos.

Entre los recursos físicos para la elaboración de los videos explicativos se puede encontrar la Pizarra Digital Interactiva (PDI), constituida como un recurso de la carrera de Matemáticas y Física para apoyo en la cátedra de los docentes. Este tipo de pizarra está integrada por:

“una barra aerodinámica de Mimio Interactive Xi incluye tecnología con sensor de ultrasonidos e infrarrojos patentada por Mimio.

- Se monta vertical u horizontalmente en su pizarra.
- Plegable para un mejor transporte y almacenamiento.
- Cinco botones de función incorporados controlan el modo interactivo, la barra de herramientas y las marcas de la pantalla y efectos de presentación.

El lápiz Mimio Interactive funciona como un ratón, de forma que puede controlar las funciones de su ordenador desde la pizarra. Ya no tendrá que andar paseándose para usar el ratón del ordenador

- Incluye dos botones de función para hacer clic, con el botón derecho, arrastrar y soltar.
- La punta sólida de teflón garantiza su suavidad y deslizamiento.
- Su sólida carcasa resiste golpes e impactos” (Instituto Tecnológico de Massachusetts, 1997).



Ilustración 2: Barra aerodinámica mimio interactive XI y Lápiz Mimio Interactive.

Los componentes flexibles ya mencionados se integran con el software “Mimio Studio 7.12”, que permite insertar textos, animaciones, imágenes, sonidos, videos, etc. Al respecto contiene una barra de herramientas. Cabe señalar que contiene una grabadora para capturar el movimiento realizado dentro de las pantallas de trabajo, para luego obtener un video de tipo mp4. Además, posee varios accesorios que nos permite crear recursos educativos multimedia.

Finalmente, dentro del marco de la inserción de la tecnología en el proceso educativo se puede hacer referencia a lo realizado en las aulas de las escuelas de educación básica de nivel secundaria del estado de Colima que “propone un sistema hipermedia administrador de OA en el nivel de educación secundaria que permita a los docentes de una institución educativa poder capturar los contenidos de una asignatura a través de un OA formado este de texto, imágenes, videos, animaciones, etc... estos a su vez puedan ser consultados por los alumnos y reutilizados para otras asignaturas.” (Tetlalmatzi & Farías, Dialnet, 2014, pág. 3). Atendiendo a estas consideraciones un OA puede ser utilizado en nuestro medio, como una oportunidad de conocer un recurso y su impacto.



1.4 OBJETOS DE APRENDIZAJE

1.4.1 DEFINICIONES DE UN OBJETO DE APRENDIZAJE

El objeto de aprendizaje (OA), es un instrumento tecnológico el cual, se puede implementar como un recurso didáctico dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje en el ámbito educativo. Los recursos digitales denominados OA, no poseen una definición precisa, pues “se encuentra en tratar de definir, al mismo tiempo, qué es y qué no es un OA”. (Parrish, 2004, págs. 49-67).

Existen diversas definiciones acerca de un OA, para el cual se ha creído conveniente citar alguna de ellas, las mismas que nos permitirá establecer una definición clara en base a las características que cada una de ellas presenta acerca de un OA, las que se presentan a continuación:

- En el Plan de Acciones para la Convergencia Europea de la Universidad Politécnica de Valencia (UPV) se considera a un OA como “cualquier recurso digital que puede ser usado como soporte para el aprendizaje” (pág. 4) logrando la más mínima posibilidad de mejorar el rendimiento académico para la satisfacción de los estudiantes.
- También (Higgs, Meredith, & Hand, 2003, pág. 7) define los OA como “pequeños componentes autónomos reutilizables que pueden ser ensamblados para proporcionar recursos en diferentes ambientes de aprendizaje, es decir el contenido desarrollado en un contexto que se puede transferir a otro contexto”.



- El portal *Colombia Aprende* perteneciente Ministerio de Educación de la República de Colombia expone una definición acerca de un OA como:

“...un conjunto de recursos digitales, autocontenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: Contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. El objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación” (Ministerio de Educacion Nacional de Colombia, 2004).

- Para (Sicilia & Sánchez, 2009), proponen la siguiente definición: “un objeto de aprendizaje es una unidad didáctica en formato digital, independiente, autocontenida, perdurable y predispuesta para su reutilización en varios contextos educativos por la inclusión de información autodescriptiva en forma de metadatos” (pág. 3).
- Para (Astudillo, 2011) concibe a un OA como “una unidad didáctica digital diseñada para alcanzar un objetivo de aprendizaje simple, y para ser reutilizada en diferentes entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje, y en distintos contextos de aprendizaje” (pág. 120).
- Menciona (García, 2005) los OA como “aquellos archivos o unidades digitales de información dispuestos con la intención de ser utilizados en diferentes propuestas y contextos pedagógicos” (pág. 15).
- (Wiley, 2002) afirma que “cualquier recurso digital que puede ser usado como soporte para el aprendizaje” (pág. 4).

De acuerdo a los ítems expuesto por los autores mencionados se puede apreciar que existe una similitud en ciertos aspectos por lo que se genera una tabla para una mejor apreciación.

CARACTERÍSTICAS AUTOR	Año	Recuperación Digital	Metadatos	Reutilizable	Ensamblado con otro OA.	Aportar el aprendizaje.	Tamaño del Objeto.	Estructura y Contenido.	Autónomo	Contexto
Wiley	2002	X		X		X			X	X
Higgs, Meredith y Hard.	2003			X					X	X
Ministerio de Educación Nacional de Colombia.	2004	X	X	X		X		X	X	X
García	2005	X		X						X
Sicilia & Sánchez.	2009	X	X	X		X			X	X
Astudillo	2011	X		X		X				X

Tabla 1: Características comunes de las definiciones de un OA.

De acuerdo a la Tabla 1. *Características comunes de la definiciones de un OA*, se puede decir que este será un recurso digital que aporta a los aprendizajes con una estructura y contenido de tipo autónomo aplicado a un contexto, pero con la característica de ser reutilizable.

1.4.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS OBJETOS DE APRENDIZAJE

Se debe cumplir ciertas características un OA: Formato digital, propósito pedagógico, contenido interactivo, independiente de otros OA y reutilizable.

Primero es el formato digital, el cual nos permite modificar, agregar o quitar información, según el docente lo crea necesario,

Segundo es el propósito pedagógico, el cual es la guía en el aprendizaje de los discentes, es decir, se crear un aprendizaje básico para los estudiantes involucrados dentro del proceso e incluir contenidos relevantes para un mejor resultado a la hora de aprender y enseñar.



El tercero está basado en el contenido interactivo, el cual permite la participación activa e involucra a cada individuo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, para el cual, es necesario que dentro del OA existan test, actividades, relacionar objetos, etc..., en donde el estudiante asimile el estado de sus conocimientos por medio del recurso.

El cuarto y último, acoge la independencia y reutilización que permite a los OA ser actualizado y/o modificado para ser incorporado en diferentes situaciones educativas sin importar el lugar donde vaya a ser utilizado como por ejemplo en el aula de clases, centro de cómputo o en el hogar, etc.

1.4.3 CLASIFICACIÓN DE LOS OBJETOS DE APRENDIZAJE

Estos recursos son según el tipo de contenido pedagógico y el formato que éste posee, cada una con sus subclasificaciones correspondientes. Según los OA se clasifican según por su contenido en: Conceptuales, procedimentales y actitudinales y debido a su formato se clasifica en las imágenes, el texto, el sonido y la multimedia (Universidad de Valencia, 2016, pág. 6). Los cuales se presenta de forma más detallada a continuación:

a. Tipo de contenido

- Conceptuales

Los OA conceptuales son aquellas en las se transcriben conceptos, datos, teoremas, etc... que son necesarios para el entendimiento de una materia de estudio, pero teniendo en cuenta que para el entendimiento de esta es necesario traducir dicha información con nuestras propias palabras.

- Procedimentales

Son aquellos OA prácticos, en las que existe un orden el cual se pretende que se cumpla a cabalidad para poder llegar a un aprendizaje a una meta en cuestión, en donde el estudiante debe saber, qué hacer teniendo un propósito claro al cual pretendemos llegar al final de la clase o terminar en parte o en su totalidad las actividades planteadas en el OA.



- Actitudinales

Estos OA actúan como una simple evaluación de la misma manera que lo puede realizar cualquier estudiante sin dificultad alguna, esta pretende saber la actitud que tiene cada estudiante en diferentes situaciones de la vida, como por ejemplo, en actitudes, en valores o normas que posee cada individuo.

b. Formato

- Imagen

Son los OA que en la mayoría de sus pantallas o diapositivas usan imágenes o figuras relevantes, en las cuales no existe la necesidad de insertar textos adicionales y a partir de la imagen el estudiante cree sus propios conceptos, teoremas, etc.

- Texto

Son aquellas en las que todas las pantallas se usan textos de conceptos, leyes, propiedades, etc... en donde el estudiante deberá interpretar con sus propias palabras los diferentes conceptos expuestos en el OA.

- Sonido

En la mayoría de sus pantallas se utiliza el sonido, ya sea para el mejor entendimiento del estudiante o a la vez para consolidar los contenidos de estudio adquiridos por los discentes.

- Multimedia

Estos poseen videos interactivos o educativos, imágenes, sonidos, animaciones, etc... de tipo semejante a un juego para los estudiantes que puedan disfrutar de la clase con predisposición para aprender.

1.4.4 DISEÑO Y CONSTRUCCION DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

El Departamento de Investigación de la Universidad de Cuenca, expone en el proyecto de investigación denominado: Impacto de un proceso de Inducción mediante OA para los alumnos de primer ciclo de la Universidad de Cuenca, con modelos de guías didácticas para el diseño de los OA. De igual manera, en el portal Colombia Aprende, perteneciente al Ministerio de Educación de Colombia, menciona que:



...el valor pedagógico está presente en la disponibilidad de los siguientes componentes:

- **Objetivos:** Expresan de manera explícita lo que el estudiante va a aprender.
- **Contenidos:** Se refiere a los tipos de conocimiento y sus múltiples formas de representarlos, pueden ser: definiciones, explicaciones, artículos, videos, entrevistas, lecturas, opiniones, incluyendo enlaces a otros objetos, fuentes, referencias, etc.
- **Actividades de aprendizaje:** Que guían al estudiante para alcanzar los objetivos propuestos.
- **Elementos de contextualización:** Que permiten reutilizar el objeto en otros escenarios, como por ejemplo los textos de introducción, el tipo de licenciamiento y los créditos del objeto. (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2004).

Mientras que para la Universidad de Valencia en el Plan de Acciones para la Convergencia Europea, considera que:

“El desarrollo de los objetos de aprendizaje se basa en una estrategia orientada al aprendizaje del estudiante y, para ello, su diseño debe tener una estructura interna que incluya diferentes elementos: Introducción, teoría, actividad de aprendizaje y evaluación” (Universidad de Valencia, 2016, pág. 7), por ello se presenta la siguiente tabla:



PASOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN OBJETO DE APRENDIZAJE			
1º. OBJETIVOS⁵: Determinar qué tipo de objetivo se pretende alcanzar con el OA. Optando únicamente por uno de ellos (conceptual, procedimental o actitudinal)	CONCEPTUALES Describir, explicar, recordar, analizar, interpretar, resumir, reconocer, comprender y/o aplicar datos y conceptos.	PROCEDIMENTALES Verificar, configurar, ejecutar, aplicar, diseñar, manejar, utilizar, elaborar, demostrar, planificar, componer... una habilidad a aprender por el alumno.	ACTITUDINALES Superar el desinterés, comprometerse, predisponer a, modificar las actitudes negativas del alumno en diferentes ámbitos...
2º. CONTENIDOS	La selección de contenidos se realizará en función del objetivo anterior, es decir si se ha optado por objetivos conceptuales, los contenidos a desarrollar serán también conceptuales.		
2.1. Formato	Elección del formato: imagen, texto, sonido o multimedia (ver recomendaciones de elaboración según formato en los anexos 9.1, 9.2 y 9.3).		
2.2. Introducción	La introducción puede contemplar: <ul style="list-style-type: none"> • Utilidad del contenido. Provecho, importancia y relaciones. • Guía del proceso de aprendizaje. • Motivar al alumno para su estudio, despertando su interés por el tema a tratar. • Detalles que convengan para suscitar controversias, curiosidad, asombro, etc. • Relación con otros conocimientos: previos y posteriores. • Ayudas externas que se precisarán para su aprendizaje. • Estructura del contenido. 		
2.3. Desarrollo a seguir según el tipo de contenido	CONCEPTUALES Descripción del contenido: <ul style="list-style-type: none"> • Utilizar un lenguaje claro e introducir progresivamente la nueva terminología. • Realizar una estructura ordenada: división y subdivisión de los distintos párrafos. • Obviar párrafos y frases excesivamente largos. • Intercalar interrogaciones que ayuden a mantener la atención del alumno. • Integrar refuerzos motivadores a lo largo del texto. • Incluir referencias a objetos, situaciones o descripciones reales, utilizando los ejemplos y contraejemplos. 	PROCEDIMENTALES Pasos y componentes del desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Demostración secuenciada de cada uno de los pasos. • Componentes asociados a los pasos (materiales, diagramas, conceptos...) • Pautas a tener en cuenta. • Ámbitos de aplicación. 	ACTITUDINALES Demostración: <ul style="list-style-type: none"> • Presentación de la situación. • Análisis de los componentes que involucra una actitud: cognitivos, afectivos y conductuales. • Análisis de las circunstancias que afectan a la actitud. • Análisis de las circunstancias en las que se manifiesta la actitud.
2.4. Cierre	Puede contener las ideas principales, mapa conceptual con los contenidos vistos, etc.		
3º. FICHA DE METADATOS	Se considera imprescindible rellenar la "Ficha de Metadatos" que figura en el anexo 9.4.		
4º. EVALUACIÓN	A partir de la evaluación del OA y de su revisión (con la ayuda de la ficha de evaluación del anexo 9.5.) se redefinen, en su caso, los aspectos no adecuados.		

Tabla 2: Pasos para la construcción de un OA.

Las tres posturas presentan los componentes que conlleva un OA, para los cuales existen características comunes tales como la consideración de un objetivo al que se pretende alcanzar al finalizar la exploración del OA, un contenido en el que se detalle de forma ordenada los temas que se pretende ser estudiados, un actividad evaluadora, mientras tanto al docentes permitirle conocer el estado de los conocimientos o deficiencias que poseen los estudiantes.





CAPÍTULO II

TEORÍA DE CONJUNTOS

2.1 INTRODUCCIÓN

El estudio de la Teoría de Conjuntos es muy importante ya que es uno de los pilares fundamentales para el aprendizaje de la matemática. En los textos que en la actualidad se utiliza para la enseñanza de las ciencias exactas, específicamente en la asignatura de Matemáticas Discretas “El concepto de conjunto aparece en todas las matemáticas. Por ello es que conviene iniciar este capítulo con la notación y la terminología básicas de la teoría de conjuntos” (Seymour & Lars, 2007, pág. 1).

Las definiciones, propiedades y teoremas, han sido tomados de los siguientes libros: Matemáticas Discretas y Teoría de grafos de T. Veerarajan, Seymour & Lars, Richard Johnsonbaugh y Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole de Alfonso Bustamante Arias. Algunos ejemplos, imágenes y figuras son de autoría propia y las imágenes tomadas desde otras fuentes constan con su respectiva referencia; sin embargo, la fuente de imágenes pequeñas se encuentran insertados en la bibliografía.

2.1.1 DEFINICIÓN DE UN CONJUNTO

Se puede considerar que “...un conjunto es cualquier colección de objetos que pueda tratarse como una entidad” (Gutiérrez, 2004, pág. 2), los mismo que podrían ser entes físicos o entes abstractos.

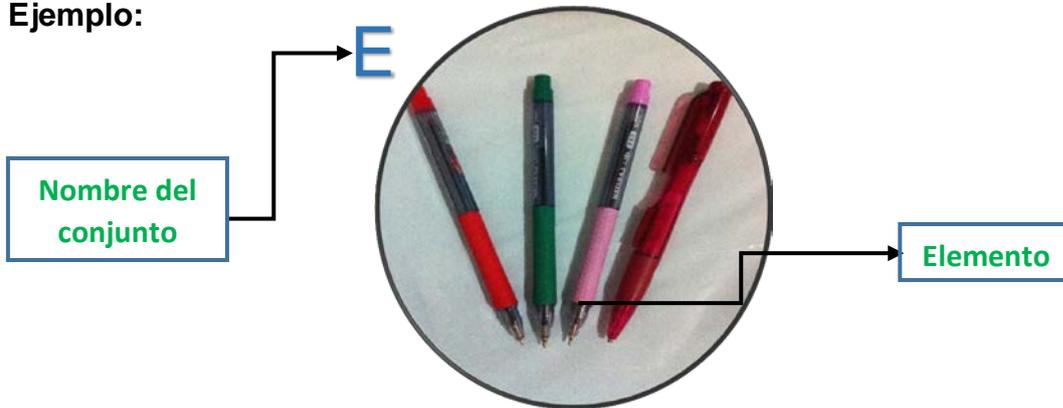
Entes físicos: Son todos los objetos que pueden ser tocados como por ejemplo: una mesa, árbol, personas, animales, cosas, etc.

Entes abstractos: Son las letras, números, signos, etc.

Nomenclatura:

A los conjuntos los denotamos con letras mayúsculas y sus elementos con letras minúsculas encerradas entre llaves y separados por una coma.

Ejemplo:



Nomenclatura: $E = \{ \text{esfero naranja, esfero verde, esfero rosa, esfero rojo} \}$

2.1.2 SÍMBOLOGÍA

La tabla que está a continuación consta de símbolos con su respectivo significado, los cuales son necesarios para el aprendizaje de Teoría de Conjuntos y con los que se trabajará en todo el capítulo II y III en este proyecto

Símbolo	Significado	Símbolo	Significado
\mathbb{N}	Números naturales	\mathbb{Z}	Números enteros
\mathbb{Q}	Números racionales	\mathbb{R}	Números reales
\mathbb{C}	Números complejos	\notin	No pertenece
\in	Pertenece a	x/x	x tal que x
\wedge	"y"	$<$	Menor que
$>$	Mayor que	\leq	Menor o igual que
\geq	Mayor o igual que	\neq	Diferente
$=$	Igual	$\{ \}$	Conjunto
\subset	Subconjunto	\supset	superconjunto

\subseteq	Está incluido	\supseteq	Contiene a
\cap	Intersección	\cup	Unión
$-$	Diferencia	$' , ^c$	Complemento
\Leftrightarrow	Si y sólo si	R	Se relaciona
\nexists	No se relaciona	R^{-1}	Relación inversa
Φ	Vacío	I_A	Identidad
\times	Producto cartesiano	\bullet	Composición entre relaciones

2.2 DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

El Prof. (Escande) afirma que “Un conjunto está bien determinado si se sabe exactamente cuáles son los elementos que pertenecen a él y cuáles no” (pág. 2), debido a esto existen tres formas para determinar un conjunto:



2.1.1 EXTENSIÓN

Esta primera forma de determinar un conjunto “consiste en enumerar sus elementos uno a uno” (Seymour & Lars, 2007, pág. 1) separados por comas y encerrados entre llaves como se muestra en los siguientes ejemplos

- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.
 $V = \{ a, e, i, o, u \}$
- Determine el conjunto de las partes de un árbol.
 $A = \{ \text{raíz, tallo, hoja, flor, fruto} \}$
- Determine el conjunto de los números no negativos que sean múltiplos de tres y menores a 20.



$$N = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$$

2.1.2 COMPRENSIÓN

“Se dice que un conjunto está definido por comprensión cuando se especifica una propiedad que caracteriza a todos los elementos del mismo” (Gutiérrez, 2004, pág. 3). Existen conjuntos que al expresar su solución es necesario escribir más de una característica como se muestra a continuación.

- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.

$$N = \{ x/x \text{ sea una vocal} \}$$

- Determine el conjunto de las partes de un árbol.

$$A = \{ x/x \text{ sea parte de un árbol} \}$$

- Determine el conjunto de los números no negativos que sean múltiplos de tres y menores a 20.

En este ejemplo vemos como el enunciado hace mención de varias condiciones.

Primera condición: **los números no negativos.**

Segunda condición: **múltiplos de tres.**

Tercera condición: **menores a 20.**

Entonces el conjunto solución tendrá más de una característica como se muestra a continuación.

$$A = \{ x/x \in \mathbb{N}, \text{ sea múltiplo de } 3 \wedge 0 \leq x \leq 20 \}.$$

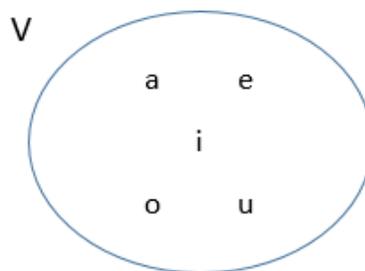
El símbolo x/x se le x tal que x , el mismo que irá en todos los conjuntos soluciones cuando se determine por comprensión, antes de mencionar la característica del conjunto.

2.1.3 DIAGRAMAS DE VENN

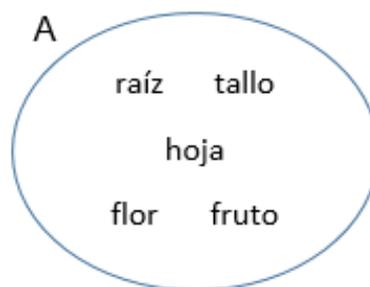
“Un diagrama de Venn es un gráfico donde los conjuntos se representan con regiones encerradas en un plano” (Seymour & Lars, 2007, pág. 4) que permite la visualización de todos los elementos que se encuentran dentro de cada conjunto y las diferentes formas en las que se relacionan cada una de ellas.

Ejemplos:

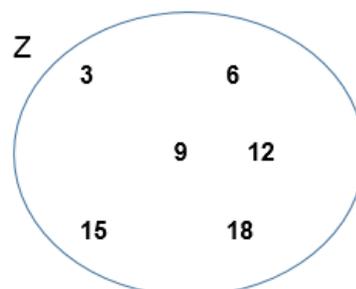
- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.



- Determine el conjunto de las partes de un árbol.



- Determine el conjunto de los números enteros que sean múltiplos de tres, mayores a 0 y menores a 20.



2.2 CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

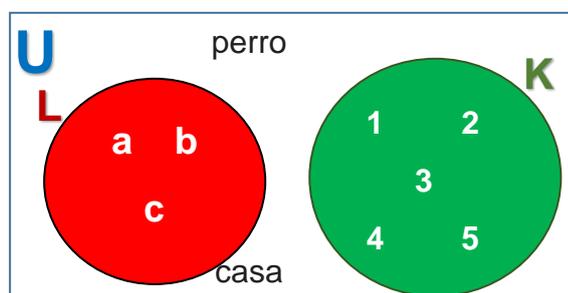
Por el número de elementos que contenga el conjunto, esta puede clasificarse en:



2.2.1 CONJUNTO UNIVERSAL

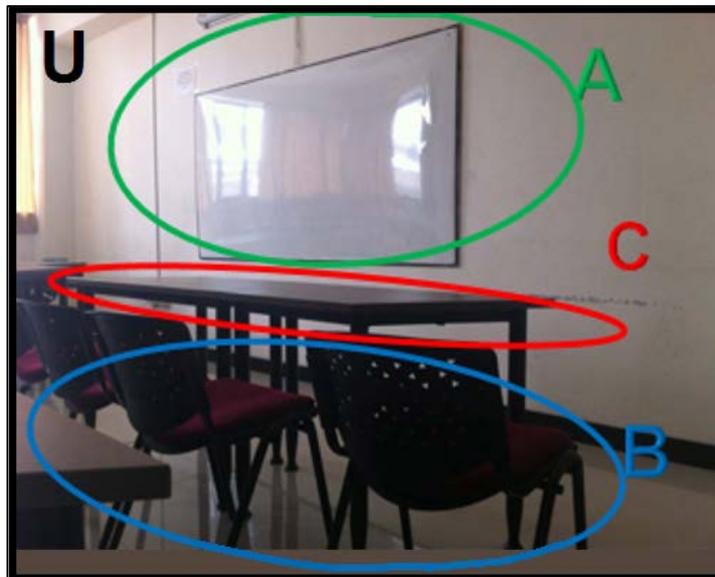
“...los elementos de todos los conjuntos en consideración pertenecen a un gran conjunto fijo llamado conjunto universal” (Gutiérrez, 2004, pág. 5), gráficamente se la representa con un rectángulo que encierra a todos los conjuntos que forman parte de él.

Se representa con la letra: “ U ”.



Partiendo de la imagen, se tiene los siguientes conjuntos:

$L = \{ a, b, c \}$ y $K = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ y fuera de estos tenemos dos elementos que son: Perro y casa, al observar se nota que no existe relación alguna entre los conjuntos y sus elementos, pero estos pertenecen al conjunto universo $U = \{ L, K, \text{perro}, \text{casa} \}$, es decir: $U = \{ a, b, c, 1, 2, 3, 4, 5, \text{perro}, \text{casa} \}$.



Esta imagen nos muestra un salón de clase, el mismo que contiene los siguientes conjuntos:

$A = \{ \text{pizarrón} \}$

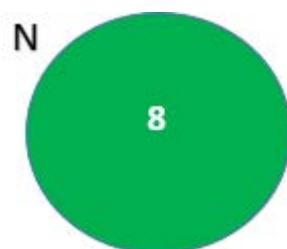
$B = \{ \text{sillas} \}$

$C = \{ \text{mesa} \}$

Conjunto universo es $U = \{ x/x \text{ sea un elemento del salón de clase} \}$.

2.2.2 CONJUNTO UNITARIO

Es aquel "...conjunto que contiene sólo un elemento" (Veerarajan, 2008, pág. 52). Como se muestra en los siguientes ejemplos:



- $N = \{ 8 \}$

- $N = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge 7 < x < 9 \}$.

Ambas interpretaciones son válidas, la primera solución consta del único elemento del conjunto; mientras que la segunda solución describe dos características del conjunto: la primera que este número pertenezca a los números naturales y la segunda que sea mayor que siete y menor que nueve dándonos como respuesta el número ocho, coincidiendo con la solución del primer conjunto solución.



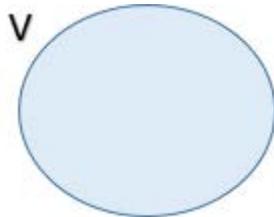
$$S = \{ x/x \text{ sea un estudiante} \}.$$

Tomando como referencia al estudiante que se puede apreciar en esta última imagen, se puede decir que el conjunto S es un conjunto unitario.

2.2.3 CONJUNTO VACÍO

“El conjunto sin elementos se llama conjunto vacío o nulo” (Johnsonbaugh, 2005, pág. 77).

Se representa con el símbolo: “ \emptyset ” o “ $\{ \}$ ”.



$$V = \emptyset \text{ o } V = \{ \}.$$

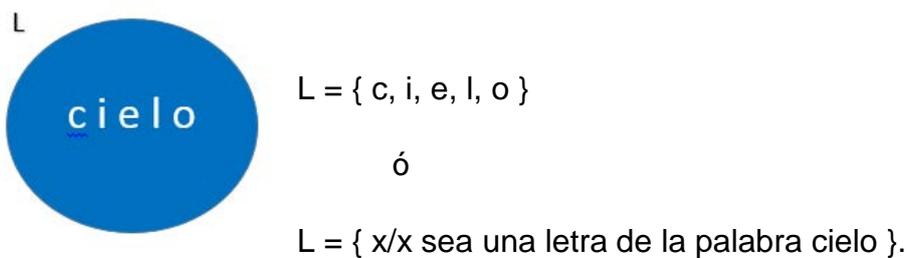
Ejemplo: Determine el conjunto de las aves sin alas.

$$L = \emptyset$$

En este caso el conjunto solución es \emptyset , porque una de las características de las aves es que tengan alas incluso las que no emprendan el vuelo.

2.2.4 CONJUNTO FINITO

“Se dice que un conjunto es finito si...contiene exactamente m elementos, donde m es un entero positivo” (Seymour & Lars, 2007, pág. 8), es decir el conjunto tiene una cantidad exacta que puede ser determinada.



Fuente: https://www.facebook.com/aso.matematicasfisica/friends?source_ref=pb_friends_tl

En este caso el conjunto de amigos de la Aso escuela de Matemáticas y física es:

$A = \{x/x \in \text{al círculo de amigos de la Aso. Escuela de Matemáticas y Física en Facebook}\}$, en donde su número de elementos es 437, por lo tanto es un conjunto finito.

2.2.5 CONJUNTO INFINITO

Es aquel conjunto en el que no se puede determinar la cantidad exacta de elementos que este contiene, “se describe mediante una propiedad necesaria para ser miembro” (Johnsonbaugh, 2005, pág. 77), por ejemplo:

- Determine el conjunto de los números naturales.

$$N = \{ x/x \in \mathbb{N} \}.$$

- Determine el conjunto de los granos de arena del mar.

$$G = \{ x/x \text{ sea un grano de arena del mar} \}.$$

- Determine el conjunto de las gotas de agua de lluvia.

$$A = \{ x/x \text{ sea una gota de agua de lluvia} \}.$$

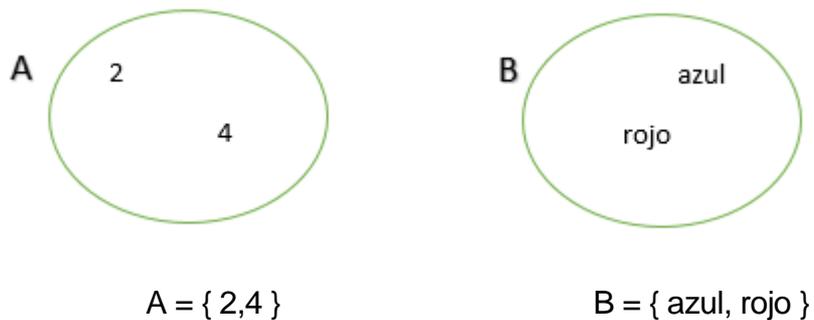
- Determine el conjunto de las hojas de un árbol



$$H = \{ x/x \text{ sea una hoja de un árbol} \}$$

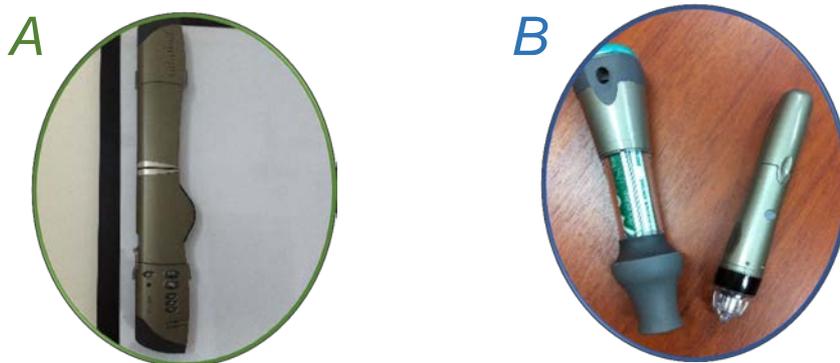
2.2.6 CONJUNTO DISJUNTO

“Dos conjuntos A y B son ajenos o disjuntos, si no tienen elementos en común” (Seymour & Lars, 2007, pág. 3), es decir un mismo elemento no pertenece a ambos al mismo tiempo, son completamente diferentes e independientes.



Por lo tanto $A \neq B$.

Ejemplo: Determine si los siguientes conjuntos son disjuntos:

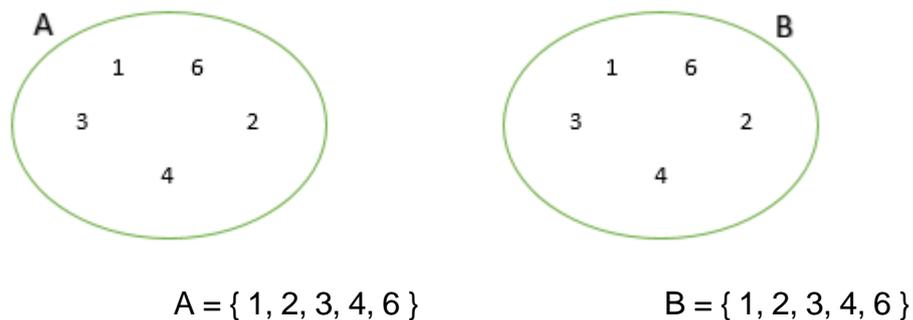


El conjunto $A = \{ \text{pizarra digital} \}$ y el conjunto $B = \{ \text{marcadores} \}$, ambos conjuntos forman parte de un mismo componente pero no son iguales, por lo tanto $A \neq B$.

2.2.7 CONJUNTOS IGUALES

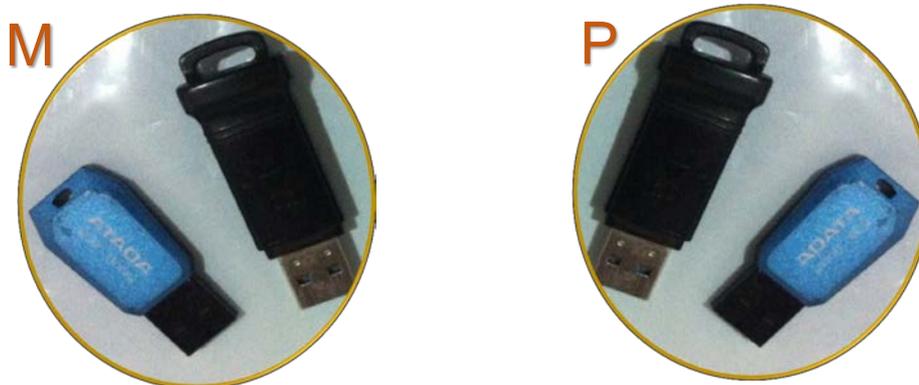
Son aquellos conjuntos en el que sus elementos son completamente iguales.

Axioma de Extensión: “Dos conjuntos A y B son iguales si, y sólo si tienen los mismos elementos. Es decir, cada elemento del conjunto A es un elemento de B y cada elemento de B es un elemento de A” (Gutiérrez, 2004, pág. 5).



En los conjuntos A y B se puede visualizar la igualdad que existe en sus elementos, por lo tanto se puede afirmar que: $A = B$ y $B = A$.

Ejemplo: Determine si los siguientes conjuntos son iguales.



Si $M = \{ x/x \text{ sea una flash memory} \}$, $P = \{ \text{memory negra, memory azul} \}$, se puede apreciar que la cantidad de elementos, tanto como el color y los beneficios que nos presta cada uno de estos elementos es la misma en ambos conjuntos, por lo que se concluye que dichos conjuntos son iguales, es decir:

$$M = P \text{ y } P = M.$$

2.3 RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

La relación entre conjuntos muestra si existe algún tipo de relación entre los elementos de un conjunto A y los elementos de un conjunto B.



Todo el contenido de este tema está basado en los libros mencionados al inicio de éste capítulo.

2.3.1 RELACIÓN BINARIA

Cuando A y B son conjuntos, un subconjunto R del producto cartesiano A x B se llama relación binaria entre A y B, es decir si R es una relación binaria entre A y B, R es un conjunto de pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$.

Cuando $(a, b) \in R$:

Su expresión es: $a R b$

Se lee: a se relaciona con b mediante R.

Cuando $(a, b) \notin R$:

Su expresión es: $a \not R b$

Se lee: a no se relaciona con b mediante R.

**Ejemplo 1:**

Sea el conjunto $A = \{ \text{Cuenca, Cañar, Loja} \}$, $B = \{ \text{Cañar, Azuay} \}$, realice el proceso para encontrar la relación binaria R_1 que se define por a es la capital provincial de b .

$A \times B = \{ (\text{Cuenca, Cañar}), (\text{Cuenca, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}), (\text{Cañar, Azuay}), (\text{Loja, Cañar}), (\text{Loja, Azuay}) \}$.

$R_1 = \{ (\text{Cuenca, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}) \}$, por lo tanto al ser R_1 un subconjunto de $A \times B$ se puede mencionar que R_1 es una relación binaria.

Ejemplo 2:

Sean los conjuntos $H = \{ 1, 2, 3 \}$ y $Q = \{ 2, 3 \}$, establezca la relación entre H y Q , si R_1 se define si y solo si $(a \times b) < 4$.

El producto cartesiano entre H y Q es:

$H \times Q = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3) \}$.

Dada la condición tenemos:

$1 \times 2 = 2$ es menor a 4.

$1 \times 3 = 3$ es menor a 4.

$2 \times 2 = 4$ no es menor a 4.

$2 \times 3 = 6$ no es menor a 4.

$3 \times 2 = 6$ no es menor a 4.

$3 \times 3 = 9$ no es menor a 4.

Por lo tanto $R_1 = \{ (1, 2), (1, 3) \}$, es un subconjunto de $H \times Q$ y se puede decir que R_1 es una relación binaria.

2.3.2 TIPOS DE RELACIONES

- Inversa
- Universal
- Vacía
- Identidad



2.3.2.1 RELACIÓN INVERSA

Cuando R es cualquier relación entre un conjunto A y un conjunto B , la inversa de R , denotada por R^{-1} , es la relación de B a A que consta de aquellos pares ordenados obtenidos al intercambiar los elementos de los pares ordenados en R .

Se define mediante: $R^{-1} = \{ (b, a) \mid (a, b) \in R \}$, si $a R b$, entonces $b R^{-1} a$.

Ejemplo:

Sea el conjunto $A = \{ 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 4, 5, 6 \}$ y R está definida si y solo si $(a + b) \leq 6$. Encuentre la inversa de R .

$R = \{ (1, 4), (1, 5), (2, 4) \}$ y su inversa sería:

$R^{-1} = \{ (4, 1), (5, 1), (4, 2) \}$.

2.3.2.2 RELACIÓN UNIVERSAL

Una relación R sobre un conjunto A recibe el nombre de relación universal, si

$$R = A \times A.$$

Nota:

El producto cartesiano completo $A \times A$ y el conjunto vacío son subconjuntos de $A \times A$.

Ejemplo 1:

Encuentre la relación universal de $A = \{ \text{Azuay, Cañar, Loja} \}$.

$R = A \times A = \{ (\text{Azuay, Azuay}), (\text{Azuay, Cañar}), (\text{Azuay, Loja}), (\text{Cañar, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}), (\text{Cañar, Loja}), (\text{Loja, Azuay}), (\text{Loja, Cañar}), (\text{Loja, Loja}) \}$.

Ejemplo 2:

Encuentre la relación universal de dos vocales.

$B = \{ a, e \}$, ahora vamos a encontrar la relación universal de B que se representada por R .

$R = B \times B = \{ (a, a), (a, e), (e, a), (e, e) \}$.



2.3.2.3 RELACIÓN VACÍA

Una relación R sobre un conjunto A recibe el nombre de relación vacía, si R es el conjunto vacío Φ .

Ejemplo 1:

$A = \{ s, i \}$ y su respectiva relación R_1 es definida si y solo si a forma la palabra “no” con b.

Si $R = A \times A = \{ (s, i), (i, s) \}$, entonces las palabras que se forman son: si y is, pero no satisfacen la condición de formar la palabra no y por lo tanto se concluye que R es un conjunto nulo.

2.3.2.4 RELACIÓN IDENTIDAD

Una relación R sobre un conjunto A se conoce como la relación de identidad,

si $R = \{ (a, a) \mid a \in A \}$, se denota por medio de I_A .

Ejemplo 1:

En la nómina de los jugadores del equipo A y B, se registra los apellidos para cada encuentro deportivo siendo necesario considerar que solo juegan tres miembros por cada equipo. El árbitro del partido se pregunta. ¿Cuál es la relación que existe entre los dos equipos?.

Equipo A: Melgar, Melgar, Melgar.

Equipo B: Melgar, Melgar, Melgar.

$I_1 = A \times B = \{ (Melgar, Melgar), (Melgar, Melgar) \}$, representa por lo tanto de una relación identidad.



2.3.3 OPERACIONES SOBRE RELACIONES

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Complemento

La relación unión de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 \cup R_2) b = a R_1 b \vee a R_2 b.$$

La relación intersección de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 \cap R_2) b = a R_1 b \wedge a R_2 b.$$

La relación diferencia de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 - R_2) b = a R_1 b \wedge \neg a R_2 b.$$

La relación complementaria de R_1 , se define mediante:

$$a (R_1') b = \neg a R_1 b.$$

Ejemplo 1:

Sean las relaciones binarias $R_1 = \{ (Juan, Fútbol), (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}$, es la relación de A a B que se define por a es la persona que mira el deporte b y $R_2 = \{ (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}$ es la relación de D a E que se define por d es la persona que practica el deporte e. Realice las siguientes operaciones entre relaciones.

UNIÓN

$$R_1 \cup R_2 = \{ (Juan, Fútbol), (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}.$$

INTERSECCIÓN

$$R_1 \cap R_2 = \{ (Pedro, Básquet), (Jorge, Golf) \}.$$

DIFERENCIA

$$R_1 - R_2 = \{ (Juan, Fútbol) \}.$$

COMPLEMENTO

$$R_2' = \{ (Juan, Fútbol) \}.$$



2.3.4 COMPOSICIÓN DE RELACIONES

Si R es una relación de un conjunto A a B y S es una relación de un conjunto B a C es decir, R es un subconjunto de $A \times B$ y S es un subconjunto de $B \times C$, entonces la composición de R y S , denota por $R \bullet S$. Esta es definida como $a (R \bullet S) c$, si para algún $b \in B$, se tiene $a R b$ y $b R c$.

Es decir, $R \bullet S = \{ (a, c) \text{ existe alguna } b \in B \text{ para la cual } (a, b) \in R \text{ y } (b, c) \in S \}$.

Nota:

Recuerda que si los pares obtenidos son repetidos solo se escribe una vez.

Para la relación $R \bullet S$, el dominio es un subconjunto de A y el rango es un subconjunto de C .

Si R es una relación sobre un conjunto A , entonces $R \bullet R$; la composición de R consigo mismo siempre está definida y algunas veces se denota como R^2 . Se puede hacer una composición de $R \bullet R$ siempre y cuando los elementos del dominio y el rango coincidan.

En los siguientes ejemplos conoceremos acerca de la utilidad de la composición de las relaciones.

Ejemplo 1:

Sean las relaciones binarias $R_1 = \{(Jimmy, Maritza), (Christopher, Maritza)\}$, y $R_2 = \{(Maritza, Pedro)\}$, establezca la composición de R_1 y R_2 . Si R_1 es la relación entre los hermanos varones y mujeres y R_2 la relación entre esposos.

$$R = R_1 \bullet R_2 = \{ (Jimmy, Pedro), (Christopher, Pedro) \}.$$

Ejemplo 2:

Un grupo de amigos de la ciudad de Bogotá desean movilizarse a distintos lugares de la ciudad de Cuenca, para ello se les facilitan las siguientes relaciones binarias.

$R_D = \{ (Jimmy, Terminal), (María, Arenal), (Nelly, Tres Puentes), (Héctor, Coliseo J.P.Q) \}$ y R_D es la relación que existe entre la persona y el lugar al que desea llegar.



$R_T = \{ (\text{Terminal}, 7), (\text{Terminal}, 12), (\text{Terminal}, 18), (\text{Tres Puentes}, 5), (\text{Tres Puentes}, 22), (\text{Arenal}, 7), (\text{Arenal}, 18), (\text{Arenal}, 2), (\text{Crea}, 100), (\text{Coliseo J.P.Q}, 2), (\text{Coliseo J.P.Q}, 7), (\text{Coliseo J.P.Q}, 13) \}$, establezca la composición de R_D y R_T .

R_T es la relación que existe entre un lugar y la línea de transporte.

$R_D \bullet R_T = \{ (\text{Jimmy}, 7), (\text{Jimmy}, 12), (\text{Jimmy}, 18), (\text{María}, 7), (\text{María}, 18), (\text{María}, 2), (\text{Nelly}, 5), (\text{Nelly}, 22), (\text{Héctor}, 2), (\text{Héctor}, 7), (\text{Héctor}, 13) \}$.

La composición entre $R_D \bullet R_T$ es la relación que existe entre la persona y la línea que debería subir para llegar a un lugar determinado.

Ejemplo 3:

Juan, Pedro y Carlos desean conocer a los docentes encargados de impartir clases de las materias de Física, Informática y Óptica, para ello se les facilita desde secretaria las siguientes relaciones binarias.

$R_1 = \{ (\text{Juan}, \text{Física}), (\text{Pedro}, \text{Informática}), (\text{Pedro}, \text{Software}), (\text{Carlos}, \text{Óptica}) \}$ y

R_1 es la relación que existe entre la persona y la materia.

$R_2 = \{ (\text{Física}, \text{Santiago}), (\text{Informática}, \text{Lourdes}), (\text{Software}, \text{Lourdes}), (\text{Óptica}, \text{Santiago}) \}$, establezca la composición entre R_1 y R_2 .

R_2 es la relación que existe entre la materia y el docente asignado.

$R_1 \bullet R_2 = \{ (\text{Juan}, \text{Santiago}), (\text{Pedro}, \text{Lourdes}), (\text{Carlos}, \text{Santiago}) \}$.

La composición entre $R_1 \bullet R_2$, es la relación que existe entre el estudiante y el docente.

2.4 OPERACIONES CON CONJUNTOS

En esta sección se muestra las diferentes formas de combinar los conjuntos. La ilustración que está a continuación muestra las diferentes formas que realizar operaciones entre los conjuntos.



En el estudio de los conjuntos es conveniente en ciertas ocasiones el uso de los diagramas de Venn.

2.4.1 UNIÓN

La unión de dos conjuntos es "...el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B " (Seymour & Lars, 2007, pág. 4) o a ambas.

Se representa con el símbolo: " \cup ".

Se denota como: $A \cup B = \{ x / x \in A \vee x \in B \}$.

En el libro *Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole* Alfonso Bustamante Arias, se expresa las siguientes propiedades y teoremas.

Propiedades:

- **Propiedad del universo:** $A \cup U = U$

Sea $U = \{ \text{Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre, Diciembre} \}$ y $A = \{ x/x \text{ los primeros meses del 2016} \}$. Se puede apreciar que los elementos Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio son iguales a ciertos elementos de U , por lo que $A \cup U = U$ debido a que A es un subconjunto de U .



- **Propiedad conmutativa: $A \cup B = B \cup A$**

Ejemplo: Un granjero realiza la clasificación de hortalizas. Primero, considera según los frutos representado por $A = \{\text{tomates, pimiento, berenjena, calabacín, pepino, aguacate}\}$ y por las raíces $B = \{\text{zanahoria, nabo, remolacha}\}$. Si se colocan las hortalizas dentro de una caja en el orden de raíces a frutos y luego viceversa para conocer si el contenido de la caja ha sido modificación.

No se modifica debido a que si se coloca los elementos A y después de B o viceversa los productos dentro de la caja a pesar del orden de introducción siempre serán los mismos.

- **Propiedad asociativa: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$**

Ejemplo: Utilizando el ejercicio anterior podemos apreciar que al adjuntar el conjunto de hortalizas clasificado para este caso por tubérculos como $C = \{\text{patata, batata}\}$, que al ser unido en cualquier orden a la caja se puede mencionar que el resultado no se altera.

Nota: Recuerda resolver las operaciones entre los conjuntos en el orden de paréntesis, llaves y corchetes.

- **Propiedad Idempotencia: $A \cup A = A$**

Ejemplo: Las partes de un árbol de los parques Calderón y de la Madre, comprenden con hojas, flores, frutos, tallos y la raíz. Si se realiza la unión de las partes que comprende cada árbol se obtiene que:

El árbol del parque Calderón como del parque de la Madre comprenden las mismas partes

Teoremas:

- Un conjunto A está contenido en otro conjunto B, si y sólo si la unión de A y B es B.

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B.$$

- Si dos conjuntos, A y B, están incluidos en un mismo conjunto C, entonces la unión de ambos también está incluida en C.



Ejemplo 1: Determine la unión entre los conjuntos A y B.

A



B



Si $A = \{ \text{esferos de color azul} \}$, $B = \{ \text{temperas de colores} \}$, se puede apreciar que la cantidad de elementos, tanto del conjunto A como de B pertenecen a C debido a que la operación de la unión realiza la acción de agrupar los elementos de A y B, por lo que se concluye que la operación de $A \cup B = \{ \text{esferos de color azul, temperas de colores} \}$.

C





2.4.2 INTERSECCIÓN

“La intersección de dos conjuntos A y B..., es el conjunto de elementos que pertenecen tanto a A como a B” (Veerarajan, 2008, pág. 55).

Se representa con el símbolo: “ \cap ”.

Su denota como: $A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$, se deduce que:

- $x \in A \cap B$ si y sólo si $x \in A \wedge x \in B$.
- $x \notin A \cap B$ si y sólo si $x \notin A \vee x \notin B$.

La intersección de conjuntos satisface las siguientes propiedades, las mismas que están tomadas del siguiente libro: Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole Alfonso Bustamante Arias.

Propiedades:

- $A \cap B \subset A$ y $A \cap B \subset B$

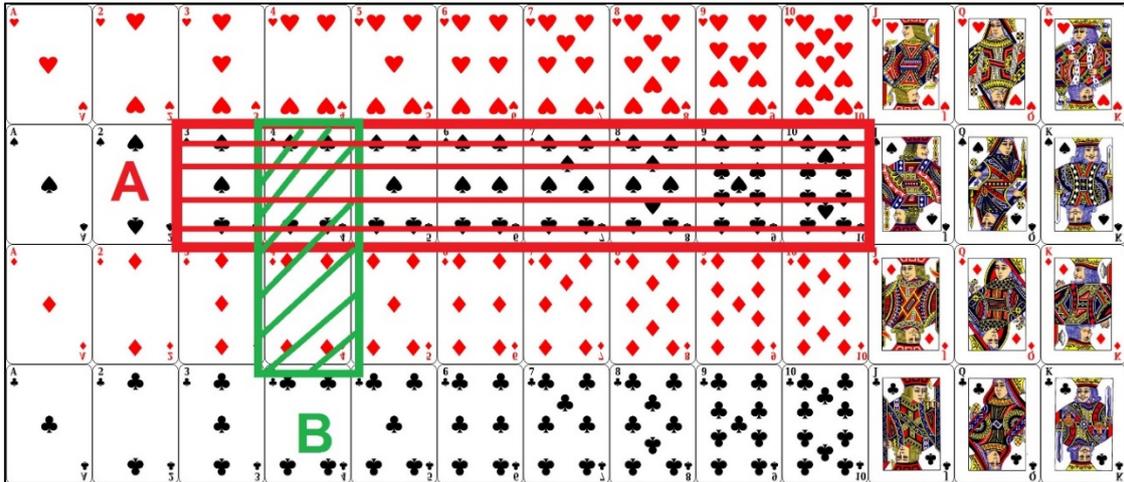
Ejemplo: La lista de utilices de Carlos es representada por $A = \{\text{lápiz, esferos, cuadernos, libreta}\}$, mientras que de Antonela es $B = \{\text{borrador, marcadores, calculadora, esferos, lápiz}\}$. Se desea saber si ciertos artículos que coinciden entre A y B es un subconjunto. Los elementos que coinciden entre A y B, son los esferos y el lápiz que están representado por $(A \cap B)$, como un subconjunto de A.

- $A \cap \Phi = \Phi$

Ejemplo: Sea el conjunto $A = \{x/x \text{ los componentes de un ordenador}\}$ y se desea conocer la relación con respecto al conjunto $B = \{\text{personas con 20 brazos}\}$. La intersección permite obtener los elementos comunes que existen entre A y B, pero para este caso es el vacío debido a que está presente en cualquier conjunto.

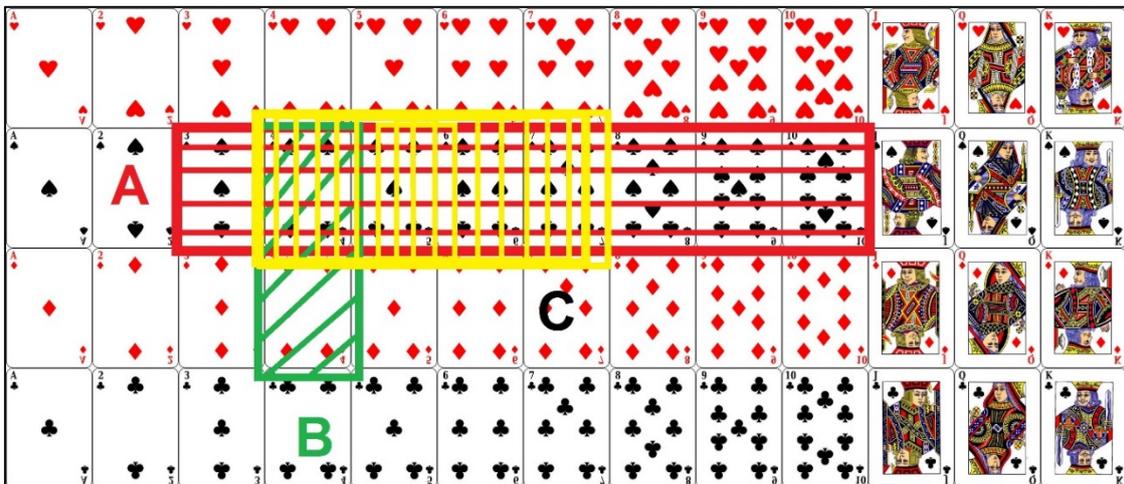
- $A \cap B = B \cap A$

Ejemplo: $A = \{ 3,4,5,6,7,8,9,10 \}$ y $B = \{ x/x \text{ cuatro de picas y brillos} \}$. Se puede apreciar que la intersección de $A \cap B$, es igual que $B \cap A$ como se aprecia en el gráfico.



- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Ejemplo: Sea $A = \{ 3,4,5,6,7,8,9,10 \}$, $B = \{ x/x \text{ cuatro de picas y brillos} \}$ y C es representado por la sección rayada de color amarilla. Se puede apreciar que la intersección entre B con C y A es igual a la operación $(A \cap B) \cap C$.



- $A \cap A = A$

Ejemplo: La empresa de transporte X pasa por las siguientes ciudades: $A = \{\text{Ambato, Tambo, Cañar, Azogues, Cuenca}\}$ de ida a Quito, pero cuando retorna a la ciudad de Cuenca se puede evidenciar que los elementos en común entre A y A es A.

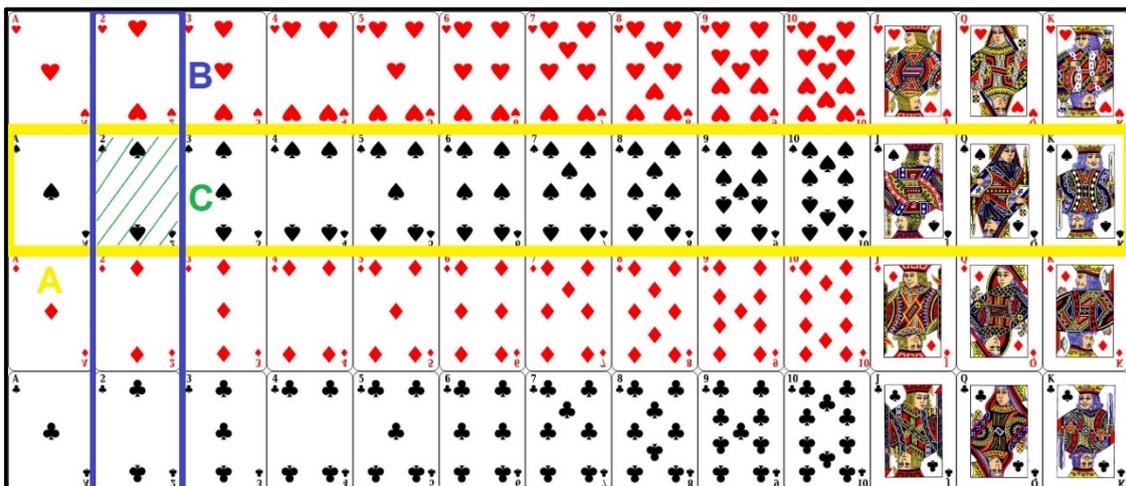
Teoremas:

- Si un conjunto está contenido en otros dos, está contenido en la intersección de ambos.
- Es condición necesaria y suficiente para que un conjunto A esté incluido en otro conjunto B, que la intersección de A y B sea A.

$$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$$

Ejemplo 1: Determine la intersección entre los conjuntos A y B.

Si $A = \{\text{cartas de corazones negros}\}$, $B = \{\text{cartas marcadas con el numero dos}\}$, se puede apreciar una carta en común entre los dos conjuntos, por lo que se concluye que la operación de $A \cap B = C$. Utilizando diagramas de Venn tenemos que el conjunto C es la sección rayada de color verde.





2.4.3 COMPLEMENTO

“Si U es el conjunto universal y A es cualquier conjunto, entonces el conjunto de elementos que pertenecen a U pero no pertenecen a A se denomina complemento” (Veerarajan, 2008, pág. 55).

Se representa con el símbolo: “ ’ ” o “ C ”.

Se denota como: $A' = A^C = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$.

Propiedades:

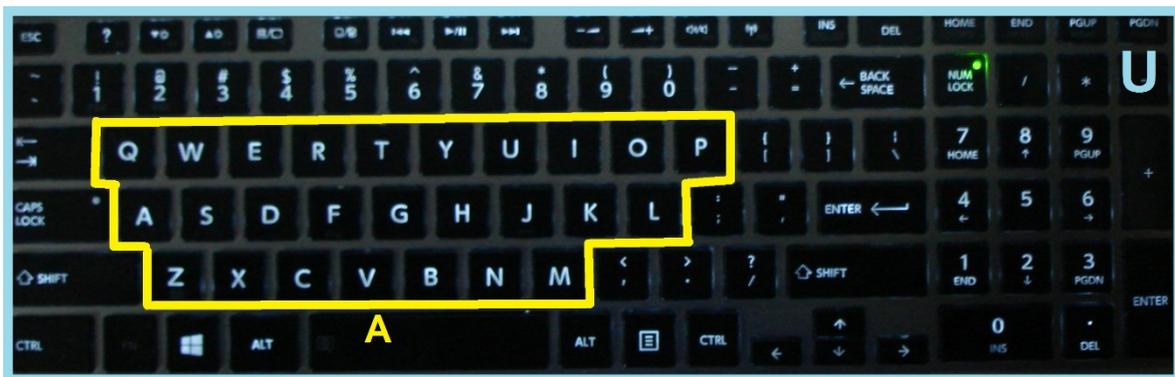
- $A' \cap A = \emptyset$
- **Ejemplo:** Se tiene que Carlos posee billetes de 1, 2, 5, 10, 20, 50 y 100, pero en la feria de ropa se gasta todo su dinero en la compra de varios prendas de vestir. En un primer momento Carlos poseía un conjunto $A = \{1, 2, 5, 10, 20, 50, 100\}$, su $A' = \emptyset$ debido a que se gastó todo su dinero. Al intersectar estos dos conjuntos, observamos que no existen ningún elemento en común por lo tanto $A' \cap A = \emptyset$
- $A'' = A$.
Ejemplo: Utilizando el ejercicio anterior, Carlos al quedarse sin dinero se plantea recuperar su inversión, por lo que vende todo la mercadería a su vecina al mismo precio que adquirió durante la feria. Si el complemento de A era quedarse sin dinero, el complemento del complemento de A sería recuperar todo el dinero invertido, por lo que el resultado es $A'' = \{1, 2, 5, 10, 20, 50, 100\}$.

Teorema:

- Si un conjunto A está contenido en B , el complemento de B está contenido en el complemento de A .

Ejemplo 1: Determine el complemento del conjunto A.

Si $A = \{ \text{teclas que contengan el alfabeto en un ordenador} \}$, $U = \{ \text{todas las teclas del ordenador} \}$, el complemento de A' sería todas las teclas de un ordenador que no pertenezcan al conjunto A, por lo que se concluye que la operación de A' son las teclas que no se encuentran en la zona delimitado de color amarillo.



2.4.4 DIFERENCIA

“...la *diferencia* de A y B , denotada por $A - B$, es el conjunto de elementos que pertenecen a A pero que no pertenecen a B ” (Seymour & Lars, 2007), la misma que se la conoce como complemento relativo.

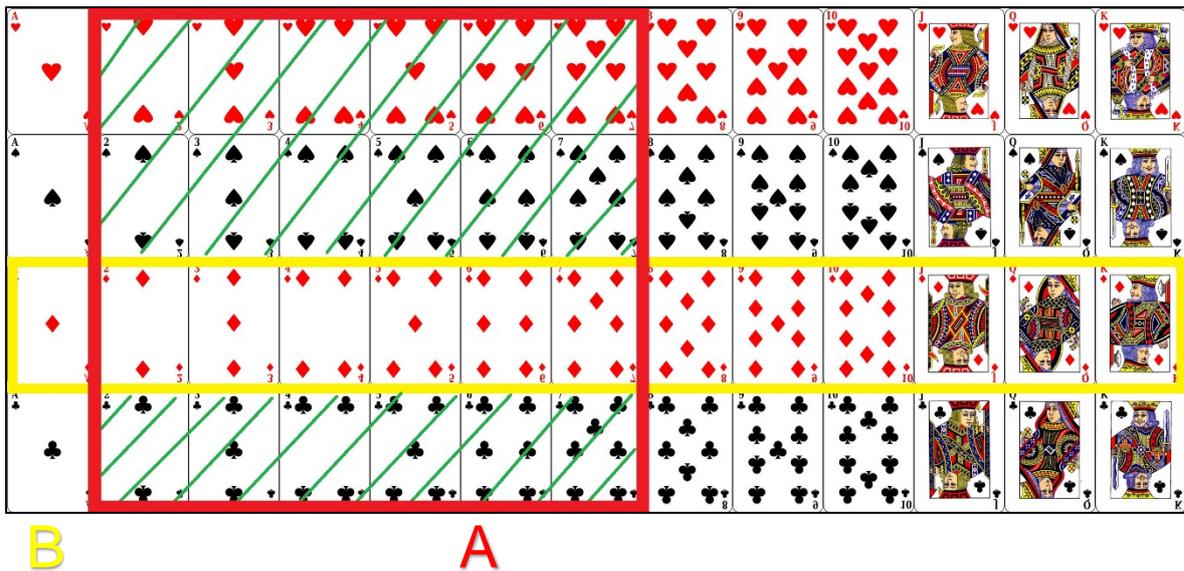
Se representa con el símbolo: “ - ”.

Se denota como: $A - B = \{ x / x \in A \wedge x \notin B \}$, se deduce que:

- $x \in (A - B)$ si y sólo si $x \in A \wedge x \notin B$.
- $x \notin (A - B)$ si y sólo si $x \notin A \vee x \in B$.

Ejemplo 1: Determine la diferencia del conjunto A con respecto a B.

Si el conjunto universo son todas las cartas del maso, A son solo las cartas que pertenecen a los números entre el dos y el siete y B son las cartas que tienen marcado con los diamantes. La diferencia entre A y B son los elementos que pertenecen solo a A pero no a B, por lo que se concluye que la operación de $A - B = C$ que es la sección rayada de color verde.





CAPÍTULO III

DESARROLLO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

3.1 PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

La presente propuesta contiene el desarrollo, implementación y dotación de los objetos de aprendizaje (OA) de la Teoría de Conjuntos en los temas: Determinación, clasificación, relaciones y operaciones con conjuntos, dirigida a los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca e indirectamente a docentes de Matemáticas bajo la consideración de la metodología del aprendizaje activo y significativo.

El ExeLearning, es el elemento principal en nuestro trabajo de titulación, debido a que es más fácil de aprender a manipular como para crear elementos en base a las herramientas que dispone. Estas permiten la elaboración de los OA, permitiendo la incorporación de diferentes recursos multimedia tales como imágenes, videos, animación entre otros.

El software ExeLearning se encuentra albergado en el siguiente sitio web:
<http://exelearning.net/>.

3.1.1 PLAN DE LA PROPUESTA

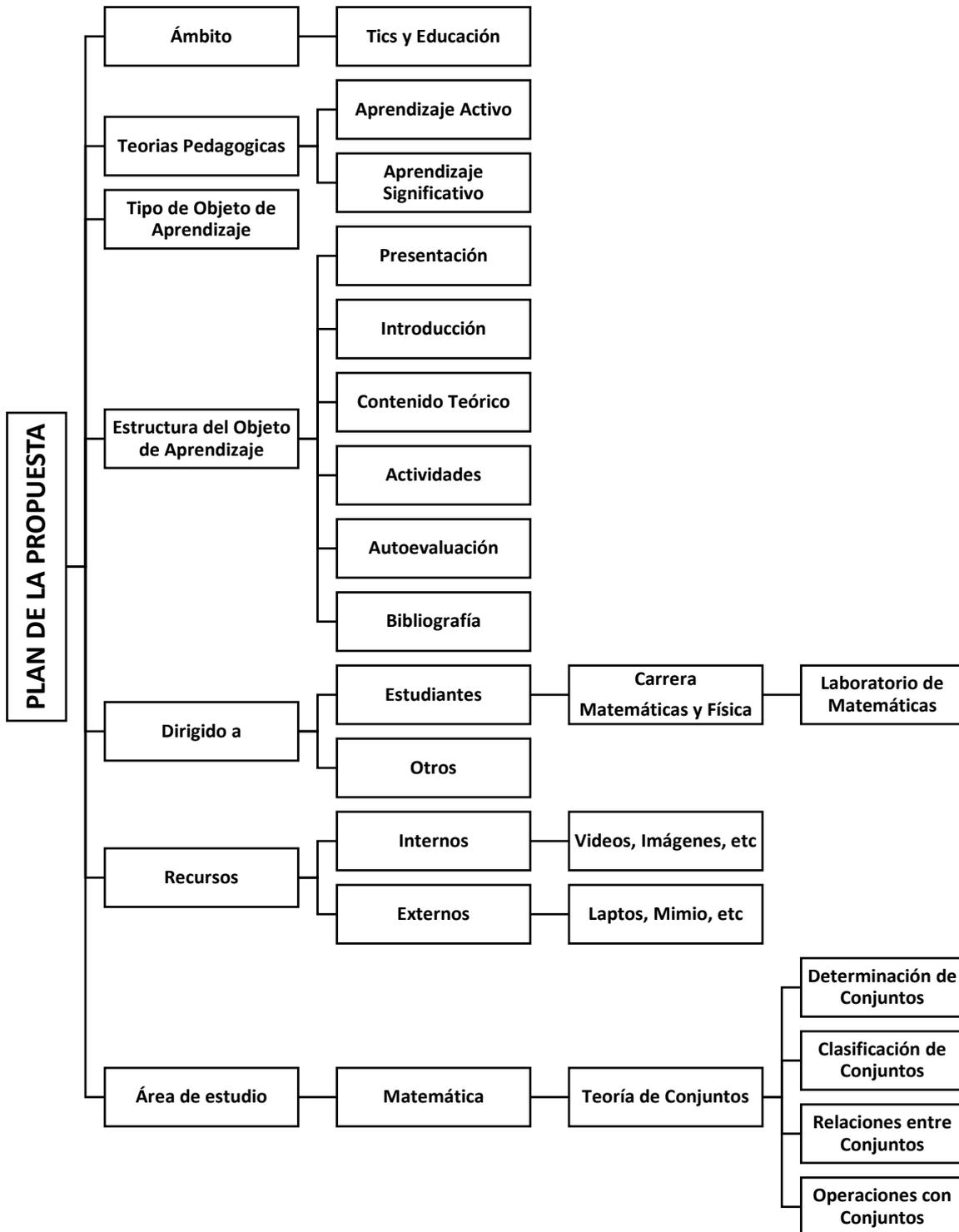


Gráfico 1: Plan de la propuesta.



3.2 DESARROLLO DE LA PROPUESTA

3.2.1 DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

En base a la investigación realizada en este proyecto se evidencio la existencia de diferentes posturas sobre la concepción de un OA, por lo tanto se considera a éste, como un recurso multimedia que constituye ser una capsula de información con disponibilidad de acceso a recursos internos multimedia bajo una estructura mínima de componente con el propósito de fortalecer los aprendizajes.

De igual forma, las guías didácticas son la base para el diseño y la elaboración de los OA, los cuales son expuestas por el proyecto de investigación DIUC “Impacto de un proceso de inducción mediante OA a los alumnos de primer año de la Universidad de Cuenca” y la información expuesta por la Universidad de Valencia y a su vez en el portal *Colombia Aprende* como aquellos los contenidos teóricos para la elaboración de este proyecto.

3.2.1.1 ESTRUCTURA DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

Dentro del marco de indagación se considera los siguientes contenidos internos y externos representados en la siguiente ilustración, para los temas de: Determinación, clasificación, relaciones y operaciones con conjuntos.

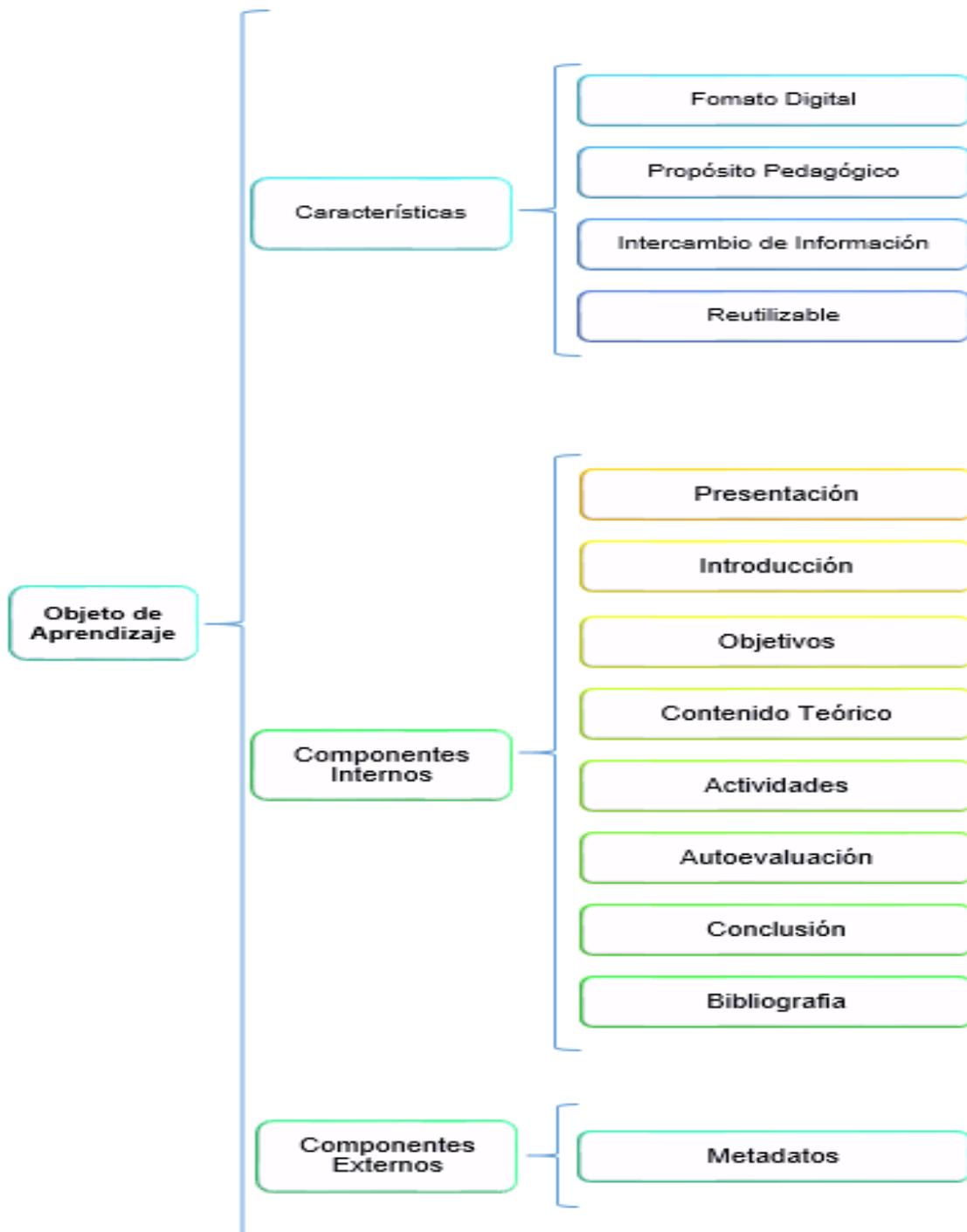


Gráfico 2: Estructura del OA

Una vez elaborado los OA, en cada componente interno está plasmado en el menú principal la misma que se puede visualizar en la parte izquierda de la pantalla. Cabe mencionar que los metadatos serán ubicados al final de cada guía para presentar en detalle ciertas características del contenido que se realiza cada recurso.

En la implementación del OA se realiza la transferencia de los contenidos de las guías a un al software para este caso es de libre acceso, el mismo que presenta una serie de IDevice con características para la inserción de los contenidos de acuerdo a las aspiraciones que se presenta por los diseñadores ya que en ciertos caso se hace uso de la Pizarra Digital Interactiva como la herramienta para la grabar video de tipo explicativo como una de los recursos físicos valiosos que posee el laboratorio de Matemáticas de la carrera de Matemáticas y Física.

3.2.1.2 COMPONENTES DEL OBJETO DE APRENDIZAJE INTERNOS

Los componentes internos se encuentran insertados en el menú de los OA, los mismos que contienen teoría, actividades, videos etc... de cada tema de estudio, facilitan la navegación en las diferentes pantallas.



Ilustración 3: Menú

1. PRESENTACIÓN

En esta sección se consideró colocar en la parte central de la pantalla el escudo de la Universidad de Cuenca, seguido de los datos generales del OA tales como: Nombre de la institución, facultad, carrera, título del OA, diseñadores y coordinador/a.

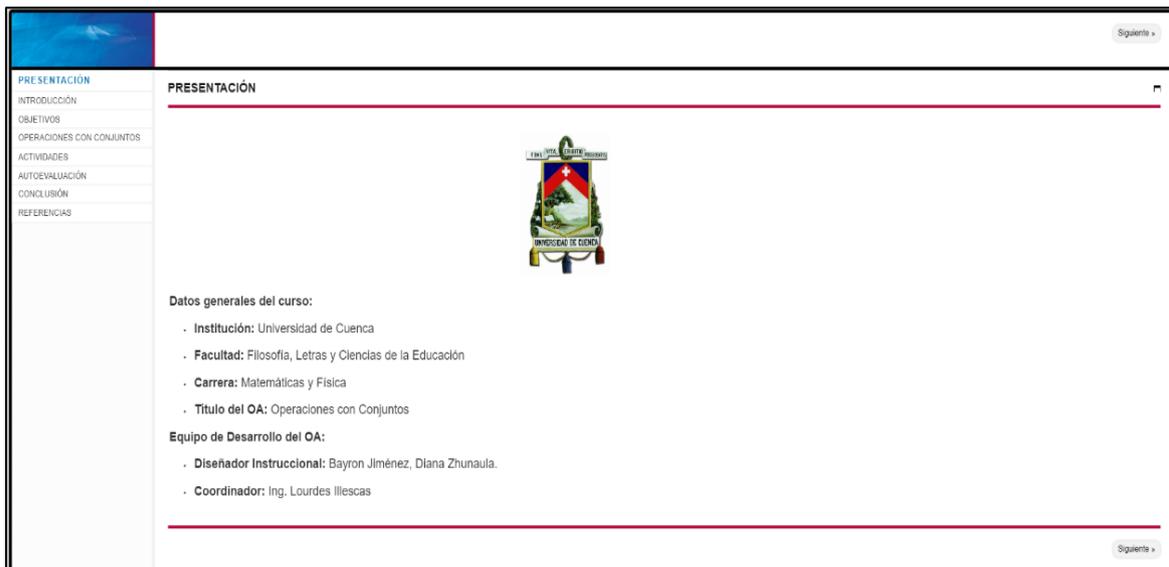


Ilustración 4: Presentación del OA.

2. INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta un preámbulo de los contenidos de cada tema planteado en este proyecto, el mismo que presenta una imagen general en los OA.

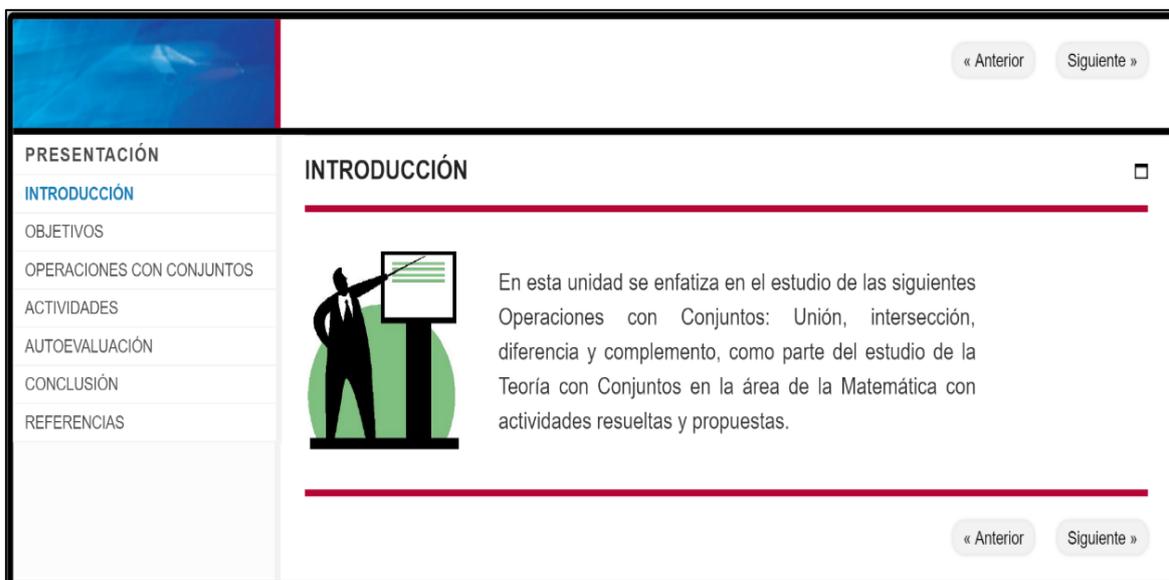


Ilustración 5: Introducción del OA.

3. OBJETIVOS

En este apartado se detallan los objetivos que se pretenden alcanzar al término del uso del OA. Además, contiene un avatar animado el mismo que lleva una voz que narra los objetivos propuestos.



« Anterior Siguiente »

PRESENTACIÓN

- INTRODUCCIÓN
- OBJETIVOS**
- OPERACIONES CON CONJUNTOS
- ACTIVIDADES
- AUTOEVALUACIÓN
- CONCLUSIÓN
- REFERENCIAS

OBJETIVOS

Objetivos

POWERED BY xoddcast

Avatar Animado

- ✓ Reconocer los diferentes tipos de Operaciones con Conjuntos como sus conceptos, propiedades y teoremas.
- ✓ Interpretar y analizar las regiones que definen a cada operación mediante el uso de los diagramas de Venn.
- ✓ Reforzar los conocimientos por medio de actividades y/o ejercicios propuestos.

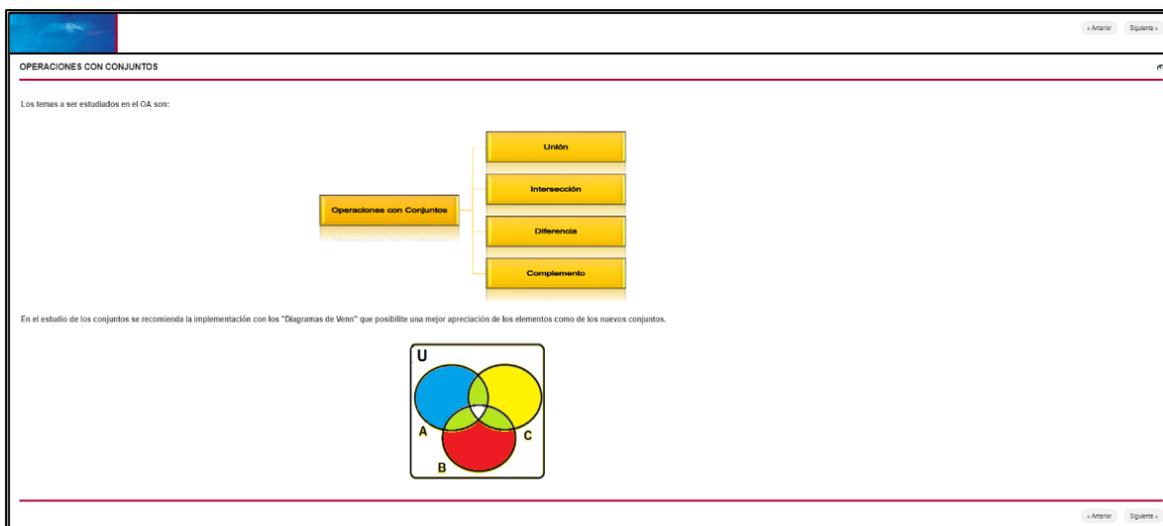
Preview

« Anterior Siguiente »

Ilustración 6: Objetivos del OA.

4. CONTENIDO TEÓRICO

Este componente muestra toda la información para el desarrollo de los subtemas como las definiciones, propiedades, nomenclatura, etc... de la forma más clara y resumida posible.



« Anterior Siguiente »

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Los temas a ser estudiados en el OA son:

- Operaciones con Conjuntos
 - Unión
 - Intersección
 - Diferencia
 - Complemento

En el estudio de los conjuntos se recomienda la implementación con los "Diagramas de Venn" que posibilite una mejor apreciación de los elementos como de los nuevos conjuntos.

U

A B C

« Anterior Siguiente »

Ilustración 7: Contenido Teórico del OA.

5. ACTIVIDADES

Se presenta un conjunto de ejercicios propuestos para el estudiante, el mismo que será desarrollado en base a la teoría establecida en cada OA. Estos ejercicios comprenden, preguntas de verdadero y falso, rellenar huecos, relacionar columnas, ordenar objetos, preguntas de elección múltiple y sitios webs externos, etc.

En las siguientes ilustraciones se puede visualizar ciertas actividades que han sido incorporadas dentro del OA.

Ejemplo 1:



OPERACIONES CON CONJUNTOS

0/5
NUM. INTENTOS

100
PUNTOS

00:32
TIEMPO

INTERSECCIÓN: $(A \cap B) \cap C$.

COMPLEMENTO: $(A \cup B)^c$.

UNIÓN: $(A \cup B) \cup C$.

DIFERENCIA: $A - C$.

U

U

U

U

Ilustración 8: Actividad del OA

6. AUTOEVALUACIÓN

En esta sección se ha creído conveniente incorporar actividades que ayude al estudiante a fortalecer el aprendizaje, mediante una variedad de los recursos factibles en el internet en acciones tales como: Preguntas de elección múltiple, preguntas de selección múltiple, verdadero o falso, entre otras.

Las imágenes mostradas a continuación presentan algunos de los varios ejercicios empleados en la evaluación de un OA.

Ejemplo 1:



OPERACIONES CON CONJUNTOS

100 PUNTOS

00:04 TIEMPO

A B C

Responde a estas preguntas
Elija la opción correcta.

- a) $(A \cup C) - B$
- b) $(A \cap B) \cup C'$
- c) $(A \cup B)'$
- d) $A' \cup A$

Anterior 1/5 Siguiete

Ilustración 9: Autoevaluación del OA.

Ejemplo 2:

Ilustración 10: Autoevaluación del OA

Ejemplo 3:

Ilustración 11: Autoevaluación del OA.

7. CONCLUSIÓN

Es una sección que presenta las destrezas que el estudiante desarrolló al término del uso de OA.

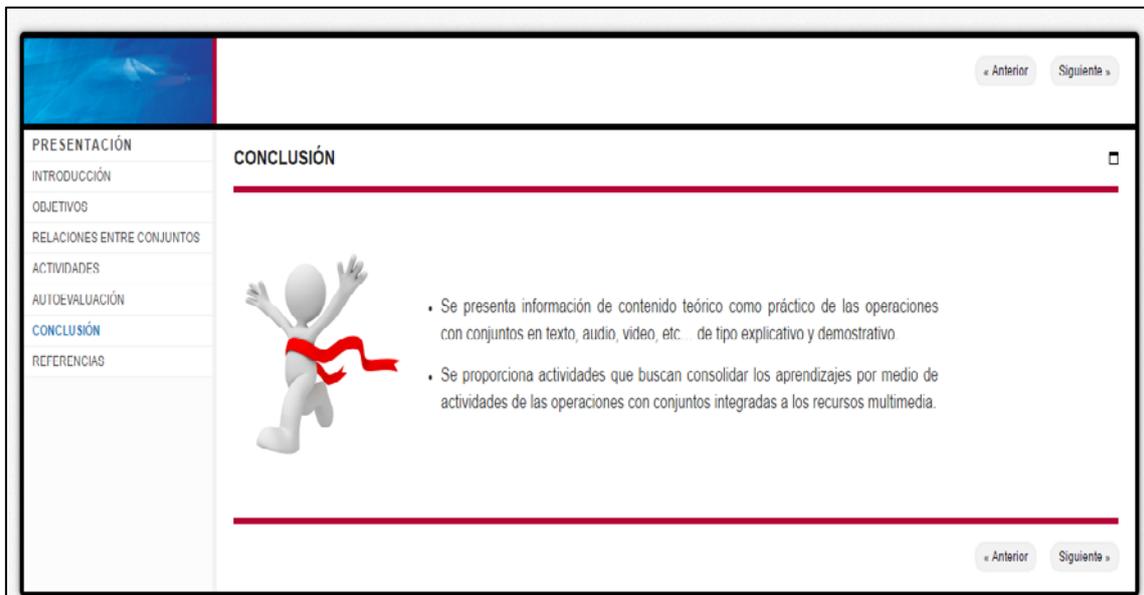


Ilustración 12: Conclusión del OA.

8. REFERENCIA

Esta pantalla muestra los recursos bibliográficos que se utilizaron para desarrollar los contenidos y actividades del OA, tales como: libros y sitios web que forman parte fundamental para la construcción de este recurso.

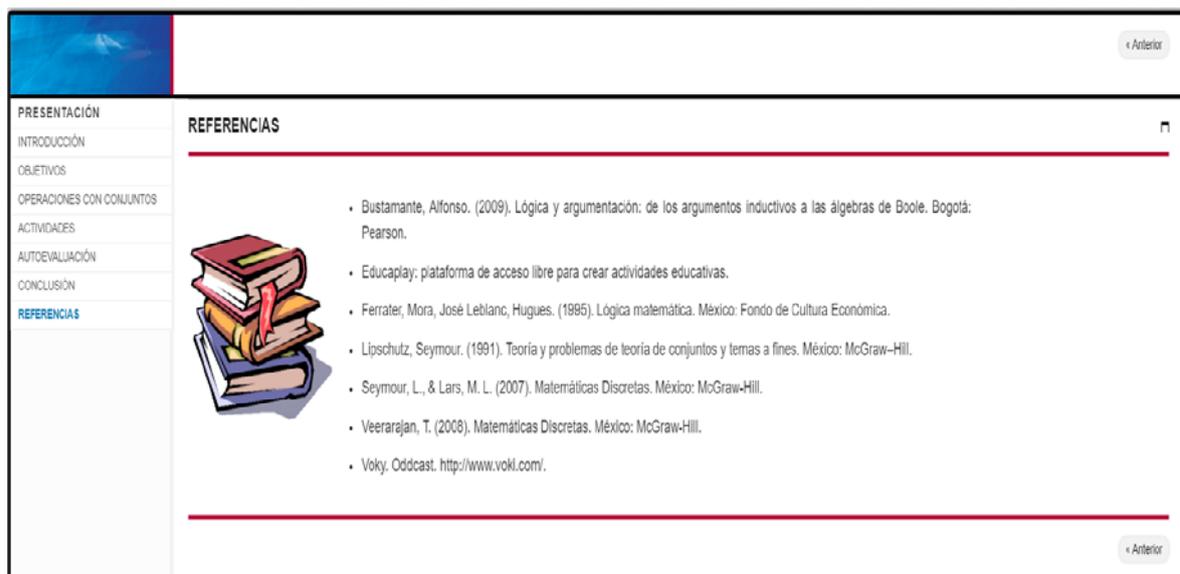


Ilustración 13: Referencias del OA.

3.2.1.3 RECURSOS UTILIZADOS EN EL OBJETO DE APRENDIZAJE

Los recursos que se han utilizado para la elaboración de los OA, son de tipo físico y digital, los mismos que han sido empleados para la inclusión del contenido teórico y las actividades en cada pantalla.

Los recursos físicos utilizados para la elaboración de los OA son:

Pizarra Digital Interactiva (PDI), el software *Mimio Studio* 11.5, micrófono, proyector, computadores, parlantes los cuales han sido utilizados para la elaboración de videos.

De la misma forma los recursos digitales son:

Sitios web que proporcionan alternativas de generar actividades, donde se ha podido observar, manipular e evidenciar la utilidad de los recursos para expandir la diversidad de alternativas presentes en el OA.

Educaplay: Es un software educativo de libre acceso, el cual contiene 15 actividades que pueden ser creadas por el usuario, como por ejemplo sopa de letras, relacionar, relacionar columnas, crucigramas, etc... los cuales parte de estas han sido insertados en los OA mediante códigos embebidos que el mismo sitio web proporciona. Este recurso se encuentra en el siguiente sitio web: <https://www.educaplay.com/>

Oddcast y Voky: Estos software que nos permite crear avatares animados con diferentes personajes que pueden ser escogidos y modificados a criterio personal. El mismo que se encuentran a disposición en las siguientes páginas webs.

Oddcast: http://host-d.oddcast.com/php/application_UI/doorId=357/clientId=1/

Voky: <http://www.voki.com/>



AlfaOmega: Es un libro web de libre acceso, que actúa como simulador el cual se dispone en su menú de las siguientes pestañas:

- Operaciones básicas.
- Operaciones con conjuntos.
- Leyes de conjuntos.

Se encuentra disponible en: <http://conjuntos12345.weebly.com/simulador.html>

Para la elaboración de gráficos se utilizó el software Paint que permite manipular una imagen bajo un entorno virtual desarrollado por Microsoft. El aporte en este proyecto comprende el desarrollo de diagramas de Venn bajo la disponibilidad de las herramientas que permite crear y pintar secciones de las operaciones entre conjuntos. Este recurso se puede acceder desde tu buscador en tu ordenador.

ExeLearning es un software que permite la creación de material para el aprendizaje en base a la inserción de texto, imagen, video entre otras ventajas que posee esta herramienta mediante sus iDevice.

3.2.1.4 GUIAS DIDÁCTICAS DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

El formato de las siguientes guías didácticas son evaluadas y validadas por expertos como parte de este proyecto desde una propuesta del proyecto de investigación DIUC “Impacto de un proceso de inducción mediante OA a los alumnos de primer año de la Universidad de Cuenca”.



3.2.1.4.1 GUÍA 1: DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN EL TEMA: DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS”

Guía Didáctica 2

“DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS”

Versión:	2.0.4
Fecha creación:	13 de Marzo de 2016.
Última actualización:	14 de Junio de 2016.
Estado del Documento:	Aprobado.
Cliente:	Universidad de Cuenca.
Elaborado por:	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Revisado por:	Ing. Lourdes Illescas.



TABLA DE CONTENIDOS

TÍTULO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE:

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

OA1-P01 Presentación

OA1-P02 Introducción

OA1-P03 Objetivo General

OA1-P04 Contenido Teórico

OA1-P05 Extensión

OA1-P06 Comprensión

OA1-P07 Diagramas de Venn

1.2 OA1-P08 ACTIVIDADES

1.3 OA1-P09 AUTOEVALUACIÓN

1.4 OA1-P10 CONCLUSIÓN

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA1-P11 REFERENCIAS

1.6 METADATOS



1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE CONTENIDOS

A continuación se detallan cada uno de los elementos que forman parte del OA, distribuido de forma ordenada en cada pantalla.

OA1-P01: PRESENTACIÓN

En esta pantalla se detallan los datos generales tales como: Nombres de los diseñadores y coordinador del OA.

En esta sección se colocará el escudo de la Universidad de Cuenca.

- **Datos generales del curso:**

Institución: Universidad de Cuenca.

Facultad: Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

Carrera: Matemáticas y Física.

Título del OA: Determinación de Conjuntos.

- **Equipo de Desarrollo del OA:**

Diseñadores Instruccionales: Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.

Coordinador: Ing. Lourdes Illescas.

OA1-P02: INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta un preámbulo de los contenidos plasmados en el OA, como parte del estudio de determinación de conjuntos.

En esta sección se colocará un gráfico.	En este tema, las actividades y ejercicios están encaminados a fortalecer el aprendizaje en la determinación de conjuntos, específicamente en las formas: Por extensión, comprensión y diagramas de Venn con sus respectivas definiciones y representaciones gráficas.
---	--

OA1-P03: OBJETIVO GENERAL

En esta sección se detalla los objetivos generales, los cuales se pretenden que el estudiante llegue alcanzar al término del uso del OA.

<p>En esta sección se colocará un avatar animado el cual contiene una voz que narra los siguientes objetivos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer los diferentes tipos que existen para determinar un conjunto. • Comprender los enunciados de determinación de conjuntos. • Resolver las actividades y ejercicios propuestos.
---	--

OA1-P04: CONTENIDO TEÓRICO

En esta sección se presenta la teoría de la materia de la forma más concreta y resumida posible.

FORMAS DE DETERMINAR UN CONJUNTO

Un conjunto está bien determinado si se sabe exactamente cuáles son los elementos que pertenecen a él y cuáles no, existen tres formas para determinar un conjunto:

En esta sección se colocará un gráfico.

OA1-P05: EXTENSIÓN

Esta primera forma de determinar un conjunto consiste en enumerar sus elementos uno a uno, separados por comas y encerrados entre llaves como se muestra en los siguientes ejemplos:

- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.

$$V = \{ a, e, i, o, u \}$$

- Determine el conjunto de las partes de un árbol.



$A = \{ \text{raíz, tallo, hoja, flor, fruto} \}$



Determine el conjunto de los números no negativos que sean múltiplos de tres y menores a 20.

$$N = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18 \}$$

Nota:

- No olvides escribir los valores y letras en orden ascendente.

OA1-P06: COMPRENSIÓN

Se dice que un conjunto está definido por comprensión cuando se especifica una propiedad que caracteriza a todos los elementos del mismo. Existen conjuntos que al expresar su solución es necesario escribir más de una característica como se muestra a continuación.

Ejemplos:

- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.

$$N = \{ x/x \text{ sea una vocal} \}$$

- Determine el conjunto de las partes de un árbol.

$$A = \{ x/x \text{ sea parte de un árbol} \}$$

- Determine el conjunto de los números no negativos que sean múltiplos de tres y menores a 20.

En este ejemplo vemos como el enunciado nos da varias condiciones

Primera condición: **los números no negativos**

Segunda condición: **múltiplos de tres**

Tercera condición: **menores a 20.**

Entonces el conjunto solución tendrá más de una característica como se muestra a continuación.

$$A = \{ x/x \in \mathbb{N}, \text{ sea múltiplo de } 3 \wedge 0 \leq x \leq 20 \}$$

Nota:

El símbolo x/x se le x tal que x , el mismo que irá en todos los conjuntos soluciones cuando se determine por comprensión, antes de mencionar la característica del conjunto.



OA1-P07: DIAGRAMAS DE VENN

Un diagrama de Venn es un gráfico donde los conjuntos se representan con regiones encerradas en un plano que permite la visualización de todos los elementos que se encuentran dentro de cada conjunto y las diferentes formas en las que se relacionan cada una de ellas.

Ejemplo:

- Determine el conjunto de las vocales del alfabeto.
En esta sección se colocará un gráfico.
- Determine el conjunto de las partes de un árbol.
En esta sección se colocará un gráfico.
- Determine el conjunto de los números que sean múltiplos de tres, mayores a 0 y menores a 20.
En esta sección se colocará un gráfico.

OA1-P08: EJEMPLOS DE DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

A través del siguiente video se presenta un ejemplo en el cual se muestra las tres formas para determinar un conjunto.

En esta sección se colocará un video

1.2 ACTIVIDADES

OA1-P09: ACTIVIDADES: PRACTICO LO APRENDIDO

Las actividades planteadas en esta sección están propuestas para ser interpretadas y resueltas por el estudiante como parte del refuerzo de los conocimientos de acuerdo a los temas planteados en este OA.

En esta sección se colocará un gráfico.



Actividad 1

Señale la respuesta correcta.

- **A cada miembro de un conjunto, se lo denomina:**
 - Personas
 - Elemento
 - Grupo
 - Ninguna de las anteriores. **La respuesta es:** Elemento.

- **¿Cuáles son las formas que existen para determinar un conjunto?**
 - Extensión, comprensión y gráficas.
 - Comprensión, Diagramas de Venn y reglas.
 - Extensión, comprensión y Diagramas de Venn.
 - Ninguna de las anteriores. **La respuesta es:** La tercera.

Actividad 2: Lea cada uno de los enunciados y señale si la definición es verdadera o falsa.

- Para determinar un conjunto por extensión, se escribe todos los elementos del conjunto dentro de un corchete y separado por puntos.
 - Verdadero.
 - Falso. **La respuesta es:** Falso.

- Para determinar un conjunto por comprensión, se menciona solo una característica que generalice a todos los elementos del conjunto.
 - Verdadero.
 - Falso. **La respuesta es:** Verdadero.

- Los diagramas de Venn son regiones cerradas que por lo general son círculos.
 - Verdadero.
 - Falso. **La respuesta es:** Verdadero.



1.3 AUTOEVALUACIÓN

OA1-P10: AUTOEVALUACIÓN: ES TU TURNO, RESOLVE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS.

En esta sección se plantea actividades para el estudiante en pro de ser desarrolladas en base a los contenidos de estudio del OA.

Ejercicio 1:

- **En el siguiente ejercicio señale si la respuesta es verdadera o falsa.**

Determine el conjunto de los números no negativos que sean múltiplos de 2 y menores a 15.

$$N = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 \}$$

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Verdadero.

- **A partir del siguiente Diagrama de Venn señale las respuestas correctas.**

En esta sección se colocará un gráfico.

- $L = \{ x/x \text{ sea un número par} \wedge 0 > x < 20 \}$
- $L = \{ x/x \text{ sea un número par} \wedge 0 < x < 20 \}$
- $L = \{ 2,4,6,7,8,10,12,14,16,18 \}$
- $L = \{ 2,4,6,8,10,12,14,16,18 \}$

La respuesta es: La segunda y la cuarta.

Ejercicio 2:

- a) Resuelve la siguiente actividad.**

En la siguiente actividad, seleccione (haga clic) del conjunto de soluciones, cuáles de las siguientes expresiones están determinadas por extensión y cuáles no. No olvides señalar todas.

Instrucciones: Haga clic en "comenzar" para iniciar la actividad.

1.4 OA1-P11 CONCLUSIÓN

Esta sección describe lo que se pretende que el estudiante aprenda y/o

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ En este OA conocimos las formas que existen para determinar un conjunto, siendo éstas por determinación, comprensión y mediante diagramas de Venn. ✓ Conocimos los diferentes tipos de elementos que pueden formar parte de un conjunto. ✓ Las actividades realizadas tienen completa relación con la teoría y están diseñadas de manera interactiva.
--	---

refuerce los contenidos planteados en este OA.

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA1-P12 REFERENCIAS

- Bustamante, Alfonso. (2009). Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. Bogotá: Pearson.
- Educaplay: plataforma de acceso libre para crear actividades educativas.
- Ferrater, Mora, José Leblanc, Hugues. (1995). Lógica matemática. México: Fondo de Cultura Económica.
- Lipschutz, Seymour. (1991). Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas a fines. México: McGraw–Hill.
- Seymour, L., & Lars, M. L. (2007). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Veerarajan, T. (2008). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Voky. Oddcast. <http://www.voki.com/>.

1.6 METADATOS

Título	DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS.
Creador	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Descripción	En este objeto de aprendizaje conoceremos las formas de determinar un conjunto, siendo estas, por extensión, comprensión y diagramas de Venn. Además, contiene actividades y una autoevaluación que el estudiante resolverá.
Asunto	TEORÍA DE CONJUNTOS.
Origen	Proyecto de Aplicación: Educación.
Idioma	Español.
Cobertura	Docentes y estudiantes del primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física y Universidad de Cuenca en general.
Relación	
Derechos	Universidad de Cuenca.
Tipo	
Fecha	Junio, 2016.
Formato	Html y Scorm.
Identificador	
Contribuyente	Universidad de Cuenca.



3.2.1.4.2 GUÍA 2: CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN EL TEMA: CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS”

Guía Didáctica 2

“CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS”

Versión:	2.0.4
Fecha creación:	13 de Marzo de 2016.
Última actualización:	14 de Junio de 2016.
Estado del Documento:	Aprobado.
Cliente:	Universidad de Cuenca.
Elaborado por:	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Revisado por:	Ing. Lourdes Illescas.



Registro de cambios del documento.

Fecha	Autor	Versión	Estado	Cambios realizados
13 de Marzo	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.1	Borrador	Edición del documento
14 de Junio	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.2		Finalización del documento

Revisores:

Nombre	Versión Aprobada	Cargo/Rol en la producción del OA.	Fecha
Ing. Lourdes Illescas	V 1.2	Directora	14 de Junio de 2016

TABLA DE CONTENIDOS

TÍTULO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE:

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

OA2-P01 Presentación

OA2-P02 Introducción

OA2-P03 Objetivo General

OA2-P04 Contenido Teórico

OA2-P05 Conjunto Universal

OA2-P06 Conjunto Unitario y Vacío

OA2-P07 Conjunto Finito e Infinito

OA2-P08 Conjunto Disjunto

OA1-P09: Conjuntos Iguales

1.2 OA2-P10 ACTIVIDADES

1.3 OA2-P11 AUTOEVALUACIÓN

1.4 OA2-P12 CONCLUSIÓN

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA2-P13 REFERENCIAS

1.6 METADATOS



1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE CONTENIDOS

A continuación se detallan cada uno de los elementos que forman parte del OA, distribuido de forma ordenada en cada pantalla.

OA1-P01 PRESENTACIÓN

En esta pantalla se detallan los datos generales del OA tales como: Nombres de los autores, coordinador, etc.

En esta sección se colocará el escudo de la Universidad de Cuenca.

- **Datos generales del curso:**

Institución: Universidad de Cuenca.

Facultad: Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

Carrera: Matemáticas y Física.

Título del OA: Clasificación de Conjuntos.

- **Equipo de Desarrollo del OA:**

Diseñador Instruccional: Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.

Coordinador: Ing. Lourdes Illescas.

OA2-P02 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta un preámbulo de los contenidos plasmados en el OA, como parte del estudio de la clasificación de conjuntos.

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<p>En este tema, las actividades y ejercicios están encaminados para el aprendizaje de la clasificación de conjuntos, todos con sus respectivas definiciones en donde se espera que el estudiante relacione y distinga los distintos elementos y conjuntos formados por los mismos.</p>
--	---

OA2-P03 OBJETIVO GENERAL

En esta sección se detalla los objetivos generales, los cuales se pretenden que el estudiante llegar a alcanzar al término del uso del OA.

<p>En esta sección se colocará un avatar animado el cual contiene una voz que narra los siguientes objetivos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer los diferentes tipos de conjuntos. • Reconocer los diferentes tipos de conjuntos con sus respectivas definiciones. • Resolver las actividades y/o ejercicios propuestos.
---	--

OA2-P04 CONTENIDO TEÓRICO

En esta sección se presenta la teoría de la materia de la forma más concreta y resumida posible.

Por el número de elementos que contenga el conjunto, esta puede clasificarse en:

En esta sección se colocará un gráfico.

OA2-P05 CONJUNTO UNIVERSAL

Los elementos de todos los conjuntos en consideración pertenecen a un gran conjunto fijo llamado conjunto universal, gráficamente se la representa con un rectángulo que encierra a todos los conjuntos que forman parte de él.

Se representa con la letra: “ U ”.

En esta sección se colocará un gráfico.

Partiendo de la imagen, se tiene los siguientes conjuntos:

$L = \{ a, b, c \}$ y $K = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ y fuera de estos tenemos dos elementos que son: Perro y casa, al observar se nota que no existe relación alguna entre los



conjuntos y sus elementos, pero estos pertenecen al conjunto universo $U = \{L, K, perro, casa\}$, es decir: $U = \{ a, b, c, 1, 2, 3, 4, 5, perro, casa \}$.



En esta sección se colocará un gráfico.

Esta imagen nos muestra un salón de clase, el mismo que contiene los siguientes conjuntos:

$$A = \{ \text{pizarrón} \}$$

$$B = \{ \text{sillas} \}$$

$$C = \{ \text{mesa} \}$$

El Conjunto universo es $U = \{ x/x \text{ sea un elemento del salón de clase} \}$.

OA2-P06 CONJUNTO UNITARIO

El conjunto unitario son aquellos en los que el conjunto contiene un solo elemento.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$N = \{ 8 \} \quad \text{o} \quad N = \{ x/x \in \mathbb{N} \wedge 7 < x < 9 \}.$$

Ambas interpretaciones son válidas, la primera solución consta del único elemento del conjunto; mientras que la segunda solución describe dos características del conjunto: la primera que este número pertenezca a los números naturales y la segunda que sea mayor que siete y menor que nueve dándonos como respuesta el número ocho, coincidiendo con la solución del primer conjunto solución.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$S = \{ x/x \text{ sea un estudiante} \}.$$

Tomando como referencia al estudiante que se puede apreciar en esta última imagen, se puede decir que el conjunto S es un conjunto unitario.

OA2-P06 CONJUNTO VACÍO

El conjunto sin elementos se llama conjunto vacío o nulo.

Se representa con el símbolo: “ \emptyset ” o “ $\{ \}$ ”.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$V = \{ \emptyset \} \quad \text{o} \quad V = \{ \}$$



Ejemplo: Determine el conjunto de las aves sin alas.

$$L = \emptyset$$

En este caso el conjunto solución es \emptyset , porque una de las características de las aves es que tengan alas e incluso las que no emprendan el vuelo.

OA2-P07 CONJUNTO FINITO

Se dice que un conjunto es finito si contiene exactamente m número de elementos, donde m es un entero positivo es decir el conjunto tiene una cantidad exacta que puede ser determinada.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$L = \{ c, i, e, l, o \} \quad \text{o} \quad L = \{ x/x \text{ sea una letra de la palabra cielo} \}.$$

Ejemplo:

En esta sección se colocará un gráfico.

En este caso el conjunto de amigos de la Aso escuela de Matemáticas y física es:

$A = \{ x/x \in \text{al círculo de amigos de la Aso. Escuela de Matemáticas y Física en Facebook} \}$, en donde su número de elementos es 437, por lo tanto es un conjunto finito.

OA2-P07 CONJUNTO INFINITO

Es aquel conjunto en el que no se puede determinar la cantidad exacta de elementos que este contiene, "se describe mediante una propiedad necesaria para ser miembro, por ejemplo:

- Determine el conjunto de los números naturales.

$$N = \{ x/x \in \mathbb{N} \}.$$

- Determine el conjunto de los granos de arena del mar.

$$G = \{ x/x \text{ sea un grano de arena del mar} \}.$$

- Determine el conjunto de las gotas de agua de lluvia.

$$A = \{ x/x \text{ sea una gota de agua de lluvia} \}.$$



- Determine el conjunto de las hojas de un árbol.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$H = \{ x/x \text{ sea una hoja de un árbol } \}.$$

OA2-P08 CONJUNTO DISJUNTO

Dos conjuntos A y B son ajenos o disjuntos, si no tienen elementos en común, es decir un mismo elemento no pertenece a ambos al mismo tiempo, son completamente diferentes independientes.

En esta sección se colocará un gráfico.

$$A = \{ 2,4 \}$$

$$B = \{ \text{azul, rojo} \}$$

$$A = \{ x/x \text{ es un número par} \}$$

$$B = \{ x/x \text{ sea un color} \}$$

$$\text{Entonces } A \neq B$$

Ejemplo: Determine si los siguientes conjuntos son disjuntos:

En esta sección se colocará un gráfico.

El conjunto A = { pizarra digital } y el conjunto B = { marcadores }, ambos conjuntos forman parte de un mismo componente pero no son iguales, por lo tanto $A \neq B$.

OA2-P09 CONJUNTOS IGUALES

Son aquellos conjuntos en el que sus elementos son completamente iguales.

Axioma de Extensión: Dos conjuntos A y B son iguales si, y sólo si tienen los mismos elementos. Es decir, cada elemento del conjunto A es un elemento de B y cada elemento de B es un elemento de A.



En esta sección se colocará un gráfico.

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 6 \} \quad \text{y} \quad B = \{ 1, 2, 3, 4, 6 \}$$

En los conjuntos A y B se puede visualizar la igualdad que existe en sus elementos, por lo tanto se puede afirmar que:

$$A = B \text{ y } B = A$$

Ejemplo: Determine si los siguientes conjuntos son iguales.

En esta sección se colocará un gráfico.

Si $M = \{ x/x \text{ sea una flash memory } \}$, $P = \{ \text{memory negra, memory azul } \}$, se puede apreciar que la cantidad de elementos, tanto como el color y los beneficios que nos presta cada uno de estos elementos es la misma en ambos conjuntos, por lo que se concluye que dichos conjuntos son iguales, es decir:

$$M=P \text{ y } P = M$$



1.2 ACTIVIDADES

OA2-P10 ACTIVIDADES: PRACTICO LO APRENDIDO.

Las actividades planteadas en esta sección están propuestas para ser interpretadas y resueltas por el estudiante como parte del refuerzo de los conocimientos de acuerdo a los temas planteados en este OA.

Actividad 1. Juego interactivo: Sopa de letras.

En la siguiente sopa de letras encuentra las diferentes formas en las que se clasifican los conjuntos.

Actividad 2: Realiza las siguientes actividades.

- ¿Los conjuntos se clasifican según la forma de cada conjunto?

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Falso.

- Completa las siguientes definiciones:

- El conjunto _____ es aquel en los que el conjunto contiene un solo _____.

La respuesta es: unitario, elemento.

- Un conjunto infinito es aquel _____ en el que no se puede _____ la cantidad exacta de _____ que este contiene.

La respuesta es: Conjunto, determinar, elementos.



1.3 AUTOEVALUACIÓN

OA2-P11 AUTOEVALUACIÓN: ES TU TURNO, RESOLVE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS.

En esta sección se plantea actividades para el estudiante en pro de ser desarrolladas en base a los contenidos de estudio en el OA.

Ejercicio 1:

En la siguiente tabla, empareja según corresponda.

- | | |
|-----------------------|---|
| 1. Conjunto Universal | a. $U = \{ \text{todos los elementos} \}$ |
| 2. Conjunto Unitario | b. $C = \{ a, e, i, o, u \}$ y $D = \{ 3, 5 \}$ |
| 3. Conjunto Vacío | c. $V = \{ x/x \text{ sea una estrella} \}$ |
| 4. Conjunto Finito | d. $A = \{ f, g \}$, $B = \{ x/x \text{ sea una letra} \}$ |
| 5. Conjunto Infinito | e. $S = \{ x/x \text{ sea los días de la semana} \}$ |
| 6. Conjunto Disjunto | f. $M = \{ \}$ |
| 7. Conjuntos Iguales | g. $L = \{ a \}$ |

La respuesta es: 1-a, 2-g, 3-f, 4-e, 5-c, 6-b, 7-d.

Ejercicio 2:

I. Señale la respuesta correcta

El conjunto de las piedras en el río es un:

Conjunto infinito.

Conjunto finito.

La respuesta es: Conjunto infinito.

II. Del siguiente conjunto cual es la respuesta correcta.

En esta sección se colocará un gráfico.

$U = \{ c, d, h, i, k, l, m, o, v \}$; $A = \{ h, i, l, o \}$ y $B = \{ i, o \}$

$U = \{ c, d, k, m, v \}$; $A = \{ h, l \}$ y $B = \{ i, o \}$

$U = \{ c, d, h, i, k, l, m, o, v \}$; $A = \{ h, l \}$ y $B = \{ i, o \}$

$U = \{ c, d, h, k, l, m, v \}$; $A = \{ h, i, l, o \}$ y $B = \{ i, o \}$

La respuesta es: $U = \{ c, d, h, i, k, l, m, o, v \}$; $A = \{ h, i, l, o \}$ y $B = \{ i, o \}$.



1.4 OA2-P12 CONCLUSIÓN

En esta sección se plantea los contenidos preestablecidos con los que usuario interactúa en el OA.

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ En este OA conocimos la clasificación de los conjuntos por el número de elementos que contengan en él. ✓ Aprendimos a diferenciar cuando un conjunto es finito e infinito. ✓ Con el conocimiento de clasificación de conjuntos desarrollamos la habilidad de agrupar y diferenciar los diferentes tipos de conjuntos existentes. ✓ Sabemos cómo representar cada uno de los conjuntos.
--	---

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA2-P13 REFERENCIAS

- Bustamante, Alfonso. (2009). Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. Bogotá: Pearson.
- Educaplay: plataforma de acceso libre para crear actividades educativas.
- Ferrater, Mora, José Leblanc, Hugues. (1995). Lógica matemática. México: Fondo de Cultura Económica.
- Lipschutz, Seymour. (1991). Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas a fines. México: McGraw–Hill.
- Seymour, L., & Lars, M. L. (2007). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Veerarajan, T. (2008). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Voky. Oddcast. <http://www.voki.com/>.



1.6 METADATOS

Titulo	CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS
Creador	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Descripción	En este objeto de aprendizaje (OA) conoceremos los diferentes tipos de conjuntos. Cada una con su respectiva definición y ejemplos. Además, contiene actividades y una autoevaluación para que el estudiante lo resuelva.
Asunto	TEORÍA DE CONJUNTOS.
Origen	Proyecto de Aplicación: Educación.
Idioma	Español.
Cobertura	Docentes y estudiantes de primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física y Universidad de Cuenca en general.
Relación	
Derechos	Universidad de Cuenca.
Tipo	
Fecha	Junio, 2016.
Formato	Html y Scorm.
Identificador	
Contribuyente	Universidad de Cuenca.



3.2.1.4.3 GUÍA 3: RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

**“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE
CONJUNTOS EN EL TEMA: RELACIONES ENTRE CONJUNTOS”**

Guía Didáctica 3

“RELACIONES ENTRE CONJUNTOS”

Versión:	2.0.4
Fecha creación:	13 de Marzo de 2016.
Última actualización:	14 de Junio de 2016.
Estado del Documento:	Aprobado
Cliente:	Universidad de Cuenca.
Elaborado por:	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Revisado por:	Ing. Lourdes Illescas.



Registro de cambios del documento.

Fecha	Autor	Versión	Estado	Cambios realizados
13 de Marzo	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.1	Borrador	Edición del documento
14 de Junio	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.2		Finalización del documento

Revisores:

Nombre	Versión Aprobada	Cargo/Rol en la producción del OA.	Fecha
Ing. Lourdes Illescas	V 1.2	Directora	14 de Junio de 2016



TABLA DE CONTENIDOS

TÍTULO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE:

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

- OA3-P01 Presentación
- OA3-P02 Introducción
- OA3-P03 Objetivo General
- OA3-P04 Contenido Teórico
- OA3-P05 Relación Binaria
- OA3-P06 Tipos de relación
- OA3-P07 Relación Universal
- OA3-P08 Relación Vacía
- OA3-P09 Relación Identidad
- OA3-P10 Operaciones sobre relaciones
- OA3-P11 Composición de relaciones

1.2 OA3-P12 ACTIVIDADES

1.3 OA3-P13 AUTOEVALUACIÓN

1.4 OA3-P14 CONCLUSIÓN

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA3-P15 REFERENCIAS

1.6 METADATOS



1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE CONTENIDOS

A continuación se detallan cada uno de los elementos que forman parte del OA, distribuido de forma ordenada en cada pantalla.

OA3-P01 PRESENTACIÓN

En esta pantalla se detallan los datos generales tales como: Nombres de los autores, coordinador, etc... del OA.

En esta sección se colocara el escudo de la Universidad de Cuenca.

- **Datos generales del curso:**

Institución: Universidad de Cuenca.

Facultad: Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

Carrera: Matemáticas y Física.

Título del OA: Relaciones entre Conjuntos.

- **Equipo de Desarrollo del OA:**

Diseñador Instruccional: Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.

Coordinador: Ing. Lourdes Illescas.

OA3-P02 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta un preámbulo de los contenidos plasmados en el OA como parte del estudio de relaciones entre conjuntos.

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<p>En este tema, las actividades y ejercicios están encaminados al estudio de relaciones entre conjuntos, específicamente a los tipos, operaciones, composición de relaciones y propiedades complementados con actividades en donde se espera que el estudiante fortalezca sus conocimientos.</p>
--	---



OA3-P03 OBJETIVO GENERAL

En esta sección se detalla los objetivos generales, los cuales se pretenden que el estudiante llegue alcanzar al término del uso del OA.

<p>En esta sección se colocará un avatar animado el cual contiene una voz que narra los objetivos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer los diferentes tipos de relaciones entre conjuntos. • Identificar los diferentes tipos de relaciones entre conjuntos como sus respectivas definiciones. • Resolver las actividades y/o ejercicios propuestos.
--	---

OA3-P04. CONTENIDO TEÓRICO

En esta sección se desarrolla la teoría de la materia de los temas de estudio en las diferentes pantallas de forma concreta y resumida.

La relación entre conjuntos muestra si existe algún tipo de relación entre los elementos de un conjunto A y los elementos de un conjunto B.

En esta sección se colocará un gráfico.

OA3-P05 RELACIÓN BINARIA

Cuando A y B son conjuntos, un subconjunto R del producto cartesiano $A \times B$ se llama relación binaria entre A y B, es decir si R es una relación binaria entre A y B, R es un conjunto de pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$.

Cuando $(a, b) \in R$:

Su expresión es: $a R b$

Se lee: a se relaciona con b mediante R.

Cuando $(a, b) \notin R$:

Su expresión es: $a \not R b$

Se lee: a no se relaciona con b mediante R.



En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 1:

Sea el conjunto $A = \{ \text{Cuenca, Cañar, Loja} \}$, $B = \{ \text{Cañar, Azuay} \}$, realice el proceso para encontrar la relación binaria R_1 que se define por a es la capital provincial de b .

$A \times B = \{ (\text{Cuenca, Cañar}), (\text{Cuenca, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}), (\text{Cañar, Azuay}), (\text{Loja, Cañar}), (\text{Loja, Azuay}) \}$.

$R_1 = \{ (\text{Cuenca, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}) \}$, por lo tanto al ser R_1 un subconjunto de $A \times B$ se puede mencionar que R_1 es una relación binaria.

Ejemplo 2:

Sean los conjuntos $H = \{ 1, 2, 3 \}$ y $Q = \{ 2, 3 \}$, establezca la relación entre H y Q si R_1 se define si y solo si $(a \times b) < 4$.

El producto cartesiano entre H y Q es:

$H \times Q = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3) \}$.

Dada la condición tenemos:

$1 \times 2 = 2$ es menor a 4.

$1 \times 3 = 3$ es menor a 4.

$2 \times 2 = 4$ no es menor a 4.

$2 \times 3 = 6$ no es menor a 4.

$3 \times 2 = 6$ no es menor a 4.

$3 \times 3 = 9$ no es menor a 4.

Por lo tanto $R_1 = \{ (1, 2), (1, 3) \}$, es un subconjunto de $H \times Q$ y se puede decir que R_1 es una relación binaria.

OA3-P06 TIPOS DE RELACIONES

- Inversa
- Universal
- Vacía
- Identidad



RELACIÓN INVERSA

Cuando R es cualquier relación entre un conjunto A y un conjunto B , la inversa de R , denotada por R^{-1} , es la relación de B a A que consta de aquellos pares ordenados obtenidos al intercambiar los elementos de los pares ordenados en R .

Se define mediante: $R^{-1} = \{ (b, a) \mid (a, b) \in R \}$, si $a R b$, entonces $b R^{-1} a$.

Ejemplo 1:

- Sea el conjunto $A = \{ 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 4, 5, 6 \}$ y R está definida si y solo si $(a + b) \leq 6$. Encuentre la inversa de R .

$R = \{ (1, 4), (1, 5), (2, 4) \}$ y su inversa sería:

$R^{-1} = \{ (4, 1), (5, 1), (4, 2) \}$.

OA3-P07 RELACIÓN UNIVERSAL

Una relación R sobre un conjunto A recibe el nombre de relación universal, si

$R = A \times A$.

Nota:

El producto cartesiano completo $A \times A$ y el conjunto vacío son subconjuntos de $A \times A$.

Ejemplo 1:

Encuentre la relación universal de $A = \{ \text{Azuay, Cañar, Loja} \}$.

$R = A \times A = \{ (\text{Azuay, Azuay}), (\text{Azuay, Cañar}), (\text{Azuay, Loja}), (\text{Cañar, Azuay}), (\text{Cañar, Cañar}), (\text{Cañar, Loja}), (\text{Loja, Azuay}), (\text{Loja, Cañar}), (\text{Loja, Loja}) \}$.

Ejemplo 2:

Encuentre la relación universal de dos vocales.

$B = \{ a, e \}$, ahora vamos a encontrar la relación universal de B que se representada por R .

$R = B \times B = \{ (a, a), (a, e), (e, a), (e, e) \}$.



OA3-P08 RELACIÓN VACÍA

Una relación R sobre un conjunto A recibe el nombre de relación vacía, si R es el conjunto vacío Φ .

Ejemplo 1:

$A = \{ s, i \}$ y su respectiva relación R_1 es definida si y solo si a forma la palabra “no” con b.

Si $R = A \times A = \{ (s, i), (i, s) \}$, entonces las palabras que se forman son: si y is, pero no satisfacen la condición de formar la palabra no y por lo tanto se concluye que R es un conjunto nulo.

OA3-P09 RELACIÓN IDENTIDAD

Una relación R sobre un conjunto A se conoce como la relación de identidad, si $R = \{ (a, a) \mid a \in A \}$, se denota por medio de I_A .

Ejemplo 1:

En la nómina de los jugadores del equipo A y B, se registra los apellidos para cada encuentro deportivo siendo necesario considerar que solo juegan tres miembros por cada equipo. El árbitro del partido se pregunta. ¿Cuál es la relación que existe entre los dos equipos?.

Equipo A: Melgar, Melgar, Melgar.

Equipo B: Melgar, Melgar, Melgar.

$I_1 = A \times B = \{ (Melgar, Melgar), (Melgar, Melgar) \}$, representa por lo tanto de una relación identidad.

OA3-P10 OPERACIONES SOBRE RELACIONES

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Complemento



La relación unión de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 \cup R_2) b = a R_1 b \vee a R_2 b.$$

La relación intersección de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 \cap R_2) b = a R_1 b \wedge a R_2 b.$$

La relación diferencia de R_1 y R_2 , se define mediante:

$$a (R_1 - R_2) b = a R_1 b \wedge /a R_2 b.$$

La relación complementaria de R_1 , se define mediante:

$$a (R_1') b = a / R_1 b.$$

En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 1:

Sean las relaciones binarias $R_1 = \{ (Juan, Fútbol), (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}$, es la relación de A a B que se define por a es la persona que mira el deporte b y $R_2 = \{ (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}$ es la relación de D a E que se define por d es la persona que practica el deporte e. Realice las siguientes operaciones entre relaciones.

UNIÓN

$$R_1 \cup R_2 = \{ (Juan, Fútbol), (Juan, Básquet), (Pedro, Golf) \}.$$

INTERSECCIÓN

$$R_1 \cap R_2 = \{ (Pedro, Básquet), (Jorge, Golf) \}.$$

DIFERENCIA

$$R_1 - R_2 = \{ (Juan, Fútbol) \}.$$

COMPLEMENTO

$$R_2' = \{ (Juan, Fútbol) \}.$$



OA3-P11 COMPOSICIÓN DE RELACIONES

Si R es una relación de un conjunto A a B y S es una relación de un conjunto B a C es decir, R es un subconjunto de $A \times B$ y S es un subconjunto de $B \times C$, entonces la composición de R y S , denota por $R \bullet S$. Esta es definida como $a (R \bullet S) c$, si para algún $b \in B$, se tiene $a R b$ y $b R c$.

Es decir, $R \bullet S = \{ (a, c) \text{ existe alguna } b \in B \text{ para la cual } (a, b) \in R \text{ y } (b, c) \in S \}$.

Nota:

Recuerda que si los pares obtenidos son repetidos solo se escribe una vez.

Para la relación $R \bullet S$, el dominio es un subconjunto de A y el rango es un subconjunto de C .

Si R es una relación sobre un conjunto A , entonces $R \bullet R$; la composición de R consigo mismo siempre está definida y algunas veces se denota como R^2 . Se puede hacer una composición de $R \bullet R$ siempre y cuando los elementos del dominio y el rango coincidan.

En los siguientes ejemplos conoceremos acerca de la utilidad de la composición de las relaciones.

En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 1:

Sean las relaciones binarias $R_1 = \{(Jimmy, Maritza), (Christopher, Maritza)\}$, y $R_2 = \{(Maritza, Pedro)\}$, establezca la composición de R_1 y R_2 . Si R_1 es la relación entre los hermanos varones y mujeres y R_2 la relación entre esposos.

$R = R_1 \bullet R_2 = \{ (Jimmy, Pedro), (Christopher, Pedro) \}$.

Ejemplo 2:

Un grupo de amigos de la ciudad de Bogotá desean movilizarse a distintos lugares de la ciudad de Cuenca, para ello se les facilitan las siguientes relaciones binarias.



$R_D = \{ (Jimmy, Terminal), (María, Arenal), (Nelly, Tres Puentes), (Héctor, Coliseo J.P.Q) \}$ y R_D es la relación que existe entre la persona y el lugar al que desea llegar.

$R_T = \{ (Terminal, 7), (Terminal, 12), (Terminal, 18), (Tres Puentes, 5), (Tres Puentes, 22), (Arenal, 7), (Arenal, 18), (Arenal, 2), (Crea, 100), (Coliseo J.P.Q, 2), (Coliseo J.P.Q, 7), (Coliseo J.P.Q, 13) \}$, establezca la composición de R_D y R_T .

R_T es la relación que existe entre un lugar y la línea de transporte.

$R_D \bullet R_T = \{ (Jimmy, 7), (Jimmy, 12), (Jimmy, 18), (María, 7), (María, 18), (María, 2), (Nelly, 5), (Nelly, 22), (Héctor, 2), (Héctor, 7), (Héctor, 13) \}$.

La composición entre $R_D \bullet R_T$ es la relación que existe entre la persona y la línea que debería subir para llegar a un lugar determinado.

Ejemplo 3:

Juan, Pedro y Carlos desean conocer a los docentes encargados de impartir clases de las materias de Física, Informática y Óptica, para ello se les facilita desde secretaria las siguientes relaciones binarias.

$R_1 = \{ (Juan, Física), (Pedro, Informática), (Pedro, Software) (Carlos, Óptica) \}$ y

R_1 es la relación que existe entre la persona y la materia.

$R_2 = \{ (Física, Santiago), (Informática, Lourdes), (Software, Lourdes), (Óptica, Santiago) \}$, establezca la composición entre R_1 y R_2 .

R_2 es la relación que existe entre la materia y el docente asignado.

$R_1 \bullet R_2 = \{ (Juan, Santiago), (Pedro, Lourdes), (Carlos, Santiago) \}$.

La composición entre $R_1 \bullet R_2$, es la relación que existe entre el estudiante y el docente.



1.2 ACTIVIDADES

OA3-P12 ACTIVIDADES: PRACTICO LO APRENDIDO.

Las actividades planteadas en esta sección están propuestas para ser interpretadas y resueltas por el estudiante como parte del refuerzo de los conocimientos de acuerdo a los temas planteados en este OA.

Actividad 1:

a) Si R es una relación binaria entre A y B , R es un conjunto de:

- Elementos
- Conjuntos
- Pares ordenados
- Ninguna de las anteriores.

La respuesta es: Pares ordenados.

b) Si R es un subconjunto de $A \times A$, entonces R se denomina relación sobre un conjunto A .

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Verdadero.

c) Cuando R es cualquier relación entre un conjunto A y un conjunto B , la inversa de R , denotada por R^{-1} .

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Falso.

Actividad 2:

a) Realiza la siguiente actividad interactiva.

En esta sección se colocará actividad desde un sitio web.

b) Realiza la siguiente actividad.

En esta sección se colocará actividad desde un sitio web.



1.3 AUTOEVALUACIÓN

OA4-P13 AUTOEVALUACION: ES TU TURNO, RESOLVE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS.

En esta sección se plantea actividades para el estudiante en pro de ser desarrolladas en base a los contenidos de estudio del OA.

Ejercicio 1: Conteste verdadero o falso.

a) Cuando R es cualquier relación entre un conjunto A y un conjunto B , la *inversa* de R , se denota por R^{-1} como la relación de B a A , consta de aquellos pares ordenados obtenidos al intercambiar los elementos de los pares ordenados en R .

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Verdadero.

b) Las operaciones en relaciones entre conjuntos son: Unión, Intersección, Diferencia y Complemento.

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Verdadero.

c) Una relación R sobre un conjunto A se dice que es reflexiva si a R a para toda $a \in A$, es decir, si $(a, a) \in R$ para toda $a \in A$.

- Verdadero
- Falso

La respuesta es: Verdadero.

1.4 OA3-P14 CONCLUSIÓN

En esta sección se resume los contenidos preestablecidos con los que se interactúa en el OA.

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ En este OA conocimos las relaciones entre conjuntos por el número de elementos que contengan en él. ✓ Con el conocimiento de relaciones entre conjuntos desarrollamos la habilidad de agrupar y diferenciar los tipos de relaciones existentes. ✓ Sabemos cómo relacionar los conjuntos. ✓ Se presenta información del contenido teórico como práctico de las relaciones entre conjuntos en texto, video, etc... de tipo explicativo y demostrativo. ✓ Se proporciona actividades que buscan consolidar los aprendizajes por medio de actividades acerca de las relaciones entre conjuntos integradas a los recursos multimedia.
--	--

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA3-P15 REFERENCIAS

- Bustamante, Alfonso. (2009). Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. Bogotá: Pearson.
- Educaplay: plataforma de acceso libre para crear actividades educativas.
- Ferrater, Mora, José Leblanc, Hugues. (1995). Lógica matemática. México: Fondo de Cultura Económica.
- Lipschutz, Seymour. (1991). Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas a fines. México: McGraw–Hill.
- Seymour, L., & Lars, M. L. (2007). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Veerarajan, T. (2008). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Voky. Oddcast. <http://www.voki.com/>.

1.6 METADATOS

Titulo	RELACIONES ENTRE CONJUNTOS.
Creador	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Descripción	En este objeto de aprendizaje conoceremos las diferentes tipos de relaciones entre conjuntos cada uno con su respectiva definición y ejemplos, además contiene actividades y una autoevaluación que se plasman en un recurso multimedia.
Asunto	TEORÍA DE CONJUNTOS.
Origen	Proyecto de Aplicación: Educación.
Idioma	Español.
Cobertura	Docentes y estudiantes de primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física y Universidad de Cuenca en general.
Relación	
Derechos	Universidad de Cuenca.
Tipo	
Fecha	Junio, 2016.
Formato	Html y Scorm.
Identificador	
Contribuyente	Universidad de Cuenca.



3.2.1.4.4 GUÍA 4: OPERACIONES CON CONJUNTOS

**“OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE
CONJUNTOS EN EL TEMA: OPERACIONES CON CONJUNTOS”**

Guía Didáctica 4

“OPERACIONES CON CONJUNTOS”

Versión:	2.0.4
Fecha creación:	13 de Marzo de 2016.
Última actualización:	14 de Junio de 2016.
Estado del Documento:	Aprobado
Cliente:	Universidad de Cuenca.
Elaborado por:	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Revisado por:	Ing. Lourdes Illescas.

Registro de cambios del documento.

Fecha	Autor	Versión	Estado	Cambios realizados
13 de Marzo	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.1	Borrador	Edición del documento
14 de Junio	Bayron Jiménez Diana Zhunaula	V 1.2		Finalización del documento.

Revisores:

Nombre	Versión Aprobada	Cargo/Rol en la producción del OA.	Fecha
Ing. Lourdes Illescas	V 1.2	Directora	14 de Junio de 2016.



TABLA DE CONTENIDOS

TÍTULO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE:

OPERACIONES CON CONJUNTOS

1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

OA4-P01 Presentación

OA4-P02 Introducción

OA4-P03 Objetivo General

OA4-P04 Contenido Teórico

OA4-P05 Unión

OA4-P06 Intersección

OA4-P07 Complemento

OA4-P08 Diferencia

1.2 OA4-P10 ACTIVIDADES

1.3 OA4-P11 AUTOEVALUACIÓN

1.4 OA4-P12 CONCLUSIÓN

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA4-P13 REFERENCIAS

1.6 METADATOS

1 ESTRUCTURA DE LA UNIDAD

1.1 DESARROLLO DE CONTENIDOS

A continuación se detallan cada uno de los elementos que forman parte del OA, distribuido de forma ordenada en cada pantalla.

OA4-P01 PRESENTACIÓN

En esta pantalla se detallan los datos generales del OA tales como: Nombres de los autores, coordinador, etc.

En esta sección se colocará el escudo de la Universidad de Cuenca.

- **Datos generales del curso:**

Institución: Universidad de Cuenca.

Facultad: Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

Carrera: Matemáticas y Física.

Título del OA: Operaciones con Conjuntos.

- **Equipo de Desarrollo del OA:**

Diseñador Instruccional: Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.

Coordinador: Ing. Lourdes Illescas.

OA4-P02 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta un preámbulo de los contenidos plasmados en el OA, como parte del estudio de operaciones con conjuntos.

<p>En esta sección se colocará un gráfico.</p>	<p>En este tema, las actividades y ejercicios están encaminados en el estudio de las operaciones con conjuntos, específicamente la unión, intersección, diferencia y complemento como sus respectivos conceptos, propiedades y teoremas complementados de actividades en donde se espera que el estudiante fortalezca sus</p>
--	---

	conocimientos.
--	----------------

OA4-P03 OBJETIVO GENERAL

En esta sección se detalla los objetivos generales, los cuales se pretenden que el estudiante llegue a alcanzar al término del uso del OA. En este Oa se pretende que el estudiante

En esta sección se colocará un avatar animado el cual contiene una voz que narra los objetivos.	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer los diferentes tipos de operaciones con conjuntos como sus conceptos, propiedades y teoremas. • Interpretar y analizar las regiones que definen a cada operación mediante el uso de los diagramas de Venn. • Resolver las actividades y/o ejercicios propuestos.
---	--

OA4-P04 CONTENIDO TEÓRICO

En esta sección se presenta la teoría de la materia de la forma más concreta y resumida posible.

Los temas a estudiar son:

OA4-P05 UNIÓN

La unión de dos conjuntos es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambas.

Se representa con el símbolo: “ U ”.

Su expresión es: $A \cup B = \{ x / x \in A \vee x / x \in B \}$.

Propiedades:

- **Propiedad del universo:** $A \cup U = U$.

Ejemplo: Sea $U = \{ \text{Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre, Diciembre} \}$ y $A = \{ x/x \text{ los primeros meses del 2016} \}$. Se puede apreciar que los elementos Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio son iguales a ciertos elementos de U , por lo que $A \cup U = U$, debido a que A es un subconjunto de U .



- **Propiedad conmutativa:** $A \cup B = B \cup A$.

Ejemplo: Un granjero realiza la clasificación de hortalizas. Primero, se considera según los frutos representado por $A = \{\text{Tomates, Pimiento, Berenjena, Calabacín, Pepino, Aguacate}\}$ y ahora por las raíces $B = \{\text{Zanahoria, Nabo, Remolacha}\}$. Si se colocan las hortalizas dentro de una caja en el orden de raíces a frutos y luego viceversa para conocer si el contenido ha sido modificado.

No se modifica debido a que si se coloca los elementos A y después de B o viceversa los productos dentro de la caja a pesar del orden de introducción siempre serán los mismos.

- **Propiedad asociativa:** $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

Ejemplo: Utilizando el ejercicio anterior podemos apreciar que al adjuntar el conjunto de hortalizas clasificado para este caso por tubérculos como $C = \{\text{patata, batata}\}$, que al ser unido en cualquier orden a la caja se puede mencionar que el resultado no se altera.

Nota: Recuerda resolver las operaciones entre los conjuntos en el orden de paréntesis, llaves y corchetes.

- **Propiedad idempotencia:** $A \cup A = A$.

Ejemplo: Las partes de un árbol de los parques Calderón y de la Madre, comprenden con hojas, flores, frutos, tallos y la raíz. Si se realiza la unión de las partes que comprende cada árbol se obtiene que:

El árbol del parque Calderón como del parque de la Madre comprenden las mismas partes.

Teoremas:

- Un conjunto A está contenido en otro conjunto B , si y sólo si la unión de A y B es B .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B.$$

- Si dos conjuntos, A y B , están incluidos en un mismo conjunto C , entonces la unión de ambos también está incluida en C .

**Ejemplo 1:**

En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 2: Determine la unión entre los conjuntos A y B.

En esta sección se colocará un gráfico.

Si $A = \{ \text{esferos de color azul} \}$, $B = \{ \text{temperas de colores} \}$, se puede apreciar que la cantidad de elementos, tanto del conjunto A como de B pertenecen a C, debido a que la operación de la unión realiza la acción de agrupar los elementos de A y B, por lo que se concluye que la operación de $A \cup B = \{ \text{esferos de color azul, temperas de colores} \}$.

OA4-P06 INTERSECCIÓN

La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto de elementos que pertenecen tanto a A como a B.

Se representa con el símbolo: “ \cap ”.

Su expresión es: $A \cap B = \{ x / x \in A, x \in B \}$.

Propiedades:

- $A \cap B \subset A$ y $A \cap B \subset B$.

Ejemplo: La lista de utilices de Carlos es representada por $A = \{ \text{lápiz, esferos, cuadernos, libreta} \}$, mientras que de Antonela es $B = \{ \text{borrador, marcadores, calculadora, esferos, lápiz} \}$. Se desea saber si ciertos artículos que coinciden entre A y B, es un subconjunto. Los elementos que coinciden entre A y B, son los esferos y el lápiz que están representado por $(A \cap B)$, como un subconjunto de A.

- $A \cap \Phi = \Phi$.

Ejemplo: Sea el conjunto $A = \{ x/x \text{ los componentes de un ordenador} \}$ y se desea conocer la relación con respecto al conjunto $B = \{ y/y \text{ teclas de un ordenador} \}$. La intersección permite obtener los elementos comunes que existen entre A y B, pero para este caso es el vacío debido a que está presente en cualquier conjunto.



- $A \cap B = B \cap A$.

Ejemplo: $A = \{ 3,4,5,6,7,8,9,10 \}$ y $B = \{ x/x \text{ cuatro de picas y brillos} \}$. Se puede apreciar que la intersección de $A \cap B$, es igual a $B \cap A$ como se aprecia en el siguiente gráfico.

En esta sección se colocará un gráfico.

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.

Ejemplo: Sea $A = \{ 3,4,5,6,7,8,9,10 \}$, $B = \{ x/x \text{ cuatro de picas y brillos} \}$ y C es representado por la sección rayada de color amarilla. Se puede apreciar la intersección entre B con C , para después hacerse con A siendo igual a la operación $(A \cap B) \cap C$.

En esta sección se colocará un gráfico.

- $A \cap A = A$.

Ejemplo: La empresa de transporte X pasa por las siguientes ciudades: $A = \{ \text{Ambato, Tambo, Cañar, Azogues, Cuenca} \}$ durante la ida a la ciudad de Quito, pero cuando retorna a la ciudad de Cuenca se puede evidenciar que los elementos en común entre A y A es A .

Teoremas:

- Si un conjunto está contenido en otros dos, está contenido en la intersección de ambos.
- Es condición necesaria y suficiente para que un conjunto A esté incluido en otro conjunto B , que la intersección de A y B sea A .

$$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B.$$

En cada una de las opciones se colocará un video.

Ejemplo 1:

En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 2: Determine la intersección entre los conjuntos A y B .

En esta sección se colocará un gráfico.

Si $A = \{ \text{cartas de corazones negros} \}$, $B = \{ \text{cartas marcadas con el número dos} \}$, se puede apreciar una carta en común entre los dos conjuntos, por lo que se concluye que la operación de $A \cap B = C$. Utilizando diagramas de Venn, tenemos que el conjunto C es la sección raya de color verde.

OA4-P07 COMPLEMENTO

Si U es el conjunto universal y A es cualquier conjunto, entonces el conjunto de elementos que pertenecen a U , pero no pertenecen a A se denomina complemento.

Se representa con el símbolo: “ $'$ ” o “ C ”.

Su expresión es:

- $A' = A^C = \{ x / x \in B, x \notin A \}$
- $A' = A^C = \{ x / x \in U, x \notin A \}$

Propiedades:

- $A' \cap A = \emptyset$.

Ejemplo: Se tiene que Carlos posee billetes de 1, 2, 5, 10, 20, 50 y 100, pero en la feria de ganado se gasta todo su dinero. En un primer momento Carlos poseía un conjunto $A = \{ 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 \}$ y después como su complemento él no tiene dinero. Sin embargo, el único elemento en común entre los dos conjuntos es el vacío.

- $A'' = A$.

Ejemplo: Utilizando el ejercicio anterior para esta propiedad, el resultado es

$$A'' = \{ 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 \}.$$

- $A \cup A' = U$.

Ejemplo: Si $A = \{ 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 \}$ y el $A' = \{ \emptyset \}$, tenemos que al realizar la unión entre los conjuntos obtenemos el conjunto universo.

Teorema:

- Si un conjunto A está contenido en B , el complemento de B está contenido en el complemento de A .

Ejemplo 1:



En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 2: Determine el complemento de A.

En esta sección se colocará un gráfico.

Si $A = \{ \text{teclas que contengan letras} \}$, $U = \{ \text{todas las teclas} \}$, el complemento de A' sería todas las teclas de un teclado que no pertenezcan al conjunto A, por lo que se concluye que la operación de A' , son aquellas teclas que no se encuentran en la zona delimitado de color amarillo.

OA4-P08 DIFERENCIA

La *diferencia* de A y B, denotada por $A - B$, es el conjunto de elementos que pertenecen a A pero que no pertenecen a B. La misma que se la conoce también como el complemento relativo.

Se representa con el símbolo: “ - ”.

Su expresión es: $A - B = \{ x / x \in A, x \notin B \}$.

Ejemplo 1:

En esta sección se colocará un video.

Ejemplo 2: Determine la diferencia de A con respecto a B.

Si el conjunto universo son todas las cartas del maso, A son solo las cartas que pertenecen a los números entre el dos y el siete y B son las cartas que tienen marcadas con diamantes. La diferencia entre A y B, son los elementos que pertenecen solo a A, pero no a B, por lo que se concluye que la operación de $A - B = C$, es la sección rayada de color verde.

En esta sección se colocará un gráfico.

Nota: Se debe de considerar que cualquier conjunto como un subconjunto del conjunto universo U.



1.2 ACTIVIDADES

OA4-P10 ACTIVIDADES: PRACTICO LO APRENDIDO

Las actividades planteadas en esta sección están propuestas para ser interpretadas, representadas y resueltas por el estudiante como parte del refuerzo de los conocimientos de acuerdo a los temas planteados en este OA.

Actividad 1: Marque las siguientes opciones con verdadero o falso de acuerdo al enunciado.

Jorge es Ecuatoriano y es el nuevo técnico del “AC Milan”. Él se propone jugar con tres defensas debido a la calidad técnica de los italianos, para lo cual le es entregado las secciones A, B, C y D en las que solo pueden participar Pedro, Juan y Carlos.

En esta sección se colocará un gráfico.

- **Pedro, Juan y Carlos desean saber si $(A \cap D) \cap B$, representa una sección del campo de juego que se encuentra dentro de $(A \cup B) \cup (C \cap B)$.**

Respuesta: Verdadero.

- **A Pedro y a Juan se le asigna jugar en la sección común entre los conjuntos A, D y B en la cancha. La operación sería $(A \cap D) \cap B$.**

Respuesta: Verdadero.

- **A Pedro y a Juan se le asigna jugar solo en A, pero se puede decir afirmar que su representación entre conjuntos es: $A \cup (D \cup B)$.**

Respuesta: Falso.

- **El sector designado para Juan es $C - B$, su representación es la sección rayada de color blanco.**

En esta sección se colocará un gráfico.

Respuesta: Falso.



- Para Carlos se le asigna $(A \cap B) - D$, y considera que es una sección interna a $B - [(C \cup D) \cup A]$.

En esta sección se colocará un gráfico.

Respuesta: Falso.

- A Jorge le presentan la siguiente igualdad entre conjuntos, y se desea que afirme o no, si se trata de una igualdad.

$$[(A \cap B) - D]' = B - (A \cap B \cap D)$$

En esta sección se colocará un gráfico.

Respuesta: Falso.

Ejercicio 2. Lea el enunciado y responda las siguientes preguntas.

Se ensamblan en la ciudad de Cuenca 50 ordenadores de diferentes marcas por cada día de los cuales se realiza una donación de una unidad para diferentes instituciones educativas de la zona urbana. Los demás ordenadores son repartidos de la siguiente forma: Seis ordenadores para Naranjal y Girón, diez ordenadores solo para Oña, tres ordenadores para los tres cantones, cuatro ordenadores para Naranjal y Oña y solo uno ordenador para Girón y Oña. Además, designamos los conjuntos de la siguiente forma: N para Naranjal, G a Girón y O para Oña.

Seleccione la opción de verdadero o falso, si la imagen corresponde a lo estipulado en su enunciado.

En esta sección se colocará un gráfico.

Falso

En esta sección se colocará un gráfico.

Verdadero

En esta sección se colocará un gráfico.

Falso



- **¿La sección de color rojo representa la cantidad de ordenadores que llegan solo al cantón Girón?**

En esta sección se colocará un gráfico.

Respuesta: Verdadero.

Complete los espacios en blanco con letras.

- **¿Cuántos ordenadores tienen en común los cantones Oña, Naranjal y Girón?**

Respuesta: 3 ordenadores.

- **¿Cuántos ordenadores llegaron solo al cantón Naranjal y cantón Oña?**

Respuesta: 1 ordenador.

- **¿Cuántos ordenadores fueron destinados solo para Girón y Naranjal?.**

Respuesta: 3 ordenadores.

Actividad 2. Completa las frases.

- Se denomina _____ la operación entre conjuntos que contempla a los elementos comunes de un con otro.

Respuesta: Intersección.

- Si el símbolo \cap se encuentra entre $A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ y $B = \{ 1, 2, 4, 6, 7 \}$, los elementos correspondientes son: _____.

Respuesta: 1 y 7.

- La representación algebraica de la sección de la figura es:
_____.

En esta sección se colocará un gráfico.

Respuesta: $[(A \cup B) \cap C] \cap A$.



1.3 AUTOEVALUACIÓN

OA4-P11 AUTOEVALUACIÓN: ES TU TURNO, RESOLVE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS.

En esta sección se plantea actividades para el estudiante en pro de ser desarrolladas en base a los contenidos de estudio del OA.

Ejercicios:

- Selecciona una opción de la izquierda para después relacionar con la figura que lo represente.
http://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/2461616/html5/operaciones_con_conjuntos.htm
- Refuerza tus conocimientos en el simulador.
http://libroweb.alfaomega.com.mx/book/682/free/ovas_statics/matedis/recursos/simuladores/Conjuntos.swf



1.4 OA4-P12 CONCLUSIÓN

En esta sección se plantea los contenidos preestablecidos con los que usuario interactúa en el OA.

En esta sección se colocará un gráfico.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Refuerza los conceptos, propiedades y teoremas que forman parte de las operaciones de la unión, intersección, diferencia y complemento con conjuntos. ✓ Interpreta las operaciones entre conjuntos mediante la implementación de diagramas de Venn.
---	--

1.5 BIBLIOGRAFÍA

OA4-P13 REFERENCIAS

- Bustamante, Alfonso. (2009). Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. Bogotá: Pearson.
- Educaplay: plataforma de acceso libre para crear actividades educativas.
- Ferrater, Mora, José Leblanc, Hugues. (1995). Lógica matemática. México: Fondo de Cultura Económica.
- Lipschutz, Seymour. (1991). Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas a fines. México: McGraw–Hill.
- Seymour, L., & Lars, M. L. (2007). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Veerarajan, T. (2008). Matemáticas Discretas. México: McGraw-Hill.
- Voky. Oddcast. <http://www.voki.com/>.

1.6 METADATOS

Titulo	OPERACIONES CON CONJUNTOS.
Creador	Bayron Jiménez, Diana Zhunaula.
Descripción	En este objeto de aprendizaje (OA), está encaminado al estudio de las operaciones con conjuntos tales como: Unión, intersección, diferencia y complemento con actividades resueltas y propuestas para el refuerzo de los conocimientos de los estudiantes.
Asunto	TEORÍA DE CONJUNTOS.
Origen	Proyecto de Aplicación: Educación.
Idioma	Español.
Cobertura	Docentes y estudiantes de primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física y Universidad de Cuenca en general.
Relación	
Derechos	Universidad de Cuenca.
Fecha	Junio, 2016.
Formato	Html y Scorm.
Identificador	
Contribuyente	Universidad de Cuenca.

CAPITULO IV

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 METODOLOGÍA

En la investigación de campo se implementó el uso de encuestas para facilitar la recopilación de información acerca de la percepción de un OA en los temas de: Determinación, clasificación, relaciones y operaciones con conjuntos pertenecientes a la Teoría de Conjuntos como un aporte al Laboratorio de Matemáticas cumpliendo con los objetivos plasmados en este proyecto.

4.1.1 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población está conformada por los estudiantes la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca. En cuanto a la muestra se considera a los estudiantes de primer ciclo que cursan la materia de Teoría de Conjuntos perteneciente al periodo Marzo - Julio 2016.

El primer ciclo está conformado por un total de 33 estudiantes registrados en lista, de los cuales se ha encuestado a 28 personas, debido a la ausencia o por retiro no se los consideró.

4.1.2 RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el desarrollo de nuestro proyecto se ejecutó el instrumento de las encuestas, como una técnica para realizar la recolección de información de los estudiantes de primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física. Estas contienen: Una presentación, uso del documento con sus respectivas indicaciones, ocho preguntas relacionadas con la percepción que se tiene con respecto al recurso multimedia OA y finalmente con un cordial agradecimiento.



Los datos del estudio están plasmados en tablas con su respectiva representación gráfica seguida de una interpretación elaborada por sus autores del presente proyecto.

La recolección de la información en este capítulo se realiza en base a los siguientes objetivos planteados:

- Conocer la percepción que tienen tanto los docentes como los estudiantes acerca de la implementación de un OA.
- Determinar las posibles ventajas y desventajas que posee cada OA.
- Comprobar si los contenidos son los pertinentes dentro de los OA.
- Establecer cuáles de las secciones que compone cada OA causó más interés en los estudiantes.

4.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Luego de la encuesta aplicada a los estudiantes del primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física en el periodo Marzo - Julio 2016, la misma que se ejecutó con el objetivo de conocer la percepción de los estudiantes acerca de un OA, se obtuvo los siguientes resultados:

1. ¿Cómo le pareció el contenido general de los OA?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Muy bueno	7	25,00%
Bueno	17	60,71%
Regular	4	14,29%
Malo	0	0,00%

Tabla 3: Contenido general del OA.

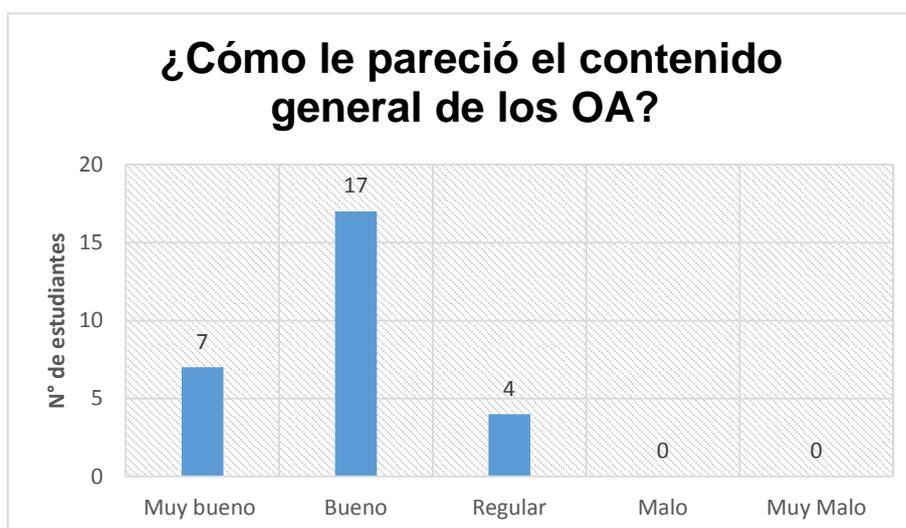


Gráfico 3: Contenido general de los OA.

Interpretación:

El 25% correspondiente a siete estudiantes encuestados consideran que el contenido de los OA son muy buenos, un 60,71% siendo 17 personas les parece muy bueno mientras que el 14,29% correspondiente a cuatro personas consideran el contenido presentado es regular, pero para la opción de malo y muy malo no han sido consideradas por los encuestados como alternativas a escoger.

2. ¿Consideras que las temáticas utilizadas dentro de los OA fueron?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Excelente	6	21,43%
Bueno	15	53,57%
Regular	7	25,00%
Malo	0	0,00%
Muy Malo	0	0,00%
Total	28	100%

Tabla 4: Temáticas dentro de los OA.

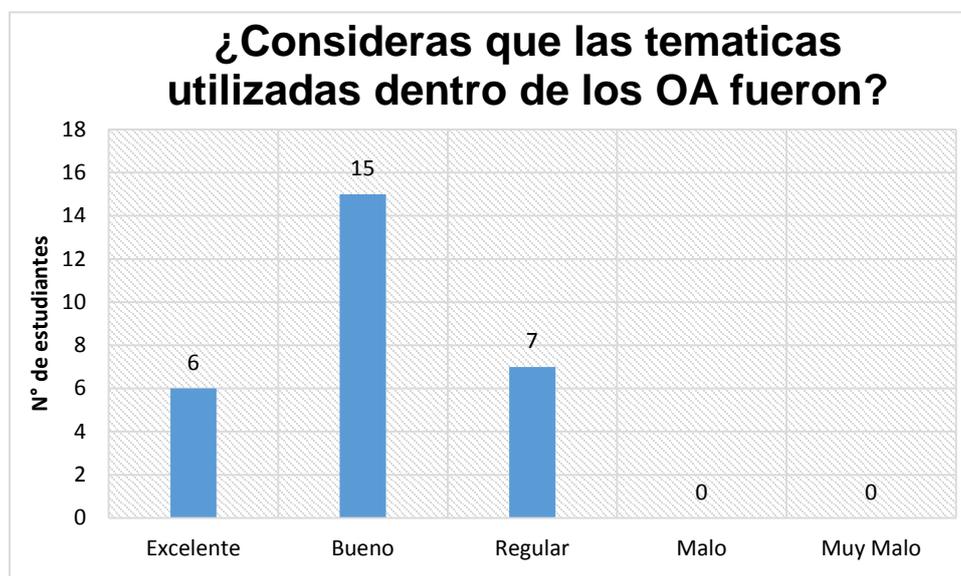


Gráfico 4: Temáticas dentro de los OA.

Interpretación:

La alternativa de excelente corresponde al 21,43% que representa a seis estudiantes. Además, la mayoría de encuestados con el 53,57%, es decir, 15 personas piensan que las temáticas dentro de los OA son buenos, un 25% que es un total de siete estudiantes consideran que es regular, pero para la opción de malo y muy malo no han sido consideradas por los encuestados como alternativas a escoger.

3. ¿Cómo considera usted los conceptos, definiciones y expresiones establecidas en los OA?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Excelente	7	25,00%
Bueno	17	60,71%
Regular	4	14,29%
Malo	0	0,00%
Muy Malo	0	0,00%
Total	28	100,00%

Tabla 5: Conceptos, definiciones y expresiones del OA.

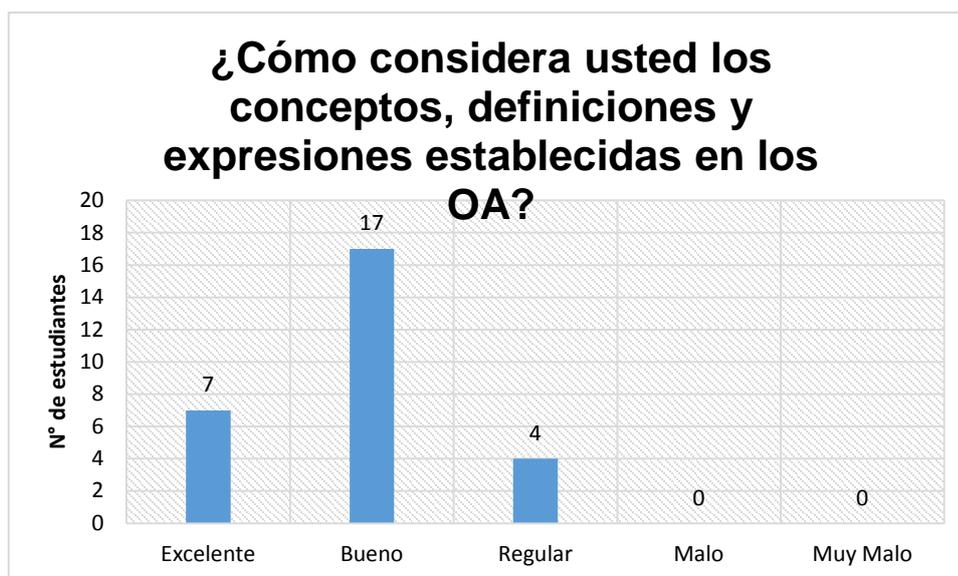


Gráfico 5: Conceptos, definiciones y expresiones del OA.

Interpretación:

Un total de siete estudiantes que corresponde a un 25% del total de encuestados, están en completo acuerdo de que los conceptos, definiciones y expresiones son excelentes, el 60,71% cree que son buenos, mientras que el 14,29% respondió que son regulares, pero para la opción de malo y muy malo no han sido consideradas por los encuestados como alternativas a escoger.

4. La estructura que adopta cada OA es:

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Excelente	7	25,00%
Bueno	19	67,86%
Regular	2	7,14%
Malo	0	0,00%
Muy Malo	0	0,00%
Total	28	100,00%

Tabla 6: Estructura del OA.

Interpretación:

D

e 28

encuest

ados del primer ciclo, siete con el 25% afirman que la estructura que posee el OA es excelente. Asimismo, 19 estudiantes representando el 67,86% consideran que es bueno, por otro lado dos estudiantes con el 7,14% establecen que estructura del OA es regular pero para la opción mala y muy mala no han sido consideradas por los encuestados como alternativas a escoger.

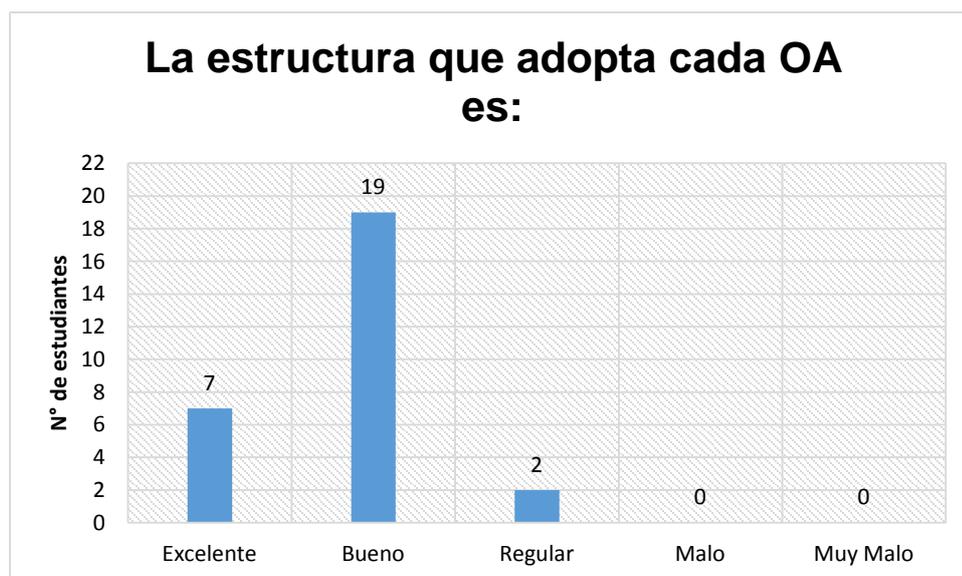


Gráfico 6: Estructura del OA.

5. ¿Cómo le pareció el planteamiento de las actividades en los OA?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Muy novedoso	7	25,00%
Novedoso	13	46,43%
Poco novedoso	8	28,57%
Nada novedoso	0	0,00%
Total	28	100,00%

Tabla 7: Actividades de los OA.

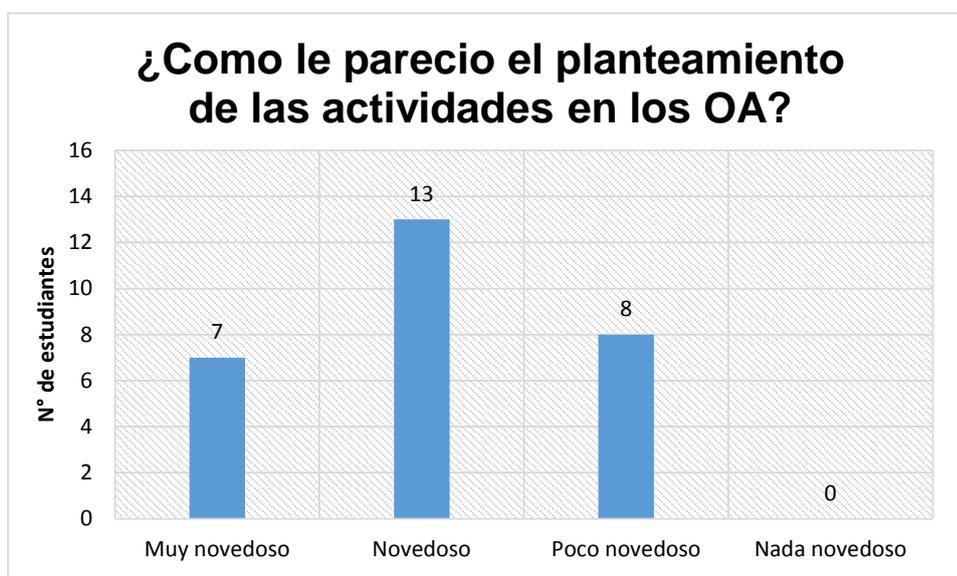


Gráfico 7: Actividades de los OA.

Interpr

etación

:

El 25% que representan la minoría de estudiantes, afirman que las actividades planteadas en el OA son muy novedosas, pero 13 encuestados con el 46,43% consideran como novedoso respectivamente. De la misma forma, para ocho personas con el 28,57%, que las actividades planteadas son poco novedosas como se puede apreciar la tabla número cinco, pero para la opción Nada novedoso no ha sido considerada por los encuestados como una alternativa a escoger.

6. ¿La autoevaluación le ayudó a consolidar el aprendizaje?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Si	18	64,29%
No	0	0,00%
A veces	10	35,71%
Total	28	100,00%

Tabla 8: Autoevaluación del OA.



Gráfico 8: Autoevaluación del OA.

Interpretación:

El 64,29% que representa a 18 de los 28 estudiantes encuestados afirman que la autoevaluación logró ayudar a consolidar su aprendizaje, pero siendo 10 personas con el 35,71%, establecen que a veces la autoevaluación ayudo a lograr consolidar su aprendizaje. Además, para los encuestados a la opción de no es considerada como una alternativa no factible a escoger.

7. ¿La navegación del OA desde su inicio hasta su finalización le pareció?

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Muy fácil	10	35,71%
Fácil	16	57,14%
Difícil	2	7,14%
Muy difícil	0	0,00%
Total	28	100,00%

Tabla 9: Navegación en los OA.



Gráfico 9: Navegación en los OA.

Interpretación:

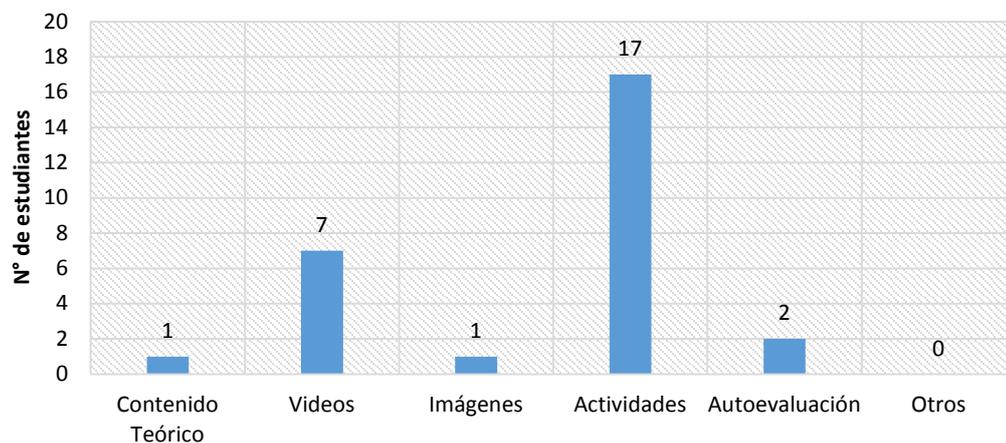
En la gráfica número siete se puede observar que 10 de los 28 encuestados representando el 35,71% sostiene que la navegación en el OA fue muy fácil, de la misma forma 16 estudiantes afirman que fue fácil y solamente dos estudiantes consideran que el manejo del OA fue difícil, pero para la opción Muy difícil no ha sido considerada por los encuestados como una alternativa a escoger.

8. De los OA presentados ¿Cuál de las secciones le llamó más la atención?
En caso de seleccionar otro, especifique.

Respuesta	N° de Estudiantes	Porcentaje
Contenido Teórico	1	3,57%
Videos	7	25,00%
Imágenes	1	3,57%
Actividades	17	60,71%
Autoevaluación	2	7,14%
Otros	0	0,00%
Total	28	100,00%

Tabla 10: Secciones de los OA.

De los OA presentados ¿Cuál de las secciones le llamo mas la atencion? En caso de seleccionar otro, especifique.







Interpretación:

Para esta pregunta uno de los encuestados sostiene que la opción de contenido teórico le llama más la atención representado por el 3,57%, mientras que los videos fueron escogidos por siete personas con el 3,57%. Para las imágenes fue escogida por una sola persona. Mientras tanto, la opción que más llama la atención a 17 personas es representada por el 60,71% y finalmente para dos entrevistados la autoevaluación con el 7,14%. Asimismo, para la opción otros no ha sido considerada por los encuestados como una alternativa a escoger.

4.3 ENTREVISTA

Se aplicó una entrevista a tres docentes de la carrera de Matemáticas y Física, los mismos que imparten cátedra de temas pertenecientes a la Teoría de Conjuntos en la Universidad de Cuenca.

La entrevista se realizó de forma individual posterior al uso de los OA propuestos, esta consta de cuatro preguntas, los mismos que proporcionan información de la percepción de cada docente acerca de un OA. A continuación se presenta de forma resumida los criterios emitidos por los docentes. Además, el modelo de la entrevista se encuentra como Anexo número cinco.

4.3.1 ANÁLISIS DE CRITERIOS DE LOS ENTREVISTADOS

1. ¿Cómo le pareció este tipo de recurso tecnológico?

Los criterios expuestos por dos docentes entrevistados, han considerado que el OA es un recurso tecnológico muy bueno, mientras que el tercer entrevistado lo califica como bueno.

2. ¿Cree usted que el contenido general de los OA son los adecuados?

Los contenidos del OA, son calificados por dos docentes como la base para el estudio de temas de mayor complejidad en la Teoría de Conjuntos. Sin embargo, el tercer entrevistado menciona que se debería tener cuidado con el



lenguaje a utilizar para una correcta interpretación y representación de contenidos.

3. ¿Cree usted que estos OA ayudará a fortalecer los aprendizajes de los estudiantes?

Dos docentes consideran que los OA puede ayudar a fortalecer los aprendizajes debido a que contiene teoría, ejemplos modelos y actividades de aprendizaje entre otros recursos. Además, consideran que la tecnología es una herramienta vigorosa en el aprendizaje de los estudiantes para que observen y desarrollen ejercicios desde una perspectiva diferente de tal forma que los conceptos sean aprendidos de una manera significativa. Asimismo, este recurso puede ser utilizado como material de apoyo fuera de la clase. Por otro lado, un entrevistado menciona que la presentación podría causar confusión en los estudiantes.

4. ¿Implementaría este tipo de OA con sus estudiantes?

La implementación de un OA en los estudiantes es considerado por los entrevistados como un recurso estructurado sistemáticamente que facilita la labor académica del docente y el aprendizaje en los estudiantes; ayudando aspirar a conseguir los objetivos planteados. Asimismo, recomiendan que en la actualidad el docente de Matemáticas debe buscar nuevos recursos didácticos y tecnológicos innovadores que refuercen los aprendizajes.



CONCLUSIONES

Luego de haber culminado nuestro trabajo de titulación, se ha creído conveniente describir las siguientes conclusiones:

- Los estudiantes del primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física del ciclo académico marzo - agosto 2016, consideran que si es factible que el docente universitario integre este tipo de OA dentro del proceso educativo puesto que este es un recurso tecnológico sistemático e innovador que despierta gran interés en los estudiantes. Por otra parte, los docentes entrevistados mencionan que es un recurso que puede ayudar a conseguir los objetivos planteados. Asimismo, los OA se pueden considerar como la base de contenidos de aprendizaje para temas de mayor complejidad.
- La aplicación e implementación del software educativo Exe-Learning logra ser un recurso practico y sencillo que permite el desarrollo de actividades para los estudiantes al permitir involucrarse en los temas de estudio en la búsqueda de un aprendizaje activo y significativo con el protagonismo en la interactividad entre estudiantes, estudiantes y profesor y estudiantes y el OA.
- Los OA son un recurso tecnológico que facilita la comunicación de contenidos entre el docente y el estudiante e integra a otros recursos para conformar alternativas de aprendizaje para los estudiantes provocando que los discentes se sientan motivados al ser parte de la solución de una actividad. Sin embargo, la validez de los recursos solo dependerá de la actitud del docente al considerar este tipo y otros recursos didácticos multimedia durante el proceso de enseñanza - aprendizaje.
- Los OA son diseñados para estudiantes y debe ser considerado que se presente al final de cada tema de estudio en este caso una inter-disciplina entre la Teoría de Conjuntos y la tecnología. Además, este tipo de recursos presentan grandes beneficios por ser digital, libre e interactivo que no contiene costo alguno y es accesible casi desde cualquier parte del mundo.

RECOMENDACIONES

Al culminar este proyecto de titulación y por la relevancia del mismo se emite las siguientes recomendaciones a ser consideradas:

- Establecer entre el docente y directivos de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, tutorías sobre el manejo de Exe-Learning y Adobe Flash entre otros programas que permitan el desarrollo de material educativo multimedia para una mejor construcción de los OA, debido a que estos software posee un amplia variedad de herramientas que pueden ser implementadas para buscar lograr un aprendizaje o el fortalecimiento de los conocimientos en los estudiantes. Además, se recomienda no sea considerado Java o recursos asociados al mismo debido a que no funciona correctamente en los exploradores: Google Chrome, Mozilla Firefox, Opera y Internet Explorer entre otros.
- Incentivar el diseño y construcción de OA en otras áreas de la Matemática y la Física, debido a la flexibilidad, reusabilidad y facilidad para concentrar gran cantidad de información de otros recursos en solo uno. De la misma forma, se construya un repositorio como la plataforma de almacenamiento de OA como de otros recursos digitales.
- Integrar al OA, como un recurso en la planificación del docente que se complemente con la pizarra Digital Mimio para la realización de las diferentes actividades teóricas y prácticas preestablecidas en los recursos multimedia.
- Involucrar a docentes y estudiantes en ampliar y optimizar los contenidos como actividades realizadas en los OA, pero es necesario el conocimiento previo acerca de un OA y pasos para su construcción de tal manera que se contribuya con mayor información de los temas afines a la Teoría de Conjuntos para el aprendizaje de los conocimientos en los estudiantes de la carrera.
- Explorar los OA, debido a que en las guías cuentan con un número limitado de ejercicios los cuales buscan ser una referencia inicial para la comprensión de cada tema.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, A. B. (2009). *Lógica y Argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*. Bogotá-Colombia: Pearson Educación de México.
- Astudillo, G. (2011). *Análisis del estado del arte de los objetos de aprendizaje, revisión de su definición y sus posibilidades*. Universidad Nacional de la plata. Recuperado de: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4212/Documento_completo.pdf?sequence=1.
- Bujanda, M., Wendy, A., & Segura, N. (2010). *Manual de educación para la ciudadanía activa*. San José, San José de Costa Rica.
- Chiappe, A., Segovia, Y., & Rincón, H. (2007). *Toward an instructional design model based on learning objects*. Educational Technology Research and Development 55: 671-681.
- Constitución del la República. (2008). *Constitución del Ecuador*. Quito.
- De Zubiría, J. (1994). *Tratado de Pedagogía Conceptual: Los modelos pedagógicos*. Santa Fé de Bogotá: Fondo de Publicaciones Bernardo Herrera Merino.
- Díaz, J. R. (s.f.). *Proyecto Educativo*. Obtenido de Gobierno de Canarias: <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/edublogs/ceipmariajesusramirezdiaz/files/2013/09/4-CONOCIMIENTOS-PREVIOS.pdf>
- Escande, A. (s.f.). *Conjuntos*. Obtenido de <http://www.x.edu.uy/conjuntosteorico.pdf>
- exeLearning.net*. (s.f.). Obtenido de <http://exelearning.net/caracteristicas/#tab1>
- Freire, P. (s.f.). *Hitos de la historia de la educación en el Ecuador (siglos XVI-XX)*. Recuperado el 27 de OCTUBRE de 2015, de www.usfq.edu.ec.
- García, L. (2005). Recuperado a partir de <http://www.um.es/atika/gat/gat2/tema-delmes/colaboraciones-especiales-garcia-aretio/>.



Germán, L. (16 de 11 de 2010). *Apuntes sobre la Pedagogía Crítica: Su Emergencia, Desarrollo y Rol en la Posmodernidad*. Recuperado el 23 de Mayo de 2014, de Apuntes sobre la Pedagogía Crítica: Su Emergencia, Desarrollo y Rol en la Posmodernidad: <http://www.upacifico.edu.py/librosdigitales/989.pdf>

González, B., & Eswedy, S. (2015). *Diseño y Elaboración de Recursos Didácticos*.

Gutiérrez, F. J. (Octubre de 2004). *Universidad de Cádiz*. Obtenido de Universidad de Cádiz: <http://www2.uca.es/matematicas/Docencia/ESI/1710003/Apuntes/Leccion1.pdf>

Higgs, P., Meredith, S., & Hand, T. (2003). *Technology for sharing: Researching learning objects and digital rights management*. National Training Authority.

Instituto Tecnológico de Massachusetts. (1997). *mimio*. Obtenido de <http://www.mimio.com/es-LA.aspx>

Javier, M. (2003). *EL MOVIMIENTO TEÓRICO-PRÁCTICO DE MEJORA DE LA ESCUELA*. Recuperado el 23 de Mayo de 2014, de EL MOVIMIENTO TEÓRICO-PRÁCTICO DE MEJORA DE LA ESCUELA.: <http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Murillo.pdf>

Johnsonbaugh, R. (2005). *Matemáticas Discretas*. México: Pearson Educación.

Ley Orgánica de Educación Superior. (12 de Octubre de 2010). Recuperado el 15 de Noviembre de 2015, de <http://www.ups.edu.ec/documents/10184/19367/Ley+Org%C3%A1nica+de+Educaci%C3%B3n+Superior/b691001e-b2fb-47b6-8f54-6e32331a2a5e>

Lipschutz, S. (1991). *Teoría de conjuntos y temas afines*. Chile: Maval S.A.

Massa, M. (2012). *Objetos de Aprendizaje: Metodología de desarrollo y evaluación de calidad*. Universidad Nacional de la plata. Recuperado de <http://postgrado.info.unlp.edu.ar/Carreras/Doctorado/Tesis/Massa>.



- Ministerio de Educación. (2012). *Marco Legal Educativo*. Recuperado el 19 de Mayo de 2014, de Constitución de la República, Ley Orgánica de Educación Intercultural y Reglamento General: http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/01/Marco_Legal_Educativo_2012.pdf
- Ministerio de Educación. (09 de 2012). *Reseña Histórica*. Recuperado el 20 de 10 de 2015, de <http://www.educacion.gob.ec/>.
- Ministerio de Educación. (2012). *Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas en la Educación*. Quito: MinEduc.
- Ministerio de Educación. (25 de Octubre de 2013). *Ministerio de Educación*. Obtenido de http://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/01/Marco_Legal_Educativo_2012.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (24 de Mayo de 2004). Obtenido de Colombia aprende: <http://www.colombiaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172369.html>
- OEI, S.-E. (s.f.). *BREVE EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL SISTEMA*. Recuperado el 27 de 10 de 2015, de <http://www.oei.es/quipu/ecuador/ecu02.pdf>.
- Oldcast. (s.f.). *voky*. Obtenido de <http://www.voki.com/>
- Parrish, P. (2004). *The trouble with learning objects*. ETR&D.
- RAE. (Octubre de 2014). *Real Academia Española*. Obtenido de RAE.es: www.rae.es
- Seymour, L., & Lars, M. L. (2007). *Matemáticas Discretas*. México: McGraw-Hill.
- Sicilia, U., & Sánchez, A. (2009). *Learning objects y learning designs: conceptos. Presented at the Diseño y Evaluación de contenidos y actividades educativas reutilizables*. Information Engineering Research Unit. Universidad de Alcalá.



Stienen, J. (Noviembre de 2007). <http://www.iicd.org/files/Education-impactstudy-Spanish.pdf/>. Recuperado el 28 de Octubre de 28

Tetlalmatzi , L., & Farías, M. (Julio - Diciembre de 2014). *Dialnet*. Recuperado el 12 de 10 de 2015, de Dialnet- SistemaHipermediaParaAdministrarObjetosDeAprendiza-5151553.pdf

Tetlalmatzi, L., & Farías, N. (2014). Sistema hipermedia para administrar objetos de aprendizaje en educación secundaria Hypermedia system to manage learning objects in secondary education. *Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 3.

Torres, H. V. (s.f.). En H. V. Torres.

Universidad de Valencia. (14 de Enero de 2016). <http://www.aqu.cat/>. Obtenido de Los objetos de aprendizaje como recurso para la docencia universitaria: criterios para su elaboración: http://www.aqu.cat/doc/doc_22391979_1.pdf

Veerarajan, T. (2008). *Matemáticas Discretas*. México.: McGraw-Hill.

Wiley, D. (2002). Obtenido de The Instructional Use of Learning Objects. Agency for Instructional Technology: Recuperado de: <http://www.ltimagazine.com/ltimagazine/article/articleDetail.jsp?id=5043>



ANEXOS



ANEXO 1

UNIVERSIDAD DE CUENCA
 FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
 CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
 CICLO ACADÉMICO: MARZO 2016 – AGOSTO 2016

ATENCIÓN A ESTUDIANTES EN EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

Nombre del estudiante	Fecha	Hora	Actividad	Firma
Msc. Sublín Calle Diana Zhunauala Quizhpe	4/6/2016	10-12H00	Clase: La Parábola	
Diana Zhunauala Bayron Jiménez	02/06/2016	9 - 13H00	Elaboración, Revisión del proyecto de graduación.	
Diana Zhunauala	06/06/2016	9 - 17H00	Revisión del proyecto de titulación	
Diana Zhunauala	08/06/2016	10 - 16H00	Revisión del proyecto de titulación	
Diana Zhunauala	09/06/2016	9 - 17H00	Revisión del proyecto de titulación	
Aurita García J.	09/06/2016	10 - 12	Clase de Matemáticas Discretas.	
Jennyfer Belalcázar	09/06/2016	10-12	Clase de matemática discreta	

Mgs. Germán Panamá
 Coordinador Laboratorio Matemáticas
 Lic. Patricio Guachún.
 Laboratorista carrera de Matemáticas y Física.

ANEXO 2

Cuenca, 02 de Junio de 2015

Master
Eulalia Calle.
DIRECTORA DE LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
Su despacho

De nuestras consideraciones:

Nosotros, Bayron Fabricio Jiménez Morocho con C.I 0106453764 y Diana Paulina Zhunaula Quizhpe con C.I. 1105059453, solicitamos de la manera más cordial se nos conceda el permiso respectivo para la aplicación de la encuesta en nuestro trabajo de graduación titulado "OBJETO DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE TEORÍA DE CONJUNTOS EN LOS TEMAS DE: DETERMINACIÓN, CLASIFICACIÓN, RELACIÓN Y OPERACIONES CON CONJUNTOS", que tiene como objetivo analizar que tan aceptable es un objeto de aprendizaje en los temas antes mencionados a los estudiantes de la carrera Matemática y Física de la Universidad de Cuenca. Esta encuesta esta prevista a ser realizada a los estudiantes de I ciclo el día 8 de junio del 2016.

Seguro de su respuesta favorable a la presente, anticipamos nuestro agradecimiento y suscribimos.

UNIVERSIDAD DE CUENCA
- Facultad de Filosofía
- Carrera de Matemáticas y Física

DIRECCION
- CUENCA ECUADOR

Atentamente,



Bayron Fabricio Jiménez Morocho



Diana Paulina Zhunaula Quizhpe

Se da permiso
al señor
Bayron
2/50-4/2016

ANEXO 3



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

ENCUESTA

Nombres: _____.

Apellidos: _____.

Fecha: _____.



Esta encuesta está dirigida a los estudiantes de primer ciclo de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con el objetivo de conocer cuál es su percepción acerca de los Objetos de Aprendizaje.

La información en este documento será utilizada exclusivamente como parte de nuestro trabajo de titulación.

A continuación se presentan una serie de preguntas, por favor sírvase a responder con todo respeto y sinceridad posible.

Nota:

- *Recuerda que OA significa: Objeto de Aprendizaje.*

Marque con una (x) según su criterio en el casillero correspondiente.

1. ¿Cómo le pareció el contenido general de los OA?

Muy bueno	
Bueno	
Regular	
Malo	
Muy Malo	

**2. ¿Consideras que las temáticas utilizadas dentro de los OA fue?**

Excelente	
Bueno	
Regular	
Malo	
Muy Malo	

3. ¿Cómo considera usted los conceptos, definiciones y expresiones establecidas en los OA?

Excelente	
Bueno	
Regular	
Malo	
Muy Malo	

4. La estructura que adopta cada OA es:

Excelente	
Bueno	
Regular	
Malo	
Muy Malo	

5. ¿Cómo le pareció el planteamiento de las actividades en los OA?

Muy novedoso	
Novedoso	
Poco novedoso	
Nada novedoso	

**6. ¿La autoevaluación le ayudó a consolidar el aprendizaje?**

Si	
No	
A veces	

7. ¿La navegación del OA desde su inicio hasta su finalización le pareció?

Muy fácil	
Fácil	
Difícil	
Muy difícil	

**8. De los OA presentados ¿Cuál de las secciones le llamó más la atención?
En caso de seleccionar otro, especifique.**

Contenido Teórico	
Videos	
Imágenes	
Actividades	
Autoevaluación	
Otros	

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.



ANEXO 4

Las preguntas aplicadas en la entrevista a los docentes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca fueron:

1. ¿Cómo le pareció este tipo de recurso tecnológico?

Muy bueno	
Bueno	
Regular	
Malo	
Muy Malo	

2. ¿Cree usted que el contenido general de los OA son los adecuados?

Si	
No	

¿Por qué?

3. ¿Cree usted que este OA ayudará a fortalecer los aprendizajes de los estudiantes?

Si	
No	

¿Por qué?



4. ¿Implementaría este tipo de OA con sus estudiantes?

Si	
No	

¿Por qué?
