UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

“ELABORACIÓN DE UNA GUÍA Y MATERIAL DIDÁCTICO DE LA CIRCUNFERENCIA Y PARÁBOLA PARA EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA”.

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física.

AUTORES:

GALO ISRAEL ORTIZ CAMAS

NELSON ROMEO PASTUIZACA GUAMAN

DIRECTORA:

MGS. MÓNICA DEL CARMEN LLIGUAIPUMA AGUIRRE.

CUENCA - ECUADOR

2016

RESUMEN

En el capítulo uno se analiza diversos temas concernientes a algunos aspectos generales dentro de la educación, así como algunas corrientes pedagógicas que están presentes en la actualidad, también se aborda a la didáctica en general y a la didáctica de las matemáticas, la importancia de la implementación de recursos didácticos como la implementación de una guía con su correspondiente material concreto para trabajar los contenidos de esta asignatura.

El capítulo dos comprende la parte diagnóstica, en el cual se demuestra mediante la aplicación de una encuesta y su respectivo análisis, que existen dificultades en la comprensión de los contenidos de la Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola. Una alternativa para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje es la elaboración de una guía con su respectivo material concreto.

Por último en el capítulo tres se presenta la propuesta que consta de dos partes: la guía y el material didáctico como recursos auxiliares que se han creado para los temas de la circunferencia y la parábola. La guía didáctica está formada por diez prácticas que tienen el perfil de prácticas de laboratorio presentadas de una manera secuencial que indican la utilización correcta de los materiales en cada uno de los temas propuestos.

Palabras clave: Geometría Analítica, La circunferencia, La parábola, Corrientes pedagógicas, Recursos didácticos, Guía didáctica, Material concreto, Prácticas de Laboratorio.

ABSTRACT

On the First Chapter, different issues concerning general aspects in education are analyzed. In it we discuss various aspects of education, pedagogical techniques and general didactical methods including didactical approaches of teaching Math. Additionally the importance of implementing a didactical techniques guide with the specific material to work different contents of the subject is considered.

On the Second Chapter diagnostic evaluation is described. Through the analysis of an applied survey, it is demonstrated that there are difficulties in understanding the contents of Analytical Geometry specifically in Circumference and Parabola problems. The development of a guide with specific useful material is an alternative to facilitate the teaching process.

Finally on the Last Chapter the proposal is exposed. It has two main parts: the guidebook and the didactical material that have been created for the Circumference and Parabola problems as auxiliary resources. The didactical tutorial consists of ten practices that have the laboratory profile presented in a sequential manner to indicate the correct use of the materials in each of the proposed topics.

Key words: Analytic Geometry, The Circumference, The Parabola, Pedagogical methods, Didactic techniques, Didactical Tutorial, Specific Material, Laboratory practices.

ÍNDICE

Contenido

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Cláusula de propiedad intelectual

Yo, Galo Israel Ortiz Camas, autor de la tesis "Elaboración de una guía y material didáctico de la circunferencia y la parábola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 6 de mayo de 2016.

Galo Israel Ortiz Camas

C.I: 0302367701

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Cláusula de propiedad intelectual

Yo, Nelson Romeo Pastuizaca Guamán, autor de la tesis "Elaboración de una guía y material didáctico de la circunferencia y la parábola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 6 de mayo de 2016.

Nelson Romeo Pastuizaca Guamán

C.I: 0302082599

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Cláusula de Derechos de Autor

Yo, Galo Israel Ortiz Camas, autor de la tesis "Elaboración de una guía y material didáctico de la circunferencia y la parábola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor

Cuenca, 6 de mayo de 2016.

Galo Israel Ortiz Camas

C.I: 0302367701

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Cláusula de Derechos de Autor

Yo, Nelson Romeo Pastuizaca Guamán, autor de la tesis "Elaboración de una guía y material didáctico de la circunferencia y la parábola para el Laboratorio de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor

Cuenca, 6 de mayo de 2016.

Nelson Romeo Pastuizaca Guamán

C.I: 0302367701

DEDICATORIA

El presente trabajo de titulación quiero dedicar a mis padres María Camas y Víctor Ortiz por el esfuerzo y apoyo incondicional brindado durante mis estudios. También este trabajo va dedicado para mis hermanos/as por su amistad, ayuda y apoyo en todos los momentos compartidos, para Daniela por compartir conmigo momentos especiales.

Galo Ortiz

Dedico el presente trabajo a mis queridos padres Alcira y Raúl por el apoyo incondicional brindado en el proceso de mi formación personal y profesional. De igual manera a mis hermanas por sus motivaciones y momentos compartidos.

Nelson Pastuizaca

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a nuestros padres y familiares por brindarnos su apoyo incondicional, para seguir estudiando y alcanzar un peldaño más en nuestra vida profesional.

A la Universidad de Cuenca, de manera especial a la carrera de Matemáticas y Física, a nuestros estimados docentes, quienes guiaron y contribuyeron en nuestra formación académica, a nuestros compañeros por los años compartidos y las aportaciones realizadas en nuestro trabajo.

De igual manera, el sincero agradecimiento a la directora de este trabajo Mgs. Mónica Lliguaipuma, con su esfuerzo, su conocimiento, su persistencia, y su responsabilidad nos ha guiado durante todo el proceso.

LOS AUTORES

INTRODUCCIÓN

La educación en el Ecuador se ha desarrollado de manera progresiva de acuerdo a los grandes cambios que se han suscitado a nivel mundial que de alguna manera reinciden en el área educativa de la sociedad ecuatoriana, pues las mejoras científicas y tecnológicas han permitido a la sociedad en general evolucionar en las actividades personales y/o profesionales de acuerdo a los requerimientos, exigencias de aspectos como: social, cultural, político y económico del contorno en donde se desenvuelven.

El proceso educativo ha de obedecer a los cambios y exigencias que se establecen en la Reforma Curricular vigente del Ecuador tomando como pilar fundamental a la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) a nivel medio, la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES) y también apegados a las corrientes pedagógicas contemporáneas para mejorar una educación tradicional. El docente ha de garantizar una educación de calidad por los conocimientos formados y/o aprendidos en su etapa de formación y a las investigaciones continuas de las necesidades educativas requeridos por la sociedad en la actualidad, una corriente pedagógica que permite ver a la educación con otra mirada es la del constructivismo, en donde el docente debe ser un guía del proceso de enseñanza-aprendizaje y los estudiantes son quienes deben construir su propio conocimiento.

Los aportes de la didáctica en general y de la matemática enfocados en el ámbito educativo, promueven a los docentes a la búsqueda de nuevas formas, métodos, técnicas y herramientas para la enseñanza de las matemáticas, el uso e implementación de recursos didácticos son elementos que refuerzan la construcción del conocimiento de los estudiantes favoreciendo su aprendizaje.

Los docentes al implementar recursos didácticos en el proceso de la enseñanza-aprendizaje acorde al nivel de educación, contribuyen y fundamentan a los requerimientos y exigencias de la sociedad educativa, con el propósito de conseguir en los estudiantes una visión diferente de abordar los contenidos y generando espacios de enseñanza más dinámicos y flexibles desarrollando un pensamiento crítico y reflexivo.

El estudio de la Geometría Analítica presenta su grado de complejidad debido a las interpretaciones de la teoría que abarcan aspectos como: el análisis matemático, interpretación de fórmulas y un correcto lenguaje matemático, en donde el docente al utilizar recursos didácticos puede desarrollar en el estudiante un aprendizaje comprensivo basado en el razonamiento lógico e interpretación de los contenidos al relacionar la teoría con la práctica.

Para una correcta utilización de los recursos didácticos, es necesario e indispensable una guía didáctica impresa o digital en la cual se especifiquen de una manera ordenada y secuencial todos los contenidos de los temas motivo de estudio y los pasos a seguir de forma clara y precisa para ser ejecutadas a manera de prácticas de laboratorio relacionando la teoría con la práctica.

Al abordar los temas de circunferencia y la parábola mediante prácticas en el Laboratorio de Matemáticas, el proceso de enseñanza-aprendizaje se realizará de manera eficaz construyendo en los estudiantes conocimientos sólidos y desarrollando destrezas y/o habilidades capaces de solucionar problemas que se suscitan en la vida cotidiana.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1 EDUCACIÓN: ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La educación en el Ecuador ha pasado por transformaciones importantes dentro del el currículo educativo en diferentes áreas, en el ámbito de las matemáticas los docentes deben cumplir con las exigencias propuestas en la Reforma Curricular apegados a la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI). El docente en el proceso enseñanza-aprendizaje se determina como guía en la construcción del conocimiento y el estudiante como actor de un aprendizaje significativo, también el docente deberá establecer y proponer mejorar sus clases teniendo en cuenta los nuevos métodos, técnicas, estrategias, recursos y modelos pedagógicos que están vigentes en el campo de la educación.

En la Reforma Curricular se propone a los docentes impartir sus clases utilizando como base al modelo pedagógico constructivista para mejorar y complementar la construcción del conocimiento. En el Currículo Nacional está expresado como obligatoriedad que:

> Los currículos nacionales son el referente obligatorio para la elaboración o selección de textos educativos, material didáctico y evaluaciones. Además, pueden realizar propuestas innovadoras y presentar proyectos tendientes al mejoramiento de la calidad de la educación (4).

En consecuencia el docente al momento de planificar una clase debe tomar en cuenta el objetivo que pretende alcanzar con sus estudiantes en el proceso de enseñanza, por lo tanto, a más de ser un guía del aprendizaje se convierte en un investigador, innovador y creador de los mecanismos para mejorar el proceso educativo.

Las exigencias propuestas en el campo de la educación han trascendido en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, considerando al docente como un mediador de la construcción del conocimiento. El cuestionamiento que ha tenido la enseñanza en nuestro país ha generado transformaciones en la forma de dar la clase apegados a los nuevas corrientes pedagógicas como el constructivismo: paradigma de la escuela contemporánea, en la que Mazario Triana expresa*:* “El constructivismo lleva la ciencia y la investigación al aula, es decir, el aprendizaje como investigación” (7). En efecto, el docente debe organizar actividades para despertar curiosidad en el estudiante como por ejemplo: suscitando dudas e interrogantes de los conocimientos previos que poseen, también relacionando el tema con experiencias y saberes anteriores, desarrollando en el estudiante un pensamiento crítico y que sea él mismo quien mediante la investigación tenga un auto-aprendizaje, para alcanzar a edificar las destrezas con habilidades de pensamiento propios para dar soluciones a los problemas que se presentan en su proceso de aprendizaje.

Las exigencias que se plantean en la Reforma Curricular vigente a nivel medio tienen una vinculación directa con la preparación a nivel universitario, los estudiantes que se preparan en las universidades en el ámbito de la docencia deben conocer todos aquellos requerimientos modificados y planteados en el ámbito de la enseñanza y que, mediante el conocimiento formado, ellos sean capaces de implementar metas para sus estudiantes planteando objetivos claros en la elaboración de sus planificaciones de clase con una correcta organización de los conocimientos que el estudiante va adquirir y relacionando la ciencia con la vida cotidiana.

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los materiales didácticos aportan significativamente en la construcción del conocimiento, vinculan la parte teórica con la práctica generando en el estudiante un interés por aprender. “Se sugiere el uso de materiales didácticos (generalmente de tipo manipulativo o visual) como un factor importante para mejorar la calidad de la enseñanza” (Bataneo, Godino y Font 127). De esta manera los recursos didácticos que se utilicen en la enseñanza de las matemáticas deben ser facilitadores del aprendizaje, o también mediadores de la construcción del conocimiento con la finalidad de que el estudiante cuando reciba la información de la teoría pueda establecer relaciones con los objetos tangibles y por consiguiente vaya descubriendo y aprendiendo con mayor facilidad.

A través del desarrollo del presente trabajo de investigación se pretende aportar al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas implementando una guía didáctica con su respectivo material didáctico, para el Laboratorio de Matemáticas de la Carrera de Matemáticas y Física en los temas de la circunferencia y la parábola en el área de la geometría analítica, de esta manera la enseñanza por parte del docente tendrá mayor eficiencia en la construcción del conocimiento, con la finalidad de crear destrezas y/o habilidades en el estudiante para que pueda desenvolverse en su labor diaria.

Además, el conocimiento y manipulación de este recurso reforzara la preparación de los estudiantes en el manejo y elaboración de réplicas o nuevas propuestas didácticas para la enseñanza de las matemáticas en el campo de la geometría analítica.

1.2 CORRIENTES PEDAGÓGICAS CONTEMPORÁNEAS EN LA EDUCACIÓN

La acción transformadora de la educación requiere que sus actores principales como son los docentes estén apoyados en su quehacer diario en teorías desde distintos campos del saber humano, ya que solamente la experiencia no es suficiente frente a los constantes cambios y requerimientos en el orden educativo y social. La práctica docente debe ir acompañada de elementos teóricos que a partir de su realidad y su contexto puedan ser aplicables.

En el campo educativo, será entonces el docente que con una continua formación de sus conocimientos y a través de la investigación busque nuevas alternativas metodológicas que mediante su aplicación sea beneficiado el estudiante al momento de abordar una asignatura en su proceso de aprendizaje, aquellos métodos no pueden ser aplicados al azar, sino deben tener como sustento alguna corriente pedagógica que permita generar una interacción entre el docente y el estudiante para obtener una educación de calidad. Mediante la apropiación de una adecuada metodología el docente buscará mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje fuera de una educación convencional.

Según las investigaciones realizadas por Héctor Cerezo en su documento Corrientes Pedagógicas Contemporáneas expresa que:

> Las corrientes pedagógicas contemporáneas responden al reclamo social de una formación que les permita resolver problemas de diferente índole de forma autónoma, esto significa, poder enfrentar la búsqueda de soluciones, encontrar una respuesta y tener algún control sobre ésta, dado que la mayoría de los casos, los problemas que se presentan implican encontrar respuestas nuevas a preguntas nuevas. Por ejemplo, en la educación tradicional, las viejas soluciones responden de manera simplista o mecánica a las demandas sociales: a mayor número de solicitudes de ingreso de estudiantes, más instalaciones construidas, y por ende, más burocracia. Con esta lógica se sigue reproduciendo un modelo que ha mostrado su insuficiencia al concebir la enseñanza más para sí misma que para apoyar los requerimientos de formación de la sociedad, en lo general, y de cada una de las personas (1).

Las corrientes pedagógicas a través de sus expresiones conllevan a que los agentes educativos averigüen nuevas formas, métodos de llevar el proceso de enseñanza-aprendizaje de acuerdo a los requerimientos de la sociedad actual y la aplicación de los mismos para que ayuden a los estudiantes a desarrollar habilidades y destrezas para que se desenvuelvan ante la sociedad de manera efectiva.

El proceso de enseñanza-aprendizaje en la actualidad está basada esencialmente en cuatro corrientes pedagógicas como son: la Escuela Nueva, la Pedagogía Liberadora, el Paradigma Cognitivo y el Paradigma Constructivista. A continuación se expondrá los puntos más relevantes de cada una de ellas.

1.2.1 LA ESCUELA NUEVA

Esta corriente pedagógica aporta en sus contenidos a la educación al abordar los problemas que surgen en el proceso educativo, donde la prioridad y/o protagonismo se le da al estudiante que tiene sus características o particularidades propias como ser humano que piensa diferente ante a los demás, que tiene su propia realidad de vida.

Uno de sus máximos representantes John Dewey, sustenta que el pensamiento de cada uno de los estudiantes está inmerso a una situación problemática de las experiencia reales que viven ante una sociedad cambiante, que la escuela debe considerarse como una mini comunidad girando en torno a los intereses del estudiante donde exista interrelación con el grupo social que lo rodea, y que el docente debe ser un observador y descubridor de las necesidades en el proceso educativo para que el estudiante desarrollo habilidades de aprendizaje y pueda solucionar los problemas que se suscitan en la vida cotidiana.

De acuerdo al paradigma de la Escuela Nueva el docente debe ser un guía del proceso de enseñanza-aprendizaje tomando en consideración siempre una educación holística basada en las experiencias del estudiante. “La educación es el método fundamental de progreso y de la acción social, y el maestro al enseñar no solo educa individuos sino que contribuye a formar una vida social justa” (Martínez 404). La enseñanza por parte del docente debe estar inmersa en las vivencias de cada uno de los estudiantes que conforman el aula de clase, donde la teoría o materia dejará de ser algo rígido y elaborado sino comprendida a base de las experiencias de los estudiantes para que el aprendizaje surja de los conocimientos previos mediante la reflexión natural y activa de los mismos estudiantes.

Además la programación escolar que debe elaborar el docente basándose en el paradigma de la Escuela Nueva, está inmersa a las destrezas que se quiere desarrollar en el estudiante a lo largo de proceso educativo en cada área de estudio, guiados por las necesidades y/o intereses más importantes para conseguir una educación de calidad ligada con el proceso y progreso social.

1.2.2 LA PEDAGOGÍA LIBERADORA

Desde este paradigma de la Pedagogía Liberadora los agentes del proceso educativo deben desarrollar un pensamiento reflexivo y crítico a la observación de un entorno social cambiante, con el propósito de pasar de una educación tradicional donde el docente es el centro de la educación y los estudiantes tratados como objetos pasivos que escuchan y memorizan los conocimientos a una nueva mirada de educación.

Según Paulo Freire quien en una de sus obras sobre la Relación entre Docente-Estudiantes cuestiona que siempre está inmersa a una educación narrativa y memorística, donde el docente es el sujeto quien narra los conocimientos en el proceso de enseñanza conduciendo a los estudiantes a la memorización; por consiguiente en la obra La Concepción Bancaria de la

Educación menciona que la comunicación e interacción entre docentes y estudiantes es insuficiente que no permite ser creativo, innovador, transformador de saberes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, también cuestiona criticando a la educación como un suceso de colocar, transferir conocimientos a los estudiantes sin importar la creatividad del mismo. Razones por las cuales ocurre lo siguiente:

> El educador es siempre quien educa: el educando el que es educado. El educador es quien sabe; los educandos quienes no saben. El educador es quien piensa, el sujeto del proceso; los educando son los objetos pensados. El educador es quién habla; los educando quienes escuchan dócilmente. El educador es quien disciplina; los educandos son los indisciplinados. El educador es quien opta y prescribe su opción; los educando quienes siguen la prescripción. El educador es quien actúa; los educandos son aquellos que tienen la ilusión de que actúan, en la actuación del educador (Escobar 19).

El paradigma de la Pedagogía Liberadora cuestiona las acciones y/o actividades de los diferentes agentes educativos, que no permiten una superación en los docentes y estudiantes inhabilitando las posibilidades de ser creativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La finalidad del paradigma se denota en la preocupación de liberar a la educación de la forma tradicional de enseñanza estableciendo a un proceso educativo como una herramienta de transformación social.

1.2.3 EL PARADIGMA COGNITIVO

El paradigma cognitivo sustenta que el ser humano es un agente activo, dinámico y modela como procesador de la información debido a las interacciones de su interior vinculadas con el entorno ambiental y social. También lo considera como un individuo que asimila, regula, codifica y evalúa desde el hábitat para construir su realidad, su comportamiento se debe a las interpretaciones que desarrolla y construye sin influencia de lo exterior.

> La teoría cognitiva determina que: "aprender" constituye la síntesis de la forma y contenido recibido por las percepciones, las cuales actúan en forma relativa y personal en cada individuo, y que a su vez se encuentran influidas por sus antecedentes, actitudes y motivaciones individuales. El aprendizaje a través de una visión cognitivista es mucho más que un simple cambio observable en el comportamiento (Chávez 7).

El paradigma cognitivo sostiene que el proceso de enseñanza está basado por una secuencia de pasos que ya están definidos en los contenidos y por el nivel de aprendizaje que se pretende alcanzar. El docente juega el papel de facilitador, quien se encarga de promover la participación de los estudiantes y regular el sistema de enseñanza-aprendizaje, los estudiantes por medio de sus capacidades cognitivas se convierten en procesadores de información, en sujetos que aprenden y resuelven los problemas.

El docente deberá planificar sus actividades basándose en estrategias metodológicas como: introspección, investigación empírica, entrevista o análisis de protocolos verbales y simulación, para desarrollar las actividades cognitivas acorde al contenido específico en el estudiante y trazar el objetivo de este paradigma alcanzando un aprendizaje significativo.

1.2.4 EL PARADIGMA CONSTRUCTIVISTA

Las nuevas tendencias metodológicas aplicadas en la actualidad por los docentes tienen su base estructural en esta corriente pedagógica contemporánea, se basa en que el estudiante es el autor en la construcción de su conocimiento, sujeto a investigar y desarrollar a partir de los conocimientos existentes, a fusionar con el entorno ambiental y social. El docente ejecuta el papel de facilitador.

El docente es el encargado de guiar al estudiante por el mejor camino para obtener en él conocimientos eficaces. Esta corriente sostiene que el estudiante debe indagar y no conformarse únicamente con las definiciones impartidas en las clases, el profesor debe facilitar los saberes e informaciones necesarias para que a partir de ellos puedan edificar un aprendizaje sólido.

> El constructivismo expresa que el conocimiento se sucede como un proceso de construcción interior, permanente, dinámico a partir de las ideas previas del estudiante, constituidos por sus experiencias o creencias, que en función del contraste, comprensión de un nuevo saber o información mediado por el docente, va transformando sus esquemas hacia los estados más elaborados de conocimiento los cuales adquieren sentido en su propia construcción-aprendizaje significativo (Suárez 47).

La enseñanza en el paradigma constructivista se basa en crear ambientes sociales adecuados para el aprendizaje, dejando atrás los diseños rudimentarios. El estudiante debe olvidarse del pensamiento en que el docente es el protagonista en la formación académica y que el guía cumple las funciones siguientes: diseñar situaciones que produzcan problemas, distribuir/organizar al grupo, guiar a los estudiantes y construir el aprendizaje significativo. Piaget sostiene que el conocimiento es el resultado de la interacción del sujeto y la realidad en que se desenvuelve. La construcción permanente activa que realiza el sujeto se basa en elementos que dispone y en los conocimientos previos.

Según Chávez en sus investigaciones menciona que:

> El proceso de aprendizaje es una transacción humana que une al profesor, al estudiante y al grupo en un conjunto de interacciones dinámicas que sirven de marco a un aprendizaje entendido como cambio que se incorpora al proyecto vital de cada individuo. El objetivo básico de la educación es el cambio y crecimiento o maduración del individuo; esto es, una meta más profunda y compleja que el solo crecimiento intelectual (1).

El objetivo que se pretende al considerar esta corriente pedagogía en el campo de la educación, y por supuesto para el ámbito de las matemáticas es construir un aprendizaje significativo en el estudiante, que vaya más allá de la parte intelectual, se convierta en un investigador y autor en la consolidación de su aprendizaje. Para el caso del profesor de matemáticas la transformación en su régimen educativo debe ser cada vez innovador, impulsado por el paradigma del constructivismo, en que el conocimiento significativo se evidencie mediante la correspondencia entre el estudiante y el docente, desarrollando habilidades que contribuyan el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.3 LA DIDÁCTICA

En el proceso educativo los docentes y estudiantes, son los protagonistas que construyen un saber formativo, mediante un conjunto de interacciones en donde es indispensable siempre mejorar la metodología de enseñanza. La didáctica es la ciencia que mediante sus concepciones atribuye para que el docente pueda elegir ciertas metodologías de enseñanza en los diferentes temas de estudio.

La didáctica mediante sus investigaciones aporta a las actividades educativas beneficiando a los docentes y estudiantes, mediante la transformación y adaptación de un proceso apropiado en la enseñanza-aprendizaje. En la actualidad lo que pretende la didáctica en el campo educativo es mejorar siempre éste proceso, donde los docentes utilicen metodologías de enseñanza apegados a nuevos modelos pedagógicos como es el constructivismo, y que los estudiantes proporcionen conocimientos reflexivos para consolidar el aprendizaje.

> La disciplina de Didáctica se afianza y constituye en un campo fecundo de conocimiento y de comprensión de la realidad educativa, al centrarse en el análisis y valoración de la potencialidad formativa de los estudiantes y de la relevancia de los procesos de aprendizaje, estimulados por la acción de la enseñanza reflexiva (Mata, Medina 23).

En términos generales en el campo de la educación se debe conocer el objetivo de la presencia de la didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje, de esta manera el docente se orientará de sus concepciones pedagógicas para mejorar los métodos de enseñanza, con lo cual facilitará el aprendizaje en los estudiantes. “La didáctica es la parte de las ciencias de la educación que tiene como objetivo el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje en su globalidad independientemente de la disciplina en objeto, pero teniendo en cuenta la relación institucional" (D'Amore Bruno 40). Los principios y nociones que orienta la didáctica también aportan o ayudan al docente a planificar su clase poniendo en consideración absoluta los contenidos que han de enseñarse y las destrezas que se quieren desarrollar en los estudiantes, por lo tanto el docente será capaz de establecer propósitos, objetivos y/o metas en el aprendizaje de los estudiantes utilizando diferentes métodos y técnicas de enseñanza.

1.3.1 LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

El estudio de las matemáticas, de manera principal en la asignatura de Geometría Analítica se vuelve compleja, porque está relacionada con la aplicación del algebra, el análisis matemático, interpretación de fórmulas y de un apropiado lenguaje matemático, es necesario que el docente utilice metodologías de enseñanza adecuadas y convincentes considerando los propósitos y/o que se pretenden adquirir en el estudiante de acuerdo a los temas tratados en esta asignatura.

La didáctica de las matemáticas abarca el análisis de sus concepciones en el campo educativo, en este caso tomando como atributo a la ciencia de las Matemáticas, es decir todas las posibles formas de enseñanza que puede utilizar o implementar el docente para mejorar sus clases; así la didáctica de la matemática contribuye al desarrollo y mejoramiento de los instrumentos de enseñanza en esta área con el propósito de optimizar la calidad de la educación.

Según Bruno D'Amore, existen tres ámbitos que están inmersos en un mismo objetivo, con la finalidad de mejorar el resultado de la educación matemática; el primero hace referencia al docente y las necesidades de optimizar la eficacia didáctica de la enseñanza, la segunda a los currículos, y la tercera a las investigaciones que se realizan en los centros universitarios, señalando que:

En este sentido, la didáctica de las matemáticas está centrada en una educación constructivista, donde el docente es el mediador en la construcción del conocimiento del estudiante y que gracias a las innovaciones tanto de las investigaciones en el campo de la didáctica como de la tecnología buscará metodologías de enseñanza que ayuden al estudiante de forma activa a construir su propio conocimiento, por los diferentes métodos y técnicas de enseñanza utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje logrando en el estudiante la adquisición de destrezas para resolver problemas matemáticos, incluyendo problemas relacionados con la vida cotidiana. En el proceso de la enseñanza-aprendizaje es indispensable mejorar las metodologías de enseñanza, para optimizar y desarrollar aprendizajes significativos.

La complejidad del aprendizaje en el ámbito de las matemáticas requiere el aporte de la didáctica, de sus investigaciones tanto de la teoría como de su aplicación, por lo tanto el docente para enseñar utilizará diversos recursos didácticos que juegan un papel importante en el proceso cognitivo del estudiante ayudando a consolidar la teoría, dentro de éstos recursos la utilización de una guía didáctica y su respectivo material didáctico optimizará el proceso de enseñanza-aprendizaje favoreciendo al estudiante a construir su propio conocimiento.

La didáctica de la matemática pretende mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de esta manera al implementar una guía y material didáctico sobre la circunferencia y la parábola para los estudiantes de los primeros ciclos de la Carrera de Matemáticas y Física en el laboratorio de Matemáticas se reforzara este proceso, puesto que los estudiantes al manipular los materiales y relacionarlos con la parte teórica a su proceso de aprendizaje obtendrá un conocimiento sólido.

1.4 IMPORTANCIA DE LA IMPLEMENTACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente cumple un papel muy importante siendo el encargado principal de enseñar y en consecuencia, es quien velará por el aprendizaje de los estudiantes; el docente ha de poseer un conocimiento profesional, acorde a las nuevas exigencias educativas, para lo cual es imprescindible y necesario buscar nuevas metodologías de enseñanza que ayuden a mejorar la comprensión de la materia y que conlleven a un aprendizaje significativo.

En la educación la implementación e innovación de los recursos didácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mejoran la construcción del conocimiento ya que los objetos tangibles ayudan a vincular la teoría con la práctica. Los docentes deben estar predispuestos a los cambios, exigencias y a la aceptación de los nuevos roles que tendrá que ejecutar al impartir sus clases con la ayuda de los materiales didácticos y buscar nuevas formas de enseñanza que ayuden al estudiante a tener un aprendizaje de calidad. Con la implementación de los recursos didácticos que sirven como herramienta en la enseñanza de las matemáticas, de manera específica en el área de la geometría analítica en los temas de la circunferencia y la parábola, ayudan a generar en el estudiante un interés por aprender gracias a la manipulación y observación de manera directa de las cónicas promoviendo un autoaprendizaje. También el manejo de los recursos didácticos favorece a la comprensión y consolidación de los contenidos, obtención de fórmulas y resolución de ejercicios de la materia, su aplicación motiva el trabajo en grupo, desarrolla y estimula la interacción del aprendizaje entre los estudiantes.

En la enseñanza de las matemáticas, la implementación de recursos didácticos tangibles favorece a los estudiantes en su proceso de aprendizaje ya que mediante la manipulación y manejo de los mismos se facilita la compresión de los contenidos tratados, ayuda al estudiante a resolver las problemáticas de las actividades propuestas, relacionarlos con los hechos cotidianos de tal forma que consoliden la comprensión de la asignatura.

> Velasco expresa: el trabajo con este tipo de material puede tener multitud de finalidades y algunas de las más importantes serán: estimulan el aprendizaje, motiva; genera interés, modifica positivamente las actitudes hacia las matemáticas y su aprendizaje, facilita el desarrollo del currículo, fomenta el pensamiento matemático, potencia una enseñanza activa, creativa y participativa, y estimula la confianza en el propio pensamiento (4).

Los recursos didácticos en el proceso de aprendizaje son muy importantes, y aportan de manera significativa en la construcción del conocimiento. Utilizar material didáctico en la geometría analítica en los contenidos de la circunferencia y la parábola resulta muy eficaz, ya que los estudiantes en esta asignatura necesitan vincular la parte teórica con la práctica.

1.5 LA GUÍA DIDÁCTICA Y SU IMPORTANCIA DE LA IMPLEMENTACIÓN EN LA EDUCACIÓN

La guía didáctica es un material impreso o digital donde se encuentra todos los contenidos como teorías, definiciones, pasos a seguir según el tema de estudio programados para una asignatura de forma clara y precisa ya que sirve de apoyo al docente a la hora de impartir sus clases, al estudiante en el proceso de aprendizaje y en la construcción de su conocimiento de forma independiente. “La Guía didáctica (Guía de estudio) la veníamos entendiendo como el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin que pueda trabajarlo de manera autónoma” (García 241).

La guía didáctica es un recurso educativo que facilita el proceso de enseñanza a los docentes, ya que se la puede incluir dentro de la planificación conjuntamente acorde con los contenidos a ser tratados, y el aprendizaje a los estudiantes porque orienta y motiva creando interés por aprender. Según Martínez sostiene que la guía didáctica: “Constituye un instrumento fundamental para la organización del trabajo del alumno y su objetivo es recoger todas las orientaciones necesarias que le permitan al estudiante integrar los elementos didácticos para el estudio de la asignatura” (109).

La implementación de la guía será de vital importancia para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se realice de manera eficaz ya que se la considerada como una herramienta clave para el desarrollo de las clases auto-dirigidas. En donde el estudiante es el autor de su propio aprendizaje y el docente se convierte en un mediador. La guía permite integrar a los actores en el campo de estudio con elementos didácticos, como la interacción entre docente-estudiante de ideas y conocimientos nuevos que están inmersos en los objetivos y contenidos, que a su vez se complementa con la utilización de recursos didácticos.

La guía es una base estructural de las prácticas de laboratorio que contiene una serie de instrucciones o pasos a seguir para el estudio de las cónicas en los temas de la circunferencia y parábola, que se complementa con el material didáctico en donde los estudiantes deberán manipular los materiales/recursos para el desarrollo de las prácticas y, de esta manera construyen el conocimiento, para la consolidación del conocimiento existen ejercicios propuestos que muchos de ellos están basados en la vida cotidiana e inmersos a los conocimientos previos de la geometría.

Los beneficios que se presentan al implementar una guía didáctica para el estudio de la geometría analítica en los temas de la circunferencia y la parábola son:

- Motiva al estudiante.
- Despierta el interés por la asignatura.
- Orienta el aprendizaje.
- Vincula la teória con lo práctica. .

- Integra los materiales disponibles.
- Trabajar en equipo.

Por tal razón la elaboración de una guía didáctica y material que complemente el estudio de la circunferencia y la parábola durante los primeros ciclos es muy importante para que el estudiante obtenga las destrezas necesarias que le permitan continuar en su proceso de aprendizaje generando conocimientos sólidos y reflexivos.

CAPÍTULO II

DIAGNÓSTICO

2.1 INTRODUCIÓN

En la Reforma Curricular vigente de la educación en el Ecuador se han propuesto nuevos modelos de enseñanza enfocados en la corriente del constructivismo, con el propósito de garantizar y lograr en los estudiantes destrezas y/o habilidades que ayuden a fortalecer su desempeño en el aprendizaje. La aplicación de las nuevas propuestas metodológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje tienen que ser orientadas correctamente para cada área de estudio considerando las asignaturas y los temas a ser tratados, de este modo los docentes serán quienes gracias a su profesionalismo apliquen la metodología adecuada para que el proceso educativo tenga significado.

Debido a los cambios y avances que se han experimentado en el ámbito educativo tanto a nivel medio como superior, así como la presencia de las nuevas tecnologías e investigaciones científicas, se ha generado una nueva forma de ver al proceso de enseñanza aprendizaje, cambiar la práctica tradicional por el uso y manejo de recursos didácticos para cada una de las áreas de estudio, en especial en el campo de las matemáticas dentro de las cuales se encuentra la geometría analítica con sus diferentes temas de estudio. La geometría analítica al estar inmersa con los números y modelos matemáticos resulta ser una asignatura compleja, ésta puede ser estudiada de forma creativa utilizando recursos didácticos que faciliten la compresión de la asignatura.

Para que el proceso de aprendizaje se desarrolle de mejor manera en la asignatura de la Geometría Analítica, será necesario utilizar recursos didácticos que los estudiantes al aprender los temas de la circunferencia y la parábola lo hagan en el laboratorio y una de las alternativas es la utilización de una guía y el material didáctico respectivo para cada tema, con la finalidad de lograr en el estudiante un aprendizaje significativo.

De la experiencia como estudiantes del último ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca se puede indicar que la asignatura de la Geometría Analítica se ha estudiado únicamente en el aula de clases debido a múltiples factores como la no existencia de un espacio físico, entre ellos un Laboratorio de Matemáticas o la falta de recursos didácticos apropiados para abordar la asignatura. Por este motivo y para afianzar la validez de lo afirmado anteriormente se ha realizado una encuesta, en la cual consta un conjunto de preguntas que nos permiten justificar la problemática en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola, y los resultados de la encuesta serán analizados con el objetivo de elaborar una guía con su respectivo material didáctico, que ayudará al proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.2 SELECCIÓN DE LA POBLACIÓN

La población que fue considerada como muestra para la realización de la presente propuesta de investigación la conformaron los estudiantes activos de la carrera de Matemáticas y Física, matriculados en los ciclos primero, tercero, quinto y octavo que corresponde al ciclo marzo-agosto del 2015. La encuesta no se pudo realizar en su totalidad debido a varios factores como: algunos estudiantes faltaron el día que se aplicó el cuestionario, anulación de matrícula, estado de gestación, algunos estudiantes solamente toman una asignatura, etc. La encuesta se realizó al 84% de la población del 100% con el permiso respectivo del Director de la carrera de Matemáticas y Física.

2.3 METODOLOGÍA, TÉCNICA E INSTRUMENTOS

Para obtener la información se realizó una encuesta a los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física, esta es de tipo descriptiva puesto que para su análisis se elaboró tablas y gráficas para representar de una manera eficaz los resultados, y evidenciar la dificultad que presentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje al cursar la asignatura de Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola además evidenciar la necesidad de elaborar una guía con su respectivo material didáctico que facilite la compresión de la asignatura.

2.4 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA

La encuesta comprende un cuestionario de 13 preguntas formadas en un 92% de preguntas cerradas con el fin de obtener respuestas sólidas y en un 8% que corresponde a una pregunta de respuesta abierta, todas la preguntas están relacionadas a investigar sobre la dificultad en el proceso de aprendizaje de la Geometría Analítica en los temas de circunferencia y la parábola; la factibilidad de utilizar recursos didácticos como una guía y su correspondiente material en cada contenido propuesto, como una aplicación directa entre la teoría y la práctica para facilitar el aprendizaje de la asignatura en los primeros ciclos de la carrera de Matemáticas y Física.

Los resultados de la encuesta han sido analizados pregunta a pregunta de la siguiente manera:

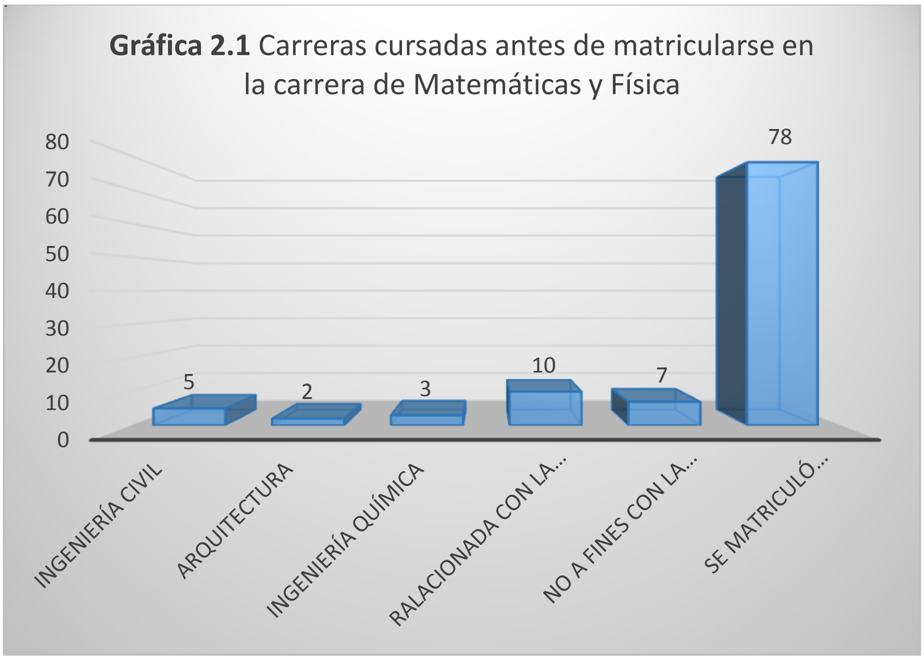
1. **¿Usted cursó otra carrera antes de matricularse en la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía?**

Tabla 2.1 Carreras cursadas antes de matricularse en la carrera de Matemáticas y Física

Opciones	Número de Estudiantes	Frecuencia Relativa
Ingeniería Civil	5	4.76
Arquitectura	2	1.9
Ingeniería Química	3	2.86
Relacionada con la Matemática	10	9.52
No a fines con la Matemática	7	6.67
Se matriculo directamente en la carrera	78	74.29

Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

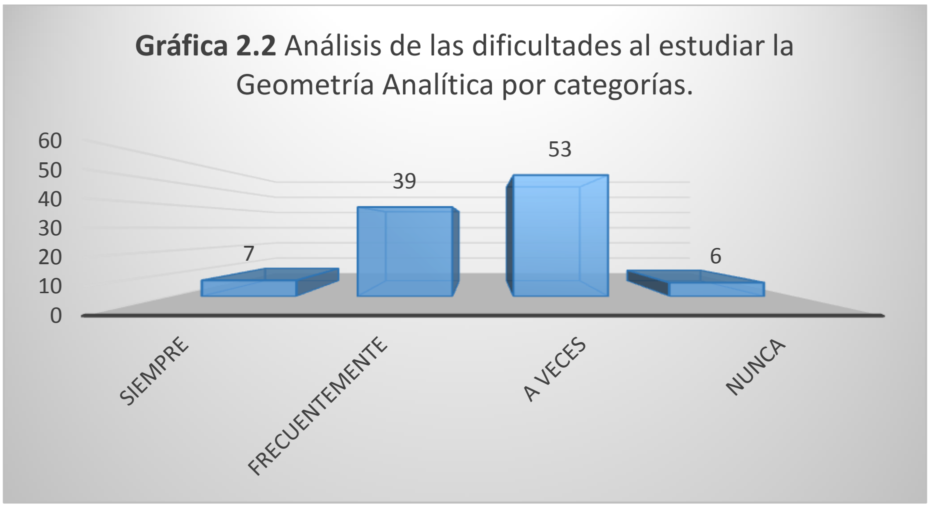
Los resultados indican que: el 4.76% de los estudiantes encuestados provienen de Ingeniería Civil, el 1.9% de Arquitectura, el 2.86% de Ingeniería Química, el 9.52% de carreras relacionadas con la Matemática, el 6.67% no afines con la Matemática y el 74.29% se matriculó directamente en la carrera.

2. **¿Al estudiar la Geometría Analítica usted presentó dificultades?**

Tabla 2.2 Dificultades al estudiar la Geometría Analítica

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Siempre	7	6.67
Frecuentemente	39	37.14
A veces	53	50.48
Nunca	6	5.71
Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia

De los resultados obtenidos se observa que los estudiantes encuestados de la carrera de Matemáticas y Física han tenido dificultades al abordar la asignatura de Geometría Analítica en: un 6.67% siempre, un 37.14% frecuentemente, un 50.48% a veces y un 5.71% nunca.

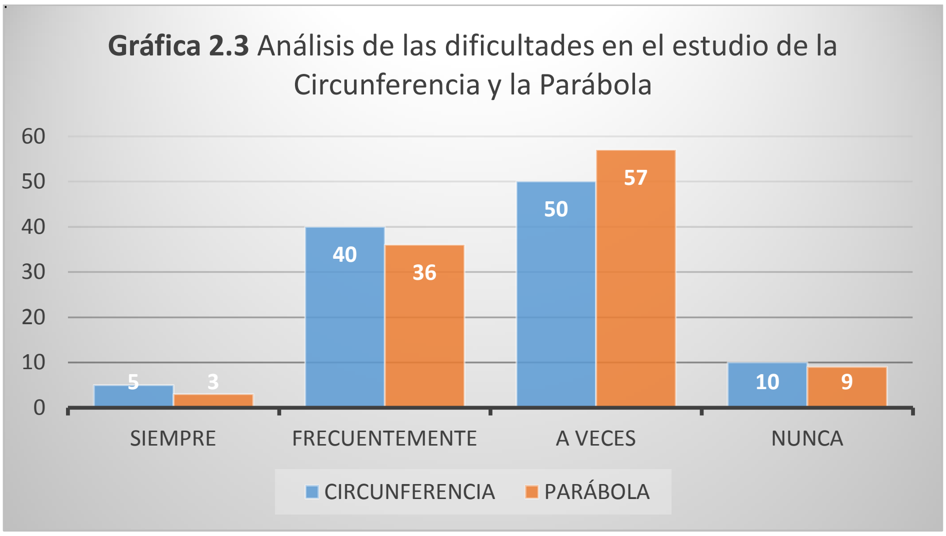
Se refleja que se presentan dificultades al cursar la asignatura de Geometría Analítica, ya que sobresale en un alto porcentaje en esta pregunta en el rango de a veces con un 50.48% y frecuentemente con un 37.14%.

3. **¿Usted presentó dificultades al estudiar los temas de la circunferencia y la parábola?**

Tabla 2.3 Dificultades al abordar los temas de la Circunferencia y la Parábola

Tema	Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca	Total
Circunferencia	5	40	50	10	105
Parábola	3	36	57	9	105
Frecuencia relativa					
Circunferencia	4.76	38.1	47.62	9.52	100
Parábola	2.85	34.29	54.29	8.57	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

En esta pregunta se evidencia que los estudiantes presentaron dificultades al estudiar la Circunferencia en un 4.76% siempre, 38.1% frecuentemente, 47.62% a veces y 9.52% nunca. Al estudiar la Parábola, el estudiante presentó dificultades en un 2.85% siempre, 34.29% frecuentemente, 54.29% a veces y un 8.57% nunca. Tanto el estudio de la parábola como la de la circunferencia presentan dificultades en un alto porcentaje.

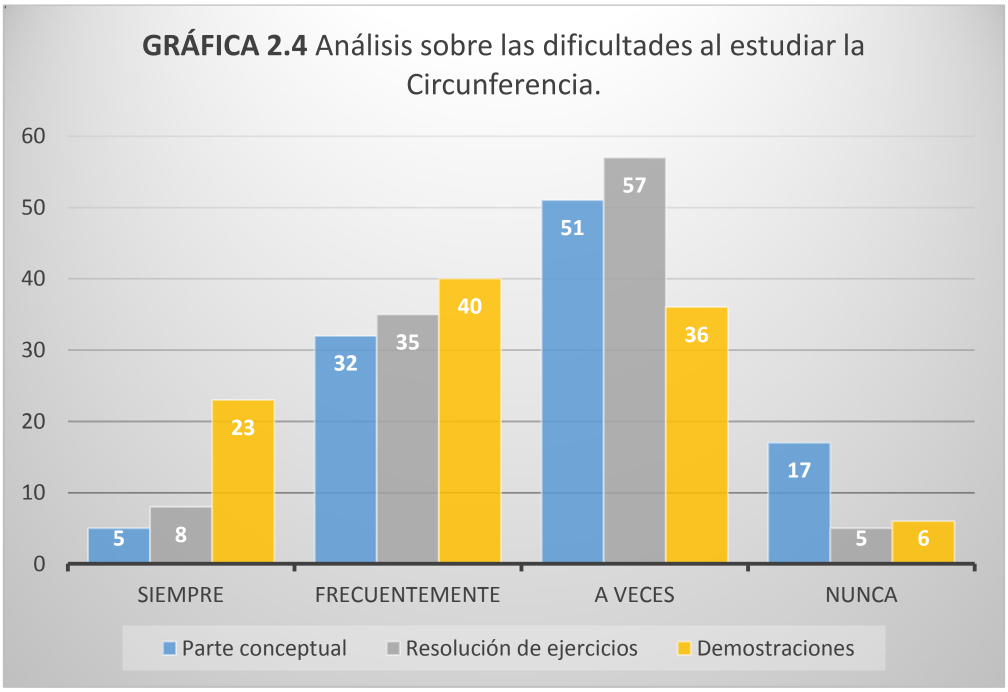
4. **En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades se presentó al abordar el estudio sobre la circunferencia.**

Tabla 2.4 Dificultades al estudiar la Circunferencia.

Circunferencia	Siempre	Frecuentemente	A Veces	Nunca	Total
Parte conceptual	5	32	51	17	105
Resolución de ejercicios	8	35	57	5	105
Demostraciones	23	40	36	6	105
Frecuencia relativa					
Parte conceptual	4.76	30.48	48.57	16.19	100

Resolución de ejercicios	7.62	33.33	54.29	4.76	100
Demostraciones	21.9	38.1	34.29	5.71	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

Los resultados obtenidos en esta pregunta indican que la mayoría de los estudiantes han tenido dificultades al abordar el tema de la circunferencia en la resolución de los ejercicios en un porcentaje del 54.29% en la categoría de a veces, de la misma manera un 48.57% en la parte conceptual y un 34.29% en las demostraciones. También se aprecia que en la categoría frecuentemente el 38.1% de los estudiantes presentaron dificultades al realizar las demostraciones, un 33.33% en la resolución de ejercicios y un 30.48% en la parte conceptual.

Como se puede observar en conjunto, de acuerdo a las diferentes categorías presentadas en esta pregunta, como la parte conceptual, resolución de ejercicios y demostraciones se evidencia que existen dificultades al momento de estudiar este tema que no es solamente un fenómeno que se presenta este momento sino que es motivo de estudio por varios investigadores que mencionan que en el área de la Geometría Analítica, al abordar el tema de la circunferencia y la parábola es necesario vincular la teoría con la práctica para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de recursos didácticos, como señala Víctor Vallejo:

> El razonamiento lógico es mínimo, además, cuando se revisan las ecuaciones de la recta y la circunferencia, los estudiantes pierden el interés para aprender las ecuaciones de las cónicas, debido a que al pasar el tiempo los problemas referentes a las ecuaciones de la recta y de la circunferencia lo resuelven muchas de las veces sin graficarlas y sin ninguna herramienta que motive el interés (19).

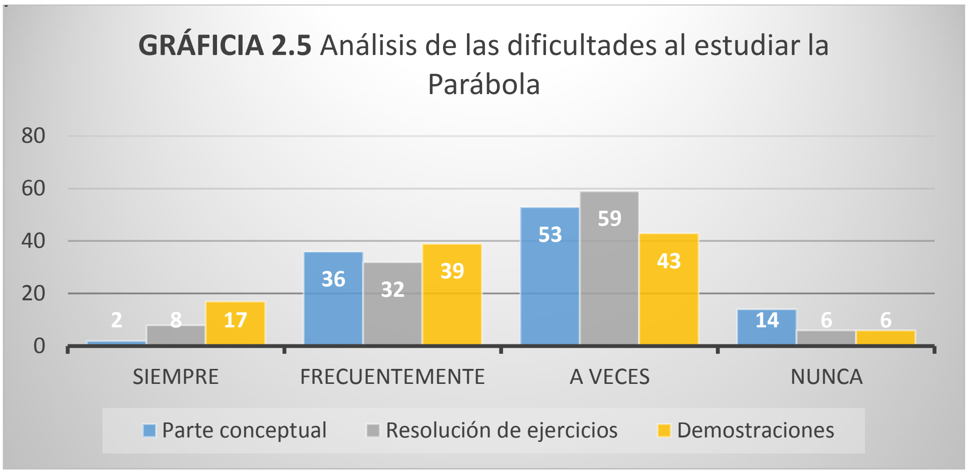
5. **En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades se presentó al abordar el estudio sobre la Parábola.**

Tabla 2.5 Dificultades al estudiar la Parábola

Parábola	Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca	Total
Parte conceptual	2	36	53	14	105
Resolución de ejercicios	8	32	59	6	105
Demostraciones	17	39	43	6	105
Frecuencia Relativa					
Parte conceptual	1.9	34.3	50.5	13.3	100
Resolución de ejercicios	7.62	30.48	56.19	5.71	100

Demostraciones	16.19	37.1	41	5.71	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia

Los estudiantes al abordar el tema de la parábola en área de la geometría analítica, tienen dificultades en la resolución de ejercicios un 56,19 %, un 50,5% la parte conceptual y el 41% en las demostraciones en la categoría de a veces. De la misma manera se aprecia que el 37.4% en las demostraciones, un 34.3% en la resolución de ejercicios y el 30.48% en la parte conceptual, los estudiantes presentaron dificultades en el rango frecuentemente.

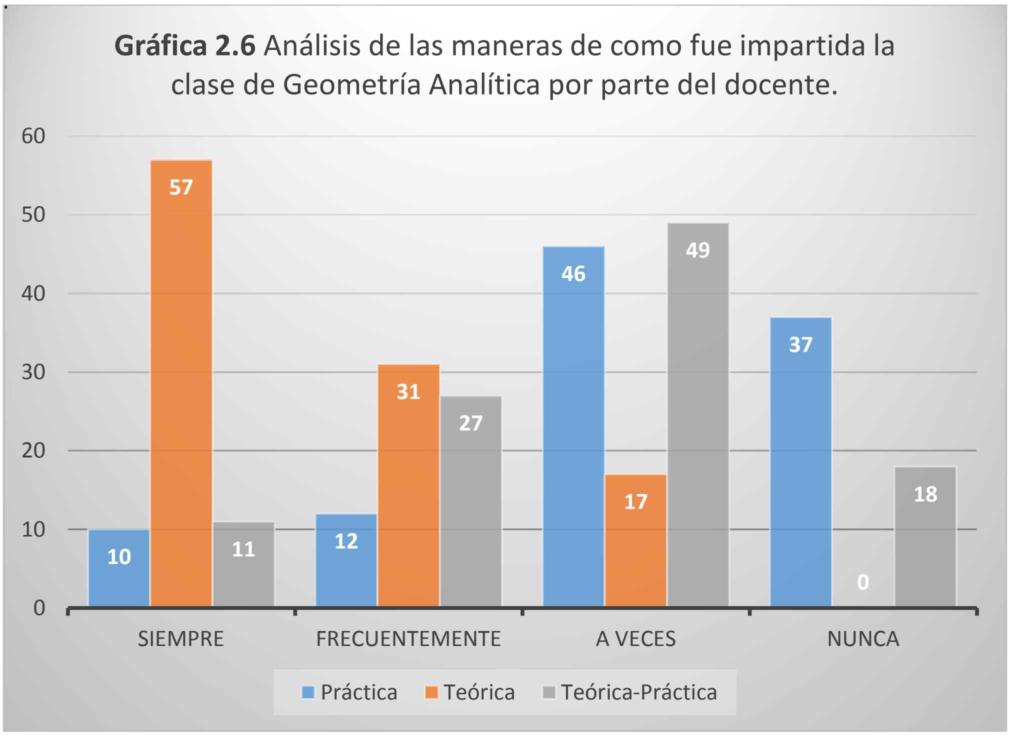
6. **En la asignatura de Geometría Analítica, la clase fue impartida por parte del docente de manera:**

Tabla 2.6 Maneras de cómo fue impartida las clases de Geometría Analítica

Opciones	Siempre	Frecuentemente	A Veces	Nunca	Total
Práctica	10	12	46	37	105
Teórica	57	31	17	0	105
Teórica-Práctica	11	27	49	18	105
Frecuencia Relativa					

Práctica	9.52	11.43	43.81	35.24	100
Teórica	54.29	29.52	16.19	0	100
Teórica-Práctica	10.48	25.71	46.67	17.14	100

Fuente: elaboración propia



Fuente: elaboración propia.

En esta pregunta en la categoría de siempre los resultados muestran que la clase fue impartida por el docente de manera práctica en un 9.52%, teórica 54.29% y teórica-práctica un 10.48%. También en un 11.43% de manera práctica, un 29.52% teórica y un 25.71% teórica-práctica en el rango frecuentemente. En el caso de la categoría a veces la clase fue impartida de forma práctica en un 43.81%, teórica en un 16.19% y teórica-práctica en un 46.67%. De igual manera se observa que la clase nunca fue impartida por el docente de manera práctica en un 35.24%, teórica en un 0% y teórica-práctica en un 17.14%.

Los resultados obtenidos son una visualización de la asignatura que comprende los primeros ciclos y los últimos de la carrera de Matemáticas y Física por lo que existe una diversidad en la información registrada. Para el efecto la encuesta fue codificada para identificar los ciclos correspondientes, por tal razón se puede dar a conocer que, los estudiantes de los ciclos superiores respondieron que la clase impartida fue de manera teórica, en cambio los resultados en los ciclos inferiores muestran que la clase fue impartida de la manera teórica-práctica.

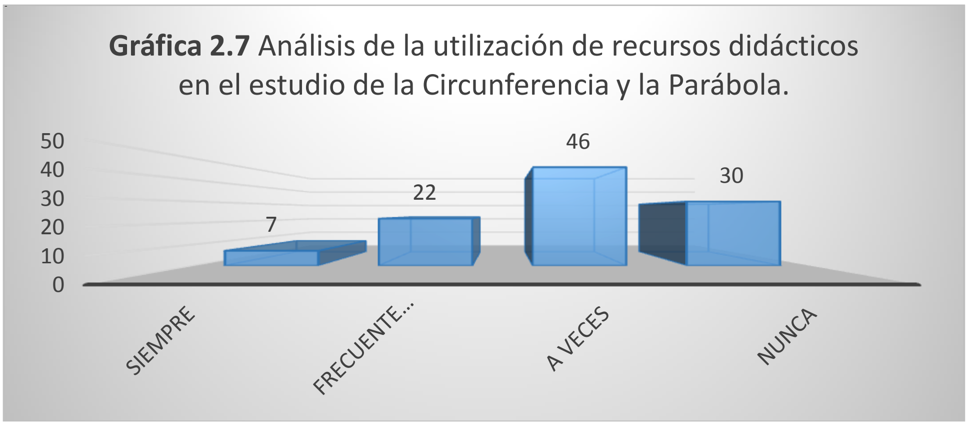
De acuerdo a los resultados obtenidos inferimos que la clase de Geometría Analítica abordada por el docente en su mayoría lo realizó de manera teórica y, en un menor rango se observa que frecuentemente lo realizó de manera teórica-práctica, esto se debe a que la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca en años anteriores no contaba con un espacio físico como el Laboratorio Matemática y que a la fecha se encuentra en fase de implementación.

7. **¿El docente utilizó recursos didácticos al desarrollar la clase de la Circunferencia y la Parábola?**

Tabla 2.7 Utilización de recursos didácticos para el estudio de la circunferencia y la parábola.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Siempre	7	6.67
Frecuentemente	22	20.95
A veces	46	43.81
Nunca	30	28.57
Total	105	100

Fuente: elaboración propia



Fuente: elaboración propia.

Los encuestados indican que el 43.81% de los docentes utilizaron a veces recursos didácticos en las clases de la Circunferencia y la Parábola, un 28.57% nunca utilizó, el 20.95% lo hicieron frecuentemente y un 6.67% siempre.

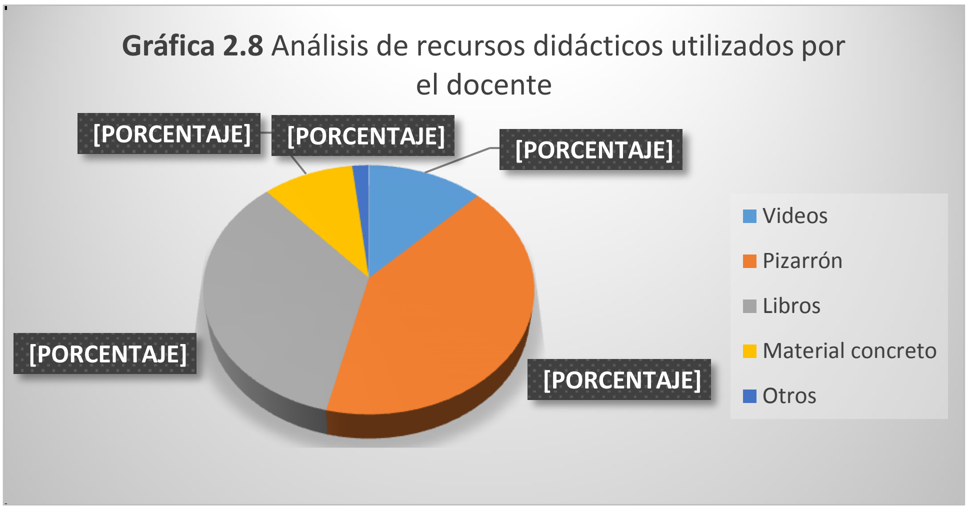
Los docentes utilizaron a veces recursos didácticos, es el rango más notorio en esta pregunta, las causas pueden ser varias ya que hace años atrás no se contaba con un espacio físico como un laboratorio de matemáticas que facilite el uso de recursos didácticos.

8. **¿Qué tipo de recursos didácticos utilizó el docente al momento de impartir sus clases?**

Tabla 2.8 Tipos de recursos didácticos utilizados por el docente en sus clases.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Videos	28	12.44
Pizarrón	93	41.33
Libros	78	34.67
Material concreto	22	9.78
Otros (Especifique)	Proyector 2 gráficos 1 software 1	1.78
Total	225	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

Los resultados de la pregunta muestran que el 41% de los docentes al impartir la asignatura de la Geometría Analítica utilizaron el pizarrón, un 35% utilizaron el libro, el 12% videos, el 10% material concreto y un 2% utilizaron otro tipo de material didáctico como un software y proyector.

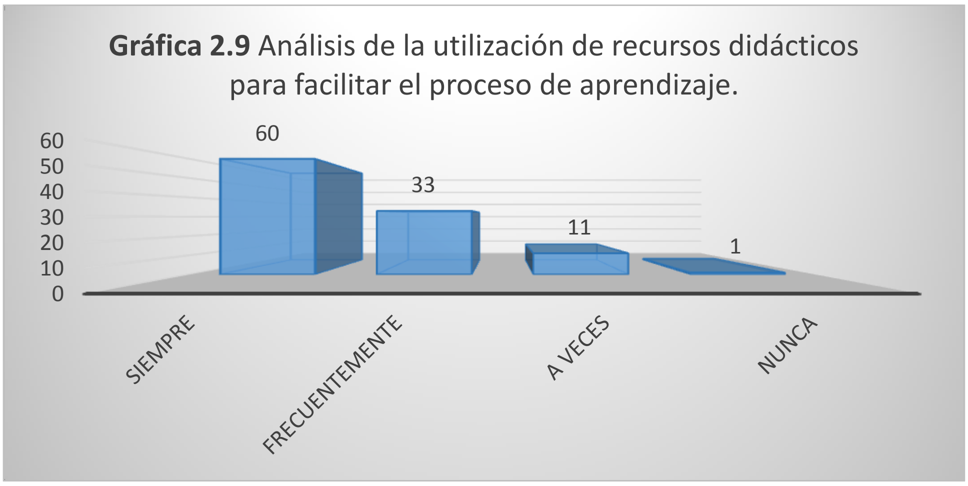
En esta pregunta los encuestados dieron varias opciones de respuesta llegando a un total de 225 y se hizo una relación de regla de tres para procesar la información.

9. **Al utilizar recursos didácticos en las clases de geometría analítica, ¿estos facilitarían su proceso de aprendizaje?**

Tabla 2.9 Utilización de recursos didácticos que facilitan el proceso de aprendizaje.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Siempre	60	57.14
Frecuentemente	33	31.43
A veces	11	10.48
Nunca	1	0.95
Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

Para facilitar el proceso de aprendizaje en el estudio de la Geometría Analítica, los estudiantes en un 57.14% consideran que siempre sería conveniente la utilización de los recursos didácticos. En cambio un 31.43% de los estudiantes indican que frecuentemente les ayudaría en este proceso, un 10.48% a veces y un 0.95% nunca.

Como se puede observar en un gran porcentaje de los encuestados indican que sería conveniente la utilización de recursos didácticos para el estudio de la Geometría Analítica.

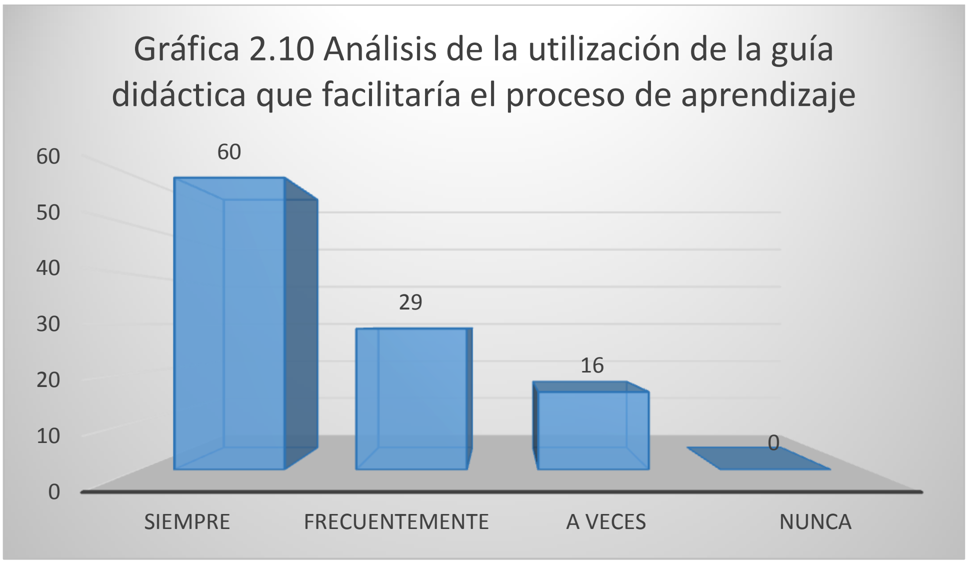
10. **Considera usted que el docente al utilizar una guía didáctica en los temas de la Circunferencia y la Parábola, facilitaría al proceso de aprendizaje.**

Tabla 2.10 Utilización de la guía didáctica que facilitaría el proceso de aprendizaje.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Siempre	60	57.14
Frecuentemente	29	27.62
A veces	16	15.24

Nunca	0	0
Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

En la categoría de siempre el 57.14% de los estudiantes considera que el docente al utilizar una guía didáctica facilitaría al proceso de aprendizaje.

Los resultados muestran que la elaboración de una guía didáctica en la asignatura de la Geometría Analítica facilitaría al proceso de aprendizaje, lo que apoya la propuesta de nuestro trabajo de investigación.

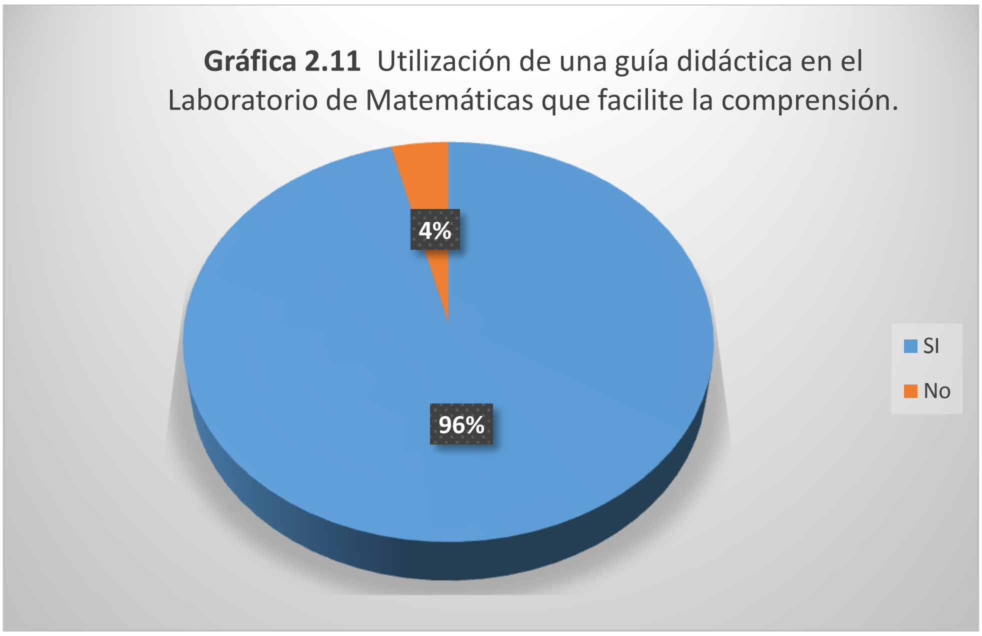
11. **Al utilizar una guía didáctica realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas, ¿se facilitaría la comprensión de la asignatura de la Geometría Analítica?**

Tabla 2.11 Utilización de una guía didáctica que facilitan la comprensión a través de prácticas en el laboratorio de Matemáticas.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
SI	101	96.19

No	4	3.81
Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

El 96% de los encuestados consideran que al utilizar una guía didáctica realizando prácticas en el Laboratorio de Matemáticas facilitará la comprensión en la asignatura de la Geometría Analítica, y un 4% están en desacuerdo.

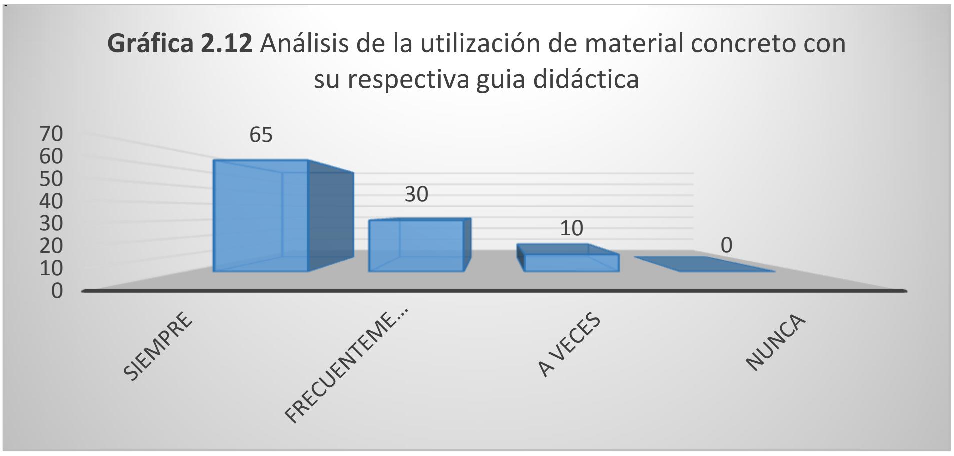
12. La utilización de material concreto con su respectiva guía facilitaría el proceso de aprendizaje de la circunferencia y la parábola.

Tabla 2.12 Utilización de material concreto y su guía didáctica en el proceso de aprendizaje.

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa
Siempre	65	61.91
Frecuentemente	30	28.57
A veces	10	9.52

Nunca	0	0
Total	105	100

Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia.

Los resultados de esta pregunta demuestran que un 61.91% de los estudiantes consideran que al utilizar material concreto con su respectiva guía didáctica, siempre facilitaría el aprendizaje al estudiar los temas de la circunferencia y la parábola. Mientras que un 38.57% de los estudiantes creen que ayudaría frecuentemente y un 10% a veces.

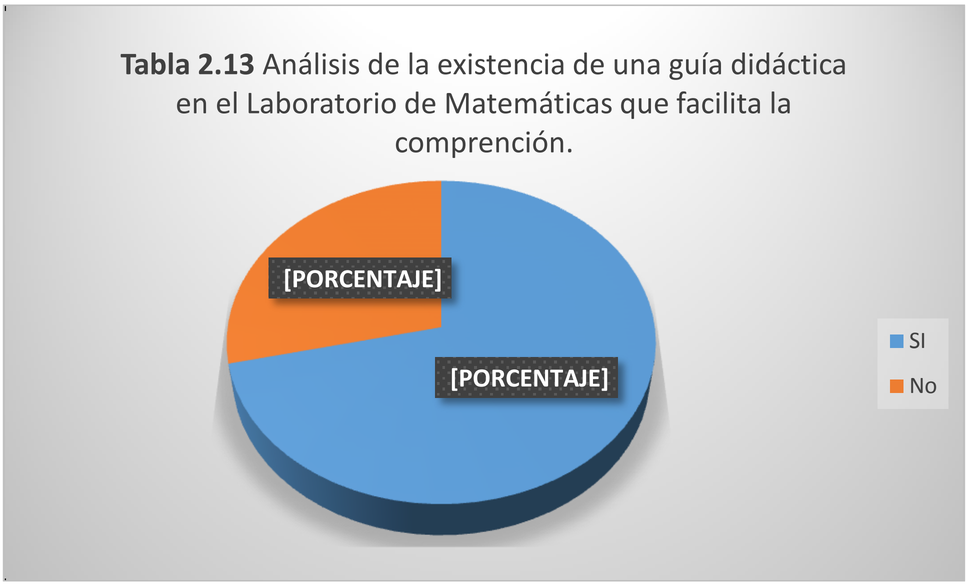
La mayoría de los encuestados coinciden que la existencia de una guía didáctica les apoyaría en el proceso de aprendizaje al abordar los temas de la circunferencia y la parábola.

13. **Considera usted necesario que el Laboratorio de Matemáticas cuente con una guía didáctica para facilitar la comprensión en la asignatura de Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola.**

Tabla 2.13 Laboratorio de Matemáticas que cuente con una guía didáctica

Opciones	Número de estudiantes	Frecuencia Relativa

SI	75	71.43
No	30	28.57
Total	105	100



Fuente: elaboración propia

Un 71.43% de los encuestados consideran que el Laboratorio de Matemáticas deben contar con guía didáctica y un 28.57% no lo consideran necesario.

Los resultados apoyan a la propuesta de investigación: elaborar una guía didáctica en geometría analítica en los temas de circunferencia y parábola para facilitar la comprensión en el proceso de aprendizaje

2.5 INTERPRETACIÓN DE DATOS

Los resultados obtenidos en la presente encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, permiten constatar que es prioridad y necesario crear una guía con su respectivo material didáctico para el estudio de la circunferencia y de la parábola en el área de la Geometría Analítica.

Los estudiantes indican que el docente utilizó material didáctico en un bajo porcentaje al impartir su clase en el área de la geometría analítica ya que la clase fue ejecutada de manera teórica, como la encuesta fue realizada a todos los estudiantes de la carrera, en este punto se debe tomar en consideración que hace años atrás no se contaba con un espacio físico como un laboratorio de matemáticas que facilite el uso de los recursos didácticos tampoco existía material concreto para el uso en las aulas de clases.

La mayoría de los encuestados consideran que al utilizar una guía didáctica con su respectivo material concreto realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas facilitaría la comprensión en la asignatura de Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola.

También los resultados de la encuesta son favorables frente a la propuesta de nuestro trabajo de investigación sobre la implementación de una guía con su respectivo material didáctico que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que por este medio se vinculan la parte teórica con la parte práctica, de igual manera los resultados reflejan que el docente debe utilizar recursos didácticos especialmente de tipo manipulativo, los cuales facilitarían la comprensión de la asignatura.

Al ser la Carrera de Matemáticas y Física el espacio donde se forman los futuros docenes de nivel medio en ésta área, la elaboración de una guía didáctica con su respectivo material concreto en los temas de la parábola y circunferencia formaría parte de los recursos para el Laboratorio de

Matemáticas que se encuentra en proceso de funcionamiento así como la utilización de la guía facilitará el proceso de aprendizaje de la asignatura y su manipulación una experiencia innovadora para que los estudiantes que la utilicen puedan en el futuro, en su ejercicio profesional ver la utilización de la guía como una alternativa en su quehacer educativo.

CAPÍTULO III

PROPUESTA

2.1 PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Para la elaboración de la presente guía didáctica se realizó una revisión del sílabo de la asignatura de Geometría Analítica correspondiente a la Malla Curricular 2013 del Plan de Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, documento oficial en el cual se detalla que, a la asignatura le corresponden 4 créditos, un crédito equivale a tener una hora clase, es decir cuatro horas a la semana que da un total de sesenta y cuatro horas efectivas en un semestre. Para la enseñanza y el aprendizaje de las cónicas; la circunferencia y la parábola se asignan dieciocho horas de clase, el estudio de la asignatura se la realiza en el primer ciclo.

Para los temas de la circunferencia y la parábola, se distribuyen las primeras seis horas que están designadas para tratar los siguientes contenidos: la circunferencia, ecuación ordinaria, forma general, familias de circunferencia; en las siguientes cuatro horas se disponen: transformación de coordenadas, traslación y rotación de los ejes coordenados, simplificación de ecuaciones por transformación de ejes coordenados y para las últimas ocho horas los temas propuestos son: la parábola, ecuación de la parábola de vértice en el origen, ecuación de la parábola de vértice (h, k), eje paralelo a un eje coordenado, y ecuación de la tangente a una parábola.

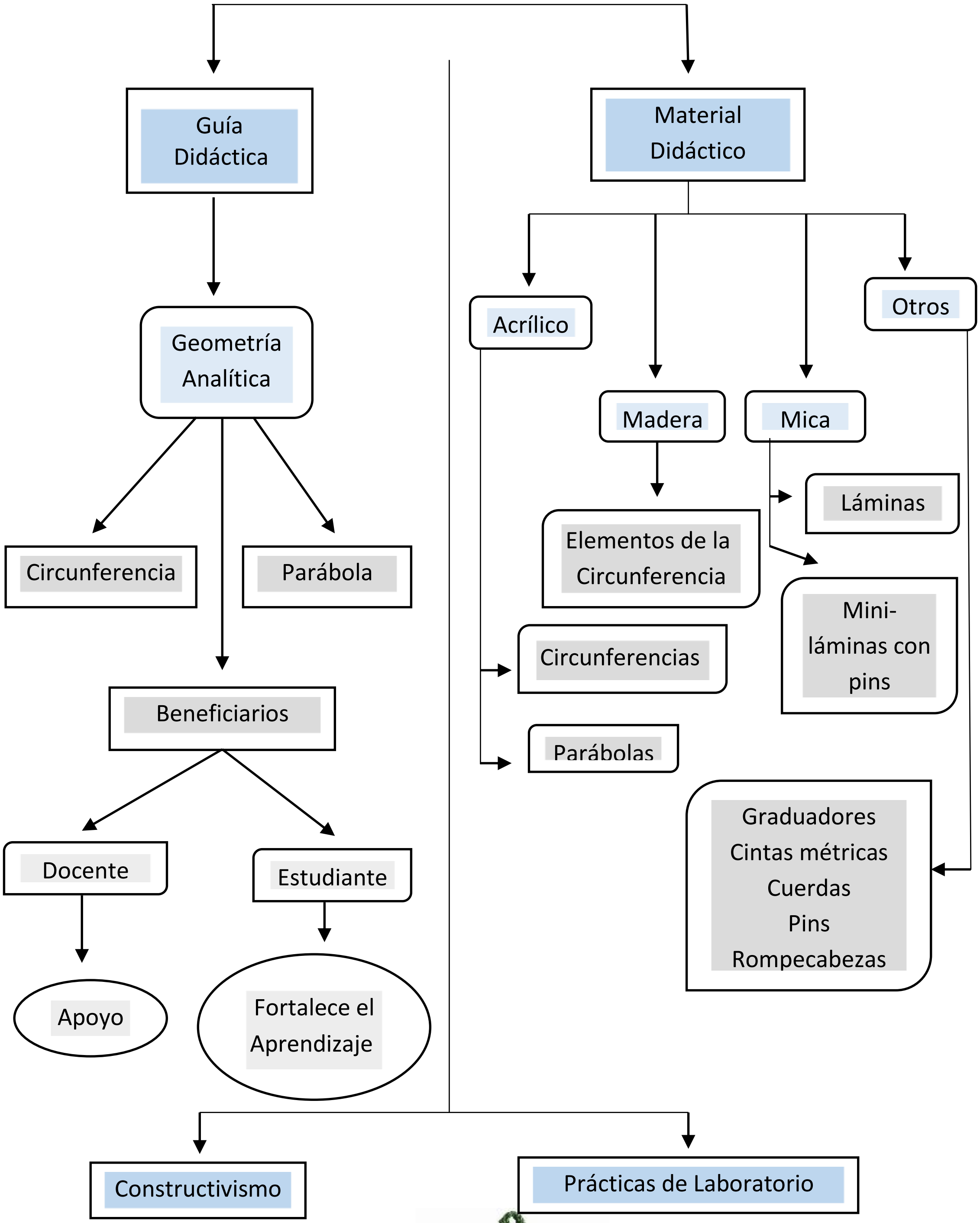
Para abordar los contenidos de la asignatura en el estudio de las cónicas se proponen: identificar las características de la ecuación de la circunferencia, tangente, cuerdas y gráficos, para que el aprendizaje del estudiante sea evidente, se proporcionan varios problemas que se pueden resolver mediante el uso de transformación de coordenadas y características de la ecuación de la parábola, vértice, foco, gráficos, además con el propósito de obtener una comprensión de los contenidos, en cada uno de los temas se plantean varios ejemplos y ejercicios que el estudiante debe realizarlos y estudiarlos.

También en la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la finalidad de cimentar los conocimientos de la asignatura, se desarrolla en forma secuencial en el documento llamado sílabo los objetivos, relación de la asignatura con el perfil de egreso de la carrera, resultados o logros de aprendizaje, los contenidos y los criterios de evaluación que se aplicaran en el estudio de la circunferencia y la parábola, mediante los siguientes planteamientos: el estudiante debe resolver problemas relacionados con la circunferencia o familia de la circunferencias, también utilizará la transformación de coordenadas para la resolución de problemas, comprende la parábola como lugar geométrico y resuelve problemas relacionados con la realidad.

Para apoyar en este proceso de enseñanza-aprendizaje, se pretende implementar una guía con su respectivo material didáctico para la circunferencia y la parábola en el área de la Geometría Analítica, dirigida a los estudiantes del primer ciclo de la carrera y como una contribución al arduo trabajo del docente. La guía y el material son recursos para ser utilizados en el Laboratorio de Matemáticas como un aporte a la implementación de este espacio y como parte de recursos tangibles para ser manipulados por los estudiantes que se encuentran en una etapa de formación para futuros docentes.

3.2 ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA

PROPUESTA


Guía Didáctica
Material Didáctico
Geometría Analítica
Circunferencia
Parábola
Beneficiarios
Docente
Estudiante
Apoyo
Fortalece el Aprendizaje
Acrílico
Madera
Mica
Otros
Láminas
Elementos de la Circunferencia
Mini-láminas con pins
Circunferencias
Parábolas
Graduadores
Cintas métricas
Cuerdas
Pins
Rompecabezas
Constructivismo
Prácticas de Laboratorio

UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA CIRCUNFERENCIA Y LA PARÁBOLA

Material del Laboratorio de Matemáticas

GALO ISRAEL ORTIZ CAMAS

NELSON ROMEO PASTUIZACA GUAMÁN

CUENCA-2016

INTRODUCCIÓN

La guía didáctica está elaborada para la utilización por parte de los docentes y estudiantes del primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca en el área de la Geometría Analítica en los temas de la Circunferencia y la Parábola.

Los contenidos que se abordan en los temas de la circunferencia y la parábola debido a la complejidad de los mismos pueden ser desarrollados mediante una práctica de laboratorio, con la debida manipulación de los materiales didácticos diseñados para cada tema de estudio, y con la ayuda de la guía didáctica donde se presentan todos los pasos a seguir de cada una de las prácticas. La guía didáctica es una herramienta elaborada con el propósito de mejorar el proceso de enseñanza y a la vez construir un aprendizaje de conocimientos sólidos mediante la experimentación y manipulación de recursos didácticos.

La guía didáctica contiene los siguientes temas:

- Elementos de la Circunferencia.
- Ecuación Ordinaria de la Circunferencia.
- Ecuación de la Circunferencia con Centro (h; k).
- Forma General de la Ecuación de la Circunferencia.
- Familias de Circunferencias.
- Ecuación: Longitud de la Tangente entre un punto (P) y la Circunferencia.
- Traslación y Rotación de Ejes.
- Elementos de la Parábola
- Ecuación Ordinaria de la Parábola.
- Ecuación de la Parábola con Vértice el punto (h; k).

Las prácticas se desarrollaran de acuerdo al procedimiento propuesta en la guía didáctica y la utilización de los materiales del set A y set B, que son los materiales que han sido construidos para desarrollar cada una de las prácticas y el geo-plano que se encuentran en el Laboratorio de Matemática de la Universidad de Cuenca, los materiales serán utilizados de acuerdo al requerimiento de cada una de las prácticas.

La guía didáctica está estructurada de la siguiente manera:

- Portada de la práctica.
- Introducción al tema (teoría transcrita de los libros: Geometría Plana y del Espacio de Wentworth y Smith y Geometría Analítica de Lehmann).
- Objetivos.
- Materiales.
- Procedimiento.
- Conclusiones.
- Ejercicios propuestos.

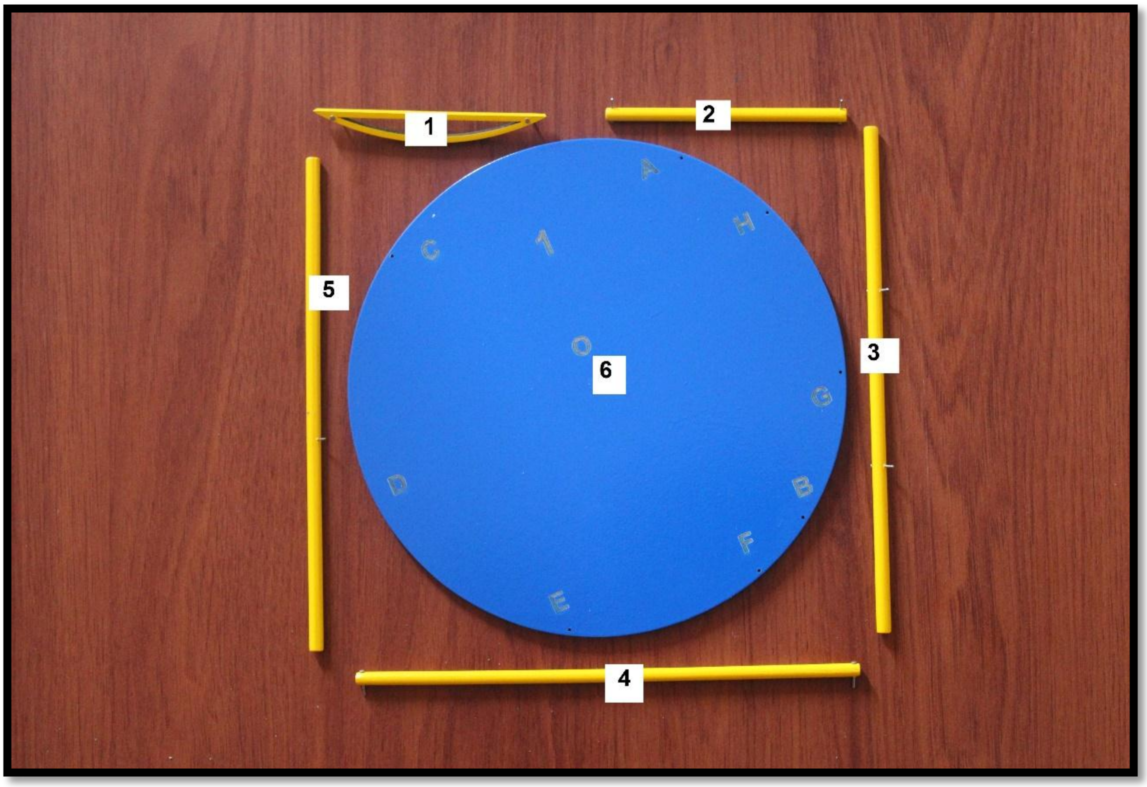
La elaboración de la guía didáctica tiene como finalidad generar en el docente una visión innovadora de nuevas metodologías de enseñanza apegadas a las exigencias actuales de la educación formal, además desarrollar en los estudiantes destrezas y/o habilidades con la manipulación de recursos didácticos, despertar el interés por la asignatura y facilitar el proceso de aprendizaje.

Galo Ortiz

Nelson Pastuizaca

LOS AUTORES

SET A



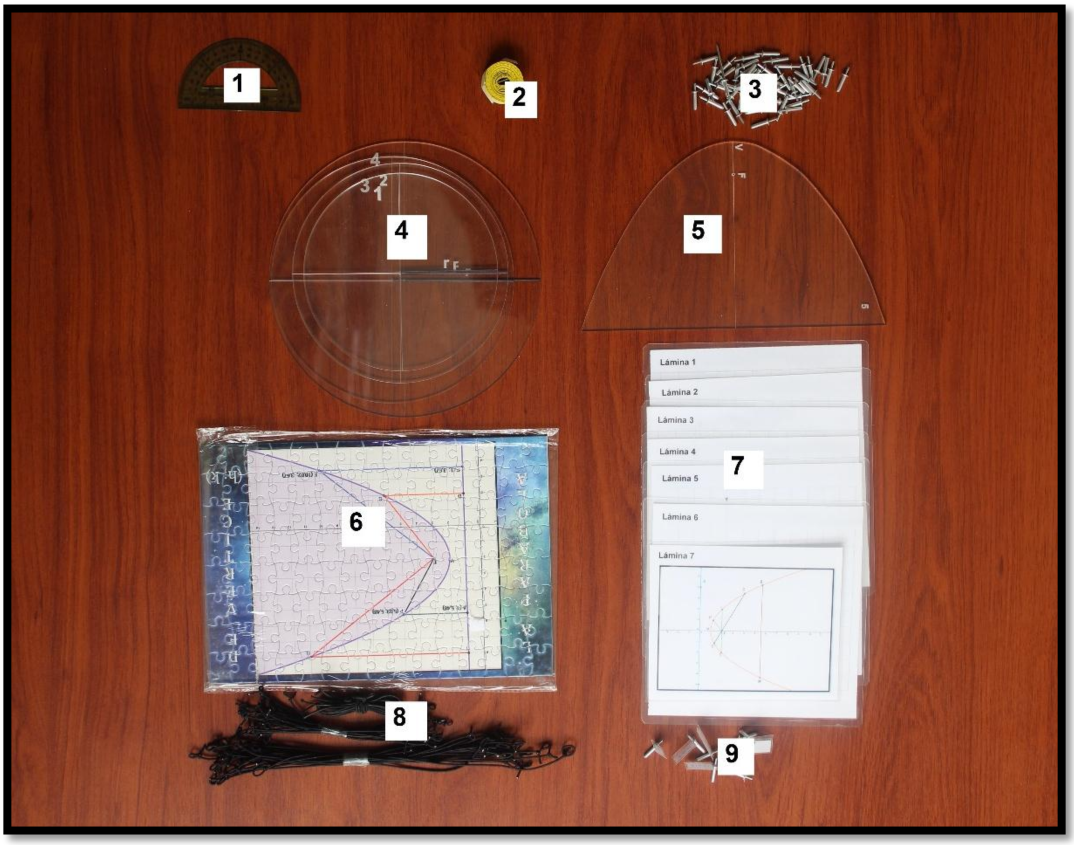
SET A.

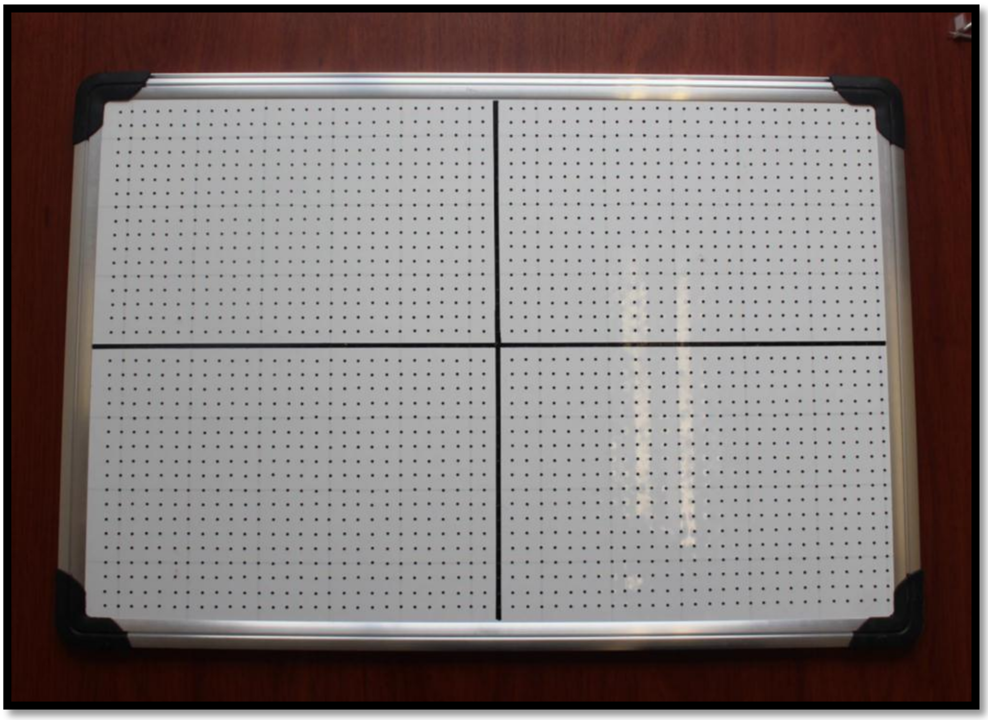
Ubicación	Material	Cantidad
1	Elemento de la circunferencia	6
2	Elemento de la circunferencia	6
3	Elemento de la circunferencia	6
4	Elemento de la circunferencia	6
5	Elemento de la circunferencia	6
6	Circunferencia	6

SET B.		
Ubicación	**Material**	**Cantidad**
1	Graduador	6
2	Cinta métrica	6
3	Pins	60
4	Circunferencia	48
5	Parábola	6
6	Rompecabezas	6
7	Lámina	42
8	Cuerdas	37
9	Mini-lámina con pins	48

SET B


SET B
Lámina 6


1
2
3
4
5
6
7
8
9
Lámina 1
Lámina 2
Lámina 3
Lámina 4
Lámina 5
Lámina 6
Lámina 7



Geo-plano. Laboratorio de Matemáticas.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 1. Catedral Nueva. Cuenca – Ecuador

Práctica N⁰ 1

Elementos de la Circunferencia

Autor: ……………………………………………………………

Fecha: ……………………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Concepto de Circunferencia: es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de un punto fijo del plano – centro.

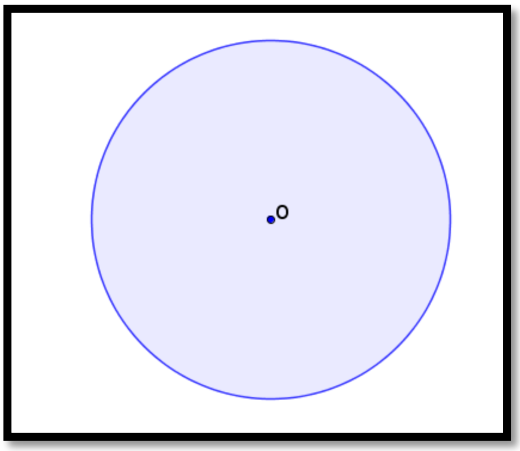


Figura 1. Circunferencia.

2. OBJETIVO

Identificar los elementos de la circunferencia.

3. MATERIALES

- Circunferencia de madera del set A.
- Elementos de la circunferencia de madera del set A.

4. PROCEDIMIENTO

a) Colocar los elementos numerados en la circunferencia de tal manera que los alfileres de los elementos coincidan con los orificios en la circunferencia.

b) Completar la siguiente tabla.

Tabla 1.

ELEMENTO	N^0 .	Está ubicado entre los puntos
Radio		__ y__
Diámetro		__ y __
Tangente		__
Cuerda		__ y__
Secante		__ y__
Arco		__ y__

5. CONCLUSIONES

Relacione la teoría con la práctica realizada y complete las siguientes definiciones.

- El radio es el segmento comprendido entre el ______ y un _____ que pertenece a la ______________.
- El diámetro es el segmento entre ___________ que necesariamente pasa por el ______y equivale a _____________.
- La tangente es la recta que ____ por un _____ único que pertenece a la _____________y es ____________ al radio.
- La cuerda es el segmento que une __________ de la circunferencia.
- La secante es la recta que corta ____________ cualesquiera de la ____________.
- El arco se forma a partir de ___ puntos de la _____________.

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

a) Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F) con respecto a la figura.

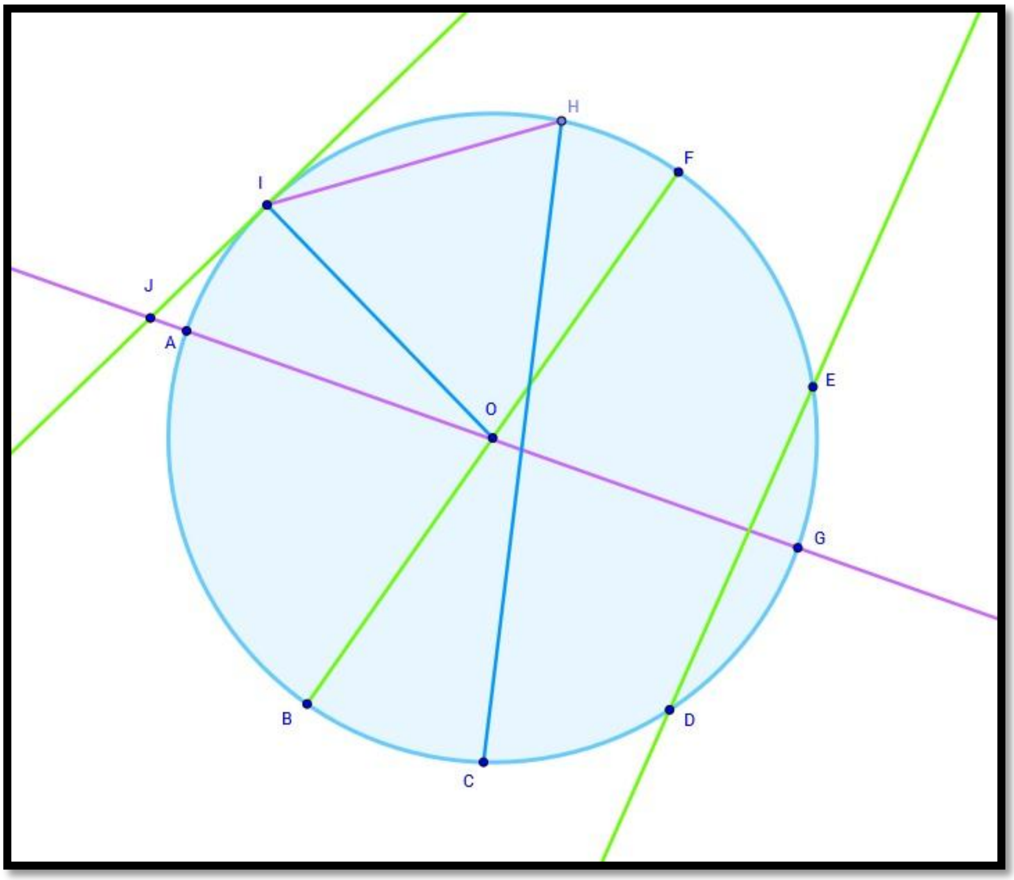


Figura 2. Circunferencia con sus elementos.

- ____ el segmento IH es una cuerda de la circunferencia.

- ____ la recta IJ es secante a la circunferencia.

- ____ la recta DE es secante a la circunferencia.

- ____ el segmento OI es el radio de la circunferencia.

- ____ los segmentos BF y AG son diámetros de la circunferencia.

- ____ el segmento OB no es radio de la circunferencia.

- ____ el segmento CH es el diámetro de la circunferencia.

b) Observe y enliste los elementos de la circunferencia inmersos en la siguiente imagen. Relacione las partes de la bicicleta con los elementos de la circunferencia.

Imagen 2. Bicicleta.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 3. Iglesia de San Francisco. Cuenca - Ecuador

Práctica N^0 2

Ecuación Ordinaria de la Circunferencia

Autor:………………………………………………………

Fecha:………………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Circunferencia es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que se conserva siempre a una distancia constante de un punto de ese plano.

El punto fijo se llama *centro de la circunferencia*, y la distancia constante se llama *radio*.

Cuando la circunferencia tiene su centro C en el origen (0; 0) tenemos el modelo

matemático:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

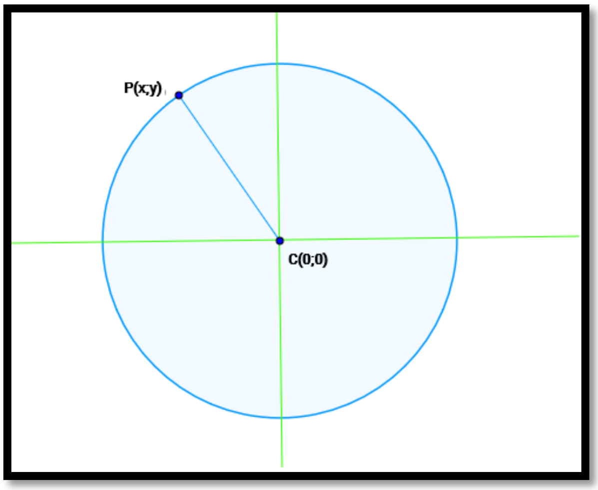


Figura 3. Circunferencia con centro en el origen.

2. OBJETIVO

Verificar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen C (0; 0).

3. MATERIALES

- Set de circunferencias del set B.
- Cinta métrica.
- Geo-plano.
- Set de cuerdas y pins.

4. PROCEDIMIENTO

Caso 1.

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 1 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro coincida en la intersección del plano de referencia.

c) Utilizando la cinta métrica mida el radio entre C (0; 0) y P(x; y) dado en a tabla 2. Escribir el valor en la columna de $r_{med.}$

d) Repetir el procedimiento con las circunferencias N^0 2, N^0 3 y N^0 4.

e) Calcular el radio utilizando el Teorema Pitágoras. Coloque los resultados obtenidos en la columna de r_{cal}.

f) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{r_{med-}r_{cal}}{r_{cal}}\right|$ y escribir el valor en la columna de ε.

Tabla 2.

C. N^0	x	Y	r_{med}	r_{cal}	$\boldsymbol{\varepsilon}$
1	7	4			
2	-4	8			
3	6	-8			
4	10	5			

CONCLUSIÓN:

Debido a la _____________ relación entre r_{med} y r_{cal} **la ecuación** $\boldsymbol{x^2} + \boldsymbol{y^2} = \boldsymbol{r^2}$ que representa la ecuación general de la circunferencia es _________________.

g) **Verificación de la ecuación de la circunferencia.** Sustituya los valores de la tabla 2. Desarrolle las operaciones en la tabla 3.

Tabla 3.

$x^2 + y^2$	r^2

Los valores de las dos columnas son: ___________.

Caso 2.

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 3 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro coincida con sistema de referencia del geo-plano.

c) Ubicar el punto x dado en la tabla 4, desde ese punto con una cuerda trace un perpendicular al eje x que corte en un punto a la circunferencia en el primer cuadrante.

d) Utilizando la cinta métrica mida la ordenada a partir de la abscisa y radio dado que se encuentra en la tabla 4. El valor obtenido escribir en la columna $y_{med.}$

e) Calcular aplicando el Teorema de Pitágoras la componente en y. Escribir el resultado en la columna de $y_{cal.}$

f) Repetir el procedimiento de los literales c, d y e para el otro valor de x. El punto que corta a la circunferencia ubicar en el tercer cuadrante.

g) Ubicar el punto y dado en la tabla 4, desde ese punto con una cuerda trace una perpendicular al eje y que corte en un punto a la circunferencia en el primer cuadrante.

h) Utilizando la cinta métrica mida la abscisa a partir de la ordenada y radio dado que se encuentra en la tabla 4. El valor obtenido escribir en la columna de $x_{med.}$

i) Calcular aplicando el Teorema de Pitágoras la componente en x. Escribir el resultado en la columna de $x_{cal.}$

j) Repetir el procedimiento de los literales g, h e i para el otro valor de y. El punto que corta a la circunferencia ubicar en el cuarto cuadrante.

k) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{y_{med-}\,y_{cal}}{y_{cal}}\right|$ y $\varepsilon = \left|\frac{x_{med-}\,x_{cal}}{x_{cal}}\right|$, escribir el valor obtenido en la columna de ε.

Tabla 4.

x	y_{med}	r_{dado}	y_{cal}	ε
6		10		
-4		10		
x_{med}	y	r_{dado}	x_{cal}	ε
	8	10		
	-7	10		

CONCLUSIÓN:

Debido a la _______________ concordancia entre x_{med} y x_{cal} **la ecuación** $\boldsymbol{x^2 + y^2 = r^2}$ que representa la ecuación general de la circunferencia es ___________________.

Debido a la________________ concordancia entre y_{med} y y_{cal} **la ecuación** $\boldsymbol{x^2 + y^2 = r^2}$ que representa la ecuación general de la circunferencia es ____________________.

Esta figura apareció en Hod Hill. Hay que fijarse en la parte de arriba, el círculo con la circunferencia y el centro de la gran figura muy similar al símbolo del RTTY. Lo curioso es que expone un diseño tridimensional de una antena con su estructura de base y el mismo principio de emisión de ondas en la parte inferior y la superior. El RTTY o radioteletipo es un sistema de telecomunicaciones en el dos terminales se comunican a través de un enlace de radio.

Imagen 4. Campo de Cebada. Hod Hill, Inglaterra
vigiladosdeluniverso.foroactivo.com/t118-crop-circles-circulos-de-las-co…

l) **Verificación de la ecuación de la circunferencia.** Sustituya los valores de la tabla 4. Desarrolle las operaciones en la tabla 5.

Tabla 5.

$x^2 + y^2$	r^2

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

5.1 Con un compás graficar la circunferencia circunscrita en la siguiente figura:

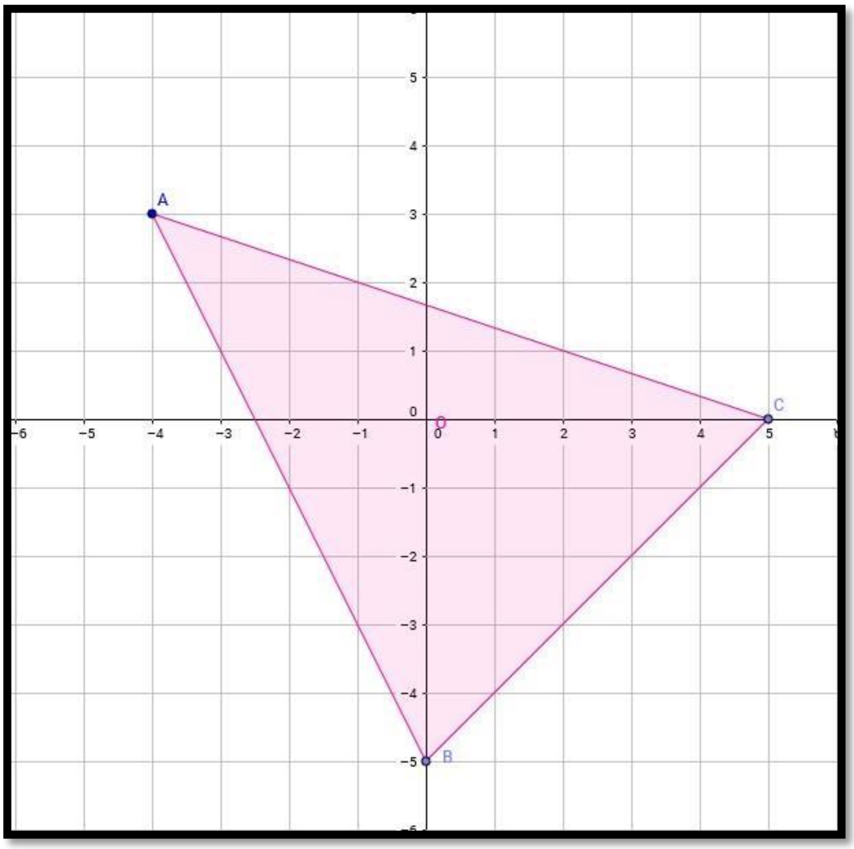


Figura 4. Triángulo.

- Calcule la distancia OA y escriba la ecuación de la circunferencia de la figura anterior.

La distancia $\overline{OA}$ es _______.

La ecuación de la circunferencia es _______________.

5.2¿Cuál es el lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se encuentra sobrevolando a ciudad a una distancia constante de 5km de la torre del aeropuerto, esperando instrucciones para su aterrizaje? Escribir el modelo matemático del lugar geométrico.

Realizar un bosquejo del problema.

El modelo matemático es: _____________________.

Hoja de trabajo 1.

5.3 Realice la siguiente actividad:

a) Visitar la página https://www.ixl.com/math/algebra-2

b) Realizar las cuatro actividades marcadas.

c) Una vez finalizada la actividad realice capturas de pantalla, imprima la hoja de trabajo y entregar al profesor.

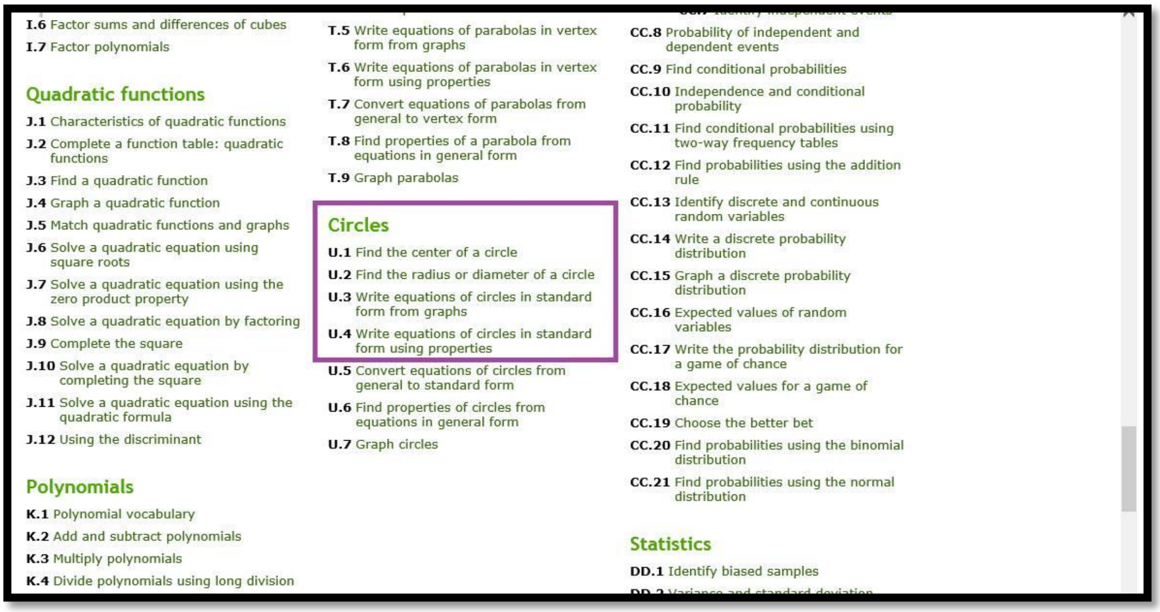


Imagen 5. Captura de pantalla.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 6. Juego mecánico. Cuenca - Ecuador

Práctica N^0 3

Ecuación de la Circunferencia con Centro (h; k)

Autor: ………………………………………………………….

Fecha: ………………………………………………………….

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Cuando la circunferencia tiene su centro fuera del origen C (h; k) tenemos la siguiente expresión matemática:

$$(x-h)^2 + (y-4)^2 = r^2$$

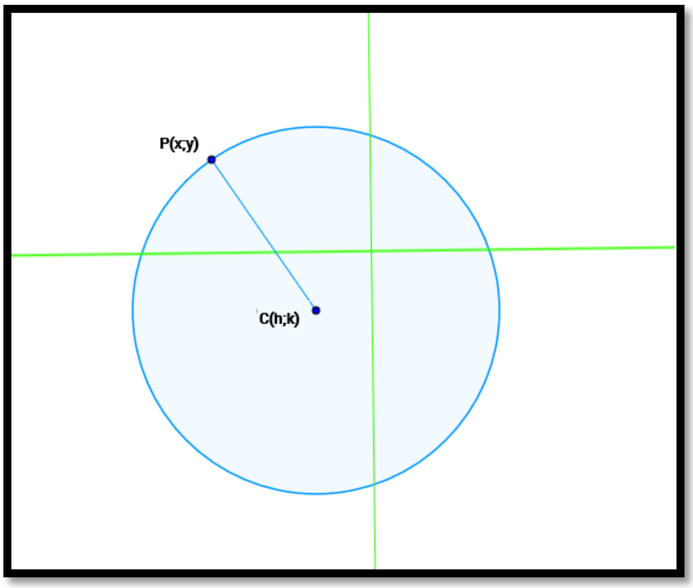


Figura 5. Circunferencia con centro (h; k)

2. OBJETIVO

Verificar la ecuación de la circunferencia con centro (h; k).

3. MATERIALES

- Set de juegos de circunferencias del Set B.
- Cinta métrica
- Geo-plano
- Cuerdas,
- Pins.

4. PROCEDIMIENTO

Caso 1.

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 1 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro coincida con los valores de la tabla 6. en el geo-plano.

c) Utilizando la cinta métrica mida el radio entre C (h; k) y P(x; y) que se encuentra en la tabla 6. Escribir el valor obtenido en la columna de $r_{med.}$

d) Repetir el procedimiento con las circunferencias N^0 2, N^0 3 y N^0 4.

e) Calcular el radio utilizando la fórmula de distancia entre dos puntos y escribir el valor obtenido en la columna de r_{cal} , para cada uno de los casos.

f) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{r_{med-} r_{cal}}{r_{cal}}\right|$ y coloque los resultados obtenidos en la columna de ε.

Tabla 6.

C. N^0	h	k	x	y	$\boldsymbol{r_{med}}$	r_{cal}	$\boldsymbol{\varepsilon}$
1	-5	-5	-12	-9			
2	3	3	7	11			
3	-2	-2	-8	-10			
4	-4	-4	-14	-9			

CONCLUSIÓN:

Debido a la __________________ entre r_{med} y r_{cal} **la ecuación** $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^{\mathbf{2}}+(\boldsymbol{y}-\mathbf{4})^{\mathbf{2}}=\boldsymbol{r}^{\mathbf{2}}$ que representa la ecuación de la circunferencia con centro (h; k) es ____________________.

g) **Verificación de la ecuación de la circunferencia.** Sustituya los valores de la tabla 6. Desarrolle las operaciones en la tabla 7. Para calcular r^2, trabajar con r_{cal}.

Tabla 7.

$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^{\mathbf{2}}+(\boldsymbol{y}-\mathbf{4})^{\mathbf{2}}$	$\boldsymbol{r}^{\mathbf{2}}$

Los valores de las dos columnas son: ____________.

Caso 2.

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 3 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro coincida con los valores de la tabla 8 en el geo-plano.

c) Ubicar el punto x dado en la tabla 8, desde ese punto con una cuerda trace un perpendicular al eje x que corte en un punto a la circunferencia en el primer cuadrante.

d) Utilizando la cinta métrica medir la ordenada desde el eje x hasta el punto de corte con la circunferencia. Escribir el valor obtenido en la columna de y_{med}.

e) Retirar la circunferencia. Luego calcule la ordenada a partir de la abscisa y la distancia (valor de la hipotenusa del triángulo formado entre la abscisa y la ordenada) dados en la tabla 8. El valor obtenido escribir en la columna de y_{cal}.

f) Repetir el procedimiento de los literales c, d y e para el otro valor de x. El punto que corta a la circunferencia ubicar en el tercer cuadrante.

g) Ubicar el punto y dado en la tabla 8, desde ese punto con una cuerda trace una perpendicular al eje y que corte en un punto a la circunferencia en el primer cuadrante.

h) Utilizando la cinta métrica medir la abscisa desde el eje y hasta el punto de corte con la circunferencia. Escribir el valor obtenido en la columna de x_{med}.

i) Retirar la circunferencia. Luego calcule la abscisa a partir de la ordenada y la distancia (valor de la hipotenusa del triángulo formado entre la abscisa y la ordenada) dados en la tabla 8. El valor obtenido escribir en la columna de x_{cal}.

j) Repetir el procedimiento de los literales g, h, e i para el otro valor de y. El punto que corta a la circunferencia ubicar en el segundo cuadrante.

k) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{x_{med-}x_{cal}}{x_{cal}}\right|$ y $\varepsilon = \left|\frac{y_{med-}y_{cal}}{y_{cal}}\right|$ y coloque los resultados en la columna de ε.

Tabla 8.

h	K	x	y_{med}	Distancia	y_{cal}	$\boldsymbol{\varepsilon}$
5	5	11		17,03		
-3	-3	-9		14,21		
h	K	x_{med}	y	Distancia	x_{cal}	$\boldsymbol{\varepsilon}$
4	4		12	15,62		
-2	2		10	12,81		

CONCLUSIONES:

Debido a la _________________ concordancia entre $\boldsymbol{x_{med}}$ y x_{cal} **la ecuación** $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^{\boldsymbol{2}} + (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{4})^{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{r}^{\boldsymbol{2}}$ que representa la ecuación de la circunferencia con centro (h; k) es _____________________.

Debido a la__________________ concordancia entre $\boldsymbol{y_{med}}$ y y_{cal} **la ecuación** $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^{\boldsymbol{2}} + (\boldsymbol{y}-\boldsymbol{4})^{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{r}^{\boldsymbol{2}}$ que representa la ecuación de la circunferencia con centro (h; k) es _____________________.

l) **Verificación de la ecuación de la circunferencia.** Sustituya los valores de la tabla 8. Desarrolle las operaciones en la tabla 9. Para los valores de x y y trabajar con x_{cal} y y_{cal} respectivamente. Para el valor de r^2, medir el radio de la circunferencia.

Tabla 9.

$(x-h)^2 + (y-4)^2$	r^2

Los valores de las dos columnas son: ___________.

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

5.1 Realice la siguiente actividad.

a) Escriba la ecuación de la circunferencia que corresponde al sol.

b) Calcule C (h; k) a partir de la distancia del sol a la tierra.

c) Encuentre la ecuación de la circunferencia que corresponde a la tierra.

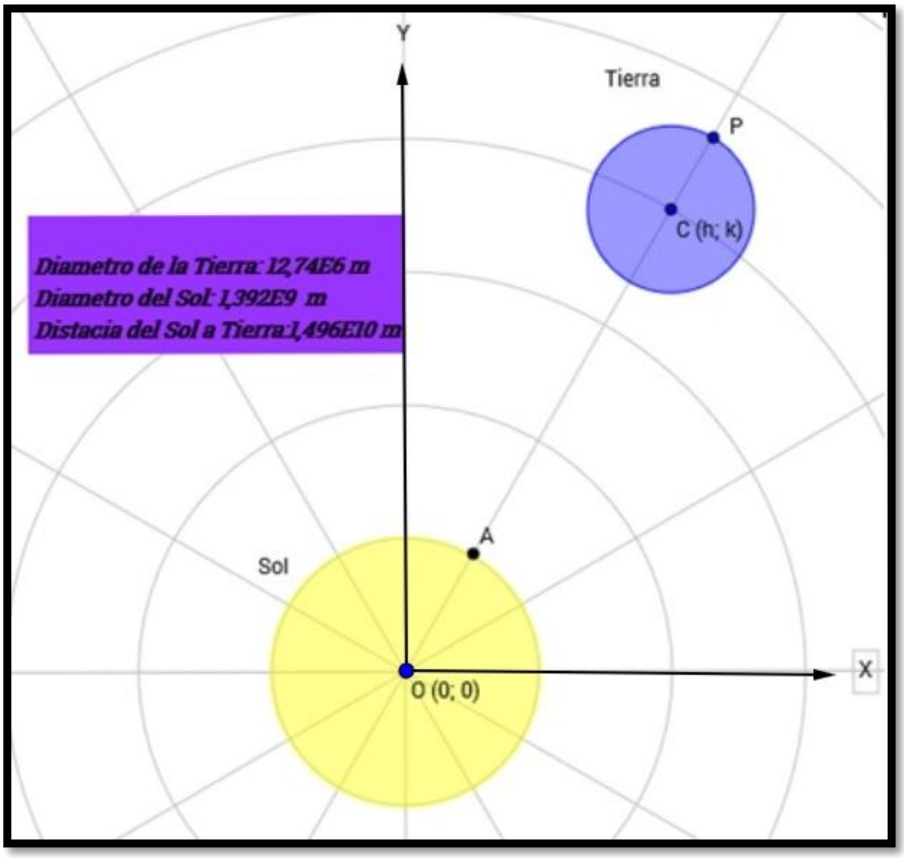


Figura 6. Sistema solar. Tierra-sol.

La ecuación de la circunferencia que corresponde al sol es:

________________________________.

El punto C (h; k) es: ____.

La ecuación de la circunferencia que corresponde a la tierra es:

________________________________.

Hoja de trabajo 2.

5.2 Realice la siguiente actividad:

a) Visitar la página https://www.ixl.com/math/algebra-2

b) Realizar las cuatro actividades marcadas.

c) Una vez finalizada la actividad realice capturas de pantalla, imprima la hoja de trabajo y entregar al profesor.

I.6 Factor sums and differences of cubes
I.7 Factor polynomials

Quadratic functions

J.1 Characteristics of quadratic functions
J.2 Complete a function table: quadratic functions
J.3 Find a quadratic function
J.4 Graph a quadratic function
J.5 Match quadratic functions and graphs
J.6 Solve a quadratic equation using square roots
J.7 Solve a quadratic equation using the zero product property
J.8 Solve a quadratic equation by factoring
J.9 Complete the square
J.10 Solve a quadratic equation by completing the square
J.11 Solve a quadratic equation using the quadratic formula
J.12 Using the discriminant

Polynomials

K.1 Polynomial vocabulary
K.2 Add and subtract polynomials

T.5 Write equations of parabolas in vertex form from graphs
T.6 Write equations of parabolas in vertex form using properties
T.7 Convert equations of parabolas from general to vertex form
T.8 Find properties of a parabola from equations in general form
T.9 Graph parabolas

Circles

U.1 Find the center of a circle
U.2 Find the radius or diameter of a circle
U.3 Write equations of circles in standard form from graphs
U.4 Write equations of circles in standard form using properties
U.5 Convert equations of circles from general to standard form
U.6 Find properties of circles from equations in general form
U.7 Graph circles

CC.8 Probability of independent and dependent events
CC.9 Find conditional probabilities
CC.10 Independence and conditional probability
CC.11 Find conditional probabilities using two-way frequency tables
CC.12 Find probabilities using the addition rule
CC.13 Identify discrete and continuous random variables
CC.14 Write a discrete probability distribution
CC.15 Graph a discrete probability distribution
CC.16 Expected values of random variables
CC.17 Write the probability distribution for a game of chance
CC.18 Expected values for a game of chance
CC.19 Choose the better bet
CC.20 Find probabilities using the binomial distribution
CC.21 Find probabilities using the normal distribution

Imagen 7. Captura de pantalla.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 8. Aros de Automóvil.

Práctica N^0 4

Forma General de la Ecuación de la Circunferencia

Autor: ……………………………………………………….

Fecha: ……………………………………………………..

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

La ecuación ordinaria o normal de la ecuación de una circunferencia de radio r y centro $(h;k)$ es:

$$(x-h)^2 + (y-4)^2 = r^2$$

Desarrollando y simplificando obtenemos:

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

que es de la forma:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

donde, D = -2h, E= -2k, F= $h^2 + k^2 - r^2$.

Llamamos a esta última la ecuación general de la circunferencia.

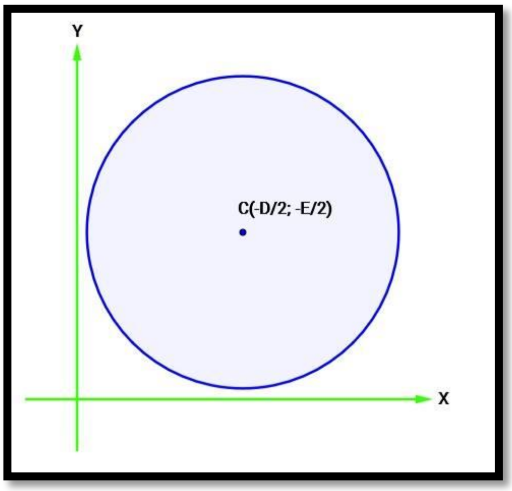


Figura 7. Circunferencia con centro de coordenadas (-D/2; -E/2)

2. OBJETIVO

Verificar la ecuación de la circunferencia de la forma general.

3. MATERIALES

- Set Juegos de circunferencias de la caja B.
- Cinta métrica
- Geo-plano

4. PROCEDIMIENTO

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 5 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro coincida con los valores de la tabla 10 en el geo-plano.

c) Utilizando la cinta métrica mida el radio entre C (h; k) y un punto P de coordenadas (x; y) cualquiera que pertenezca a la circunferencia que se encuentra en la tabla 10. Escribir el valor obtenido en la columna de r_{med}.

d) Completar la tabla 10 con los valores dados y medidos anteriormente.

e) Completar la tabla 11 con los valores medidos y calculados.

f) Transcribir los valores de r_{med} y r_{cal} en la tabla 12. Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{r_{med-}r_{cal}}{r_{cal}}\right|$ y coloque los resultados en la columna de ε.

g) Repetir el proceso para los demás valores de (h; k).

Tabla 10.

h	k	r_{med}	D = -2h	E= -2k	F= $h^2 + k^2 - r^2$
-5	-5				
4	4				

Tabla 11.

Medido	Calculado
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = {r_{med}}^2$	$(x+\frac{D}{2})^2 + (y+\frac{E}{2})^2 = \frac{D^2+E^2-4F}{4}_{cal}$

Observar y describir qué relación existe entre las dos columnas.

___

___

___

___

Tabla 12.

r_{med}	$\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}_{cal}$	ε

Conclusiones:

Debido a ___________________concordancia entre r_{med} y $\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}_{cal}$, la ecuación $x^2+\ y^2+\mathrm{Dx}+\mathrm{Ey}+\mathrm{F}=0$ que representa la forma general de la ecuación de la circunferencia es _________________.

5. EJERCICIO PROPUESTO

a) En la siguiente imagen, dada la ecuación de la forma general encuentre el centro y el radio.

b) Escriba la ecuación con centro (h; k).

c) Encuentre la altura marcada en la imagen.

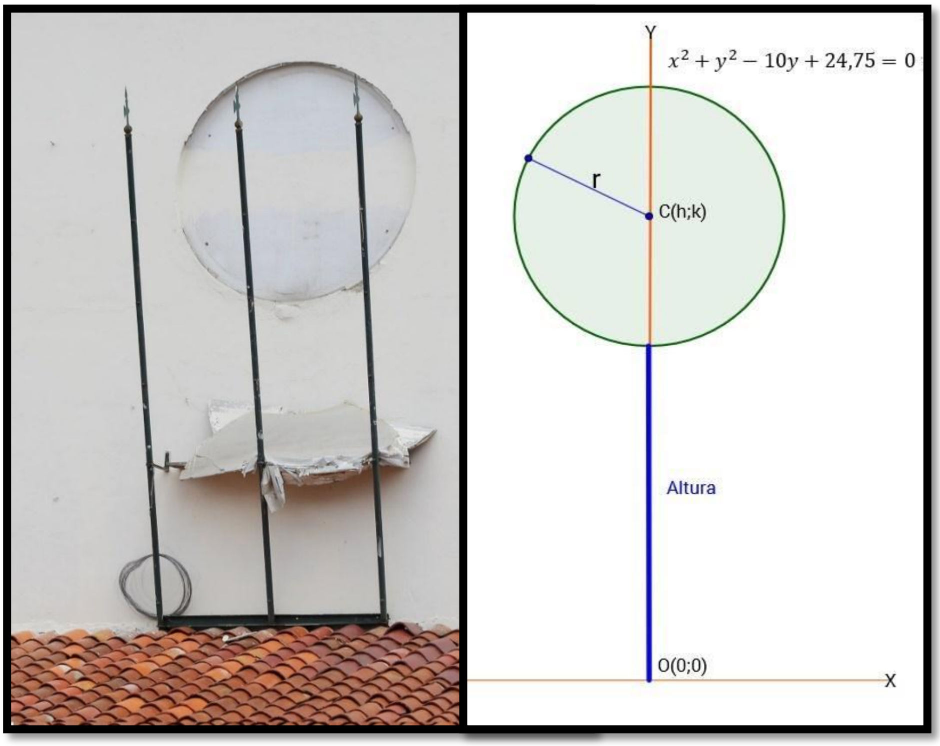


Imagen 9. Pared de una casa. Cuenca - Ecuador

El centro es: _________. El radio es: __________.

La ecuación con centro (h; k) es: ___________________.

La altura es: _________.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 10. Iglesia del Cenáculo. Cuenca – Ecuador

Práctica N^0 5

Familias de Circunferencias

Autor: ……………………………………………………….

Fecha: ……………………………………………………….

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

La familia de todas las circunferencias concéntricas cuyo centro común es el punto (h; k) tiene por ecuación:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = t^2,$$

en donde el parámetro t es cualquier número positivo.

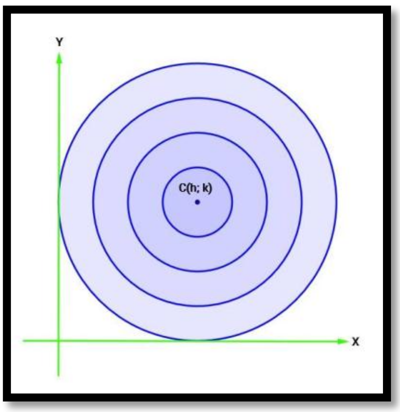


Figura 8. Circunferencias concéntricas

2. OBJETIVO

Conocer la ecuación que representa la familia de circunferencias concéntricas.

3. MATERIALES

- Set de circunferencias del Set B.
- Geo-plano.
- Set de cuerdas.

- Cinta métrica.

4. PROCEDIMIENTO

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 2 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro esté ubicado en el punto (h; k) con respecto al sistema de referencia construido cuyos valores están en la tabla 13.

c) Utilizando la cinta métrica mida el radio de la circunferencia y escribir el resultado en la columna de $r_{med.}$

d) Repetir el procedimiento con las circunferencias N^0 3 y N^0 4.

e) Escriba las ecuaciones de las circunferencias 2, 3 y 4 en la tabla 14.

Tabla 13.

C. N^0	h	k	r_{med}
2	3	4	
3	3	4	
4	3	4	

Tabla 14.

C. N^0	$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2=\boldsymbol{r^2}_{\boldsymbol{med}}$
2	
3	
4	

5. CONCLUSIONES

- Completar la siguiente tabla.

Tabla 15.

C. N^0	$(x-h)^2+(y-k)^2$	r_{med}^2
2		
3		
4		

Si r_{med}= t, donde t es cualquier número positivo.

- La expresión matemática que define la familia de circunferencias concéntricas es:

____________________________.

En donde

(h; k):____.

(x; y):____.

t:____.

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

6.1 Realizar las siguientes actividades:

a) Encontrar el incentro y el circuncentro del triángulo en la figura y escribir sus coordenadas.

b) Graficar la circunferencia inscrita y circunscrita.

c) Encontrar el radio de las dos circunferencias.

d) Escribir las ecuaciones de las circunferencias: inscrita y circunscrita.

e) Escribir el modelo matemático que define la familia de circunferencias.

- El incentro tiene coordenadas: (_ ; _).

- El circuncentro tiene coordenadas: (_ ; _).
- El radio de la circunferencia inscrita es: ________.
- El radio de circunferencia circunscrita es: _______.

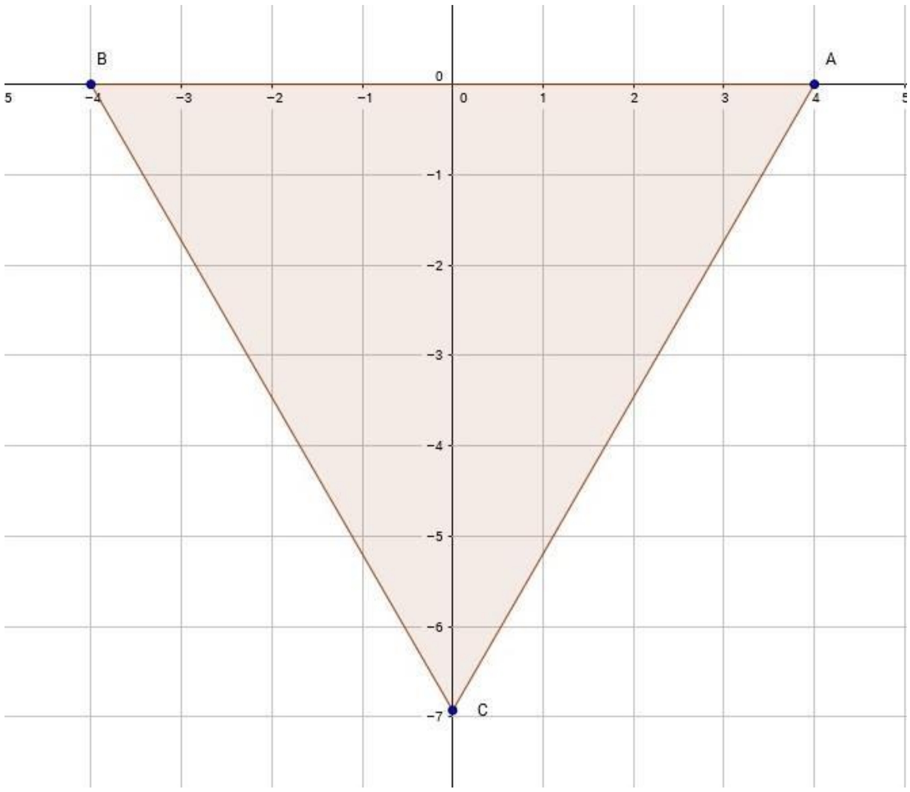


Figura 9. Triángulo equilátero.

Ecuación de la circunferencia inscrita: ____________________________.

Ecuación de la circunferencia circunscrita: _________________________.

El modelo matemático es: _______________________.

6.2 Una fuente circular de agua presenta el siguiente modelo matemático $(x-5)^2+(y-4)^2=(0{,}25)^2$, alcanza a rociar en un radio de 3 metros, el área verde tiene forma circular de 11,31 metros cuadrados como se observa en la figura.

Calcular:

a) la ubicación de la fuente.
b) la ecuación de la circunferencia formada por el agua rociada.
c) el radio y la ecuación del área verde.
d) el área verde que no fue rociada por la fuente.
e) la ecuación de la familia de estas circunferencias.

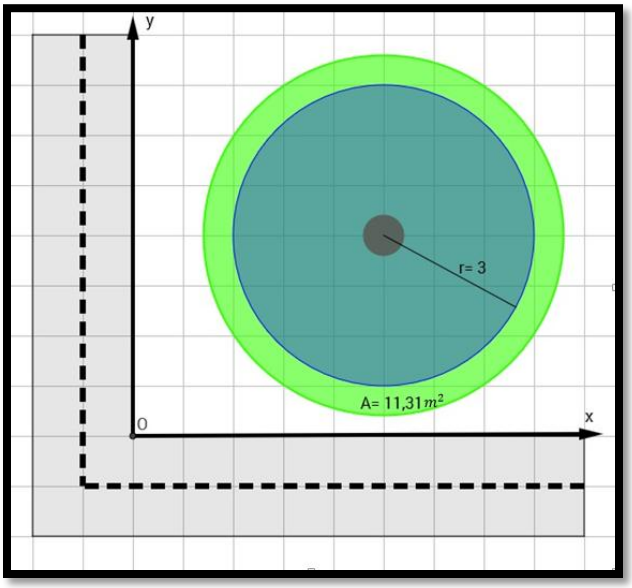


Figura 10. Circunferencias.

La ubicación de la fuente es _____.

La ecuación de la circunferencia formada por el agua rociada de la fuente es _______________________.

El radio del área verde es ___________.

La ecuación del área verde es ______________________.

El área verde que no fue rociada por la fuente es ______________________.

La ecuación de la familia de estas circunferencias es ___________________.

LA CIRCUNFERENCIA

Imagen 11. Reloj.

Práctica Nº 6

Ecuación: Longitud de la Tangente entre un Punto (P) y la Circunferencia

Autor: ……………………………………………………

Fecha: ……………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN ALTEMA

Teorema. Si t es la longitud de la tangente trazada del punto exterior $P(x_1\ ,\ y_1)$ a la circunferencia $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, entonces:

$$t = \sqrt{(x_1-h)^2 + (y_1-k)^2 - r^2}$$

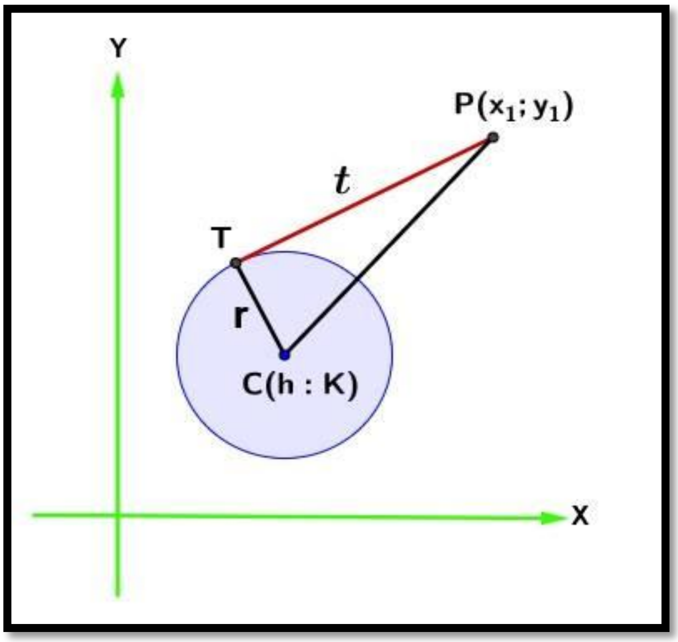


Figura 11. Circunferencia.

2. OBJETIVO

Demostrar el modelo matemático: longitud de la tangente entre un punto P y la circunferencia.

3. MATERIALES

- Set de circunferencias del Set B.
- Geo-plano.
- Set de cuerdas y cinta métrica.

4. PROCEDIMIENTO

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set de circunferencias tome la circunferencia N^0 2 y coloque en el geo-plano, cuidando que el centro esté ubicado en el punto (h; k) con respecto al sistema de referencia cuyos valores están en la tabla 16.

c) Ubicar un punto T de la circunferencia dado en la tabla 16.

d) Ubicar el punto P (x_1;y_1) dados en la tabla 16, colocar una cuerda entre el punto T de la circunferencia y el punto P y su longitud se denominará con la letra t.

e) Desde el centro de la circunferencia colocar una cuerda al punto P cuya longitud se denominará con la letra d. Colocar otra cuerda desde el centro de la circunferencia hasta el punto T.

Tabla 16.

h	k	T	x_1	y_1	r
3	4	(3; 5)			

f) Dibujar la figura formada por la cuerdas y colocar sus respectivas denominaciones:

g) A partir de la figura aplique el Teorema de Pitágoras y despeje t.

Nota: utilizar solo nomenclatura, no trabajar con valores numéricos.

h) Reemplazar d por la fórmula de distancia entre dos puntos:

i) De modo que t es igual a:

5. CONCLUSIONES

El modelo matemático que nos permite calcular la longitud de la tangente entre un punto P y la circunferencia es:

____

En donde

t: ____.

$\sqrt{(x_1 - h)^2 + \ (y_1 - k)^2}$: ______________________________________.

r: ____.

6. EJERCICIO PROPUESTO

a) De acuerdo a la figura, encuentre las distancias de las tangentes entre el satélite y la tierra, aplicando la fórmula anteriormente demostrada.

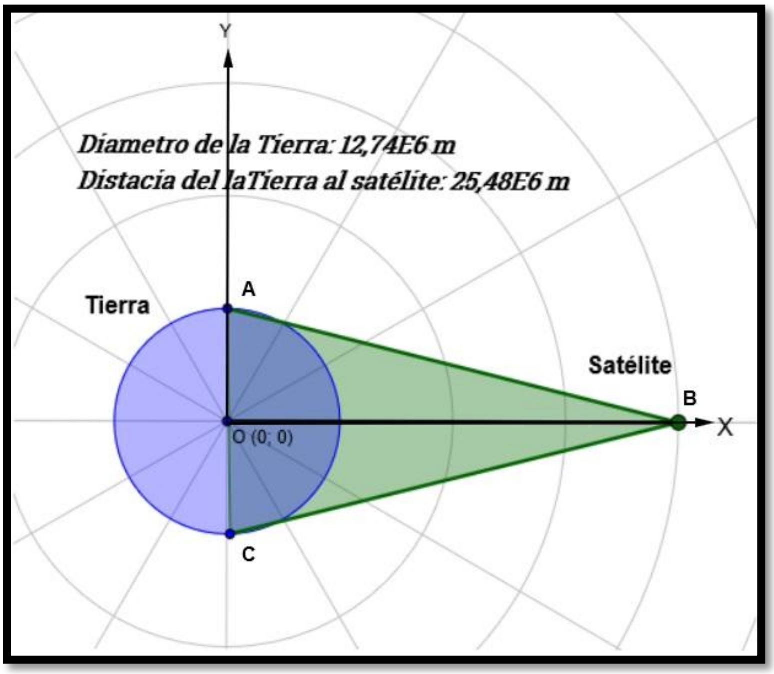


Figura 12. Planeta tierra y un satélite.

La distancia $\overline{AB}$ es: ______________________.

La distancia $\overline{CB}$ es: ______________________.

b) Halle el área solo de la parte sombreada de color verde.

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Imagen 12. Rotación de la luna.

Práctica N^0 7

Traslación y Rotación de Ejes Coordenados

Autor: ………………………………………………………......

Fecha: ……………………………………………………….

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Una transformación es una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una dada.

Analíticamente, se expresa por una o más ecuaciones llamadas ecuaciones de transformación.

Traslación de los ejes coordenados.

Si se trasladan los ejes coordenados a un nuevo origen O' (h; k), si las coordenados de cualquier punto P antes y después de la traslación son (x; y) y (x'; y'), respectivamente.

Los modelos matemáticos de transformación del sistema primitivo al nuevo sistema de coordenado es:

$$\mathbf{x = x' + h, \quad y = y' + k.}$$

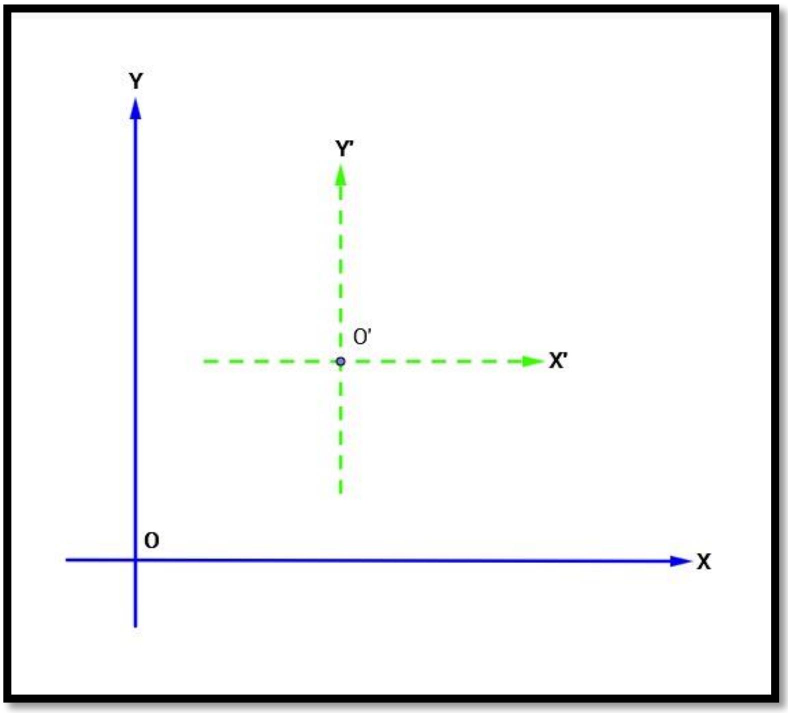


Figura 13. Traslación de los ejes.

Rotación de ejes coordenados

Si los ejes coordenados giran un ángulo ϕ en torno de su origen como centro de rotación, y las coordenadas de un punto cualquiera P antes después de la rotación son (x; y) y (x'; y'), respectivamente.

Los modelos matemáticos de rotación del sistema original al nuevo sistema de coordenado es:

$$x = x' \cos \theta - y' \operatorname{sen} \theta, \quad y = x' \operatorname{sen} \theta + y' \cos \theta.$$

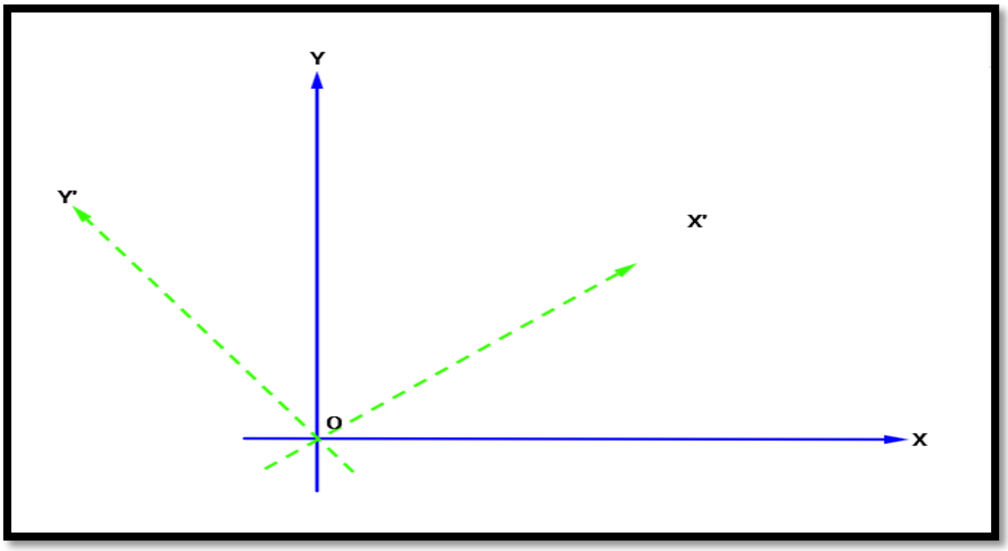


Figura 14. Rotación de los ejes.

2. OBJETIVO

Demostrar las ecuaciones de traslación y rotación de ejes coordenados.

3. MATERIALES

- Cinta métrica.

- Set de láminas del set B.

- Graduadores.

4. PROCEDIMIENTO

Proceso 1.

a) De la caja B tomar el set de láminas y colocar en su mesa de trabajo.

b) Observar la lámina 1. Las posibles coordenadas del punto P son:

P (_; _), P (_; _).

c) A partir de la lámina 2 medir las longitudes de x y y utilizando la cinta métrica, este valor ubicar en la tabla 17.

d) En la lámina 3, utilizando la cinta métrica verificar los valores de x’, y’, h y k de la tabla 17. Marcar con un $\surd$ si está correcto o con una X si está incorrecto.

e) Complete los valores x_{cal} y y_{cal}.

f) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon_x = \left| \frac{x_{med-}\,x_{cal}}{x_{cal}} \right|$, $\varepsilon_y = \left| \frac{y_{med-}\,y_{cal}}{y_{cal}} \right|$ y coloque los resultados en las columnas de ε_x y ε_y.

Tabla 17.

x’		y’		h		k		x_{med}	x_{cal} x’+h	$\boldsymbol{\varepsilon_x}$	y_{med}	y_{cal} y’+k	$\boldsymbol{\varepsilon_y}$
4,6		1,5		3,05		4,6							

CONCLUSIÓN:

Debido a la ___________ relación entre x_{med} y x_{cal} ;y_{med} y y_{cal}. Las ecuaciones x=x’+ h, y= y’+ k que representa la transformación de los ejes coordenados es ______________.

Proceso 2.

a) A partir de la lámina 4, utilizando la cinta métrica y el graduador determinar los valores de r, ϕ, ɵ, los valores obtenidos escribir en la tabla 18.

b) En la lámina 5, con la ayuda de la cinta métrica y el graduador medir los valores de x, y y (ɵ+ϕ), ubicar los valores en la columna de x_{med}, y_{med}, (ɵ+ϕ) de la tabla 19.

c) Completar la columna de x_{cal}, y_{cal}

d) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon_x = \left| \frac{x_{med-}\,x_{cal}}{x_{cal}} \right|$, $\varepsilon_y = \left| \frac{y_{med-}\,y_{cal}}{y_{cal}} \right|$ y coloque los resultados en las columnas de ε_x y ε_y.

e) En la lámina 6 con la ayuda de la cinta métrica y el graduador, medir los valores de x', y' , ubicar los valores en la columna de x'_{med},y'_{med}, (ɵ+ɸ) en la tabla 20.

f) Completar la columna de x'_{cal}, y'_{cal}

g) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon_{x'} = \left| \frac{x'_{med-}\,x'_{cal}}{x'_{cal}} \right|$, $\varepsilon_{y'} = \left| \frac{y'_{med-}\,y'_{cal}}{y'_{cal}} \right|$ y coloque los resultados en las columnas de $\varepsilon_{x'}$ y $\varepsilon_{y'}$.

Tabla 18.

r	ɸ	ɵ

Tabla 19.

ɸ+ɵ	x_{med}	y_{med}	x_{med} rcos(ɸ+ɵ)	y_{cal} rsen(ɸ+ɵ)	$\boldsymbol{\varepsilon_x}$	$\boldsymbol{\varepsilon_y}$

CONCLUSIÓN:

Debido a la _______________ relación entre x_{med} y x_{cal} , y_{med} y y_{cal} las ecuaciones **x=rcos(ɸ+ɵ)** y **y=rsen(ɸ+ɵ)** son ____________________.

Tabla 20.

x'_{med}	y'_{med}	x'_{cal}	y'_{cal}	$\boldsymbol{\varepsilon_{x'}}$	$\boldsymbol{\varepsilon_{y'}}$

		rcosϕ	rsenϕ		

CONCLUSIÓN:

Debido a la ______________ relación entre x'_{med} y x'_{cal} , y'_{med} y y'_{cal} las ecuaciones **x' = rcosϕ** y **y' = rsenϕ** son __________________.

Complete y desarrolle con las ecuaciones anteriormente verificadas.

x=_________________=rcosϕcosѳ-rsenϕsenѳ.

x'=________________.

y'=________________.

remplazando rcosϕ y rsenϕ en x, tenemos:

x=________________.

y=_________________=rsenϕcosѳ+rcosϕsenѳ.

x'=________________.

y'=________________

remplazando rcosϕ y rsenϕ en **y**, tenemos:

y=________________.

CONCLUSIÓN:

Las ecuaciones para la rotación de los ejes coordenados son:

______________________ ______________________

LA PARÁBOLA

Imagen 13. Sombrilla.

Práctica N^0 8

Elementos de la Parábola

Autor: ……………………………………………………….

Fecha: ………………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

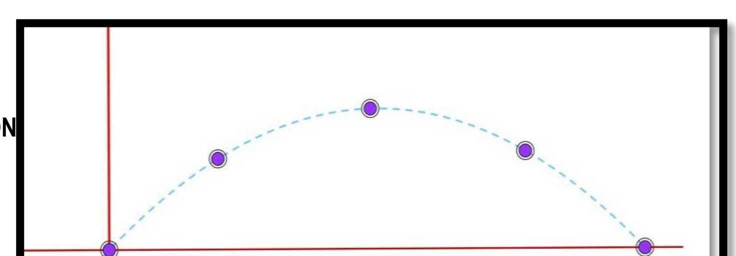


Figura 15. Movimiento de un proyectil.

2. OBJETIVO

Conocer los elementos de la parábola.

3. MATERIAL

- Lámina 7 del set B.

4. PROCEDIMIENTO

Observar la tabla 21 y la lámina N^0 7 del set B para el estudio de los elementos que conforman la parábola.

Tabla 21.

ELEMENTO	**DESCRICIPCIÓN**
Vértice	Designamos al punto **V**
Foco	Designamos al punto **F**
Directriz	Es la recta **a** que esta sobre el eje Y
Cuerda	Segmento de recta (**BB'**) que une dos puntos cualesquiera de la parábola.
Cuerda focal	Segmento de recta (**CC'**) que une dos puntos de la parábola y que pasa por el foco.
Lado recto	Una recta (**LR**) que une dos puntos de la parábola, que pasa

	por el foco y es perpendicular al eje.
Eje	Recta que pasa por **F** y es perpendicular al eje, en este caso coincide con el eje **X.**
Radio focal de P	Segmento de recta (**FP**), también se denomina radio vector.

5. CONCLUSIONES

Relacione las expresiones dadas en la tabla 21 con la lámina N^0 7 y complete las siguientes definiciones.

- El segmento de recta que une el foco con un punto cualesquiera de la ___________, también se lo conoce como _________ ___________.
- Una recta que une ___ ________de la parábola, que pasa por el ______ y que es _____________ al eje se denomina ______ ______.
- El ______________ se ubica entre el foco y la _____________.
- La __________ es un segmento de __________ que une dos puntos cualesquiera de la ______________.
- Un _________ de recta que une _____ puntos de la _________ y que pasa por el foco se denomina _______ _______.
- La directriz es la ________ ______________ al eje x, y según la gráfica esta sobre el ___ ___.

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

a) Completar la tabla observando la figura 16.

Tabla 22.

ELEMENTO	UBICACIÓN

Vértice	Entre la ____________ y el _____________. Es el punto de coordenadas (__ ; __)
Foco	En el punto de coordenadas (__ ; __)
Directriz	Es la recta ____ que es paralela al eje ___.
Cuerda	Está entre los puntos _____ y _____.
Cuerda focal	Está entre los puntos _____ y _____.
Lado recto	Está entre los puntos ____ y_____.
Eje	Coincide con el eje _____.
Radio focal de C	Está entre el punto ____ y ____.

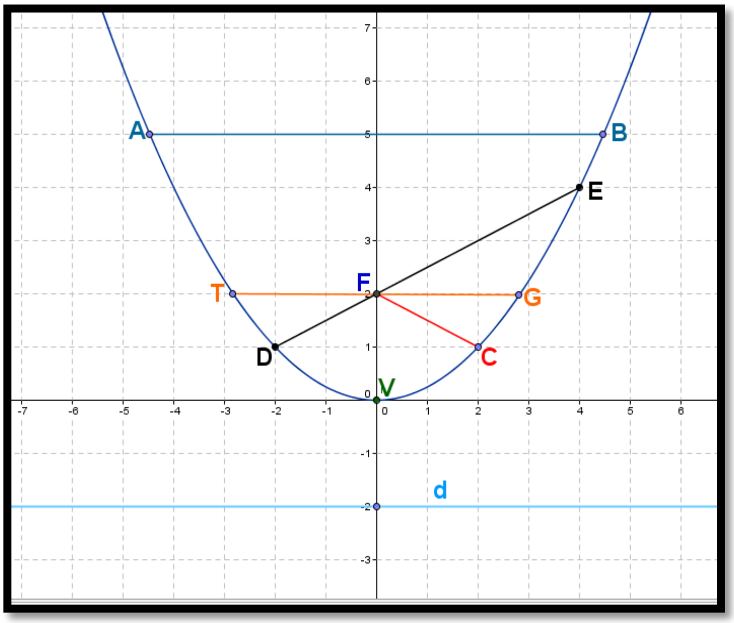


Figura 16. Parábola y sus elementos.

b) Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F) con respecto a la figura 17.

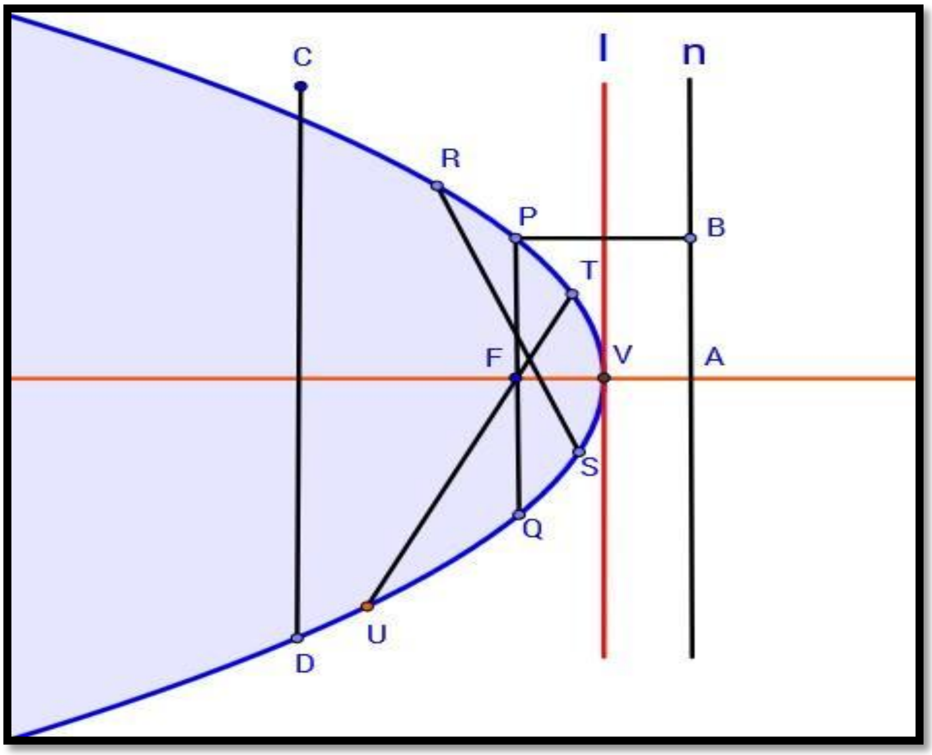


Figura 17. Parábola y sus elementos.

- ____ el segmento PQ es el lado recto de la parábola.
- ____ la recta l es la directriz de la parábola.
- ____ el segmento DC es una cuerda de la parábola.
- ____ la recta n es la directriz.
- ____ los segmento TU es la cuerda focal de la parábola.
- ____ la distancia entre los puntos QF, FP Y PB no son iguales.
- ____ los puntos V y F son el vértice y el foco de la parábola.
- ____ el segmento RS es una cuerda de la parábola.

c) Complete el siguiente crucigrama de acuerdo a la figura 18.

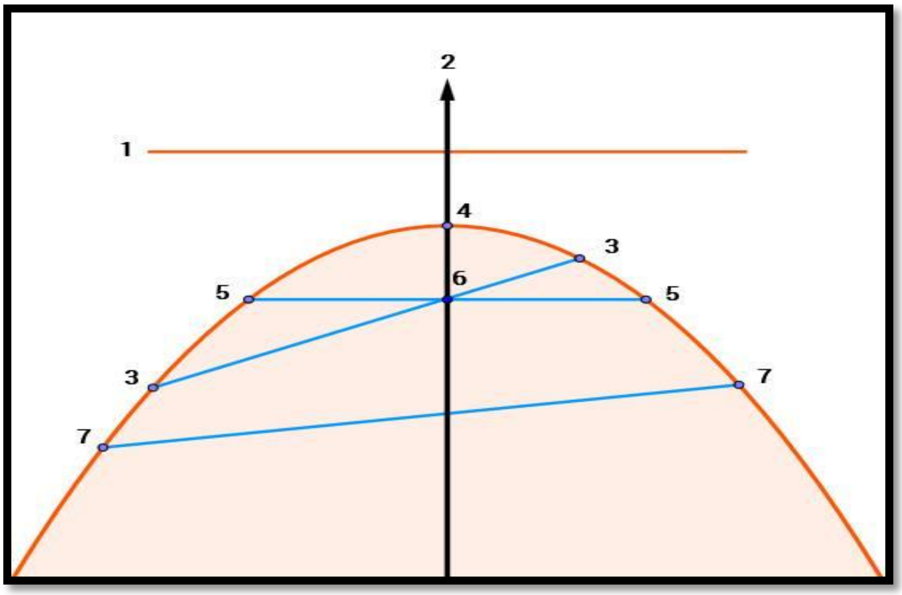


Figura 18. Parábola.

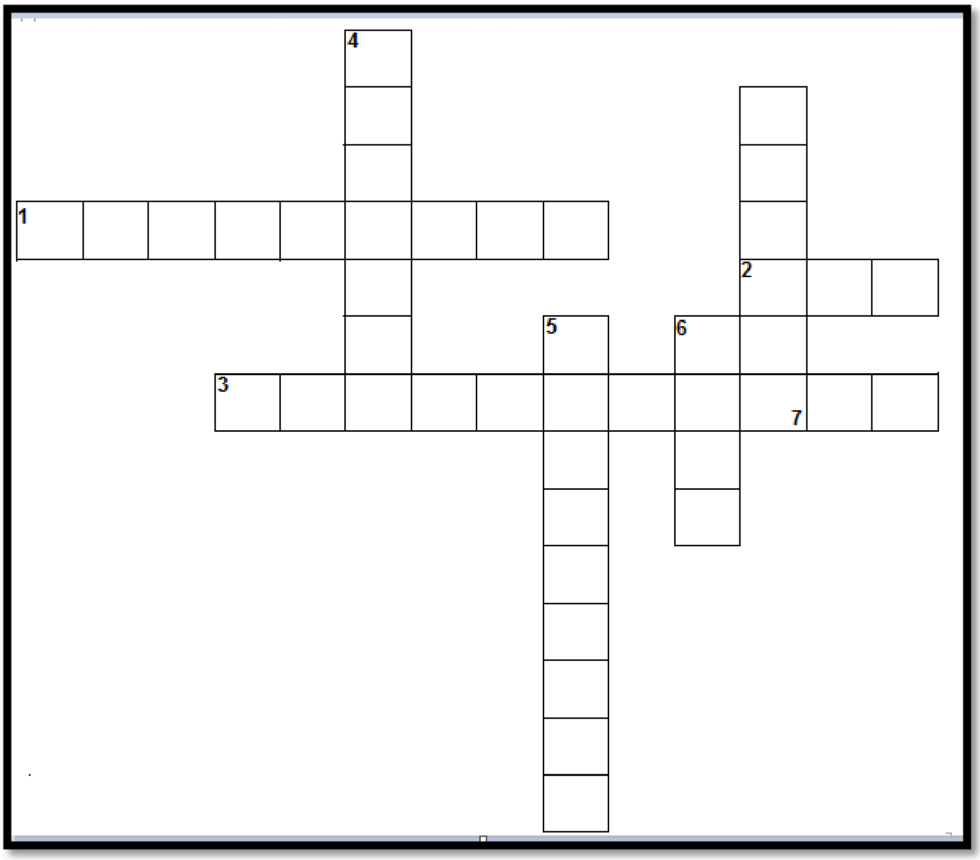


Figura 19. Crucigrama.

LA PARÁBOLA

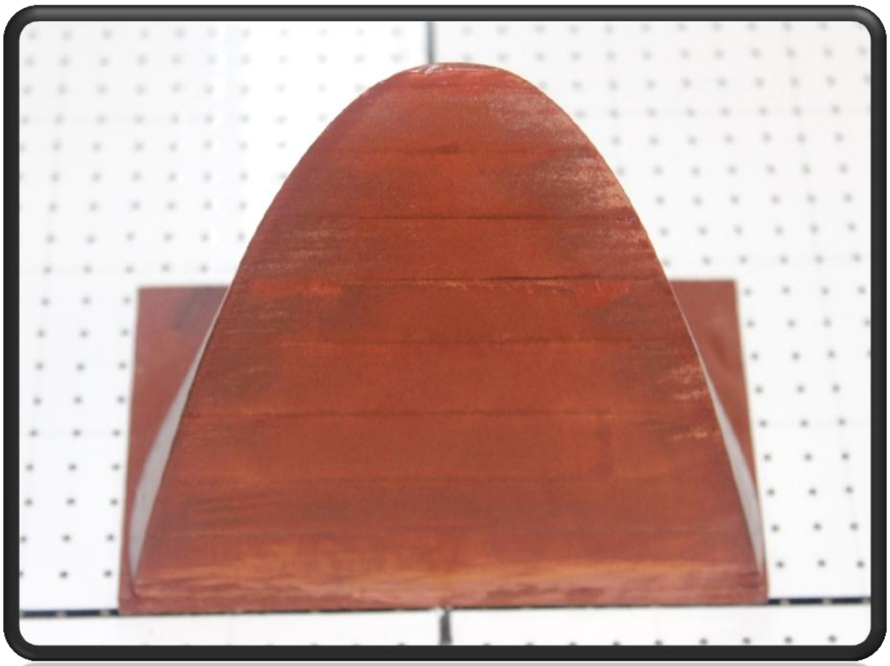


Imagen 14. Pieza del Laboratorio de Matemáticas.

Práctica N^0 9

Ecuación Ordinaria

Autor: ……………………………………………………….

Fecha: ………………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

El punto fijo se llama *foco*, y la recta fija se llama *directriz* de la parábola.

Cuando la parábola tiene vértice en el origen y el eje coincide con el eje X, el modelo

matemático es: $y^2 = 4px$

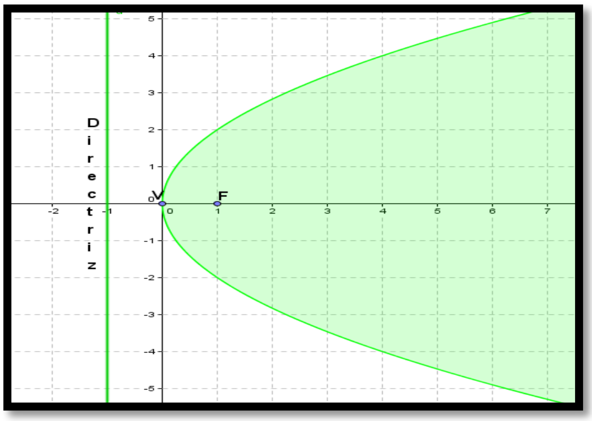


Figura 20. Parábola con vértice en el origen.

Cuando la parábola tiene vértice en el origen y el eje coincide con el eje Y, el modelo matemático es: $x^2 = 4py$

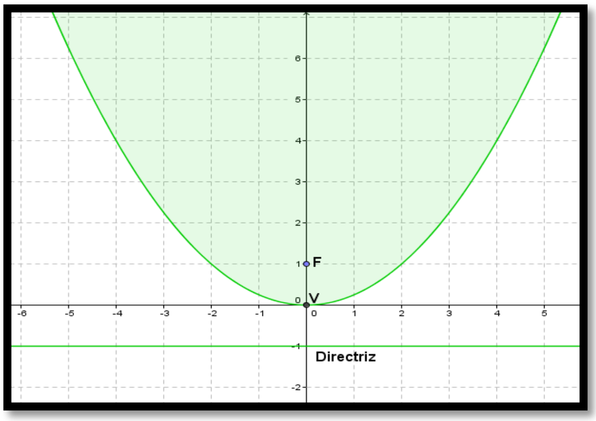


Figura 20. Parábola con vértice en el origen.

en donde $|p|$ es la longitud comprendida entre el foco y el vértice.

2. OBJETIVOS

- Verificar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuyo eje coincide con el eje X.
- Verificar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuyo eje coincide con el eje Y.

3. MATERIALES

- Parábola del set B.
- Cinta métrica.
- Geo-plano, set de cuerdas y pins.

4. PROCEDIMIENTO

a) Utilice el sistema de referencia del geo-plano.

b) Del set B tome la figura N^0 5 (parábola) y coloque en el geo-plano, cuidando que el vértice coincida en la intersección del sistema de referencia y el foco coincida con el eje x positivo.

c) Construir la directriz utilizando una cuerda y los pins.

d) Utilizando la cinta métrica mida la distancia entre F (p; 0) y P(x; y) dado en la tabla 23. Escribir el valor en la columna de FP_{med}.

e) Calcular la distancia entre el F (p; 0) y P(x; y) utilizando la fórmula de la distancia entre dos puntos. Escribir el valor en la columna de FP_{cal}.

f) Utilizando la cinta métrica mida la distancia entre P(x; y) y A(x; y) dado en la tabla 23. Escribir el valor en la tabla en la columna PA_{med}.

g) Calcular la distancia entre el P(x; y) y A(x; y) utilizando la fórmula de la distancia entre dos puntos. Escribir el valor en la columna de PA_{cal}.

h) Calcular el error relativo mediante $\varepsilon = \left|\frac{FP_{med-}FP_{cal}}{FP_{cal}}\right|$ y $\varepsilon = \left|\frac{PA_{med-}PA_{cal}}{PA_{cal}}\right|$ y escribir el resultado en la columna de ε correspondiente.

Tabla 23.

p	x	y	A	FP_{med}	FP_{cal}	ε	PA_{med}	PA_{cal}	ε
3	0	0	-3; 0						
3	3	6	-3;6						
3	7	9	-3;9						
3	11	11	-3;11						
3	3	-6	-3;-6						
3	7	-9	-3;-9						
3	11	-11	-3;-11						

5. CONCLUSIONES

Debido a la _____________ entre (FP_{med} y FP_{med}) y (PA_{med} y PA_{cal}) la ecuación que representa la ecuación general de la parábola con vértice en el origen y el eje x es ____________________.

El modelo matemático que representa la ecuación general de la parábola con vértice en el origen y el eje Y es ____________________.

Imagen 15. Catedral de Chillán.
http://www.revistalajunta.com/lajunta/?p=4203

Esta iglesia, es obra del arquitecto Hernán Larraín Errazuriz, se halla situada en la esquina nor-oriente de la plaza de armas de la ciudad de Chillan. El volumen asemeja una enorme bóveda formada por una sucesión de **arcos parabólicos** separados 5 m. uno de otro y que gracias a disposición oblicua, permiten la iluminación del interior a través de todo su perímetro. Es una iglesia de nave única, alargada, cuyos muros laterales, están formados **por estos arcos** que tienen aproximadamente 20 m. de altura.

6. EJERCICIOS PROPUESTOS

a. Relacione la teoría de la parábola con la figura 21 y complete la tabla 24.

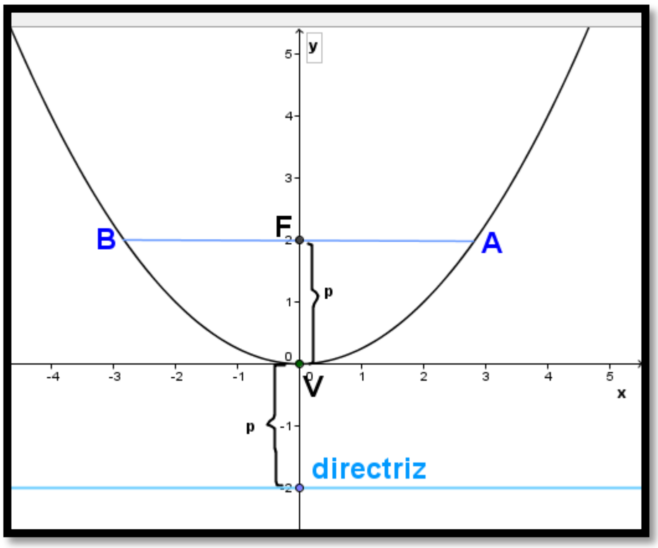


Figura 21. Parábola.

Tabla 24.

ECUACIÓN CANÓNICA			
Ecuación de la Directriz			
VÉRTICE		EJE FOCAL	
FOCO		LADO RECTO	

b. Resolver el siguiente problema. (Tome como sistema de referencia las líneas de color rojo).

Si el arquitecto para construir el soporte del puente de la imagen que tiene forma parabólica, trazó una recta desde la intersección del plano hasta el soporte del puente que mide 6.5m. Si el rio tiene de ancho 5m, y el foco se encuentra a la tercera parte de la altura. Encontrar las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz y la ecuación de la parábola.

Imagen 16. Puente del Centenario. Cuenca – Ecuador.

LA PARÁBOLA

Imagen 17. Parque la Unión. Cuenca – Ecuador

Práctica N^{0} 10

Ecuación de la Parábola con Vértice en el Punto (h; k)

Autor: …………………………………………………….

Fecha: ……………………………………………………

1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

La parábola cuyo vértice es el punto (h; k) y cuyo eje es paralelo al eje Y, tiene la siguiente ecuación:

$$(x-h)^2 = 4p\,(y-k)$$

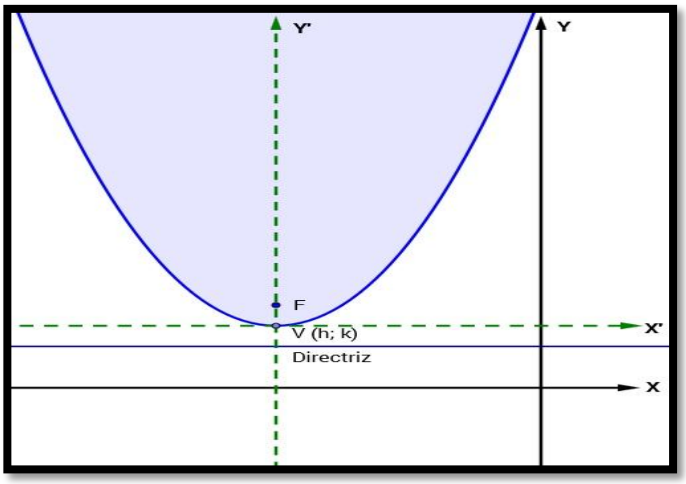


Figura 22. Parábola con vértice (h; k)

Análogamente, la parábola cuyo vértice es el punto (h; k) y el eje es paralelo al eje X, tiene la siguiente ecuación:

$$(y-k)^2 = 4p\,(x-h)$$

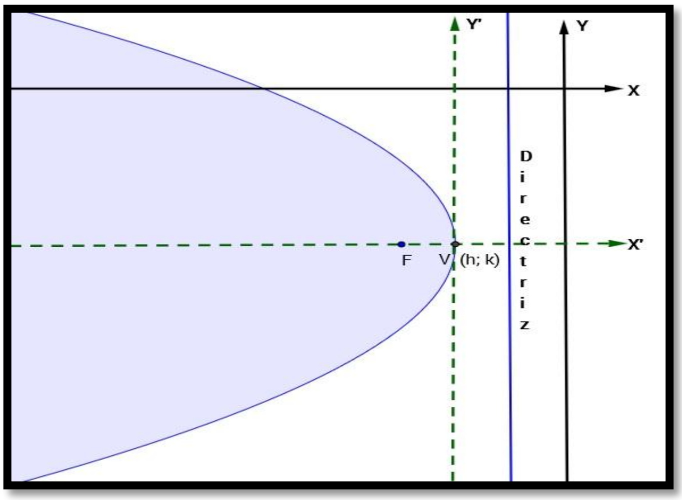


Figura 23. Parábola con vértice (h; k).

en donde $|p|$ es la longitud comprendida entre el foco y el vértice.

2. OBJETIVOS

- Demostración de la ecuación de la parábola con vértice en el punto (h; k) y el eje paralelo al eje X.
- Demostración de la ecuación de la parábola con vértice en el punto (h; k) y el eje paralelo al eje Y.

3. MATERIALES

- Mini-láminas con pins del set B.
- Cuerdas pequeñas del set B.
- Geo-plano, cuerdas y pins.
- Rompecabezas del set B.

4. PROCEDIMIENTO

Proceso 1.

a) Prepare el siguiente montaje.

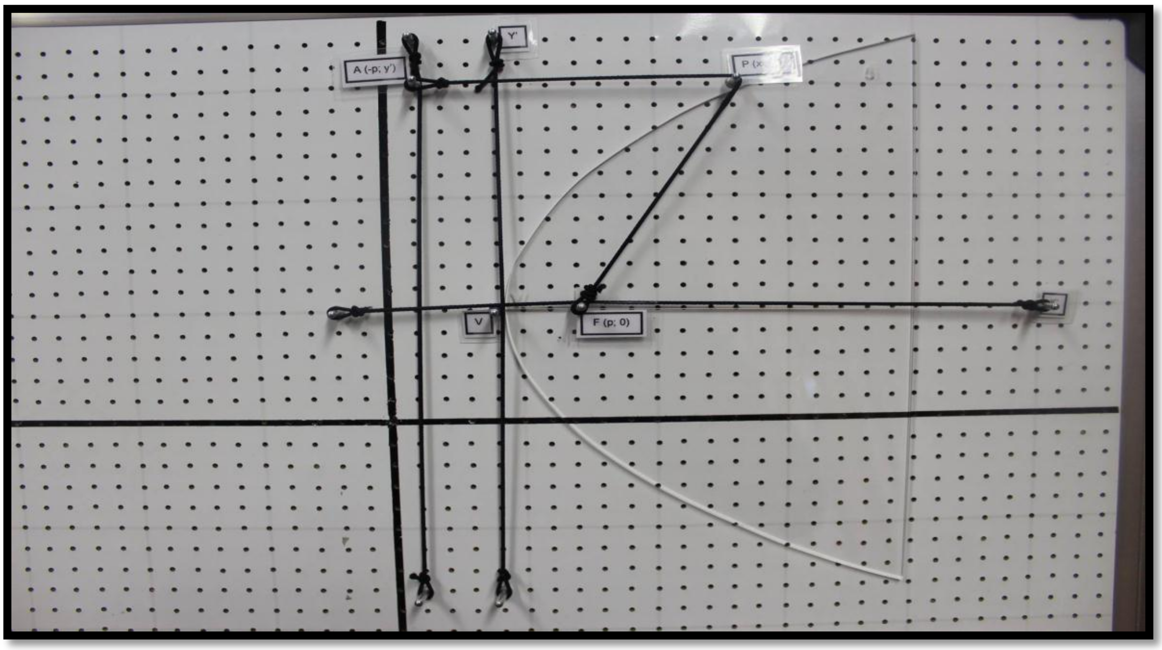
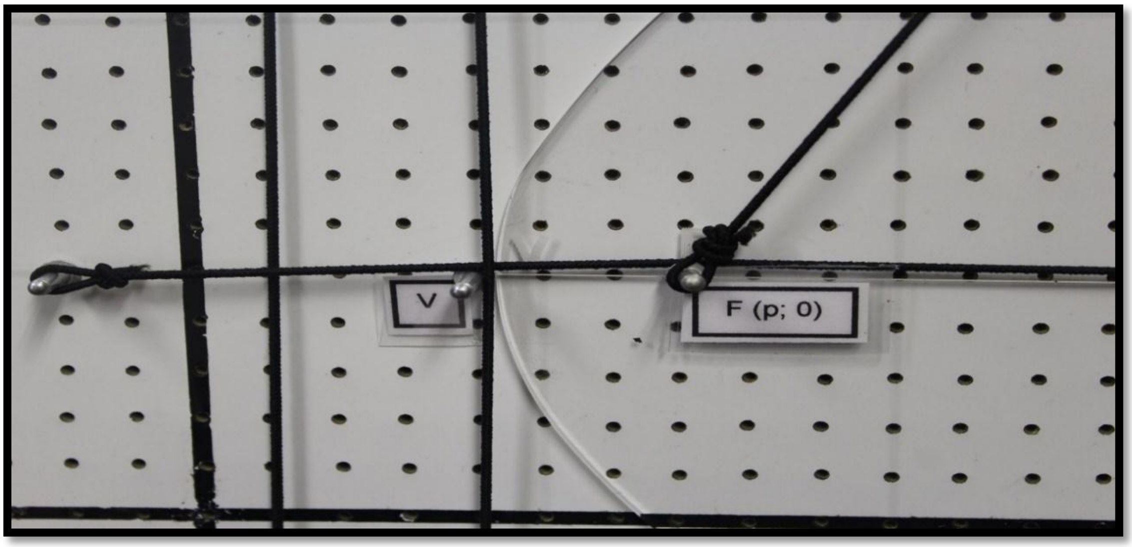
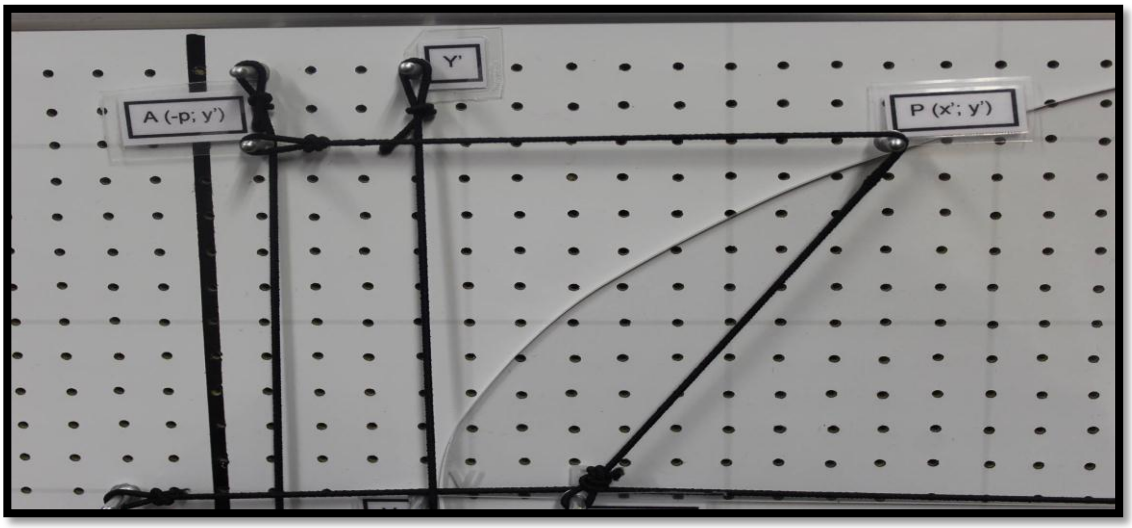
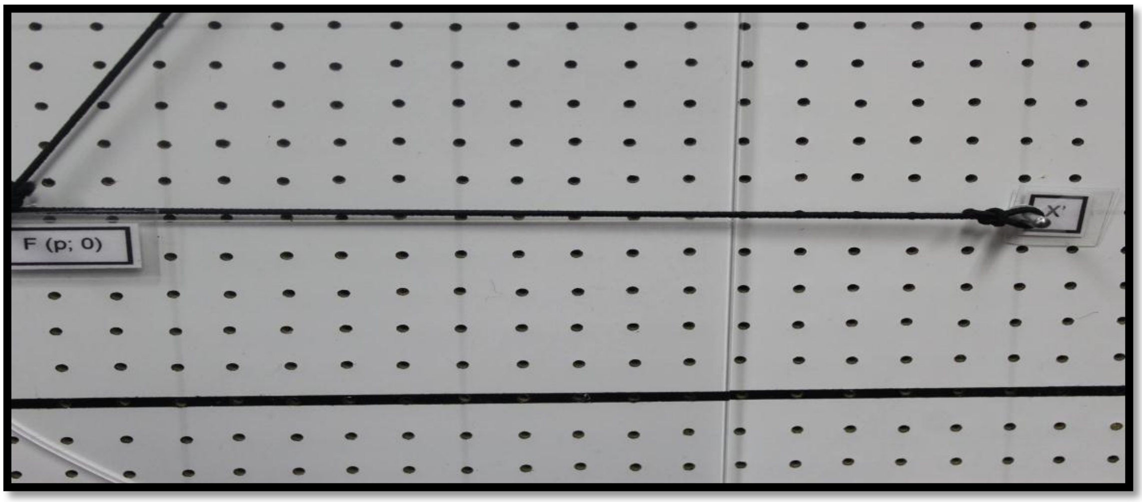


Imagen 18. Montaje completo.







Imágenes 19, 20, 21. Partes del montaje.

b) Una vez armado el montaje. Aplicando la distancia entre dos puntos encuentre $\overline{FP}$ y $\overline{PA}$ utilizando solamente la nomenclatura.

c) Por concepto de parábola tenemos que $\overline{FP} = \overline{PA}$, desarrolle la igualdad y simplifique.

d) De acuerdo a la traslación de los ejes coordenados obtenemos:
$x = x' + h$ y $y = y' + k$. Despeje x' y y' y reemplace en la ecuación $y'^2 = 4px'$.

CONCLUSIÓN:

La ecuación que representa a la parábola con vértice (h; k) y cuyo eje es paralelo al eje X es:

____

Proceso 2.

a) Prepare el siguiente montaje.

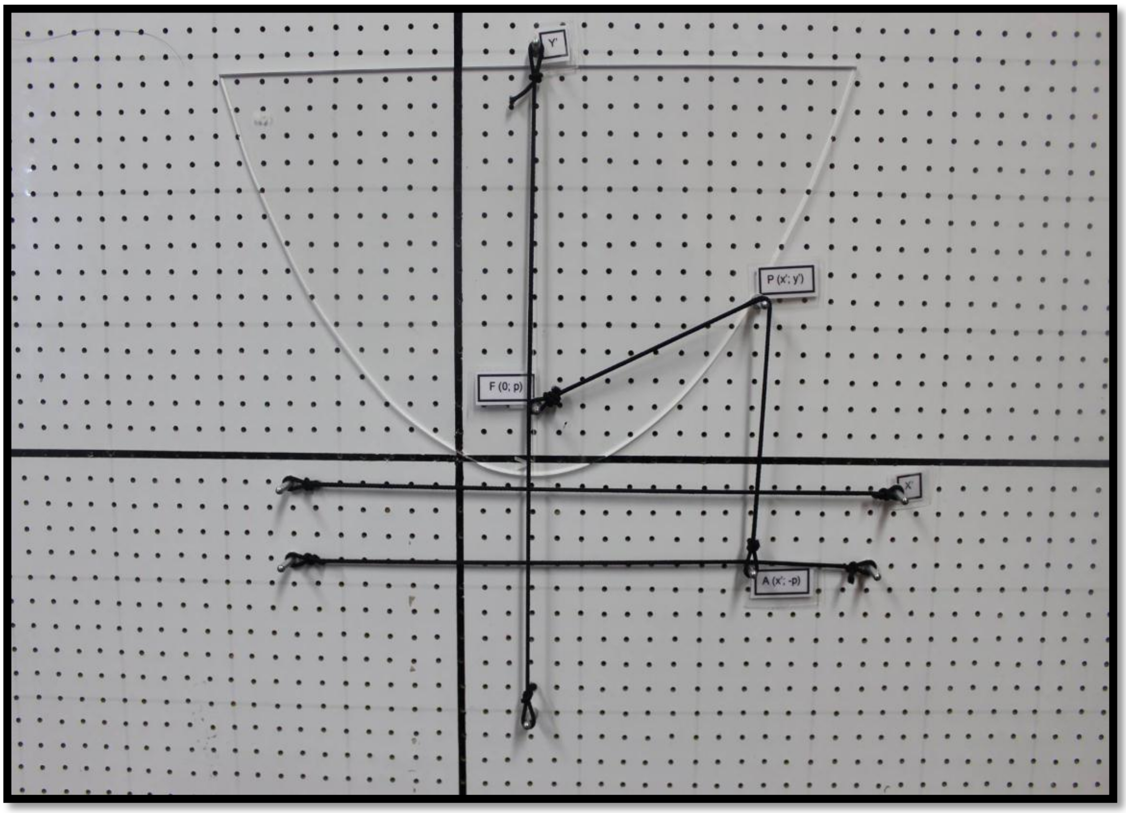
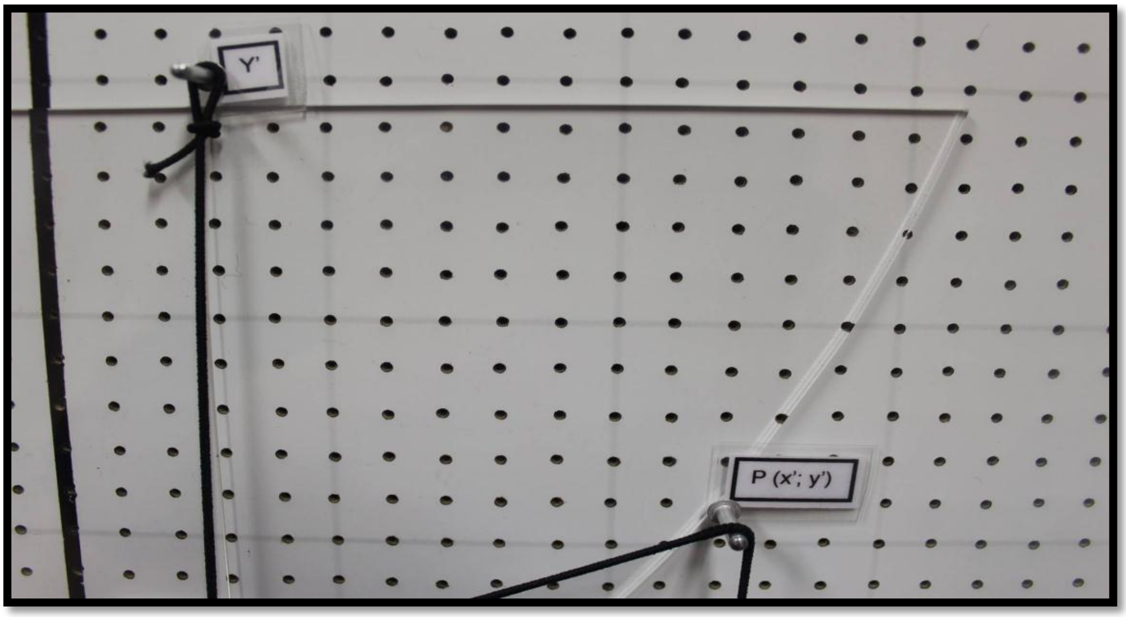
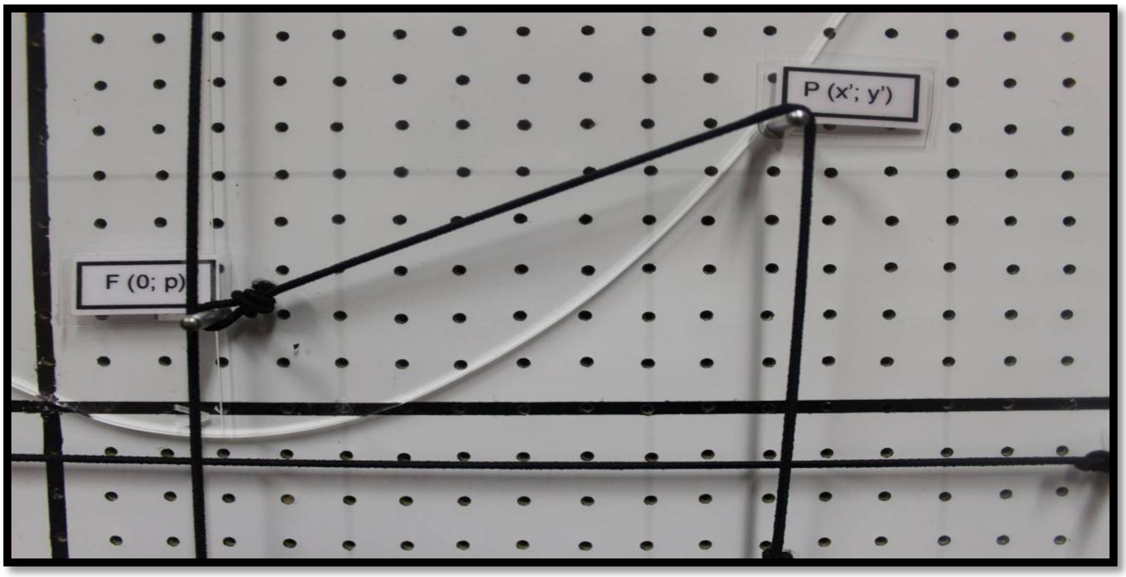
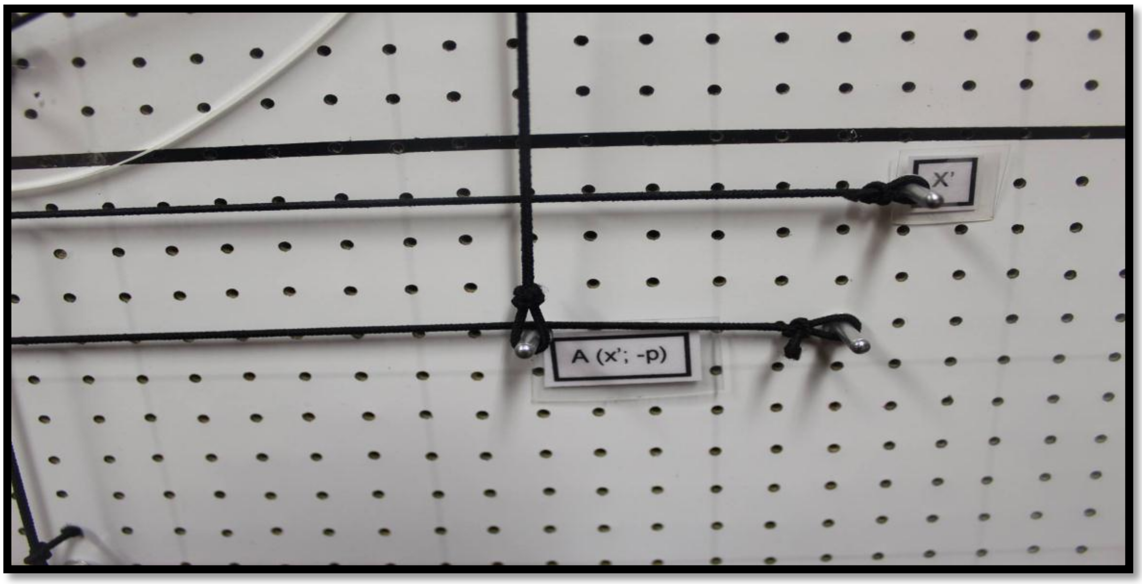


Imagen 22. Montaje completo.







Imágenes 23, 24, 25. Partes del montaje.

b) Una vez armado el montaje. Aplicando la distancia entre dos puntos encuentre $\overline{FP}$ y $\overline{PA}$ utilizando solo la nomenclatura.

c) Por concepto de parábola tenemos que $\overline{FP} = \overline{PA}$, desarrollo la igualdad y simplifique.

d) De acuerdo a la traslación de los ejes coordenados obtenemos: $x = x' + h$ y $y = y' + k$. Despeje x' y y' y reemplace en la ecuación $x'^2 = 4py'$

CONCLUSIÓN:

La ecuación que representa a la parábola con vértice (h; k) y cuyo eje es paralelo al eje Y es:

____

5. EJERCICIOS PROPUESTOS

5.1 Realice las siguientes actividades.

a) Arme el rompecabezas del set B.

b) Encuentre el vértice y el foco de la figura.

V (__ ; __)

F (__ ; __)

c) Mida las distancias $\overline{FC}$ y $\overline{DC}$; $\overline{FH}$ y $\overline{IH}$.

$\overline{FC}$ =______.

$\overline{DC}$=______.

Las distancias $\overline{FC}$ y $\overline{DC}$ son __________.

$\overline{FH}$ =______.

$\overline{IH}$ =______.

Las distancias $\overline{FH}$ y $\overline{IH}$ son ___________.

d) Calcule las distancias $\overline{FP}$ y $\overline{AP}$; $\overline{FE}$ y $\overline{GE}$.

$\overline{FP}$ =_______________________________________

$\overline{AP}$=____

Las distancias $\overline{FP}$ y $\overline{AP}$ son __________

$\overline{FE}$ =_______________________________________

$\overline{GE}$=_______________________________________

Las distancias $\overline{FE}$ y $\overline{GE}$ son __________

e) Halle la ecuación de la parábola.

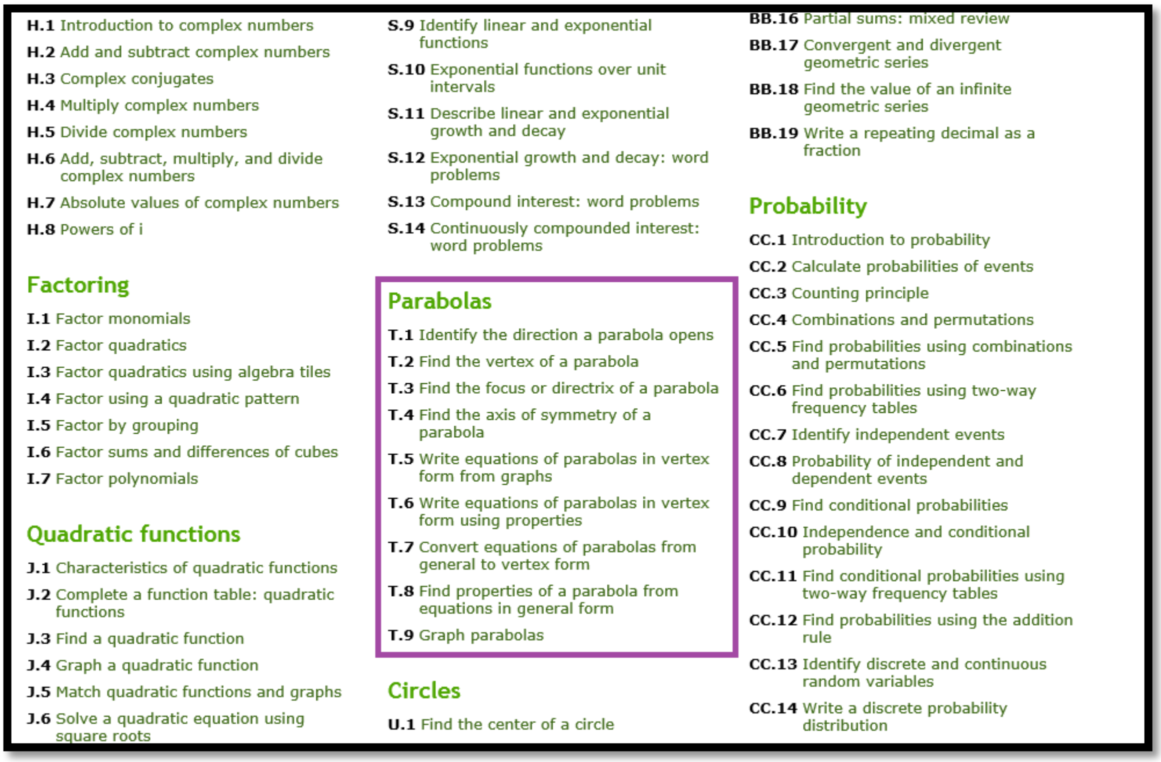
Hoja de trabajo 3.

5.2 Realice las siguientes actividades.

a. Visitar la página https://www.ixl.com/math/algebra-2

b. Realizar las actividades marcadas.

c. Una vez finalizada la actividad realice capturas de pantalla, imprima la hoja de trabajo y entregar al profesor.



H.1 Introduction to complex numbers
H.2 Add and subtract complex numbers
H.3 Complex conjugates
H.4 Multiply complex numbers
H.5 Divide complex numbers
H.6 Add, subtract, multiply, and divide complex numbers
H.7 Absolute values of complex numbers
H.8 Powers of i

Factoring

I.1 Factor monomials
I.2 Factor quadratics
I.3 Factor quadratics using algebra tiles
I.4 Factor using a quadratic pattern
I.5 Factor by grouping
I.6 Factor sums and differences of cubes
I.7 Factor polynomials

Quadratic functions

J.1 Characteristics of quadratic functions
J.2 Complete a function table: quadratic functions
J.3 Find a quadratic function
J.4 Graph a quadratic function
J.5 Match quadratic functions and graphs
J.6 Solve a quadratic equation using square roots

S.9 Identify linear and exponential functions
S.10 Exponential functions over unit intervals
S.11 Describe linear and exponential growth and decay
S.12 Exponential growth and decay: word problems
S.13 Compound interest: word problems
S.14 Continuously compounded interest: word problems

Parabolas

T.1 Identify the direction a parabola opens
T.2 Find the vertex of a parabola
T.3 Find the focus or directrix of a parabola
T.4 Find the axis of symmetry of a parabola
T.5 Write equations of parabolas in vertex form from graphs
T.6 Write equations of parabolas in vertex form using properties
T.7 Convert equations of parabolas from general to vertex form
T.8 Find properties of a parabola from equations in general form
T.9 Graph parabolas

Circles

U.1 Find the center of a circle

BB.16 Partial sums: mixed review
BB.17 Convergent and divergent geometric series
BB.18 Find the value of an infinite geometric series
BB.19 Write a repeating decimal as a fraction

Probability

CC.1 Introduction to probability
CC.2 Calculate probabilities of events
CC.3 Counting principle
CC.4 Combinations and permutations
CC.5 Find probabilities using combinations and permutations
CC.6 Find probabilities using two-way frequency tables
CC.7 Identify independent events
CC.8 Probability of independent and dependent events
CC.9 Find conditional probabilities
CC.10 Independence and conditional probability
CC.11 Find conditional probabilities using two-way frequency tables
CC.12 Find probabilities using the addition rule
CC.13 Identify discrete and continuous random variables
CC.14 Write a discrete probability distribution

Imagen 24. Captura de pantalla.

CONCLUSIONES

- Los avances tecnológicos y científicos en el campo de la educación han impulsado al hombre a evolucionar y buscar nuevas metodologías para aplicarlas en el proceso de enseñanza- aprendizaje con el propósito de mejorar la comprensión de los temas que se abordan en una asignatura.
- Los cambios generados en la educación han incidido en la forma de impartir la clase, dejando a un lado la forma tradicionalista y por consiguiente en la actualidad se está poniendo en práctica la pedagogía constructivista tomando en consideración al estudiante como el protagonista principal del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- En la encuesta realizada a los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca sobresale la dificultad en el aprendizaje de la geometría analítica en los temas de la circunferencia y la parábola.
- Los resultados de la encuesta son favorables frente a la propuesta de nuestro trabajo de investigación sobre la implementación de una guía con su respectivo material didáctico que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje, y que al utilizar estos recursos realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas facilitará la comprensión en la asignatura de Geometría Analítica en los temas de la circunferencia y la parábola.
- El docente, al trabajar en el laboratorio de matemáticas utilizando los materiales y la guía didáctica respectiva facilitará el aprendizaje en los

temas de la circunferencia y la parábola, además se promoverá al trabajo en equipo.

- La manipulación de los materiales y la guía por parte de los estudiantes que se encuentran en una etapa de formación como futuros docentes de nivel medio despertara el interés por crear y/o utilizar nuevos recursos que en lo posterior pueden ser utilizados en las aulas de clase en el ejercicio de su vida profesional.

RECOMENDACIONES

- La utilización de la guía didáctica con su respectivo material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la circunferencia y la parábola es de gran importancia porque ayuda al estudiante a relacionar la parte teórica con la práctica facilitando la comprensión de los contenidos.
- Para la utilización de los materiales didácticos por parte de los estudiantes es necesario seguir las pautas de la guía didáctica y trabajar bajo supervisión del docente.
- Los docentes encargados de impartir los contenidos de la circunferencia y la parábola deben estar capacitados para guiar en el montaje y en el desarrollo de las prácticas.
- Los recursos didácticos juegan un papel importante en la construcción del conocimiento en los estudiantes, se recomienda hacer uso de estos elementos e incentivar a crear nuevos recursos para los temas restantes de la geometría analítica: la elipse y la hipérbola

ANEXOS

ANEXO 1

ENCUESTA

El objetivo de esta encuesta es obtener información de la problemática que existe en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica en los temas de la Circunferencia y la Parábola, en los estudiantes de la Universidad de Cuenca de la Carrera de Matemáticas y Física. La información obtenida será utilizada únicamente como datos para desarrollar nuestro trabajo de titulación y se mantendrá absoluta confidencialidad

Lea detenidamente las preguntas antes de contestar y responda con seriedad y compromiso.

Marque el ciclo al que pertenece. **Fecha:** ____________________

III		V		VIII		I	

Nota:

Marque con una x las respuestas.

Encuesta:

1. **¿Usted cursó otra carrera antes de matricularse en la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía?**

Ingeniería Civil	
Arquitectura	
Ingeniería Química	
Relacionada con la Matemática	
No a fines con la Matemática	
Se matriculo directamente en la carrera	

2. **¿Al estudiar la Geometría Analítica usted presentó dificultades?**

Siempre	
Frecuentemente	
A veces	
Nunca	

3. **¿Usted presentó dificultades al estudiar los temas de la circunferencia y la parábola?**

Tema	Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca
Circunferencia				
Parábola				

4. **En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades se presentó al abordar el estudio sobre la circunferencia.**

Circunferencia	Siempre	Frecuentemente	A Veces	Nunca
Parte conceptual				
Resolución de ejercicios				
Demostraciones				

5. **En la asignatura de Geometría Analítica, qué dificultades se presentó al abordar el estudio sobre la Parábola.**

Parábola	Siempre	Frecuentemente	A veces	Nunca
Parte conceptual				
Resolución de ejercicios				
Demostraciones				

6. **En la asignatura de Geometría Analítica, la clase fue impartida por parte del docente de manera:**

Opciones	Siempre	Frecuentemente	A Veces	Nunca
Práctica				
Teórica				
Teórica-Práctica				

7. **¿El docente utilizó recursos didácticos al desarrollar la clase de la Circunferencia y la Parábola?**

Siempre	
Frecuentemente	
A veces	
Nunca	

8. **¿Qué tipo de recursos didácticos utilizó el docente al momento de impartir sus clases?**

Videos	
Pizarrón	
Libros	
Material concreto	
Otros (Especifique)	

9. **Al utilizar recursos didácticos en las clases de geometría analítica, ¿estos facilitarían su proceso de aprendizaje?**

Siempre	
Frecuentemente	
A veces	
Nunca	

10. **Considera usted que el docente al utilizar una guía didáctica en los temas de la Circunferencia y la Parábola, facilitaría al proceso de aprendizaje.**

Siempre	
Frecuentemente	
A veces	
Nunca	

11. **Al utilizar una guía didáctica realizando prácticas en el laboratorio de matemáticas, ¿se facilitaría la comprensión de la asignatura de la Geometría Analítica?**

SI	
No	

12. **La utilización de material concreto con su respectiva guía facilitaría el proceso de aprendizaje de la circunferencia y la parábola.**

Siempre	
Frecuentemente	
A veces	
Nunca	

13. **Considera usted necesario que el Laboratorio de Matemáticas cuente con una guía didáctica para facilitar la comprensión en la asignatura de geometría analítica en los temas de la circunferencia y la parábola.**

SI	
No	

ANEXO 2

CERTIFICADO

Mgs. Mónica del Carmen Lliguaipuma Aguirre

CERTIFICA

Que el presente trabajo de titulación ha sido revisado de forma minuciosa, por tanto autorizo su presentación; el trabajo responde a los requisitos establecidos en el reglamento de graduación de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

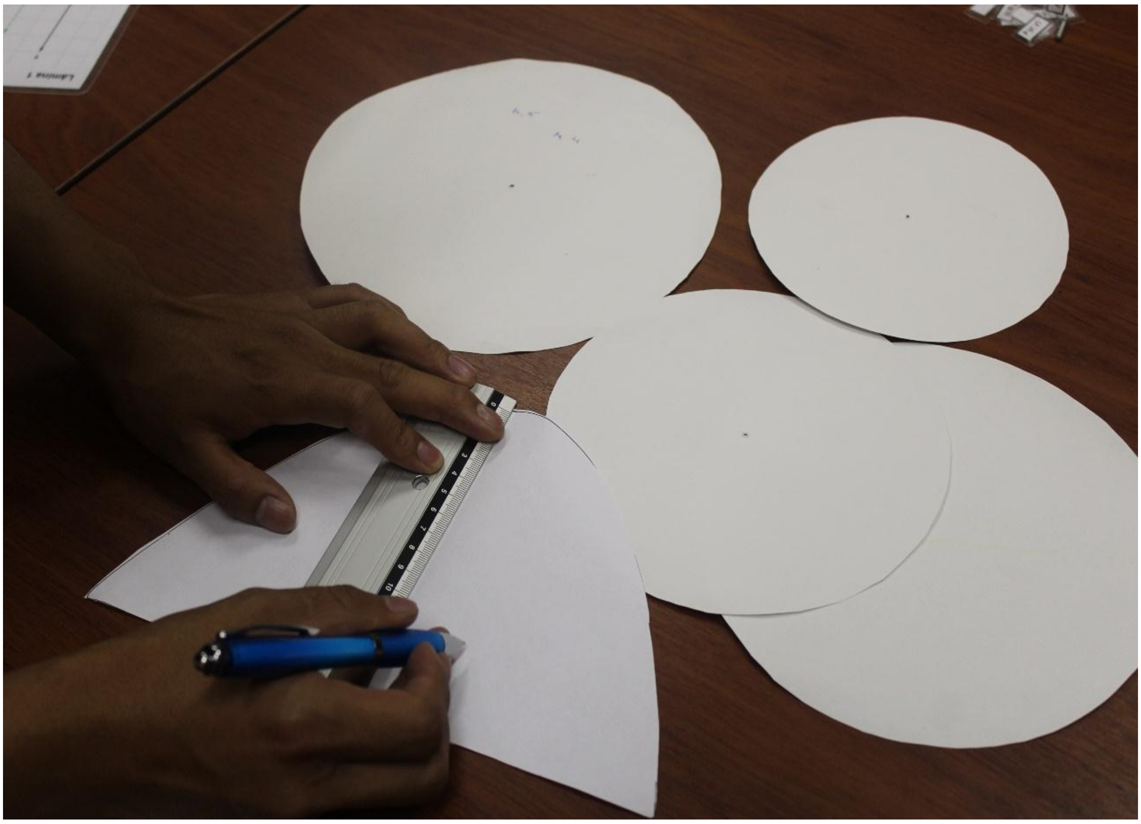
Mgs. Mónica del Carmen Lliguaipuma Aguirre

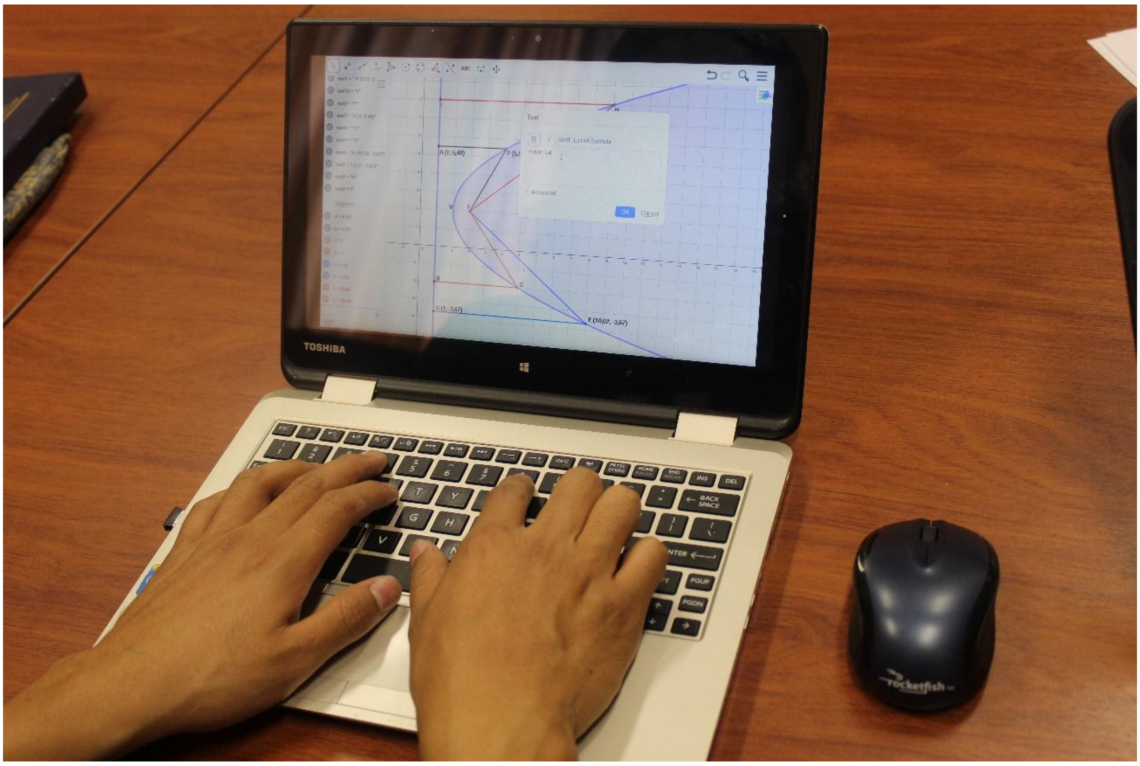
C.I 0102834363

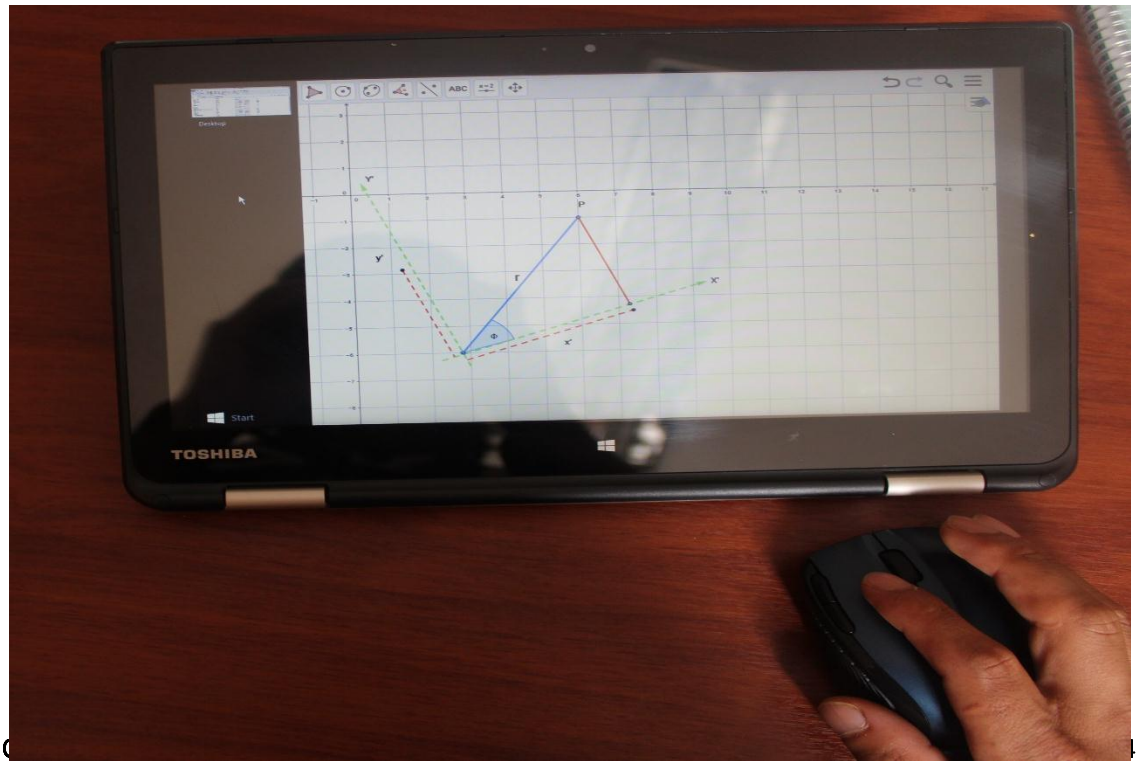
Tutora del Trabajo de Titulación.

ANEXO 3

Imágenes de la construcción del material complementario




TOSHIBA
Rocketfish


TOSHIBA
Start

BIBLIOGRAFÍA

1. Cerezo, Héctor. "Corrientes Pedagógicas Contemporáneas" http://www.odiseo.com.mx/2006/07/cerezo-corrientes.html. Acceso: 20 de Abril de 2016.
2. Chávez Vera, Kerwin José. "Aprendizaje de Matemática bajo un Modelo Constructivista". Revista Internacional: Por la psicología y educación integral 2.4 (2013). http://www.peiac.org/Revista/Numeros/No4/matematicas.html Acceso: 15 de Febrero de 2016.
3. D'Amore, Bruno. "Didáctica de la Matemática". Segunda Edición. Bologna: Pitagora, 2011.

4. ECUADOR, ASAMBLEA NACIONAL. “La Ley Orgánica de Educación Intercultural“. Quito: Editora Nacional, 2011.

5. García Aretio, Lorenzo. “La Educación a Distancia, de la Teoría a la Práctica”. Madrid: Ariel, 2002.

6. Godino, Juan D. "Didáctica de las Matemáticas Para Maestros". http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/ . Acceso: 07 de abril de 2015.

7. Gutiérrez Martínez, Francisco. “Psicoloía del Aprendizaje a partir de textos”.Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid, 2002.

8. Lehmann, Charlies. “Geometría Analítica”. Editorial Limusa, S.A. México, 1994.

9. Medina Rivilla, Antonio y Francisco Salvador Mata. “Didáctica General”. Segunda Edición. Pearson Educación. Madrid, 2009.

10. Triana, Israel Mazarío y Ana C. Mazarío. “El Constructivismo: Paradigma de la Escuela Contemporánea”. monografias.umcc.cu/monos/2003/Mono24.pdf Acceso: 02 de Mayo de 2015.

11. Velazco, Esteban y Enrique S. “Uso de Material Estructurado como Herramienta Didáctica para el Aprendizaje de las Matemáticas”. http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1491 Acceso: 27 de Marzo de 2016.

12. Wentworth, Jorge y David Eugenio Smith. “Geometría Plana y del Espacio”. Editorial: Ginn y Compañía. Boston.Boston – Nueva York – Chicago.2003.