

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE POSGRADOS

“DESARROLLO DE LA COMPRESIÓN DE LOS CONCEPTOS DE FUNCIONES LINEALES EN LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA: PROPUESTA METODOLÓGICA”

Tesis previa a la obtención del Título de Magister en Docencia de las Matemáticas

AUTORA:

GIOCONDA DEL ROCÍO VINTIMILLA ZEA

C.I. 1708643000

DIRECTORA:

MAGISTER MÓNICA DEL CARMEN LLIGUAIPUMA AGUIRRE

C.I. 0102834363

CUENCA-ECUADOR

2016



RESUMEN

La presente investigación parte de la necesidad de superar los vacíos conceptuales que se producen durante el proceso de aprendizaje en la asignatura de matemática y tiene como objetivo lograr la comprensión de los conceptos básicos de las funciones lineales que integran uno de los pilares fundamentales dentro del dominio del conocimiento de los números y funciones. Se trabajó con un grupo de cuarenta estudiantes de Décimo Año de la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares” de la ciudad de Cuenca donde, a partir de los fundamentos del constructivismo, los lineamientos del Ministerio de Educación y los resultados de la evaluación diagnóstica, enfocada en la percepción del interés hacia los sustentos conceptuales de la materia, expectativas, métodos usualmente utilizados en la resolución de ejercicios y la verificación del nivel de conocimiento de los prerrequisitos del tema, se determinaron las bases para la elaboración de una propuesta metodológica, que promueva la participación activa de los estudiantes, mediante actividades diseñadas de manera secuencial que involucran los distintos registros de representación semiótica, para favorecer el empleo de toda la capacidad cognitiva, en la formación de conocimientos significativos. Para el análisis del impacto de la propuesta, se aplicó una nueva evaluación que analizó el rendimiento en los aspectos de comprensión de prerrequisitos, conceptos del tema y aplicaciones en ejercicios. Se obtuvo como resultado que mientras mejor es el proceso de construcción de las bases conceptuales, mayor es el nivel de desempeño estudiantil y se logra un aprendizaje significativo.

Palabras clave: función lineal, construcción y comprensión de conceptos, aplicación de conceptos, aprendizaje significativo.



ABSTRACT

The present research is based on the need to overcome the conceptual gaps that occur during the learning process in the subject of mathematics and it aims to achieve an understanding of the basic concepts of linear functions that make up one of the most fundamental pillars within the knowledge domain of numbers and functions. We worked with a group of forty students of the Tenth Year Basic Education from "Manuela Cañizares", a school of the city of Cuenca where, from the fundamentals of constructivism, the guidelines of the Ministry of Education and the results of the diagnostic evaluation, focused on the perception of interest towards the conceptual support of the subject, its expectations, methods usually used in solving exercises and checking the level of knowledge of the prerequisites of the content, the basis for the development of a determined methodology that promotes the active participation of students through activities designed sequentially involving different registers of semiotic representation to favor the use of any cognitive ability in the construction of meaningful knowledge. To analyze the impact of the proposal, a new assessment was applied to determine the performance aspects of understanding of prerequisites, theme concepts and applications in the development of exercises. The result that was obtained showed that, the better the process of the conceptual building, the higher the level of students' achievement and meaningful learning is achieved.

Keywords: linear function, construction and understanding of concepts, application of concepts, meaningful learning.



INDICE

RESUMEN.....	2
ABSTRACT.....	3
CLÁUSULA DE DERECHOS DE AUTOR.....	10
CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL.....	11
DEDICATORIA.....	12
AGRADECIMIENTO.....	13
INTRODUCCIÓN.....	14
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO	19
1.1. Comprensión de conceptos matemáticos.....	19
1.1.1. Qué es un concepto dentro de las matemáticas.....	19
1.1.2. Tipos de conceptos.....	20
1.1.2.1. Conceptos primarios.....	20
1.1.2.2. Conceptos de orden superior.....	20
1.1.2.3. Conceptos subordinados	21
1.1.3. Proceso mental para la construcción de conceptos matemáticos.....	21
1.1.4. El constructivismo y la comprensión de conceptos matemáticos.....	23
1.1.5. Errores y dificultades al estudiar conceptos dentro de la matemática.....	25
1.2. Metodología para el trabajo con conceptos dentro de la matemática.....	27
1.3. Importancia de las funciones lineales dentro de la matemática.....	29
1.4. Conceptos básicos de las funciones lineales dentro del orden matemático.....	29
1.4.1. Conceptos previos: lenguaje matemático y algebraico, operaciones con números reales, ecuaciones de primer grado, relaciones entre magnitudes, relación entre conjuntos, puntos en el plano cartesiano.....	31
1.4.2. Conceptos del tema	34



1.4.2.1.	Función vista desde el registro verbal	34
1.4.2.2.	Función vista desde la teoría de conjuntos.....	34
1.4.2.3.	Función vista desde el registro algebraico.....	36
1.4.2.4.	Función vista desde el registro tabular.....	37
1.4.2.5.	Función vista desde el registro gráfico.....	38
	Pendiente de una recta.....	39
	Función creciente, decreciente y constante.....	40
	Monotonía.....	40
	Interceptos.....	41
1.4.2.6.	Perpendicularidad y paralelismo entre rectas.....	42
CAPÍTULO II. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN Y DIAGNÓSTICO.....		44
2.1.	Método.....	44
2.1.1.	Enfoque, tipo y diseño de investigación	44
2.1.2.	Participantes.....	44
2.1.3.	Procedimiento.....	45
2.1.3.1.	Fase del marco teórico	45
2.1.3.2.	Fase de diagnóstico.....	45
2.1.3.3.	Fase de elaboración de la propuesta	46
2.1.3.4.	Fase de aplicación de la propuesta	47
2.1.3.5.	Fase de evaluación del impacto de la propuesta	47
2.1.4.	Instrumentos de recolección de la información.....	47
2.1.5.	Análisis e interpretación de datos.....	48
2.2.	Diagnóstico.....	48
2.2.1.	Resultados del Diagnóstico	49
2.2.1.1.	Primera parte. Percepción	49
	a) Actitudes	49
	b) Expectativas	50
	c) Métodos usualmente utilizados para la resolución de ejercicios y problemas	50
	d) Nivel de conocimiento de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales	51
2.2.1.2.	Segunda Parte. Verificación de conocimientos de los prerrequisitos	52
2.2.2.	Resumen de los resultados del Diagnóstico	54



CAPÍTULO III. ELABORACIÓN DE LA PROPUESTA, APLICACIÓN Y RESULTADOS	55
3.1. Elaboración de la Propuesta.....	55
3.1.1. Introducción.....	55
3.1.2. Diseño de la propuesta	56
3.1.2.1. Primera etapa.....	57
3.1.2.2. Segunda etapa.....	57
3.1.2.3. Tercera etapa.....	57
3.1.3. Actividades.....	58
3.1.4. Metodología de trabajo.....	59
3.1.5. Contenido de las actividades	59
Actividad 1. Prerrequisitos. Puntos en el plano cartesiano. Ecuaciones de primer grado.....	60
Actividad 2. Relaciones de dependencia entre magnitudes. Relaciones entre conjuntos. Lenguaje algebraico.....	65
Actividad 3. Relaciones Funcionales	72
Actividad 4. Transformaciones entre registros de representación.....	82
Actividad 5. Tipos de rectas. Monotonía. Introducción a la pendiente de una recta.....	87
Actividad 6. Interceptos de una recta. Pendiente.....	91
Actividad 7. Pendiente de una recta. Pendiente de rectas paralelas y perpendiculares.....	97
Actividad 8. Interceptos. Pendiente. Ecuación de la recta.....	102
3.2. Fase de aplicación de la Propuesta.....	107
3.3. Fase de evaluación del impacto de la Propuesta.....	108
3.3.1. Resultados fase de evaluación del impacto de la propuesta.....	109
3.3.1.1. Comprensión de prerrequisitos.....	109
3.3.1.2. Comprensión de conceptos.....	110
3.3.1.3. Aplicaciones de comprensión de conceptos en ejercicios y problemas.....	110
3.3.1.4. Descriptivos de ámbitos de estudio.....	111
3.3.1.5. Impacto de la aplicación de la propuesta metodológica.....	113
3.3.1.6. Resumen de resultados.....	117



IV. DISCUSIÓN	119
4.1. Conclusiones.....	119
4.2. Recomendaciones.....	121
4.3. Limitaciones para la investigación.....	122
BIBLIOGRAFÍA	123
ANEXOS	126

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Elementos de una relación entre conjuntos.....	32
Figura 2. Elementos del plano cartesiano.....	33
Figura 3. Elementos de una función.....	35
Figura 4. Relaciones funcionales y no funcionales.....	36
Figura 5. Registro tabular de una función.....	38
Figura 6. Elementos del gráfico de una función.....	38
Figura 7. Pendiente de una recta.....	39
Figura 8. Funciones monótonas y no monótonas.....	40
Figura 9. Interceptos de una recta.....	41
Figura 10. Rectas paralelas y perpendiculares.....	42
Figura 11. Actitud durante las clases de matemática. Resultados del Diagnóstico.....	49
Figura 12. Expectativas. Resultados del Diagnóstico.....	50
Figura 13. Métodos de resolución de ejercicios. Resultados del diagnóstico	50
Figura 14. Percepción de conocimientos: prerrequisitos.....	51
Figura 15. Percepción de conocimientos: prerrequisitos.....	51
Figura 16. Verificación de conocimientos: prerrequisitos.....	52
Figura 17. Verificación de conocimientos: prerrequisitos.....	53
Figura 18. Verificación de conocimientos: prerrequisitos.....	53
Figura 19. Puntos en el plano cartesiano.....	63
Figura 20. Tablas de valores.....	84
Figura 21. Representaciones semióticas de funciones.....	85



Figura 22. Representación gráfica. Cantidad de dinero.....	86
Figura 23. Representación gráfica Temperatura de una ciudad.....	89
Figura 24. Tipos de rectas y pendiente.....	96
Figura 25. Registro gráfico de una función.....	104
Figura 26. Ecuación de la recta, pendiente.....	107
Figura 27. Relación de calificaciones totales con respecto a la calificación de la evaluación de conceptos.....	113
Figura 28. Frecuencia de estudiantes con calificaciones en conceptos mayores a la media y notas en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación completa mayores a 7 puntos.....	114
Figura 29. Frecuencia de estudiantes con calificaciones en conceptos menores a la media y notas en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación completa mayores a 7 puntos.....	116

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Número de caramelos que toma un grupo de niños.....	69
Tabla 2. Prerrequisitos. Evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica.	109
Tabla 3. Conceptos. Evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica.....	110
Tabla 4. Aplicaciones. Evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica...	111
Tabla 5. Descriptivos de ámbitos de estudio. Evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica.....	112
Tabla 6. Correlaciones entre componentes de evaluación.....	112
Tabla 7. Correlación entre la calificación total de la evaluación y los conceptos.	112
Tabla 8. Descriptivos. Alumnos con un puntaje mayor a la media (Conceptos)..	114
Tabla 9. Valoración por estudiante (Conceptos por encima de la media)...	115
Tabla 10. Descriptivos. Alumnos con un puntaje menor a la media (Conceptos).....	116
Tabla 11. Valoración por estudiante (Conceptos por debajo de la media)..	117



ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Diseño de investigación aprobado.....	126
Anexo 2. Resultados de las Pruebas Censales Ser Ecuador 2008.....	143
Anexo 3. Resultados Pruebas Ser Estudiante 2013.....	150
Anexo 4. Consentimiento informado dirigido a los representantes legales de los estudiantes de la Escuela de EGB “Manuela Cañizares”	152
Anexo 5. Autorización del Distrito 01D01.....	155
Anexo 6. Instrumento de Evaluación Diagnóstica.....	156
Anexo 7. Plan de clase. Actividad 1.....	160
Anexo 8. Ejercicios de refuerzo. Actividad 1.....	163
Anexo 9. Plan de clase. Actividad 2.....	164
Anexo 10. Plan de clase. Actividad 3.....	168
Anexo 11. Ejercicios y problemas de refuerzo. Actividad 3.....	171
Anexo 12. Plan de clase. Actividad 4.....	173
Anexo 13. Plan de clase. Actividad 5.....	176
Anexo 14. Plan de clase. Actividad 6.....	179
Anexo 15. Plan de clase. Actividad 7.....	182
Anexo 16. Plan de clase. Actividad 8.....	185
Anexo 17. Instrumento de evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica.....	188



Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Yo, GIOCONDA DEL ROCÍO VINTIMILLA ZEA, autora de la tesis “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: propuesta metodológica”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Magister en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autora.

Cuenca, 11 de julio de 2016

Gioconda del Rocío Vintimilla Zea

C.I: 1708643000



Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Yo, GIOCONDA DEL ROCÍO VINTIMILLA ZEA, autora de la tesis “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: propuesta metodológica”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 11 de julio de 2016

Gioconda del Rocío Vintimilla Zea

C.I: 1708643000



DEDICATORIA

Dedico esta propuesta metodológica a todos los maestros que tengan interés en trabajar en funciones lineales con un nuevo sentido enfocado en la construcción de los conceptos para llegar a la comprensión y así lograr un aprendizaje significativo.



AGRADECIMIENTO

Agradezco en primer lugar a Dios que es mi luz y fortaleza en todo momento.

A mis hijos que son quienes dan sentido a mi vida.

A mis padres que me han enseñado que la constancia y el esfuerzo son los motores para alcanzar las metas.

A mis maestras que han contribuido a que se plasme este sueño, que es un logro más en el camino de mi vida.



INTRODUCCIÓN

La Constitución de la República del Ecuador vigente establece en su sección octava a la educación como un derecho irrenunciable de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible del Estado. En el año 2006, se estableció el Plan Decenal de Educación (2006-2015) que contiene dentro de sus políticas de estado el formar hombres y mujeres creativos y críticos. El Documento de Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica, implementado en el Ecuador desde el año 2010 tiene como objetivo principal la preparación para la comprensión y enfatiza el papel del estudiante como protagonista activo del proceso de aprendizaje. Dentro del área de matemática, es él quien debe reflexionar, valorar, criticar y argumentar conceptos, leyes, propiedades y códigos matemáticos. Además, los Estándares Educativos planteados por el Ministerio de Educación en el año 2012 tienen como base la calidad educativa que depende de los actores y los logros obtenidos dentro del proceso de aprendizaje, los que contribuyen a alcanzar las metas educativas propuestas. Es así que se establecen lineamientos básicos que promueven el razonamiento y desarrollo del pensamiento lógico, crítico y creativo para llegar a un aprendizaje significativo.

Pero por otra parte, se tienen los resultados de las evaluaciones del rendimiento estudiantil a nivel nacional como las pruebas SER aplicadas en el Ecuador en el año 2008 (Anexo 2), que muestran que el 53,3% de los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica tienen promedio regular en la materia de Matemática; en el año 2013 las pruebas Ser Estudiante muestran que el 42% de los estudiantes del Décimo Año no alcanzan el nivel elemental (Anexo 3). Son cifras preocupantes que hacen ver la problemática que existe en esta área de estudio y que se deben a diversos factores, entre ellos, la motivación hacia la materia, los métodos utilizados en el aula y sin duda, el aporte del maestro.



A través de la experiencia docente se ha observado que muchos estudiantes consideran innecesario el estudio de la parte conceptual de la matemática dándole poca importancia, ya que la asumen como eminentemente práctica, dejando de lado los conceptos, símbolos y todos los elementos que componen el lenguaje matemático y que al integrarse mediante una estructura lógica, otorgan significado a los conceptos de cada tema de estudio y consecuentemente a los procesos de resolución de ejercicios y problemas. Es así que se ha detectado que los estudiantes de décimo año de educación general básica al abordar el Bloque de Relaciones y Funciones, tienen vacíos conceptuales en cuanto a pre requisitos, que afectan al normal desarrollo del tema y luego, constituyen errores conceptuales básicos que impiden la adquisición de nuevos conocimientos con riqueza semántica que puedan aplicarse acertadamente en ejercicios y problemas.

El presente estudio toma como punto de partida esta problemática del estudiantado que incide en la comprensión de los conceptos matemáticos y por lo tanto en el rendimiento académico, estableciéndose las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Qué conceptos son fundamentales para el estudio de las funciones lineales?
2. ¿Cómo se puede identificar el nivel de comprensión de los conceptos fundamentales dentro del estudio de las funciones lineales?
3. ¿Qué estrategias metodológicas dentro del constructivismo desarrollan la comprensión de los conceptos durante el estudio de funciones lineales para así mejorar el rendimiento académico?
4. ¿Qué impacto tendrá la implementación de una propuesta metodológica utilizada en el estudio de los conceptos de las funciones lineales?

De esta manera se planteó como objetivo general el promover la comprensión de los conceptos básicos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica mediante la aplicación una propuesta metodológica y como objetivos específicos:



1. Identificar, desde la teoría, los conceptos fundamentales para el estudio de las funciones lineales.
2. Identificar el nivel de comprensión, de los conceptos fundamentales en el estudio de las funciones lineales, que poseen los estudiantes de décimo de EGB.
3. Desarrollar una propuesta metodológica de aprendizaje, para promover la comprensión de los conceptos en el estudio de las Funciones Lineales.
4. Evaluar el impacto de la aplicación de la propuesta metodológica.

Para sustentar la investigación, en primer lugar se determinaron las variables de estudio:

1. La comprensión de los conceptos matemáticos dentro del estudio de las funciones lineales.
2. La importancia de la aplicación de propuestas metodológicas desde la didáctica para desarrollar la comprensión de los conceptos de funciones lineales.

En base a las cuales se realizó la fundamentación teórica de acuerdo a los lineamientos del constructivismo en lo que respecta a la importancia de la construcción de conceptos matemáticos para lograr un aprendizaje significativo, además de la necesidad de la aplicación de una metodología adecuada para la construcción de los mismos, respetando la estructura de su formación, el lenguaje utilizado, los tipos de conceptos, símbolos y signos que intervienen, cada uno con su significado y con el lugar que ocupan en el proceso de formación de los nuevos conceptos. Se determinó que para llegar a la comprensión de conceptos, se requiere la presencia del maestro, con un trabajo organizado y acorde a las necesidades de los estudiantes en cuanto a sustentar su formación de forma clara para que sean ellos quienes los construyan y les otorguen un significado propio que se evidencia en la aplicación eficaz en ejercicios y problemas.



Considerando que las Funciones Lineales forman parte de uno de los dominios de conocimiento fundamentales dentro de la matemática en el décimo año de educación básica y sirven de base para los estudios del bachillerato y la educación universitaria, se realizó la revisión de varios trabajos de investigación relacionados con las funciones lineales, aplicables para estudiantes de educación media, donde se analizan los distintos tipos de dificultades que presentan los grupos de estudio, Entre ellos está la tesis que analiza las dificultades que existen para articular los distintos registros semióticos, la propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje, dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al concepto de función, la propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional, entre otras y en todos se destaca la importancia del trabajo del maestro con propuestas que ayuden a superar los problemas detectados para llegar a la comprensión.

Se recopiló además, información de los objetivos básicos para el Décimo Año que sobre el tema se expresan en el Documento de Actualización y Fortalecimiento de la Educación General Básica (2010) y los estándares de aprendizaje en el dominio del conocimiento de los números y funciones que se determinan dentro de los Estándares de Calidad Educativa (2012), en base a los cuales se realizó una revisión de los prerrequisitos y contenidos básicos dentro del tema de las Funciones Lineales que el Ministerio de Educación establece para el Décimo Año dentro en lo que respecta a la parte conceptual. Se tomaron los que se considera de mayor importancia dentro de la presente investigación, añadiendo otros que sirvieron para complementar el estudio.

En la fase del diagnóstico se trabajó con los estudiantes de Décimo Año de la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares” de la ciudad de Cuenca, donde la maestrante labora como docente directa del grupo investigado. Se aplicó una evaluación inicial que incluyó cuatro aspectos: su actitud en relación a los fundamentos teóricos de la materia, expectativas, métodos usualmente utilizados en la resolución de ejercicios y problemas y su percepción personal del conocimiento de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales. En una segunda evaluación se realizó la verificación del nivel de conocimiento de los prerrequisitos que realmente poseían sobre el tema.



A partir de los resultados obtenidos se diseñó una propuesta metodológica que pretende reforzar la práctica educativa con metodologías acordes a las necesidades actuales y específicas del grupo de estudio, para dar respuesta a esta problemática que afecta a todos quienes están inmersos dentro en el quehacer educativo. Contiene actividades para trabajar la parte conceptual de cada tema dentro de las Funciones Lineales con la ayuda del maestro, en forma individual y grupal, con estrategias metodológicas que promueven, con un adecuado uso del lenguaje matemático, la ejercitación de procesos de abstracción, comparación, generalización que, además de potenciar la construcción de los conceptos básicos, inciden en la formación de conocimientos significativos y ayudan a desarrollar la capacidad de ordenamiento y razonamiento abstracto para la aplicación de los conceptos en el análisis y resolución de ejercicios y problemas.

Finalmente se realizó la estimación del impacto de la aplicación de la propuesta metodológica mediante la aplicación de una evaluación en tres aspectos: prerrequisitos, comprensión de conceptos y aplicación de éstos en ejercicios y problemas. Los resultados, a más de mostrar el rendimiento obtenido por los estudiantes en cada uno de estos aspectos, evidenció la relación directa que existe entre la comprensión de los conceptos con la aplicación en ejercicios y problemas y el nivel global de los aprendizajes alcanzados.

CAPITULO I

MARCO TEÓRICO

1.1. Comprensión de conceptos matemáticos

1.1.1. Qué es un concepto dentro de las matemáticas.

Dentro del estudio de las matemáticas, debería ser natural el empleo de los conceptos con sus elementos constitutivos con un manejo adecuado del lenguaje para en base a ellos, llegar a construir nuevos conceptos con riqueza semántica, ya que resulta incompleto como aprendizaje el utilizar algoritmos de manera mecánica sin buscarles un significado propio, para la resolución de ejercicios. Entonces es de gran importancia, la construcción de cada uno de los conceptos básicos para entender e identificar el por qué, cómo y para qué de cada uno de los procesos utilizados y lograr un aprendizaje significativo donde se dé la transferencia a otros campos del saber.

De acuerdo a varios investigadores, para entender el proceso de construcción de conceptos de una manera lógica, en primer lugar se debe entender qué es un concepto. Ya en 1981, los matemáticos Tall y Vinner presentaron las conclusiones de su análisis en donde expusieron que la imagen de un concepto está constituida por todas las representaciones mentales que se han construido en la persona junto con sus propiedades, y está íntimamente ligada al proceso de abstracción y de los procesos cognitivos utilizados. Indican además que un ejemplo de concepto posee atributos relevantes e irrelevantes. En cambio, la definición del concepto es el objeto matemático determinado por una definición formal, constituida por lenguaje y símbolos. Por lo tanto, una definición formal de un concepto muchas veces es distinta de la definición personal, ya que cada individuo genera una propia imagen



del concepto que puede o no ser coherente con la definición formalmente establecida.

Un concepto es una generalización puramente mental de una serie de datos en donde el lenguaje y los símbolos intervienen en su formación y viene dado por sus atributos y por las relaciones entre ellos. Se puede decir entonces que poseer un concepto requiere un conocimiento de todas las operaciones mentales que deben haberse integrado entre sí para generarlo (carácter estructural), para poder agrupar objetos, cualidades, características por sus semejanzas y poder evaluar a través de su significado, si éstos pertenecen o no a esa idea abstracta en cuestión. (Godino, Batanero y Font, 2003)

En las matemáticas, mientras más aparece un objeto, más fácil y rápidamente se conceptualiza y tanto el significado como el sentido que se le da a este concepto, dependen del contexto (carácter operacional).

1.1.2. Tipos de conceptos.

De acuerdo a estudios realizados por el psicólogo y matemático Skemp (1999), existe un orden jerárquico para clasificar los conceptos y se basan en su proceso de formación.

1.1.2.1. Conceptos primarios. Son los más simples que se han formado de nuestras experiencias sensoriales y motoras con el mundo exterior, por ejemplo: amarillo, frío, dulce. Es así que cada vez que se presenta un ejemplo de ese concepto, inmediatamente se realiza un proceso de abstracción interna de las cualidades y características básicas y se le asocia con el concepto mismo. Algunos de éstos pueden formarse y ser utilizados sin el empleo del lenguaje.

1.1.2.2. Conceptos de orden superior. Son los que se han formado en base de otros conceptos y de sus distintos tipos de interacciones mediante el uso de la simbología adecuada, distintos tipos de lenguaje, y en otras etapas o niveles de abstracción. Estos sirven a su vez, para la formación de nuevos conceptos. Skemp (1999) indica que “los conceptos de un orden más elevado que aquellos que una persona ya tiene, no le pueden ser comunicados mediante una definición, sino



solamente preparándola para enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos” (p.36). Indica, además que dentro de las matemáticas todos los conceptos son secundarios ya que, en orden jerárquico, se han ido formando en base de otros. Además, muchos de ellos han evolucionado precisándose a través del tiempo, enriqueciéndose con los aportes de investigadores que han ido incluyendo y relacionando elementos y características para darles más solidez.

1.1.2.3. Conceptos subordinados. Por sus características y estructura se incluyen dentro de los de orden superior. Dentro de la matemática, son los pre requisitos que el maestro debe asegurarse que ya se encuentren formados en la estructura mental de sus estudiantes antes del proceso de construcción de los conceptos de orden superior.

Además, existen conceptos que son formados por el mismo sujeto y otros con la intervención de una persona sobre el sujeto, es decir, durante el proceso de aprendizaje, en donde el lenguaje es un elemento básico que tiene una función determinada y reglas de funcionamiento que ayudan a la creación y al descubrimiento de los conceptos en la medida de cómo se trabaja con ellos.

1.1.3. Proceso mental para la construcción de conceptos matemáticos.

La conceptualización es una actividad cognitiva fundamental y requiere como punto de partida de varias experiencias similares, en donde hay el reconocimiento de un objeto, se produce abstracción de sus características principales y luego, cuando se presentan experiencias posteriores, se pueden visualizar las semejanzas y diferencias. De acuerdo al análisis que realiza Skemp (1999), una abstracción, como un producto final será un concepto, que ha pasado por un cierto grado de experiencias que lo han formado.

Expresa también que cada persona, de acuerdo al tipo y calidad de aprendizaje que ha recibido, va formando su propio sistema y estructura conceptual, en donde los elementos se relacionan mediante símbolos y depende de las interacciones con el entorno. Además, mientras mayor sea la organización mental para abstraer los datos de similitudes y diferencias, serán más claros los conceptos.



Para la formación de conceptos matemáticos se requiere de construcciones sucesivas y en distintos niveles de abstracción, teniendo en cuenta que si uno de los niveles inferiores no está comprendido, existirán problemas de comprensión en los nuevos niveles. Es por ello que se deben analizar cada uno de los conceptos involucrados en la construcción del nuevo. Los conceptos anteriores deben ser accesibles al estudiante, es decir, no deben encontrarse muy apartados de sus esquemas cognitivos existentes para que exista acomodación. Se debe proceder a la generalización matemática que se refiere a realizar actividades de reflexión, análisis y de fundamentación en base a los rasgos esenciales y los nexos internos de los fenómenos que se estudian.

Añade, que en cada uno de los pasos para la formación de los conceptos, el rol del lenguaje en sus distintas representaciones es esencial, ya que los símbolos deben expresar todo el significado que requieren los conceptos y sirven para el registro y la comunicación de los conceptos utilizando el lenguaje de las matemáticas, ayudan a mostrar las estructuras internas, producen una actividad mental creativa y hacen posible la reflexión.

Los conceptos no deben reducirse únicamente a ser asignados con una definición, que en muchos de los casos es abstracta para el estudiante. Más bien es indispensable que éstos se vayan construyendo de manera significativa y funcional, es decir, dentro de un contexto, de una problemática a resolver. Esto implica una serie de operaciones cognoscitivas. Entonces, “Los procesos deben actuar con una buena cantidad de contenidos” (Chadwick, 2001, p120)

Es importante resaltar que en un contexto dado, un símbolo solo debe representar un concepto (debe transmitir solamente un significado) para evitar confusiones en el momento del análisis y las interacciones con otros conceptos. Sin embargo, dentro de la comunicación de los conocimientos matemáticos, así como dentro del proceso de construcción de los conceptos, un mismo concepto puede ser expresado mediante distintos símbolos, sistemas de símbolos o representaciones mentales. Es así como en el caso de las funciones que pueden ser representadas por medio de varios registros semióticos, que son medios que posee el individuo para expresar sus conocimientos, como el verbal, algebraico, tabular, gráfico que, de acuerdo a las investigaciones de Duval (2009), cada uno de los cuales tiene una estructura y



sistema lingüístico propio, sus limitaciones de significado y funcionamiento y se requieren de procesos mentales para transformar de un registro a otro. Para transmitir un concepto, se deben utilizar los signos y símbolos exactos, con las relaciones adecuadas entre ellos y la utilización del lenguaje matemático para que adquieran un significado real.

El estudiante realiza constructos o esquemas mentales que son representaciones internas de las situaciones matemáticas con un lenguaje propio y que luego del proceso de comprensión del concepto puede exteriorizarlo con un lenguaje común o matemático, mediante ejemplos o representaciones semióticas, ya sean de objetos, palabras o símbolos (verbales, visuales, escritos, algebraicos). Además, si el estudiante tiene en sus esquemas mentales un concepto, no necesariamente lo nombrará, sino más bien, podrá reconocer ejemplos de ese concepto y clasificar elementos de acuerdo a sus características. El tipo de concepto que se forma mediante imágenes y procesos mentales, depende del nivel de abstracción o disociación que posee el individuo y de la calidad de los esquemas que puede ir construyendo.

Existen procesos mentales donde la asimilación de los conceptos es directa y otros en donde los nuevos conceptos deben acomodarse a los ya existentes. Ciertos conceptos se fundamentan en otros por lo que es indispensable la secuencialidad en el proceso de aprendizaje, pues hay conceptos que se deben tratar únicamente para llegar a los que son realmente importantes dentro del tema de estudio. (Godino et al., 2003).

1.1.4. El constructivismo y la comprensión de conceptos matemáticos.

El constructivismo aparece como paradigma de educación con Piaget, quien explica que los conocimientos y el desarrollo intelectual son producto de un proceso de integración de estructuras previas con otras que irán encadenándose y que en el proceso de generación de los conocimientos existe una continua interacción entre la persona y el objeto, que incluyen procesos de asimilación de los conocimientos



externos a lo ya adquirido y la acomodación que consiste en modificar los conocimientos ya existentes cuando se incorporan otros nuevos, es decir que los conceptos se construyen mediante una participación activa del sujeto. (Villar, 2003)

Para Socas & Camacho (2003) de acuerdo al constructivismo, el objetivo del trabajo con conceptos matemáticos exigen del individuo capacidades que comienzan a darse en la adolescencia, ya que alrededor de los doce años los niños empiezan a desarrollar la lógica formal, poseen mayor capacidad para aplicar sus conocimientos a situaciones abstractas, resuelven problemas y desarrollan la inteligencia reflexiva con habilidades sistemáticas y lógicas del razonamiento.

La comunicación influye en el desarrollo de la inteligencia reflexiva, ya que se deben relacionar ideas con símbolos, por lo tanto el proceso de enseñanza deberá incluir actividades que ayuden a acomodar los esquemas, además a realizar actividades reflexivas que produzcan cambios en esquemas mal estructurados. Es conveniente generar situaciones que lleven a buscar la comprensión de conceptos y la conexión con otros conceptos ya conocidos, ya que un concepto adquiere significado en la medida en que se lo aplica asertivamente en situaciones o problemas que sean accesibles al nivel del conocimiento de los estudiantes (Rico, 2009). Además, dentro de la concepción constructivista se manifiesta que:

Aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido que pretendemos aprender. Esta elaboración implica aproximarse a dicho objeto o contenido con la finalidad de aprehenderlo, no se trata de una aproximación vacía, desde la nada, sino desde las experiencias, intereses y conocimientos previos que presumiblemente pueden dar cuenta de la novedad.(Coll, 2007, p.16)

Otro aspecto importante es que para que haya comprensión de un concepto matemático se debe dar significado propio y funcionalidad a cada una de las partes que lo conforman. Por lo tanto existe un proceso de representación y construcción de significados matemáticos y para dar significado, se debe conocer la gran variedad de registros semióticos (sistemas de signos) existentes dentro de la matemática, el lenguaje, las expresiones, operaciones y procesos de interacción que intervienen en la construcción de éstos.



Para comprender, se debe asimilar el nuevo conocimiento e incorporarlo de forma organizada a los esquemas mentales adecuados ya existentes y no solamente aprender la manipulación de símbolos (mecanicismo). Mientras los pre requisitos que posee la persona sean más abundantes y de mejor calidad y la forma en que se establecen los enlaces con la información que se recibe tenga coherencia lógica, habrá mayor comprensión.

Es necesario además el conocimiento de los conceptos inmersos en el tema de estudio y como el pensamiento matemático es conceptual ya que muchos de los objetos matemáticos solamente se materializan mediante símbolos, se destaca la estrecha relación que debe existir entre la matemática y su aplicabilidad, poniendo como base situaciones problema para ir construyendo e integrando conceptos (Godino, Batanero, Font, 2003). Entonces, es tarea del maestro, en primer lugar, aprender sobre los fundamentos del pensamiento matemático para lograr el desarrollo de la actividad cognoscitiva (potencial) del estudiante en este sentido y dirigir su actuación para que resulte lo más productiva posible. Por su parte, Van Hiele (1990) expresa en su investigación que “la comprensión existe ahí donde el sujeto extrae sus conclusiones basándose en una estructura de pensamiento que se ha formado en él.” (p.3)

Considerando que el tema de las funciones lineales es fundamental dentro de la matemática, donde intervienen distintos objetos como son los conceptos, terminología, propiedades, reglas, procesos, argumentaciones, se debe aplicar una metodología que logre organizarlos e incorporarlos a la estructura cognitiva interna para darles sentido y lograr la comprensión efectiva de los conceptos en base al planteamiento de ejercicios y problemas, con los cuales se vayan construyendo y precisando conceptos desde los distintos registros semióticos y con el adecuado uso del lenguaje matemático.

1.1.5. Errores y dificultades al estudiar conceptos dentro de matemática.

Durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas se detectan vacíos y errores conceptuales que, constituyen pre concepciones mal estructuradas que tiene el



estudiante y que se cometen durante la asimilación de la nueva información y que son comunes a los estudiantes y en muchas ocasiones no se modifican durante el proceso de aprendizaje (Pérez, 1993). Como consecuencia, el cambio conceptual no es una tarea fácil porque requiere un cambio en los modelos mentales ya existentes.

Para comunicarse con el lenguaje matemático es indispensable conocer la terminología utilizada, signos, símbolos, el significado de cada uno de ellos de acuerdo al contexto, las operaciones, reglas, propiedades, sistemas de representación y la estructura de los contenidos.

Según Suhit, Bernatene (2012), muchos de los problemas al estudiar conceptos matemáticos se deben a fallas en la comprensión y en la forma de trabajo con estos sistemas, problemas que se van acumulando durante el proceso de formación del estudiante, ya que se enfocan en manipular únicamente los elementos sin establecer ninguna correspondencia con sus respectivos significados.

Existen dificultades durante la lectura, representación e interpretación de las ideas y conceptos matemáticos en los distintos registros de representación, aparte del deficiente conocimiento de la aplicación de los procesos para la transformación entre los distintos registros.

Un factor de conflicto dentro del proceso de aprendizaje y que puede constituir en un obstáculo serio durante la manipulación de los objetos matemáticos es cuando la imagen que posee el estudiante del concepto está en desacuerdo con la definición formal del mismo (Tall y Vinner 1981).

Cuando un estudiante no construye sus conceptos y les otorga significado, no adquiere niveles de conceptualización apropiados para llegar a la comprensión y no podrá aplicar adecuadamente los conceptos a la resolución de ejercicios y problemas, limitándose únicamente a repetir algoritmos sin un significado propio, olvidándose fácilmente los contenidos.

Hay obstáculos que se producen dependiendo de los errores que comete el estudiante y pueden ser producto de factores internos, como son: la falta de motivación inicial hacia la materia y al tema específico, o el estilo pasivo del



aprendizaje, pero si el maestro aplica una metodología que promueva la construcción de conocimientos de manera activa incentivando la reflexión, crítica y exponiendo aplicaciones en otras disciplinas y en la vida real, los conocimientos se volverán significativos.

Entonces, es necesario determinar las dificultades frecuentes que tiene el estudiante en cuanto a pre requisitos, a conceptos que enlazan con otros campos de estudio y con la estructura misma del tema. Corregirlas y evitar que se produzcan otras durante el proceso de aprendizaje de los conceptos en matemática implica un trabajo estructurado donde se establezcan claramente las necesidades educacionales específicas del grupo de trabajo.

1.2. Metodología para el trabajo con conceptos dentro de la matemática

Partiendo de las bases del constructivismo que expresan que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción, varios estudiosos constructivistas como Sierpinska (1990) hablan de que la comprensión de los conceptos matemáticos lleva a captar el significado de cada concepto involucrado en un tema, aspecto básico dentro de la Didáctica de la Matemática y expresa que “la metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos” (p. 35).

Por su parte, (Coll et al., 2007) expresan que hay que diferenciar los conceptos que el estudiante puede aprender solo y los que necesariamente requieren de la intervención pedagógica directa. Es aquí donde la forma de trabajo utilizada por el maestro debe enfatizar la selección de las estrategias adecuadas, tanto para la fase de abordaje, como para el desarrollo de los conceptos, en función del contexto histórico - social y cultural en que se desenvuelven los estudiantes, que promuevan el desarrollo de sistemas cognitivos de representación interna que estructuren de una manera organizada los conceptos para que puedan ser exteriorizados de manera coherente. De acuerdo a Godino, Batanero y Font (2003) el maestro tiene que realizar las adaptaciones en el lenguaje y simbología, así como en las nomenclaturas, propiedades y definiciones, de acuerdo a la edad y nivel de conocimientos de los estudiantes.



En primer lugar hay que partir de la realidad de que los conocimientos previos del grupo de trabajo son heterogéneos porque a pesar que existen estudiantes que han compartido las aulas durante varios períodos de estudio, la estructura cognitiva de cada persona es única y aunque hay un conjunto de conceptos que el estudiante debe dominar, es necesario evaluar si éstos fueron fundamentados correctamente. De lo contrario, estas bases deberán ser corregidas o reforzadas.

Es entonces que para el estudio de las funciones lineales se propone el trabajo partiendo de ejercicios y problemas la vida cotidiana, ya que constituyen un mecanismo esencial que promueve la participación activa y facilitan al estudiante la creación de redes, enlaces y conexiones lógicas entre los principios, conceptos, expresiones, fórmulas, representaciones, proposiciones ya establecidos para ir construyendo nuevos conceptos (Godino et al., 2003). Esta interacción le permite reconstruir una serie de relaciones, diferenciaciones o interacciones de los conocimientos previos con los nuevos y construir significados para su posterior aplicación. Propicia en los estudiantes la lectura comprensiva de los enunciados matemáticos, que favorece el empleo de toda su capacidad intelectual, promoviendo una actitud inductiva, de precisión en todos los razonamientos y procesos; reflexiva, analítica que promueve el cuestionamiento y debate, para que el estudiante adquiriera hábitos de trabajo y autonomía intelectual.

El maestro debe trabajar con actividades organizadas con una secuencia lógica, de tal modo que se incremente gradualmente la dificultad, donde se interrelacionen los conceptos, formando estructuras mentales, llamadas esquemas, que pueden ser simples o complejas que ayudan a la organización e integración de los conocimientos y evitan el aprendizaje memorístico. En muchas ocasiones es más larga la tarea docente pero se asegura el aprendizaje significativo y funcional. Esta metodología se enriquece cuando las actividades se realizan de manera grupal, donde existe abundancia y calidad de conocimientos previos, se comparten inquietudes entre pares y se generan conceptos en base del ensayo – error, dándole solidez a la construcción cada uno de los componentes del concepto a partir del razonamiento y justificación de las soluciones.



1.3. Importancia de las Funciones Lineales dentro de la matemática

Dentro de la matemática el estudio de las funciones lineales es de trascendental importancia, ya que además de promover el desarrollo del pensamiento, constituyen el modelo matemático más simple de funciones al que el estudiante tiene acceso y su estudio trasciende hasta la universidad.

Representan un sinnúmero de fenómenos sociales o naturales que tienen un comportamiento lineal, sirven de base para la comprensión de relaciones entre variables, permiten predecir su comportamiento si se cambian algunas de sus condiciones y realizar interpretaciones de manera objetiva, es decir, constituyen un elemento importante para la investigación.

Pero es desde los primeros años de educación cuando se comienzan a analizar los conocimientos previos que sirven como requisito para su estudio, como son las operaciones con números reales, el conocimiento del lenguaje algebraico, puntos en el plano cartesiano, ecuaciones, relaciones de dependencia entre magnitudes, y es de gran importancia que cada uno de ellos se encuentren bien estructurados y constituyan una base sólida para el abordaje de las funciones lineales. Además se deben establecer relaciones con las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas para establecer elementos de importancia como es la pendiente, características de rectas paralelas y perpendiculares, entre otras.

1.4. Conceptos básicos de las Funciones Lineales dentro del orden matemático

En el Documento de Actualización y Fortalecimiento de la Educación General Básica (2010), se expresan como objetivos para el Décimo Año dentro del Bloque de Relaciones y Funciones:

Reconocer la función lineal por medio del análisis de su tabla de valores, gráfico o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros dos para comprender y predecir variaciones constantes. Aplicar el patrón de la función



lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana. (Ministerio de Educación, 2010, p.12)

Además, dentro del Documento de los Estándares de Calidad Educativa se establecen para el dominio del conocimiento de los números y funciones, los estándares de aprendizaje para el cuarto nivel, en los cuales el estudiante:

Determina la ecuación de una función lineal con base en información. Reconoce, interpreta, evalúa y analiza funciones lineales a partir de tablas de valores y gráficos. Resuelve y formula problemas mediante el empleo de funciones lineales. Expresa ideas con claridad y orden en el desarrollo de las soluciones a las situaciones propuestas, mediante un uso correcto del lenguaje matemático. (Ministerio de Educación, 2012, p. 25)

En base a ellos, en el Texto de Matemática para el Décimo de Básica del Ministerio de Educación se establecen tanto los prerrequisitos, como los contenidos básicos que son abordados en el Módulo II, dentro del Bloque de Relaciones y Funciones. (Ministerio de Educación, 2012).

Prerrequisitos:

- Operaciones con números reales
- Relaciones de dependencia entre magnitudes
- Ecuaciones de primer grado
- Representación de puntos en el plano cartesiano.

Contenidos básicos

- Función: concepto, imágenes y pre imágenes, dominio y recorrido.
- Características de una función: criterio gráfico, intersección con los ejes, crecimiento y decrecimiento, monotonía de una función.
- Función constante: obtención de la expresión algebraica de una función constante.
- Función de primer grado: función lineal o de proporcionalidad directa, función afín.
- Ecuación de la recta: obtención de la ecuación de una recta.



Para la presente investigación se ha considerado de importancia la revisión de los contenidos que conforman la parte conceptual. Se incluyó el lenguaje matemático para la estructuración de los conceptos y el tema de las relaciones entre conjuntos para abordar el registro de representación de las funciones mediante diagramas sagitales. Es importante mencionar que la información se ha tomado de varios libros y tesis que tratan el tema de funciones lineales con sus distintos componentes y características, en especial se han tomado como guía el Texto de Matemática para el Décimo de Básica, los Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Los conceptos que se definen en lo posterior han tomado elementos y características de varias fuentes con la utilización de un lenguaje que está de acuerdo a las necesidades de la propuesta. Todas las figuras y tablas fueron elaboradas por la investigadora.

1.4.1. Conceptos previos:

Lenguaje matemático y algebraico, operaciones con números reales, ecuaciones de primer grado, relaciones entre magnitudes, relación entre conjuntos, puntos en el plano cartesiano.

Para el abordaje del tema de funciones lineales, el estudiante debe poseer un grupo de conocimientos previos que servirán de base para la conceptualización y estructuración de los nuevos. En primer lugar está el conocimiento del papel que cumplen los signos, símbolos y la terminología apropiada dentro del lenguaje matemático ya que constituyen un elemento básico en la comunicación de ideas, conceptos, teorías matemáticas.

Además, se debe conocer el conjunto de números reales con sus operaciones, propiedades, reglas de los signos de cada operación, orden jerárquico de realización de las mismas, el uso de signos de agrupación.

Dentro del tema de las ecuaciones, es importante conocer que una ecuación es una igualdad entre dos expresiones que contiene una o más incógnitas. Dependiendo de los exponentes de las incógnitas se le asigna el grado a la ecuación. Existen varios

tipos de ecuaciones, de acuerdo al grado y al número de incógnitas. Es necesario identificar los miembros y elementos que la componen: términos conocidos y desconocidos (incógnitas), junto las reglas y procesos algebraicos que se utilizan para resolver operaciones básicas que se aplican en el desarrollo y despeje de las incógnitas de las ecuaciones, reglas para la transposición de términos de un miembro al otro; el proceso para eliminar denominadores; cambio de signos a todos los términos de una ecuación, cambio de orden de los miembros de una ecuación.

Al hablar de las relaciones entre magnitudes, se debe conocer que existe dependencia entre ellas cuando los valores de la una dependen de los que ha tomado la otra. Esta dependencia se puede expresar mediante el lenguaje común, una expresión algebraica, gráfico, una tabla de valores o los diagramas sagitales.

Otro tema de importancia dentro de la matemática son las relaciones entre conjuntos, que son una correspondencia que existe entre dos conjuntos, en donde a cada elemento del primer conjunto le corresponde por lo menos un elemento del segundo conjunto. Se representa con R . Las relaciones entre conjuntos se pueden representar gráficamente en diagramas sagitales (Diagramas de Venn) que son figuras planas cerradas en forma de discos, en donde se visualizan los elementos de los conjuntos y donde la vinculación de sus elementos se expresa mediante flechas (Roldán, 2013).

Una relación tiene los siguientes elementos: Figura 1.

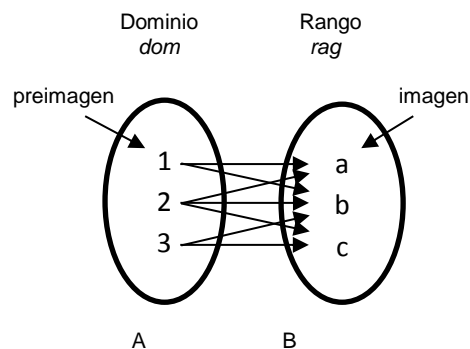


Figura 1. Elementos de una relación entre conjuntos

- El dominio: Es el conjunto de partida (primer conjunto). Se representa simbólicamente por **dom R**.
- El rango: Es el conjunto de llegada (recorrido, segundo conjunto). Se representa simbólicamente por **rag R**.
- Pre imagen: Son cada uno de los elementos del dominio.
- Imagen: Son cada uno de los elementos del rango.
- Par ordenado: son dos números escritos en cierto orden y usualmente se expresan dentro de un paréntesis, así: $P(a,b)$ determinan las coordenadas de ubicación de un punto en el plano cartesiano.

Para la expresión gráfica de las relaciones entre conjuntos se necesita del plano cartesiano que está determinado por dos rectas reales que se cortan entre si formando ángulos de 90° . Ver Figura 2. El punto donde se cortan los ejes recibe el nombre de origen y le corresponde el par ordenado $(0;0)$. La recta horizontal se denomina **x** o eje de las abscisas y los valores positivos están hacia la derecha y los negativos hacia la izquierda; la recta vertical se denomina **y** o eje de las ordenadas y los valores positivos se grafican hacia arriba y los negativos hacia abajo. El plano cartesiano se divide en cuatro cuadrantes.

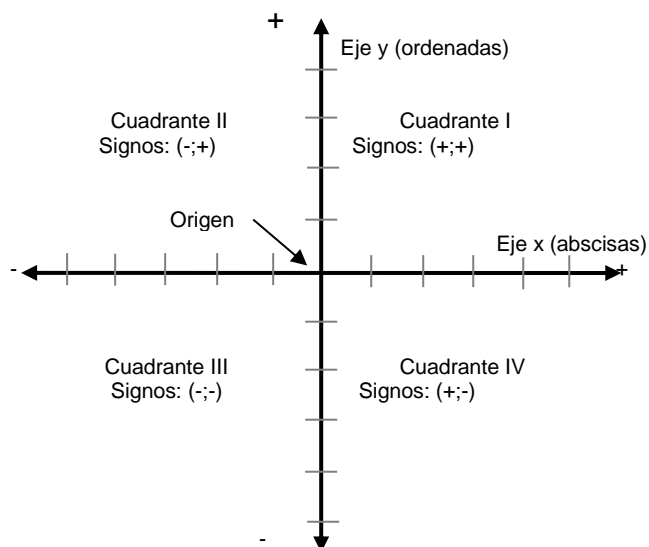


Figura 2. Elementos del plano cartesiano

Para todo punto $P(x;y)$, **x** e **y** son las coordenadas del punto P, en donde **x** determina el desplazamiento horizontal desde el origen en el plano cartesiano y **y** el desplazamiento vertical.

1.4.2. Conceptos del tema.

Como se había mencionado en el marco teórico, de acuerdo a los estudios de Duval (2009), durante el proceso de construcción de conceptos, se requiere de los distintos medios de representación semiótica para identificar e interpretar sus características, darles significado y poder comunicarlas.

Por lo tanto, las funciones lineales se abordarán en los distintos registros semióticos, dentro de los cuales se tratarán los conceptos de importancia que se irán interrelacionando para complementar la información.

1.4.2.1. *Función vista desde el registro verbal.*

Utilizando el lenguaje común se expresan las cualidades y características de la función como una dependencia entre magnitudes, teniendo especial cuidado en enunciar cada una de las partes, de tal modo que al realizar las transformaciones a los otros registros de representación, no existan ambigüedades en la interpretación. Para la utilización de este registro es necesario conocer el lenguaje algebraico, conceptos y la estructura interna entre ellos para poder enlazarlos asertivamente por medio del lenguaje.

1.4.2.2. *Función vista desde la teoría de conjuntos.*

Sean A y B dos conjuntos, una función f del conjunto A al conjunto B , que se expresa $f: A \rightarrow B$, se define como la relación entre los dos conjuntos, en donde:

La función está dada por una regla o una fórmula que relaciona a los elementos del conjunto A con el conjunto B . Entonces, si se tiene un elemento $a \in \text{dom}$, el elemento del rango que le corresponde a a , es la imagen de a y se expresa $f(a)$.

Figura 3.

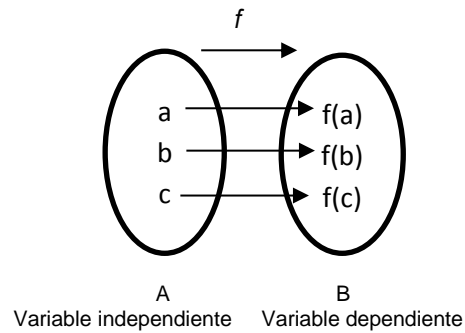


Figura 3. Elementos de una función

En toda función, se deben cumplir dos condiciones básicas:

- La primera condición es la existencia, que significa que una función debe estar definida para todos los elementos x del conjunto de partida A y que cada uno debe estar relacionado con un elemento del conjunto de llegada. Entonces, si se cumple esta condición, se tiene que para todo x elemento del conjunto A , existe un elemento y , tal que (x,y) es un elemento de la función f .
- La segunda condición es la unicidad que se refiere que a cada elemento x del primer conjunto, se le asigna “un solo elemento y ” en el segundo conjunto B . Se puede expresar que y es la imagen de x . Con esta condición se aclara que un elemento x del conjunto A no puede estar relacionado con más de un elemento de B .

Entonces se concluye que una relación es considerada función cuando para cada elemento del primer conjunto (dominio), existe un único elemento en el segundo conjunto o codominio (Roldán, 2013).

Las relaciones funcionales se pueden expresar mediante Diagramas de Venn Euler o diagramas sagitales, como se muestra en la Figura 4.

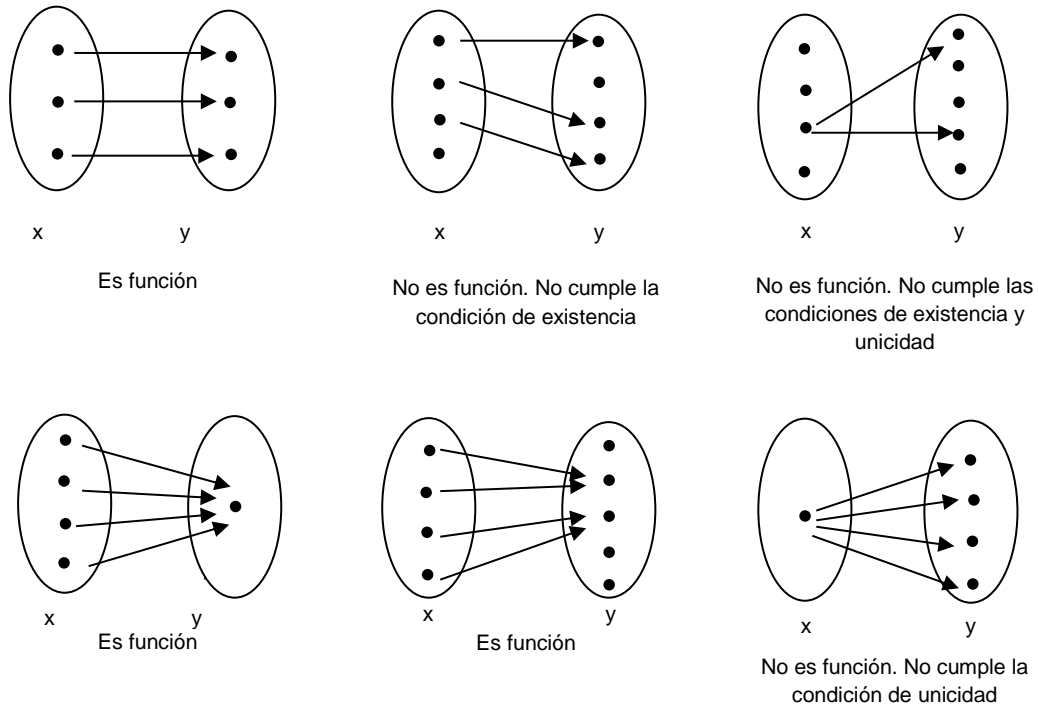


Figura 4. Relaciones funcionales y no funcionales

1.4.2.3. Función vista desde el registro algebraico.

Cuando se analizan las funciones lineales, en primer lugar se debe identificar la dependencia entre las variables que intervienen. Así, los valores que adquiere la una variable dependen de los que toma la otra, por ello adquieren el nombre de variable independiente y variable dependiente.

La expresión algebraica básica es de una función polinomial cuyo mayor exponente es 1. Esto quiere decir que debe tener un término de x elevado a la 1 y otro término independiente y que se expresa de la siguiente forma: $y = mx + b$ ó $f(x) = mx + b$, en donde m es el valor de la pendiente o razón de cambio de y con respecto a x y b es el valor de la ordenada en el origen. Partiendo del concepto y características básicas de una ecuación de primer grado con dos incógnitas y enlazando con la estructura de la función lineal se obtiene que la función lineal tiene la forma de ecuación que se llamará la ecuación de la recta. Tanto su dominio como su rango (codominio) son los números reales R .



El registro algebraico permite realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares de la función que representa como por ejemplo: la función puede no tener x , no tener el término independiente b porque los coeficientes son iguales a cero. Otro caso es que la función se presente desordenada o no puede estar expresada como $f(x)$. De estas características se desprenden los conceptos de:

- Función afín: Es aquella función que asocia a cada valor de x , el valor $mx+b$, entonces su expresión algebraica es $f(x) = mx + b$
- Función lineal: es aquella que corta a los ejes coordenados en el punto $(0;0)$, entonces en la expresión algebraica, su término independiente b es igual a 0 y tiene la forma: $f(x) = mx$
- Función constante: es aquella en que su dominio coincide con el conjunto inicial y su rango contiene un único elemento. Entonces en la expresión algebraica el coeficiente de x es igual a 0 y tiene la forma:
 $f(x) = b$. (Roldán, 2013).

1.4.2.4. *Función vista desde el registro tabular.*

En esta forma de representación los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas que permiten visualizar la información de la función de manera global, se establecen relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como se pueden descubrir propiedades y características de la función y del objeto de conocimiento representado, posibilitando así la construcción de modelos matemáticos. Con la ayuda de tablas de valores se pueden reemplazar los parámetros literales expresados en la función por números concretos del conjunto independiente x y se obtendrán valores resultantes de y (ó $f(x)$), que constituyen las coordenadas de puntos a graficarse en el plano cartesiano y aunque sean pocos, en el caso de la función lineal, contienen suficiente información para poder representar la gráfica que mantendrá una forma definida. En la Figura 5 se presenta el registro tabular de una función afín, con el proceso de desarrollo y los pares ordenados resultantes.

x	$y = \frac{2}{3}x - 1$	PUNTO $(x;y)$
2	$y = \frac{2}{3} * (2) - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$	$(2; \frac{1}{3})$
1	$y = \frac{2}{3} * (1) - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$	$(1; -\frac{1}{3})$
0	$y = \frac{2}{3} * (0) - 1 = 0 - 1 = -1$	$(0; -1)$
-3	$y = \frac{2}{3} * (-3) - 1 = -2 - 1 = -3$	$(-3; -3)$
-5	$y = \frac{2}{3} * (-5) - 1 = -\frac{10}{3} - 1 = -\frac{13}{3}$	$(-5; -\frac{13}{3})$

Figura 5. Registro tabular de una función

1.4.2.5. Función vista desde el registro gráfico.

En la representación en el plano cartesiano se expresan todos los pares ordenados de la forma: $(x, f(x))$ que pertenecen a la función. Permite visualizar el gráfico con sus diversos elementos (interceptos, posición en el plano, desplazamiento del origen, pendiente etc.) Figura 6.

Adicionalmente, el registro gráfico posibilita inferir, con un simple análisis, el comportamiento que posee la función. Un aspecto básico es que si se traza una recta vertical, ésta cortará al gráfico de la función en un solo punto. Con ello se concluye que el gráfico de una recta vertical en el plano cartesiano no pertenece a una función, ya que no cumple con las condiciones básicas.

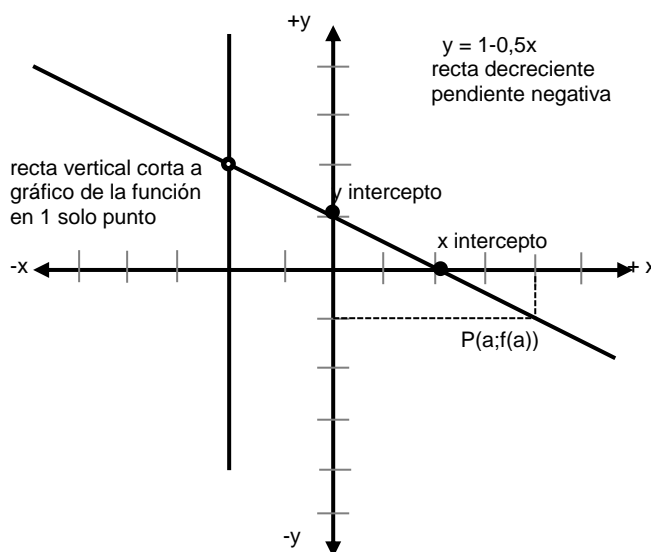


Figura 6. Elementos del gráfico de una función lineal

Pendiente de una recta.

Es la inclinación de una recta con respecto al eje x y se define como la variación (diferencia) en el eje y , dividida para la variación en el eje x , para dos puntos distintos de una recta y puede expresarse como una ecuación:

$$m = \frac{\text{variación en el eje } y}{\text{variación en el eje } x}$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Esta variación en los ejes es posible calcular con la diferencia entre las respectivas componentes x e y de dos pares ordenados de puntos que pertenecen a dicha función y no importa el orden en que se los considere, la pendiente será la misma.

Figura 7.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

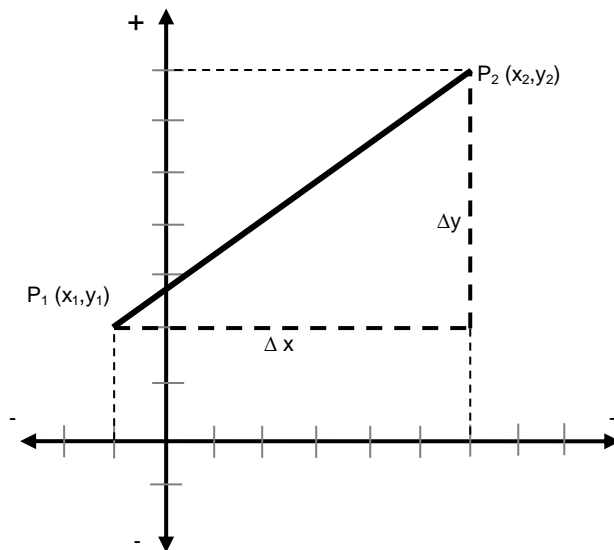


Figura 7. Pendiente de una recta

Es necesario aclarar además que Δx no puede ser 0, ya que la división para 0 da como resultado infinito (∞). Este es el caso de una recta vertical, que no es una función.

Con el valor de la pendiente se puede además, determinar las características de una recta.

Función creciente, decreciente y constante.

Una función es creciente en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, cuando se obtiene $f(x_1) < f(x_2)$. La pendiente $m > 0$ y la recta tiene una inclinación positiva.

Una función es decreciente en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, cuando se obtiene $f(x_1) > f(x_2)$. La pendiente $m < 0$ y la recta tendrá una inclinación negativa.

Una función es constante en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, cuando se obtiene $f(x_1) = f(x_2)$. La pendiente $m = 0$ y la recta será paralela al eje x .

Monotonía.

Una función f es monótona cuando es estrictamente creciente o decreciente en todo su dominio. Entonces la función lineal es monótona. Ver Figura 8.

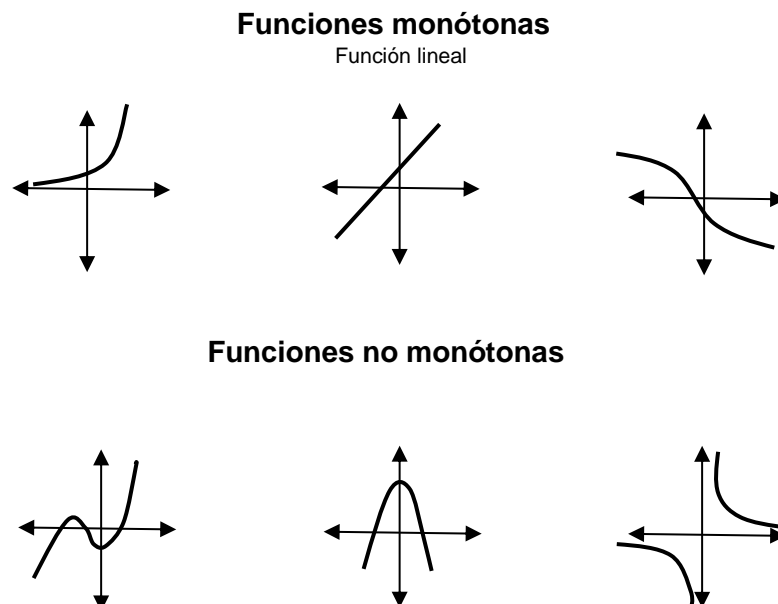


Figura 8. Funciones monótonas y no monótonas

Interceptos.

Toda recta que representa una función tiene como característica básica que si su pendiente $m=0$, al ser representada en el plano cartesiano, corta o interseca al eje y en un punto $(0;b)$, y cuando $m\neq 0$, interseca a los dos ejes coordenados (Roldán, 2013). Ver figura 9.

El x intercepto es el punto de corte de la recta con el eje x , y si en la función $y=mx+b$ se reemplaza $y=0$, se obtendrán las coordenadas: $(-\frac{b}{m}; 0)$

El y intercepto es el punto de corte de la recta con el eje y si en la función $y = mx+b$ se reemplaza $x=0$, se obtendrán las coordenadas: $(0; b)$

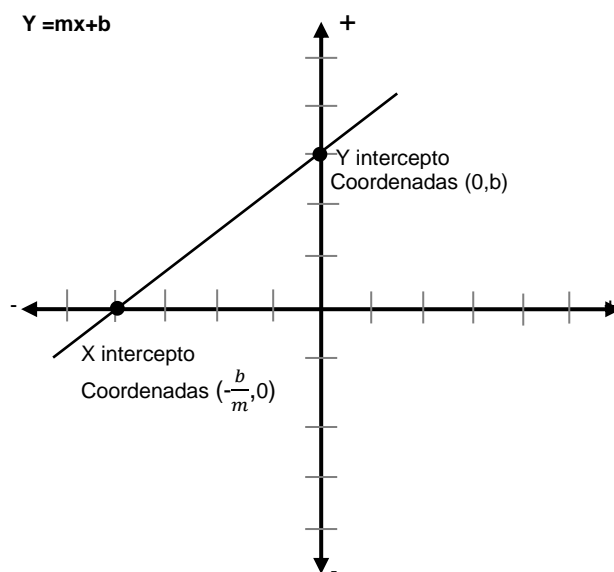


Figura 9. Interceptos de una recta

Es importante, a más de conocer los registros de representación semióticos, poder establecer relaciones entre ellos, enlazar los conceptos con las distintas expresiones y realizar las transformaciones de un registro a otro.

1.4.2.6. Perpendicularidad y paralelismo entre rectas.

Considerando los conceptos de geometría básica y el análisis de los valores de la pendiente m en la función lineal se tiene que:

- Dos rectas son paralelas si no se cortan en ningún punto, entonces, si se tienen dos rectas L_1 y L_2 , serán paralelas solo si sus pendientes m_1 y m_2 son iguales
- Dos rectas son perpendiculares si al cortarse forman entre sí, ángulos de 90° , entonces, si se tienen dos rectas L_1 y L_2 , serán paralelas solo si sus pendientes m_1 y m_2 son inversas y de signo contrario.

En la Figura 10 se observa que las rectas $y=2x+4$ y $y=2x-3$ son paralelas: $m=2$. La recta $y = -\frac{1}{2}x - 1$ es perpendicular a las otras, pues $m = -\frac{1}{2}$.

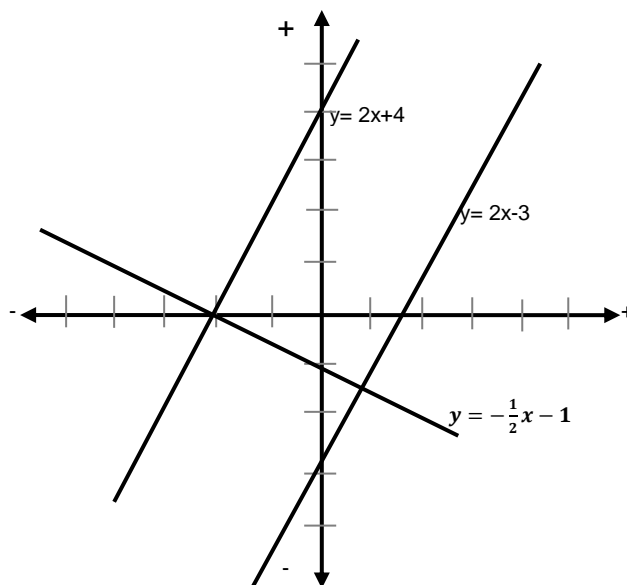


Figura 10. Rectas paralelas y perpendiculares

Luego de la revisión de los conceptos básicos dentro del estudio de las Funciones Lineales, se destaca la importancia de que la metodología utilizada en clase incluya los procesos adecuados para que todos los elementos que integran cada uno de los



conceptos, así como las características y las relaciones entre ellos se encuentren bien estructuradas, para que el alumno les incluya en sus esquemas mentales, les asigne significado y así formen parte activa en el proceso de resolución de los ejercicios y problemas de aplicación.

CAPITULO II

MÉTODO DE INVESTIGACIÓN Y DIAGNÓSTICO

2.1. Método

2.1.1. Enfoque, tipo y diseño de investigación.

La investigación se realizó con un enfoque cuantitativo, a nivel exploratorio - descriptivo. Se trabajó con un diseño cuasi experimental, de carácter antes-después, de manera que el mismo grupo se constituye como grupo control.

2.1.2. Participantes.

Los participantes de la investigación fueron estudiantes del Décimo Año de la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares”, donde la maestrante - investigadora labora como maestra de la asignatura y fueron escogidos mediante el método no probabilístico por conveniencia.

Se trabajó con un total de 40 estudiantes, quienes aceptaron formar parte de la investigación por medio de la confirmación del consentimiento informado entregado a sus representantes (Anexo 4) y luego de obtener el permiso correspondiente del Distrito de Educación 01D01 (Anexo 5). Son 31 mujeres (77.5%) y 9 varones (22.5%) con edades que oscilan entre 13 y 16 años con una edad media de 14,25 años y una desviación típica de 0,588. Del grupo investigado, únicamente 4 estudiantes son nuevos, por lo que el 90% (36 participantes) comparten condiciones semejantes de conocimientos previos en el tema de Funciones Lineales trabajados en los años anteriores. El promedio general del grupo de trabajo en la materia de



matemática dentro de la institución en el Primer Bloque del Décimo de Básica es de 7,36/10 (considerando los aportes de tareas, actividades grupales, actividades en clases, lecciones y pruebas de bloque), de acuerdo a los documentos de información que reposan en la secretaría de la institución educativa.

2.1.3. Procedimiento.

El estudio se desarrolló en cinco fases: fundamentación teórica, diagnóstico, elaboración de la propuesta, aplicación y evaluación del impacto.

2.1.3.1. Fase del marco teórico.

Se establecieron los fundamentos del constructivismo en lo que se refiere a la construcción, comprensión de conceptos matemáticos y elaboración de propuestas metodológicas que incluyen un trabajo activo y participativo para llegar al aprendizaje significativo, a más de los lineamientos propuestos por el Ministerio de Educación para el Décimo de Básica.

2.1.3.2. Fase de diagnóstico.

Se tomaron como base los siguientes aspectos que son necesarios para la elaboración de la propuesta:

- El grado de interés de los estudiantes hacia los fundamentos teóricos de los temas tratados en clase.
- La necesidad de conocer las aspiraciones de los estudiantes en cuanto a nuevas formas de trabajo en el aula.
- El interés de los estudiantes con respecto al tipo de clases de matemáticas que desearían recibir en lo que se refiere tanto al deseo de recibir más o menos sustento conceptual que sirva de base para el desarrollo de los ejercicios y problemas, si solamente les interesa recibir gran cantidad de ejercicios y problemas de refuerzo para resolverlos de manera algorítmica y si consideran



que el trabajo de manera grupal es una alternativa para obtener mejores resultados de aprendizaje.

- El interés por conocer el grado de confianza de los estudiantes para preguntar sobre las dudas dentro de los temas de estudio.
- Los métodos utilizados para la resolución de ejercicios y problemas.
- El nivel de conocimiento de los prerrequisitos necesarios para el estudio de las funciones lineales que poseen los estudiantes.

A continuación se realizó la evaluación diagnóstica al grupo investigado mediante la aplicación de un instrumento de evaluación que contiene varios ítems para evaluar cada uno de estos aspectos. Los resultados obtenidos sirvieron de referente para la elaboración de la propuesta metodológica.

2.1.3.3. Fase de elaboración de la Propuesta.

A partir de los resultados del diagnóstico se elaboró una propuesta metodológica que contiene tres etapas.

- Determinación de los temas a tratarse y diagnóstico de los conceptos y elementos básicos necesarios para el abordaje del tema.
- Formulación de ejercicios y problemas que den sentido y significado al tema y promuevan el proceso de identificación y construcción de los conceptos que van a estudiarse y que puedan representarse con funciones lineales.
- Aplicación de la comprensión de conceptos en ejercicios y problemas.

Está organizada en ocho actividades para trabajarse en una secuencia lógica. Las dos primeras corresponden a los prerrequisitos y las restantes son del tema de investigación. Cada actividad contiene un plan de clase, objetivos, descripción de la actividad, forma de trabajo, tiempo aproximado de duración (en horas pedagógicas de 45 minutos), desarrollo de las tres etapas propuestas y finalmente una evaluación de seguimiento.



2.1.3.4. Fase de aplicación de la propuesta.

Para la aplicación de la propuesta se realizaron varias sesiones de trabajo que poseen una secuencia lógica dentro del proceso de la construcción de los conceptos, de tal manera que los conceptos construidos en cada una de las actividades forman parte de los nuevos conceptos que se analizan en las siguientes. Además hay temas que se repiten ya que los conceptos que se tratan van inter relacionados con los nuevos o se revisan en diferentes registros de representación y por lo tanto surgen nuevos elementos para incluirlos en la estructura cognitiva del estudiante. Las actividades fueron desarrolladas en las hojas diseñadas para trabajarse en forma individual, entre pares o en grupos, con refuerzo del maestro, tomando como referencia el Texto de Ministerio de Educación, los Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación y los apuntes de clase.

2.1.3.5. Fase de evaluación del impacto de la propuesta.

Para determinar el impacto que generó la propuesta se realizó una evaluación dividida en dos partes:

Primera parte. Contiene ítems para ver el grado de comprensión alcanzado en los prerrequisitos.

Segunda parte. Contiene ítems para evaluar la comprensión de conceptos y la aplicación de los mismos en ejercicios y problemas.

2.1.4. Instrumentos de recolección de la información.

Los instrumentos que se utilizaron en la investigación tuvieron como propósito obtener información del grupo de estudio en las fases de diagnóstico y evaluación del impacto de la propuesta metodológica. Se elaboraron pruebas de acuerdo a los objetivos específicos de cada una de las fases, de base estructurada con reactivos de opción múltiple, reactivos de Si, No; identificación y ubicación de los conocimientos, reactivos de correlación y ejercicios para desarrollo. Se realizó un



pilotaje a diez estudiantes, efectuando luego los debidos ajustes para la aplicación al grupo de estudio.

2.1.5. Análisis e interpretación de datos.

El procesamiento de datos se elaboró con la ayuda del programa SPSS 22 Statistics, los gráficos y tablas fueron editados en Excel 2016.

Para la fase de diagnóstico se utilizaron gráficos de columnas que reflejan la frecuencia de respuestas correctas y tablas con la valoración y los porcentajes de los aciertos.

En la fase de evaluación del impacto de la propuesta, para la visión global de respuestas obtenidas se ponderaron las calificaciones obtenidas para trabajar con puntajes sobre 10, de acuerdo a lo establecido por el Ministerio de Educación. Se utilizaron medidas de tendencia central y las respuestas se muestran en tablas de frecuencia por componente de evaluación y gráficos de columnas. Se utilizó el coeficiente de correlación de Pearson (r). Las decisiones fueron tomadas con un nivel de significancia del 5%.

2.2. Diagnóstico

Se partió en primer lugar de los aspectos tratados en el marco teórico sobre la construcción y comprensión de conceptos matemáticos, metodologías para el trabajo activo en el aula, los objetivos y estándares para el dominio del conocimiento de los números y funciones propuestos dentro del Documento de los Estándares de Calidad Educativa y los temas del texto Guía del Ministerio de Educación, seleccionando para la investigación los que estudian la parte conceptual, obviando ciertos datos y tomando otros que son necesarios para el tema de investigación.

Para obtener la información del grupo de estudio se realizó una evaluación dividida en dos partes. La primera se enfocó en la percepción sobre cuatro aspectos: actitud

e interés que demuestran los estudiantes en relación a los fundamentos teóricos de la materia de matemática, expectativas hacia la tipo de clases de matemáticas, métodos usualmente utilizados para resolver los ejercicios y problemas y el nivel de conocimiento de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales que perciben poseer los estudiantes. La segunda parte se encaminó en realizar la verificación de conocimientos sobre los prerrequisitos del tema. Para el efecto, se elaboró un cuestionario que incluyó ítems para evaluar cada uno de los aspectos mencionados. Anexo 6.

2.2.1. Resultados del Diagnóstico.

2.2.1.1. Primera parte. Percepción.

a) Actitudes.

En general, los estudiantes manifiestan una actitud positiva durante las clases de matemáticas, 31 estudiantes (77,5%), consideran que demuestran interés por preguntar al maestro sobre fundamentos teóricos y a 25 adolescentes de los 40 participantes (62,5%), les agrada contestar o completar ejercicios que contienen conceptos teóricos de los temas estudiados y también preguntan al maestro sobre sus dudas, hasta quedar seguros de sus conocimientos. Figura 11.

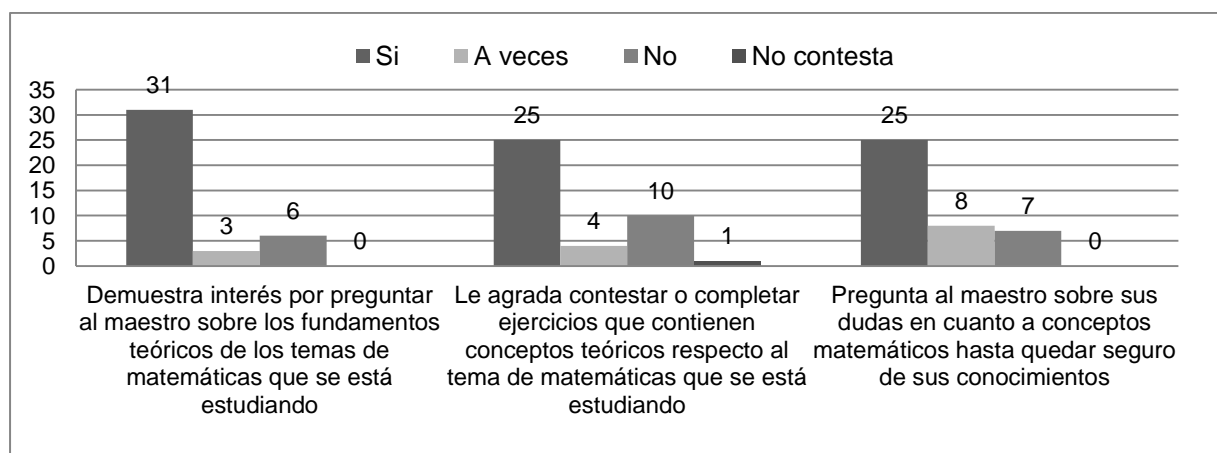


Figura 11. Actitud durante las clases de matemática. Resultados del diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

b) Expectativas.

La expectativa de los estudiantes básicamente revela que les gustaría que las clases contengan más ejercicios y problemas (14) y que tengan un sustento de los conceptos básicos de cada tema (11). Figura 12.

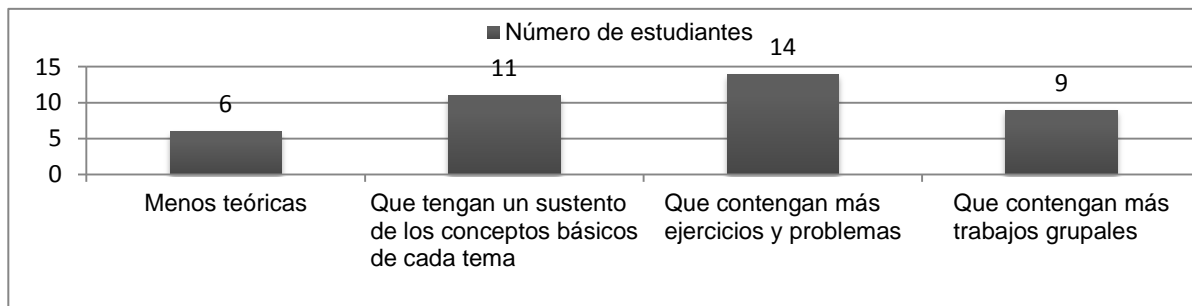


Figura 12. Expectativas. Resultados del diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

c) Métodos usualmente utilizados para la resolución de ejercicios y problemas.

El 40% de los participantes (16), mencionan que para resolver los ejercicios de matemáticas, analiza los ejercicios realizados con el maestro para buscar la mejor alternativa de solución, además 13 personas revisan la teoría para tener bases y poder seguir una secuencia lógica en la resolución de ejercicios. Sin embargo existen estudiantes que resuelven de manera mecánica, aún sin entender las bases teóricas (8) y jóvenes que esperan a que otros compañeros resuelvan los ejercicios para pedirles su ayuda (3). Figura 13.

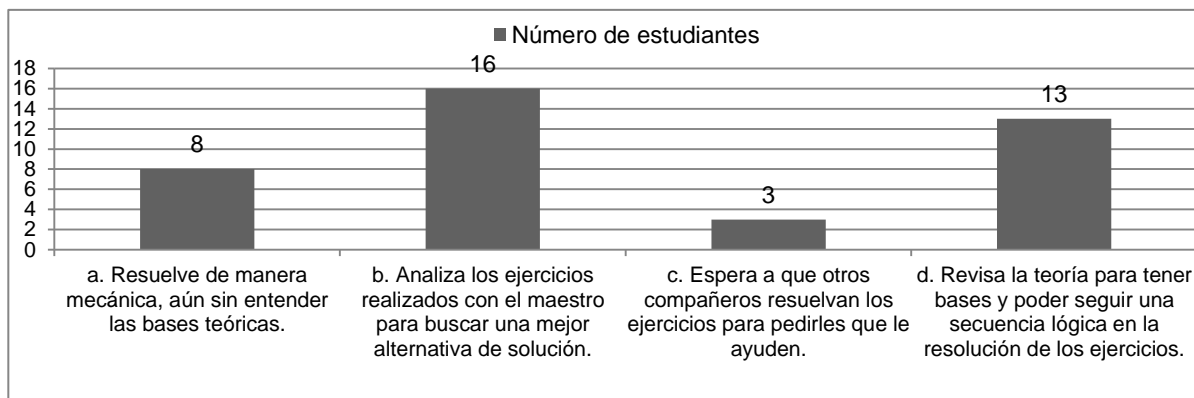


Figura 13. Métodos de resolución de ejercicios. Resultados del diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

d) Nivel de conocimiento de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales.

Los estudiantes perciben que ellos conocen y aplican el lenguaje matemático, las propiedades de las ecuaciones en la resolución de ejercicios y que identifican el plano cartesiano y sus componentes, así lo exponen 23, 27 y 37 estudiantes respectivamente. Figura 14.

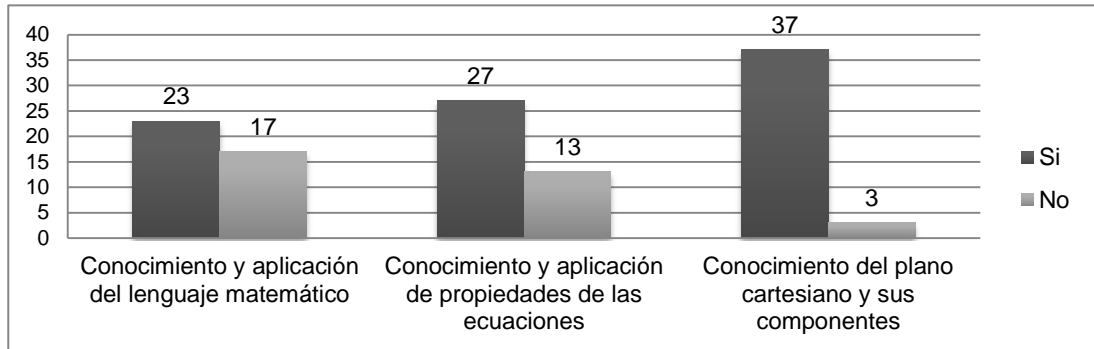


Figura 14. Percepción de conocimientos: prerrequisitos. Resultados del diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”

La percepción sobre el reconocimiento de elementos y características del plano cartesiano son positivos, así lo consideran al menos 34 estudiantes en cada caso (Nombres de los ejes y signos correspondientes a cada cuadrante). La Figura 15 ilustra las respuestas dadas por los estudiantes.

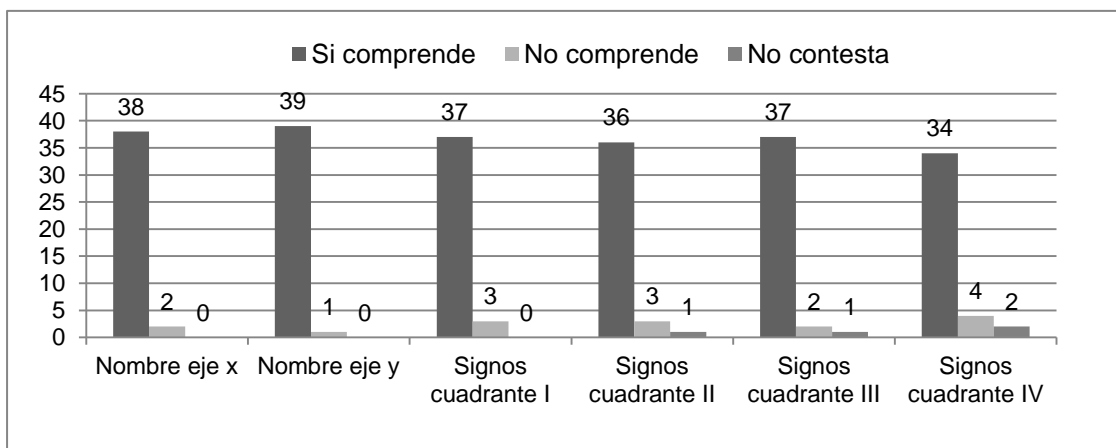


Figura 15. Percepción de conocimientos: prerrequisitos. Resultados del diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

2.2.1.2. Segunda parte. Verificación de conocimientos de los prerrequisitos.

El 67,5% (27 estudiantes), aplica correctamente los conocimientos en cuanto a la identificación de ejes cartesianos y el nombre de cada cuadrante, sin embargo, tienen dificultad al momento de determinar los signos de cada cuadrante, en especial del tercero y el cuarto. En estos ítems fallan 16 personas. Figura 16.

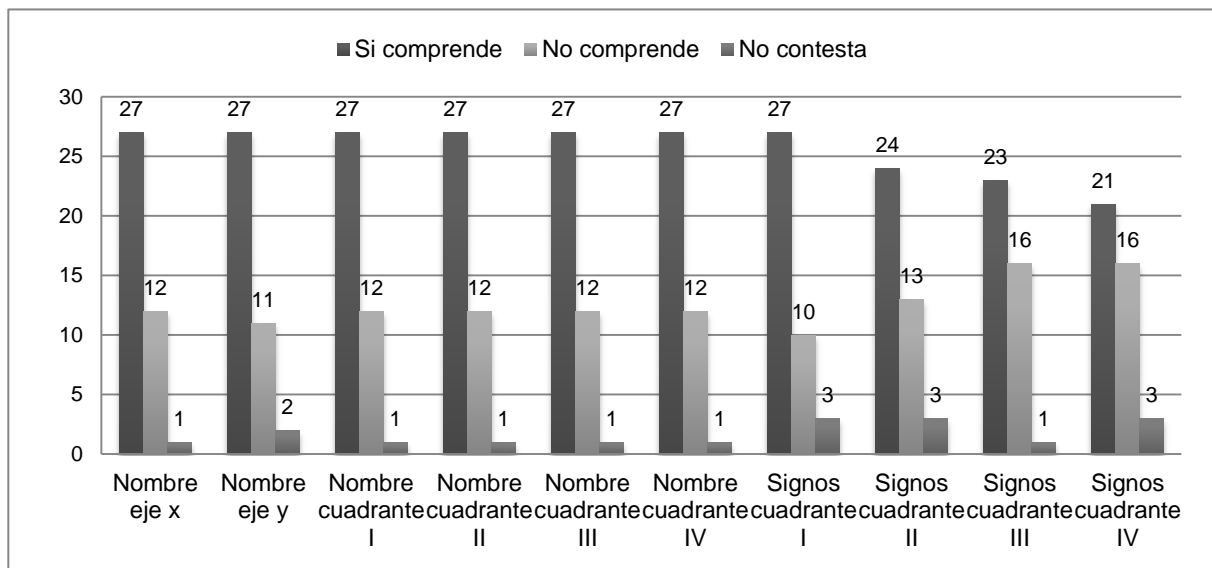


Figura 16. Verificación de conocimientos: Prerrequisitos. Resultados del Diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

La cantidad de estudiantes que ubican correctamente los puntos en los cuadrantes I y II del plano cartesiano (62,5% y 67,5%) es mayor que en el III y IV (57,5% y 45% respectivamente). Figura 17.

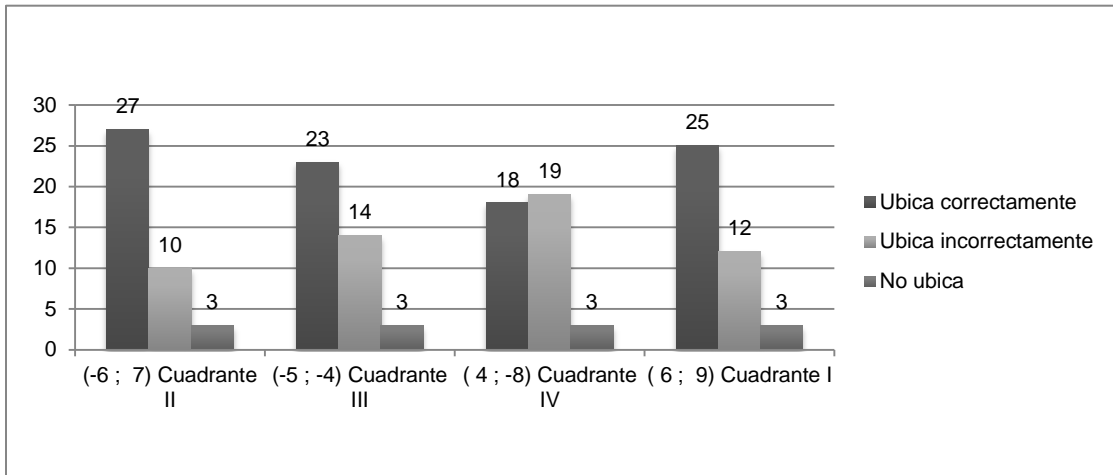


Figura 17. Verificación de conocimientos: Prerrequisitos. Resultados del Diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”

En lo que se refiere a la resolución de ecuaciones, solamente el 17% de los estudiantes resuelve correctamente y obtiene la respuesta, quedando, por lo tanto el 83% de estudiantes que solamente realizan parte del proceso de resolución o no resuelven. Figura 18.

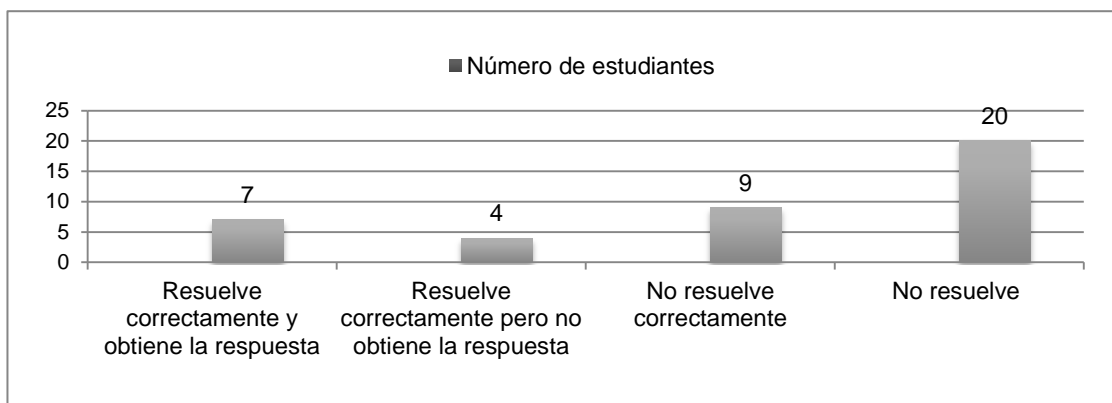


Figura 18. Verificación de conocimientos: Prerrequisitos. Resultados del Diagnóstico. Investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”

2.2.2. Resumen de los resultados del Diagnóstico.

Los datos obtenidos en la evaluación se resumen en las siguientes consideraciones.

a) De acuerdo a la percepción de los estudiantes:

- Demuestran interés por el conocimiento de los sustentos conceptuales de los temas de matemáticas.
- Desean que las clases contengan más ejercicios, problemas y un sustento conceptual.
- Esperan que para la resolución de ejercicios se analicen previamente los conceptos involucrados en el tema.
- Señalan que poseen los suficientes conocimientos de los prerrequisitos para iniciar el abordaje del tema de las Funciones Lineales.

b) En la evaluación realizada para la verificación de los prerrequisitos:

- El nivel real de conocimientos de los prerrequisitos sobre el tema que poseen los estudiantes se encuentra por debajo de su percepción, ya que en varias preguntas de verificación, el número de aciertos es menor, como en la identificación de los cuadrantes del plano cartesiano, la graficación de los puntos (en especial en el tercer y cuarto cuadrante) y en los ejercicios de ecuaciones en donde se evidencian dificultades al momento de la aplicación de los procesos de resolución.

Estos resultados muestran que a pesar de que los estudiantes poseen dificultades en cuanto a conceptos y procesos de resolución de ejercicios que se encuentran dentro de los prerrequisitos para el abordaje del tema de las funciones lineales, están dispuestos al trabajo con una metodología que desarrolle las bases conceptuales necesarias para sustentar el proceso de resolución de los ejercicios y problemas y constituye un aporte valioso a la investigación que, junto a la fundamentación teórica presentada en el Capítulo I, servirán de pilares para la elaboración de la propuesta metodológica.

CAPÍTULO III

ELABORACIÓN DE LA PROPUESTA, APLICACIÓN Y RESULTADOS

3.1. Elaboración de la propuesta metodológica

3.1.1. Introducción.

Dentro de la enseñanza de la matemática en la educación básica, el estudio de las funciones lineales es de gran importancia, ya que constituyen el primer acercamiento a la relación entre variables desde sus diversas formas de representación, con el fin de conocer los conceptos básicos, características, elementos y sus múltiples aplicaciones en diversos campos de estudio, pero además son parte de un eje fundamental dentro de la formación del individuo, ya que desarrollan su capacidad de razonamiento. Es necesario entonces contribuir al proceso de construcción de conceptos de manera estructurada, que lleven a superar las dificultades de comprensión que se hacen evidentes en la aplicación de los mismos en ejercicios y problemas.

De acuerdo a los fundamentos del constructivismo, el conocimiento es el resultado de la construcción personal y requiere de procesos mentales que vayan enlazando y acomodando los nuevos conceptos a otros ya existentes. Varios investigadores como Godino, Batanero, Font, (2003) coinciden en una forma de trabajo que favorezca este proceso de construcción de conceptos matemáticos y pueda ser aplicable en el aula es en base a ejercicios y problemas que reflejen en forma general los conceptos teóricos que se está estudiando, promuevan la participación activa de los estudiantes, ya sea en forma individual o en grupos ya que además de



favorecer el proceso de construcción de conocimientos, desarrolla las capacidades de relación entre pares.

Con este sustento y tomando en consideración los lineamientos del Ministerio de Educación y los resultados del diagnóstico expuestos en el capítulo anterior, se plantea esta propuesta metodológica que constituye una opción adaptable al tema de investigación, ya que favorece la acción de toda la capacidad cognitiva del estudiante y promueve la construcción de los conceptos, en base de los prerrequisitos y las relaciones existentes que se crean entre ellos, para que de acuerdo a los esquemas mentales que posee, se vayan incluyendo en su estructura conceptual, sea él el gestor de sus conocimientos de manera significativa y tenga la capacidad de ordenamiento y razonamiento abstracto.

Esta metodología además permite expresar las funciones en sus distintas formas de representación: verbal, tabular, gráfica o simbólica, cada una con sus conceptos y elementos propios que se interrelacionan con otros que son básicos dentro del estudio, como son las ecuaciones lineales, pendientes y tipos de rectas, para en base a ello transformar los enunciados en lenguaje matemático y buscar la solución. En base a ello, se procede al análisis e interpretación de los resultados y la búsqueda de las conexiones necesarias de los elementos resultantes entre sí para generar conceptos nuevos, superando así los problemas de creación de concepciones incompletas o inadecuadas y alcanzar, de manera efectiva un aprendizaje sólido donde se logre la transferencia de los mismos a otros ámbitos de la vida real.

3.1.2. Diseño de la propuesta.

La propuesta ha sido diseñada con una metodología adaptable a las necesidades específicas del grupo de estudio, que considera el proceso cognitivo para la construcción de los conceptos en base a los prerrequisitos y estableciendo las conexiones lógicas para que los elementos que son parte de cada concepto se vayan incorporando a la estructura cognitiva del estudiante y se produzca un aprendizaje significativo. Contiene la aplicación de las siguientes etapas:

3.1.2.1. Primera etapa.

Determinación de los conceptos a tratarse y que se encuentran relacionados entre sí para poder agruparlos y trabajarlos en la misma actividad. Identificación de los prerrequisitos que servirán como punto de partida. Revisión conceptual.

3.1.2.2. Segunda etapa.

Formulación de ejercicios y problemas que den sentido y significado al tema y promuevan el proceso de identificación de conceptos y construcción de los que van a estudiarse y que puedan representarse con funciones lineales.

- Identificación de elementos básicos en el problema.
- Aplicación de estrategias de trabajo que lleven al desarrollo de esquemas coordinados con procesos lógicos de construcción de conceptos en base a los prerrequisitos y a las conexiones con otros conceptos mediante el uso adecuado del sistema de signos, símbolos que sirven de enlace y con la utilización del lenguaje adecuado.
- Trabajo en los distintos registros de representación semiótica, cada uno con sus fortalezas y lenguaje propio para integrar al sistema cognitivo del estudiante los nuevos conceptos de manera significativa. Se enfatiza la necesidad de realizar transformaciones entre los registros de representación, para que el estudiante comprenda las características de cada uno y complemente sus conocimientos.

3.1.2.3. Tercera etapa.

Aplicación de la comprensión de los conceptos en el desarrollo de ejercicios y problemas.

- Identificación de los datos del problema y transformación en lenguaje algebraico.



- Utilización de la terminología apropiada, estableciendo correspondencia con su significado.
- Construcción de modelos matemáticos que respondan a las características del ejercicio o problema planteado.
- Análisis e interpretación del modelo obtenido, identificando sus conceptos básicos, elementos constitutivos y relaciones entre ellos, para constatar si el modelo es adecuado o si es necesario efectuar ajustes.
- Búsqueda de solución del modelo, mediante la aplicación de procesos de razonamiento.
- Verificación de los resultados para saber si tienen concordancia con los objetivos planteados.
- Representación de los resultados en los registros semióticos más adecuados.
- Planteamiento de ejercicios y problemas similares a los estudiados que contengan los conceptos trabajados en las actividades. (Utilización de lenguaje verbal)

3.1.3. Actividades.

La propuesta contiene ocho actividades que se encuentran organizadas de forma secuencial, con propósitos definidos y con la estimación del tiempo aproximado para su realización, especificado en horas pedagógicas de cuarenta y cinco minutos. Las dos primeras corresponden a una revisión de los prerrequisitos para el abordaje del tema de las Funciones Lineales y las siguientes pertenecen al tema de estudio. En cada actividad se aplican las tres etapas planteadas, es decir se identifican y revisan los temas a tratarse y luego se va interrelacionando la construcción de la parte conceptual junto con la aplicación de procesos en la resolución de los ejercicios y problemas planteados para luego realizar la expresión de los mismos en los registros de representación más adecuados y finalmente proponer nuevos problemas con características similares a los trabajados.

Es importante indicar que en varias actividades planificadas se retoman ciertos temas, ya que existe interrelación entre ellos y sirven de base para la construcción de los nuevos.

3.1.4. Metodología de trabajo.

Para cada una de las actividades de la propuesta se ha elaborado el Plan de Clase que contiene los objetivos, destrezas con criterios de desempeño, contenidos, estrategias metodológicas, recursos didácticos y evaluación. Cada actividad se ha diseñado para ser desarrollada en forma individual, en pares o en grupos de tres o cuatro estudiantes, de acuerdo al nivel de dificultad y al tipo de ejercicios que van a ser trabajados, que favorece tanto para el intercambio de ideas en la construcción y aplicación de los conceptos entre pares como en la interacción con el maestro. Los estudiantes, luego de recibir la explicación del tema, trabajarán en las hojas preparadas para cada actividad con los ejercicios propuestos, con la ayuda de los apuntes de clase, el Texto Guía del Ministerio de Educación y los Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Durante el desarrollo de las actividades, el maestro irá evaluando el desenvolvimiento y el grado de conocimientos que van alcanzando los estudiantes.

Al final de la clase, el maestro junto con la participación de los estudiantes realizará la evaluación de seguimiento, en donde se revisarán de manera general los aspectos más importantes tratados en la actividad, que servirán a su vez como prerrequisitos para la siguiente.

3.1.5. Contenido de las actividades.

Cada una de las actividades contiene ejercicios para trabajar la parte conceptual y las definiciones básicas. Se proponen además ejercicios y problemas que ayudan a la construcción de los conceptos propios del tema. Toda la propuesta ha sido desarrollada realizando una descripción de la forma en que se trabajaron los contenidos, especificando el propósito de cada uno de los ejercicios planteados y las actividades dentro de la evaluación de seguimiento.

Actividad 1

Tema: Prerrequisitos. Puntos en el plano cartesiano. Ecuaciones de primer grado.

- **Objetivos**
 - Conocer los elementos y características del plano cartesiano.
 - Graficar puntos en el plano cartesiano
 - Conocer los elementos, características y propiedades de las ecuaciones de primer grado.
 - Resolver ecuaciones de primer grado.
- **Forma de trabajo:** Pares.
- **Tiempo aproximado:** Dos horas pedagógicas.
- **Plan de Clase:** Anexo 7.
- **Descripción de la actividad:** Luego de haber realizado una introducción del tema, los estudiantes trabajaron en pares de acuerdo a las actividades planteadas en la hoja guía. Partieron de los conceptos básicos y elementos del plano cartesiano y ecuaciones de primer grado, estudiadas en años anteriores, para luego ir construyendo los conceptos, reforzando los ya tratados para luego proceder a la aplicación en la resolución de ejercicios.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los conceptos a tratarse.

- Plano cartesiano
- Ecuaciones de primer grado

Revisión conceptual

1. ¿Qué entiende por par ordenado?

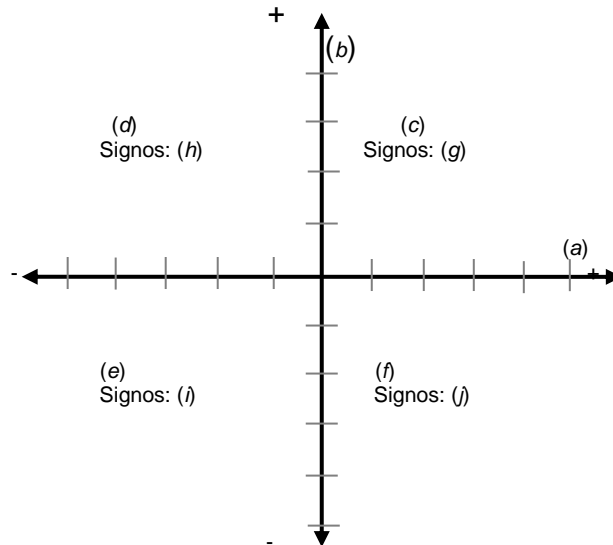
Son dos números escritos en cierto orden y usualmente se expresan dentro de un paréntesis, así: $P(a,b)$ determinan las coordenadas de ubicación de un punto en el plano cartesiano. El primer valor corresponde a las abscisas y el segundo a las ordenadas.

2. ¿Para qué se utiliza el plano cartesiano?

Se utiliza para la graficación de puntos (pares ordenados).

3. En el siguiente plano cartesiano ubique el literal correspondiente a cada uno de sus elementos constitutivos.

- a) Eje abscisas
- b) Eje ordenadas
- c) Cuadrante I
- d) Cuadrante II
- e) Cuadrante III
- f) Cuadrante IV
- g) Signos (+;+)
- h) Signos (-;+)
- i) Signos (-;-)
- j) Signos (+;-)



4. ¿Qué entiende por ecuación?

Es una igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables.

5. Explique qué es el grado de una ecuación

El grado de una ecuación está dado por el mayor exponente que tiene la variable.

6. En el siguiente ejemplo de ecuación ubique el literal que corresponde a cada uno de sus elementos constitutivos.

- a) Primer miembro
- b) Segundo miembro
- c) Término de la ecuación
- d) Variable

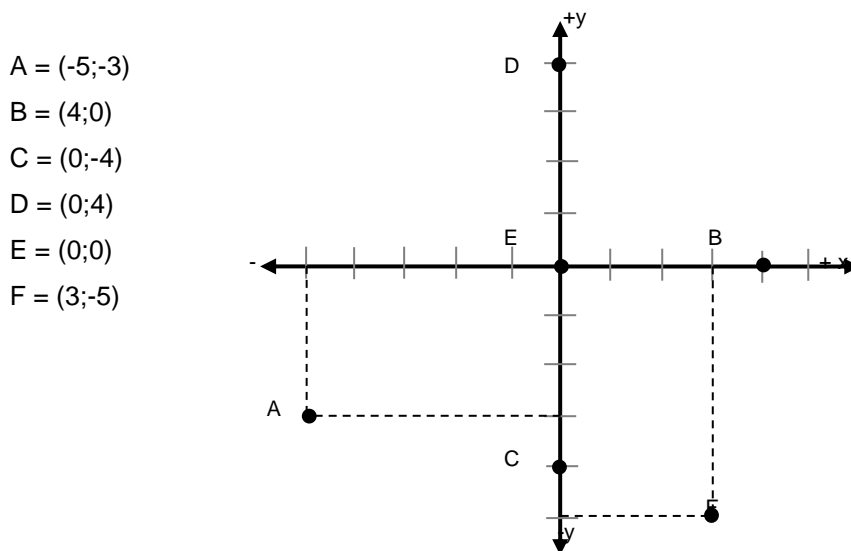
$$\underbrace{-3x - 2}_{(a)} = \underbrace{-4y - 6}_{(b)}$$

(d) (c)

- Segunda y tercera etapa

Ejercicio 1.1. Graficación de puntos en el plano cartesiano. Este ejercicio fue planteado para el reconocimiento de los signos de los ejes coordenados y graficar los puntos en el plano cartesiano. Es un tema básico para la representación gráfica de las funciones. Algunos estudiantes tuvieron dificultad con los puntos del tercer y cuarto cuadrante. Se realizó en la pizarra.

Grafique los siguientes puntos en el plano cartesiano



Ejercicio 1.2. Identificación de las coordenadas de puntos en el plano cartesiano. El objetivo de este ejercicio fue el reconocimiento de signos de cada coordenada de los pares ordenados graficados en el plano cartesiano. Este proceso es básico dentro del tema de estudio para el reconocimiento de las coordenadas de puntos pertenecientes a las funciones, expresadas en la representación gráfica y con ello proceder al cálculo de la pendiente, construir la ecuación de la recta, entre otros.

Identifique y escriba las coordenadas de los puntos expresados en el gráfico de la Figura 19.

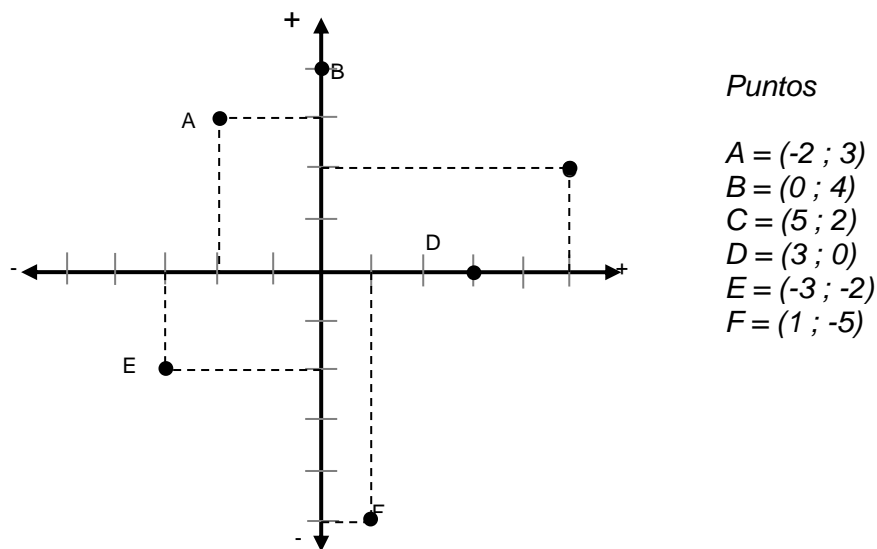


Figura 19. Puntos en el plano cartesiano

Ejercicio 1.3. Resolución de ecuaciones de primer grado. El objetivo de los ejercicios fue aplicar las propiedades de las ecuaciones y los procesos algebraicos para despejar la incógnita. Este tema es importante cuando se trabaja con el registro tabular, ya que en la construcción de la tabla de valores de las funciones, se realizan procesos algebraicos y se calcula el valor de la incógnita. Se aplica también en el proceso de construcción de la ecuación de la recta. Es necesario indicar que en los ejercicios sencillos los estudiantes no tuvieron problemas, pero cuando presentaban un mayor grado de dificultad por tener operaciones de multiplicación, división, fracciones o cuando la incógnita se encontraba en el denominador, no aplicaron correctamente el proceso de resolución. Fue necesario retomar nuevamente el tema y enviar una tarea de refuerzo. Anexo 8.

En las siguientes ecuaciones de primer grado, calcule el valor de la incógnita. Explique cada uno de los pasos realizados en el proceso de resolución.



a) $2 \cdot (x-2) = -3(x-1)$

- Se realizan las multiplicaciones en los dos miembros de la ecuación aplicando la propiedad distributiva:

$$2x-4 = -3x+3$$

Para realizar la trasposición de términos de la ecuación, de modo que las incógnitas se agrupen en el primer miembro y los términos conocidos en el segundo es necesario aplicar las propiedades de las ecuaciones:

- Propiedad uniforme. A los dos miembros de la ecuación les suma $3x$ para cancelar el término $-3x$ del segundo miembro.

$$2x+3x-4 = -3x+3x+3$$

$$2x+3x-4 = +3$$

- Propiedad uniforme. A los dos miembros de la ecuación les suma $+4$ para cancelar el término -4 del primer miembro.

$$2x+3x-4+4 = +3+4$$

$$2x+3x = +3+4$$

- Se resuelven las operaciones algebraicas en los dos miembros de la ecuación:

$$5x = 7$$

- Se despeja la incógnita con la aplicación de la propiedad uniforme, dividiendo los dos miembros de la ecuación para 5

$$\frac{5x}{5} = \frac{7}{5}$$

$$x = \frac{7}{5}$$

En todos los ejercicios se aplicará el mismo proceso.

b) $5x-2 = 4x-x$

c) $\frac{x+1}{2} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{5}{3} = \frac{1}{4x}$

e) $\frac{1}{2x-2} = -\frac{3}{4}$

• **Evaluación de seguimiento**

- Los estudiantes realizaron una exposición de los elementos y características del plano cartesiano y se expusieron ejemplos de graficación de puntos.
- Se elaboró un cuadro resumen del proceso de resolución de las ecuaciones, destacando la secuencia y propiedades aplicadas.

Actividad 2

Tema: Prerrequisitos. Relaciones de dependencia entre magnitudes. Relaciones entre conjuntos. Lenguaje algebraico.

- **Objetivos**
 - Conocer los elementos y características de una relación de dependencia entre magnitudes.
 - Transformar expresiones de lenguaje común a algebraico y viceversa.
 - Conocer los elementos y características de una relación entre conjuntos.
- **Forma de trabajo:** Pares.
- **Tiempo aproximado:** Dos horas pedagógicas.
- **Plan de Clase:** Anexo 9.
- **Descripción de la actividad:** Luego de haber realizado una introducción del tema y en base a una lluvia de ideas con los aportes los estudiantes sobre los conceptos revisados en años anteriores, se trabajó entre pares de acuerdo a las actividades planteadas en la hoja guía. Se plantearon los ejercicios de manera que el estudiante reforzó sus conocimientos e incluyó nuevos elementos necesarios para el desarrollo de los ejercicios y el planteo de otros similares.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los conceptos a tratarse.

- Expresiones en lenguaje común y algebraico
- Relación de dependencia entre magnitudes.
- Relaciones entre conjuntos

Revisión conceptual

1. **¿Para qué sirve el lenguaje común y el algebraico dentro de las matemáticas?**

El conocimiento del lenguaje común y el papel que cumplen los signos, símbolos y la terminología apropiada dentro del lenguaje matemático son de suma importancia, ya que constituyen un elemento básico en la comunicación de ideas, conceptos, teorías matemáticas. Dentro del tema de las Funciones Lineales, sirven tanto para la expresión mediante signos y símbolos como para la comprensión de los elementos básicos de ejercicios y problemas de forma clara, en donde se identifican los datos para su posterior resolución.

2. ¿Cuándo existe dependencia entre magnitudes?

Existe dependencia entre magnitudes cuando los valores de la una dependen de los que ha tomado la otra.

3. ¿Qué entiende por una relación entre conjuntos?

*Es un vínculo de correspondencia que existe entre dos conjuntos, en donde a cada elemento del primer conjunto le corresponde por lo menos un elemento del segundo conjunto. Se representa con **R**.*

4. Elementos de una relación entre conjuntos.

Los estudiantes necesitan conocer las características de los elementos de una relación entre conjuntos. Entonces se realizó una explicación del dominio y rango, así como cada una de sus partes constitutivas que son las pre-imágenes y las imágenes. Además de revisó el concepto de par ordenado, que es indispensable para la posterior graficación de cada uno de los puntos de las funciones en el plano cartesiano.

Identifique los siguientes elementos de una relación entre conjuntos expresados en la columna de la izquierda y escriba el literal que corresponda con las respectivas definiciones de la columna de la derecha.

- | | |
|-----------------|--|
| a) Par ordenado | (c) Es el conjunto de llegada (recorrido, segundo conjunto o conjunto dependiente). Se representa simbólicamente por rag R . |
| b) Dominio | (e) Son cada uno de los elementos del dominio. |
| c) Rango | (d) Son cada uno de los elementos del rango. |
| d) Imagen | (b) Es el conjunto de partida (primer conjunto, conjunto independiente). Se representa simbólicamente por dom R . |
| e) Pre imagen | (a) Son dos números escritos en cierto orden y usualmente se expresan dentro de un paréntesis, así: P (a,b). Determinan las coordenadas de ubicación de un punto en el plano cartesiano. |

- **Segunda y tercera etapa**

Ejercicio 2.1. Utilización de lenguaje común y algebraico. Estos ejercicios fueron planteados con el objetivo de que el estudiante conozca el lenguaje y la simbología utilizada al expresar relaciones entre magnitudes, realice la interpretación adecuada de los términos expresados mediante el lenguaje común y efectúe las transformaciones de las expresiones con los signos y símbolos apropiados para cada situación. Es importante, ya que servirá dentro de las funciones en la interpretación de los ejercicios y problemas propuestos, como para el planteamiento de otros nuevos.

Transforme en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- a) Marta tiene el doble de dinero que Juan más quince dólares.

Dinero que tiene Marta: x

Dinero que tiene Juan: y

$$x = 2y + 15$$

- b) Nicolás realizó su tarea en la mitad de tiempo que José.

Tiempo que se demoró José en realizar su tarea: x

Tiempo que se demoró Nicolás en realizar su tarea: y

$$y = \frac{1}{2}x$$



- c) Formule nuevos ejemplos de expresiones expresadas en lenguaje común y transforme a lenguaje algebraico.

Transforme en lenguaje común las siguientes expresiones:

- a) $x = (y-1)^2$ *x es igual al cuadrado de la diferencia de y menos uno.*
- b) $x = \frac{2y}{3}$ *x es igual a la tercera parte del doble de y.*
- c) $3x-1 = 4y - 2$ *el triple de x menos uno equivale a cuatro veces y menos dos.*
- d) Formule nuevos ejemplos de ejercicios en lenguaje algebraico y transforme al lenguaje común.

Ejercicio 2.2. Identificación de variables en relaciones de dependencia entre magnitudes. Este tema es importante para la aplicación de las funciones en la resolución de problemas, donde el estudiante tiene que identificar los datos y transformarlos en una expresión algebraica, en el cual se evidencie la dependencia entre magnitudes. En este ejercicio el objetivo fue identificar la variable independiente y la dependiente en relaciones entre magnitudes.

En los siguientes ejemplos de relaciones de dependencia entre magnitudes identifique la variable independiente y la dependiente.

- a) Si se tiene un tanque lleno de agua con un agujero:
Variables: El tiempo transcurrido y la cantidad de agua que queda en el tanque.
Variable independiente: el tiempo transcurrido.
Variable dependiente: la cantidad de agua que queda en el tanque.
- b) Variables: Los días trabajados y el sueldo obtenido por el trabajo.
Variable independiente: los días trabajados.
Variable dependiente: el sueldo obtenido.
- c) En la realización de una tarea de investigación de un tema de matemáticas.
Variables: Tiempo empleado en la investigación y porcentaje de conocimiento del tema.
Variable independiente: tiempo empleado en la investigación.
Variable dependiente: Porcentaje de conocimiento del tema.



d) Un gimnasta que se prepara para una competencia.

Variables: Grado de precisión en la ejecución de la rutina de ejercicios y resultados de su participación en la competencia.

Variable independiente: Grado de precisión en la ejecución de ejercicios.

Variable dependiente: Resultados de su participación en la competencia.

e) Se tiene una cuenta en el banco.

Variables: Cantidad de dinero que se deposite o retire del banco y el saldo luego de la transacción.

Variable independiente: Cantidad de dinero que se deposite o retire del banco.

Variable dependiente: Saldo luego de la transacción.

Formule nuevos ejemplos de relaciones de dependencia entre variables e indique la variable independiente y la dependiente.

Problema 2.3. Relación entre conjuntos El propósito del problema fue identificar los elementos de una relación entre conjuntos, representarlos mediante diagramas sagitales y analizar si se puede o no construir un modelo matemático a partir de los datos que se presentan en el ejercicio.

La Tabla 1 expresa el número de caramelos que toma un grupo de niños en una fiesta infantil.

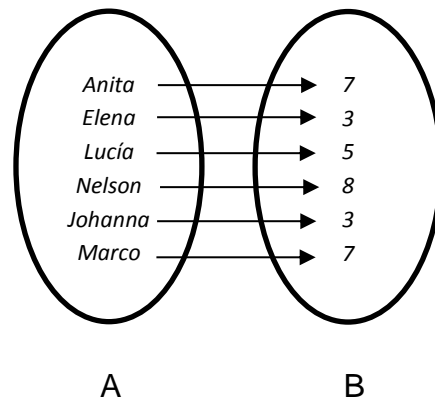
Tabla 1
Número de caramelos que toma un grupo de niños

Niño	Número de caramelos
Anita	7
Elena	3
Lucía	5
Nelson	8
Johanna	3
Marco	7

a) Realice un diagrama sagital expresando la relación entre los conjuntos.

$A = \{Anita, Elena, Lucía, Nelson, Johanna, Marco\}$

$B = \{7, 3, 5, 8, 3, 7\}$



b) Determine el dominio y el rango de la relación.

Dominio: {Anita, Elena, Lucía, Nelson, Johanna, Marco}

Rango: {7, 3, 5, 8, 3, 7}

c) ¿Puede construir un modelo matemático para expresar esta relación? *No*
¿Por qué? *Porque no existe una relación de dependencia entre los conjuntos que se pueda expresar mediante una expresión o modelo matemático.*

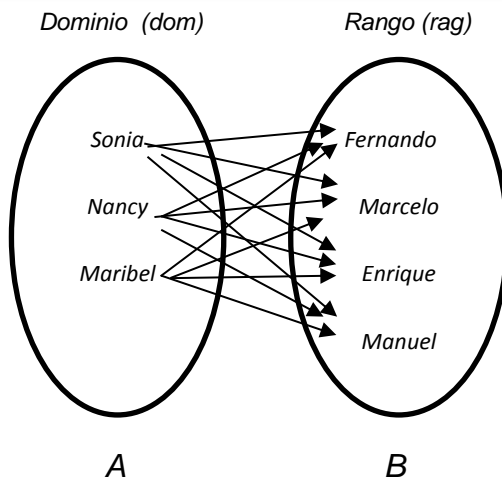
Problema 2.4. Relación entre conjuntos. Este problema fue planteado para ir determinando los elementos de una relación entre conjuntos, representarlos mediante diagramas sagitales y gráficamente. Al expresar las parejas de elementos que se formaron se pudo visualizar que cada pre imagen del dominio se relaciona con más de una imagen del rango.

Sonia, Nancy y Maribel invitan a sus amigos Fernando, Marcelo, Enrique y Manuel a una fiesta con la condición de que cada chica baile con cada uno de los muchachos.

a) Realice un diagrama sagital, expresando la relación entre los conjuntos.

A= {Sonia, Nancy, Maribel}

B= {Fernando, Marcelo, Enrique, Manuel}



b) Determine el dominio y el rango de la relación.

Dominio: {Sonia, Nancy, Maribel}

Rango: {Fernando, Marcelo, Enrique, Manuel}

c) Con cuántos muchachos bailó cada chica?

Con cuatro.

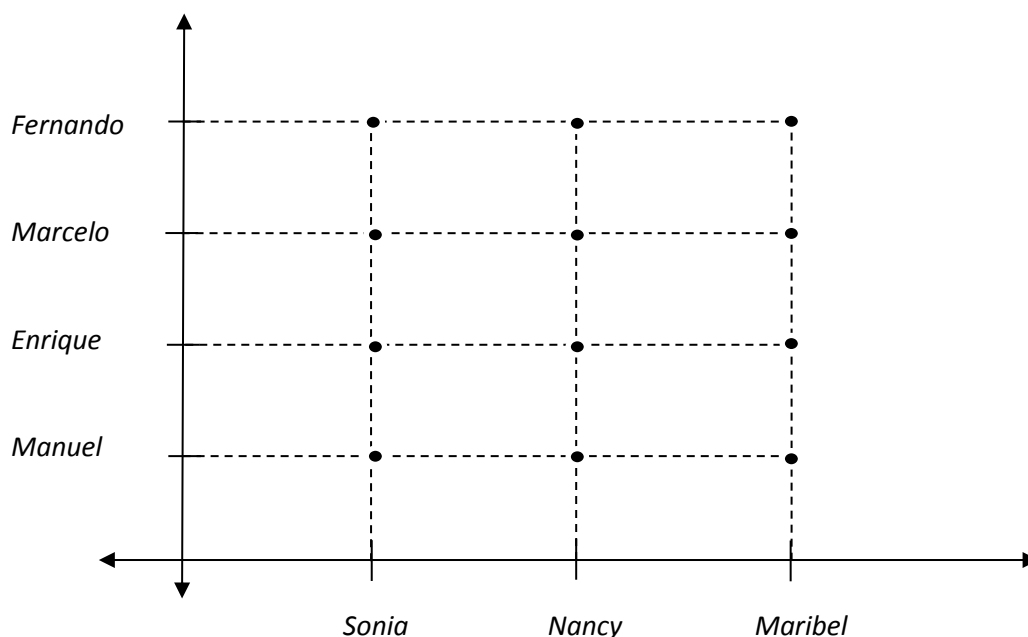
d) Exprese las parejas que se formaron.

(Sonia, Fernando) ; (Sonia, Marcelo) ; (Sonia, Enrique) ; (Sonia, Manuel)

(Nancy, Fernando) ; (Nancy, Marcelo) ; (Nancy, Enrique) ; (Nancy, Manuel)

(Maribel, Fernando) ; (Maribel, Marcelo) ; (Maribel, Enrique) ; (Maribel, Manuel).

e) Grafique la relación en el plano cartesiano.



- **Evaluación de seguimiento**

Conjuntamente con los estudiantes se concluyó que es importante conocer todos los elementos del lenguaje matemático tanto para poder interpretar la información expresada en los ejercicios, como para estructurarla con conocimientos ya existentes y poder resolver los ejercicios adecuadamente. Este conocimiento se evidenció el momento de identificar la variable independiente y la dependiente en los ejercicios de relación de dependencia entre magnitudes. Los estudiantes expusieron nuevos ejemplos para aclarar algunas dudas.

En las relaciones entre conjuntos se identificaron los elementos básicos y finalmente se indicó que en una relación entre conjuntos, cada elemento del primer conjunto puede estar relacionado con uno o más elementos del segundo conjunto. Este enunciado servirá de punto de partida para la siguiente actividad.

Actividad 3

Tema: Relaciones funcionales

- **Objetivos**

- Identificar las condiciones que debe cumplir una relación funcional.
- Identificar características de las funciones lineal, afín y constante.
- Expresar las funciones lineales en los distintos registros semióticos.

- **Forma de trabajo:** Grupos de tres a cuatro estudiantes.

- **Tiempo aproximado:** Tres horas pedagógicas.

- **Plan de Clase:** Anexo 10.

- **Descripción de la actividad**

Se partió de las características de la relación entre conjuntos identificadas en la Actividad 2. En base a ello, se realizó el registro de las condiciones que debe cumplir una relación funcional y la identificación de sus características básicas para, en los problemas planteados ir identificando los elementos de la función lineal, afín y constante y poder visualizar tanto las similitudes como

las diferencias en el registro tabular y gráfico. Se les envió para trabajar en casa el análisis de los problemas para construir el respectivo modelo matemático y se evidenció que algunos estudiantes tuvieron dificultades en la estructuración de la expresión algebraica. Fue necesario fortalecer la explicación y enviarles un grupo de problemas de refuerzo. Ver Anexo 11. Seguidamente se expresaron las funciones en los distintos registros de representación. Finalmente se identificaron las características de una función no lineal para comparar las características en los registros y así afianzar los conocimientos.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los conceptos a tratarse

Relación funcional

- Características.
- Elementos de una relación funcional: Variables, tipos de variables (independiente, dependiente).

Tipos de funciones: lineal, afín y constante.

Función no lineal.

Revisión conceptual. Se identificaron conceptos básicos, características, elementos de los tipos de funciones a estudiarse.

1. ¿Qué condiciones debe cumplir una relación para que sea una función?

La primera condición es la existencia, que significa que una función debe estar definida para todos los elementos x del conjunto de partida A y que cada uno debe estar relacionado con un elemento del conjunto de llegada. Entonces, si se cumple esta condición, se tiene que para todo x elemento del conjunto A , existe un elemento y , tal que (x,y) es un elemento de la función f .

La segunda condición es la unicidad que se refiere que a cada elemento x del primer conjunto, se le asigna “un solo elemento y ” en el segundo conjunto B . Se puede expresar que y es la imagen de x . Con esta condición se aclara que un elemento x del conjunto A no puede estar relacionado con más de un elemento de B . (Roldán, 2013).

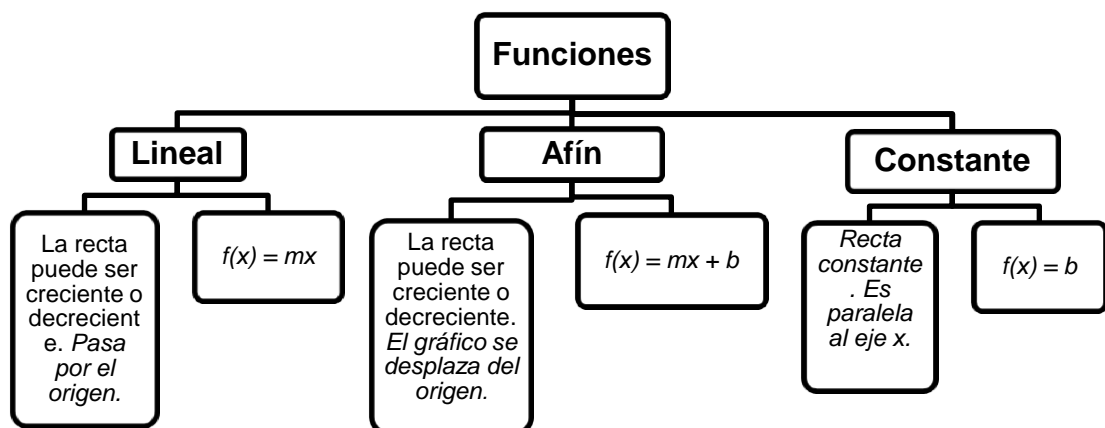
2. ¿Qué es una variable independiente?

Es aquella que no depende de la otra variable. Se le representa con la x y se grafica en el eje de las abscisas.

3. ¿Qué es una variable dependiente?

Es aquella que depende de la otra variable. Se le representa con la y y se grafica en el eje de las ordenadas.

4. Complete el siguiente organizador gráfico con las características y la expresión en el registro algebraico de las funciones lineal, afín y constante.



5. Señale con una x la respuesta correcta. Si al gráfico de una función se le traza una línea vertical, ¿en cuántos puntos debe cortarle?

0 puntos	1 punto <input checked="" type="checkbox"/>	2 o más puntos
----------------	---	----------------------

- **Segunda y tercera etapa**

Problema 3.1. Función lineal. El objetivo del siguiente problema fue identificar los elementos básicos de una función en el registro tabular y el diagrama sagital para luego construir la expresión algebraica que representa al problema y representarla en el plano cartesiano. Se comprobó mediante el trazado de una recta vertical que el gráfico correspondía a una función y finalmente se identificó el tipo de función de acuerdo a sus características.

Juan trabaja impartiendo clases particulares de matemática y cobra \$8,00 la hora. Si el lunes trabaja 3 h, el martes 5h, el miércoles 8h, el jueves 6h y el viernes 0h.

- a) Calcule cuánto gana en cada día.

Lunes: $3 \times 8 = 24$

Martes: $5 \times 8 = 40$

Miércoles: $8 \times 8 = 64$

Jueves: $6 \times 8 = 48$

Viernes: $0 \times 8 = 0$

- b) Realice una tabla de valores que contenga las horas trabajadas (h) y el dinero ganado (\$) y exprese los pares ordenados que se han obtenido.

HORAS TRABAJADAS	DINERO GANADO	PAR ORDENADO (x;y)
0	0	(0;0)
3	24	(3;24)
5	40	(5;40)
6	48	(6;48)
8	64	(8;64)

- c) Indique cual es la variable independiente **x** y la dependiente **y**.

Variable independiente: horas trabajadas.

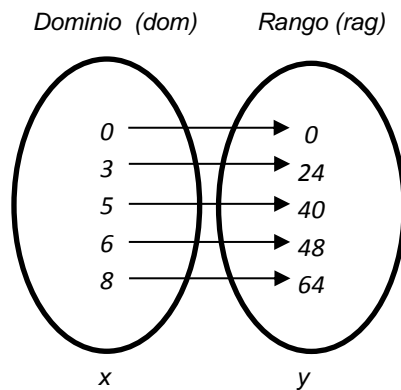
Variable dependiente: dinero ganado.

- d) ¿Qué relación existe entre los elementos del primero y segundo conjunto?

Que el dinero ganado depende de las horas trabajadas.

- e) Realice un diagrama sagital expresando la relación entre los conjuntos.

f) Señale el dominio y el rango.



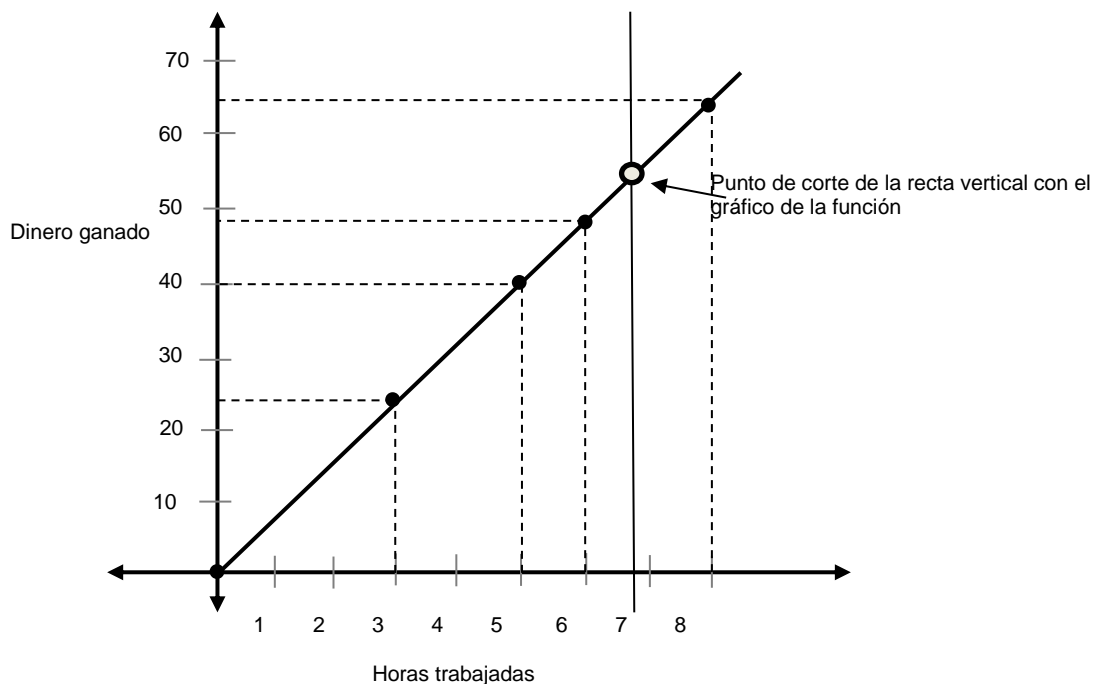
g) Construya la expresión algebraica (modelo matemático) que represente a la relación funcional existente entre los conjuntos.

$$y = 8x$$

h) Realice el gráfico de la función.

i) Trace una recta vertical que corte al gráfico. ¿En cuántos puntos la corta?

La recta vertical corta al gráfico en un solo punto.



j) Señale con una x la respuesta correcta. El modelo corresponde a una función:

Lineal x	Afín	Constante
-------------	------------	-----------------



Problema 3.2. Función Afín. Para el siguiente problema se partió del problema 3.1. al que se le aumentó un dato que era el sueldo básico. El objetivo fue, como en el problema anterior, identificar las variables, construir la expresión algebraica que lo representa, expresarla en una tabla de valores para luego y graficarla en el plano cartesiano. Finalmente se identificó qué tipo de función es de acuerdo a sus características.

Juan trabaja impartiendo clases de matemática y tiene un sueldo básico de \$500. Por cada hora extra cobra \$8,00.

a) Indique cuál es la variable independiente **x** y la dependiente **y**.

Variable independiente: horas trabajadas.

Variable dependiente: dinero ganado.

b) Construya la expresión algebraica (modelo matemático) que represente a la relación funcional existente entre los conjuntos.

$$y = 500 + 8x$$

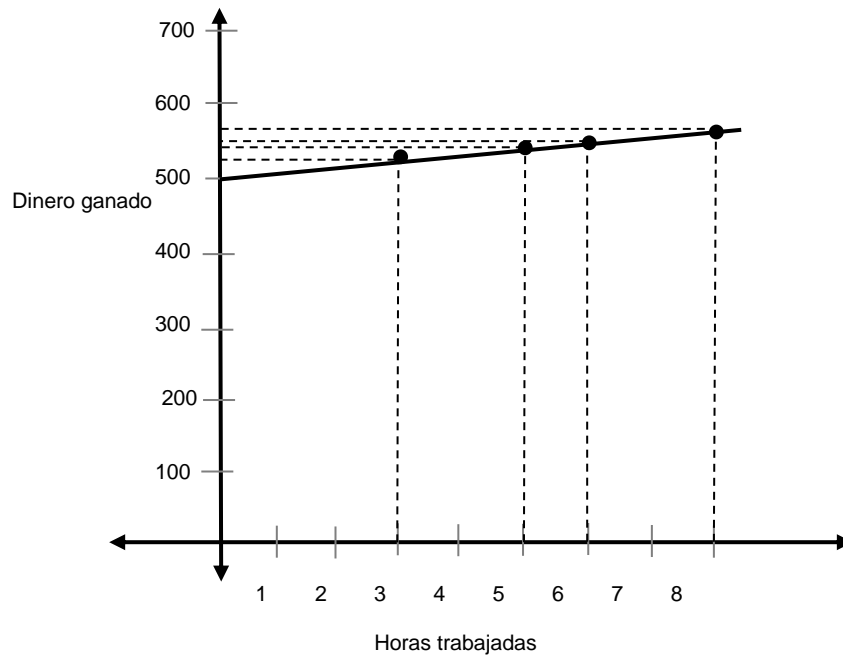
c) Calcule cuánto gana en cada caso. Realice una tabla de valores.

HORAS TRABAJADAS	DINERO GANADO	PAR ORDENADO (x;y)
0	500	(0; 500)
3	$500 + 3(8) = 524$	(3; 524)
5	$500 + 5(8) = 540$	(5; 540)
6	$500 + 6(8) = 548$	(6; 548)
8	$500 + 8(8) = 564$	(8; 564)

d) Señale con una x la respuesta correcta. El nuevo modelo corresponde a una función:

Lineal	Afín <input checked="" type="checkbox"/>	Constante
--------------	--	-----------------

e) Realice el gráfico de la función.



Problema 3.3. Función constante. Se partió del problema 3.1., en donde se realizó un cambio en los datos que sirvió para poder identificar las características de la función constante. Su objetivo fue identificar los elementos básicos, construir la expresión algebraica que representa al problema, expresarlos en una tabla de valores para luego y graficarla en el plano cartesiano. De acuerdo a las características del modelo se pidió a los estudiantes realizar nuevos ejemplos de problemas con características similares. Finalmente se pidió comparar los modelos obtenidos en los problemas 3.1., 3.2. y 3.3. para estructurar de mejor manera los conceptos de los distintos tipos de función.

Juan trabaja impartiendo clases de matemática y tiene un sueldo mensual de \$500.

- ¿Qué diferencia existe entre este problema con el 3.1.?
Que en todos los meses Juan va a recibir el mismo sueldo.
- Construya la expresión algebraica (modelo matemático) que represente a la relación funcional existente entre los conjuntos.

$$y = 500$$

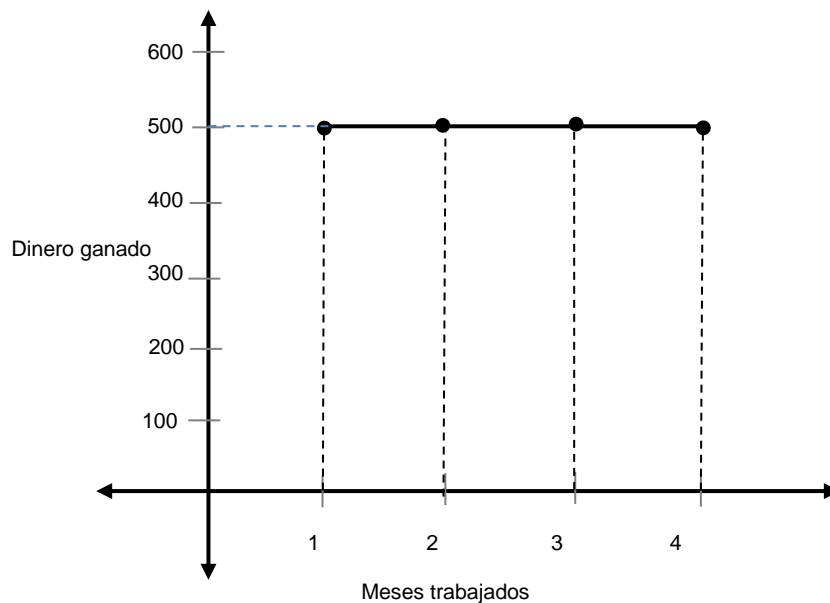
- c) Calcule cuánto obtendrá como sueldo el primero, segundo, tercero y cuarto mes.

MESES TRABAJADOS	DINERO GANADO	PAR ORDENADO ($x;y$)
1	500	(1;500)
2	500	(2;500)
3	500	(3;500)
4	500	(4;500)

- d) Señale con una x la respuesta correcta. El nuevo modelo corresponde a una función:

Lineal	Afín	Constante x
--------------	------------	----------------

- e) Realice el gráfico de la función.



- f) Plantee un problema en que se pueda trabajar con este tipo de función.
A un niño su mamá le da diariamente \$2,00 para su refrigerio. Calcule cuánto dinero recibe cada día de la semana.
- g) Compare el gráfico con el de los problemas 3.1., y 3.2. ¿Qué conclusiones puede obtener de la comparación?



En el problema 3.1. lo que Juan gana depende de las horas trabajadas. Tiene el comportamiento de una función lineal.

En el problema 3.2. Juan tiene un sueldo básico y a más de éste, recibe una compensación por las horas extras. Si no trabajara ni una sola hora extra, recibiera ese sueldo básico. Es una función afín.

En el tercer problema, todos los meses recibe el mismo sueldo. Es una función constante.

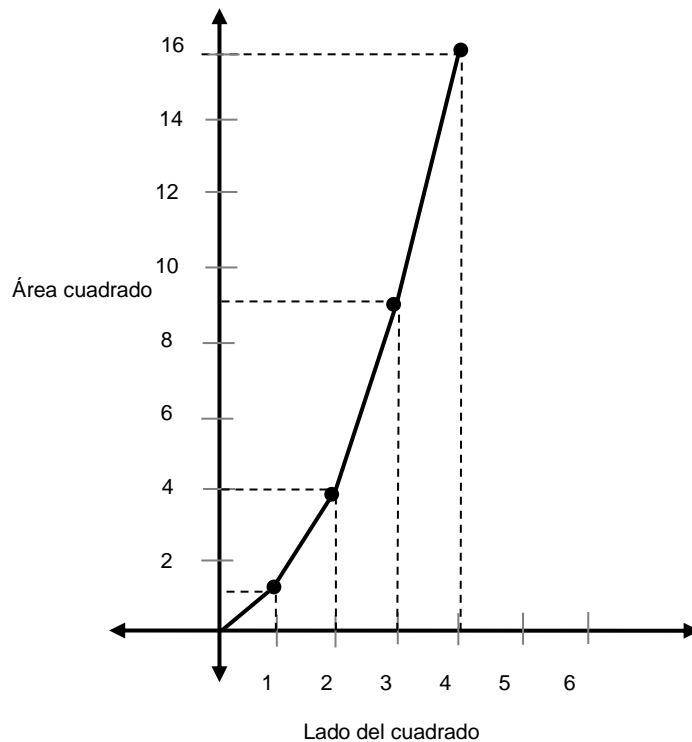
Problema 3.4. Funciones no lineales. Se propuso este problema donde, como en los problemas 3.1 y 3.2. existe relación entre las variables, pero que de acuerdo a las características que se van identificando, su expresión algebraica no corresponde a la de una función lineal, ya que su variable independiente está elevada al cuadrado.

Se tiene un cuadrado de lado igual a 1cm. Calcule el valor del área.

- a) Escriba el nombre de las variables que intervienen:
 - Variable independiente: *Valor del lado del cuadrado.*
 - Variable dependiente: *El área del cuadrado.*
- b) ¿Qué relación existe entre las variables?
Si el valor del lado varía, el área es igual a ese valor elevado al cuadrado.
- c) Construya un modelo matemático a partir de la relación entre las variables.
$$y = x^2$$
- d) Realice una tabla de valores con el lado igual a 1, 2, 3 y 4 cm. y escriba los pares ordenados obtenidos.

LADO	ÁREA	PAR ORDENADO (x;y)
1	$1^2 = 1$	(1;1)
2	$2^2 = 4$	(2;4)
3	$3^2 = 9$	(3;9)
4	$4^2 = 16$	(4;16)

e) Grafique los puntos en el plano cartesiano.



f) ¿El gráfico corresponde a una función lineal?

No es una función lineal.

g) ¿Por qué?

En la expresión algebraica, la variable dependiente está elevada al exponente dos. Corresponde a una función cuadrática. El gráfico tiene forma de una semi parábola.

- **Evaluación de seguimiento**

Se realizó una puesta en común de las características de las funciones de los ejercicios desarrollados en los distintos registros semióticos para identificar en primer lugar que en una relación funcional entre conjuntos, cada elemento del primer conjunto debe estar relacionado solamente con un elemento del segundo conjunto. Además se expresaron las diferencias de las expresiones algebraicas obtenidas de cada tipo de función y el respectivo gráfico. Finalmente se expusieron las conclusiones obtenidas del problema 3.4. que no corresponde a una función lineal. De esta manera se pudo



establecer claramente la característica básica de la expresión lineal en donde sus variables están elevadas al exponente uno.

Actividad 4

Tema: Transformaciones entre registros de representación

- **Objetivos**
 - Expresar funciones lineales en los distintos registros semióticos.
 - Interpretar la información dada en cada registro de representación semiótica.
 - Realizar transformaciones entre los diferentes registros de representación.
- **Forma de trabajo:** Entre pares.
- **Tiempo aproximado:** Dos horas pedagógicas.
- **Plan de Clase:** Anexo 12.
- **Descripción de la actividad**

Luego de la introducción que se realizó de las características de las funciones lineal, afín y constante y su expresión en los distintos registros de representación, se trabajó en ejercicios para transformar entre distintos registros de representación. Finalmente se partió de un problema real para la extracción de los datos, interpretación de la información y expresión en los distintos registros.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los temas a tratarse

Características de los registros de representación.

Transformación de funciones entre registros de representación.



Revisión conceptual

Relacione el tipo de registro semiótico expresado en la columna de la izquierda y escriba el respectivo literal de acuerdo con las características expresadas en la columna de la derecha.

REGISTRO DE REPRESENTACIÓN

CARACTERÍSTICAS

- | | |
|------------------------------------|---|
| a. Registro tabular | (c) Utiliza lenguaje algebraico para indicar el tipo de relación existente entre la variable independiente y la dependiente. La función lineal se expresa de la siguiente forma: $y = mx + b$ ó $f(x) = mx + b$, en donde m es el valor de la pendiente o razón de cambio de y con respecto a x y b es el valor de la ordenada en el origen. |
| b. Registro en diagramas sagitales | (e) Utilizando el lenguaje común se expresan las cualidades y características de la función como una dependencia entre magnitudes, teniendo especial cuidado en enunciar cada una de las partes, de tal modo que al realizar las transformaciones a los otros registros de representación, no existan ambigüedades en la interpretación. |
| c. Registro algebraico | (b) Utiliza diagramas de Venn Euler en donde se expresa que para cada elemento del dominio, debe existir un solo elemento en el rango. |
| d. Registro gráfico | (a) En esta forma de representación los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas que permiten visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir propiedades y características de la función y del objeto de conocimiento representado, posibilitando así la construcción de modelos matemáticos. |
| e. Registro verbal | (d) Utiliza el plano cartesiano, donde los pares ordenados establecen la relación entre la variable independiente y la dependiente. En el caso de la función lineal, el gráfico es una línea recta y sus interceptos dependen del tipo de función: lineal, afín o constante. |

- **Segunda y tercera etapa**

Ejercicio 4.1. Se planteó el siguiente ejercicio para que se analicen los valores de la variable independiente y la dependiente, se establezca la relación que existe entre ellas y poder construir la expresión algebraica.

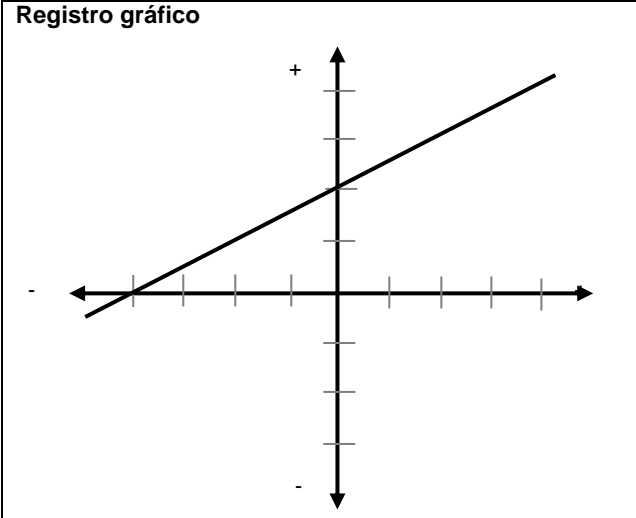
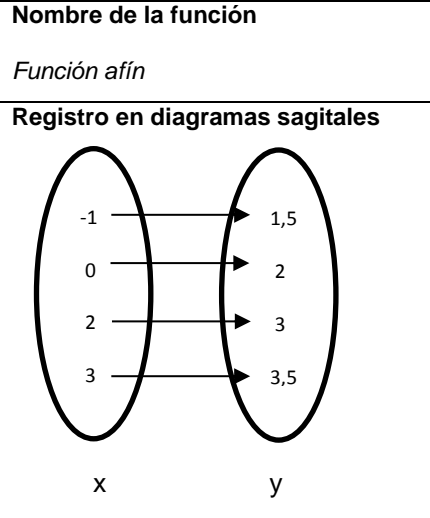
Interprete la información expresada en cada una de las siguientes tablas de valores de la Figura 20 y escriba la expresión algebraica de la función que corresponde.

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Expresión algebraica: $y = x + 3$</p>	X	y	2	5	1	4	0	3	-1	2	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> <p>Expresión algebraica: $y = 5$</p>	x	y	2	5	1	5	0	5	-1	5
X	y																				
2	5																				
1	4																				
0	3																				
-1	2																				
x	y																				
2	5																				
1	5																				
0	5																				
-1	5																				

Figura 20. Tablas de valores

Ejercicio 4.2. El objetivo de este ejercicio es que el estudiante identifique los elementos y características de la expresión gráfica: coordenadas de los interceptos, tipo de recta (creciente, decreciente o constante), para determinar el tipo de función y luego representarlo en diagramas sagitales.

Junto a las siguientes representaciones gráficas de las funciones de la Figura 21, escriba el nombre de la función y realice la representación mediante diagramas sagitales, para los siguientes valores de x: -1, 0, 2, 3.

<p>Registro gráfico</p> 	<p>Nombre de la función</p> <p><i>Función afín</i></p> <hr/> <p>Registro en diagramas sagitales</p> 
--	--

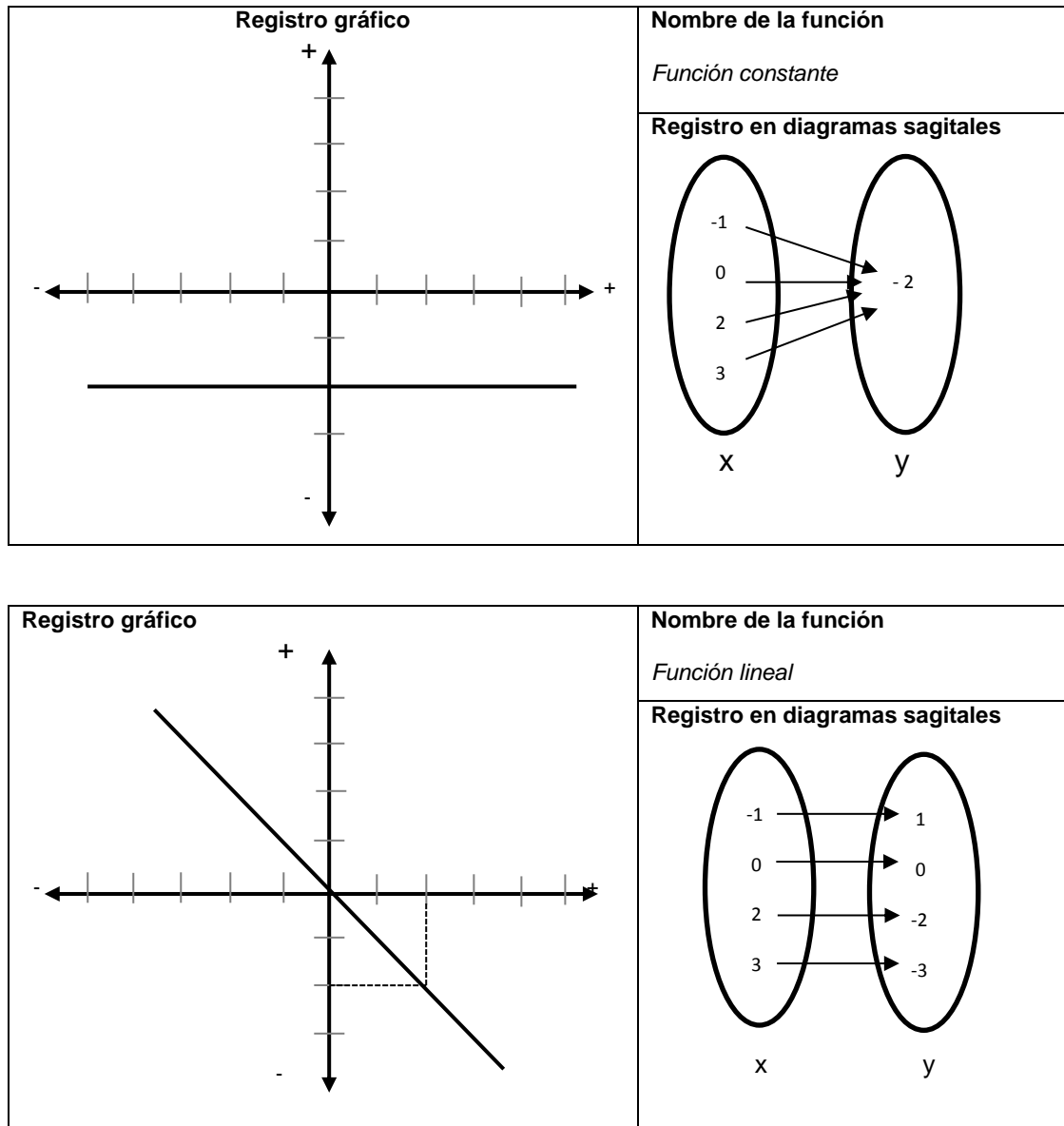


Figura 21. Representaciones semióticas de funciones

Ejercicio 4.3. Interpretación de datos de acuerdo a registros de representación. El problema se planteó para ir identificando los distintos elementos presentes en el registro gráfico, como son las variables que intervienen, el dinero que tenía Cristian al inicio (en el punto 0), el comportamiento de la recta y poder predecir en qué día, el valor de y será igual a 0 . Con estos datos se puede deducir

fácilmente el tipo de recta que representa y transformar la información al registro verbal y algebraico.

En el gráfico de la Figura 22, el punto A expresa el dinero que tiene Cristian a los ocho días de haber recibido cierta cantidad de dinero como regalo de su abuelo y de realizar un gasto diario constante.

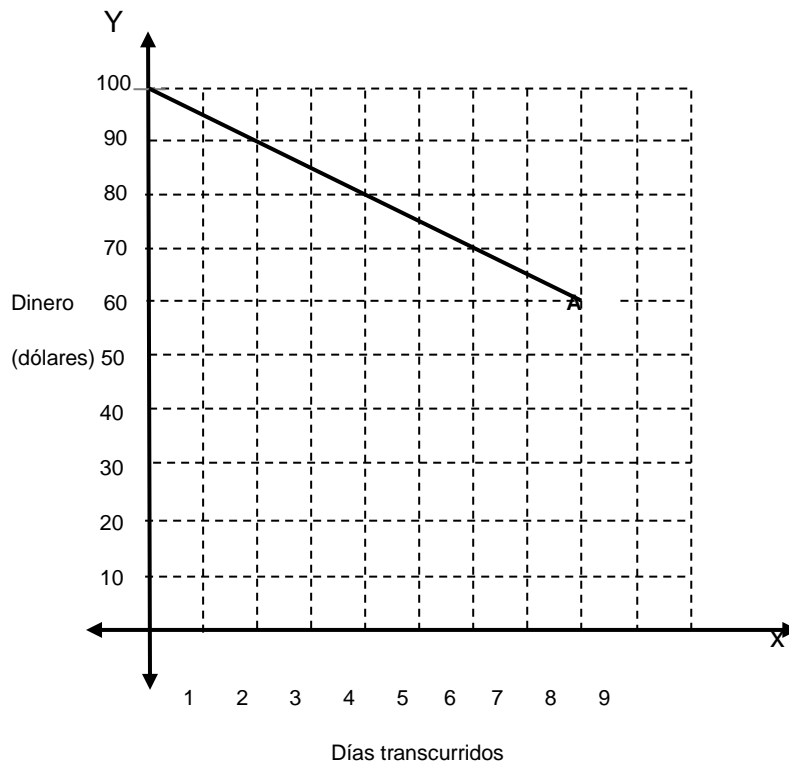


Figura 22. Representación gráfica. Cantidad de dinero.

De acuerdo a los datos expresados en el gráfico de la Figura 22:

- ¿Cuánto dinero le regaló a Cristian su abuelo?
Cien dólares.
- ¿Cuánto dinero gastó diariamente Cristian?
Cinco dólares.
- ¿Puede predecir la cantidad de dinero que tendrá Cristian a los doce días de haber recibido el dinero?
Gasto en los doce días: $5 \times 12 = 60$
Dinero que tiene Cristian a los doce días: $100 - 60 = 40$



Cuarenta dólares.

d) ¿A los cuantos días Cristian se quedará sin dinero?

$$100 / 5 = 20$$

A los veinte días.

e) Construya una expresión en forma verbal de la situación del problema.

El dinero que tiene Cristian es igual a lo que le regaló su abuelo menos lo que gasta diariamente multiplicado por el número de días que han transcurrido.

f) Transforme la expresión verbal en algebraica.

$$Y = 100 - 5x$$

- **Evaluación de seguimiento**

Se concluyó en la necesidad de conocer todas las características y elementos de cada registro semiótico, para complementarlas entre sí, poder interpretar la información expresada en los ejercicios propuestos y resolverlos de manera efectiva.

Actividad 5

Tema: Tipos de rectas. Monotonía. Introducción a la pendiente de una recta

- **Objetivos**

- Conocer los tipos de rectas, así como sus características.
- Introducir el concepto de pendiente de una recta.

- **Forma de trabajo:** Individual.

- **Tiempo aproximado:** Una hora pedagógica.

- **Plan de Clase:** Anexo 13.

- **Descripción de la actividad**

Se tomó como punto de partida la expresión gráfica de una función lineal, afín y constante para luego analizar la inclinación de una recta y determinar los tipos de rectas que pueden presentarse en los distintos problemas. Con estas bases se podrá identificar la monotonía de una recta.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los conceptos a tratarse

Rectas creciente, decreciente, constante.

Monotonía de una función.

Introducción a la pendiente de una recta.

Revisión conceptual

1. **Relacione el tipo de recta expresada en la columna de la izquierda y escriba el respectivo literal de acuerdo con las características expresadas en la columna de la derecha.**

Tipo de recta	Características
a) Recta creciente	(c) Si en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, se obtiene $f(x_1)=f(x_2)$. La pendiente $m=0$ y la recta será paralela al eje x .
b) Recta decreciente	(a) Si en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, se obtiene $f(x_1)<f(x_2)$. La pendiente $m>0$ y la recta tiene una inclinación positiva.
c) Recta constante	(b) Si en un intervalo de valores de la variable independiente x_1 y x_2 , tales que $x_1 < x_2$, se obtiene $f(x_1)>f(x_2)$. La pendiente $m<0$ y la recta tendrá una inclinación negativa.

2. **Conteste las siguientes preguntas:**

- a) ¿Cuándo una función es monótona?

Una función f es monótona cuando es estrictamente creciente o decreciente en todo su dominio.

- b) ¿La función lineal es monótona? Por qué?

La función lineal si es monótona, porque es solamente creciente o decreciente en todo su dominio.

- c) ¿Qué es la pendiente de una recta?

Es la inclinación de una recta con respecto al eje x y se define como la variación (diferencia) en el eje y , dividida para la variación en el eje x , para dos puntos distintos de una recta.

Segunda y tercera etapa

Problema 5.1. Tipos de rectas. Introducción a la pendiente de una recta. Se partió de la representación gráfica de una situación real donde se visualizan las variables que intervienen en el problema, los cambios en la temperatura en períodos regulares de tiempo que son representados por distintos tipos de rectas. Mediante el análisis de la inclinación en cada tramo se llegaron a obtener elementos básicos que sirvieron como punto de partida para la siguiente actividad en la que se trata el concepto de pendiente de una recta.

En el gráfico de la Figura 23 se indican las temperaturas de una ciudad desde las 04H00 hasta las 12H00.

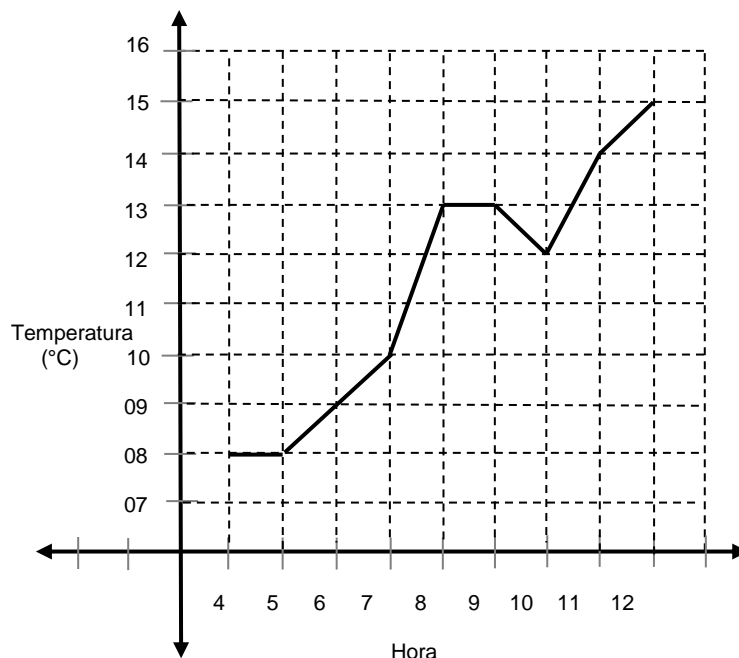


Figura 23. Representación gráfica. Temperatura de una ciudad.

- a) Indique en qué períodos de tiempo la temperatura aumenta, disminuye o permanece constante. Realice un cuadro explicativo donde indique si las rectas son crecientes, decrecientes o constantes.

PERÍODOS DE TIEMPO	TEMPERATURA	RECTA
04h00 – 05h00	<i>constante</i>	<i>constante</i>
05h00 – 07h00	<i>aumenta</i>	<i>creciente</i>
07h00 – 08h00	<i>aumenta</i>	<i>creciente</i>
08h00 – 09h00	<i>constante</i>	<i>constante</i>
09h00 – 10h00	<i>disminuye</i>	<i>decreciente</i>
10h00 – 11h00	<i>aumenta</i>	<i>creciente</i>
11h00 – 12h00	<i>aumenta</i>	<i>creciente</i>

- b) Observe el gráfico de la Figura 23 e indique en qué lapso de tiempo aumenta más la temperatura y por qué? De 10H00 a 11H00 o de 11H00 a 12H00.
De 10H00 a 11H00: en una hora aumentan dos grados de temperatura.
De 11H00 a 12H00: en una hora aumenta un grado de temperatura.
Comparando los dos gráficos, en el mismo período de tiempo, el incremento de temperatura de 11H00 a 12H00 es mayor.
- c) ¿Qué puede obtener como conclusión?
Que la variación de la inclinación de una recta, depende de si en un mismo tramo horizontal, hay diferencia en el tramo vertical.
- d) Proponga un nuevo problema en donde puedan visualizarse los distintos tipos de rectas y realizarse análisis semejantes.

- **Evaluación de seguimiento**

Se realizó la interpretación de la información del gráfico de la Figura 23 en los tramos restantes a los ya trabajados en el literal b) y se relacionó con la expresión gráfica de las funciones lineal, afín y constante. Los estudiantes establecieron las características de los gráficos en relación a la inclinación con respecto a la horizontal, determinando los tipos de rectas (creciente, decreciente y constante). Finalmente se emitieron conclusiones sobre la variación de valores en los ejes de ordenadas y abscisas y su relación con la inclinación de la recta. Estos conocimientos servirán de base para la siguiente actividad.

Actividad 6

Tema: Interceptos de una recta. Pendiente

- **Objetivos**

- Conocer los interceptos de una recta.
- Determinar la pendiente de una recta.
- Identificar el valor de la pendiente y los interceptos en funciones lineales.

- **Forma de trabajo:** Grupos de tres a cuatro estudiantes.

- **Tiempo aproximado:** Dos horas pedagógicas.

- **Plan de clase:** Anexo 14.

- **Descripción de la actividad**

Se partió de la inclinación de la recta con respecto a la horizontal y de las características de la expresión gráfica de las funciones lineal, afín y constante para obtener las coordenadas de los interceptos, con los que se trabajó para la construcción de la fórmula de la pendiente de la recta.

Luego se identificaron los puntos de corte de cada uno de los tipos de recta con los ejes cartesianos (interceptos), sus características y el proceso para el cálculo de la pendiente.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los temas a tratarse

Interceptos.

Ecuación de la recta y pendiente.

Revisión conceptual

d) ¿Qué son los interceptos de una recta?

Son los puntos en donde la recta corta a los ejes coordenados.

e) En la expresión algebraica de la recta $y = mx+b$:

- Qué es x intercepto?

El x intercepto es el punto de corte de la recta con el eje x , y si en la función $y=mx+b$ se reemplaza $y=0$, se obtendrán sus coordenadas:

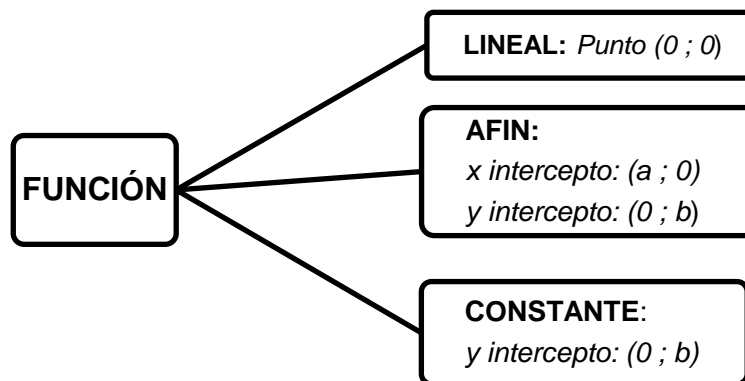
$$\left(\frac{-b}{m}; 0\right)$$

- Qué es y intercepto?

El y intercepto es el punto de corte de la recta con el eje y . Si en la función $y = mx+b$ se reemplaza $x=0$, se obtendrán sus coordenadas:

$$(0; b)$$

- f) Complete el siguiente ordenador gráfico con las coordenadas de los interceptos de las funciones lineal, afín y constante.



- g) ¿A qué es igual la pendiente de una recta?

$$m = \frac{\text{variación de valores en el eje } y}{\text{variación de valores en el eje } x}$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δx no puede ser 0, ya que la división para 0 da como resultado infinito (∞). Este es el caso de una recta vertical, que no es una función.

- h) Dada la ecuación de la recta: $y = mx + b$, escriba lo que representa m y b .

m: es el valor de la pendiente de la recta o razón de cambio de y con respecto a x .

b: es el valor de la ordenada en el origen.

- **Segunda y tercera etapa**

Ejercicio 6.1. Interceptos. Cálculo de la pendiente de una recta. El propósito del ejercicio fue identificar las coordenadas de los interceptos de la recta y la variación de las coordenadas en el eje x y y , para construir, a partir del concepto, la fórmula de la pendiente de una recta. Finalmente se relacionó este valor con el del coeficiente m de la expresión algebraica.

En la siguiente función: $y= 2x-5$

- a) Reemplace $x=0$ y calcule el valor de y intercepto. Identifíquelo con P_1 .

$$y= 2x-5$$

$$y = 2*(0) - 5$$

$$y = -5$$

Coordenadas de y intercepto: $P_1 (0, -5)$

- b) Reemplace $y=0$ y calcule el valor de x intercepto. Identifíquelo como P_2

$$y= 2x-5$$

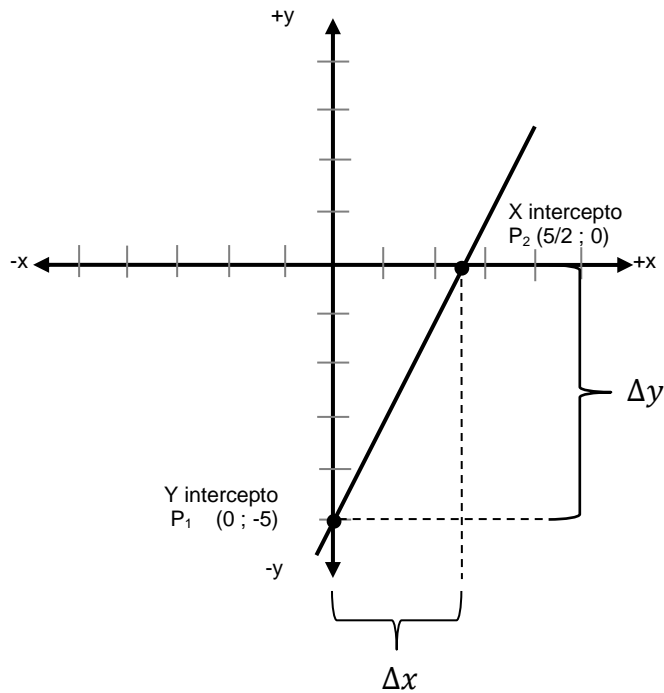
$$0 = 2x - 5$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Coordenadas x intercepto: $P_2 \left(\frac{5}{2}, 0\right)$

- c) Con los dos puntos obtenidos, grafique la recta y señale los interceptos.
d) Grafique la diferencia de valores de los puntos P_1 y P_2 en el eje x y y



e) Calcule la pendiente m .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 + 0}{0 - \left(\frac{5}{2}\right)} = 2$$

f) Compare el valor calculado de m con el valor del coeficiente de x en la función. ¿Qué ha sucedido?

El valor es el mismo.

Resuelva las siguientes funciones siguiendo el mismo procedimiento:

a) $y = 3x + 1$

b) $y = \frac{2}{3}x$

c) $y = 2 - x$

Luego de comparar los valores calculados de m y el valor del coeficiente de x de cada uno de los ejercicios: ¿Qué puede obtener como conclusión?

Que en las funciones, el valor del coeficiente de la variable independiente es la pendiente de la recta.

Ejercicio 6.2

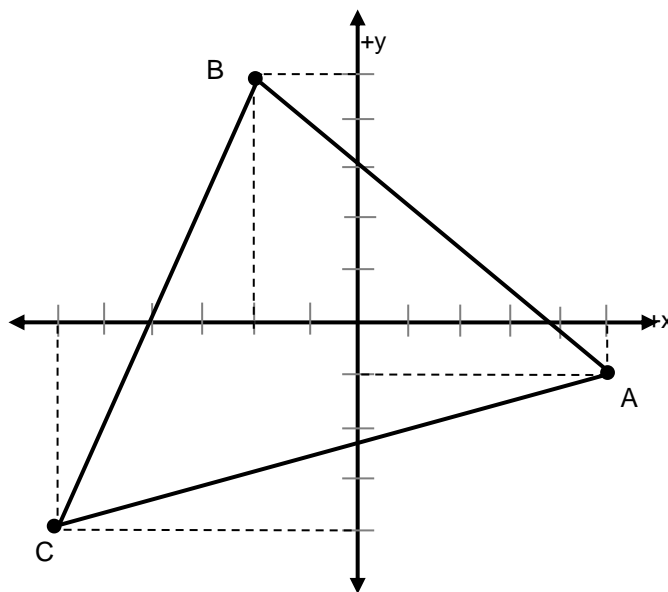
Pendiente y tipo de rectas. El propósito del ejercicio fue ir relacionando el tipo de recta (creciente, decreciente o constante), expresada gráficamente con el valor y el signo de la pendiente.

Grafique los siguientes puntos en el plano cartesiano y únalos mediante las respectivas rectas.

$$A = (5 ; -1)$$

$$B = (-2 ; 5)$$

$$C = (-6 ; -4)$$



Complete el cuadro de la Figura 24 con la siguiente información:

- El valor de la pendiente de cada recta.
- El signo de la pendiente.
- El tipo de rectas de acuerdo al signo de la pendiente.

RECTA	a. PENDIENTE $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	b. PENDIENTE (positiva, negativa, 0)	c. TIPO DE RECTA (creciente, decreciente constante)
AB	$-\frac{6}{7}$	<i>negativa</i>	<i>decreciente</i>
BC	$\frac{9}{4}$	<i>positiva</i>	<i>creciente</i>
CA	$\frac{3}{11}$	<i>positiva</i>	<i>creciente</i>

Figura 24. Tipos de rectas y pendiente.

Recta AB: $A = (5; -1)$

$B = (-2; 5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-1)}{-2 - 5} = -\frac{6}{7}$$

Recta BC: $B = (-2; 5)$

$C = (-6; -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 5}{-6 - (-2)} = \frac{9}{4}$$

Recta CA: $C = (-6; -4)$

$A = (5; -1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-4)}{5 - (-6)} = \frac{3}{11}$$

- **Evaluación de seguimiento**

Los estudiantes realizaron una puesta en común de las características de los interceptos de una recta y determinaron que de acuerdo a la información de la tabla de valores, si el valor de la variable independiente es 0, se pueden obtener directamente las coordenadas de y intercepto. Se expusieron además las características de la pendiente y el signo de acuerdo a la expresión gráfica y algebraica de una función lineal, afín y constante. Surgieron inquietudes el



momento de calcular la pendiente con dos puntos dados: P_1 y P_2 , con respecto al orden en que se expresan los valores de las abscisas y las ordenadas dentro de la fórmula. Los estudiantes realizaron un nuevo ejercicio en dos partes, donde se cambió el orden de los puntos, obteniendo en los dos cálculos el mismo valor de m . Se obtuvo finalmente como conclusión que si se tienen dos puntos, dados en cualquier orden, la recta que pasa por ellos será única, al igual que su pendiente.

Actividad 7

Tema: Pendiente de una recta. Pendiente de rectas perpendiculares y paralelas

- **Objetivo**

Calcular la pendiente de distintos tipos de rectas.

Conocer las características de la pendiente de rectas perpendiculares y paralelas.

- **Forma de trabajo:** Grupos de tres a cuatro estudiantes.

- **Tiempo aproximado:** Dos horas.

- **Plan de Clases:** Anexo 15.

- **Descripción de la actividad**

Se partió del concepto y la fórmula para el cálculo de la pendiente de una recta. Se graficaron rectas perpendiculares y paralelas y se calcularon sus pendientes para luego obtener sus características básicas. Seguidamente se contrastó el valor y signo de m en la expresión algebraica de funciones con el tipo de gráfico. Finalmente se construyó el concepto de rectas paralelas y perpendiculares a partir de las características de su pendiente.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los temas a tratarse

Pendiente en rectas paralelas.

Pendiente en rectas perpendiculares.



Revisión conceptual

Analice y complete las siguientes proposiciones:

1. Si se tiene dos puntos en el plano cartesiano: ¿Se puede calcular la pendiente de la recta que pasa por ellos?

Sí, porque la pendiente indica la inclinación de la recta. Además la pendiente está expresada como la variación que existe entre dos puntos en el eje y dividida para la variación existente entre dos puntos del eje x .

2. Para que dos rectas sean paralelas, sus pendientes deben ser: *iguales.*
3. Para que dos rectas sean perpendiculares, sus pendientes deben ser: *inversas y de signo contrario.*

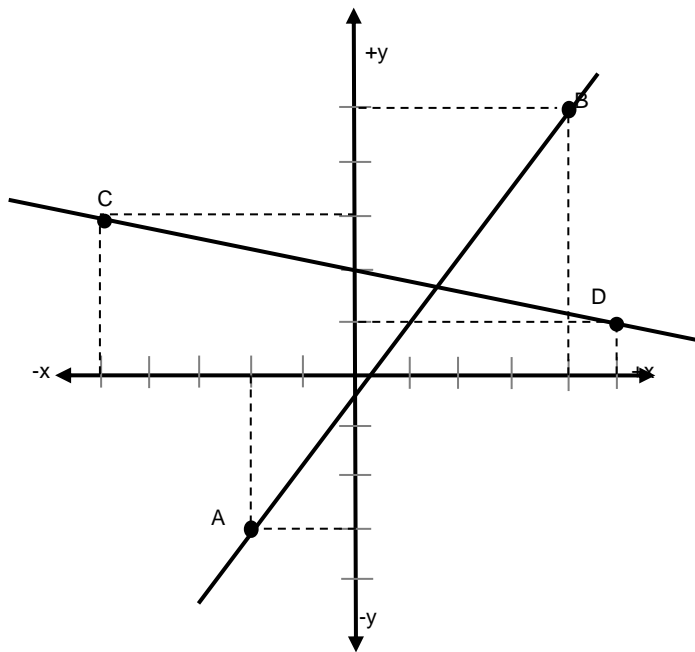
- Segunda y tercera etapa

Ejercicio 7.1. Cálculo de la pendiente de una recta. El propósito del ejercicio fue aplicar el concepto de pendiente y calcular su valor con dos puntos conocidos de la recta. A partir de este resultado, determinar el signo y relacionar con el tipo de recta (creciente, decreciente o constante). Para complementar se visualiza la expresión gráfica, afianzando los conceptos estudiados.

Dados los siguientes puntos, grafique las rectas AB y CD en el mismo plano cartesiano.

Recta AB	A = (-2,-3) B= (4, 5)
----------	--------------------------

Recta CD	C = (-5 ; 3) D = (5 ; 1)
----------	-----------------------------



- a) La recta AB es: creciente, decreciente o constante?

Es creciente.

- b) Calcule el valor de la pendiente de la recta AB.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 + 3}{4 + 2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

- c) ¿Qué signo tiene la pendiente?

Tiene signo positivo.

- d) ¿Qué conclusión puede obtener del signo de la pendiente y del tipo de recta?.

Si la pendiente es positiva, la recta es creciente.

- e) Realice el mismo proceso con la recta CD.

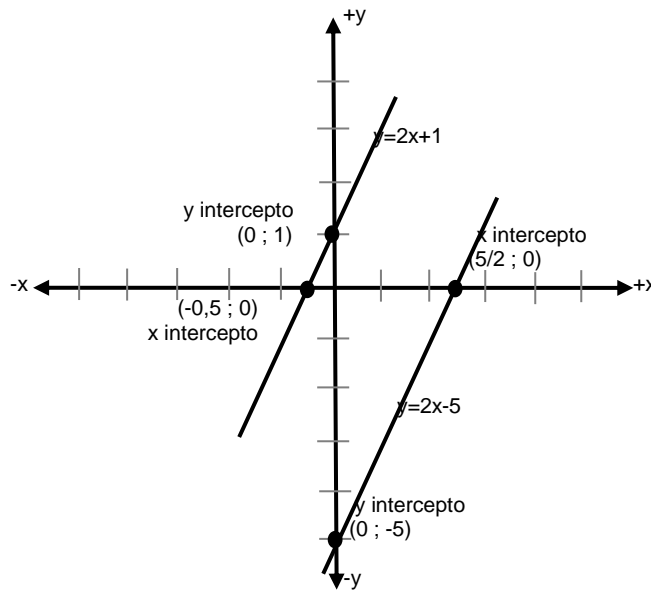
Ejercicio 7.2. Rectas paralelas y perpendiculares. Pendiente de una recta. El propósito del ejercicio fue graficar rectas paralelas y perpendiculares a partir del registro algebraico, calcular y comparar sus pendientes y señalar sus similitudes y diferencias en cuanto al valor y signo de la pendiente.

Grafique en un mismo plano cartesiano a partir de las coordenadas de sus interceptos, las funciones a) y b) y la c) y d) en otro.

- a) $y = 2x + 1$
- b) $y = 2x - 5$
- c) $y = 3 - 2x$
- d) $y = 2 + \frac{1}{2}x$

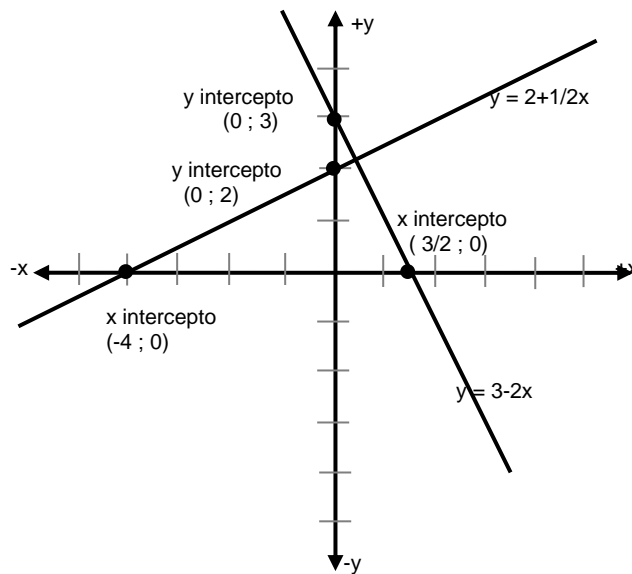
a) $y = 2x + 1$	
Si $x = 0$	$y = 2(0) + 1 =$ $y = 1$ y intercepto: $(0 ; 1)$
Si $y = 0$	$0 = 2x + 1$ $2x = -1$ $x = -1/2$ x intercepto: $(-1/2 ; 0)$

b) $y = 2x - 5$	
Si $x = 0$	$y = 2(0) - 5$ $y = -5$ y intercepto: $(0 ; -5)$
Si $y = 0$	$0 = 2x - 5$ $2x = 5$ $x = 5/2$ x intercepto: $(5/2 ; 0)$



c) $y = 3 - 2x$	
Si $x = 0$	$y = 3 - 2(0) =$ $y = 3$ y intercepto: $(0 ; 3)$
Si $y = 0$	$0 = 3 - 2x$ $2x = 3$ $x = 3/2$ x intercepto: $(3/2 ; 0)$

d) $y = 2 + 1/2x$	
Si $x = 0$	$y = 2 + 1/2(0)$ $y = 2$ y intercepto: $(0 ; 2)$
Si $y = 0$	$0 = 2 + 1/2x$ $1/2x = -2$ $x = -4$ x intercepto: $(-4 ; 0)$



1. ¿Qué sucede con el valor de m en los registros algebraicos de las funciones a) y b) y las de las funciones c) y d)?
Las funciones a) $y = 2x + 1$ y b) $y = 2x - 5$ tienen el mismo valor de la pendiente.
La pendiente de la función c) $y = 3 - 2x$, es inversa y de signo contrario a la pendiente de la función d) $y = 2 + \frac{1}{2}x$.
2. ¿Qué similitudes tienen los gráficos de las funciones a) y b) y qué sucede con los gráficos de las funciones c) y d)?
Las rectas a) $y = 2x + 1$ y b) $y = 2x - 5$ son paralelas.
Las rectas c) $y = 3 - 2x$ y d) $y = 2 + \frac{1}{2}x$ son perpendiculares.
3. ¿Qué conclusiones puede obtener de los análisis anteriores?
Cuando las pendientes de dos rectas son iguales, las rectas son paralelas.
Cuando las pendientes de dos rectas son inversas y de signo contrario, las rectas son perpendiculares.
4. ¿Qué características deberá tener la pendiente m de todas las rectas perpendiculares a la recta de la función expresada en el literal c)?
Todas las rectas perpendiculares a $y = 3 - 2x$ deben tener el valor de la pendiente m inversa y de signo contrario.

5. Construya el modelo matemático (expresión algebraica) de una función cuyo gráfico sea una recta perpendicular a la recta de la función expresada en el literal c).

$$\text{Recta c) } y = 3 - 2x \qquad m = -2$$

$$\text{Recta perpendicular: } y = 3 + 1/2x \qquad m = 1/2$$

6. Construya el modelo matemático (expresión algebraica) de una función cuyo gráfico sea una recta paralela a la función expresada en el literal c). ¿Qué características deberá tener la pendiente m ?

$$\text{Recta c) } y = 3 - 2x \qquad m = -2$$

$$\text{Recta paralela: } 5 - 2x \qquad m = -2$$

La pendiente de las dos rectas debe ser la misma.

- **Evaluación de seguimiento**

Se realizó una puesta en común sobre las características de las rectas perpendiculares y paralelas, sus pendientes y el valor y signo en la expresión algebraica. Surgieron inquietudes acerca de la construcción de una función cuyo gráfico sea una recta vertical y el valor de su pendiente, que sirvió para retomar el concepto de función, realizar el análisis de sus características y concluir que el gráfico de una recta vertical no corresponde a una función, ya que para un determinado valor de la variable independiente, existen infinitos valores en la variable dependiente. El valor de su pendiente será infinito. Se completó la explicación añadiendo que existen muchas ecuaciones que se pueden representar en el plano cartesiano, pero no todas corresponden a funciones, debido a sus características y serán parte de los temas a tratarse en el bachillerato.

Actividad 8

Tema: Interceptos. Pendiente. Ecuación de la recta.

- **Objetivo**

Identificar coordenadas de los interceptos de una recta.

Calcular la pendiente de una recta.

Construir la ecuación de una recta.

- **Forma de trabajo:** Grupos de tres o cuatro estudiantes.
- **Tiempo aproximado:** Dos horas.
- **Plan de Clases:** Anexo 16.
- **Descripción de la actividad.** Se tomaron como punto de partida los elementos y características de la ecuación de una recta que son el valor de la pendiente m y la ordenada b de y intercepto y se relacionó con la fórmula de la pendiente de la recta. Con estos elementos se trabajó en la construcción de la ecuación de una recta a partir de:
 - Un punto y la pendiente.
 - La ordenada en el origen y la pendiente.
 - Dos puntos de la recta (pueden ser los interceptos).
 - La expresión gráfica.

Desarrollo

- **Primera etapa**

Determinación de los temas a tratarse

Construcción de la ecuación de una recta.

Revisión conceptual

1. **¿Qué valores se conoce en la ecuación de una recta?**

Se conoce el valor de la pendiente (m) y de la ordenada en el origen (b).

2. **Con dos puntos conocidos: ¿Se puede construir la ecuación de una recta? Si. ¿Por qué?** *Porque se puede calcular el valor de la pendiente. Con ese valor y la fórmula de la pendiente de la recta se puede construir la ecuación de la recta.*
3. **Con un punto de la recta y el valor de la pendiente: ¿Se puede construir la ecuación de la recta? Si. ¿Por qué?** *Porque si reemplazo los valores de las coordenadas del punto y la pendiente en la fórmula de la pendiente de la recta, se puede construir la ecuación de la recta.*

- Segunda y tercera etapa

Ejercicio 8.1. Interceptos. Pendiente. Construcción de la ecuación de la recta. El propósito del ejercicio fue la aplicación de conceptos de los interceptos de una recta en la resolución de ejercicios. A partir de la expresión gráfica de una función, el estudiante determinó las coordenadas de los interceptos, el tipo de recta, la pendiente y construyó la ecuación de la recta.

De acuerdo a los datos del registro gráfico de la función de la Figura 25.

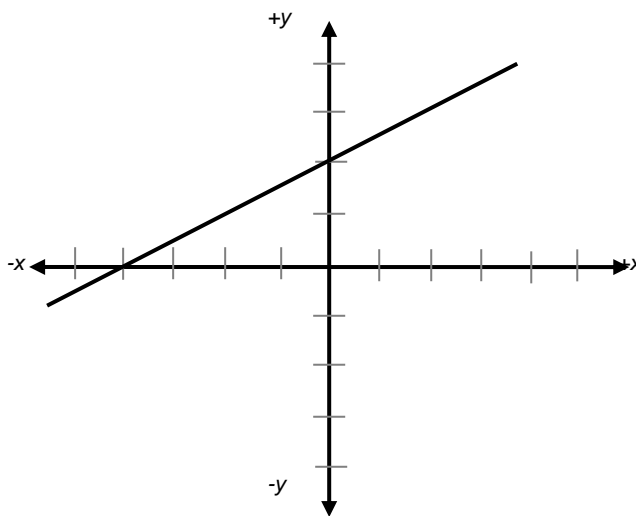
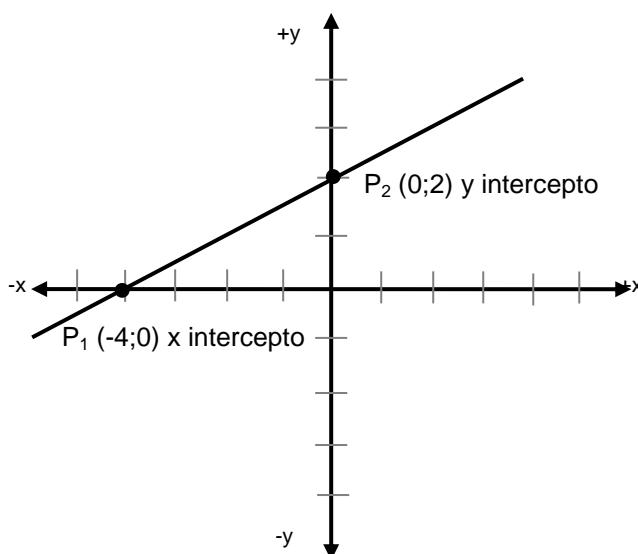


Figura 25. Registro gráfico de una función

a) Señale los interceptos y escriba las coordenadas.





b) ¿La recta que une los puntos es creciente o decreciente?

Creciente

c) Calcule el valor de **b**, (valor de la ordenada al origen)

(2)

d) Calcule la pendiente de la recta.

$$P_1 = (4 ; 0)$$

$$P_2 = (0 ; 2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0 - 4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

e) Construya la ecuación que representa al gráfico.

$$m = \frac{1}{2}$$

$$b = 2$$

$$\text{Ecuación: } y = \frac{1}{2}x + 2$$

Ejercicio 8.2. Construcción de la ecuación de la recta. Representación en registro gráfico. El propósito del ejercicio fue aplicar los conocimientos de ecuación de la recta y pendiente en la construcción de un modelo matemático que exprese las características de la recta de acuerdo a los datos propuestos para luego representarla en el plano cartesiano. Existieron ciertas dificultades durante el proceso de aplicación de reglas para la resolución de la ecuación de la recta en lo que se refiere a los procesos de resolución de ecuaciones, por lo que se dio una nueva explicación.

En el siguiente ejercicio, dado un punto P_1 (-2 ; 6) y la pendiente $m = -2$:

a) Teniendo como base la ecuación de la pendiente, construya la ecuación de la recta que pasa por el punto P_1 .

$$P_1 = (-2 ; 6)$$

$$m = -2$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$-2 = \frac{y - 6}{x + 2}$$

$$-2(x + 2) = y - 6$$

$$-2x - 4 = y - 6$$

$$y = -2x + 2$$

- a) Halle las coordenadas del punto de intersección de la recta con el eje y (y intercepto).

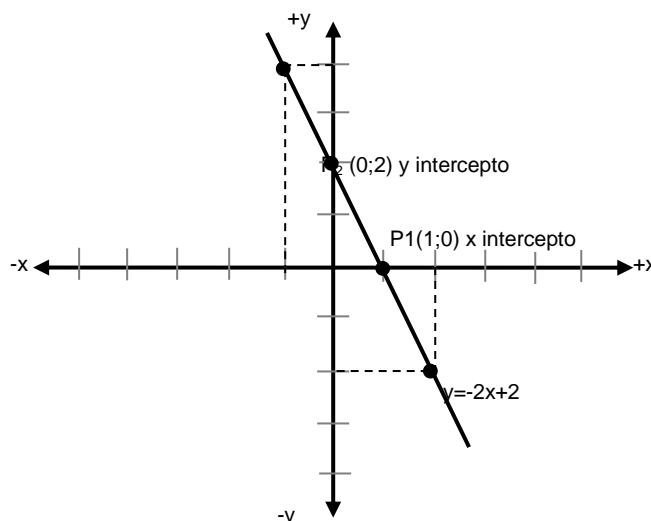
De acuerdo a la forma de la ecuación de la recta: $y = mx + b$, $b = 2$ (valor de la ordenada en el origen), por lo tanto las coordenadas de y intercepto son: **(0;2)**.

- b) Realice una tabla de valores. Valores de x : (2,1,0,-1)

x	y = -2x+2	Punto (x;y)
2	-2(2)+2=-2	(2 ; -2)
1	-2(1)+2=0	(1 ; 0)
0	-2(0)+2=2	(0 ; 2)
-1	-2(-1)+2=4	(-1 ; 4)

x intercepto
y intercepto

- c) Grafique la recta en el plano cartesiano.



Ejercicio 8.3. Pendiente en rectas paralelas y perpendiculares. Ecuación de la recta. En el siguiente cuadro se expusieron distintos tipos de funciones, expresados



en el registro algebraico, a partir de las cuales el estudiante, en base a los conceptos adquiridos sobre la pendiente en rectas paralelas, perpendiculares e interceptos, construyó la ecuación de la recta, de acuerdo a los datos propuestos.

Complete la tabla de la Figura 26 de acuerdo a los datos de las ecuaciones de la recta indicadas.

ECUACIÓN	PENDIENTE DE LA RECTA	PENDIENTE DE LA RECTA PARALELA	ECUACIÓN DE RECTA PARALELA QUE PASE POR PUNTO P ₁ (0,2)	PENDIENTE DE LA RECTA PERPENDICULAR	ECUACIÓN DE RECTA PERPENDICULAR QUE PASE POR PUNTO P ₁ (0,-3)
$y = 2x - 3$	2	2	$y = 2x + 2$	$-\frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{2}x - 3$
$y = \frac{4}{3}x + 5$	$+\frac{4}{3}$	$+\frac{4}{3}$	$y = \frac{4}{3}x + 2$	$-\frac{3}{4}$	$y = -\frac{4}{3}x - 3$
$y = 7 - \frac{1}{2}x$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$y = 2 - \frac{1}{2}x$	2	$y = 2x - 3$
$y = -5x$	-5	-5	$y = -5x + 2$	$\frac{1}{5}$	$y = \frac{1}{5}x - 3$

Figura 26. Ecuación de la recta, pendiente.

- **Evaluación de seguimiento**

Los estudiantes realizaron una lluvia de ideas de las características encontradas en los elementos de la ecuación de la recta y la fórmula de la pendiente. Relacionaron con la expresión básica de una función lineal en donde se identifican los valores de la pendiente **m** y las coordenadas de **y** intercepto. Se realizaron nuevos ejercicios para consolidar los conocimientos en relación a los signos en las rectas paralelas y perpendiculares. Finalmente cada grupo elaboró de un mapa conceptual con los conceptos trabajados y sus principales elementos, expresando las relaciones existentes.

3.2. Fase de aplicación de la Propuesta

Las actividades de la propuesta se aplicaron en varias horas de clase, motivando a la participación de todos los estudiantes. La maestra dio las explicaciones utilizando



la transposición didáctica y los estudiantes, en el momento que desarrollaron las actividades utilizaron un lenguaje propio que puso de manifiesto los elementos, características y conceptos que fueron construyendo a lo largo del proceso de aprendizaje. El tiempo que se necesitó fue un poco mayor del que se requiere cuando se imparte una clase habitual, ya que los estudiantes no estaban acostumbrados a esta metodología de trabajo que precisaba retomar aspectos de la parte conceptual a cada momento para contestar las preguntas propuestas en forma secuencial y argumentarlas durante el desarrollo de los ejercicios y problemas para así consolidar los conocimientos con la ayuda del maestro. Se observó que en las actividades realizadas individualmente, muchos de los estudiantes recurrieron a sus compañeros o al maestro para resolver sus inquietudes. Se destaca además, el trabajo colaborativo entre la mayoría de los grupos de trabajo, pero siempre con uno o varios estudiantes como coordinadores, que ayudaron a los demás a ir relacionando elementos para deducir nuevos conceptos. En algunos temas tuvieron problemas debido al grado de dificultad de los temas y también por la falta de solidez en los prerrequisitos, pero de todos modos, no se evidenció un trabajo mecánico, sino de razonamiento.

3.3. Fase de evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica

Para la apreciación del impacto de la propuesta metodológica se aplicó a los estudiantes una nueva evaluación que recogió información sobre tres aspectos que se trabajaron en el tema de Funciones Lineales: la comprensión de los prerrequisitos, comprensión de conceptos del tema y las aplicaciones de la comprensión de los conceptos en ejercicios y problemas. (Anexo 17). Además se calcularon descriptivos para obtener resultados visibles que pudieron dar una clara idea de los niveles de aprendizaje en cada uno de los aspectos analizados y la calificación total, las relaciones entre prerrequisitos, conceptos del tema y aplicaciones. La calificación se consideró sobre 10 puntos, de acuerdo a lo establecido por el Ministerio de Educación.

3.3.1. Resultados Fase de evaluación del impacto de la propuesta.

3.3.1.1. *Comprensión de prerrequisitos.*

En general, al menos el 57% (22) de los estudiantes que participaron en el estudio, exhibieron poseer buenos conocimientos previos sobre funciones lineales, sin embargo, el ítem que más aciertos tuvo en la evaluación fue el de identificación del eje “X”, con 38 respuestas positivas. Las preguntas con menor número de aciertos fueron: Identificación de signos del segundo cuadrante y la resolución de ecuaciones, con un total de 23 aciertos cada una. Tabla 2.

Tabla 2
Prerrequisitos

Item	Aciertos	
	n	%
Identificación eje X	38	95,0
Identificación eje Y	34	85,0
Identificación cuadrante 1	37	92,5
Identificación cuadrante 2	36	90,0
Identificación cuadrante 3	36	90,0
Identificación cuadrante 4	36	90,0
Identificación signos del cuadrante 1	37	92,5
Identificación signos del cuadrante 2	24	60,0
Identificación signos del cuadrante 2	29	72,5
Identificación signos del cuadrante 2	23	57,5
Par ordenado segundo cuadrante	27	67,5
Par ordenado cuarto cuadrante	29	72,5
Par ordenado tercer cuadrante	26	65,0
Par ordenado primer cuadrante	34	85,0
Resolución de ecuación	23	57,5
Expresión de enunciados en lenguaje algebraico (a)	34	80,0
Expresión de enunciados en lenguaje algebraico (b)	30	75,0
Transformación de enunciados de lenguaje algebraico a lenguaje común (a)	33	82,5
Transformación de enunciados de lenguaje algebraico a lenguaje común (b)	35	87,5

Nota: Prerrequisitos (Evaluación impacto de Propuesta Metodológica). Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

3.3.1.2. *Comprensión de conceptos.*

En referencia a los conceptos evaluados, los ítems con más aciertos fueron: las relaciones funcionales (a), y los conceptos sobre rectas paralelas con 33 y 31 respuestas positivas respectivamente. Los ítems que se enfocaban en la definición de variable independiente y dependiente, pendiente constante y relaciones funcionales (d), fueron los que menos aciertos presentaron con 19, 20 y 22 respectivamente. Tabla 3.

Tabla 3
Conceptos

Item	Aciertos	
	n	%
Concepto función	28	70
Relaciones funcionales (a)	33	82,5
Relaciones funcionales (b)	26	65
Relaciones funcionales (c)	26	65
Relaciones funcionales (d)	22	55
Signo de función. Pendiente creciente	29	72,5
Signo de función. Pendiente constante	20	50
Signo de función. Pendiente decreciente	29	72,5
Características de la gráfica de una función. (Trazo de una recta vertical)	27	67,5
Concepto de función $y=f(x)$	29	72,5
Identificación de características de las variables de la función.(expresión algebraica)	28	70
Variable independiente y variable dependiente	19	47,5
Concepto de dominio de una función	28	70
Monotonía de una función lineal	25	62,5
Interceptos	24	60
Pendientes en rectas paralelas	31	77,5
Pendientes en rectas perpendiculares	25	62,5

Nota: Conceptos (Evaluación impacto de Propuesta Metodológica). Resultados de la investigación "Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica".

3.3.1.3. *Aplicaciones de comprensión de conceptos en ejercicios y problemas.*

El ítem de aplicaciones de la comprensión de conceptos de funciones lineales en ejercicios con mayor cantidad de aciertos fue el de identificación de la expresión gráfica (39), seguido por el de expresión tabular (38) y expresión algebraica (37).

La identificación práctica de coordenadas de puntos, la interpretación de la tabla de valores y la identificación de pendientes, fueron los ítems con menos respuestas correctas en la evaluación aplicada, 14, 15 y 16 aciertos respectivamente. Tabla 4.

Tabla 4
Aplicaciones

Item	Aciertos	
	n	%
Expresión gráfica (Función Afín)	18	45
Expresión gráfica (Función Lineal)	28	70
Expresión gráfica (Función Constante)	29	72,5
Expresión tabular	38	95
Expresión gráfica	39	97,5
Expresión en diagramas sagitales	36	90
Expresión algebraica	37	92,5
Identificación de enunciados (helados)	29	72,5
Identificación de enunciados (robo)	33	82,5
Identificación de enunciados (Viaje)	29	72,5
Interpretación de tabla de valores	15	37,5
Identificación de registros y traducción a gráfico	27	67,5
Identificación pendiente (a)	22	55
Identificación de coordenadas (a)	20	50
Identificación pendiente (b)	21	52,5
Identificación de coordenadas (b)	14	35
Identificación pendiente (c)	16	40
Identificación de coordenadas (c)	19	47,5

Nota: Aplicación (Evaluación). Resultados de la investigación "Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica".

3.3.1.4. Descriptivos de ámbitos de estudio.

Se realizaron los análisis en base al puntaje mínimo de 7/10 puntos. Se tienen, por lo tanto los siguientes resultados:

La calificación total media de los estudiantes es de 7,16 /10 puntos con una desviación estándar de 1,28 puntos.

En los prerrequisitos se obtuvo la calificación media más alta (7,69 puntos), seguido por la aplicación (6,53 puntos).

El ámbito de comprensión de conceptos presentaron notas oscilantes entre 1,67 y 6,67 puntos con una media de 5,13 (DE=1,21) y una mediana de 5,21 puntos. Tabla 5.

Tabla 5
Descriptivos /ámbitos de estudio

Ámbito	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar	Mediana
Conocimientos previos	2,50	10,00	7,69	1,81	7,81
Conceptos	1,67	6,67	5,13	1,21	5,21
Aplicación	1,11	9,44	6,53	1,52	6,67
Calificación total	2,65	9,59	7,16	1,28	6,94

Nota: Descriptivos de Evaluación. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

Los resultados de la evaluación a los estudiantes evidenciaron que las aplicaciones de conceptos de funciones lineales tienen una relación directa con los resultados de los prerrequisitos y los conceptos asociados con el tema. $p < 0.05$. Tabla 6.

Tabla 6
Correlaciones entre componentes de evaluación

		Conceptos	Aplicación
Prerrequisitos	r	0,203	0,530**
	p	0,208	0,000
Conceptos	r		0,447**
	p		0,004

Nota: Correlaciones. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica” **. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas). *. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (2 colas).

Además se obtuvo que los resultados de la comprensión de conceptos sobre funciones lineales, están altamente relacionados con el puntaje total obtenido en la evaluación aplicada, que incluye: prerrequisitos, conceptos y aplicaciones de los conceptos. Tabla 7.

Tabla 7
Correlación entre la calificación total de la evaluación y los conceptos

		Evaluación (Total)
Conceptos	r	0,835**
	p	0,000

Nota: Correlaciones. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica” **. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

De acuerdo a la calificación de la evaluación completa, 19 de los 40 estudiantes obtuvieron más de 7 puntos; 15 de ellos, en lo que a comprensión de conceptos se refiere, registraron calificaciones por encima de la media (5,13 puntos). Figura 27.

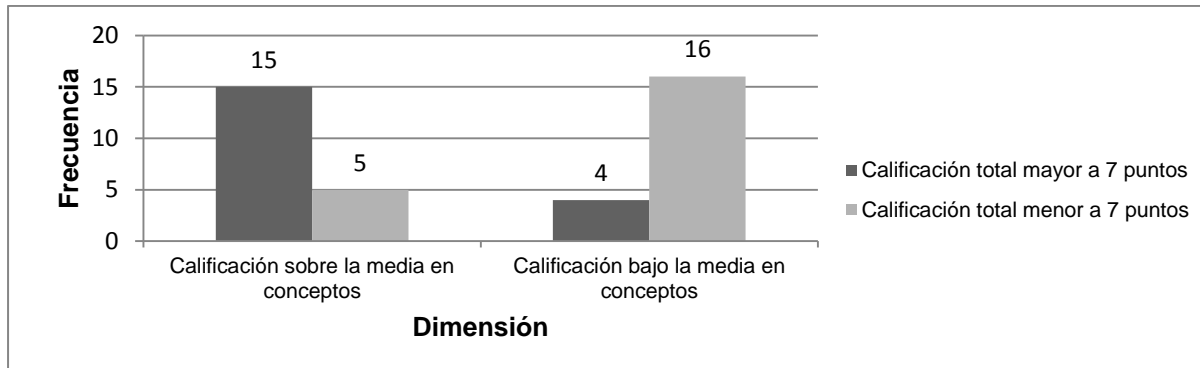


Figura 27. Relación de calificaciones totales con respecto a la calificación de la evaluación de conceptos. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

3.3.1.5. *Impacto de la aplicación de la propuesta metodológica.*

Como el propósito de la evaluación de la propuesta es medir el impacto de su aplicación a los estudiantes, se tomó como referencia la media alcanzada en el ámbito de comprensión de conceptos (5,13 puntos) y en base a ella se conformaron dos grupos de estudiantes: los que tenían un puntaje mayor a la media y aquellos en que su puntaje era menor, para luego en cada uno de los grupos analizar su relación con los prerrequisitos, aplicaciones y la nota final de la evaluación.

Grupo 1. Calificación sobre la media (5,13) en comprensión de conceptos.

En el grupo de estudiantes (50% del total) con una calificación de conceptos sobre 5,13 puntos, la calificación de prerrequisitos tiene una media de 9,13 (DE=0,71), la de conceptos 6,08 (DE=0,48) y la de aplicaciones 7,03 (DE=1,34). Finalmente la calificación de la evaluación total: (Prerrequisitos, conceptos y aplicaciones) alcanzó una media de 7,88 puntos (DE=0,96). Tabla 8.

Tabla 8
Descriptivos - Alumnos con un puntaje mayor a la media(Conceptos)*

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
Prerrequisitos	20	8,13	10,00	9,13	0,71
Conceptos	20	5,42	6,67	6,08	0,48
Aplicación	20	4,44	9,44	7,03	1,34
Evaluación completa	20	6,33	9,59	7,88	0,96

Nota: Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica” **. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

Se determinó además que 10 estudiantes cuya calificación en conceptos estaba sobre la media obtuvieron más de 7 puntos en el área de las aplicaciones y 15 estudiantes, cuya calificación en conceptos estaba sobre la media, obtuvieron en su calificación final sobre los 7 puntos. Figura 28.

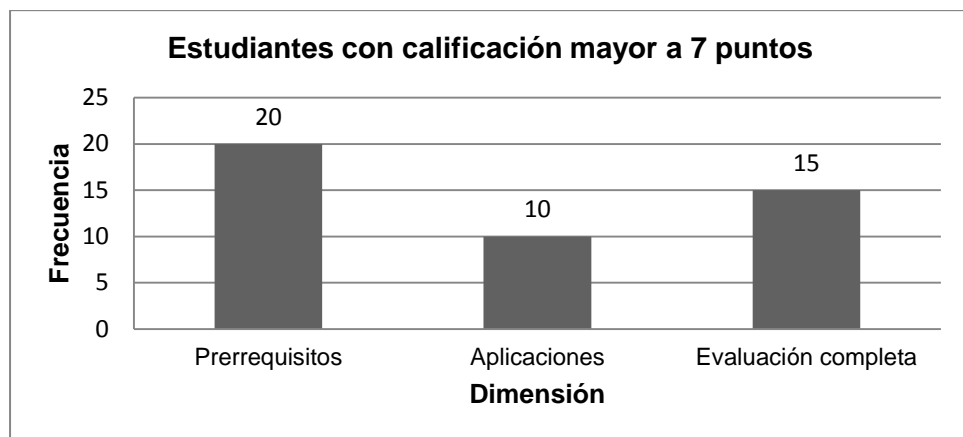


Figura 28. Frecuencia de estudiantes con calificaciones en conceptos mayores a la media y notas en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación completa mayores a 7 puntos. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

Finalmente se puede deducir de los veinte estudiantes que conforman este grupo con la calificación en conceptos mayor a la media (5,13), hay 9 estudiantes cuyas calificaciones son mayores a 7 puntos en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación total. Tabla 9.

Tabla 9*Valoración por estudiante (Conceptos por encima de la media)*

Código de estudiante	Prerrequisitos	Conceptos	Aplicación	Evaluación completa
1	10,00	6,67	7,22	8,78
3	8,13	5,42	5,00	6,73
4	8,13	5,42	8,33	8,78
5	8,75	5,83	7,22	7,76
6	8,75	5,83	6,67	7,96
7	10,00	6,67	6,67	8,37
13	8,13	5,42	7,22	7,96
15	10,00	6,67	7,78	8,57
17	8,75	5,83	5,56	7,35
21	10,00	6,67	9,44	9,39
25	8,75	5,83	7,78	6,94
28	9,38	6,25	6,11	7,14
29	8,75	5,83	4,44	6,33
30	8,13	5,42	6,67	7,35
32	10,00	6,67	6,11	7,55
33	8,75	5,83	6,67	6,73
34	10,00	6,67	7,22	8,78
38	9,38	6,25	9,44	9,59
39	9,38	6,25	6,11	6,73
40	9,38	6,25	8,89	8,78

Resultados de la investigación "Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica".

Grupo 2. Calificación bajo la media (5,13) en comprensión de conceptos.

Se determinó que el 50% de los alumnos (20), obtuvo una calificación en la comprensión de conceptos por debajo de 5,13 (media). Este grupo de estudiantes en prerrequisitos alcanzó una media de 6,25 (DE = 1,36); en conceptos una calificación de 4,17 (DE= 0,91), y en el área de aplicaciones 6,03 puntos (DE = 1,56). Tabla 10.

Tabla 10
 Descriptivos - Alumnos con un puntaje menor a la media*(Conceptos)

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
Prerrequisitos	2,50	7,50	6,25	1,36
Conceptos	1,67	5,00	4,17	0,91
Aplicación	1,11	8,33	6,03	1,56
Evaluación completa	2,65	8,37	6,45	1,18

Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica” **. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

Además se determinó que únicamente 4 estudiantes que tienen la calificación de conceptos bajo la media, tienen una calificación de más de 7 puntos en prerrequisitos y aplicaciones, e igualmente 4 estudiantes tienen en la calificación total más de 7 puntos. Figura 29.

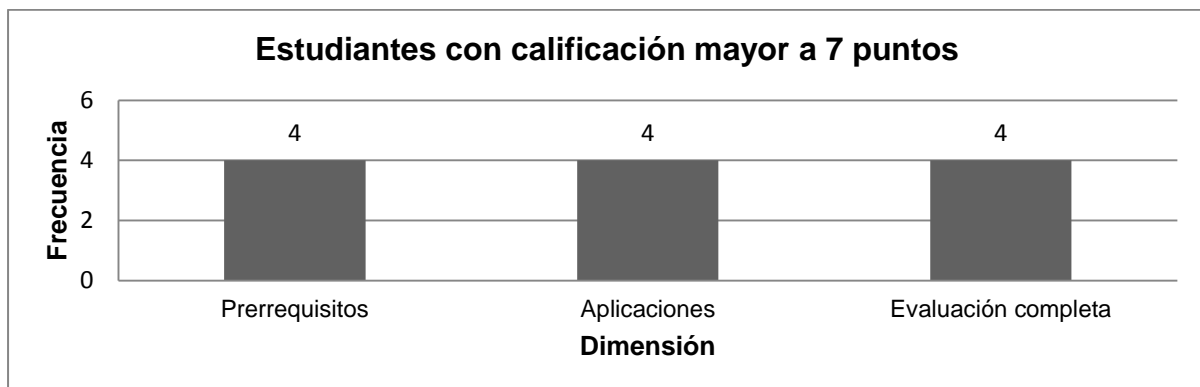


Figura 29. Frecuencia de estudiantes con calificaciones en conceptos menores a la media y notas en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación completa mayores a 7 puntos. Resultados de la investigación “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

Finalmente se puede deducir que de los veinte estudiantes que conforman este grupo, a pesar de que su calificación en conceptos es menor a la media (5,3 puntos), hay 2 estudiantes cuyas calificaciones son mayores a 7 puntos en prerrequisitos, aplicaciones y la evaluación total. Tabla 11.

Tabla 11
Valoración por estudiante (Conceptos por debajo de la media)

Código de estudiante	Prerrequisitos	Conceptos	Aplicación	Evaluación completa
2	7,50	5,00	6,67	7,55
8	6,25	4,17	6,11	6,94
9	6,88	4,58	6,67	6,53
10	3,75	2,50	5,56	5,10
11	6,25	4,17	5,56	6,94
12	6,88	4,58	5,56	6,12
14	7,50	5,00	8,33	7,55
16	6,88	4,58	7,22	6,73
18	6,88	4,58	4,44	6,12
19	6,25	4,17	6,67	6,12
20	6,88	4,58	4,44	5,51
22	6,88	4,58	6,67	6,53
23	3,75	2,50	6,67	6,12
24	7,50	5,00	6,67	6,94
26	6,25	4,17	5,56	6,73
27	2,50	1,67	1,11	2,65
31	6,25	4,17	5,56	6,53
35	6,25	4,17	8,33	8,37
36	6,25	4,17	5,56	6,12
37	7,50	5,00	7,22	7,76

Resultados de la investigación "Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica".

3.3.1.6. Resumen de resultados.

- Los puntajes alcanzados en los prerrequisitos son los más altos de toda la evaluación.
- En la comprensión de conceptos el puntaje medio es de 5.13/10.
- Están directamente ligados los prerrequisitos y las aplicaciones de conocimientos.
- Están directamente ligados los conocimientos de conceptos con la aplicación de conocimientos.
- Existe una relación directa entre calificación de los conceptos y la evaluación completa.

- Con base al puntaje medio en conceptos se formaron dos grupos resultantes. Cada uno constituyó el 50% de la muestra.
- En el grupo con calificación de conceptos mayor a la media hay 9 estudiantes (45%), que tienen un puntaje mayor a 7 en todos los ámbitos de estudio: Prerrequisitos, conceptos, aplicación y calificación de la evaluación completa, mientras que en el grupo con calificación de conceptos menor a la media hay 2 estudiantes (10%).
- En los grupos que se formaron se demostró la relación:
 - a) Mayores conocimientos de prerrequisitos, mejores conceptos, mejores calificaciones en aplicaciones, mayor calificación en la evaluación total.
 - b) Menores conocimientos de prerrequisitos, menores conceptos, más bajas calificaciones en aplicaciones, menor calificación en la evaluación total.

Estos resultados muestran que el desenvolvimiento de los estudiantes de forma individual en los distintos ámbitos de la evaluación depende en primer lugar de los prerrequisitos que son la base para la construcción de los conceptos y la solidez del conocimiento de los conceptos básicos del tema. Por lo tanto, es de gran importancia, durante el proceso de aprendizaje, el trabajo con conceptos y la verificación constante del grado de comprensión de los mismos en cada uno de los niveles de estudio para obtener los resultados esperados.

DISCUSIÓN

4.1. Conclusiones

La presente investigación constituye un aporte a los estudios, que sobre las Funciones Lineales se han realizado en diferentes aspectos, para estudiantes de educación media, como el estudio de las dificultades que existen para articular los registros semióticos, la propuestas para mejorar la comprensión del lenguaje, dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al concepto de función, entre otros, ya que se enfoca en proponer alternativas de trabajo activo en el aula basadas en el proceso cognitivo de adquisición de conceptos, adaptables al grupo de estudio, para mejorar la comprensión de los conceptos básicos.

El proceso de construcción de conceptos dentro de las funciones lineales requiere del conocimiento del lenguaje utilizado, tanto para poder interpretar la información, como para responder los cuestionamientos y proponer nuevos problemas con coherencia y validez; además de todos los elementos, características, conceptos, simbología adecuada, que formarán parte de los nuevos conceptos. Es por ello que la propuesta trabajada en forma secuencial, favorece a que unos conceptos sean prerrequisitos de otros.

De acuerdo a los resultados del diagnóstico, un gran porcentaje de estudiantes (77,5%) demuestran interés por el sustento conceptual en los temas de matemáticas, al 62,5% de participantes les agrada contestar o completar ejercicios que contienen conceptos teóricos de los temas estudiados y también preguntan al maestro sobre sus dudas en este aspecto. Además perciben conocer los



prerrequisitos del tema de funciones lineales, pero en el momento de la verificación de los conocimientos de los prerrequisitos, tienen dificultades tanto de comprensión, como en la aplicación. Este problema también se evidencia en la evaluación del impacto de la aplicación de la propuesta, en donde la media en la comprensión de conceptos es de 5,13/10 puntos y en las aplicaciones es de 6,53/10 puntos. Estos resultados muestran que se debe seguir trabajando con el sustento conceptual, para lograr elevar el nivel de comprensión de conceptos y así conseguir mejorar el desempeño escolar.

En los datos obtenidos en la evaluación del impacto de la propuesta, se evidenció el nivel real de la comprensión de los conceptos de manera individual, puesto que durante el proceso de aplicación de la propuesta metodológica se observó que en las actividades realizadas en forma grupal se obtenían mejores resultados que mediante el trabajo individual, ya que se contó con estudiantes coordinadores que ayudaban a los demás integrantes del grupo, junto con el maestro, a construir y reforzar los conceptos.

Es importante que el estudiante se habitúe al trabajo con el sustento conceptual y lo incluya dentro de su proceso de aprendizaje, puesto que se evidenció que los estudiantes tuvieron problemas de adaptación para mantenerse constantemente revisando conceptos, características y todos los elementos necesarios para dar respuesta a los planteamientos propuestos con procesos argumentados, que validaran la construcción de los conceptos, mientras resolvían los ejercicios y problemas.

Los resultados de la evaluación del impacto de la aplicación de la propuesta metodológica muestran que existe una incidencia directa del conocimiento de los prerrequisitos de las funciones lineales, en la comprensión de los conceptos y consecuentemente con el desempeño estudiantil en los ejercicios y problemas de aplicación.

4.2. Recomendaciones

La propuesta metodológica es adaptable a cualquier grupo de estudiantes de nivel medio y puede ser aplicada en diferentes contextos, ya que se tomaron como base los fundamentos que el constructivismo propone para el proceso de construcción de conceptos, acorde a los requerimientos básicos que plantea el Ministerio de Educación para el estudio de las funciones lineales en el Décimo Año de Educación Básica.

Dentro del estudio de las Funciones Lineales se recomienda trabajar interrelacionando la información de los diferentes registros de representación semiótica, ya que cada uno posee sus elementos y simbología propia y complementan la información conceptual que permite reforzar el trabajo de articulación y las transformaciones entre registros.

Para complementar el impacto de la aplicación de la propuesta metodológica, sería de gran aporte para un nuevo tema de investigación la aplicación de la misma a diferentes grupos de estudiantes, que permitan verificar el grado de incidencia en la construcción de conceptos y su influencia en el rendimiento académico.

4.3. Limitaciones para la investigación

Una de las limitantes para poder realizar la investigación como se propuso en su fase inicial, fue que luego de haber obtenido el permiso de las autoridades del Distrito de Educación para la realización de la investigación, al momento de solicitar el consentimiento informado a los representantes legales de los estudiantes, no se contó con el apoyo de uno de los paralelos, por lo que se procedió a trabajar con un solo grupo.

Durante el proceso de aprendizaje de las Funciones Lineales, la comprensión de los conceptos no es el único aspecto que incide en el rendimiento, sino también está la motivación hacia la materia, la responsabilidad para el desarrollo de las actividades, las relaciones entre pares y con el maestro.

BIBLIOGRAFÍA

Asamblea Nacional Constituyente (2008). *Constitución Política de la República del Ecuador*.

Chadwick, C. B. (2001). La Psicología de aprendizaje del enfoque constructivista. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)*, XXXI (4), 111,126.

Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I. & Zabala A. (2007). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: GRAÓ.

Coronel, R., (2013). *Propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica*. (Tesis de maestría). Universidad de Cuenca, Cuenca.

Duval, R. (2009). *Semiosis y pensamiento humano: los registros semióticos y aprendizaje intelectual*. Sao Paulo: Editora Librería de Física.

Godino J., Batanero C. & Font V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza de las Matemáticas para maestros*. Universidad de Granada Facultad de Ciencias Granada Granada: ReproDigital.C/Baza.

Godino, J. (2010). *Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica*.

Godino J., (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*, Granada: GAMI

Hernández, F. & Soriano, E. (1997) *La enseñanza de las Matemáticas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Una experiencia didáctica*. Universidad de Murcia.

Lipschutz, S., (1991). *Teoría de conjuntos y temas afines*. Juarez: McGraw-Hill Interamericana de México.



López Cahun, J. (2007). *Dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al concepto de función*. (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán.

Lovell K. (1999). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.

Ministerio de Educación del Ecuador (2006). *Plan Decenal de Educación del Ecuador (2006 – 2015)*, Consejo Nacional de Educación.

Ministerio de Educación del Ecuador (2010). *Actualización y Fortalecimiento Curricular de Octavo a Décimo de Educación General Básica. Área de Matemáticas*. Quito: El Telégrafo.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Estándares de calidad educativa. Aprendizaje, gestión escolar, desempeño profesional e infraestructura*. Quito.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

Ministerio de Educación de Chile. (2013). *Funciones lineal y afín, ángulos y rectas*. Educación matemática. Primer nivel o ciclo de Educación media. Educación para jóvenes y adultas. Guía de aprendizaje No. 4., Santiago de Chile: RR Donnelley.

Pérez, D. G. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la Matemática*. Valencia: Editorial Popular.

Posada, F., & Jony, V. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.

Rico, Luis (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática*. PNA, 4(1), p.1-14.



Rodríguez, M. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la Psicología Cognitiva*. Barcelona: Octaedro.

Roldán, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal. Propuesta didáctica para estudiantes de octavo y noveno de educación básica*. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Bogotá, Colombia.

Sierpinska, A. (1990). Some remarks of understanding in mathematics. *For the learning of mathematics*, vol 82, 44-49.

Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ed. Morata.

Socas M. & Camacho M. (2003). Conocimiento matemático y enseñanza de las Matemáticas en la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, 10 (2), 151-172.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity*. Warwick University & Hebrew University.

Van Hiele P. (1990). *El problema de la comprensión, en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría*. (Tesis doctoral). Universidad Real de Utrecht, Países Bajos.

Villar, F. (2003). *Psicología Evolutiva y Psicología de la Educación*. Barcelona: Universidad de Barcelona.

Zill, D. & Dewar, J. (2000). *Algebra y Trigonometría*. Colombia: Mc. Graw Hill Interamericana.

ANEXOS

Anexo 1

Diseño de investigación aprobado

DISEÑO DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

TITULO

Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de décimo año de Educación Básica: Propuesta Metodológica.

1. ANTECEDENTES

La Constitución de la República del Ecuador vigente establece en su sección octava a la educación como un derecho irrenunciable de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible del Estado. En el año 2006, se estableció el Plan Decenal de Educación (2006-2015) que contiene dentro de sus políticas de estado el formar hombres y mujeres creativos y críticos. Además, en el documento de Actualización y Fortalecimiento Curricular, implementado en el Ecuador desde el año 2010 se enfatiza el papel del estudiante como protagonista activo del proceso de aprendizaje, es él quien debe reflexionar, valorar, criticar y argumentar conceptos, leyes, propiedades y códigos matemáticos. Se promueve, entonces, el razonamiento y desarrollo del pensamiento lógico, crítico y creativo para llegar a un aprendizaje significativo.

Siendo las Funciones uno de los temas fundamentales dentro de la Matemática, la Reforma Curricular expresa como objetivos básicos para el décimo año:



Reconocer la función lineal por medio del análisis de su tabla de valores, gráfico o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros dos para comprender y predecir variaciones constantes. Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Contrastar la función lineal con la función exponencial para comprender las diferencias entre variaciones constantes y variables. (Ministerio de Educación, 2010, p.12)

Por lo tanto es necesario el conocimiento de los conceptos en esta área de estudios para su posterior aplicabilidad en función del contexto histórico - social y cultural. A través de la experiencia docente, se ha observado que durante el proceso del aprendizaje de los conceptos aparecen ciertos problemas para alcanzar la comprensión deseada y tomando en consideración importantes lineamientos basados en el constructivismo que expresan que “el aprendizaje no es un asunto sencillo de transmisión, internalización y acumulación de conocimientos, sino un proceso activo por parte del alumno que consiste en enlazar, extender, restaurar e interpretar, y por lo tanto construir conocimientos desde los recursos de la experiencia y la información que recibe” (Chadwick, 2001, p.112), entonces, es de gran importancia generar un cambio en la práctica docente para fortalecer el desempeño de los estudiantes, por lo tanto con el presente trabajo se pretende, desde la didáctica, contribuir y fortalecer la práctica educativa con metodologías acordes a las necesidades actuales del estudiantado y reforzar el trabajo docente.

Los resultados de las Pruebas Ser realizados por el Ministerio de Educación en el área de Matemática 2008, 2009, 2013, así como los resultados finales en la asignatura reportados por las instituciones educativas de Cuenca a la Dirección de Educación, muestran bajos rendimientos que se deben a diversos factores, entre ellos, sin duda está el aporte del docente. Esta situación motiva a buscar nuevas alternativas de trabajo conjunto con los estudiantes para lograr la comprensión conceptual y la transferencia de conocimientos a otros ámbitos de la vida real.

Es así que con la presente investigación se pretende formular una propuesta metodológica que contenga las actividades necesarias para que el proceso de aprendizaje de los conceptos básicos de funciones lineales que sirven como requisito para el inicio y desarrollo del estudio de este tema se vayan consolidando de manera adecuada. Es imprescindible que todos estos conceptos estén debidamente constituidos, se encadenen con las estructuras matemáticas que las constituyen y se relacionen adecuadamente con otras estructuras de forma ordenada; de esta manera el estudiante formará parte activa de la generación de aprendizajes significativos y tendrá la capacidad de ordenamiento y razonamiento abstracto para la aplicación de los conceptos en el análisis y resolución de problemas.

2. JUSTIFICACIÓN

En el proceso de aprendizaje de la Matemática a lo largo de Educación General Básica, el estudio de las funciones lineales es de gran importancia, ya que constituyen modelos



matemáticos que, a más de ayudar a promover el desarrollo del pensamiento, sirven de base para la comprensión e interpretación de la relaciones entre variables y la expresión de la variación de un sinnúmero de eventos de la vida real.

Las nuevas propuestas constructivistas han aportado para que se realice una verdadera transformación del aprendizaje de las matemáticas. Ausubel (2000) indica la importancia de la fundamentación teórica dentro del aprendizaje que lo vuelve significativo en la medida que los conceptos se relacionan y encadenan con los anteriores de una manera clara y lógica y a partir de estos se van construyendo otros nuevos.

Durante el quehacer educativo se ha observado que muchos estudiantes consideran innecesario el estudio de la parte conceptual de la matemática, dándole poca importancia ya que asumen a la materia como eminentemente práctica, por lo tanto se producen errores y vacíos conceptuales, que afectan posteriormente en el desarrollo de ejercicios y problemas de aplicación. Las pruebas SER aplicadas en el Ecuador 2013 evidencian el bajo rendimiento en la materia de Matemática en el Décimo Año de Educación Básica, pues el 42% de los estudiantes no alcanzan el nivel elemental. En las pruebas Ser Bachiller 2014, el 45,1% de los estudiantes alcanzó un nivel elemental. Son cifras preocupantes que hacen ver la problemática que existe en esta área de estudio y demandan del maestro un trabajo organizado y consciente de las necesidades de los estudiantes en cuanto a sustentar su formación en conceptos claros, para con ellos, poder entender las relaciones entre conceptos y demostrar la abstracción de éstos en la resolución eficiente de los ejercicios y problemas de aplicación.

Los investigadores Alfonso & Guzmán (2013) explican sobre la necesidad de la comprensión dentro del aprendizaje de las matemáticas y expresan “El aprendizaje con alto grado de comprensión tiene mayor probabilidad de facilitar la transferencia que el aprendizaje, mediado por la memorización de información textual” (p.544). Con esta investigación basada en el enfoque constructivista, según el cual el aprendizaje de las matemáticas conlleva una serie de planteamientos y de cambio en la forma de trabajar en el aula, tomando al maestro como un mediador y al alumno como el constructor de sus conocimientos, se pretende dar respuesta a esta problemática que no solo afecta a los estudiantes, sino a todos quienes están inmersos dentro en el quehacer educativo.

El diseño de esta propuesta metodológica, contendrá objetivos específicos, contenidos, actividades con estrategias metodológicas y evaluación que promuevan la ejercitación de procesos de análisis, síntesis, comparación, abstracción, generalización que, además de estimular la comprensión conceptual, incidan en la formación de conocimientos significativos, propicien un mejor desenvolvimiento en nuevos temas asociados con las funciones y contribuyan a despertar el interés por la matemática.

3. ESTADO DEL ARTE

Debido a la importancia del tema de funciones dentro del quehacer educativo, se han realizado importantes trabajos de investigación en América con distintos lineamientos y aplicaciones que servirán como referencia para el presente diseño.

Entre los principales están la Tesis de Maestría “Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional”, Posada & Villa (2006) en donde los autores trabajan con los estudiantes del décimo grado del Instituto Tecnológico Metropolitano ITM de Medellín, toman como base las nociones de variación, el proceso de conversión del lenguaje natural, el simbólico algebraico y el semiótico de representación y realizan una propuesta didáctica donde muestran la función desde sus distintas formas de representación; gráfica, simbólica, tabular y de lenguaje natural e incluyen temas como ecuaciones, funciones cuadráticas y polinómicas.

Otra importante investigación es la Tesis de Licenciatura realizada por López Cahun (2007), “Dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al concepto función”, en donde el autor realiza un análisis histórico del concepto de función, así como de los errores y dificultades que presentan los estudiantes del Colegio de Bachilleres del Estado de Yucatán (COBAY) al cursar Pre Cálculo sobre los conceptos básicos de función y su diferencia con las ecuaciones. Analiza también los errores procedimentales al conocer solamente los algoritmos de resolución de ejercicios. Los categoriza y explica los factores de tales dificultades y las consecuencias y obstáculos en el posterior aprendizaje.

En la Tesis de Maestría: “Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza - aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura”, Aredo (2012), se realiza un modelo metodológico, sustentado en la Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau y la Didáctica de los Maestros para las Matemáticas de Juan Godino, entre otras que pretende aportar para mejorar el rendimiento en el área de Matemática, específicamente en el tema de funciones reales. Contiene contenidos, objetivos, estrategias metodológicas, criterios e indicadores de evaluación que propician la participación estudiantil y generan aprendizajes significativos.

La Tesis de Maestría: “Propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica” Coronel (2013), está encaminada a mejorar el nivel de comprensión semántica de las funciones lineales para llegar a alcanzar aprendizajes significativos en base de actividades que creen conexiones y den sentido a los conceptos matemáticos.

En la Tesis Doctoral “El proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo en estudiantes de economía: análisis de una innovación didáctica” Cuesta (2007), el autor realiza

un análisis desde la didáctica de los problemas de comprensión que tienen los estudiantes durante el proceso de enseñanza aprendizaje de los conceptos de función y propone procesos de aprendizaje que desarrollen capacidades cognitivas en los estudiantes que integren los conceptos de función con sus formas de representación y sean aplicables dentro de la Economía mediante la utilización de la modelación matemática.

4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Dentro del quehacer educativo se ha detectado que los estudiantes de décimo año de Educación General Básica (EGB) al abordar el tema de funciones lineales dentro del bloque de relaciones y funciones, tienen vacíos conceptuales en cuanto a pre requisitos, que afectan al normal desenvolvimiento del tema y luego, constituyen errores conceptuales básicos que impiden la adquisición de nuevos conocimientos y el desarrollo de ejercicios y problemas de aplicación.

Preguntas:

¿Qué conceptos son fundamentales para el estudio de las funciones lineales?

¿Cómo se puede identificar el nivel de comprensión de los conceptos fundamentales dentro del estudio de las funciones lineales?

¿Qué estrategias metodológicas dentro del constructivismo desarrollan la comprensión de los conceptos durante el estudio de funciones lineales para así mejorar el rendimiento académico?

¿Qué impacto tendrá la implementación de una propuesta metodológica utilizada en el estudio de los conceptos de las funciones lineales?

5. VARIABLES DE ESTUDIO

En la presente investigación se han determinado como variables:

3. La comprensión de los conceptos matemáticos dentro del estudio de las funciones lineales.
4. La importancia de la aplicación de propuestas metodológica desde la didáctica para desarrollar la comprensión de los conceptos de funciones lineales.

6. OBJETIVOS

6.1. OBJETIVO GENERAL

Promover la comprensión de los conceptos básicos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica, mediante la aplicación una propuesta metodológica.

6.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar, desde la teoría, los conceptos fundamentales para el estudio de las funciones lineales.
- Identificar el nivel de comprensión, de los conceptos fundamentales en el estudio de las funciones lineales, que poseen los estudiantes de décimo de EGB.
- Desarrollar una propuesta metodológica de aprendizaje, para promover la comprensión de los conceptos en el estudio de las Funciones Lineales.
- Evaluar el impacto de la aplicación de la propuesta metodológica.

7. MARCO TEÓRICO

Durante los últimos años se han realizado estudios encaminados a buscar un cambio en el modelo educativo, tomando en cuenta que el paradigma conductista, que se centra únicamente en la actividad del maestro no ha contribuido para lograr aprendizajes significativos. Las nuevas propuestas se fundamentan en los planteamientos básicos del constructivismo donde el conocimiento se produce por la interacción entre los individuos que intervienen en el proceso de aprendizaje y se construye en base a experiencias y esquemas ya existentes en el individuo, teniendo en cuenta su medio físico, social y cultural. Depende de los nuevos conocimientos que van acoplándose y buscando un equilibrio hasta adquirir significado y transformar los esquemas del pensamiento del individuo para que al enfrentarse a situaciones con distintos grados de dificultad pueda aplicarlos de manera eficaz por medio de procesos mentales adecuados (Rodríguez, 2008).

En su investigación, Hernández y Soriano (1997) explican que dentro de las matemáticas se trabaja con procesos de razonamiento que van revisando, enriqueciendo y ampliando los



conocimientos, y se produce una modificación de los esquemas de los aprendizajes previos, es decir, estos procesos requieren de rigor, precisión, razonamiento lógico, equilibrio, entre otros. Por su parte, Coll (1990) indica que las actividades del alumno están encaminadas a construir significados, representaciones o modelos mentales de los contenidos, seleccionar lo relevante, organizar e integrar con los contenidos que ya posee. Pero además, según indica Vigotsky, en estas actividades se puede influir desde el exterior, es decir con la intervención del maestro o entre alumnos. Entonces, el trabajo del maestro es imprescindible, ya que es quien presta las condiciones óptimas para las actividades propuestas, desarrolla las capacidades autónomas del estudiante, le guía en la adquisición de aprendizajes, en la retroalimentación, da sugerencias para el desarrollo de la creatividad y del pensamiento crítico, es decir, hace que el aprendizaje sea activo, constructivo y que se desarrolle el pensamiento.

Durante el estudio de la matemática, se trabaja con diferentes sistemas de notación simbólica: números, letras, signos, tablas, gráficos, entre otros, es decir, el aprendizaje de las matemáticas está ligado íntimamente al lenguaje. Pero más allá de los signos y símbolos que se pueden expresar en un enunciado, está la forma en que realmente el individuo los interpreta, internaliza, enlaza con las ya existentes y les confiere un significado. Además, como expresan Godino, Batanero y Font (2003) “La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es, al mismo tiempo, un paso previo a la formalización y una condición necesaria para interpretar y utilizar correctamente todas las posibilidades que encierra dicha formalización” (p.28).

Dentro del Bloque Numérico, Relaciones y Funciones existen conceptos más simples que otros, y además ciertos conceptos han ido evolucionando, modificándose y precisándose de acuerdo a la necesidad del contexto de aprendizaje y, al igual que en otros campos de la matemática y durante el proceso de aprendizaje se han detectado vacíos y errores conceptuales que, por una parte constituyen pre concepciones mal estructuradas que tiene el estudiante y por otro lado errores que se cometen durante la asimilación de la nueva información y que son comunes a los estudiantes y en muchas ocasiones no se modifican durante el proceso de aprendizaje (Pérez, 1993). Como consecuencia, el cambio conceptual no es una tarea fácil porque requiere un cambio en los modelos mentales ya existentes. Entonces, es necesario determinar las dificultades frecuentes que tiene el estudiante en cuanto a pre requisitos, a conceptos sobre funciones, a conceptos que enlazan con otros campos de estudio, y a otros encadenados con simbología básica. Corregirlas y evitar que se produzcan otras durante el proceso de aprendizaje de los conceptos en matemática implica un trabajo estructurado donde se establezcan claramente las necesidades educativas específicas del grupo de trabajo.

El constructivismo se enfoca en buscar las estrategias necesarias que favorezcan la construcción de conceptos como son la comunicación, explicación, el trabajo individual como el compartido, reflexión, justificación, presentación de situaciones reales donde se pueda percibir el concepto, relaciones, propiedades, búsqueda de significados. A partir de ello el estudiante podrá analizar y detectar ciertas características comunes que le permitirán construir nuevos esquemas para la adquisición de conceptos.

Por lo tanto se resalta la importancia de construir una propuesta metodológica que, tomando en cuenta los lineamientos del Ministerio de Educación, los lineamientos básicos del constructivismo y fundamentada en el desarrollo cognitivo del estudiante como en las diferencias individuales para el aprendizaje de las matemáticas, contenga los medios necesarios, organice y sistematice actividades de manera progresiva, enfocándose en el proceso de aprendizaje, encadene y consolide los conceptos, teniendo en cuenta las dificultades propias de cada uno de los estudiantes para que sirvan como sustento de los posteriores procesos de resolución de ejercicios y problemas (Godino, 2010, p.69).

8. MARCO CONCEPTUAL

Esta investigación está fundamentada en la teoría constructivista en donde la comprensión de los conceptos matemáticos es fundamental para llegar a un aprendizaje significativo.

El constructivismo aparece como paradigma de educación con Piaget, quien explica que los conocimientos y el desarrollo intelectual son producto de un proceso de integración de estructuras previas con otras que irán encadenándose y se construyen mediante la participación activa del sujeto. Además dentro de su análisis, existen conceptos espontáneos que son formados por el mismo sujeto y otros no espontáneos que se forman por la intervención de una persona sobre el sujeto, es decir, durante el proceso escolar, en donde el lenguaje es un elemento básico que tiene una función determinada y reglas de funcionamientos que ayudan a la creación y al descubrimiento de los conceptos en la medida de cómo se trabaja con ellos.

Para Socas & Camacho (2003) desde del constructivismo, el objetivo del trabajo con conceptos matemáticos exigen del individuo capacidades que comienzan a darse en la adolescencia. Para formarse conceptos no basta con la cantidad ni las repetidas asociaciones entre símbolos verbales ni objetos, sino requieren un proceso constructivo y activo. Otro aspecto importante de análisis es la comprensión, y más importante aún, para un maestro es el cómo enseñar para la comprensión de conceptos: qué lineamientos y procesos se deben seguir para que un estudiante no recoja solamente fórmulas, signos o símbolos, sino que los internalice, encuentre su real significado y pueda aplicarlos. Para Lovell (1999), un concepto es una generalización de una serie de datos en donde el lenguaje y los símbolos intervienen en su formación. El tipo de concepto que se forma depende del nivel de abstracción o disociación que posee el individuo y de la calidad de los esquemas que puede ir construyendo. Por su parte, Van Hiele (1957) expresa en su investigación que “la comprensión existe ahí donde el sujeto extrae sus conclusiones basándose en una estructura de pensamiento que se ha



formado en él. [...] La existencia de dicha estructura de pensamiento se averiguará forzosamente según el éxito o fracaso del sujeto en llegar a la conclusión” (p.3).

Dentro de la comunicación de los conocimientos matemáticos, así como dentro del proceso de construcción de los conceptos es necesario el empleo de más de un sistema de representaciones mentales que se tienen de ese concepto. Un concepto adquiere significado en la medida en que se lo aplica asertivamente en situaciones o problemas que sean accesibles al nivel del conocimiento de los estudiantes; entonces se deben generar situaciones que lleven a buscar la comprensión de conceptos y la conexión con otros conceptos ya conocidos. (Rico 2009). Además, dentro de la concepción constructivista:

Aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido que pretendemos aprender. Esta elaboración implica aproximarse a dicho objeto o contenido con la finalidad de aprehenderlo, no se trata de una aproximación vacía, desde la nada, sino desde las experiencias, intereses y conocimientos previos que presumiblemente pueden dar cuenta de la novedad. (Coll, 2007, p.16)

Godino (2004) explica que para que haya un aprendizaje significativo es de suma importancia la comunicación, trabajo en grupo, la interacción con situaciones problema cercanos a su realidad, apoyado por la utilización de recursos simbólicos, materiales y la tecnología que se disponga dentro del contexto de estudio y añade que “para que el estudio de un cierto concepto sea significativo, debemos mostrar a los alumnos una muestra representativa de las prácticas que lo dotan de significado. Al planificar la enseñanza debemos partir del análisis del significado de dicho concepto” (p.70).

Como complemento, Acosta & Chévez (2008) indican que la comunicación de las ideas es de gran importancia dentro de las matemáticas ya que ayuda a construir significados y asegura la permanencia de éstos para su posterior aplicabilidad ya que:

Cuando los estudiantes pueden conectar las ideas matemáticas entre sí, con las aplicaciones a otras áreas, y en contextos de su propio interés, la comprensión matemática es más profunda y duradera. Podemos postular que sin conexión no hay comprensión, o ésta comprensión es débil y deficiente. Mediante una instrucción que enfatiza las interrelaciones entre las ideas matemáticas, los estudiantes no sólo aprenden matemáticas, sino que también aprecian la utilidad de las matemáticas. (p.20)

Entonces es importante la formulación y aplicación de una propuesta encaminada a lograr la comprensión de los conceptos de funciones lineales a partir del lenguaje básico y la simbología utilizada, que establezca las conexiones necesarias tanto con los conceptos previos y los que se van generando durante el proceso de construcción de nuevos conceptos y que incluyan reflexión, discusión, revisión y perfeccionamiento de cada uno de ellos para llegar a una mejor comprensión en sus diversas formas de representación: gráfica, simbólica y tabular además de la identificación de sus características. Que proponga además actividades que se desarrollen en forma secuencial respetando el orden de los procesos

cognitivos, con estrategias metodológicas acordes al estudio de conceptos matemáticos para potenciar el proceso de formación de los conceptos y lograr así que el estudiante adquiera los conocimientos de manera eficaz.

9. METODOLOGÍA

Esta investigación toma como punto de partida el estudio de la problemática que tiene el estudiantado para llegar a una clara comprensión de los conceptos básicos de los temas de matemáticas, y en este caso particular, del tema de funciones lineales, que inciden directamente en la resolución de ejercicios y problemas de aplicación y provocan un bajo rendimiento académico.

En primer lugar se realizará la fundamentación teórica en base a los lineamientos que aborda el constructivismo en cuanto al aprendizaje significativo, comprensión de conceptos matemáticos y elaboración de propuestas didácticas para el trabajo activo y participativo. Además se realizará una revisión de trabajos de grado y post grado en temas relacionados con las funciones que servirán de guía y apoyo para la investigación.

Para la fase de diagnóstico se partirá de la revisión documental del Bloque Curricular: Numérico, Relaciones y Funciones y la Unidad Didáctica sobre el tema de funciones lineales, se tomará la información bibliográfica del análisis de los resultados de las Pruebas Ser de los años 2008, 2013 del Ecuador en el Área de Matemática, así como los resultados finales de la asignatura en Décimo de Básica en la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares” donde se va a realizar el estudio dentro de la ciudad de Cuenca, por ser docente actor y maestro de la asignatura y por lo tanto investigador directo. Se tomará como grupo de investigación a la totalidad de los estudiantes del establecimiento, en este caso son dos cursos de treinta estudiantes cada uno y se trabajará considerando que comparten condiciones semejantes de nivel social, cultural y de conocimientos previos en el tema de funciones y porque en este nivel se abordarán un grupo de conceptos fundamentales en el tema de funciones lineales que servirán de base para estudios futuros en el bachillerato y en la educación universitaria.

Se realizará el análisis del nivel de conocimientos previos que poseen los estudiantes para llegar a la comprensión del concepto de función desde sus diferentes formas de representación: tabular, gráfica, simbólica y las relaciones de estos conceptos con otros que son básicos dentro del estudio, como son las ecuaciones lineales y pendientes; se analizarán las conexiones necesarias entre estos para generar conceptos nuevos y que sirvan de base para las siguientes etapas de aplicación de procesos en la resolución de ejercicios y problemas. Además se realizará un diagnóstico de las dificultades cometidas dentro de la adquisición de estos conceptos y los vacíos conceptuales que ocurren tanto en la fase de pre requisitos, como la de construcción de los conocimientos, a través de la aplicación de un cuestionario de



conocimientos específicos en conceptos de funciones, además de la observación directa. Luego se procederá a tabular los resultados obtenidos, los cuales serán triangulados con el fin de detectar todas las características del problema para su posterior solución.

En base a los resultados obtenidos está el planteamiento de una propuesta metodológica que contendrá los objetivos, contenidos, actividades con estrategias metodológicas y evaluación que se estructuren de una manera lógica y que generen un cambio en la forma de adquirir los conceptos de funciones para así superar los problemas de generación de concepciones incompletas o inadecuadas y alcanzar, de manera efectiva un aprendizaje sólido, dejando atrás la enseñanza tradicional, centrada en el maestro y donde todo el trabajo esté encaminado a buscar nuevas estrategias, recursos y métodos que ayuden a lograr el éxito esperado.

Entonces, con esta investigación y propuesta se pretende optimizar la forma en que se aborda el tema de las funciones y tiene como beneficiarios: en forma directa los estudiantes que están cursando el tema de funciones lineales y a los maestros, ya que esta propuesta servirá para el trabajo dentro de la parte conceptual del bloque de funciones lineales.

Finalmente se pretende validar la propuesta mediante su aplicación al primer grupo de estudiantes para realizar una comparación del nivel final del rendimiento con respecto al segundo grupo de estudio para poder constatar el cambio efectivo en la adquisición de los conocimientos.

El enfoque de la investigación será mixto: cuantitativo porque se realizará análisis de datos y cualitativo porque se tomarán en cuenta aspectos relativos a la calidad y aceptación de los métodos de aprendizaje aplicados.

10. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

En la primera fase de fundamentación del marco teórico y el marco conceptual se realizará la revisión de libros, trabajos de investigación, tesis de grado y post grado relacionadas con el tema de estudio.

Para la fase de diagnóstico se tomará como punto de partida la revisión documental del Bloque Curricular y la Unidad Didáctica correspondiente al tema, la información del análisis de los resultados de las Pruebas Ser a partir del año 2008 y 2013 del Ecuador en el Área de Matemática, así como los resultados finales de la asignatura en Décimo de Básica en la institución donde se va a desarrollar el estudio (Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares”). Datos que reposan en los archivos del Ministerio de Educación.

Posteriormente se efectuará toda la investigación con los dos paralelos de treinta estudiantes cada uno del establecimiento. Para ello se solicitarán todos los permisos necesarios, tanto en la Facultad de Filosofía, el Distrito de Ministerio de Educación y la institución donde se va a



realizar la investigación; además se solicitará el consentimiento informado a los representantes de los estudiantes.

Se aplicará la técnica de observación científica que permita conocer directamente las dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a pre requisitos y durante el proceso de la adquisición de nuevos conceptos, la misma que se realizará a través del registro de la información en fichas en base a matrices elaboradas con parámetros de medición, de acuerdo a los objetivos de la investigación, lo cual es viable por cuanto la autora de la investigación es docente actor.

Además se diseñará un cuestionario con preguntas de opción múltiple, verdadero – falso y abiertas sobre conocimientos previos y específicos de conceptos aplicables en el tema de funciones lineales, que será elaborado por la autora de la investigación y que tendrá una validación previa a su aplicación. Su objetivo es la medición de brechas de aprendizaje, errores y vacíos conceptuales, así como el grado de adquisición de los conocimientos de los estudiantes.

11. ESQUEMA TENTATIVO

Introducción

1. Fundamentación Teórica.

1.1. Comprensión de conceptos matemáticos.

- 1.1.1. El constructivismo y la comprensión de los conceptos matemáticos
- 1.1.2. Proceso mental para la construcción de conceptos matemáticos.
- 1.1.3. Tipos de conceptos dentro de la matemática.
 - 1.1.3.1.1. Conceptos de orden superior.
 - 1.1.3.1.2. Conceptos subordinados.
- 1.1.4. Errores y dificultades al estudiar conceptos dentro de matemática. Tipos de errores.

1.2. Metodología para el trabajo con conceptos dentro de la matemática.

- 1.2.1. Características.
- 1.2.2. Estrategias metodológicas para el estudio de conceptos matemáticos.

1.3. Importancia de las funciones lineales dentro de la matemática.

- 1.3.1. Conceptos básicos dentro de las funciones lineales.
- 1.3.2. Tipos de conceptos dentro de funciones lineales.
 - 1.5.2.1. Conceptos previos: Puntos en el plano cartesiano, resolución de ejercicios combinados con números racionales, ecuaciones de primer grado.



1.5.2.2. Conceptos dentro del tema: función vista desde los registros: gráfico, tabular, simbólico; ecuación de una recta, pendiente, perpendicularidad, paralelismo.

1.3.3. Dificultades dentro del estudio de los conceptos de funciones lineales.

2. Diagnóstico y Presentación de Resultados

2.1.Contexto de la investigación.

2.2.Determinación del tamaño de la muestra.

2.3.Tipo de investigación.

2.4.Diseño de la investigación.

2.5.Métodos y técnicas de recolección de la información.

2.5.1. Investigación bibliográfica.

2.5.2. Observación científica.

2.5.3. Cuestionario.

2.6. Análisis de datos.

2.7.Presentación de resultados.

3. Diseño de la propuesta metodológica.

3.1.Características de la propuesta.

3.2.Fases de la propuesta.

3.2.1. Objetivos.

3.2.2. Contenidos.

3.2.3. Actividades con estrategias metodológicas.

3.2.4. Evaluación.

4. Aplicación de la propuesta metodológica.

5. Validación de la propuesta.

6. Conclusiones y Recomendaciones.

7. Referencias bibliográficas.

8. Anexos.

12. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

ACTIVIDADES	ABRIL DE 2015	MAYO DE 2015	JUNIO DE 2015	JULIO DE 2015	AGOSTO DE 2015	SEPTIEMBRE DE 2015	OCTUBRE DE 2015	NOVIEMBRE DE 2015	DICIEMBRE DE 2015	ENERO DE 2016	FEBRERO DE 2016	MARZO DE 2016
Marco Teórico	XXXX	XXXX	XX									
Diagnóstico			XX	XXXX	XXXX							
Diseño de la Propuesta						XXXX	XX					
Aplicación de la Propuesta							XX	XX				
Validación de la Propuesta								XX	XXXX			
Conclusión y recomendaciones										XXXX	XXXX	
Presentación del Diseño Final												XXXX

13. RECURSOS

La presente investigación contará con los siguientes recursos:

TALENTO HUMANO:

- La coordinación de la Maestría.
- Directora de Tesis.
- Estudiante.
- Personal del Ministerio de Educación y Distritos correspondientes.
- Dirección de la Institución Educativa donde se va a realizar el estudio.

MATERIALES:

MATERIALES	CANTIDAD	JUSTIFICACIÓN	VALOR
EQUIPOS			
computadora	1	Herramienta de trabajo	700
cámara	1	Herramienta de trabajo	200
FUENTES DE CONSULTA			
Libros, trabajos de investigación, tesis de grado y post grado, revistas y artículos	5	Revisión bibliográfica	50
DOCUMENTACIÓN			
Solicitudes de permisos y consentimiento informado.	-	Acceso a información en el Distrito del Ministerio de Educación y en la institución donde se va a realizar la investigación.	
SUMINISTROS			
Materiales de escritorio-papel	150	Realización de test, pruebas, encuestas y toma de datos.	20
Empastado anillado	1	Presentación del proyecto	25
Impresiones papel	200	Presentación del proyecto	200
CD	3	Presentación del proyecto	15
MOVILIZACIÓN			
Traslados		A instituciones para la investigación	20
TOTAL			1230

RECURSOS INSTITUCIONALES:

- Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca.
- Ministerio de Educación y Distritos correspondientes.
- La institución educativa donde se realizará la investigación: Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares”.

14. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, R., & Chévez, M. (2008). *Estrategias metodológicas para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en el área de Matemática, Cuarto Grado “B” vespertino de la Escuela Lila Incer.*(Tesis de Licenciatura). Teusepe.

Alfonso, G., & Guzmán, Y. (2013). La transferencia del aprendizaje en matemática: el caso de las funciones lineal, cuadrática y exponencial. *Revista UDCA actualidad y divulgación científica*, 16 (2), 543-551.

Araya, I. C., Piaget y el Constructivismo. *Red maestros de maestros. Portada* http://www.rmm.cl/index_sub.php?id_contenido=987&id_seccion=1122&id_portal=191

Aredo, M. A. (2012). *Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza - aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Piura.* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica de Perú. Piura.

Asamblea Nacional Constituyente (2008). *Constitución Política de la República del Ecuador.*

Ausubel, D. P. (2000). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva.* Barcelona: Paidós.

Carretero, M. (1997) *Constructivismo*, México: Progreso.

Chadwick, C. B. (2001). La Psicología de aprendizaje del enfoque constructivista. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)*, XXXI (4), 111,126.

Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I. & Zabala A. (2007). *El constructivismo en el aula.* Barcelona: GRAÓ.

Coronel, R., (2013) *Propuesta para mejorar la comprensión del lenguaje matemático de funciones lineales mediante el manejo de terminología especializada con perspectiva semántica.* (Tesis de maestría). Universidad de Cuenca, Cuenca.



Cuesta, A. (2007) *El proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo en estudiantes de economía: análisis de una innovación didáctica*. (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra.

Gallardo, J., González J., Quispe W. (2008) *Rastros de comprensión en la acción matemática, Investigación en educación matemática XII*.

Godino J., Batanero C. & Font (2003). *Fundamentos de la Enseñanza de las Matemáticas para maestros*. Granada: ReproDigital.C/Baza.

Godino, J. (2010) *Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica*.

Godino J., (2004) *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada: GAMI

Hernández, F. & Soriano, E. (1997) *La enseñanza de las Matemáticas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Una experiencia didáctica*. Universidad de Murcia.

López Cahun, J. (2007). *Dificultades conceptuales y procedimentales asociadas al concepto de función*. (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán.

Lovell K. (1999) *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.

Ministerio de Educación Ecuador (2010) *Actualización curricular de octavo a décimo de educación general básica. Área de Matemáticas*. Quito: El Telégrafo.

Pérez, D. G. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la Matemática*. Valencia: Editorial Popular.

Posada, F., & Jony, V. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.

Rico, Luis (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática*. PNA, 4(1), p.1-14.

Rodríguez, M. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la Psicología Cognitiva*. Barcelona: Octaedro.

Socas M. & Camacho M. (2003). *Conocimiento matemático y enseñanza de las Matemáticas en la educación secundaria*. *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, 10 (2), 151-172.

Van Hiele P., (1990) *El problema de la comprensión, en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría*. (Tesis doctoral). Universidad Real de Utrecht, Países Bajos.

Zill, D. & Dewar, J. (2000). *Algebra y Trigonometría*. Colombia: Mc. Graw Hill Interamericana.

Anexo 2

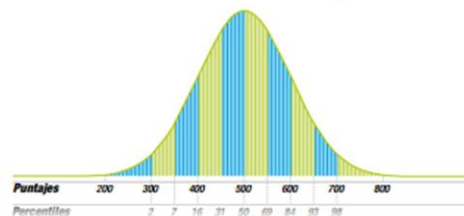
RESULTADOS DE LAS PRUEBAS CENSALES *SER ECUADOR 2008*

2. POBLACIÓN EVALUADA

AÑO	RÉGIMEN	
	COSTA	SIERRA
<i>Cuarto año de Educación Básica</i>	156.030	115.012
<i>Séptimo año de Educación Básica</i>	135.600	110.757
<i>Décimo año de Educación Básica</i>	100.378	77.454
<i>Tercer año de Bachillerato</i>	61.379	46.455
TOTAL	453.387	349.678

3. ESCALA DE CALIFICACIÓN DE LAS PRUEBAS

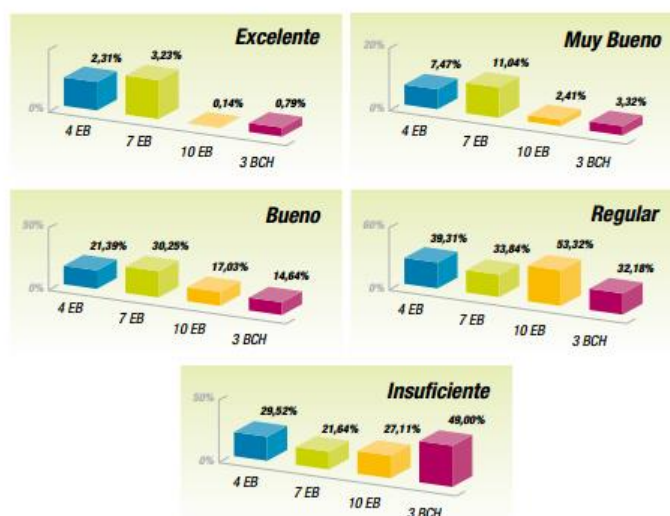
Campana de Gauss



6. PORCENTAJE DE ESTUDIANTES POR ÁREA Y NIVEL

A continuación, se presenta los porcentajes de estudiantes en cada nivel de rendimiento, por área de estudio:

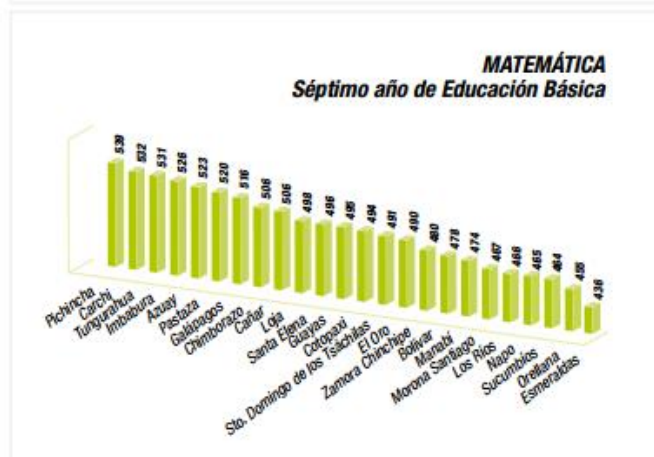
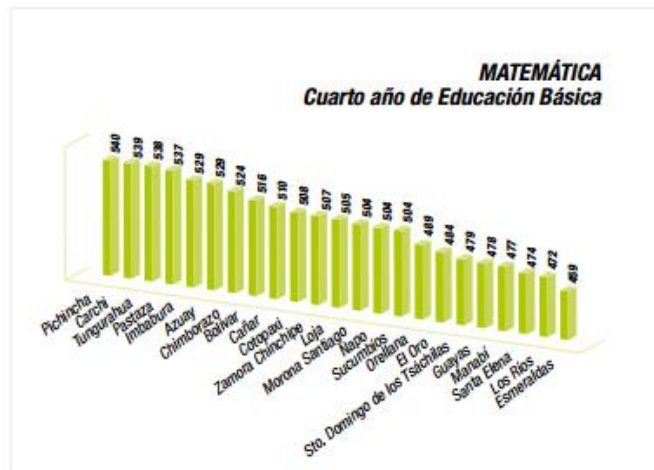
Matemática

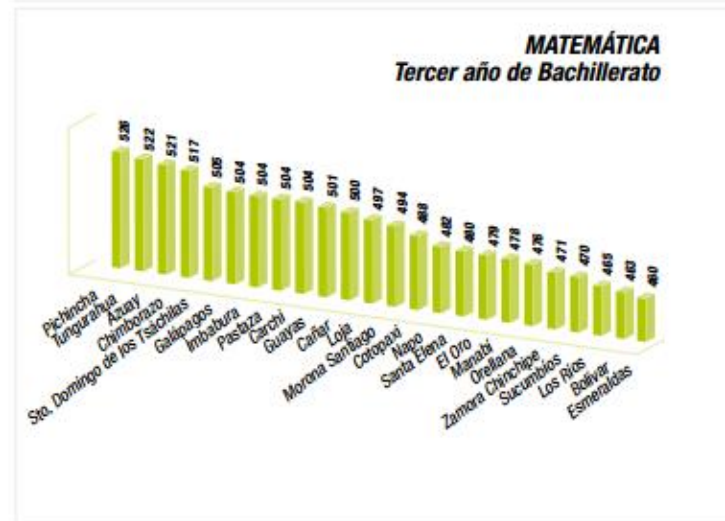
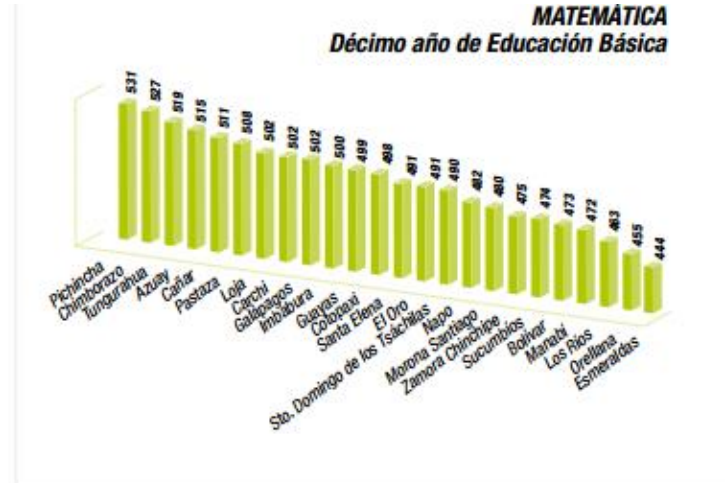


FUENTE: SISTEMA NACIONAL DE EVALUACIÓN Y RENDICIÓN SOCIAL DE CUENTAS SER ECUADOR.

En los cuatro años evaluados, se encuentra que el tercer año de Bachillerato tiene el mayor porcentaje de estudiantes entre regulares e insuficientes: 81,96%; le siguen el décimo año de Educación Básica con 80,43% y el cuarto año con 68,43%; el séptimo año tiene 55,48%. El mayor porcentaje de estudiantes con notas excelentes se encuentra en séptimo año con 3,23%.

7. RESULTADOS NACIONALES POR PROVINCIA

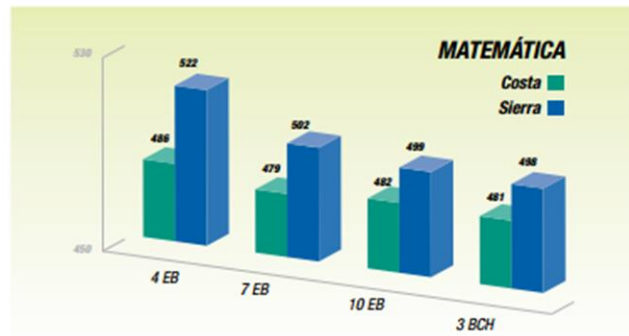




FUENTE: SISTEMA NACIONAL DE EVALUACIÓN Y RENDICIÓN SOCIAL DE CUENTAS SER ECUADOR.

La diferencia promedio entre los resultados de la provincia de Pichincha y Esmeraldas, que muestran el mejor y peor resultados, respectivamente, es de 84,5 puntos. La diferencia promedio de la provincia de Pichincha con la provincia del Guayas, que son las de mayor población estudiantil en Sierra y Costa, es de 41 puntos.

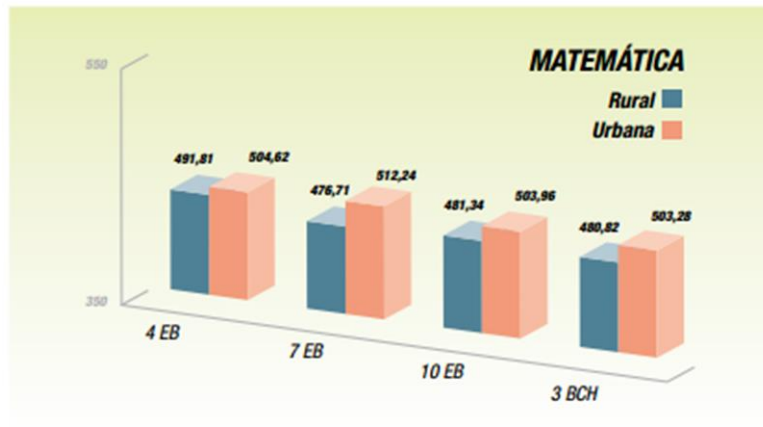
8. RESULTADOS POR RÉGIMEN



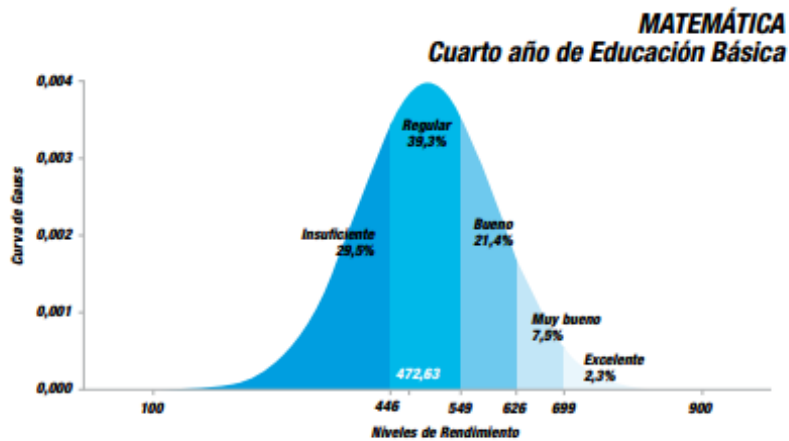
FUENTE: SISTEMA NACIONAL DE EVALUACIÓN Y RENDICIÓN SOCIAL DE CUENTAS SER ECUADOR.

En Matemática, el régimen sierra alcanza mejores resultados que el régimen costa. La diferencia en cuarto año es mayor, alcanza los 36 puntos.

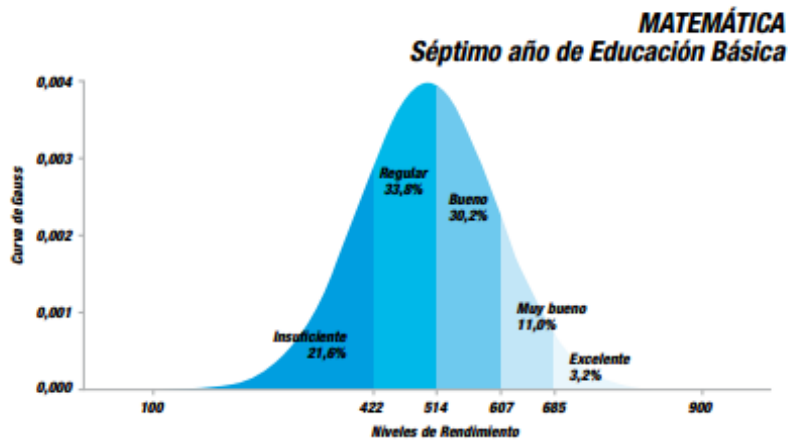
10. PROMEDIOS POR ZONA, AÑO Y ÁREA



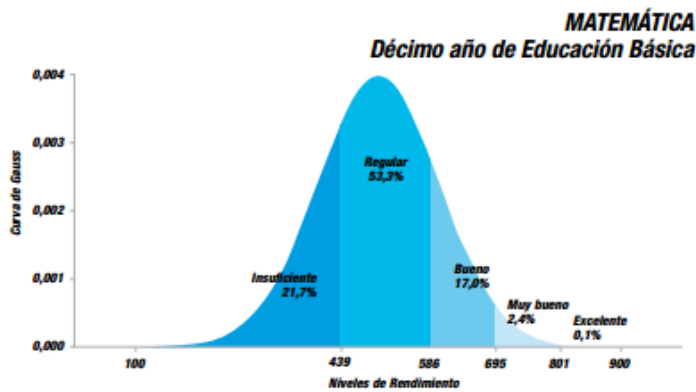
11. GRÁFICAS CON LOS NIVELES DE RENDIMIENTO POR AÑO Y ÁREA DE ESTUDIO



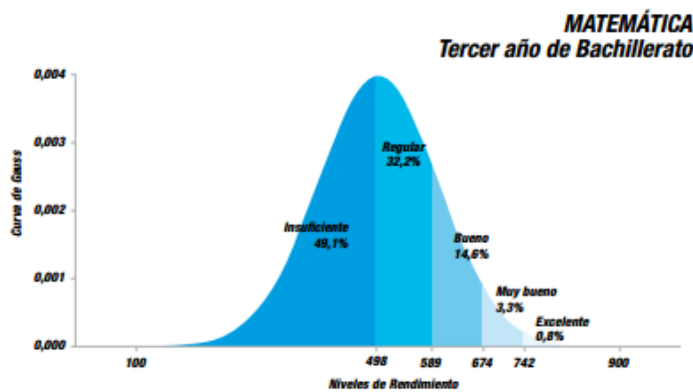
Esta es la escala de puntajes de Matemática, de cuarto año de Educación Básica, a nivel nacional. Con esta gráfica, cada institución puede determinar el nivel de rendimiento que le corresponde, de acuerdo con sus resultados.



Esta es la escala de puntajes de Matemática, de séptimo año de Educación Básica, a nivel nacional. Con esta gráfica, cada institución puede determinar el nivel de rendimiento que le corresponde, de acuerdo con sus resultados.



Esta es la escala de puntajes de Matemática, de décimo año de Educación Básica, a nivel nacional. Con esta gráfica, cada institución puede determinar el nivel de rendimiento que le corresponde, de acuerdo con sus resultados.



Esta es la escala de puntajes de Matemática, de tercer año de Bachillerato, a nivel nacional. Con esta gráfica, cada institución puede determinar el nivel de rendimiento que le corresponde, de acuerdo con sus resultados.

Anexo 3

RESULTADOS PRUEBAS SER ESTUDIANTE 2013

Harvey Sánchez, director del INEVAL, explicó que “el resultado de la evaluación denominado “10 resultados de evaluación, 10 acciones por la calidad” servirá para que se minimicen los efectos nocivos y se maximicen ejercicios de buenas prácticas docentes”.

Los resultados de las pruebas permitirá al Estado establecer políticas públicas para mejorar la calidad de la educación; por su parte, las instituciones educativas determinarán las medidas necesarias para elevar los promedios de los estudiantes.

La muestra se levantó con más de 95% de confianza estadística a nivel nacional. A continuación los resultados según el nivel educativo y los ejes analizados:

Nivel de desempeño:

En 4°: el 25% no alcanza el nivel elemental en Matemáticas y en Lenguaje; y alrededor de la mitad llega a un nivel elemental en Ciencias Naturales y Estudios Sociales. El 34% usa correctamente los puntos y comas en un texto y el 48 % reconoce los derechos fundamentales de las personas.

– En 7°: el 30% no alcanza los niveles elementales en Matemáticas pero 2,2% son excelentes. En Lenguaje y Ciencias solo el 11% se ubica en insuficiente y más del 70% en elemental, con muy pocos satisfactorios y excelentes. El 61% identifica los derechos y las responsabilidades relacionados con la seguridad y cuidado de las personas.

– En 10°: 42% no alcanza los niveles elementales en Matemáticas y 26% en Lenguaje. Seguimos teniendo más de 2% en excelentes. Apenas el 15% son insuficientes y el 56% relaciona las dinámicas territoriales con las características de una población.

Equidad de género:

En el Ecuador hay equidad de género en la educación. Existe el mismo número de hombres y mujeres estudiando, sin embargo los promedios de las mujeres son más elevados.

Alimentación:

La alimentación es determinante en el aprendizaje; de los resultados obtenidos en la encuesta y de las investigaciones realizadas en el sector social en relación a éste tema se concluye que los estudiantes que tienen una buena alimentación presentan mejores resultados en los exámenes.

Educación pública vs privada:

Los establecimientos educativos públicos tienen alumnos con menores recursos económicos que la mayoría de fisco misionales y particulares. Sin embargo, los puntajes promedio de algunas entidades educativas públicas son mejores que las privadas.

Brechas de aprendizaje:

Los factores socioeconómicos y el capital cultural de las familias de los estudiantes generan brechas en el aprendizaje. El 88% de los padres que tienen estudios esperan que sus hijos lleguen a la universidad y cursen posgrado. En cambio, aquellos estudiantes cuyos padres no tienen estudios no tienen expectativas que sus hijos lleguen a un posgrado. /MCDS

Anexo 4

CONSENTIMIENTO INFORMADO DIRIGIDO A LOS REPRESENTANTES LEGALES DE LOS ESTUDIANTES DE LA ESCUELA DE EGB “MANUELA CAÑIZARES”

1. DOCUMENTO DE INFORMACIÓN

Por medio del presente documento yo, Arq. Gioconda Vintimilla Zea, me permito informar a usted que, como parte de mi preparación profesional como docente, me encuentro estudiando la Maestría en Docencia de las Matemáticas, dictada por la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Cuenca y me encuentro elaborando el Proyecto de Tesis de Investigación con el tema: “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta Metodológica”.

Por ello, solicito su autorización para que su representado participe en la presente investigación:

- En la fase de diagnóstico donde se le aplicará una Evaluación sobre su percepción en distintos aspectos de la enseñanza de la matemática y una Evaluación de Aprendizajes sobre el tema de la investigación.
- En la fase de evaluación del impacto de la propuesta metodológica donde se le evaluará sobre el grado de comprensión de los temas abordados en la propuesta y su aplicación.

Cada actividad tomará aproximadamente cuarenta minutos de su tiempo. Es necesario aclarar que el estudiante podrá realizar las preguntas sobre el tema cuando lo crea necesario, que los datos recogidos servirán exclusivamente para la elaboración del Proyecto de Investigación y que solo tendrá acceso a ellos la investigadora. Toda la información recogida será considerada CONFIDENCIAL, por lo tanto los instrumentos utilizados serán anónimos. Los hallazgos de la



investigación serán compartidos con la institución participante, para mejorar el trabajo en el aula, mediante publicaciones o conferencias, según sea requerido. No se compartirá información confidencial.

Si no desea su representado participar en la presente investigación, tiene derecho a no hacerlo, así como puede retirarse cuando lo desee, lo que no implica ninguna sanción para él.

Segura de contar con su valiosa colaboración, le anticipo mis agradecimientos.

Atentamente,

Arq. Gioconda Vintimilla Zea
Investigadora

2. DOCUMENTO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

En conocimiento del documento que se me ha proporcionado, en donde se explica que el propósito de la presente investigación es la realización de una Tesis de Maestría en Docencia de las Matemáticas, conducida por la Arq. Gioconda Vintimilla Zea, cuyo tema es “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta Metodológica”, reconozco que la participación de mi representado es la de contestar en la fase de diagnóstico una Evaluación sobre su percepción en distintos aspectos de la enseñanza de la matemática y una Evaluación de Aprendizajes sobre el tema de la investigación. En la fase de evaluación del impacto de la propuesta metodológica una evaluación de la comprensión de los temas abordados en la propuesta y su aplicación. Entiendo que la información que se proporcione en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial y no será utilizada para ningún otro propósito fuera de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado de que se podrán realizar las preguntas sobre el proyecto en cualquier momento y



que mi representado se podrá retirar del mismo cuando así lo decida, sin que esto acarree perjuicio alguno para él.

Entiendo que puedo pedir información sobre los resultados del estudio cuando éste haya concluido.

Por lo tanto, en función de mis facultades físicas, mentales y civiles, yo

....., representante de

....., estudiante de Décimo de Básica, estoy de acuerdo en que mi representado (a) participe en la presente investigación.

.....

Firma del representante

Fecha:

Anexo 5

Autorización del Distrito para que se realice la fase de Diagnóstico de la Tesis en la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares”

DASRE
Oficio N° 1002
Solicitud No. 22083

Cuenca, 26 de junio de 2015

Magíster
Mónica Lliguaipuma Aguirre
DIRECTORA DE LA MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS II COHORTE
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA
Ciudad.

De mi consideración:

En atención a su Oficio S/N del 22 de junio de 2015, mediante el cual comunica que la maestrante Arq. Gioconda Vintimilla Zea cuenta con la aprobación de su Proyecto de Tesis de Investigación con el tema: “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de Funciones Lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica: Propuesta Metodológica”, por tal razón solicita permiso para que la Arq. Gioconda Vintimilla Zea, quien es docente del Décimo Año de Educación Básica en la Escuela de Educación Básica “Manuela Cañizares” aplique técnicas de recolección, como Observación Científica, Autoevaluación y Evaluación de Aprendizajes sobre el tema de la investigación. Por tal motivo considerando un tema de gran importancia, se autoriza lo solicitado.

Atentamente,

Ing. Juan Pablo Parra Silva, Msc.
DIRECTOR DISTRITAL 01D01 DE EDUCACIÓN
INTERCULTURAL Y BILINGÜE CUENCA NORTE



CCS/ycc.
2015/06/26

EDUCAMOS PARA TENER PATRIA
GONZÁLEZ SUAREZ 1007. TELFS: 2862689 - 2862696 - 2803049



Anexo 6

Investigación: “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

Instrumento de Evaluación Diagnóstica

Dirigida a los estudiantes

Fecha:	Edad:	Sexo:
---------------------	--------------------	--------------------

Primera parte. Percepción.

Objetivo:

Analizar de forma cualitativa la actitud y el grado de interés en la materia de matemática, sus expectativas en cuanto al tipo de clases y la percepción sobre su nivel de conocimiento de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales.

Segunda parte. Verificación de conocimientos de los prerrequisitos del estudio de Funciones Lineales.

Objetivo:

Conocer el grado de conocimientos de los prerrequisitos del tema de Funciones Lineales.

Primera parte

1. Analice las siguientes preguntas y marque con una X en el casillero correspondiente de acuerdo a su nivel de agrado.

1.1. Durante las clases de matemática y la elaboración de trabajos individuales o grupales:



a. ¿Se interesa por preguntar al maestro sobre los fundamentos de la teoría del tema que se está estudiando?

SI:	A VECES:	NO:
-----	----------	-----

b. ¿Le agrada contestar o completar la parte de conceptos teóricos respecto al tema que se está estudiando?

SI:	A VECES:	NO:
-----	----------	-----

c. ¿Pregunta al maestro sobre sus dudas hasta quedar seguro de sus conocimientos?

SI:	A VECES:	NO:
-----	----------	-----

1.2. ¿Cómo desearía que sean las clases de matemática?

.....	1. Que contengan menos teoría.
.....	2. Que contengan un sustento de los conceptos básicos de cada tema.
.....	3. Que contengan más ejercicios y problemas de refuerzo para aplicar los procesos aprendidos.
.....	4. Que tengan más trabajos grupales.

1.3. Cuando tiene que desarrollar ejercicios y problemas de aplicación de conocimientos matemáticos:

.....	1. Resuelve de manera mecánica, aún sin entender las bases teóricas.
.....	2. Analiza los ejercicios realizados con el maestro para buscar la mejor alternativa de solución.
.....	3. Espera a que otros compañeros resuelvan los ejercicios para pedirles que le ayuden.
.....	4. Revisa la teoría para tener bases y puede seguir una secuencia lógica en la resolución de los ejercicios.

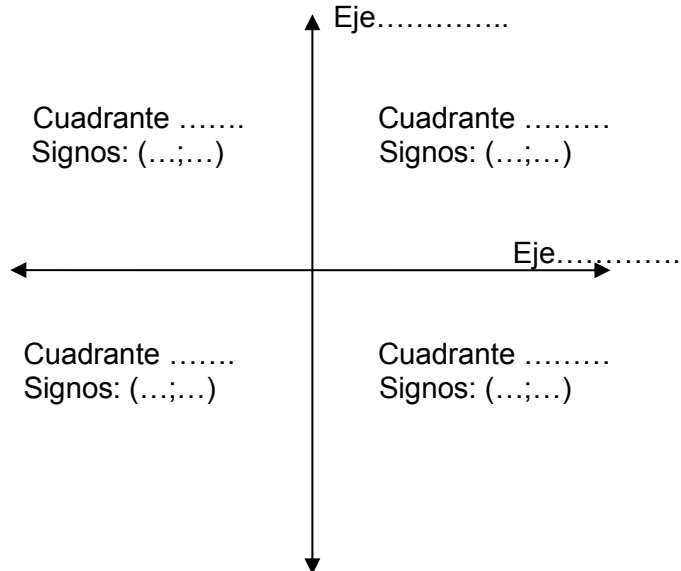


2. Analice las siguientes preguntas y marque con una X en el casillero correspondiente dependiendo si los conceptos, elementos y características del tema de Funciones Lineales están o no comprendidos.

PREGUNTA	SI	NO
2.1. ¿Conoce y aplica el lenguaje matemático utilizado en la resolución de ejercicios y problemas?
2.2. ¿Conoce y aplica las propiedades de las ecuaciones en la resolución de ejercicios?
2.3. ¿Identifica el plano cartesiano y sus componentes?
2.4. ¿Conoce el nombre de cada uno de los ejes del plano cartesiano?
2.5. ¿Identifica los signos de los pares ordenados en cada cuadrante del plano cartesiano?		
- Primer cuadrante
- Segundo cuadrante
- Tercer cuadrante
- Cuarto cuadrante

Segunda parte

3. En el siguiente plano cartesiano identifique sus componentes y llene los espacios con los nombres de los ejes coordenados, cuadrantes y los signos de cada uno.



4. Analice los signos de los siguientes pares ordenados del cuadro de la izquierda y escriba en el cuadro de la derecha el literal que corresponde al respectivo cuadrante del plano cartesiano donde se deberán graficar.

PAR ORDENADO
a) (-6 ; 7)
b) (-5 ; -4)
c) (4 ; -8)
d) (6 ; 9)

CUADRANTE
() Primero
() Segundo
() Tercero
() Cuarto

5. Resuelva la siguiente ecuación:
 $2x + 5 = 9$

Anexo 7

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CAÑIZARES” PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas MODULO: No. 2 BLOQUE: Numérico, Relaciones y Funciones NIVEL: Básica Superior DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea TEMA: 2.1. Prerrequisitos: Puntos en el plano cartesiano. Ecuaciones de primer grado.	N° DE HORAS CLASE: 2 DURACION DE LA CLASE: 45 minutos FECHA: día/mes/año AÑO: Décimo de Básica PARALELOS: A y B	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
OBJETIVOS DE LA CLASE: Prerrequisitos: a. Plano cartesiano <ul style="list-style-type: none"> - Conocer los elementos y características del plano cartesiano. - Graficar puntos en el plano cartesiano b. Ecuaciones de primer grado <ul style="list-style-type: none"> - Conocer los elementos, características y propiedades de las ecuaciones de primer grado. - Resolver ecuaciones de primer grado aplicando propiedades y procesos algebraicos. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Demostrar eficacia, eficiencia, contextualización, respeto y capacidad de transferencia al aplicar el conocimiento científico en la solución y argumentación de problemas por medio del uso flexible de las reglas y modelos matemáticos para comprender los aspectos, conceptos y dimensiones matemáticas.		

RELACION ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	INDICADORES DE EVALUACION	EVALUACION TECNICA/ INSTRUMENTO
<p>Plano cartesiano. Graficar puntos en el plano cartesiano.</p>	<p>Plano cartesiano. Elementos, par ordenado, Graficación de puntos en el plano cartesiano, Identificación de coordenadas de puntos en el plano cartesiano.</p>	<p>PLANO CARTESIANO ANTICIPACIÓN: Necesidad de ubicar puntos en el plano cartesiano y determinar las coordenadas de puntos expresados en él. Revisión de conceptos de recta numérica y graficación de puntos. Reflexión: ¿Cómo se pueden graficar puntos en el plano cartesiano? Lluvia de ideas.</p>	<p>Pizarra de Materiales de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i>, Libro del estudiante. Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la materia Cuaderno</p>	<p>Plano cartesiano. Construye conceptos. Identifica elementos del plano cartesiano. Grafica puntos. Identifica coordenadas de puntos en el plano cartesiano.</p>	<p>Técnica: Trabajo grupal. Instrumento: Hoja de trabajo. Actividad 1. (Evaluación de desempeño)</p>
<p>Ecuaciones. Aplicar y demostrar procesos algebraicos por medio de la resolución de ecuaciones de primer grado para desarrollar un razonamiento lógico matemático.</p>	<p>Ecuaciones. Grado, elementos, procesos de resolución Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Procesos de resolución.</p>	<p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO: Concepto de plano cartesiano como elemento para la graficación de pares ordenados. Elementos: ejes, signos, cuadrantes, pares ordenados. CONSOLIDACIÓN: Aplicación de procesos de graficación de pares ordenados en el plano cartesiano y determinación de las coordenadas de puntos.</p> <p>ECUACIONES DE PRIMER GRADO ANTICIPACIÓN: Necesidad de calcular los valores de la incógnita en ecuaciones de primer grado.</p>	<p>Ecuaciones de Primer Grado. Construye conceptos. Resuelve ecuaciones aplicando propiedades y procesos algebraicos.</p>	<p>Técnica: Tarea para la casa. Instrumento: Ejercicios de refuerzo: Anexo 8. Instrumento: Evaluación de seguimiento.</p>	

			<p>Calculadora</p> <p>Hoja de trabajo: Actividad 1, de la Propuesta Metodológica.</p> <p>Hoja para tarea en casa: ejercicios de refuerzo: Anexo 8.</p>	
	<p>Partir del conocimiento del concepto de ecuación y los tipos de ecuaciones de acuerdo al grado y al número de incógnitas.</p> <p>Reflexión: ¿Qué conceptos y procesos se deben conocer y aplicar para el cálculo de la incógnita en una ecuación?</p> <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> Concepto de ecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas. Proceso de resolución. Transposición de términos. Aplicación de propiedades. <p>CONSOLIDACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicación de procesos de resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita en ejercicios prácticos. 			

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA	DIRECTOR(A) DE ÁREA:	VICERRECTOR:
Firma: Fecha:	Firma: Fecha:	Firma: Fecha:



Anexo 8

PROPUESTA. Ejercicios de refuerzo

Actividad 1. Resolución de ecuaciones de primer grado.

Despeje el valor de la incógnita en las siguientes ecuaciones explicando los pasos del proceso de resolución y las propiedades aplicadas.

1. $5x = -15$	2. $2.(x+2) = 0$	3. $4 = \frac{3}{5x}$	4. $\frac{5}{2x} = 3$
5. $\frac{6}{5} = \frac{8x}{3}$	6. $5x-4 = -1$	7. $\frac{5+x}{3} = 2$	8. $3x-1 = 0$
9. $\frac{4}{3x-2} = \frac{2}{2x+1}$	10. $x-6 = -\frac{3}{2}$	11. $\frac{3}{2x} = -\frac{5}{4}$	12. $\frac{1}{2} = \frac{2x-3}{5}$
13. $\frac{2x}{5} = \frac{3}{4}$	14. $5.(2x-1) = x$	15. $6x-2=2.(3x-1)$	16. $2.(x-3) = \frac{3}{4}$

Anexo 9

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CAÑIZARES” PLAN DE CLASE
---------------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas		N° DE HORAS CLASE: 2	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
MODULO: No. 2	DURACIÓN DE LA CLASE: 45 minutos		
BLOQUE: Numérico. Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año		
NIVEL: Básica Superior	AÑO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B	
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea			
TEMA: 2.2. Prerrequisitos: Lenguaje algebraico. Relaciones de dependencia entre magnitudes. Relaciones entre conjuntos.			
OBJETIVOS DE LA CLASE:			
Prerrequisitos			
<ul style="list-style-type: none"> - Transformar expresiones de lenguaje común a algebraico y viceversa. - Conocer los elementos y características de una relación de dependencia entre magnitudes. - Conocer los elementos y características de una relación entre conjuntos. 			
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Crear modelos matemáticos, con el uso de todos los datos disponibles, para la resolución de ejercicios y problemas de la vida cotidiana.			

RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACION	TECNICA/ INSTRUMENTO
Utilizar e interpretar correctamente el lenguaje común y el algebraico dentro de las matemáticas.	Utilización del lenguaje común y algebraico dentro de las matemáticas. Expresiones en lenguaje común y algebraico. Transformaciones.	<p><u>Lenguaje común y ALGEBRAICO:</u></p> <p>ANTICIPACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Partir de la necesidad de utilizar correctamente el lenguaje común y el algebraico dentro de las matemáticas. Revisión de simbología, signos y expresiones utilizadas en las operaciones algebraicas básicas. Reflexión: ¿Cómo se transforman correctamente enunciados expresados en lenguaje común al algebraico y viceversa? Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</p> <p>En base a ejercicios propuestos, construcción del proceso de transformación de expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa. Utilización de la simbología apropiada.</p> <p>CONSOLIDACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicación en ejercicios de los procesos de transformación de expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa. <p>RELACIONES DE DEPENDENCIA ENTRE MAGNITUDES</p> <p>ANTICIPACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Partir de la necesidad de conocer las características de una relación de dependencia entre magnitudes. 	Pizarra de Materiales de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i> , Libro del estudiante, Primera edición.	<p>Lenguaje común y algebraico:</p> <p>Utiliza adecuadamente el lenguaje común y el algebraico al realizar ejercicios de transformación.</p> <p>Relaciones de dependencia entre magnitudes:</p> <p>Construye conceptos Identifica variables. Construye ejemplos de relaciones de dependencia entre magnitudes.</p> <p>Relaciones entre conjuntos:</p> <p>Construye conceptos. Expresa características, identifica elementos. Expresa y realiza</p>	<p>Técnica:</p> <p>Trabajo grupal:</p> <p>Instrumento:</p> <p>Hoja de trabajo: Actividad 2. (Evaluación de desempeño)</p> <p>Instrumento:</p> <p>Evaluación de seguimiento.</p>
Identificar variables dentro de las relaciones de dependencia entre magnitudes.	Relaciones de dependencia entre magnitudes. Conceptos Elementos: Variables independiente y dependiente.	Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación.	Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas.	<p>Relaciones entre conjuntos:</p> <p>Construye conceptos. Expresa características, identifica elementos. Expresa y realiza</p>	Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación.
Identificar elementos de una relación entre conjuntos y expresar en los distintos registros de representación.	Relaciones entre conjuntos. Concepto, características, elementos, registros de representación.	Apuntes de la materia Cuaderno Calculadora	Apuntes de la materia Cuaderno Calculadora	<p>Relaciones entre conjuntos:</p> <p>Construye conceptos. Expresa características, identifica elementos. Expresa y realiza</p>	Apuntes de la materia Cuaderno Calculadora

<ul style="list-style-type: none">. Revisión de magnitudes que poseen relaciones de dependencia entre sí.. Reflexión: ¿Cómo identificar las relaciones de dependencia entre magnitudes? Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO: En base a ejercicios propuestos, identificación de características de una relación de dependencia entre magnitudes. Determinación de elementos: variables. Identificación de tipos de variables: independiente y dependiente. Proposición de ejemplos de relaciones de dependencia para determinar las variables.</p> <p>CONSOLIDACIÓN: . Aplicación del proceso de determinación de variables en relaciones de dependencia. . Proposición de nuevos ejemplos de relaciones de dependencia entre magnitudes.</p> <p>RELACIONES ENTRE CONJUNTOS</p> <p>ANTICIPACIÓN: . Necesidad de conocer las características de una relación entre conjuntos. . Revisión de conocimientos previos: conjuntos. Registros de representación más utilizados. . Reflexión: ¿Cómo expresar una relación de conjuntos? Lluvia de ideas.</p> <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO: En base a ejemplos identificar las características de una relación entre conjuntos. Determinación de elementos: Dominio, rango.</p>	Hoja de trabajo: Actividad 2, de la Propuesta Metodológica.	transformaciones de relaciones entre conjuntos entre los diferentes registros de representación.	

			<p>Expresión de las relaciones entre conjuntos en los distintos registros: verbal, tabular, diagramas sagitales.</p> <p>CONSOLIDACION: . Resolución de ejercicios y problemas aplicando el proceso de determinación de elementos, características de la relación entre conjuntos y graficación en los distintos registros de representación.</p>		
--	--	--	--	--	--

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
<p>DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>DIRECTOR(A) DE AREA:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>VICERRECTOR:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>

Anexo 10

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CANIZARES” PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 3	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
MODULO: No. 2	DURACION DE LA CLASE: 45 minutos	
BLOQUE: Numérico, Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año	
NIVEL: Básica Superior	AÑO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea		
TEMA: 2.3. Relaciones funcionales		
OBJETIVOS DE LA CLASE:		
<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las condiciones que debe cumplir una relación funcional. - Identificar características de las funciones lineal, afín y constante. - Expresar las funciones lineales en los distintos registros semióticos. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Reconocer una función lineal por medio del análisis de su tabla de valores, gráfico o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros para comprender y predecir variaciones constantes.		

RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACIÓN	TECNICA/ INSTRUMENTO
Determinar la ecuación de una función lineal si su tabla de valores, su gráfico o dos puntos de ésta son conocidos.	Relación funcional. Características. Elementos de una relación funcional: Variables, tipos de variables variables (independiente, dependiente). Tipos de funciones: lineal, afín y constante. Función no lineal.	<p>ANTICIPACIÓN Necesidad de expresar mediante los distintos registros de representación situaciones de la vida real donde existan relaciones funcionales.</p> <p>Partir de las características de la relación entre conjuntos, y los elementos básicos, es decir el dominio y rango. Además considerar los tipos de variables identificadas en una relación de dependencia entre magnitudes.</p> <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO: . Establecer las condiciones que debe cumplir una relación para que se considere una función. . Identificación de elementos y características de las funciones: lineal, afín y constante a partir de ejercicios y problemas de la vida real y construcción de los conceptos básicos. Determinación de los distintos registros de representación y los principales rasgos en cada tipo de función. . Identificación de características de una función no lineal a partir de problemas, para afianzar los conocimientos.</p>	Pizarra Materiales de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i> , Libro del estudiante, Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la materia Cuaderno Calculadora	Construye conceptos. Identifica elementos y características de cada tipo de función presentes en los registros semióticos. Identifica datos en los problemas planteados. Construye los distintos registros de representación de acuerdo a los datos. Construye el modelo matemático (expresión algebraica) que representa al problema.	<p>Técnica: Trabajo grupal. Instrumento: Hoja de trabajo 3. (Evaluación de desempeño)</p> <p>Técnica: Tarea para la casa. Instrumento: Ejercicios de Refuerzo. Anexo 11.</p> <p>Instrumento: Evaluación de seguimiento.</p>

		<p>CONSOLIDACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> . Aplicación de conceptos y elementos de funciones: lineal, afín y constante en ejercicios y problemas. . Planteamiento de nuevos problemas a partir de los conceptos de funciones estudiados. 	<p>Hoja de trabajo: Actividad 3 de la Propuesta Metodológica.</p> <p>Hoja para tarea en casa: ejercicios de refuerzo: Anexo 11.</p>		
--	--	--	---	--	--

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
<p>DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>DIRECTOR(A) DE AREA:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>VICERRECTOR:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>

Anexo 11**PROPUESTA. Ejercicios y problemas de refuerzo.****Actividad 3. Relaciones funcionales.**

1. Grafique los siguientes puntos en el plano cartesiano, escriba las coordenadas en el gráfico y una con una línea. $P1 = (-4,4)$ $P2 = (6,-1)$

a) Señale en el gráfico los interceptos con los ejes y escriba las coordenadas de cada uno.

Señale con una X la respuesta correcta:

b) De acuerdo al gráfico: la recta que se ha formado es:
Creciente: Decreciente: Constante:

c) La pendiente de la recta es:
Positiva: Negativa: Nula:

d) El gráfico representa a una función:
Lineal: Afín: Constante:

2. Un automóvil Chevrolet Aveo del año 2016 rinde 14 Km/l de gasolina (dentro de la ciudad). Si la distancia de la casa de Pedro a su trabajo es de 7 Km.

a) Escriba el nombre de las variables que intervienen en el problema.

Variable independiente.

Variable dependiente.

b) Qué cantidad de combustible gastará Pedro:

- En 1 día:

- En 3 días:

- En 5 días:

- En 15 días:

c) Si se asigna con x a los Kilómetros recorridos y y a los litros de gasolina, realice una tabla de valores, exprese los pares ordenados obtenidos y grafique en el plano cartesiano.

d) Encuentre la relación que existe entre los Kilómetros recorridos y la cantidad de combustible gastado.



- e) ¿La relación entre las variables a qué función corresponde? ¿Por qué?
- f) Construya la expresión algebraica que responda al problema.
- g) Plantee un problema en donde se pueda trabajar con este tipo de función.

3. El peso promedio de un recién nacido es de 3200 gr Durante las seis primeras semanas aumenta 140 gr. por semana.

- a) ¿Qué variables intervienen en el problema?
Variable independiente:
Variable dependiente:
- b) Construya un modelo matemático (expresión algebraica) que responda al problema.
- c) Calcule el peso al final de la primera, segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta semana. (Tabla de valores) y obtenga los pares ordenados.
- d) Grafique los pares ordenados en el plano cartesiano.
- h) Señale con una x la respuesta correcta. El modelo corresponde a una función:

Lineal	Afín	Constante
--------------	------------	-----------------

- i) Plantee un problema en donde se pueda trabajar con este tipo de función.

4. Cuando se toma un taxi, la base de la tarifa del taxímetro durante el día es \$1,50. Si a los cinco minutos de recorrido marca \$2,00.

- a) Construya la expresión algebraica.
- b) Realice una tabla de valores para calcular el costo a los 10, 15 y 20 minutos de recorrido.
- c) Realice un diagrama sagital: Señale el dominio y el rango.
- d) Realice un gráfico ubicando las variables que intervienen en el problema.
- e) Analice las características e indique qué tipo de función es.

5. Un atleta recorre diariamente 6 Km.

- a) Realice una tabla de valores con el recorrido del primero, quinto, octavo y décimo día.
- b) Exprese mediante un gráfico.
- c) Encuentre la expresión algebraica que se aplicaría a este problema.
- j) El modelo corresponde a una función:

Lineal	Afín	Constante
--------------	------------	-----------------

- k) Plantee un problema en donde se pueda trabajar con este tipo de función.

Anexo 12

Logo institucional	<p align="center">ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CAÑIZARES”</p> <p align="center">PLAN DE CLASE</p>		
ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 2		
MÓDULO: No. 2	DURACIÓN DE LA CLASE: 45 minutos		AÑO LECTIVO 2015 - 2016
BLOQUE: Numérico, Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año		
NIVEL: Básica Superior	AÑO: Décimo de Básica		PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea			
TEMA: 2.4. Transformaciones entre registros de representación			
<p>OBJETIVOS DE LA CLASE:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Expresar funciones lineales en los distintos registros semióticos. - Interpretar la información dada en cada registro de representación semiótica. - Realizar transformaciones entre los diferentes registros de representación. 			
<p>OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Reconocer una función lineal por medio del análisis de su tabla de valores, gráfico o ecuación y conociendo uno de los tres modelos anteriores, determinar los otros para comprender y predecir variaciones constantes.</p>			

RELACION ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACION	TECNICA/ INSTRUMENTO
Determinar la ecuación de una función lineal si su tabla de valores, su gráfico o dos puntos de ésta son conocidos.	Características de los registros de representación de funciones. Expresión de funciones en los registros de representación y transformación entre registros.	<p>ANTICIPACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> Necesidad de expresar funciones en los distintos registros semióticos y realizar transformaciones entre los registros. Registros de representación semiótica conocidos por los estudiantes. Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> Revisión de las características de cada registro de representación semiótica. Establecimiento de conexiones entre las características de los elementos identificados en cada uno de los registros con procesos lógicos de construcción de conceptos en base a los prerrequisitos y a las conexiones con nuevos conceptos mediante el uso adecuado del sistema de signos y símbolos que sirven de enlace y con la utilización del lenguaje adecuado. Identificación e interpretación de la información presente en los distintos registros semióticos obtenida de ejercicios y problemas propuestos para poder realizar las transformaciones entre ellos. <p>CONSOLIDACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicación del conocimiento de los conceptos y características de los registros de 	Pizarra de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i> , Libro del estudiante, Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la materia. Calculadora	<p>Constuye conceptos. Determina características de los distintos registros semióticos. Interpreta la información de los distintos registros semióticos. Expresa funciones en los distintos registros semióticos. Realiza transformaciones entre los registros semióticos.</p>	<p>Técnica: Trabajo en pares. Instrumento: Hoja de trabajo 4. (Evaluación de desempeño)</p> <p>Evaluación de seguimiento.</p>

	representación en la resolución de ejercicios y problemas donde se pueden extraer datos, interpretar la información y realizar transformaciones a los distintos registros.	Hoja de trabajo 4, de la Propuesta Metodológica.	
--	--	--	--

BIBLIOGRAFIA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA	DIRECTOR(A) DE AREA:	VICERRECTOR:
Firma:	Firma:	Firma:
Fecha:	Fecha:	Fecha:

Anexo 13

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACION BASICA "MANUELA CAÑIZARES" PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 1	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
MÓDULO: No. 2	DURACIÓN DE LA CLASE: 45 minutos	
BLOQUE: Numérico. Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año	
NIVEL: Básica Superior	AÑO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arg. Gioconda Vintimilla Zea		
TEMA: 2.5. Tipos de rectas. Monotonía. Introducción a la pendiente de una recta		
OBJETIVOS DE LA CLASE: <ul style="list-style-type: none"> - Conocer los tipos de rectas, así como sus características. - Introducir el concepto de pendiente de una recta. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana.		

RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACIÓN	TÉCNICA/ INSTRUMENTO
<p>Evaluar si una función lineal es creciente o decreciente en base a su tabla de valores, gráfico o ecuación.</p>	<p>Rectas creciente, decreciente, constante. Monotonía de una función. Introducción a la pendiente de una recta.</p>	<p>ANTICIPACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Partir de los conocimientos previos: características y elementos del registro gráfico de una función lineal, afín y constante. Reflexión: ¿De qué depende la inclinación de una recta? Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identificación de las características de los distintos tipos de rectas: Creciente, decreciente y constante, además de las condiciones que debe tener una función para ser monótona. En base a la interpretación de la información de representación gráfica de ejercicios propuestos, establecer las características de los gráficos en relación a la inclinación con respecto a la horizontal. Introducción al concepto de pendiente de una recta en base al análisis de la variación de valores en los ejes de ordenadas y abscisas en gráficos de funciones en el plano cartesiano. 	<p>Pizarra Materiales de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i>, Libro del estudiante, Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la</p>	<p>Constuye conceptos. Identifica características y elementos de las rectas creciente, decreciente y constante de acuerdo al registro gráfico. Identifica condiciones de una función para que sea monótona. Comprende la relación existente entre la variación de valores en los ejes de ordenadas y abscisas en gráficos de rectas en el plano cartesiano.</p>	<p>Técnica: Trabajo individual. Instrumento: Hoja de trabajo: Actividad 5. (Evaluación de desempeño).</p> <p>Evaluación de seguimiento.</p>

			<p>CONSOLIDACIÓN: . Aplicación de conocimientos de tipos de rectas en la resolución y proposición de ejercicios y problemas.</p>	<p>materia. Cuaderno Calculadora Hoja de trabajo de la 5. Propuesta Metodológica.</p>		
--	--	--	--	---	--	--

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
<p>DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>DIRECTOR(A) DE AREA:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>VICERRECTOR:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>

Anexo 14

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA "MANUELA CAÑIZARES" PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 2	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
MODULO: No. 2	DURACION DE LA CLASE: 45 minutos	
BLOQUE: Numérico. Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año	
NIVEL: Básica Superior	AÑO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea		
TEMA: 2.6. Interceptos de una recta. Pendiente		
OBJETIVOS DE LA CLASE:		
<ul style="list-style-type: none"> - Conocer los interceptos de una recta - Determinar la pendiente de una recta - Identificar el valor de la pendiente y los interceptos en funciones lineales. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana.		

RELACION ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDACTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACION	TECNICA/ INSTRUMENTO
Determinar la pendiente de una recta y constrostrar con las características de la representación gráfica y el valor de m en la representación algebraica.	Interceptos. Ecuación de la recta y pendiente.	<p>ANTICIPACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conocimientos previos: Realizar la revisión de las características de la inclinación de la recta respecto a la horizontal y la relación con la expresión gráfica de las funciones lineal, afín y constante. Reflexión: ¿Cómo se puede calcular la inclinación de una recta con respecto a la horizontal? Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> En base a ejercicios propuestos, identificar los puntos de corte de los distintos tipos de funciones con los ejes cartesianos, determinándose los interceptos y sus coordenadas. En base al análisis de la representación gráfica de las rectas obtenidas y los interceptos se construirá la ecuación de la recta. Comparar los resultados obtenidos de la pendiente con el valor del coeficiente de la variable independiente en el registro algebraico. Contrastar los signos de la pendiente con la inclinación de las rectas y clasificar en rectas crecientes, decrecientes y constantes. 	<p>Pizarra de Materiales</p> <p>Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i>, Libro del estudiante, Primera edición.</p> <p>Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación.</p> <p>Apuntes de la materia</p> <p>Cuaderno</p>	<p>Construye conceptos.</p> <p>Grafica rectas en el plano cartesiano e identifica interceptos.</p> <p>Calcula la pendiente de rectas; Identifica el tipo de rectas de acuerdo al signo de la pendiente.</p> <p>Identifica las características de la pendiente y el signo, de acuerdo a la expresión gráfica y algebraica de una función.</p>	<p>Técnica: Trabajo grupal.</p> <p>Instrumento: Hoja de trabajo: Actividad 6. (Evaluación de desempeño)</p> <p>Instrumento: Evaluación de seguimiento.</p>

		<p>APLICACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> . Aplicación de conceptos en el cálculo de la pendiente de la recta. . Emitir conclusiones sobre la pendiente, signos y la identificación de características de la función en el registro algebraico y gráfico. 	<p>Calculadora</p> <p>Hoja de trabajo 6, de la Propuesta Metodológica.</p>	
--	--	--	--	--

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
<p>DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>DIRECTOR(A) DE AREA:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>	<p>VICERRECTOR:</p> <p>Firma:</p> <p>Fecha:</p>

Anexo 15

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CAÑIZARES” PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 2	ANO LECTIVO 2015 - 2016
MODULO: No. 2	DURACION DE LA CLASE: 45 minutos	
BLOQUE: Numérico. Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año	
NIVEL: Básica Superior	ANO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea		
TEMA: 2.7. Pendiente de una recta. Pendiente de rectas perpendiculares y paralelas		
OBJETIVOS DE LA CLASE: <ul style="list-style-type: none"> - Calcular la pendiente de distintos tipos de rectas. - Conocer las características de la pendiente de rectas perpendiculares y paralelas. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE Aplicar el patrón de la función lineal y sus valores relevantes en la resolución de problemas de la vida cotidiana.		

RELACION ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACION	TECNICA/ INSTRUMENTO
Determinar la pendiente de rectas paralelas y perpendiculares y contrastar el valor y signo de m con la representación algebraica y gráfica.	Pendiente en rectas paralelas. Pendiente en rectas perpendiculares.	<p>ANTICIPACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> Necesidad de calcular la pendiente en rectas perpendiculares y paralelas. Partir de los conocimientos previos de: <ul style="list-style-type: none"> Inclinación de una recta. Cálculo de la pendiente de una recta. Fórmula utilizada. Geometría: concepto de rectas paralelas y perpendiculares. <p>Reflexión: ¿Qué características deberá tener la pendiente de dos rectas paralelas? ¿Qué características deberá tener la pendiente de dos rectas perpendiculares? Lluvia de ideas.</p> <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicar el concepto de pendiente en el cálculo del valor de la misma con dos puntos conocidos de la recta, determinar el signo y el tipo de recta (creciente, decreciente, constante). En base a ejercicios propuestos de rectas perpendiculares y paralelas (registro algebraico), calcular los interceptos y realizar la representación gráfica, calcular el valor de la pendiente y comparar con las características de m en el registro algebraico. 	Pizarra Materiales de escritorio Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i> , Libro del estudiante, Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la materia. Cuaderno	Construye conceptos. Identifica características de la pendiente en rectas paralelas y perpendiculares. Calcula la pendiente. Construye modelos matemáticos a partir de características de la pendiente de rectas.	<p>Técnica: Trabajo grupal.</p> <p>Instrumento: Hoja de trabajo: actividad 7. (Evaluación de desempeño) Evaluación de seguimiento.</p>

			Calculadora Hoja de trabajo: actividad 7 de la Propuesta Metodológica.	
	<p>Construir el concepto de rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>APLICACION:</p> <ul style="list-style-type: none"> . Aplicación del concepto de pendiente de rectas paralelas y perpendiculares en la resolución de ejercicios. . Aplicación concepto de pendiente en rectas paralelas y perpendiculares en la construcción de nuevos modelos matemáticos (representación algebraica) con características específicas. 			

BIBLIOGRAFIA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO		VALIDADO		VISTO BUENO	
DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA		DIRECTOR(A) DE AREA:		VICERRECTOR:	
Firma:	Firma:	Firma:	Firma:	Firma:	Firma:
Fecha:	Fecha:	Fecha:	Fecha:	Fecha:	Fecha:

Anexo 16

Logo institucional	ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA “MANUELA CAÑIZARES” PLAN DE CLASE
--------------------	--

ASIGNATURA: Matemáticas	N° DE HORAS CLASE: 2	AÑO LECTIVO 2015 - 2016
MODULO: No. 2	DURACION DE LA CLASE: 45 minutos	
BLOQUE: Numérico, Relaciones y Funciones	FECHA: día/mes/año	
NIVEL: Básica Superior	ANO: Décimo de Básica	PARALELOS: A y B
DOCENTE: Arq. Gioconda Vintimilla Zea		
TEMA: 2.8: Interceptos. Pendiente. Ecuación de la recta		
OBJETIVOS DE LA CLASE: <ul style="list-style-type: none"> - Identificar coordenadas de los interceptos de una recta. - Calcular la pendiente de una recta. - Construir la ecuación de una recta. 		
OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA QUE TIENEN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS DE LA CLASE: Crear modelos matemáticos, con el uso de todos los datos disponibles, para la resolución de problemas de la vida cotidiana.		

RELACIÓN ENTRE LOS COMPONENTES CURRICULARES

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y/O ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS DIDÁCTICOS	EVALUACION	
				INDICADORES DE EVALUACIÓN	TÉCNICA/ INSTRUMENTO
Determinar la ecuación de una función lineal si su tabla de valores, si gráfico o dos puntos de esta función son conocidos.	Construcción de la ecuación de una recta.	<p>ANTICIPACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Partir de la necesidad de construir la ecuación de la recta. Conocimientos previos: Elementos y características de la ecuación de la recta: m (valor de la pendiente) y b (valor de la ordenada de y intercepto). Fórmula de la pendiente de la recta. Fórmula de la ecuación de la recta. Reflexión: ¿Con qué datos se puede construir la ecuación de la recta? Lluvia de ideas. <p>CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO:</p> <ul style="list-style-type: none"> En ejercicios propuestos, partiendo de la fórmula de la pendiente se puede construir la ecuación de la recta a partir de: <ol style="list-style-type: none"> Un punto y la pendiente. La ordenada en el origen y la pendiente. Dos puntos de la recta. Pueden ser los interceptos. Datos de la expresión gráfica de la función. <p>APLICACIÓN:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicación del concepto y los elementos del registro algebraico y gráfico de una función para la construcción de la ecuación de la recta. 	Pizarra de Materiales escrito de Texto guía: Ministerio de Educación del Ecuador, (2011) <i>Matemática 10</i> , Libro del estudiante, Primera edición. Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones del Ministerio de Educación. Apuntes de la materia Cuaderno Calculadora	Construye conceptos. Interpreta información de los registros semióticos. Construye la ecuación de la recta a partir de datos: <ol style="list-style-type: none"> Un punto y la pendiente La ordenada en el origen y la pendiente. Dos puntos de la recta. Pueden ser los interceptos. Datos de la expresión gráfica de la función. 	<p>Técnica: Trabajo grupal</p> <p>Instrumento: Hoja de trabajo: Actividad 8 (Evaluación de desempeño).</p> <p>Instrumento: Evaluación de seguimiento.</p> <p>Evaluación final del impacto de la propuesta metodológica.</p>

			Hoja de trabajo: Actividad 8, de la Propuesta Metodológica.	
--	--	--	--	--

BIBLIOGRAFÍA:

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Matemática 10 de acuerdo al nuevo currículo de la Educación General Básica, Texto para estudiantes*, Quito: EDITOGRAN S.A.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2012). *Recursos Didácticos para Primer Año de Bachillerato. Matemáticas. Bloque 1: Números y Funciones*, Subsecretaría de Fundamentos Educativos, Dirección Nacional de Currículo.

ELABORADO	VALIDADO	VISTO BUENO
DOCENTE: ARQ. GIOCONDA VINTIMILLA	DIRECTOR(A) DE ÁREA:	VICERRECTOR:
Firma:	Firma:	Firma:
Fecha:	Fecha:	Fecha:



Anexo 17

Investigación: “Desarrollo de la comprensión de los conceptos de funciones lineales en los estudiantes de Décimo Año de Educación Básica: Propuesta metodológica”.

Instrumento de evaluación del impacto de la Propuesta Metodológica

Dirigida a los estudiantes.

Fecha:	Edad:	Sexo:
---------------------	--------------------	--------------------

Primera parte. Comprensión de los prerrequisitos del estudio de Funciones Lineales (P).

Objetivo:

- Identificar el grado de comprensión de lenguaje matemático y prerrequisitos y del tema de Funciones Lineales.

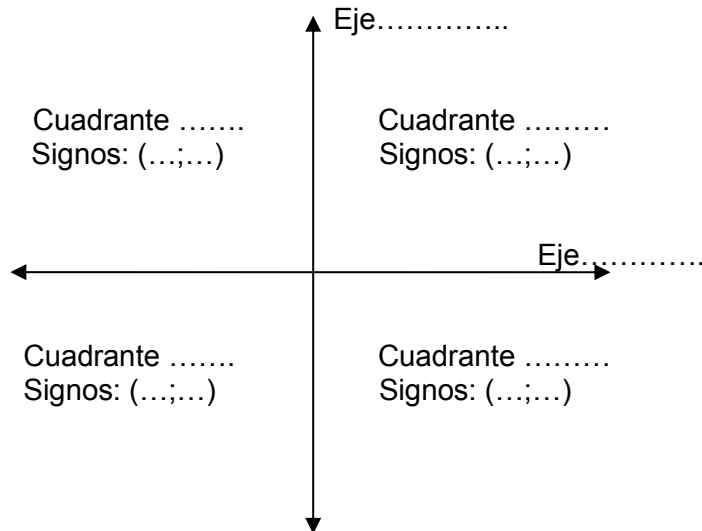
Segunda parte. Comprensión (C) y aplicación (A) de los conceptos de Funciones Lineales.

Objetivos:

- Identificar el nivel de conocimiento del lenguaje y los conceptos básicos del tema de Funciones Lineales.
- Conocer si los estudiantes identifican una Función Lineal desde sus diferentes registros de representación.
- Conocer si los estudiantes representan una Función Lineal en los diferentes registros de representación.
- Conocer si los estudiantes realizan transformaciones de una Función Lineal entre sus diferentes registros.
- Conocer si los estudiantes aplican correctamente los conceptos de Funciones lineales en ejercicios.

Primera parte

1. En el siguiente plano cartesiano identifique sus componentes y llene los espacios con los nombres de los ejes coordenados, cuadrantes y los signos de cada uno.



2. Analice los signos de los siguientes pares ordenados del cuadro de la izquierda y escriba en el cuadro de la derecha el literal que corresponde al respectivo cuadrante del plano cartesiano donde se deberán graficar.

PAR ORDENADO
e) (-3 ; +8)
f) (-1 ; -6)
g) (7 ; -4)
h) (8 ; 3)

CUADRANTE
() Primero
() Segundo
() Tercero
() Cuarto

3. Resuelva la siguiente ecuación:

$$4x + 5 = 8 - 2x$$

4. Expresar los siguientes enunciados en lenguaje algebraico:

- a. Pablo tiene el doble de dinero que José.....
 b. El sueldo de Ana es la mitad del de Yolanda más \$100

5. Transforme los siguientes enunciados expresados en lenguaje algebraico a lenguaje común:

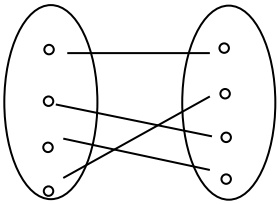
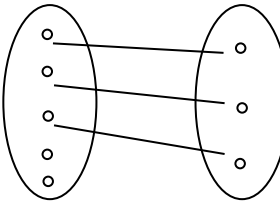
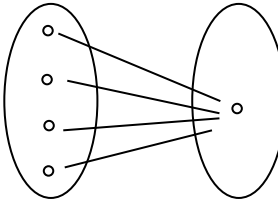
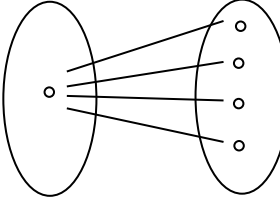
- a. $y = 3-4x$
 b. $y = 5$

Segunda parte

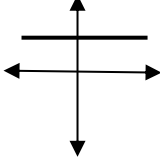
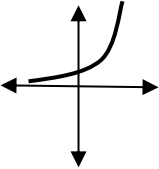
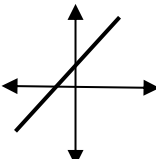
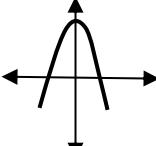
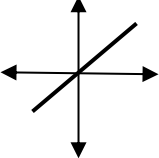
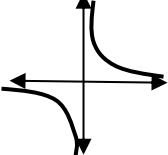
6. Revise los siguientes conceptos con sus elementos constitutivos y subraye el que corresponde a una Función. (C)

- a. Es la relación entre dos conjuntos.
- b. Es la relación entre dos conjuntos, donde a cada elemento del primer conjunto, le corresponde un único elemento en el segundo conjunto.
- c. Es cualquier subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

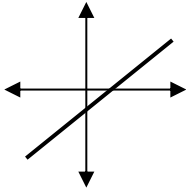
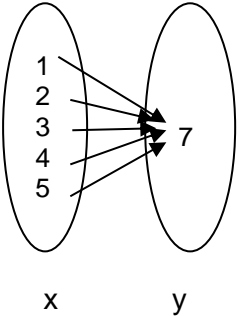
7. Recuerde las características de una función, analice los siguientes gráficos expresados en diagramas sagitales, y marque con una X dependiendo si corresponden o no a relaciones funcionales. (C)

 <p style="text-align: center;">x y</p>	 <p style="text-align: center;">x y</p>
Si..... No.....	Si..... No.....
 <p style="text-align: center;">x y</p>	 <p style="text-align: center;">x y</p>
Si..... No.....	Si..... No.....

8. De acuerdo las características de los términos de las funciones expresadas en forma algebraica de la columna de la izquierda, marque en la columna de la derecha el literal que corresponde con las características del gráfico correspondiente. (A)

FUNCIÓN EXPRESIÓN ALGEBRAICA	CARACTERÍSTICAS
a) $y = -x^2 - 2x + 3$	(...) Función constante. Gráfico: recta paralela al eje X. 
b) $y = x/2$	(...) Función exponencial. 
c) $y = 2x + 1$	(...) Función afín. Gráfico: recta inclinada desplazada del origen 
d) $y = 3^x$	(...) Función cuadrática. Gráfico en forma de parábola 
e) $y = 2/x$	(...) Función lineal. Gráfico en forma de línea recta que pasa por el origen. 
f) $y = -5$	(...) Función inversa. Gráfico en forma de hipérbola. 

9. Analice las formas de expresión de una función expresadas en la columna de la izquierda y marque en la columna de la derecha el literal correspondiente. (A)

FUNCIÓN	EXPRESIÓN DE UNA FUNCIÓN										
<p>a)</p> <table border="1" data-bbox="300 555 549 734"> <tr> <td>x</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>-2</td> </tr> </table>	x	y	2	4	1	2	0	0	-1	-2	<p>(...) Expresión gráfica</p>
x	y										
2	4										
1	2										
0	0										
-1	-2										
<p>b)</p> 	<p>(...) Expresión tabular</p>										
<p>c)</p> 	<p>(...) Expresión algebraica</p>										
<p>d)</p> $y = 2x - 3$	<p>(...) Expresión en diagramas sagitales</p>										

10. Lea los siguientes enunciados e indique si pueden expresarse como una función. (A)



- a. Si un helado cuesta \$1,20; dos helados costarán \$2,40 y seis costarán $6x(\$1,20)$.

SI	NO
----------	----------

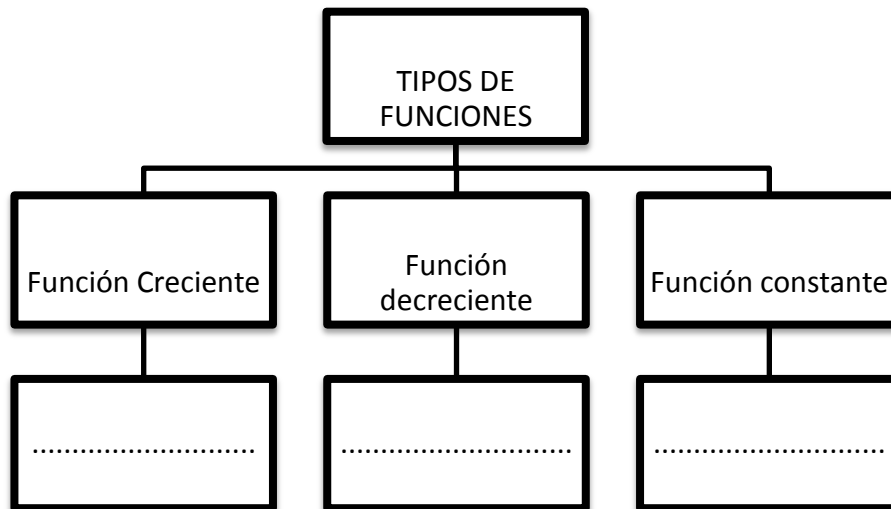
- b. Carlos se subió al bus y le robaron el celular que le costó \$200.

SI	NO
----------	----------

- c. Viajo de Cuenca a Loja y a los 80 Km de distancia tengo una velocidad de 70 kilómetros por hora. En los siguientes 30 Km, mantengo la velocidad de 70 Kilómetros por hora.

SI	NO
----------	----------

11. Complete el siguiente organizador gráfico con el signo de la pendiente de los siguientes tipos de funciones. (C)



12. Analice las siguientes proposiciones y marque con una X en SI, si considera que todos los elementos de la proposición son ciertas y NO, si es lo contrario. (C)

- a. Un gráfico en el plano cartesiano corresponde a una función si al trazar una recta vertical, ésta corta al gráfico en dos o más puntos.

SI	NO
----------	----------



- b. De acuerdo con el concepto básico de las funciones en el cual existe una relación de dependencia entre variables, para decir que y está en función de x , se escribe: $y = f(x)$

SI	NO
----------	----------

- c. Una función vista en la expresión algebraica es lineal cuando la variable independiente se encuentra en el numerador y su exponente es 1.

SI	NO
----------	----------

- d. En toda función “ x ” es la variable independiente y “ y ” es la variable dependiente.

SI	NO
----------	----------

- e. El dominio de una función es el conjunto de valores que puede tener la variable independiente.

SI	NO
----------	----------

- f. Toda función lineal es monótona.

SI	NO
----------	----------

- g. Si en una función expresada en forma algebraica se reemplazan los valores de x y y por 0 se obtienen los interceptos. Por lo tanto, en la expresión gráfica, los interceptos son los puntos de corte de una recta con el eje y .

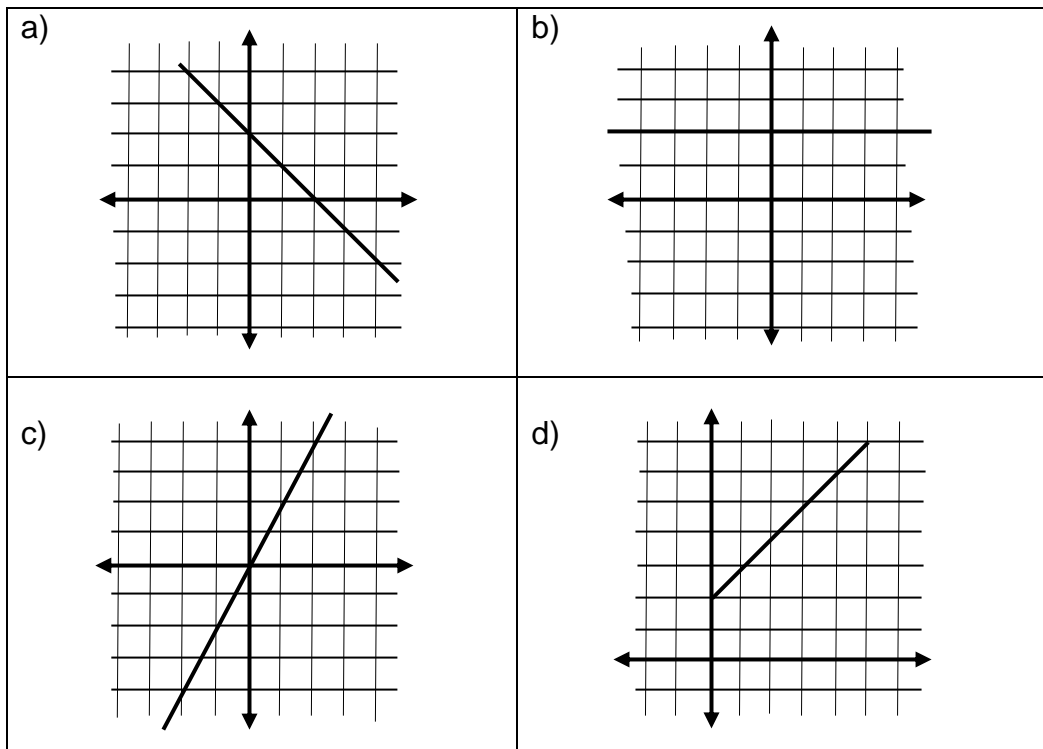
SI	NO
----------	----------

- h. La función expresada en la tabla de valores indica el recorrido diario de un estudiante al colegio, expresado en Km. Escriba la expresión algebraica.
(A)

x (día)	y (recorrido en Km)
1	4
2	4
3	4
4	4

Expresión algebraica:

i. Analice la siguiente función y encierre en un círculo el literal del gráfico que corresponde: $y = x + 2$ (A)



j. Analice los términos en los siguientes ejemplos de funciones lineales de los recuadros de la izquierda y en el recuadro de la derecha escriba el valor de la pendiente y coordenadas del punto de corte con el eje y. (A)

$Y = 5x - 3$	Pendiente: Coordenadas del punto de corte con el eje y:
$Y = 4 - 5x$	Pendiente: Coordenadas del punto de corte con el eje y:
$Y = -6$	Pendiente: Coordenadas del punto de corte con el eje y:

k. Analice los tipos de rectas expresados en la columna de la izquierda y escriba el literal de la derecha que corresponde según las características de su pendiente. (C)

TIPOS DE RECTAS
a. Rectas paralelas
b. Rectas perpendiculares

PENDIENTE
(...) Pendientes inversas y de signos contrarios.
(...) Pendientes nulas
(...) Pendientes negativas
(...) Pendientes iguales.

