

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



**“MATERIAL DIDÁCTICO PARA: “SISTEMAS DE
COORDENADAS, GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN, LUGARES
GEOMÉTRICOS Y LA RECTA” PARA EL LABORATORIO DE
MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA”**

Trabajo de titulación previo a
la obtención del título de
Licenciado en Ciencias de la
Educación en Matemáticas y
Física.

AUTORES:

BLAISE CARLOS PIÑA CRIOLLO
MARCO ANTONIO TIGRE GÓMEZ

DIRECTOR:

MGS. JUAN FERNANDO BARRAZUETA SAMANIEGO

CUENCA - ECUADOR

2015



RESUMEN

El presente trabajo está compuesto por tres capítulos con los cuales, los autores, manifiestan la necesidad de la utilización de recursos didácticos para el estudio de los temas concernientes a sistemas de coordenadas, gráficas de ecuaciones, lugares geométricos y la recta, pertenecientes a la asignatura de geometría analítica.

En el Capítulo I se encuentra la fundamentación teórica del trabajo realizado, en donde se revisan diversos tipos de teorías educativas, métodos didácticos, técnicas de enseñanza-aprendizaje, recursos didácticos, dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, los recursos didácticos y la geometría analítica, entre otros contenidos relacionados con los anteriores.

El Capítulo II presenta la parte diagnóstica la cual, con una encuesta, demuestra la necesidad del uso de recursos didácticos para el estudio de los temas antes mencionados de geometría analítica, así como también de una guía didáctica que facilite el uso de esos recursos.

Finalmente en el Capítulo III se presenta la propuesta desarrollada la cual consta de dos partes que son: material didáctico y guía didáctica. El material didáctico son los recursos que se han elaborado para el estudio de los temas ya descritos. La guía didáctica corresponde a un conjunto de diez prácticas diseñadas de manera que permitan el correcto uso del material didáctico elaborado.

Palabras clave:

- Geometría analítica
- Sistema de coordenadas
- Gráficas de ecuaciones
- Lugares geométricos
- Recta
- Material didáctico
- Guía didáctica



ABSTRACT

This work consists of three chapters with which the authors show the need for the use of teaching resources for the study of topics concerning to coordinated systems, graphs of equations, geometric locus and the straight line, belonging to the subject of analytic geometry.

In Chapter I is the theoretical foundation of the work, where various types of educational theories, teaching methods, teaching and learning techniques, teaching resources, difficulties in learning mathematics, teaching resources and analytical geometry is revised , among others related to the previous contents.

Chapter II presents the diagnostic part which, with a survey demonstrates the need for the use of teaching resources for the study of the aforementioned topics of analytic geometry, as well as a teaching guide that facilitates the use of these resources.

Finally the Chapter III presents the proposal developed which consists of two parts which are: teaching materials and teaching guide. The teaching materials are the resources that have been developed for the study of the topics described above. The teaching guide corresponds to a set of ten practices designed so as to allow correct use of the teaching materials.

Keywords:

- Analytic geometry
- Coordinated systems
- Graphs of equations
- Geometric locus
- Straight line
- Teaching materials
- Teaching guide



ÍNDICE

Resumen.....	1
Abstract.....	2
Cláusulas de propiedad intelectual.....	6
Cláusulas de derecho de autor.....	8
Dedicatoria.....	10
Agradecimiento.....	11
Introducción.....	12
Capítulo I. Fundamentación teórica.....	13
1.1. Generalidades de la educación.....	13
1.2. La educación en la actualidad.....	14
1.2.1. Teorías de etapa.....	15
1.2.1.1. Jean Piaget.....	15
1.2.1.2. Sigmund Freud.....	16
1.2.1.1. Erik Erikson.....	17
1.2.2. Teorías de aprendizaje.....	18
1.2.2.1. Teoría conductual.....	18
1.2.2.2. Procesamiento de la información.....	19
1.2.2.3. Teoría cognoscitiva social.....	21
1.2.3. Teorías contextuales.....	22
1.2.3.1. Lev Vygotsky.....	22
1.2.3.2. Urie Bronfenbrenner.....	23
1.2.4. Tecnologías de la información y la comunicación (TICs).....	24
1.3. La didáctica y su apoyo a la educación.....	24
1.3.1. Métodos didácticos.....	25
1.3.1.1. Método tradicional.....	26
1.3.1.2. Método por descubrimiento.....	26
1.3.1.3. Enseñanza expositiva.....	27
1.3.2. Técnicas de enseñanza-aprendizaje.....	28
1.3.3. Recursos didácticos.....	30



1.3.3.1. Material permanente de trabajo.....	30
1.3.3.2. Material informativo	30
1.3.3.3. Material ilustrativo visual o audiovisual.....	31
1.3.3.4. Material experimental	31
1.4. Importancia del material didáctico en la educación	31
1.5. Matemáticas y educación	32
1.5.1. Evolución de las matemáticas	33
1.5.2. Problemas en el aprendizaje de las matemáticas	34
1.5.2.1. Dificultades relacionadas con la propia naturaleza de las matemáticas.....	35
1.5.2.1.1. Complejidad en los conceptos.....	35
1.5.2.1.2. Estructura jerárquica de los conocimientos matemáticos.....	35
1.5.2.1.3. Carácter lógico	35
1.5.2.1.1. El lenguaje matemático	35
1.5.2.2. Dificultades relacionadas con la organización, la enseñanza inadecuada y la metodología.....	36
1.5.2.2.1. La enseñanza inadecuada	36
1.5.2.2.2. Dificultades procedentes del estudiante	36
1.6. El material didáctico y las matemáticas.....	37
1.7. La geometría analítica y el material didáctico.....	38
1.7.1. Sistemas de coordenadas	39
1.7.2. Gráfica de una ecuación.....	40
1.7.3. Lugares geométricos	40
1.7.4. La recta	40
Capítulo II. Diagnóstico	42
2.1. Selección de la población.....	42
2.2. Toma y análisis de encuestas	42
2.2.1. Tabulación de datos	44
2.3. Interpretación de datos.....	60
Capítulo III. Propuesta.....	61
3.1. Descripción de la propuesta.....	61



3.2. Estructura de la propuesta	61
3.3. Desarrollo de la propuesta	63
3.3.1. Material didáctico.....	63
3.3.1.1. Geoplano.....	63
3.3.1.2. Pins	63
3.3.1.3. Cuerdas.....	64
3.3.1.4. Medidores de ángulos	65
3.3.1.5. Reglas	66
3.3.1.6. Hojas	67
3.3.1.7. Función seno.....	67
3.3.1.8. Lugares geométricos.....	68
3.3.1.9. Animaciones de GeoGebra	68
3.3.1. Guía didáctica	71
Introducción.....	72
Práctica no. 1: Segmento rectilíneo dirigido y sistema coordenado lineal	74
Práctica no. 2: Coordenadas rectangulares	78
Práctica no. 3: Distancia entre dos puntos dados	82
Práctica no. 4: División de un segmento de recta	86
Práctica no. 5: Pendiente de una recta	91
Práctica no. 6: Gráfica de una ecuación.....	96
Práctica no. 7: Lugares geométricos	104
Práctica no. 8: Ecuación de una recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.....	112
Práctica no. 9: Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.....	117
Práctica no. 10: Forma normal de la ecuación de la recta.....	122
Conclusiones.....	128
Recomendaciones.....	129
Bibliografía	130
Anexos	132



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Cláusula de propiedad intelectual

Yo, Blaise Carlos Piña Criollo, autor de la tesis "Material didáctico para: "sistema de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta" para el Laboratorio de Matemáticas de la Universidad de Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 15 de diciembre de 2015

Blaise Carlos Piña Criollo

C.I: 0106062490



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Cláusula de propiedad intelectual

Yo, Marco Antonio Tigre Gómez, autor de la tesis "Material didáctico para: "sistema de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta" para el Laboratorio de Matemáticas de la Universidad de Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 15 de diciembre de 2015

Marco Antonio Tigre Gómez

C.I: 1400757637



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Cláusula de Derechos de Autor

Yo Blaise Carlos Piña Criollo, autor de la tesis "Material didáctico para: "sistema de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta" para el Laboratorio de Matemáticas de la Universidad de Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 15 de diciembre de 2015

Blaise Carlos Piña Criollo

C.I: 0106062490



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Cláusula de Derechos de Autor

Yo, Marco Antonio Tigre Gómez, autor de la tesis "Material didáctico para: "sistema de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta" para el Laboratorio de Matemáticas de la Universidad de Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 15 de diciembre de 2015

Marco Antonio Tigre Gómez
C.I: 1400757637



DEDICATORIA

El presente trabajo les dedico a mis padres Carlos y Cecilia por ser las personas que me han apoyado y me han brindado sus mejores consejos en el transcurso de mi formación académica y personal. A mi hermana Amanda que, como mis padres, siempre ha estado apoyándome.

Blaise Piña

Dedico este trabajo principalmente a mis padres, por infundir los más sabios consejos, por haberme brindado su apoyo incondicional en todo momento y permitir escalar un peldaño más en mi desarrollo profesional. A mis hermanos, que han sido las piezas elementales en la consecución de mi meta.

Marco Tigre



AGRADECIMIENTO

A nuestros padres y hermanos que de una u otra manera impulsaron y motivaron nuestra superación personal y profesional.

Al director de este trabajo, Mgs. Juan Barraqueta, por la confianza, apoyo y conocimiento brindado en la elaboración de este trabajo.

A la Universidad de Cuenca, de manera especial a la Carrera de Matemáticas y Física y a su cuerpo docente por contribuir en nuestro desarrollo profesional.

LOS AUTORES



INTRODUCCIÓN

El incesante cambio que la sociedad humana va forjando en las distintas generaciones provoca que estas tengan que adaptarse gradualmente a nuevas tendencias sociológicas, filosóficas, educativas, entre otras. Las actuales tendencias educativas son las que están revolucionando el mundo debido a las nuevas teorías las cuales están encaminadas a generar un desarrollo holístico de las personas.

Para lograr ese desarrollo se necesita hacer uso de los mejores métodos, técnicas, recursos que la didáctica pueda ofrecer. Independientemente de la asignatura que se estudie o desarrolle, la selección adecuada de los elementos didácticos antes mencionados garantizará una buena educación y con ello el desarrollo de la sociedad.

El uso de recursos didácticos es una buena forma de desarrollar el interés por el estudio por parte de los estudiantes, especialmente en el estudio de las ciencias y las matemáticas, a más de facilitar la enseñanza al profesor. En el estudio de la geometría analítica, el uso de los recursos didácticos permite ir más allá de esa parte eminentemente analítica que está arraigada en esta asignatura.

Específicamente en el estudio de sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta, los recursos didácticos son indispensables debido a que son los temas base sobre los que se cimienta la geometría analítica.



CAPÍTULO I

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1. GENERALIDADES DE LA EDUCACIÓN

Cuando se escucha la palabra educación, a la mayoría de las personas se les viene a la mente las reformas del sistema educativo que se están dando en nuestro país Ecuador. La educación es uno de los principales instrumentos que interviene en el desarrollo del ámbito económico, social y cultural de una población. Se conoce que uno de los propósitos de la educación es formar personas preparadas para que se puedan desarrollar adecuadamente en las diferentes situaciones de su vida diaria. Estas personas, al ser educadas o instruidas, adquieren información valiosa para proseguir con sus ideales y objetivos, los mismos que, en su mayoría, no podrán ser cumplidos si no cuenta con una educación de calidad. Los profesores juegan un papel importante al momento de hablar de educación de calidad, ya que la preparación académica y la vocación para la enseñanza que estos tengan, influirá directamente en la calidad de educación que reciban los alumnos.

Con la mira en una educación de calidad, en el transcurso de los últimos siglos se han desarrollado varias teorías y corrientes pedagógicas, las cuales han llevado a buscar nuevas estrategias, métodos y técnicas que permitan mejorar las prácticas llevadas a cabo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Pero, a menudo, las prácticas de enseñanza y de aprendizaje utilizadas por los profesores y alumnos, son manejadas de una manera no adecuada y poco adaptadas a las diversas situaciones que se presentan en las aulas de clases y fuera de ellas y “se niega esta realidad, escudándose en las bondades de algunos proyectos académicos, que no han logrado abatir los altos índices de reprobación y deserción, y se sigue con los mismos profesores “problema” al frente de los grupos, tal vez “porque no hay más”.” (Montaño Fimbre 118)

Durante el transcurso de la vida particular y social, las personas están muy interconectadas con el aprendizaje, el mismo que para Corr es “un cambio en la conducta como resultado directo de la experiencia (no a causa de la



maduración o de un estado transitorio del organismo)” (Corr 205); las personas lo buscan en cada situación que les sea de interés o les involucre directa o indirectamente, permitiendo así, el enriquecimiento mediante la adquisición de conocimientos teóricos y prácticos. Es muy importante que las personas posean conocimientos pero más importante aún es, que los sepan utilizar ya que, “la misión de todo sistema educativo, de la institución escolar y de cada docente no es enseñar, sino lograr que todos los alumnos aprendan” (Torres 75).

El estudio del aprendizaje humano se enfoca en la forma en que los individuos adquieren y modifican su conocimiento, habilidades, estrategias, creencias y conductas. El aprendizaje representa un cambio perdurable en la conducta o comportamiento de la persona, el cual resulta de la práctica o de las experiencias. El estudio científico del aprendizaje tuvo sus inicios en los escritos de antiguos filósofos como Platón y Aristóteles en tanto que el estudio psicológico del aprendizaje se inició a finales del siglo XIX.

Muchos aspectos del comportamiento de los seres humanos y de los animales no humanos son resultado del aprendizaje. Aprendemos a leer, a escribir y a contar; a bajar las escaleras sin caer, a abrir puertas, a montar en bicicleta y a nadar. También aprendemos cuándo relajarnos y cuándo preocuparnos, qué alimentos es probable que disfrutemos y nos hagan bien y cuáles nos enfermarán. La vida está llena de actividades y experiencias moldeadas por lo aprendido (Domjan 2).

1.2. LA EDUCACIÓN EN LA ACTUALIDAD

La educación con la que se cuenta en la actualidad se ha dado gracias a diversos cambios histórico-sociales por los cuales ha atravesado la humanidad. Estos cambios, han forzado a que se desarrollen ciertas teorías pedagógicas, las mismas que permiten comprender de mejor manera el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las teorías para explicar el aprendizaje y la enseñanza no son pocas. Desde hace varias décadas se las vienen estudiando mediante diversas



investigaciones, las cuales han permitido tener una mejor visión de ellas. Antes de empezar a revisar algunas de las teorías, definamos su significado científico, según Stanovich (ctd en Woolfolk 14) “una teoría es un conjunto interrelacionado de conceptos que se utilizan para explicar un cuerpo de datos y para hacer predicciones acerca de los resultados de experimentos futuros”.

A continuación se desarrollan brevemente algunas teorías de acuerdo a la agrupación que presenta Woolfolk, las cuales son: teorías de etapa, teorías de aprendizaje y teorías contextuales.

1.2.1. TEORÍAS DE ETAPA

Estas teorías se basan en los cambios que las personas experimentan desde su infancia hasta su madurez. Estos cambios están en función de diversas etapas por las cuales pasa el niño hasta llegar a ser adulto.

Los principales personajes que desarrollaron estas teorías son: Jean Piaget, Sigmund Freud y Erik Erikson.

1.2.1.1. JEAN PIAGET

Piaget (1896-1980) es el creador de una de las teorías de etapas más conocidas, en la cual se describen cuatro etapas cualitativamente diferentes del desarrollo cognoscitivo. “De una etapa a la siguiente, el pensamiento del niño pasa por cambios que implican algo más que la suma de conocimientos y habilidades” (Woolfolk 16).

Estas etapas que describe Piaget son: sensoriomotriz, preoperacional, operacional concreta y operacional formal.

1. *Etapa sensoriomotriz.* Comprende la etapa entre los cero y dos años de edad. Es donde empieza a funcionar la memoria y el pensamiento.
2. *Etapa preoperacional.* Va desde los dos hasta los siete años. Se desarrolla el uso del lenguaje y la capacidad de pensar en forma simbólica.



3. *Etapa operacional concreta.* El niño utiliza el pensamiento lógico para la resolución de problemas prácticos. Esta etapa se ubica entre los siete y once años de edad.
4. *Etapa operacional formal.* Parte desde los once años en adelante. El niño es capaz de resolver problemas abstractos de manera lógica y mediante el uso de un pensamiento científico. Además desarrolla preocupaciones sobre temas sociales y su identidad. (op. cit. 34)

1.2.1.2. SIGMUND FREUD

Sigmund Freud (1856-1939). Analizó los sueños y los recuerdos de la niñez de sus pacientes, que eran principalmente mujeres de clase media alta, “Freud planteó la existencia de cinco etapas del desarrollo psicosexual: las mismas cinco etapas, en el mismo orden, en todas las personas” (op. cit. 16).

Las etapas propuestas por Freud son: oral, anal, fálica, latencia y genital

1. *Etapa oral.* Comprende desde el nacimiento del niño hasta el año y medio aproximadamente. “En el primer año de la vida la boca es el lugar más importante de intercambio con el mundo” (Escalante 1).
2. *Etapa anal.* Esta etapa se ubica entre el primer y tercer año de vida. “Es precisamente en esta etapa que el niño empieza a recibir solicitudes para que corrija sus maneras, formuladas de modo dramático por adultos bien socializados” (op. cit. 2).
3. *Etapa fálica.* Ubicada entre los tres y seis años de edad. En esta etapa, los niños centran su interés en sus órganos sexuales.
4. *Etapa latencia.* “El niño es mucho más estable, realista y organizado que en etapas anteriores y ello contribuye a un crecimiento decisivo del yo” (op. cit. 4). Ésta se comprende entre los seis y once años.
5. *Etapa genital.* Parte desde los doce años en adelante. “En su precipitación por la búsqueda de la liberación los muchachos terminan construyendo estereotipos de sí mismos, de sus ideales y valores” (op. cit. 5).



1.2.1.3. ERIK ERIKSON

Erikson (1902-1994), “al igual que Piaget y Freud, consideró el desarrollo como el paso a través de una serie de etapas” (Woolfolk 17). Erikson presenta ocho etapas o estadios por las cuales pasan las personas en su proceso de desarrollo.

1. *Estadio I.* Comprendido en el primer año de vida. En este estadio, la principal tarea del niño es el “desarrollar la confianza sin eliminar completamente la capacidad para desconfiar” (Boeree 5). Esto dependerá en gran medida en las atenciones que tenga por parte de sus padres.
2. *Estadio II.* Comprendido aproximadamente entre el año y medio y los tres o cuatro años de edad. En estos momentos, el niño pretende “alcanzar un cierto grado de autonomía, aun conservando un toque de vergüenza y duda” (op. cit. 6).
3. *Estadio III.* Va desde los tres o cuatro años hasta los cinco o seis años. “La tarea fundamental es la de aprender la iniciativa sin una culpa exagerada” (op. cit. 7). Es decir, el niño empieza a sentir y a conocer las responsabilidades de sus actos.
4. *Estadio IV.* Ubicado entre los seis y 12 años de edad aproximadamente. “Los niños deben domesticar su imaginación y dedicarse a la educación y a aprender las habilidades necesarias para cumplir las exigencias de la sociedad” (op cit. 7-8).
5. *Estadio V.* Inicia con la pubertad de la persona y termina entre los dieciocho y veinte años. “La tarea primordial es lograr la identidad del Yo y evitar la confusión de roles” (op. cit. 8).
6. *Estadio VI.* Esta fase se comprende entre los dieciocho y treinta años de edad. En ésta, la tarea principal es lograr un cierto grado de intimidad, actitud opuesta a mantenerse en aislamiento” (op. cit. 9). Por lo general, la persona permanece cerca de sus conocidos y empieza participar activamente en la sociedad.
7. *Estadio VII.* Aproximadamente se ubica entre el final de los veintes y los cincuentas de una persona. En esta instancia, la persona trata de “lograr



un equilibrio apropiado entre la productividad (...) y el estancamiento” (op. cit. 10).

8. *Estadio VIII*. Inicia con la adultez mayor, aproximadamente a los sesenta años. “La tarea primordial aquí es lograr una integridad yoica (...) con un mínimo de desesperanza.(...) La integridad yoica significa llegar a los términos de tu vida, y por tanto, llegar a los términos del final de tu vida” (op cit. 11-12).

1.2.2. TEORÍAS DE APRENDIZAJE

Las teorías de aprendizaje van encaminadas al entendimiento de como las personas aprenden y construye sus conocimientos en base al aprendizaje. “Las teorías del aprendizaje son más sistemáticas y científicas” (Woolfolk 17). Para comprender un poco mas este tema desarrollaremos brevemente los siguientes: teoría conductual, procesamiento de la información, teoría cognoscitiva social.

1.2.2.1. TEORÍA CONDUCTUAL

Una teoría que va encaminada a observar las conductas de las personas como efecto del aprendizaje, es la llamada teoría conductual, la misma que se enmarca dentro de la corriente psicológica conocida como conductismo. Según Woolfolk, el conductismo es la “explicación del aprendizaje que se concentra en los sucesos externos como la causa de los cambios en conductas observables” (op. cit. 17).

Para describir el aprendizaje mediante la teoría conductual, vamos a explicar brevemente lo que es: condicionamiento clásico, conexionismo, aprendizaje asociativo y condicionamiento operante.

1. *Condicionamiento clásico*. Fue descrito por Ivan Pavlov (1849 – 1936) mediante estudios y experimentos realizados con animales. Este condicionamiento “es el proceso a través del cual se logra que un comportamiento -respuesta- que antes ocurría tras un evento determinado -estímulo- ocurra tras otro evento distinto” (Arancibia,



- Herrera y Strasser 48). De este modo, el aprendizaje es desarrollado mediante la relación entre dos estímulos que generan una respuesta.
2. *El conexionismo*. Edward Thorndike (1874 – 1949) fue quien lo propuso. Él plantea que “la forma más característica de aprendizaje (...) se produce por ensayo y error, o por selección y conexión, como lo llamó más tarde” (op. cit. 51). Mediante el conexionismo, el aprendizaje es desarrollado por la asimilación y eliminación de respuestas correctas e incorrectas respectivamente, de situaciones que se presentan.
 3. *Aprendizaje asociativo*. Su principal exponente fue Edwin Guthrie (1886 – 1959). “Este autor explica la asociación de dos estímulos -en ausencia de respuesta o estímulo incondicionado- por medio del *principio de contigüidad*” (op. cit. 52).

Este principio establece que cuando dos sensaciones ocurren juntas en forma repetida, acaban por asociarse, de manera que posteriormente cuando ocurre sólo una de estas sensaciones (estímulo), la otra sensación también es evocada (respuesta). (...) Aunque la mayor parte de los aprendizajes son complejos y no pueden ser explicados exclusivamente por este principio, la asociación por contigüidad sí ayuda a entender algunos aprendizajes más simples, como por ejemplo la memorización. (op. cit. 52.)

4. *Condicionamiento operante*. También fue descrito por Edward Thorndike y además por Frederic Skinner. (1904 – 1990). “Es el proceso a través del cual se fortalece un comportamiento que es seguido de un resultado favorable (refuerzo), con lo cual aumentan las probabilidades de que ese comportamiento vuelva a ocurrir” (op. cit. 53). El aprendizaje es desarrollado mediante refuerzos de los conocimientos o acciones en tanto que lo que no es reforzado se olvida.

1.2.2.2. PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Las personas, al ser todas distintas, desarrollan sus propias maneras de comunicarse, expresarse, relacionarse con las demás y, de entre otras cosas, a procesar la información que obtienen y poseen.



“Esta teoría contempla al ser humano, metafóricamente, como a una computadora” (Arancibia, Herrera y Strasser 94). Es decir, el aprendizaje que desarrolla el alumno, es logrado mediante una serie de procesos que son llevados a cabo por su pensamiento partiendo desde el momento en el que recibe la información.

Para esta teoría, la *información* es una representación que proviene de la estimulación externa y/o del procesamiento, con mira a influir elecciones entre alternativas de creencias o acciones posibles; y el *procesamiento de la información* refiere a cómo la información es modificada de manera tal que su cambio pueda ser observado. (op. cit. 94)

En esta teoría nos encontramos con tres modelos: modelo de los dos niveles, modelo de los niveles de procesamiento y modelo de los niveles de activación.

- *Modelo de los dos niveles.* “Contempla el funcionamiento cognitivo como el paso de la información por dos almacenes, la memoria a corto plazo y la memoria a largo plazo” (op. cit. 94). Cuando se recibe la información, esta se almacena en la memoria y dependiendo si es que es significativa o no, la información se ubica en la memoria a largo o corto plazo respectivamente.
- *Modelo de los niveles de procesamiento.* “Se ocupa de la memoria según el tipo del proceso que transforma a la información entrante” (op. cit. 95). La información se procesa de modo físico, acústico y semántico, siendo este último el que supone un procesamiento más profundo y el que conlleva a un mejor desarrollo de la memoria.
- *Modelo de los niveles de activación.* “Supone que no existen estructuras diferenciables en la memoria, sino que es una sola memoria con diferentes estados de activación” (op. cit. 95). En la memoria se encuentra información activa e inactiva, siendo la primera la que se puede acceder de manera rápida y la segunda la que se accede mediante la realización de ejercicios de recordatorios.



De esta manera, la teoría de procesamiento de la información, pretende explicar lo relacionado con los procesos que suceden con los conocimientos e información que las personas poseen y van almacenando en su memoria en el transcurso de su aprendizaje.

1.2.2.3. TEORÍA COGNOSCITIVA SOCIAL

Albert Bandura (n. 1925) amplió las teorías conductistas para hacer hincapié en el aprendizaje por observación, “señaló que las perspectivas conductuales tradicionales del aprendizaje eran precisas, pero incompletas” (Woolfolk 17). Desde este nuevo punto de vista, se ponía al descubierto que las teorías conductuales dejan al lado a un factor sumamente importante en el aprendizaje y que es la sociedad.

La teoría cognoscitiva social ostenta varios supuestos acerca del aprendizaje y la ejecución de conductas que tratan de las interacciones recíprocas de personas, comportamientos y ambientes; del aprendizaje en acto y el vicario (es decir, las formas en que ocurre), y de la distinción entre aprendizaje y desempeño. (Schunk 108)

En el estudio de este tema, existen tres funciones que cumple el modelamiento de la teoría cognoscitiva social: la facilidad de la respuesta, la inhibición y la desinhibición y el aprendizaje por observación.

- *La facilidad de la respuesta.* “Se refiere a las acciones modeladas que sirven como acicates sociales para que los observadores se comporten en consecuencia” (op. cit. 111). Esta función se puede resumir en *hacer lo que se ve*.
- *La inhibición y la desinhibición.* “Las conductas modeladas crean en los observadores expectativas de que ocurrirán las mismas consecuencias si imitan las acciones” (op. cit. 111).
- *El aprendizaje por observación.* Esta función juega un papel importante, pues permite que los estudiantes desarrollen sus conocimientos mediante la observación de diversas situaciones que se presentan. Para lograr que se lleve a cabo un aprendizaje por observación, el



estudiante primero debe estar completamente motivado con las situaciones a observar, luego debe: prestar atención a las particulares destacadas de la tarea, retener la información obtenida mediante el repaso y el relacionarla con los conocimientos almacenados en la memoria y retroalimentar la información adquirida.

1.2.3. TEORÍAS CONTEXTUALES

El contexto en el que se desarrollan las personas juega un papel fundamental en ellas e influirá directa o indirectamente en su aprendizaje.

“Dos teorías que toman en cuenta el papel fundamental de los contextos cultural y social son la teoría sociocultural del aprendizaje de Vygotsky y el modelo bioecológico del desarrollo de Bronfenbrenner.” (Woolfolk 18)

1.2.3.1. LEV VYGOTSKY

Lev Vygotsky (1896 – 1934) tenía la creencia de que todas las actividades humanas se concebían en ambientes culturales, y que éstas no se podían entender fuera de dichos ambientes.

El principal aporte de Vygotsky, es la relación que estableció entre pensamiento y lenguaje. Según Cabrera y Mazarella, “el autor señala que la transmisión racional e intencional de la experiencia y el pensamiento a los demás, requiere un sistema mediatizador y el prototipo de éste es el lenguaje humano” (Cabrera y Mazzarella 42).

En cuanto a los niveles de aprendizaje en los que se encuentran los niños, Vygotsky señala dos niveles evolutivos: el nivel evolutivo real y el nivel de desarrollo potencial.

En el primer nivel, el niño es capaz de realizar actividades sin la ayuda de terceros, es decir es autosuficiente; en tanto que, en el nivel de desarrollo potencial, el niño es capaz de realizar actividades con la ayuda de otros y no de manera autónoma. Es muy posible que “dos niños con el mismo nivel evolutivo real, ante situaciones problemáticas que impliquen tareas que lo superen,



puedan realizar las mismas con la guía de un maestro, pero que los resultados varían en cada caso” (Torga 1). Esta diferencia es lo que Vygotsky llamó la *zona de desarrollo próximo* (ZPD).

No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (cit. en Cabrera y Mazzarella 43)

1.2.3.2. URIE BRONFENBRENNER

Bronfenbrenner (1917 - 2005) desarrollo la teoría ecológica y dentro de esta propuso el modelo bioecológico del desarrollo, el mismo que “toma en cuenta tanto los aspectos biológicos internos del individuo como los contextos sociales y culturales anidados que afectan el desarrollo” (Woolfolk 106).

Bronfenbrenner sugirió que todas las personas viven, aprenden y se desarrollan dentro de un conjunto de sistemas anidados que van desde la familia cercana, los vecindarios y las escuelas, hasta la comunidad y la sociedad.

La ecología del desarrollo humano comprende el estudio científico de la progresiva acomodación mutua entre un ser humano activo, en desarrollo, y las propiedades cambiantes de los entornos inmediatos en los que vive la persona en desarrollo, en cuanto este proceso se ve afectado por las relaciones que se establecen entre estos entornos, y por los contextos más grandes en los que están incluidos los entornos. Citado en (Gifre y Guitart 81)

Desde la perspectiva de Bronfenbrenner, la educación va más allá de las instituciones educativas, tomando al entorno en general como una gran escuela en la cual se desarrollan los aprendizajes de todos a la vez que interactúan entre sí.



1.2.4. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TICs)

Tenemos ya una década y media transcurrida del siglo XXI. Los cambios son notables; desde luego la educación, aún requiere adaptarse a los cambios producidos por la evolución tecnológica y social.

La presencia de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TICs) en la sociedad y en el sistema educativo es una realidad incuestionable. Las TICs tienen un gran aporte en la educación, ahora, a través del internet y de los medios que nos permiten acceder a él, podemos compartir y obtener información, realizar estudios en línea, subir y descargar datos hacia y desde lo que hoy se conoce como la *nube* (espacio virtual al que se accede a través de internet en el que se guardan documentos y programas informáticos para que otros usuarios conectados a la misma red puedan acceder a ellos y usarlos), de entre otras actividades educativas.

La gran mayoría de los estudiantes de hoy tienen las facilidades de acceso a las TICs, lo cual genera una gran ayuda a los profesores y a la vez preocupación por la posible mala utilización que los estudiantes le puedan dar a estos recursos.

Hemos revisado brevemente algunas de las teorías de la educación y sus principales expositores, lo que nos permite tener un acercamiento a las bases en las cuales está cimentada la educación en la actualidad, la misma que utiliza los recursos tecnológicos llamados TICs para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.3. LA DIDÁCTICA Y SU APOYO A LA EDUCACIÓN

Al hablar de didáctica, lo que se nos viene a la mente son ideas relacionadas con la enseñanza, y efectivamente debe ser así, pues didáctica proviene del verbo griego *didaskein* que significa enseñar, instruir, explicar. En su gran mayoría, la didáctica es aceptada como el arte de enseñar.



“La enseñanza es un asunto práctico, lo que indica que las teorías didácticas serán siempre normativas” (Carrasco 18), es decir, la didáctica se encarga de orientar y dirigir las actividades de enseñanza.

Al existir una gran diversidad de las maneras en las cuales los estudiantes aprenden, se necesita que la educación sea personalizada y ello conlleva a que la didáctica también lo sea.

La Didáctica Personalizada presupone que la relación del profesor con el alumno implica entender al profesor como guía, orientador y facilitador de los contenidos curriculares (...) para que el alumno los procese e integre de modo personal, original. (op. cit. 31)

Es decir, la didáctica personalizada va encaminada a que los profesores ayuden a sus estudiantes a aprender a aprender, lo cual permitirá que sean ellos los autores de su aprendizaje y facilitará la asimilación de los conocimientos desarrollados en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para esto, el profesor diseñará y seleccionará las estrategias didácticas adecuadas para sus estudiantes.

De las varias estrategias didácticas existentes, a continuación desarrollaremos brevemente las principales, las mismas que son: los métodos didácticos, las técnicas de enseñanza-aprendizaje y los recursos didácticos.

1.3.1. MÉTODOS DIDÁCTICOS

Etimológicamente, método significa el camino para llegar a un fin. Con esta concepción, un método didáctico vendría a ser “la organización racional y práctica de los medios, técnicas y procedimientos de enseñanza para dirigir el aprendizaje de los alumnos hacia los resultados deseados”. (op. cit. 84)

Entre los principales métodos didácticos que Díaz Alcaraz presenta están: método tradicional, método por descubrimiento, enseñanza expositiva.



1.3.1.1. MÉTODO TRADICIONAL

“Es un tipo de enseñanza que descansa totalmente en la iniciativa del profesor” (Díaz Alcaraz 192), el mismo que se encarga de la explicación y exposición de contenidos científicos hacia los estudiantes. Se podría decir que este método es de los más utilizados en todos los lugares y por la mayoría de los profesores.

Las principales características, según Díaz Alcaraz, de este método son las siguientes:

- No considera fundamental al estudiante en el proceso aprendizaje.
- Se desarrolla gran cantidad de contenidos, pero no se les da tiempo para la reflexión.
- Los estudiantes toman apuntes, el cual viene a ser el único material de aprendizaje.
- El profesor es únicamente un transmisor de contenidos
- La exposición debe ser activa, la misma que estimule la participación del estudiante y la clase no se vuelva un monólogo

1.3.1.2. MÉTODO POR DESCUBRIMIENTO

Con este método se espera que los estudiantes generen su propio conocimiento en base al descubrimiento. Esto facilita que ellos obtengan un aprendizaje significativo. Según este método, el profesor es quien “le presenta todas las herramientas necesarias al estudiante para que este descubra por sí mismo lo que desea aprender” (Zarza Cortés 8).

Algunos de los principios del método por descubrimiento, según Zarza Cortés (op. cit. 9-10), son:

- Todo conocimiento real es aprendido por uno mismo.
- El significado es producto exclusivo del descubrimiento creativo y no verbal.
- El método del descubrimiento es el principal para transmitir el contenido de la materia.



- La capacidad de resolver problemas es la meta principal de la educación, para lo cual se debe utilizar métodos científicos de investigación.
- El entrenamiento en la Heurística del descubrimiento es más importante que la enseñanza de la materia.
- Cada estudiante debería ser un pensador creativo y crítico.
- El descubrimiento organiza de manera eficaz lo aprendido para emplearlo posteriormente.
- El descubrimiento es el generador único de motivación y confianza en sí mismo.
- El descubrimiento es una fuente primaria de motivación intrínseca.
- El descubrimiento asegura con conservación del recuerdo.

Con lo expuesto se podría afirmar que el método por descubrimiento pretende que los estudiantes alcancen y desarrollen los conocimientos de manera efectiva, en donde el profesor sea el guía que les permita lograr un aprendizaje significativo.

1.3.1.3. ENSEÑANZA EXPOSITIVA

El método de la enseñanza expositiva “se caracteriza por exponer explícitamente la estructura conceptual de la disciplina científica que se está enseñando, para que el estudiante relacione esa estructura con sus ideas previas con respecto a esa misma materia.” (Díaz Alcaraz 198)

En este método tienen importancia tanto el estudiante como los contenidos, los mismos que deben tener una estructura lógica.

Para Díaz Alcaraz el método de la enseñanza expositiva tiene las siguientes fases:

1. Presentación del organizador previo. En esta fase se realiza la clarificación del tema, la presentación del organizador previo y la activación de los conocimientos previos del estudiante.



2. Presentación del material de aprendizaje. Aquí el material y las actividades deben estar correctamente organizadas y deben ser de interés para el estudiante.
3. Potenciación de la estructura conceptual. Se trata de relacionar las ideas y conocimientos previos del estudiante con los nuevos conceptos desarrollados.

Por lo general este método está presente en los textos de estudio de las diferentes asignaturas, los mismos que en su mayoría están estructurados de manera secuencial y lógica, encabezados por títulos para cada uno de los temas.

1.3.2. TÉCNICAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

La palabra técnica deriva del griego *téchne* que significa conjunto de procesos de un arte o de una fabricación; es decir, técnica expresa el *cómo hacer algo*. Recordando que método es el camino que nos lleva a un fin, la técnica viene a ser lo que nos permite recorrer ese camino (Nérici 363).

A continuación presentamos y explicamos brevemente en que consisten algunas de las técnicas de enseñanza-aprendizaje que describe Imídeo Giuseppe Nérici.

- *Técnica expositiva*. Exposición oral por parte del profesor sobre los contenidos de la clase.
- *Técnica del dictado*. El profesor habla pausadamente y los alumnos toman nota de lo que él dice.
- *Técnica biográfica*. Exponer los hechos a través del relato de las vidas que participan en ellos. Técnica muy común en el estudio de la historia, filosofía y literatura.
- *Técnica exegetica*. Lecturas comentadas de los textos relacionados con los temas de estudio.
- *Técnica cronológica*. Presentar los hechos de manera ordenada en su aparición en el tiempo. Mayormente utilizada en el estudio de la historia.



- *Técnica de los círculos concéntricos.* Estudiar un tema inicialmente de manera superficial para luego ir profundizándolo cada vez más.
- *Técnica de las efemérides.* Se basa en el estudio de personalidades, acontecimientos o fechas significativas con el calendario. Esta técnica no se presta para una aplicación sistemática y continua.
- *Técnica del interrogatorio.* Consiste en un diálogo que lleva al profesor a un mejor conocimiento del estudiante. Esta técnica ha sido la peor utilizada ya que ha provocado que el estudiante interprete al interrogatorio como un castigo.
- *Técnica de la argumentación.* Es una forma de interrogatorio la cual se encarga de diagnosticar conocimientos.
- *Técnica del diálogo.* También se puede considerar como un interrogatorio, pero con ésta técnica se trata de llevar a los estudiantes a la reflexión.
- *Técnica catequística.* Organizar los temas en forma de preguntas con sus respectivas respuestas.
- *Técnica de la discusión.* Discusión de un tema por parte de los estudiantes bajo la dirección del profesor.
- *Técnica del debate.* Es una discusión en donde se presentan posiciones contrarias en torno a un tema.
- *Técnica del estudio de caos.* Presentación de un problema para que los estudiantes presenten soluciones.
- *Técnica de la demostración.* Permite ver como funciona, en la práctica, lo que fue estudiado teóricamente.
- *Técnica de la experiencia.* Procura sistematizar las experiencias que se le puedan brindar a los estudiantes.
- *Técnica de la investigación.* Presentar temas para que los estudiantes investiguen y desarrollen mediante la tutoría del profesor.
- *Técnica del redescubrimiento.* Su uso es más generalizado en el estudio de las ciencias, para lo cual se requiere de un laboratorio en donde realizar prácticas relacionadas con los temas de estudio.



La utilización de estas técnicas de enseñanza-aprendizaje en las aulas de clases, estarán en función, por lo general, de: las asignaturas, los temas de estudio, las situaciones que se presentan en la clase, el número de estudiantes, la experiencia del profesor, entre otros.

1.3.3. RECURSOS DIDÁCTICOS

Por lo general, los recursos didácticos son “todos aquellos instrumentos que por una parte ayudan a los formadores en su tarea de enseñar y, por otra, facilitan a los estudiantes el logro de los objetivos de aprendizaje”. (Corrales y Sierras 19)

Los recursos didácticos que el profesor utilice en sus clases, por lo general, dependerá de factores como: tipo de institución educativa (pública o privada), ubicación de la institución (zona rural o urbana), asignatura, número de estudiantes, entre otros.

Dependiendo de los autores, los recursos didácticos se clasifican de diversas formas; en este trabajo, se ha creído conveniente utilizar la clasificación que presenta Nérici, la cual consta de cuatro tipos de recursos didácticos los mismos que son: material permanente de trabajo, material informativo, material ilustrativo visual o audiovisual y material experimental.

1.3.3.1. MATERIAL PERMANENTE DE TRABAJO

Son los materiales o recursos que siempre estarán presentes en las aulas, además, por lo general, estos son los más utilizados al momento de desarrollar los temas de estudio, estos son: pizarra, borrador, tizas, marcadores, textos, lápices, cuadernos, etc.

1.3.3.2. MATERIAL INFORMATIVO

Estos materiales son los encargados de brindar la información necesaria a los estudiantes y profesor sobre los contenidos de un tema en cuestión. En la mayoría de las veces el principal material informativo con el que se cuenta en las aulas es el texto de estudio de la asignatura tratada, pero también se



pueden tener otros recursos como: diccionarios, revistas, periódicos, enciclopedias, mapas, etc.

Gracias a los avances tecnológicos, en la actualidad se cuenta con la Internet, el mismo que es un material informativo de gran ayuda, pues permite acceder a cualquier tipo de información en cualquier momento y en cualquier lugar que se tenga acceso a él.

1.3.3.3. MATERIAL ILUSTRATIVO VISUAL O AUDIOVISUAL

Este tipo de recursos permite a los estudiantes ver y/o escuchar materiales relacionados con su tema de estudio, los mismos que facilitan un mejor aprendizaje en ellos. Entre los recursos más comunes de este tipo tenemos: ordenadores, proyectores, reproductores de audio y video, mapas, carteles, papelógrafos, retratos, dibujos, etc.

1.3.3.4. MATERIAL EXPERIMENTAL

Son materiales que permiten a los estudiantes interactuar y experimentar con ellos, por lo general son utilizados en la educación inicial; también son muy utilizados en el estudio de las ciencias, permitiendo a los estudiantes descubrir y/o redescubrir leyes, reglas o principios que, de manera teórica fueron estudiados o se van a estudiar dentro de poco.

Este tipo de materiales, en su gran mayoría, se encuentran en los laboratorios correspondientes a las distintas ciencias, tales como laboratorios de: física, matemáticas, biología, química, astronomía, etc.

A continuación se desarrolla lo concerniente a la importancia de los recursos didácticos, para en lo posterior, hablar lo referente al material experimental en el estudio de la geometría analítica.

1.4. IMPORTANCIA DEL MATERIAL DIDÁCTICO EN LA EDUCACIÓN

En el estudio de las diferentes asignaturas siempre se va a requerir el uso de recursos que brinden apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje tanto a los



profesores como a los estudiantes. A estos recursos didácticos, de aquí en adelante, se les tratará como material didáctico.

El material didáctico tiene como principal objetivo el de facilitar la comprensión y asimilación de los conocimientos desarrollados en las aulas de clases o fuera de ellas, y de allí su gran importancia en el proceso educativo.

La importancia del material didáctico también radica en las funciones que cumple el mismo. De entre las principales funciones tenemos: proporcionar información, guiar los aprendizajes, ejercitar habilidades, motivar y evaluar los conocimientos y habilidades que se tienen (Corrales y Sierras 20-21). Todas estas funciones son de vital importancia al momento de trabajar con estos recursos, pues con la simple ausencia de alguna de ellas, dicho material no podría cumplir con sus funciones antes descritas.

Tal vez, de las funciones antes mencionadas, la que mayor impacto produce en los estudiantes es la de motivar. Una vez lograda la motivación en los estudiantes, las demás funciones del material didáctico vienen a producirse a manera de efecto directo de dicha motivación.

Si bien es cierto que el material didáctico es de suma importancia en la educación, también lo es el uso que se le da. Con el simple hecho de poseer el material didáctico adecuando en las aulas de clases no se garantiza que las funciones del mismo se cumplan.

Es necesario que el profesor sepa utilizar de manera adecuada dicho material, ya que le permitirá dirigir de forma eficaz el uso que los estudiantes le den al mismo, para ello el material didáctico debe contar con su respectiva guía, la misma que servirá como apoyo didáctico al momento de desarrollar los diversos temas de estudio en los cuales sea utilizado el material didáctico.

1.5. MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN

La educación, desde sus orígenes, ha buscado el desarrollar conocimientos, capacidades y habilidades que, permitan a las personas resolver los problemas que se les presentan en su vida. Una de las materias de estudio que ayudan,



en gran medida y sin menospreciar a las otras, a resolver dichos problemas son las matemáticas ya que, por lo general, mediante la modelización y resolución de situaciones adaptadas al entorno de la persona, estas ayudan a desarrollar un pensamiento lógico y mejorar la capacidad de abstracción.

Seguidamente se desarrollan dos temas que se cree importante en el estudio de las matemáticas, los mismos que son: la evolución de las matemáticas y los problemas en el aprendizaje de las matemáticas.

1.5.1. EVOLUCIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Desde sus orígenes, los conocimientos matemáticos han ido evolucionando a la par con las sociedades y con el paso del tiempo, es por eso que a continuación se presentan brevemente algunos estadios históricos por los cuales han pasado las matemáticas.

El estudio de las matemáticas se originó hace aproximadamente tres mil quinientos años a. C. en Egipto y Mesopotamia, y cuyo principal objetivo era el solucionar problemas relacionados con el cálculo de terrenos para las siembras, el comercio, el uso de calendarios para las cosechas, entre otras actividades (Ruiz Zúñiga 16). En esta época, el estudio de las matemáticas estaba dominado principalmente por la aritmética y la geometría.

Gracias al comercio que se desarrolló entre estos lugares antes mencionados con Grecia, los griegos tomaron sus conocimientos matemáticos y los fusionaron con los suyos, desarrollando así “matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones” (MEC Uruguay 2). De entre los principales matemáticos griegos podemos citar a Tales de Mileto, Pitágoras, Arquímedes y Euclides.

En la sociedad islámica, las matemáticas y las ciencias también tuvieron una importante acogida y desarrollo, esto debido a que la mayoría de los textos desarrollados por los griegos fueron traducidos al árabe para su estudio.

“Los árabes introdujeron y mejoraron los símbolos del sistema numérico hindú y la notación posicional. También usaron los irracionales de la



misma forma que lo hicieron los hindúes. Esto debe enfatizarse (...), afirmaron con toda claridad que las razones de magnitudes, conmensurables o inconmensurables, podían ser llamadas números”.

(Ruiz Zúñiga 154)

En la edad media se continúan desarrollando las matemáticas en Europa, pero de una manera que se le puede llamar un tanto clandestina, pues en esta época el estudio de las diversas ciencias estaba bajo “la represión institucional de carácter religioso cuyo signo más evidente fue la Inquisición”(op cit. 176).

Luego de que las matemáticas pasaran por los estadios antes descritos, llegan a un período al cual Andréi Kolmogórov lo llama *período de formación de las matemáticas de magnitudes variables*. Este período se origina con la aparición de la geometría analítica y el cálculo infinitesimal, gracias a esto nacieron la gran mayoría de las ciencias conocidas actualmente (Ríbnikov 17).

En la actualidad el desarrollo de las matemáticas se sigue dando conforme se van descubriendo y desarrollando nuevos conocimientos de la misma y, la sociedad está segura de que los descubrimientos de éstos no se detendrán mientras se siga contando con la curiosidad científica de las personas.

1.5.2. PROBLEMAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Al hablar del estudio de las matemáticas, por lo general, se lo relaciona con los problemas que los estudiantes tienen al momento de desarrollar los conocimientos de dicha asignatura.

A estos problemas, a los cuales Carrillo Siles los llama dificultades, ella los clasifica en dos grandes grupos que son: dificultades relacionadas con la propia naturaleza de las matemáticas y dificultades relacionadas con la organización, la enseñanza inadecuada y la metodología (Carrillo Siles 1, 3). Para un mejor entendimiento de éstas, a continuación se los expone brevemente.



1.5.2.1. DIFICULTADES RELACIONADAS CON LA PROPIA NATURALEZA DE LAS MATEMÁTICAS

Estas dificultades se presentan debido a la naturaleza abstracta propia de las matemáticas. De entre las principales dificultades inmersas en este grupo tenemos: complejidad en los conceptos, estructura jerárquica en los conocimientos matemáticos, el carácter lógico y el lenguaje matemático.

1.5.2.1.1. COMPLEJIDAD EN LOS CONCEPTOS

Hay que reconocer que en las matemáticas todos los conceptos y temas de estudio son complejos, por lo que los estudiantes deben tener una guía adecuada por parte del profesor.

1.5.2.1.2. ESTRUCTURA JERÁRQUICA DE LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS

Los conocimientos de matemáticas que los estudiantes desarrollan en sus etapas escolares están organizados de manera jerárquica, partiendo desde los conocimientos elementales, los mismos que se van encadenando con conocimientos más avanzados y así van formando los que se podría denominar una escalera de conocimientos.

1.5.2.1.3. CARÁCTER LÓGICO

En gran medida, los conocimientos matemáticos son desarrollados de manera deductiva, lo que lleva a que se generen muchas dificultades de aprendizaje en los alumnos.

1.5.2.1.4. EL LENGUAJE MATEMÁTICO

Según Bogomolny “el lenguaje matemático es mucho más exacto que cualquier otro que uno pueda pensar”, citado en (Ospitaletche-Borgmann y Martínez Luaces 8). Este lenguaje comprende símbolos y expresiones que permiten interpretar adecuadamente lo que las matemáticas expresan.



En el estudio de las matemáticas, el uso de un lenguaje formal y estricto siempre genera dificultades, pues los alumnos malinterpretan el lenguaje común con el lenguaje matemático.

1.5.2.2. DIFICULTADES RELACIONADAS CON LA ORGANIZACIÓN, LA ENSEÑANZA INADECUADA Y LA METODOLOGÍA

Estas dificultades tienen que ver con los sujetos que se encuentran en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De las principales dificultades enmarcadas en este grupo tenemos: la enseñanza inadecuada y las dificultades procedentes del propio estudiante.

1.5.2.2.1 LA ENSEÑANZA INADECUADA

La responsabilidad de esto recae en gran medida sobre el profesor. El profesor debe estar perfectamente capacitado y motivado para desarrollar sus clases de manera que, todos sus estudiantes alcancen los conocimientos necesarios para avanzar en el estudio de las matemáticas.

La escasez de recursos didácticos, en ocasiones, puede llevar a que la enseñanza no cumpla con las aspiraciones educativas del profesor, del estudiante y de la institución en sí.

1.5.2.2.2. DIFICULTADES PROCEDENTES DEL ESTUDIANTE

- *Creencias y aptitudes sobre las matemáticas.* Por lo general, la gran mayoría de los estudiantes, antes de entrar a un programa de estudio de matemáticas, ya han desarrollado sus creencias sobre el mismo en base a los comentarios que han escuchado de otros estudiantes o de otras personas allegadas a él.
- *Dificultades relacionadas con los procesos del desarrollo cognitivo.* Hay que tener muy en cuenta que “la incomprensión de algunos de los conceptos en cualquiera de los niveles puede tener consecuencias en cadena” (Carrillo Siles 6) que conlleven a que los procesos cognitivos de los estudiantes entren en conflicto.



Es un gran reto para los estudiantes y profesores superar estas dificultades en el estudio de las matemáticas, las mismas que se presentan en cualquier etapa escolar. La matemática educativa es una disciplina del conocimiento que se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático (Cantoral y Farfán 204), al dominar ésta, seremos capaces de superar las dificultades descritas, para así lograr que se cumplan los objetivos educativos en el estudio de las matemáticas.

1.6. EL MATERIAL DIDÁCTICO Y LAS MATEMÁTICAS

Al haber conocido un poco más sobre el material didáctico y su importancia y sobre las principales dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se cree que la gran mayoría de estos problemas se podrían solucionar mediante el correcto uso del material didáctico, el mismo que debe estar elaborado de manera que facilite el aprendizaje.

De los tipos de recursos didácticos descritos anteriormente, a continuación se centrará y se hará referencia sólo al material experimental cuando se hable de material didáctico.

En el estudio de cada una de las diferentes ramas de las matemáticas, entre las cuales tenemos a: la aritmética, la geometría plana y esférica, la geometría analítica, el álgebra, el cálculo infinitesimal, las matemáticas discretas, las matemáticas financieras, la estadística, el cálculo vectorial, entre muchas otras más, se necesita del material didáctico para desarrollar ciertos temas que, por más clara que sea la explicación del profesor, siempre van a quedar un tanto incompletos.

Es así como en el inicio del estudios de las matemáticas se aprende a contar, sumar, restar, multiplicar y dividir, mediante el uso objetos como canicas, piedras, hojas, o cualquier otro objeto que nos cupiera en las manos o que pudiéramos tocar. Conforme se avanza en los conocimientos y temas de estudio, los materiales didácticos van cambiando; por ejemplo, al desarrollar los contenidos referentes al estudio de las figuras geométricas y cuerpos sólidos,



los materiales didácticos a utilizar vienen a ser objetos elaborados de manera que permitan a los alumnos comparar y verificar sus conocimientos, entre estos objetos podemos tener prismas, cilindros, pirámides que además de representar sólidos, cada cara representa una figura geométrica plana.

El estudio de las matemáticas en la educación superior esta asociado con el uso del material didáctico tanto experimental como audiovisual, esto debido a que los contenidos matemáticos en estas instancias tienen un alto grado de complejidad, lo que imposibilita que la explicación teórica sea suficiente para su entendimiento. Es así que en el estudio de asignaturas como el cálculo infinitesimal, algebra lineal, calculo vectorial, etc. se utiliza por lo general material didáctico como animaciones y simulaciones generadas con software, ya que es más fácil de elaborar y utilizar que el material didáctico tangible.

Como ya se ha mencionado, el material didáctico es un pilar fundamental en el estudio de las matemáticas, éste debe ser diseñado y elaborado de manera que esté acorde a los temas de estudio y al nivel de conocimientos en el que el estudiante se encuentra. A continuación se habla del material didáctico para el estudio de la geometría analítica y específicamente para los temas de sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta.

1.7. LA GEOMETRÍA ANALÍTICA Y EL MATERIAL DIDÁCTICO

Antes de empezar a hablar sobre el material didáctico el en estudio de la geometría analítica, se va a dar una definición de ésta.

Geometría analítica, rama de la geometría en la que las líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas se representan mediante expresiones algebraicas y numéricas usando un conjunto de ejes y coordenadas. Cualquier punto del plano se puede localizar con respecto a un par de ejes perpendiculares dando las distancias del punto a cada uno de los ejes. (MEC Uruguay 14)

De la definición dada, se podría decir que la ubicación de puntos en un plano de referencia es de vital importancia para proseguir con el estudio de la recta, las cónicas y otras curvas de estudio.



En los establecimientos educativos, es muy común desarrollar los contenidos de esta asignatura mediante el único uso del texto de estudio, el pizarrón y la explicación del profesor, dejando de lado al material didáctico, llevando a que se de un proceso de enseñanza-aprendizaje incompleto.

Dentro del estudio de esta asignatura, en todos los contenidos relacionados con la geometría analítica plana, los principales materiales didácticos que se necesitan en el aula de clases para un mejor desarrollo de los conocimientos en los alumnos son: un geoplano, reglas graduadas, circómetros, graduadores, cinta métrica, cuerdas, bandas elásticas, entre otros. También, si se tiene acceso a recursos audiovisuales, se pueden utilizar animaciones desarrolladas en software especializado; el software más práctico para este fin, se podría decir que es GeoGebra debido a, su interfaz de fácil uso y gran aplicabilidad para los contenidos de esta asignatura.

Se desarrolla, a continuación, lo referente al material didáctico para el estudio de los temas de: sistemas coordenados, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta.

1.7.1. SISTEMAS DE COORDENADAS

Los contenidos dentro del estudio de los sistemas coordenados, se podría decir que son los cimientos sobre los cuales se sostiene la geometría analítica. Como principales temas de estudio en esta unidad tenemos: la ubicación de puntos en el plano, distancia entre dos puntos, pendiente de una recta, el ángulo entre dos rectas.

El material didáctico para esta unidad debe estar elaborado de manera que los estudiantes puedan desarrollar los temas antes descritos de manera rápida y sin muchas complicaciones debido a que estos temas no representan un grado de complejidad muy grande.

1.7.2. GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN

Uno de los problemas que se presentan a menudo en el estudio de la geometría analítica, es que los estudiantes tienen dificultades para realizar las



gráficas de las ecuaciones o, en caso contrario, formular ecuaciones a partir de ellas, pues como sostienen los autores del *I Congreso de Educación Matemática de América Centra y EL Caribe*, “los problemas se revelan con mayor fuerza cuando el registro de partida es el gráfico” (Díaz, Haye y Montenegro 11), es decir, los problemas de enseñanza-aprendizaje son más notorios cuando se involucran gráficas, en este caso, con sus respectivas ecuaciones.

Para lograr que los estudiantes logren un dominio sobre los contenidos de esta unidad, se necesita que el material didáctico evidencie, de manera explícita, las asíntotas, la simetría, las intercepciones con los ejes y otras cuestiones que se presentan al momento de desarrollar las gráficas en el geoplano.

1.7.3. LUGARES GEOMÉTRICOS

Para el estudio de los lugares geométricos es necesario que el material didáctico evidencie o permita evidenciar a los estudiantes, las diversas características que presenta un punto al moverse en el plano de acuerdo a una ley o regla establecida.

1.7.4. LA RECTA

Se podría decir que la recta, es la primera figura geométrica en ser desarrollada con profundidad en el estudio de la geometría analítica.

Si bien existen varias maneras de expresar analíticamente una recta, ésta al ser graficada en el geoplano va a ser siempre la misma, ya que la forma en la que exprese no va a modificar su gráfica y el material didáctico que se use debe evidenciar eso.

Es necesario, además de que se cuente con el material didáctico adecuado para estas unidades, contar con una guía didáctica que facilite el correcto uso del mismo, para así evitar la pérdida de tiempo en el uso de éste y para que la generación del aprendizaje esté correctamente guiado.

SÍNTESIS DEL CAPÍTULO



Se ha visto como la educación ha ido evolucionando a la par con las distintas sociedades, las mismas que dependiendo de las situaciones y momentos históricos han provocado la generación de diferentes teorías educativas las cuales poseen sus propias metodologías didácticas para alcanzar sus objetivos.

Dentro de estas metodologías didácticas, una de las principales ha sido el uso de los recursos didácticos, los mismos que ayudan en gran medida a que los estudiantes se desarrollen académica y personalmente.

Específicamente, se ha examinado como el uso de estos recursos son de gran ayuda en el estudio de las matemáticas y en este caso particular en los temas concernientes a: sistemas de coordenadas, grafica de una ecuación, lugares geométricos y la recta, pertenecientes a la asignatura de geometría analítica.



CAPÍTULO II

DIAGNÓSTICO

El propósito de esta investigación fue analizar algunas características y formas de pensar de los estudiantes de la Carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca, para desarrollar material didáctico y una guía didáctica para el Laboratorio de Matemáticas de la Carrera antes mencionada, para el estudio de: sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta, de la asignatura de geometría analítica.

2.1. SELECCIÓN DE LA POBLACIÓN

La población de la investigación realizada la conforman los estudiantes matriculados en la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca del periodo lectivo marzo 2015 a agosto 2015, la misma que es de 125 estudiantes.

Para recopilar la información se ha realizado un muestreo no probabilístico del 76,8% de dicha población debido a que, por diversas complicaciones, no se pudo encuestar a toda la población antes mencionada.

2.2. TOMA Y ANÁLISIS DE ENCUESTAS

Para realizar esta investigación se planteó el método cuantitativo, el mismo que nos permitió obtener información a partir de encuestas.

Al momento de desarrollar el instrumento para la recopilación de la información necesaria, se formularon necesidades de información que permitan estar al tanto de las concepciones de los estudiantes, estas necesidades se las planteó como objetivos, los mismos que se presentan a continuación.

1. Conocer si los aprendizajes son más eficientes mediante el uso del material didáctico.
2. Conocer si el uso del material didáctico genera un pensamiento crítico y lógico.
3. Conocer si la Geometría Analítica implica principalmente memorización y seguimiento de reglas.



4. Comprobar si para los encuestados la Geometría Analítica es una materia de vital importancia para la futura labor como docente.
5. Deducir según los resultados de la investigación la Geometría Analítica es demasiado abstracta, por lo que se necesita de material didáctico para su estudio.
6. Comprender de mejor manera que en la Geometría Analítica, los docentes deben utilizar el material didáctico como apoyo a la teoría.
7. Justificar según datos que, con la utilización del material didáctico de Geometría Analítica, se mejoran las habilidades y destrezas de los estudiantes en esta asignatura.
8. Saber si para el estudiante, cuando el docente utiliza el material didáctico, la clase es más dinámica y eficiente.
9. Conocer si el estudio de los sistemas coordenados sin material didáctico es fácil para los estudiantes.
10. Determinar en el estudio de los temas concernientes a las gráficas de una ecuación y lugares geométricos el material didáctico es indispensable.
11. Conocer si el material didáctico es innecesario para el aprendizaje de los temas relacionados con la recta.
12. Conocer si al mezclar teoría con la práctica, mediante el uso del Laboratorio de Matemáticas, éste ayudaría a un mejor aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes.
13. Conocer si para los estudiantes, el uso del material didáctico sin una guía, es efectivo en cuanto a desarrollar los aprendizajes.
14. Conocer si los estudiantes creen que el uso de una guía didáctica optimiza el tiempo al momento de utilizar los recursos didácticos.
15. Conocer si el estudiante puede lograr un mejor nivel de aprendizaje con el uso de una guía didáctica.

Con estos objetivos se formuló una encuesta de quince enunciados (Anexo 1) la misma que se aplicó entre el 13 y 17 de julio del 2015 a 96 estudiantes de la Carrera de Matemática y Física, los estudiantes estaban subdivididos en 41 mujeres y 55 hombres.



2.2.1. TABULACIÓN DE DATOS

Enunciado	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Poco en desacuerdo	Poco en acuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1. Los aprendizajes son más eficientes mediante el uso del material didáctico.	0	0	2	5	47	42
2. El uso del material didáctico genera un pensamiento crítico y lógico.	0	0	3	15	40	38
3. La geometría analítica implica principalmente memorización y seguimiento de reglas.	9	18	35	14	17	3
4. Considero a la geometría analítica como una materia de vital importancia para mi futura labor docente.	0	1	9	11	31	44
5. La geometría analítica es demasiado abstracta, por lo que se necesita de material didáctico para su estudio.	1	2	17	27	30	19
6. Para que los estudiantes comprendan de mejor manera la Geometría analítica, los docentes deben utilizar el material didáctico como apoyo a la teoría.	0	0	2	20	32	42
7. Con la utilización del material didáctico de geometría analítica, se mejoran las habilidades y destrezas de los estudiantes en esta asignatura.	0	0	5	15	36	40
8. Cuando el docente utiliza el material didáctico la clase es más dinámica y eficiente.	0	1	4	16	32	43
9. El estudio de los sistemas coordenados sin material didáctico es fácil.	18	28	22	15	9	4
10. En el estudio de los temas concernientes a las gráficas de una ecuación y lugares geométricos el material didáctico es indispensable.	1	2	7	23	39	24
11. El material didáctico es innecesario para el aprendizaje de los temas relacionados con la recta.	34	39	12	6	3	2
12. Al mezclar la teoría con la práctica, mediante el uso del Laboratorio de Matemática, éste ayudaría a un mejor aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes.	0	2	5	11	34	44
13. El uso del material didáctico sin una guía, es efectivo en cuanto a desarrollar los aprendizajes en los estudiantes.	31	45	10	6	3	1
14. Una guía didáctica que permita el correcto uso del material didáctico, optimiza el tiempo.	0	0	4	12	35	45
15. El estudiante puede lograr un mejor nivel de aprendizaje con el uso de una guía didáctica.	0	1	4	10	49	32

Tabla 1. Tabulación de datos de la encuesta aplicada a los estudiantes de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

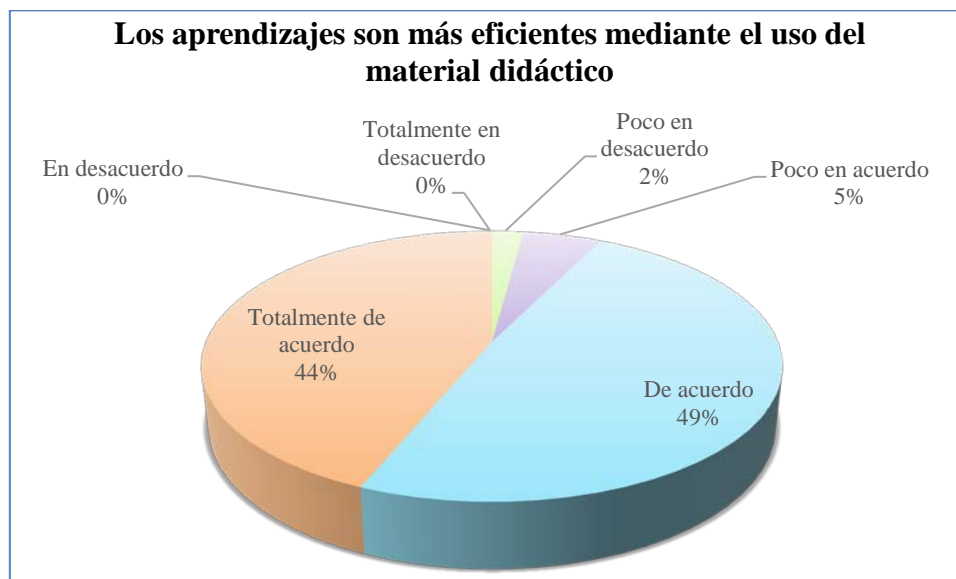
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Enunciado 1. Los aprendizajes son más eficientes mediante el uso del material didáctico

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	42	44
De acuerdo	47	49
Poco en acuerdo	5	5
Poco en desacuerdo	2	2
En desacuerdo	0	0
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 2. Datos del enunciado 1.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 1. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 1.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

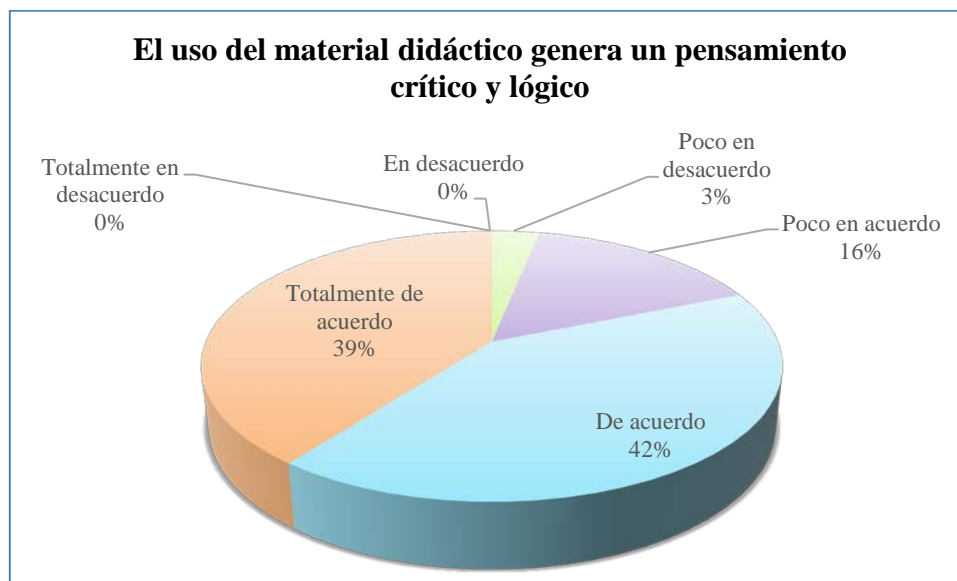
El material didáctico es considerado por la mayoría de estudiantes como un instrumento que ayuda a la eficiencia en el aprendizaje, de ello se tiene que el 44% está totalmente de acuerdo con el enunciado, seguido por el 49% que está de acuerdo, con un 5% que está poco de acuerdo y un mínimo de 2% que está poco en desacuerdo.



Enunciado 2. El uso del material didáctico genera un pensamiento crítico y lógico

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	38	39
De acuerdo	40	42
Poco en acuerdo	15	16
Poco en desacuerdo	3	3
En desacuerdo	0	0
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 3. Datos del enunciado 2.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 2. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 2.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

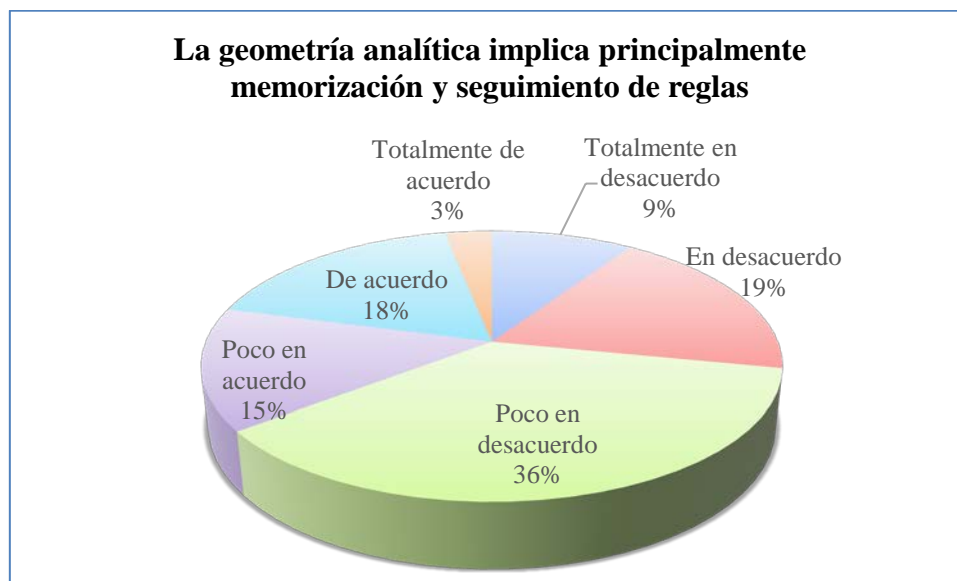
El uso de material didáctico genera un pensamiento crítico y lógico, el 39% está totalmente de acuerdo con esto, el 42% está de acuerdo, el 16% poco de acuerdo y finalmente el 3% está poco en desacuerdo con este enunciado.



Enunciado 3. La geometría analítica implica principalmente memorización y seguimiento de reglas

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	3	3
De acuerdo	17	18
Poco en acuerdo	14	15
Poco en desacuerdo	35	36
En desacuerdo	18	19
Totalmente en desacuerdo	9	9
Total de la muestra	96	100

Tabla 4. Datos del enunciado 3.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 3. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 3.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

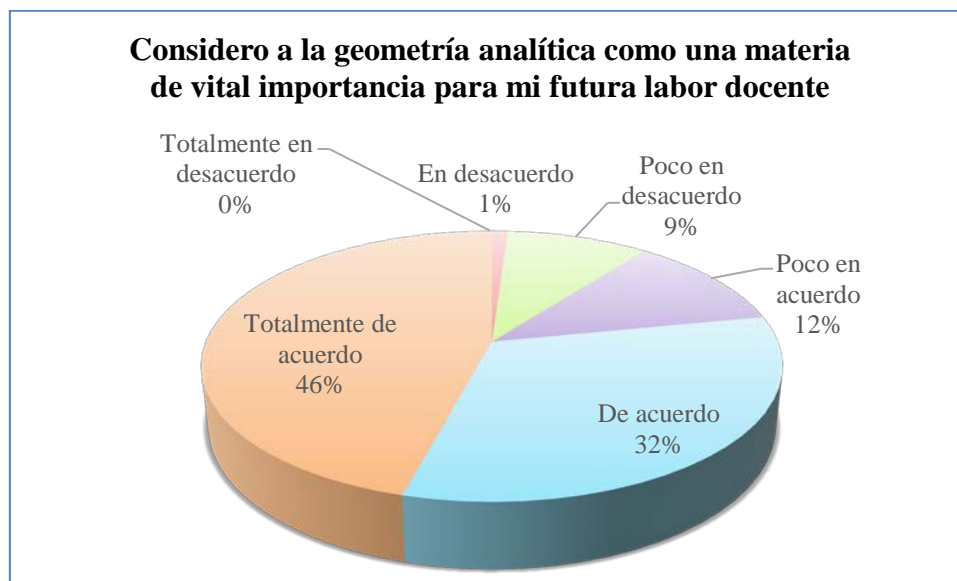
Los diferentes conceptos y teorías de la geometría analítica implican principalmente la memorización y seguimiento de reglas, de acuerdo a la investigación se presenta que el 3% está totalmente de acuerdo, el 18% de acuerdo, el 15% poco de acuerdo, el 36% poco en desacuerdo, el 19% en desacuerdo y el 9% totalmente en desacuerdo.



Enunciado 4. Considero a la geometría analítica como una materia de vital importancia para mi futura labor docente

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	44	46
De acuerdo	31	32
Poco en acuerdo	11	12
Poco en desacuerdo	9	9
En desacuerdo	1	1
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 5. Datos del enunciado 4.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 4. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 4.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

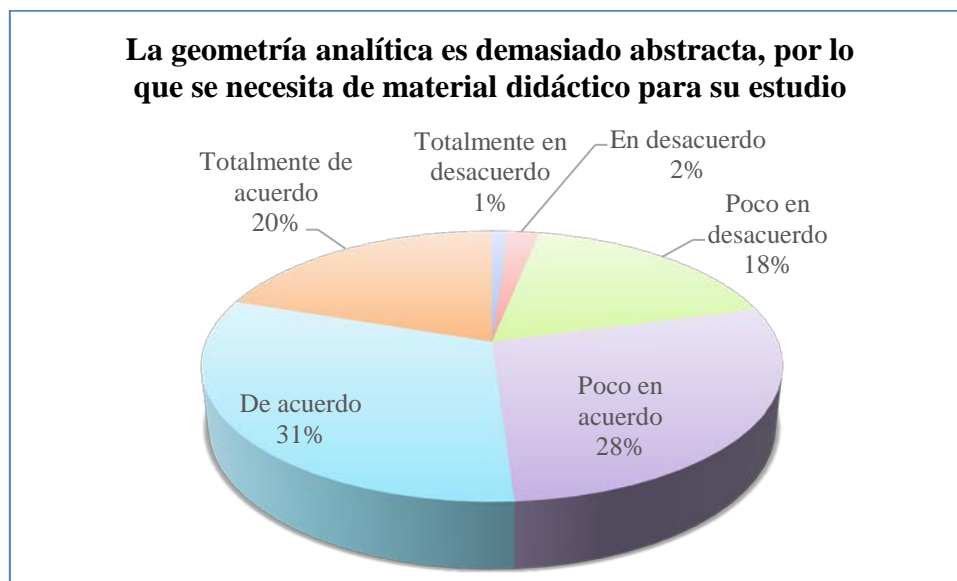
Un 46% está totalmente de acuerdo con, que la geometría analítica forma parte importante en la futura labor docente, el 32% está de acuerdo, el 12% poco de acuerdo, el 9% está poco en desacuerdo y finalmente el 1% está en desacuerdo.



Enunciado 5. La geometría analítica es demasiado abstracta, por lo que se necesita de material didáctico para su estudio

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	19	20
De acuerdo	30	31
Poco en acuerdo	27	28
Poco en desacuerdo	17	18
En desacuerdo	2	2
Totalmente en desacuerdo	1	1
Total de la muestra	96	100

Tabla 6. Datos del enunciado 5.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 5. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 5.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

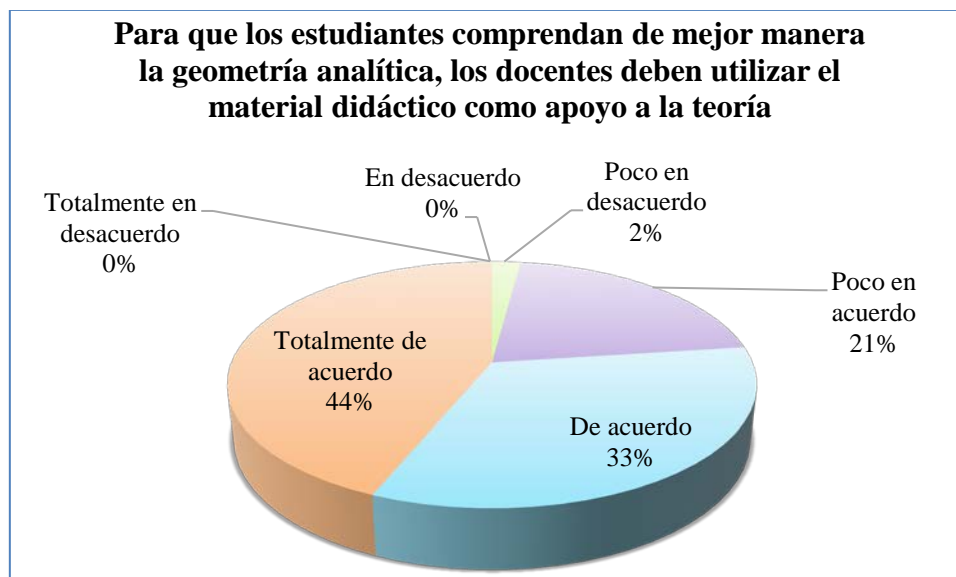
De acuerdo a la información recopilada se tiene que un 20% de los encuetados está totalmente de acuerdo, el 31% está de acuerdo, el 28% está poco en acuerdo, el 18% poco en desacuerdo el 2% en desacuerdo y el 1% totalmente en desacuerdo.



Enunciado 6. Para que los estudiantes comprendan de mejor manera la geometría analítica, los docentes deben utilizar el material didáctico como apoyo a la teoría

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	42	44
De acuerdo	32	33
Poco en acuerdo	20	21
Poco en desacuerdo	2	2
En desacuerdo	0	0
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 7. Datos del enunciado 6.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 6. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 6.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

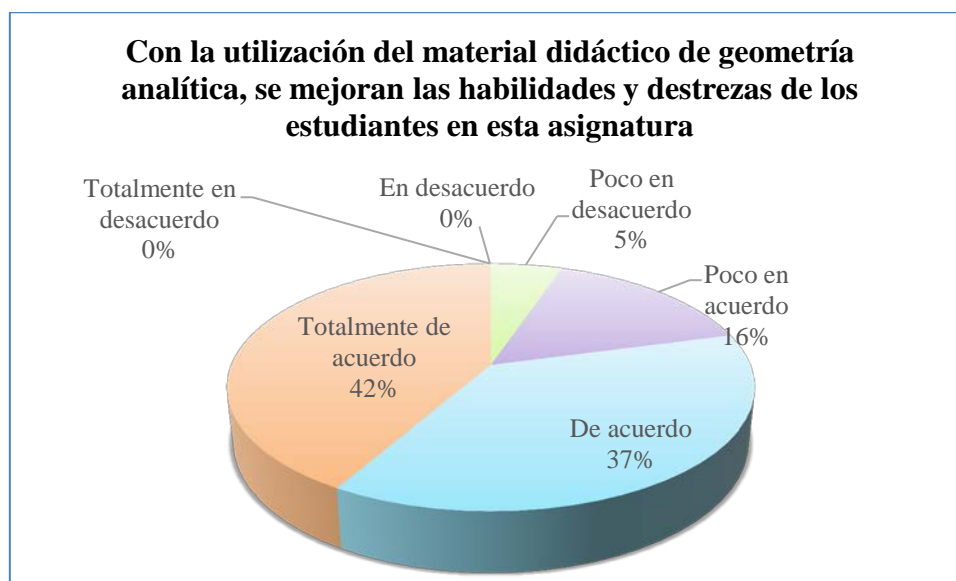
Para mejorar el aprendizaje en los estudiantes los docentes deben utilizar el material didáctico como apoyo, se tiene que el 44% está totalmente de acuerdo, el 33% de acuerdo, el 21% poco en acuerdo y el 2% poco en desacuerdo.



Enunciado 7. Con la utilización del material didáctico de geometría analítica, se mejoran las habilidades y destrezas de los estudiantes en esta asignatura

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	40	42
De acuerdo	36	37
Poco en acuerdo	15	16
Poco en desacuerdo	5	5
En desacuerdo	0	0
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 8. Datos del enunciado 7.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 7. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 7.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

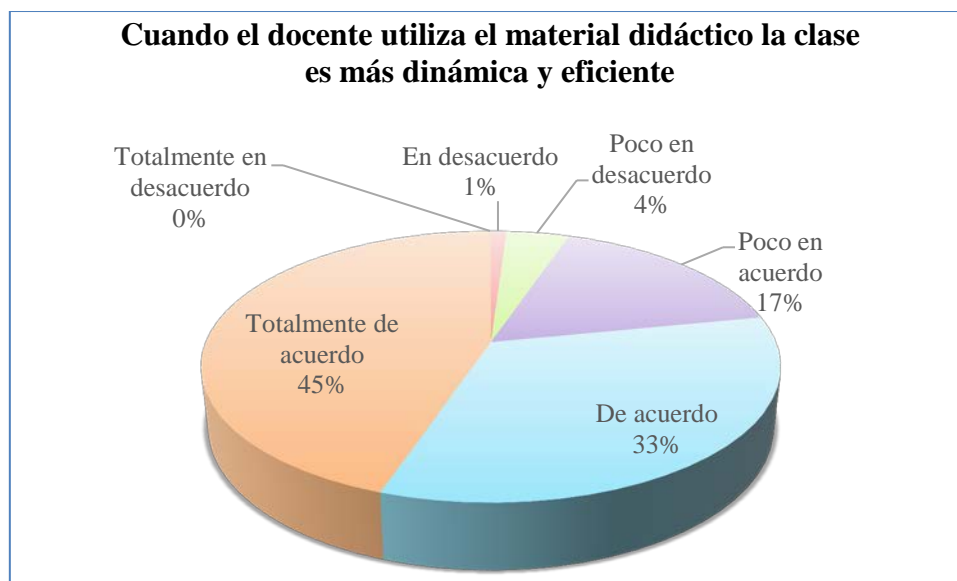
Entre la muestra encuestada se encontró que el 42% está totalmente de acuerdo que con la utilización del material didáctico de geometría analítica se mejoran las habilidades y destrezas de los estudiantes, seguidos por el 37% que está de acuerdo, el 16% poco en acuerdo y el 5% poco en desacuerdo.



Enunciado 8. Cuando el docente utiliza el material didáctico la clase es más dinámica y eficiente

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	43	45
De acuerdo	32	33
Poco en acuerdo	16	17
Poco en desacuerdo	4	4
En desacuerdo	1	1
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 9. Datos del enunciado 8.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 8. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 8.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

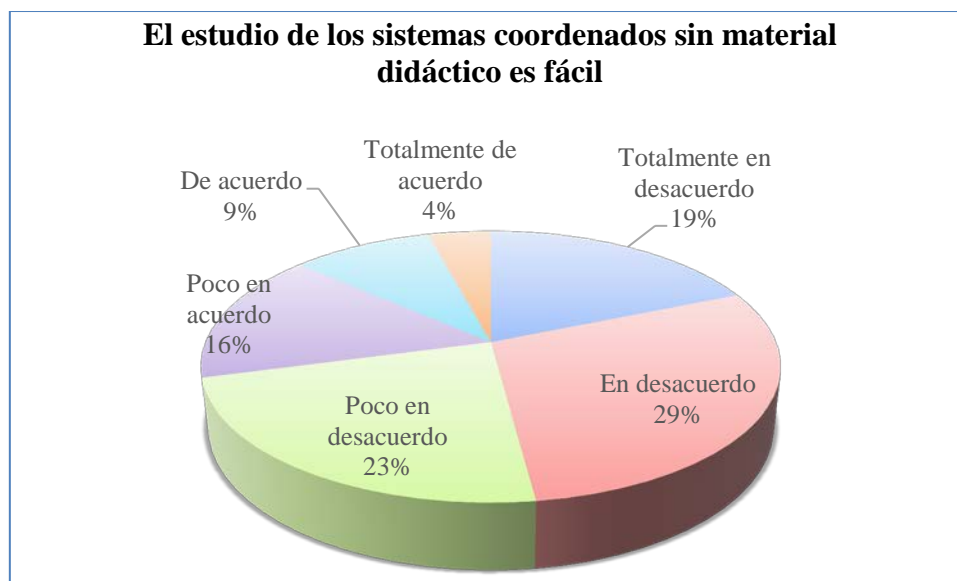
En el enunciado que hace referencia a que cuando el profesor utiliza el material didáctico la clase es más dinámica y eficiente, se tiene que el 45% está totalmente de acuerdo, el 33% de acuerdo, el 17% poco en acuerdo, el 4% poco en desacuerdo y el 1% en desacuerdo.



Enunciado 9. El estudio de los sistemas coordenados sin material didáctico es fácil

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	4	4
De acuerdo	9	9
Poco en acuerdo	15	16
Poco en desacuerdo	22	23
En desacuerdo	28	29
Totalmente en desacuerdo	18	19
Total de la muestra	96	100

Tabla 10. Datos del enunciado 9.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 9. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 9.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

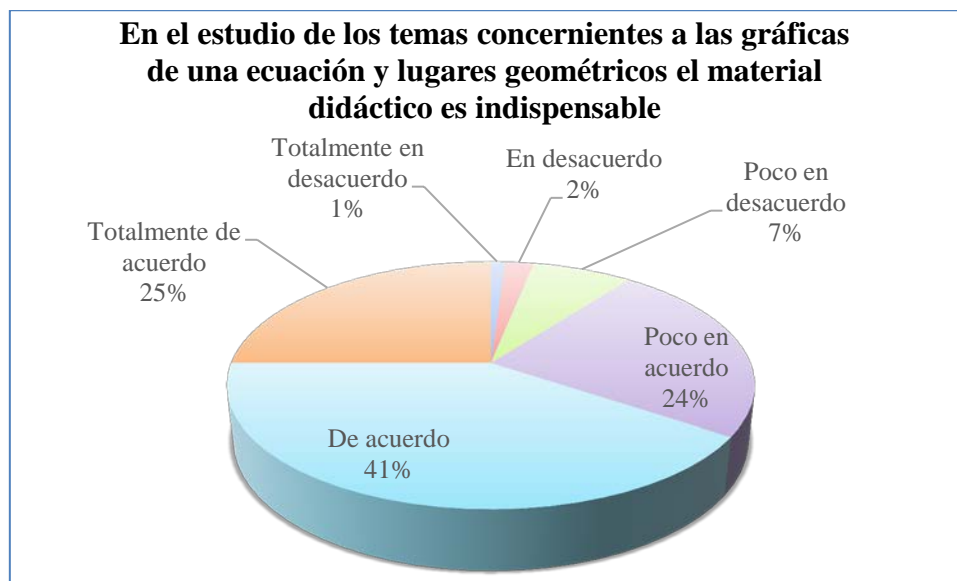
De la misma manera, se planteó el enunciado que manifiesta que el estudio de los sistemas coordenados sin material didáctico es fácil, a lo que el 19 % está totalmente de desacuerdo, el 29% en desacuerdo, seguido muy cerca con el 23% que está poco en desacuerdo, el 16% poco en acuerdo, el 9% de acuerdo y el 4% totalmente de acuerdo.



Enunciado 10. En el estudio de los temas concernientes a las gráficas de una ecuación y lugares geométricos el material didáctico es indispensable

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	24	25
De acuerdo	39	41
Poco en acuerdo	23	24
Poco en desacuerdo	7	7
En desacuerdo	2	2
Totalmente en desacuerdo	1	1
Total de la muestra	96	100

Tabla 11. Datos del enunciado 10.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 10. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 10.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

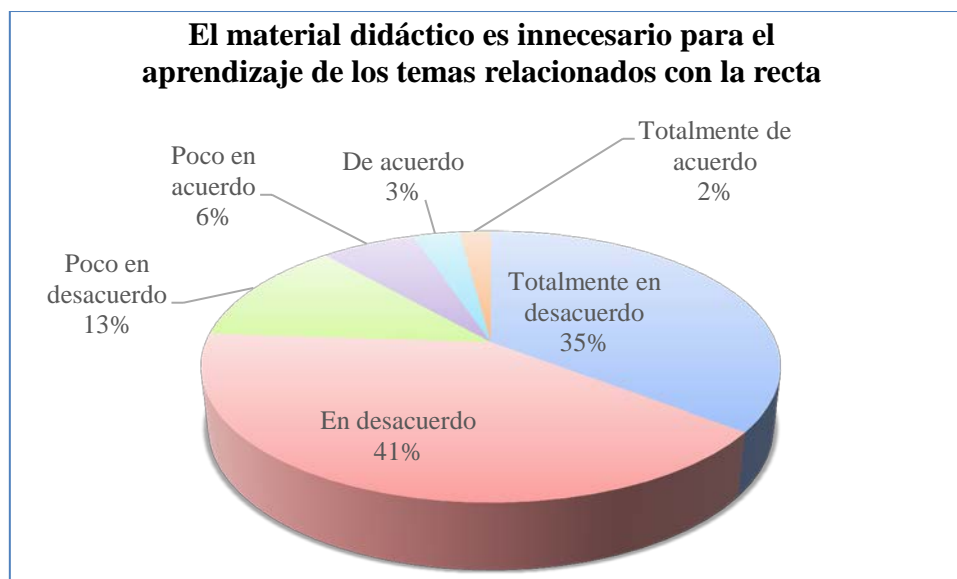
El material didáctico es indispensable en los temas de gráficas de una ecuación y lugares geométricos, el 25% está totalmente de acuerdo con este enunciado, el 41% de acuerdo, el 24% poco en acuerdo, un grupo del 7% está poco en desacuerdo, el 2% en desacuerdo y una minoría del 1% está totalmente en desacuerdo con este planteamiento.



Enunciado 11. El material didáctico es innecesario para el aprendizaje de los temas relacionados con la recta

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	2	2
De acuerdo	3	3
Poco en acuerdo	6	6
Poco en desacuerdo	12	13
En desacuerdo	39	41
Totalmente en desacuerdo	34	35
Total de la muestra	96	100

Tabla 12. Datos del enunciado 11.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 11. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 11.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

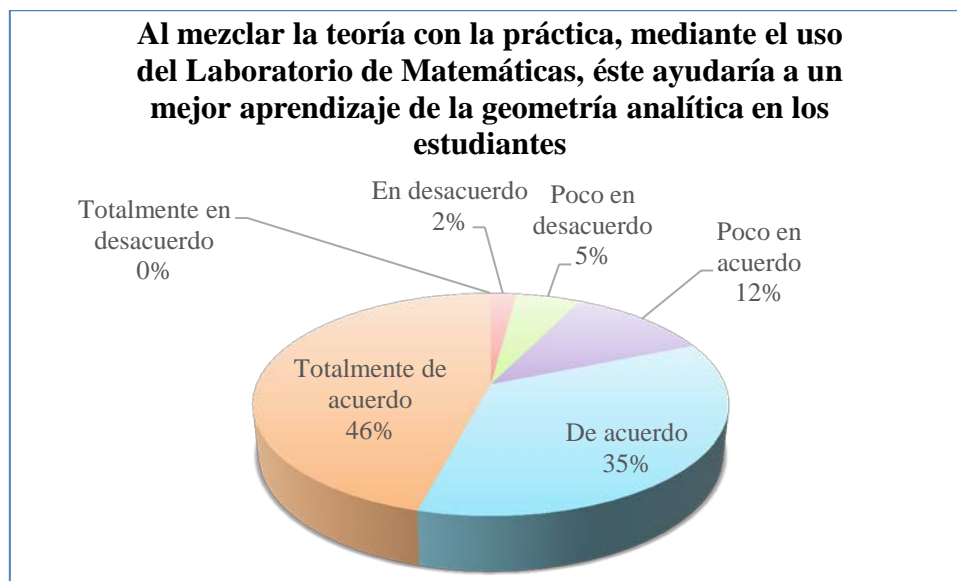
Para el planteamiento propuesto se tiene que el 2% está totalmente de acuerdo, el 3% está de acuerdo, el 6% poco en acuerdo, el 13% está poco en desacuerdo, una porcentaje considerable del 41% está en desacuerdo y el 35% de encuestados está totalmente en desacuerdo con que el material didáctico es innecesario para el aprendizaje de los temas relacionados con la recta.



Enunciado 12. Al mezclar la teoría con la práctica, mediante el uso del Laboratorio de Matemáticas, éste ayudaría a un mejor aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	44	46
De acuerdo	34	35
Poco en acuerdo	11	12
Poco en desacuerdo	5	5
En desacuerdo	2	2
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 13. Datos del enunciado 12.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 12. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 12.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

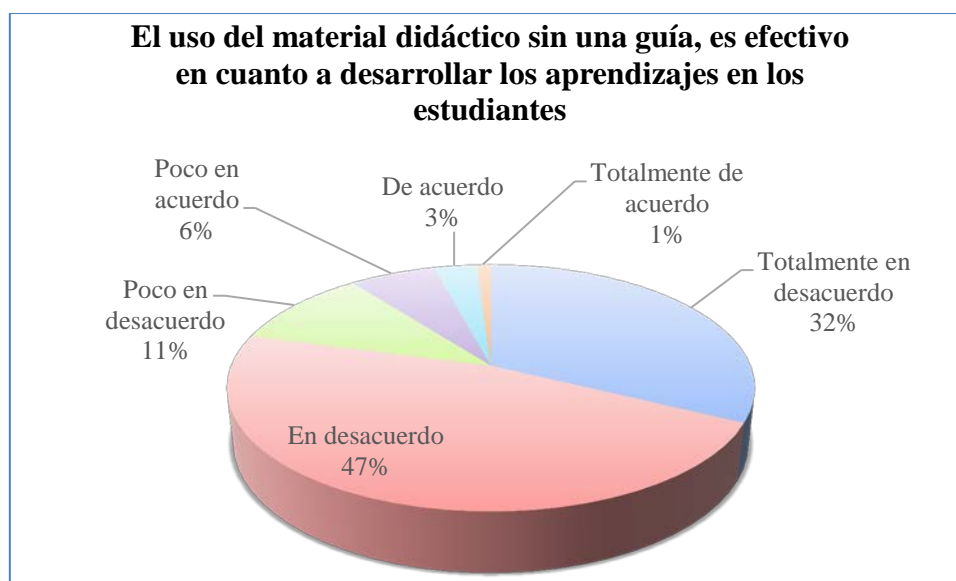
El uso combinado de la teoría con la practica genera un equilibrio, logrando mejores resultados en la enseñanza de Geometría Analítica, de acuerdo a los datos el 46% está totalmente de acuerdo, el 35% está de acuerdo, el 12% poco en acuerdo, el 5% poco en desacuerdo y el 2% en desacuerdo con esta afirmación.



Enunciado 13. El uso del material didáctico sin una guía, es efectivo en cuanto a desarrollar los aprendizajes en los estudiantes

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	1	1
De acuerdo	3	3
Poco en acuerdo	6	6
Poco en desacuerdo	10	11
En desacuerdo	45	47
Totalmente en desacuerdo	31	32
Total de la muestra	96	100

Tabla 14. Datos del enunciado 13.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 13. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 13.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

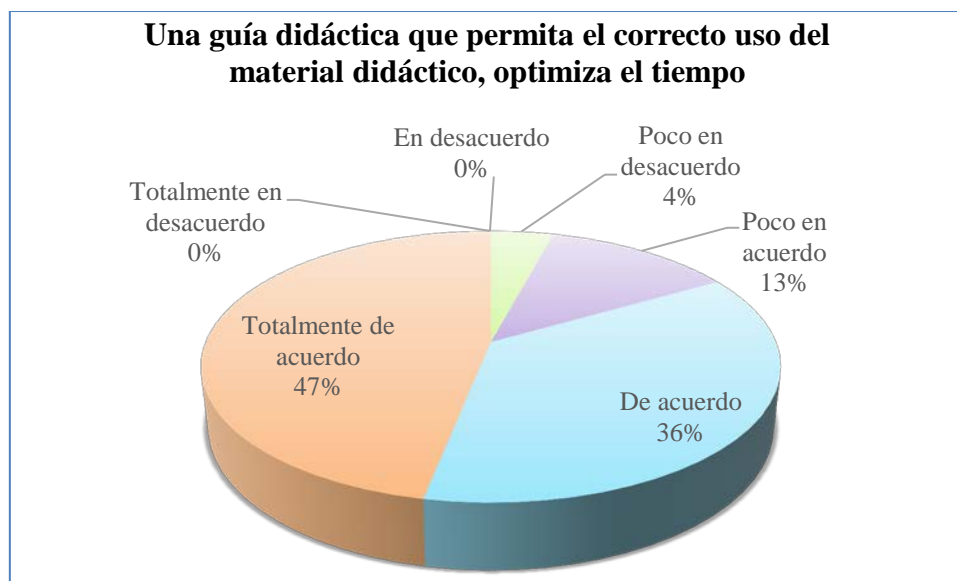
Se planteó que el material didáctico sin una guía es efectivo en cuanto a desarrollar los aprendizajes en los estudiante, para lo cual se obtuvo que el 1% está totalmente de acuerdo, el 3% está de acuerdo, seguido del 6% que está poco en acuerdo, el 11% está poco en desacuerdo, un 47% está en desacuerdo y finalmente el 32% de la muestra está totalmente en desacuerdo con el enunciado presentado.



Enunciado 14. Una guía didáctica que permita el correcto uso del material didáctico, optimiza el tiempo

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	45	47
De acuerdo	35	36
Poco en acuerdo	12	13
Poco en desacuerdo	4	4
En desacuerdo	0	0
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 15. Datos del enunciado 14.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 14. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 14.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

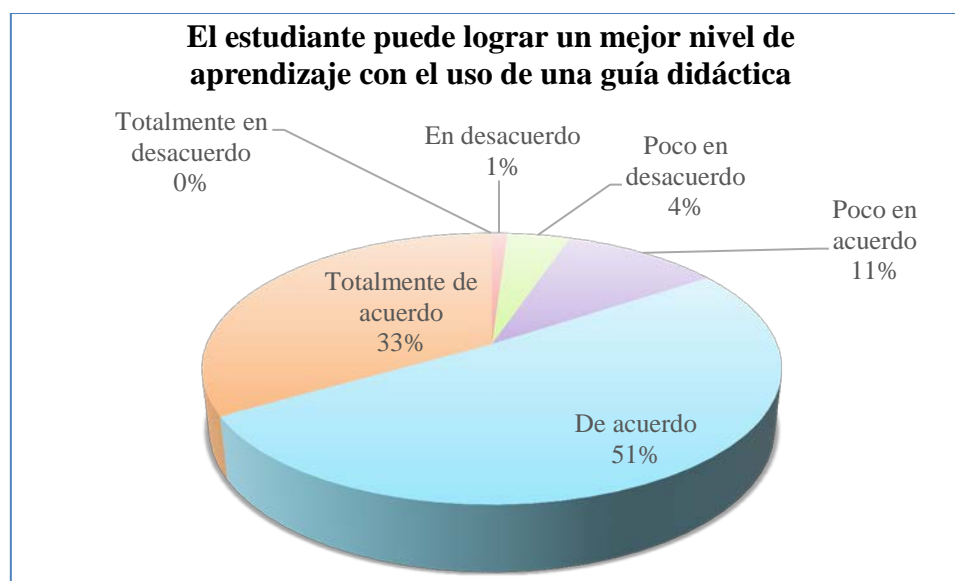
Una guía didáctica que permita el correcto uso del material didáctico, optimiza el tiempo, para este enunciado se tiene los siguientes criterios: 47% está totalmente de acuerdo, seguido por el 36% que está de acuerdo, el 13% está poco en acuerdo y finalmente el 4% está poco en desacuerdo.



Enunciado 15. El estudiante puede lograr un mejor nivel de aprendizaje con el uso de una guía didáctica

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA (%)
Totalmente de acuerdo	32	33
De acuerdo	49	51
Poco en acuerdo	10	11
Poco en desacuerdo	4	4
En desacuerdo	1	1
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total de la muestra	96	100

Tabla 16. Datos del enunciado 15.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.



Gráfica 15. Gráfica tipo pastel de los datos del enunciado 15.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

Con el planteamiento de que el estudiante puede lograr un mejor nivel de aprendizaje con el uso de una guía didáctica, se obtuvo que el 33% está totalmente de acuerdo, el 51% de acuerdo, el 11% poco en acuerdo, el 4% poco en desacuerdo y el 1% en desacuerdo.



2.3. INTERPRETACIÓN DE DATOS

De acuerdo a los datos obtenidos en la encuesta aplicada, se verificó la importancia que tiene el material didáctico y una guía didáctica para el aprendizaje de los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física.

La gran mayoría de los estudiantes consideran que los aprendizajes son más eficientes mediante el uso del material didáctico, así mismo, piensan que este ayuda a generar un pensamiento crítico y lógico.

Los encuestados tienen sus criterios divididos en cuanto a que la geometría analítica implica principalmente memorización y seguimiento de reglas, pero piensan que esta asignatura es de vital importancia para su futura labor docente.

La mayor parte de los encuestados creen que la geometría analítica es demasiado abstracta por lo que necesitan de recursos didácticos para su estudio y que sirva de apoyo a la teoría.

También gran parte de los encuestados creen que el material didáctico ayuda a mejorar sus habilidades y destrezas en la asignatura y que ayuda a que las clases sean más dinámicas y eficientes.

El material didáctico para los temas de estudio de los sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta es considerado como necesario para tener un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje.

La guía didáctica es un complemento que, según los resultados de la encuesta, ayuda a mejorar el nivel de aprendizaje, optimiza el tiempo y además permite que el material didáctico sea utilizado correctamente.

SÍNTESIS DEL CAPÍTULO

La encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física ha permitido evidenciar sus inclinaciones sobre los distintos enunciados y analizarlos, de donde se puede evidenciar la necesidad del material didáctico para el estudio de la Geometría Analítica, así como de una guía didáctica que permita su correcto uso.



CAPÍTULO III

PROPUESTA

3.1. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

En el estudio de los diversos temas de la geometría analítica, con frecuencia se presentan ciertas complicaciones al momento de desarrollar sus contenidos. La propuesta que se ha desarrollado pretende que esas dificultades desaparezcan o bien, sean mínimas al momento de desarrollar los contenidos asociados al estudio de los sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta.

La propuesta está constituida por dos partes. La primera está formada por el material didáctico para el estudio de los temas ya descritos y la segunda es una guía didáctica que permita el correcto uso de los materiales utilizados en esos temas.

Para la elaboración del material didáctico se han usado elementos relativamente fáciles de conseguir. También se han elaborado animaciones en el software GeoGebra de manera que estas permitan complementar el estudio de los contenidos.

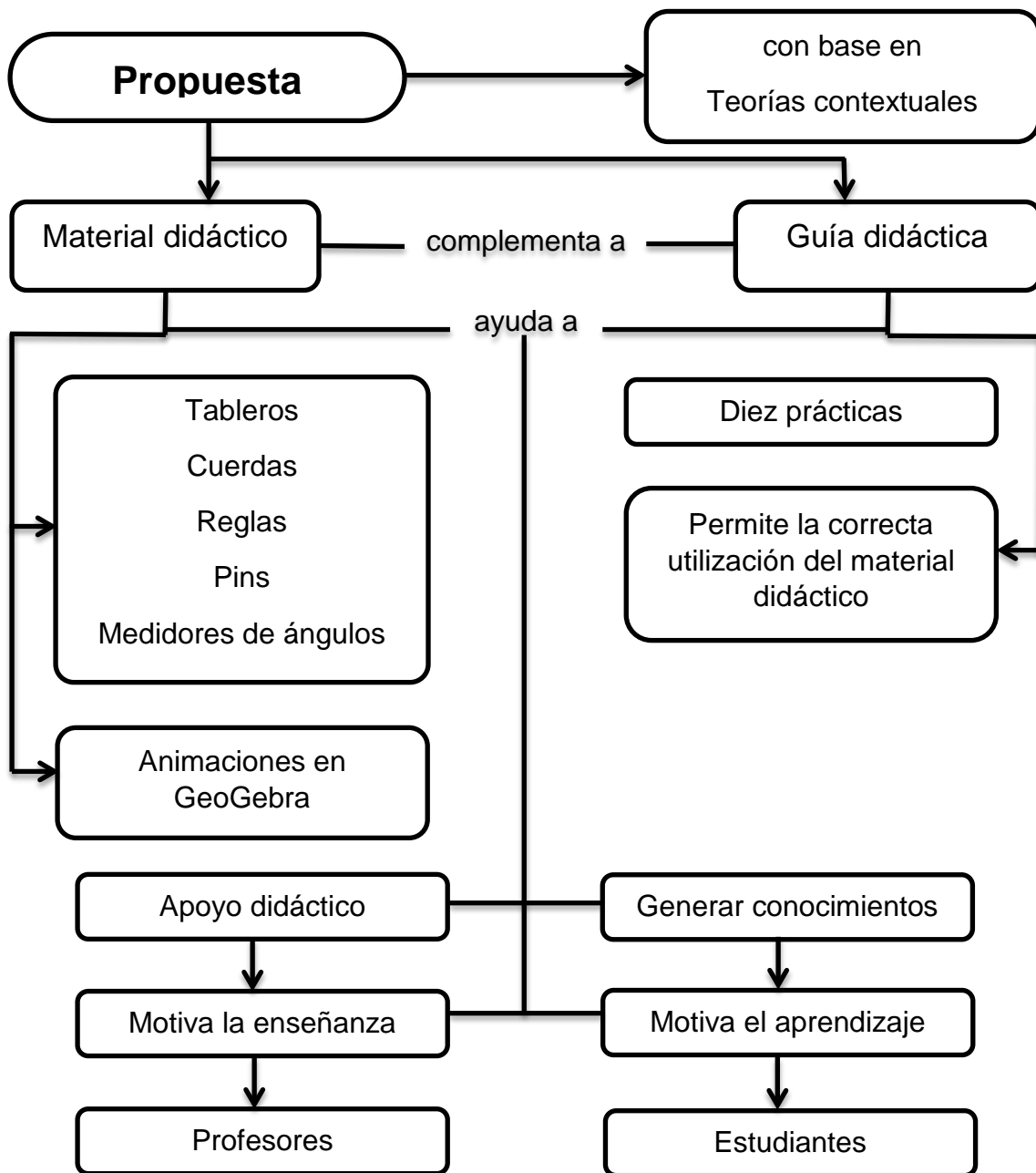
La guía didáctica consta de diez prácticas, las cuales están diseñadas para brindar un correcto uso del con el material didáctico propuesto y parte de material didáctico existente en el Laboratorio de Matemáticas; las cinco primeras prácticas son referentes a los sistemas de coordenadas, la sexta práctica es sobre la gráfica de una ecuación, la séptima sobre los lugares geométricos y las tres últimas prácticas son sobre el estudio de la recta.

3.2. ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA

La propuesta está estructurada en base a las teorías contextuales del aprendizaje, las mismas que nos han permitido desarrollar materiales que se complementen para así, ayudar al profesor y estudiantes de geometría analítica.



En el siguiente organigrama se puede evidenciar la estructura de la propuesta de una forma sencilla.





3.3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

3.3.1. MATERIAL DIDÁCTICO

3.3.1.1. GEOPLANO

En el estudio de la geometría analítica el plano cartesiano es de vital importancia, es por eso que un geoplano, el mismo que es un tablero que simula un plano cartesiano es de gran ayuda.

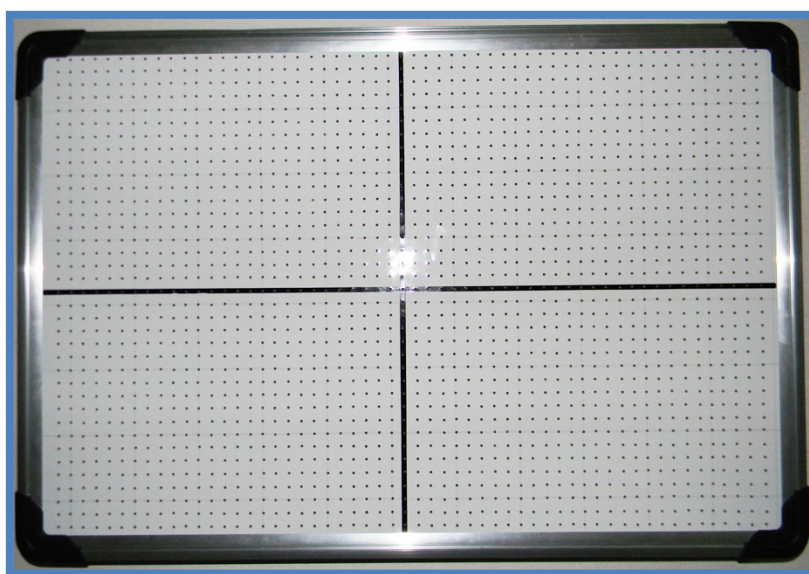


Imagen 1. Geoplano.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

Se han elaborado seis geoplanos, donde cada uno es un tablero de 600 mm por 400 mm y está elaborado de madera recubierto por una lámina de metal, los bordes son de aluminio y las esquinas de plástico para evitar posibles daños ocasionados por golpes. En éste se han realizado agujeros de aproximadamente 1 mm de diámetro y de 5 mm de profundidad, además la separación vertical y horizontal de cada agujero de aproximadamente 10 mm .

En cada geoplano se han pintado los ejes coordenados que permitan una mayor facilidad para la ubicación de puntos.

3.3.1.2. PINS

Los pins nos permiten representar los puntos que ubicamos en el geoplano.



Imagen 2. Pins.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

Los pins están elaborados a partir de remaches tipo pop, los mismos que se han recortado de manera que encajen correctamente en los agujeros del geoplano. Aproximadamente se han elaborado doscientos pins.

3.3.1.3. CUERDAS

Las cuerdas nos permiten unir los puntos (pins) ubicados en el geoplano de manera que simulen rectas.

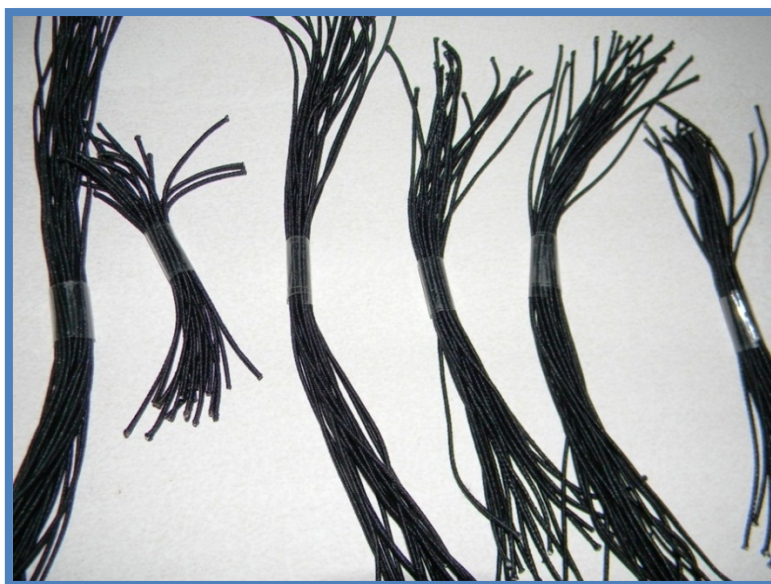


Imagen 3. Cuerdas de distintos tamaños.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

Hay dos tipos de cuerdas, cuerdas elásticas e inelásticas. Las cuerdas elásticas sirven para unir los pins y simular rectas o segmentos entre estos, con ellas podemos trabajar en casi todas las prácticas que se presentan más adelante; en tanto que las cuerdas inelásticas nos permiten trabajar en la práctica de lugares geométricos, en donde se necesita que estas no se deformen al tensarlas.

Entre cuerdas elásticas e inelásticas se cuenta con una cantidad aproximada de ciento cincuenta unidades.

3.3.1.4. MEDIDORES DE ÁNGULOS

Los medidores de ángulos también llamados graduadores permiten obtener la medida de los ángulos que las rectas (cuerdas) forman con el eje X o con otra recta.

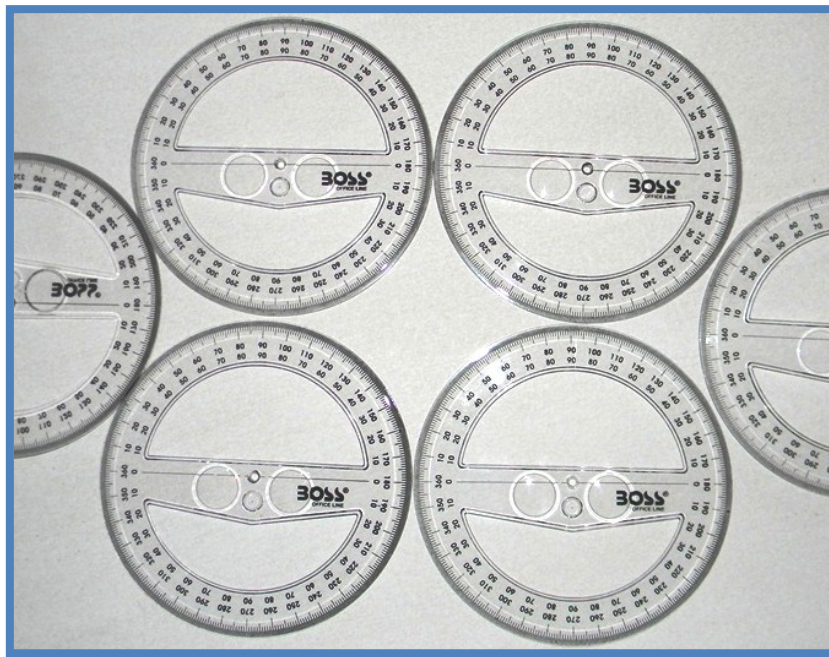


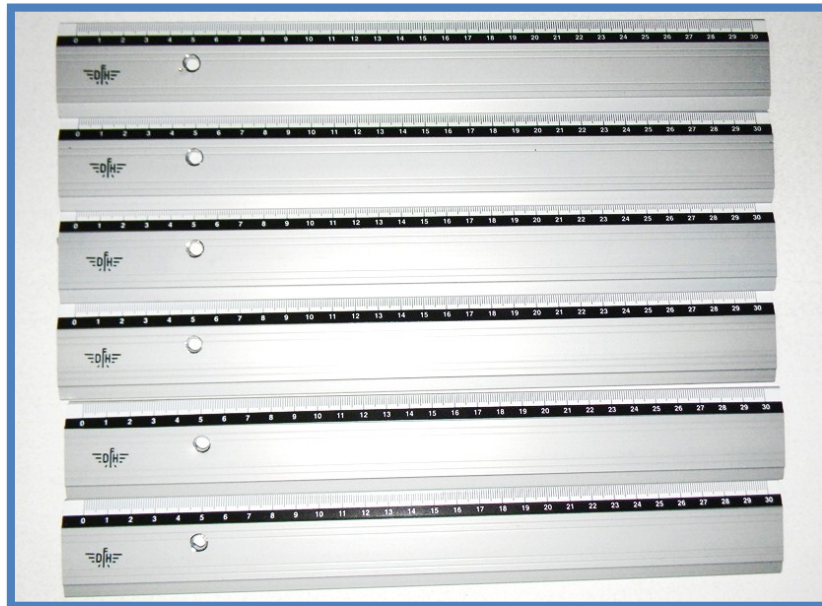
Imagen 4. Graduadores.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.

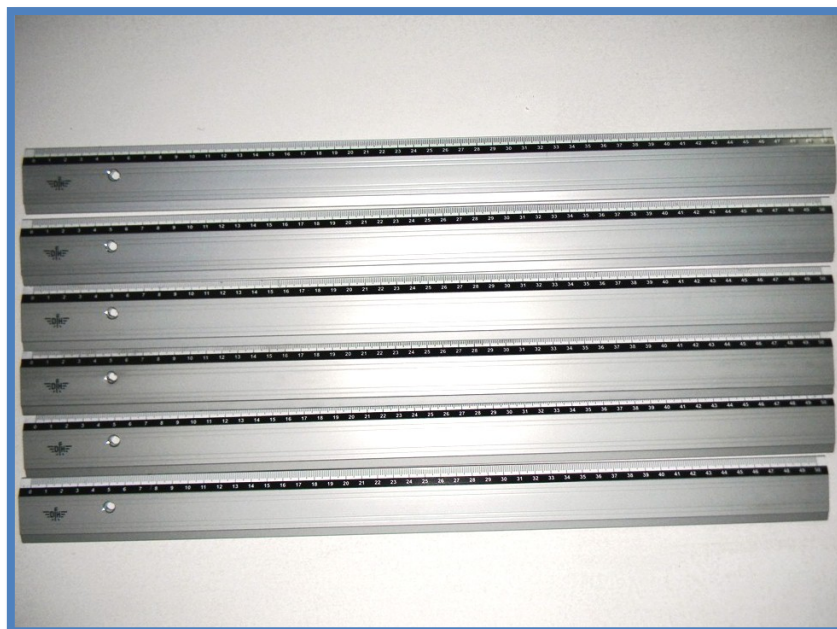
Se han conseguido seis graduadores los cuales nos permiten medir ángulos entre 0° y 360° , a estos se les ha hecho un agujero en el centro de manera que al colocar un graduador sobre un pin encajen correctamente y permitan que la medición del ángulo sea lo mas exacta posible.

3.3.1.5. REGLAS

Las reglas permiten medir las distancias entre los distintos puntos (pins) ubicados en el geoplano.



*Imagen 5. Reglas de 30 cm.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.*

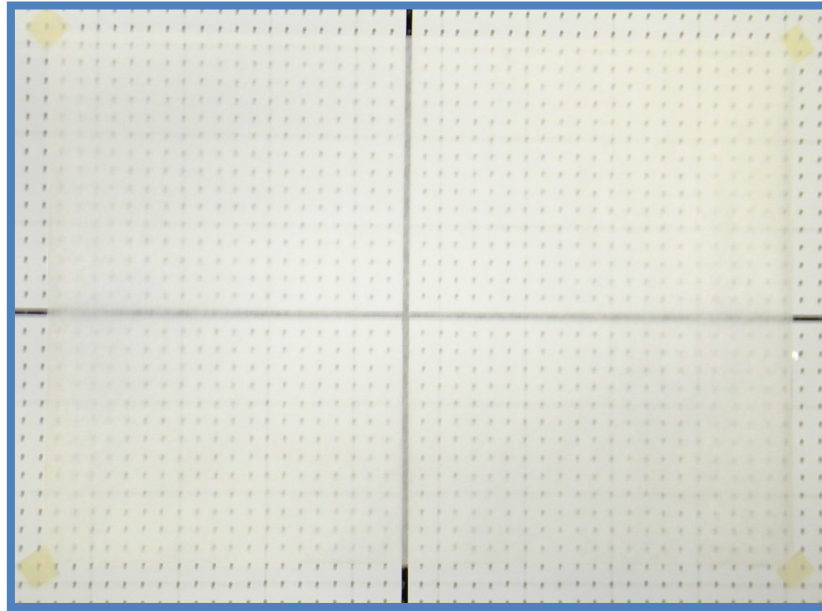


*Imagen 6. Reglas de 50 cm.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.*

Son seis reglas de aluminio de 30 cm y seis 50 cm las cuales se utilizarán dependiendo de la longitud que se necesite medir.

3.3.1.6. HOJAS

Son hojas de papel cebolla de tamaño A3, las mismas que están concebidas para la práctica de Lugares Geométricos.



*Imagen 7. Hoja de papel cebolla de tamaño A3 colocada sobre el geoplano.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco.*

La transparencia del papel cebolla permite que se vean perfectamente los agujeros del geoplano en los cuales ubicar los pins. Para sujetar las hojas al geoplano se hará uso de cinta adhesiva.

3.3.1.7. FUNCIÓN SENO

El material contenido en la caja llamada *Función Seno* es un material ya existente en el Laboratorio de Matemáticas.



*Imagen 8. Caja de Función Seno.
Material existente en el Laboratorio de Matemáticas*



*Imagen 9. Elemento de la caja de Función Seno.
Material existente en el Laboratorio de Matemáticas*



Este material consiste en pequeñas tiras de madera que han sido cortadas de forma que permitan trabajar con ellas para representar los valores del seno de los ángulos tomados de diez en diez grados sexagesimales, ver anexo 2; en cada una de estas tiras de madera están pegados pequeños imanes que permiten colocarlos sobre superficies ferromagnéticas (como el geoplano) para que no se muevan.

3.3.1.8. LUGARES GEOMÉTRICOS

Los materiales que se encuentran en la caja *Lugares Geométricos* son recursos con los cuales el Laboratorio de Matemáticas cuenta actualmente.



Imagen 10. Caja de Lugares Geométricos.
Material existente en el Laboratorio de Matemáticas

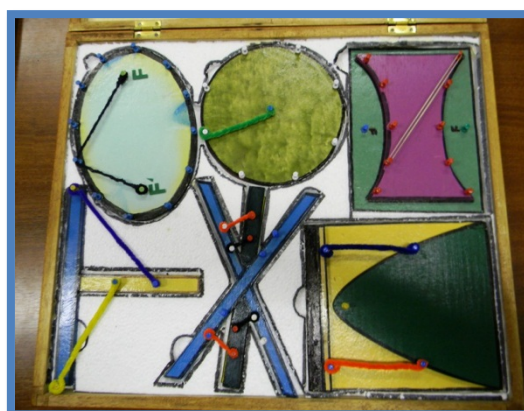


Imagen 11. Elementos de la caja de Lugares Geométricos.
Material existente en el Laboratorio de Matemáticas

Los recursos contenidos son materiales fabricados en madera de seis lugares geométricos los cuales son: mediatriz, bisectriz, circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. Estos materiales evidencian directamente los lugares geométricos antes descritos. Para mayor detalle de cada uno de estos recursos ver anexo 3.

3.3.1.9. ANIMACIONES DE GEOGEBRA

Debido a la gran variedad de los estilos de aprendizajes de los estudiantes, también se han desarrollado animaciones con la versión 5.0.161.0-3D del software gratuito GeoGebra, el mismo que está pensado como material didáctico complementario para cada una de las prácticas de la guía didáctica que se presenta en el siguiente numeral.



Este material es de autoría propia y ha sido subido a la Internet para su fácil acceso desde cualquier lugar del mundo mediante ordenadores y dispositivos inteligentes que acepten la aplicación de GeoGebra como celulares y tabletas.

A continuación listamos las distintas animaciones con sus respectivos enlaces.

Sistemas de coordenadas:

- Segmento dirigido <https://goo.gl/T1UyEV>
- Coordenadas rectangulares <https://goo.gl/ByqptD>
- Distancia entre dos puntos <https://goo.gl/uG1qIK>
- División de un segmento en una razón dada <https://goo.gl/WaokHa>
- Pendiente de una recta <https://goo.gl/6op0A4>

Gráfica de una ecuación:

- Parábola cúbica <https://goo.gl/Q6LWz9>
- Parábola semicúbica <https://goo.gl/A8etFX>
- Curva de Agnesi <https://goo.gl/JH3med>
- Cisoide de Diocles <https://goo.gl/NFqXXH>
- Lemniscata de Bernoulli <https://goo.gl/Tle1Wt>

Lugares geométricos:

- Mediatriz <https://goo.gl/uOvrhU>
- Circunferencia <https://goo.gl/X7oB8Y>
- Parábola <https://goo.gl/HQPQIz>
- Elipse <https://goo.gl/JUFqD5>
- Hipérbola <https://goo.gl/BniQ7W>

La recta:

- Recta dados un punto y la pendiente <https://goo.gl/fujsdn>
- Recta que pasa por dos puntos <https://goo.gl/YW787D>
- Ecuación simétrica de la recta <https://goo.gl/NHY9Lb>
- Forma normal de la recta <https://goo.gl/PTcNI7>



Además en la plataforma virtual que ofrece GeoGebra se ha creado un libro con el nombre *Introducción a la Geometría Analítica* en donde se recopilan todas las animaciones realizadas en <https://goo.gl/wBJ7Fu>.



3.3.2. GUÍA DIDÁCTICA

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

GUÍA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE:

SISTEMAS DE COORDENADAS GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN LUGARES GEOMÉTRICOS LA RECTA



Imagen 12. Retrato de René Descartes. Musée du Louvre, París.

Autor: Frans Hals

**BLAISE CARLOS PIÑA CRIOLLO
MARCO ANTONIO TIGRE GÓMEZ
CUENCA 2015**



INTRODUCCIÓN

La presente guía didáctica se ha elaborado de manera que tanto el docente como el estudiante que cursa la asignatura de geometría analítica la puedan utilizar al momento de desarrollar los contenidos de los temas de sistemas de coordenadas, gráfica de una ecuación, lugares geométricos y la recta.

Esta guía presenta una colección de diez prácticas, las mismas que son

1. Segmento dirigido
2. Coordenadas rectangulares
3. Distancia entre dos puntos
4. División de un segmento de recta
5. Pendiente de una recta
6. Gráfica de una ecuación
7. Lugares geométricos
8. Ecuación de una recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada
9. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos
10. Forma normal de la ecuación de la recta

Todas las prácticas descritas están diseñadas con la siguiente estructura:

- Portada de la práctica
- Título
- Objetivos de la práctica
- Introducción al tema
- Materiales a ser utilizados
- Procedimiento
- Lecturas y cálculos
- Conclusiones
- Ejercicios propuestos (excepto en las prácticas 1, 2, 6, 7)
- Material complementario



En las prácticas 6 y 7 se tiene además lugares para realizar las gráficas que se piden.

Cada una de estas prácticas esta diseñada para ser desarrollada con el material didáctico



SISTEMAS DE COORDENADAS



*Imagen 13. Rieles de tren.
CCO Public Domain*

PRÁCTICA No.1:

SEGMENTO RECTILÍNEO DIRIGIDO Y SISTEMA COORDENADO LINEAL

AUTOR:.....

FECHA:.....



SEGMENTO RECTILÍNEO DIRIGIDO Y SISTEMA COORDENADO LINEAL

1. OBJETIVOS

- Conocer el segmento rectilíneo dirigido.
- Conocer el sistema coordenado lineal.
- Ubicar correctamente los puntos en el sistema coordenado lineal.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Segmento rectilíneo dirigido.- “Un segmento de la recta, formado por dos puntos cualesquiera y la parte entre ellos, se llama segmento de recta dirigido” (Fuller y Tarwater 2). En la figura 1 la saeta indica la dirección del segmento. El segmento es positivo si va de acuerdo a la flecha y negativo si se opone a ella. En el caso de la figura 1, el segmento \overline{AB} es positivo y el segmento \overline{BA} es negativo por lo que se cumple que $\overline{AB} = -\overline{BA}$

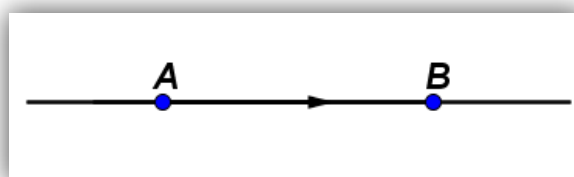


Figura 1. Segmento dirigido \overline{AB} .

Sistema coordenado lineal.- El sistema coordenado lineal está representado por la recta numérica real. En el segmento dirigido $\overline{X'X}$ de la figura 2, se encuentra un punto fijo O , el cual sirve como división entre los puntos positivos y los puntos negativos, por convenio los puntos positivos se encuentran a la derecha de O y los negativos a la izquierda. De esta forma, cualquier número real x puede ser representado mediante un punto P sobre la recta $\overline{X'X}$.

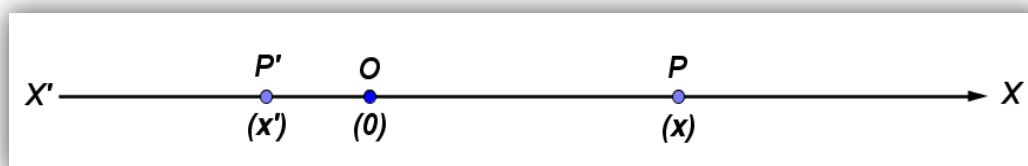


Figura 2. Recta numérica real $\overline{X'X}$.



3. MATERIALES

- Geoplano.
- Pins.
- Cuerdas elásticas.
- Regla.

4. PROCEDIMIENTO

- Colocar el geoplano sobre la mesa de trabajo.
- Colocar pins para cada par de puntos de la tabla 17 en la recta horizontal del geoplano.
- Utilizando una cuerda elástica, unimos los dos pins colocados anteriormente, la misma que representará nuestro segmento de recta.
- Con la regla medimos la distancia entre los pins y anotamos en la parte correspondiente de tabla 17.
- Mediante la observación de los pins determinamos si el segmento es positivo o negativo y la dirección que tiene (derecha o izquierda) y anotamos en la tabla 17.
- Repetimos el procedimiento hasta completar la tabla 17.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

<i>Punto inicial</i>	<i>Punto final</i>	<i>Distancia cm</i>	<i>Signo</i>	<i>Dirección</i>
-24	2			
0	20			
-16	16			
15	-10			
20	-2			
14	-12			
-20	20			
18	15			

Tabla 17



6. CONCLUSIONES

7. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación de segmento dirigido en GeoGebra <https://goo.gl/T1UyEV>



*Imagen 14. Tren bala, Nozomi, Japón.
CC0 Public Domain*

En gran medida las vías del tren bala en Japón son rectas, lo que le permite que estos medios de transporte alcancen velocidades superiores a 200 *km/h*.



SISTEMAS DE COORDENADAS

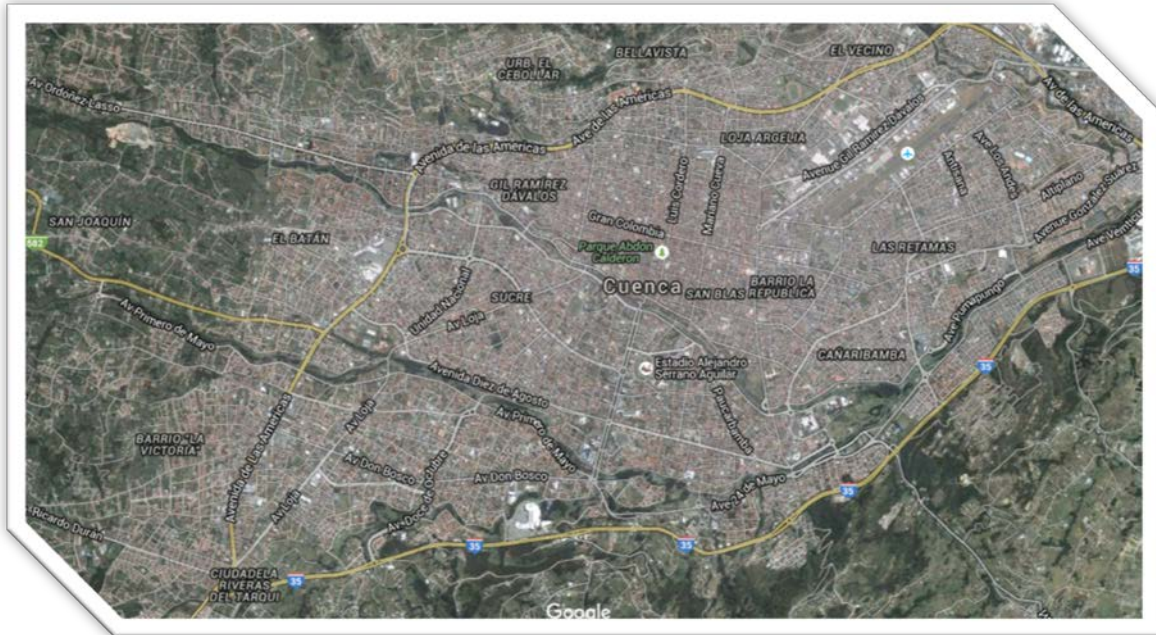


Imagen 15. Mapa de la ciudad de Cuenca, Ecuador.

Datos de mapas ©2015 Google Imágenes ©2015, CNES / Astrium, DigitalGlobe, Landsat, U.S. Geological Survey

PRÁCTICA No.2:

COORDENADAS RECTANGULARES

AUTOR:.....

FECHA:.....



COORDENADAS RECTANGULARES

1. OBJETIVOS

- Conocer el sistema cartesiano.
- Ubicar correctamente los puntos en el sistema cartesiano.
- Reconocer a que cuadrante pertenece un punto de acuerdo a los signos de sus coordenadas.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

En el sistema coordenado lineal es sencillo identificar los puntos que se encuentran sobre el segmento de recta dirigido, pero ¿cuál es la ubicación de los puntos externos a dicha recta?; para ubicar dichos puntos es necesario introducir un nuevo sistema de coordenadas y es allí donde entra el sistema rectangular.

El sistema rectangular o también llamado plano “consta de dos rectas dirigidas $\overline{X'X}$ y $\overline{Y'Y}$, llamadas ejes coordenados, perpendiculares entre sí” (Lehmann 5) y cuya intersección es conocido como el origen y además dichas rectas forman cuadrantes en el plano, figura 3.

“Un par de números (x, y) , en donde importa el orden en que están colocados es un par ordenado de números” (Fuller y Tarwater 4) y determinan la posición de un punto P en el plano. La coordenada x es la distancia dirigida desde el eje Y al punto P , en tanto que la coordenada y es la distancia dirigida desde el eje X al punto P .

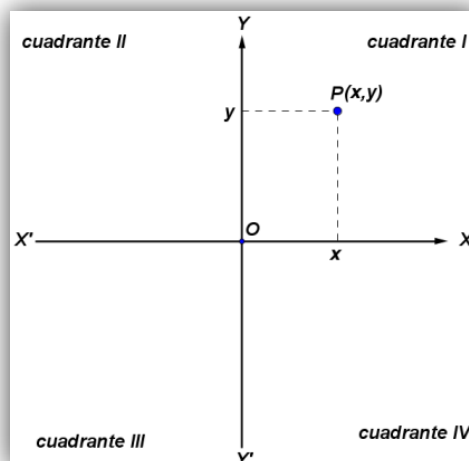


Figura 3. Plano cartesiano.



3. MATERIALES

- Geoplano.
- Pins.
- Cuerdas elásticas.

4. PROCEDIMIENTO

- Colocar el geoplano sobre la mesa de trabajo.
- Colocar un pin en la coordenada X indicada sobre el eje $\overline{X'X}$ y un pin sobre el eje $\overline{Y'Y}$ en la coordenada Y .
- Con una cuerda elástica, unir los dos pins.
- Tensar la cuerda de manera que sus lados queden paralelos a los ejes coordenados y, en el punto que se logra eso, colocar un pin, este pin representará nuestro punto de coordenadas (x, y) . Ver anexo 4.
- Escribimos el par ordenado de la forma (a, b) , en la columna (X_i, Y_i) .
- Observando en que cuadrante se encuentra el pin que representa al punto, lo anotamos en la tabla 18.
- Repetimos el procedimiento hasta completar la tabla 18.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

Coordenada X	Coordenada Y	(X_i, Y_i)	Cuadrante
-15	7		
20	10		
-8	-15		
18	-13		
-6	14		
17	-14		
-14	-13		
11	1		

Tabla 18



6. CONCLUSIONES

- Al escribir el par ordenado de la forma (a, b) , a y b representan respectivamente _____
- El par ordenado de signos $(+, +)$ está en _____
- El par ordenado de signos $(+, -)$ está en _____
- El par ordenado de signos $(-, +)$ está en _____
- El par ordenado de signos $(-, -)$ está en _____

7. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra de coordenadas rectangulares <https://goo.gl/ByqptD>



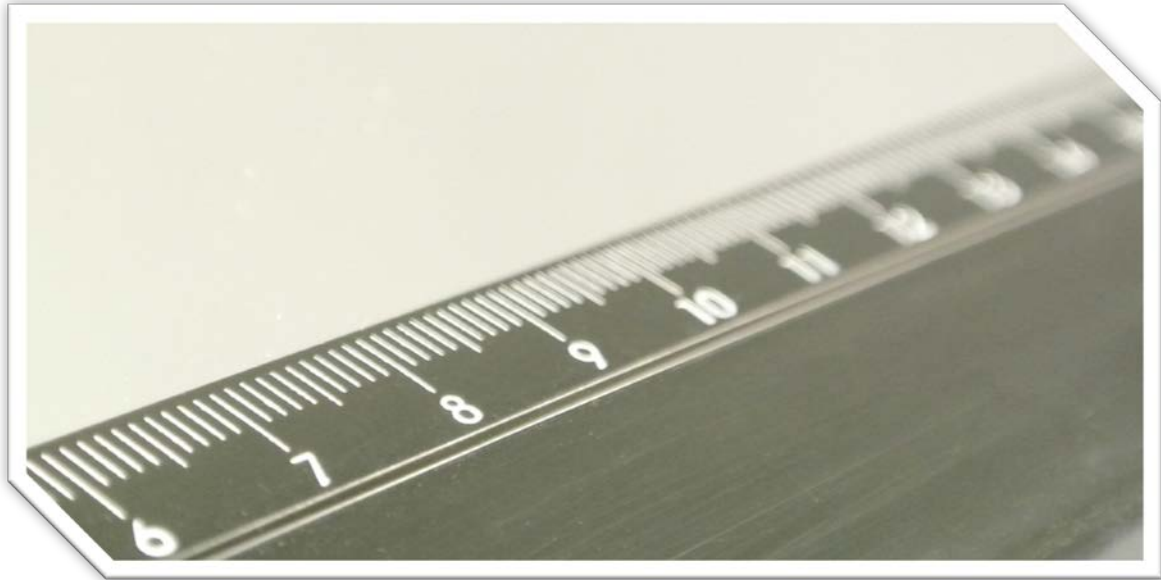
Imagen 16. Mapa de la Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.

Datos de mapas ©2015 Google Imágenes ©2015, CNES / Astrium, DigitalGlobe, Landsat, U.S. Geological Survey

Los mapas son buenos ejemplos de la utilización de los planos para la ubicación de lugares mediante coordenadas cartesianas.



SISTEMAS DE COORDENADAS



*Imagen 17. Regla.
CCO Public Domain*

PRÁCTICA No.3:

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS DADOS

AUTOR:.....

FECHA:.....



DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS DADOS

1. OBJETIVOS

- Redescubrir la expresión para la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

La distancia entre dos puntos cualesquiera es la longitud del segmento de recta que los une.

Para determinar la dicha distancia se hace uso del Teorema de Pitágoras, figura 4, el cual establece que *la suma de los cuadrados de los lados perpendiculares de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa.*

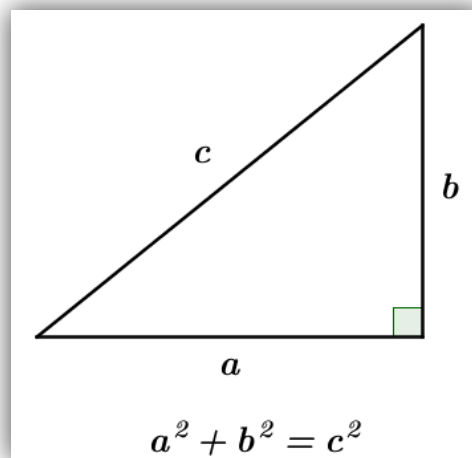


Figura 4. Teorema de Pitágoras.

3. MATERIALES

- Geoplano
- Regla
- Pins



4. PROCEDIMIENTO

- En nuestro geoplano ubicaremos los puntos con los pins. P_1 será nuestro punto inicial y P_2 nuestro punto final. Colocamos los puntos en el geoplano para todos los datos de la tabla 19.
- Con la regla medimos la distancia entre cada par de puntos y completamos la columna d_{med} en la tabla 19. Ver anexo 5.
- Utilizando el Teorema de Pitágoras $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2$ calculamos la distancia d_{cal} para los distintos datos de la tabla 19.
- Calculamos el error relativo $\varepsilon = \frac{d_{med} - d_{cal}}{d_{cal}}$ y completamos la última columna de la Tabla 19.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

P_1	P_2	d_{med}	d_{cal}	ε
		cm	cm	
20;-14	0;7			
-18;7	10;10			
20;-5	-19;-15			
18;15	-5;-11			
-18;-6	22;8			
17;14	-14;-13			
-14;15	13;10			
11;14	-11;9			

Tabla 19

6. CONCLUSIONES

La fórmula para la distancia entre dos puntos es: _____

Donde:

X_1 es _____

X_2 es _____



Y_1 es _____

Y_2 es _____

d es _____

7. EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Determine la distancia que existe entre los puntos $A(-20; 11)$ y $B(16; - 13)$, con el uso del material didáctico (geoplano, pins, regla) y de manera analítica en el siguiente espacio. Compare los resultados.

2.- Si la distancia entre dos puntos $A(A_x; 5)$ y $B(-16; 25)$ es de 45 unidades, determine los valores de A_x .

8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra de distancia entre dos puntos <https://goo.gl/uG1qIK>



SISTEMAS DE COORDENADAS

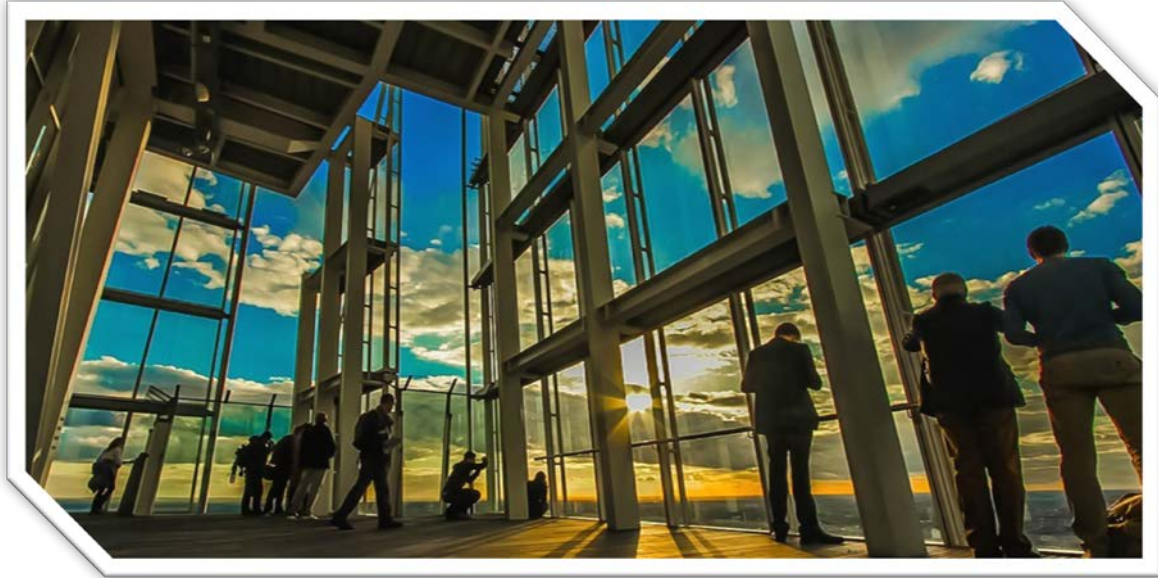


Imagen 18.
CCO Public Domain

PRÁCTICA No.4:

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO DE RECTA

AUTOR:.....

FECHA:.....



DIVISIÓN DE UN SEGMENTO DE RECTA

1. OBJETIVOS

- Verificar las expresiones: $r = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ & $r = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
- Determinar la razón r que divide a un segmento \overline{AB} a partir de las coordenadas del punto P .
- Identificar cuando la razón r que divide a un segmento \overline{AB} es positiva o negativa.
- Identificar cuando el punto P que divide a un segmento \overline{AB} en una razón r cae sobre o fuera del segmento \overline{AB} .

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Razón.- Se conoce como razón al cociente de dos cantidades comparables entre sí. Así, la razón de 18/6 es 3.

Al dividir un segmento en una razón se obtiene un punto P , el mismo que se encuentra sobre la recta que contiene al segmento. El punto P estará ubicado en el lugar que satisfaga la razón dada.

En la figura 5 se puede observar como el punto P divide al segmento \overline{AB} en la razón $\overline{AP}/\overline{PB} = 4$.

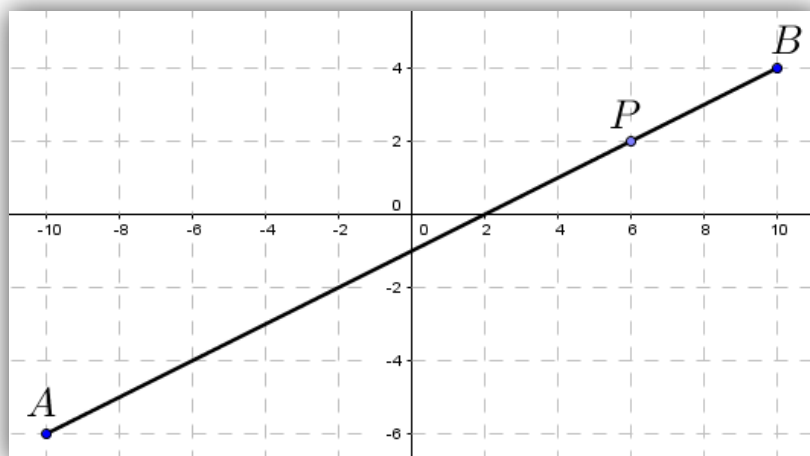


Figura 5. $\overline{AP}/\overline{PB} = 4$



De manera simplificada, la razón $\overline{AP}/\overline{PB} = 4$ expresa que el segmento \overline{AP} es cuatro veces el segmento \overline{PB} .

Un teorema sumamente importante en el estudio de este tema expresa lo siguiente:

“Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son los extremos de un segmento P_1P_2 , las coordenadas (x, y) de un punto P que divide a este segmento en la razón dada $r = \overline{P_1P} : \overline{PP_2}$ son $x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r}$, $y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r}$, $r \neq -1$ ” (Lehmann 12).

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas elásticas
- Regla

4. PROCEDIMIENTO

- a En el geoplano, con los pins, ubicar los puntos P_1, P_2, P de la tabla 20.
- b Unir P_1 y P con la ayuda de una cuerda elástica para representar el segmento $\overline{P_1P}$ y P con P_2 para representar $\overline{PP_2}$. Ver anexo 6.
- c Con la regla medimos los segmentos dirigidos $\overline{P_1P}$ y $\overline{PP_2}$ y hallamos la razón medida r_{med} mediante $r_{med} = \overline{P_1P}/\overline{PP_2}$ y anotamos el valor en la columna r_{med} de la tabla 20.
- d Mediante el uso de $r = \frac{x-x_1}{x_2-x}$ o de $r = \frac{y-y_1}{y_2-y}$ determinamos el valor de r_{cal} y anotamos su valor en la columna correspondiente de tabla.
- e Calculamos el error relativo $\varepsilon = \frac{r_{med} - r_{cal}}{r_{cal}}$ y lo anotamos en la última columna de la tabla 20.
- f Repetimos lo anterior hasta completar la tabla.



5. LECTURAS Y CÁLCULOS

P_1	P_2	P	r_{med}	r_{cal}	ε
-25; 11	15; -9	-15; 5			
-15; -14	25; 12	16; 6			
23; -16	19; -14	-23; 7			
-25; -14	20; 4	5; -2			
-19; -7	20; 14	-6; 0			
4; 14	-12; 4	-20; -1			
-20; -1	4; 14	-12; 4			
0; -10	4; 14	2; 2			

Tabla 20

6. CONCLUSIONES

- Debido a la _____ de los datos medidos y calculados, se puede afirmar que las expresiones $r = \frac{x-x_1}{x_2-x}$ & $r = \frac{y-y_1}{y_2-y}$ son _____.
- Cuando la razón es negativa el punto P _____

- Cuando la razón es positiva el punto P _____

7. EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Uno de los puntos extremos de un segmento es A(-20; -10) y el punto P(8; 4) divide al segmento AB en una razón de 7/2. Determine las coordenadas del extremo B. Verifique su respuesta utilizando el material didáctico.



2.- Si $A(-20; 15)$ y $B(30; -10)$ determine las coordenadas del punto P que divide al segmento AB en la razón de $-1/2$

8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra sobre la división de un segmento en una razón dada

<https://goo.gl/WaokHa>



SISTEMAS DE COORDENADAS



Imagen 19.
CC0 Public Domain

PRÁCTICA No.5:

PENDIENTE DE UNA RECTA

AUTOR:.....

FECHA:.....

PENDIENTE DE UNA RECTA

1. OBJETIVOS

- Determinar la expresión para la pendiente de una recta.
- Conocer los tipos de pendientes de las rectas.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Inclinación.- “La inclinación de una recta que interseca al eje X es el menor ángulo, mayor o igual que 0° , que forma la recta con la dirección positiva del eje X ” (Fuller y Tarwater 13); de esta manera, toda recta horizontal en el plano tendrá una inclinación de 0° y toda recta vertical una inclinación de 90° .

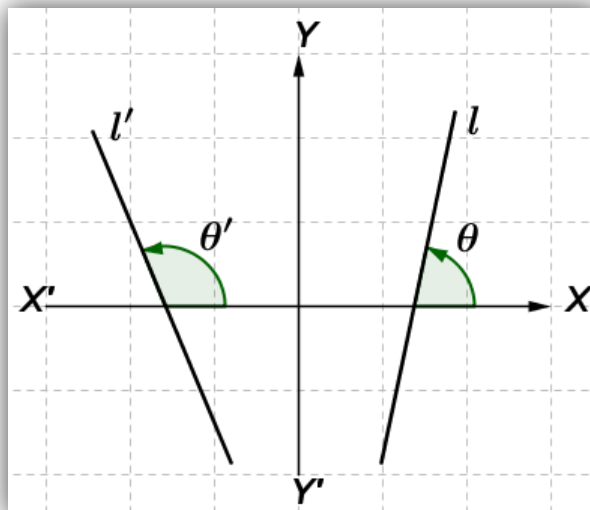


Figura 6. Inclinación de una recta.

En la figura 6 podemos observar la inclinaciones correspondiente a las rectas l y l' . El valor de la inclinación, como se puede observar en la figura, puede tomar cualquier valor entre 0° y 180° , quedando su intervalo definido por $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pines
- Cuerdas elásticas



- Regla
- Graduador

4. PROCEDIMIENTO

- En el geoplano ubicar con los pins el primer par de puntos P_1 y P_2 de la tabla 21 y unir mediante una cuerda elástica.
- Con el graduador, medir el ángulo θ que se forma entre el eje horizontal X y el segmento que une P_1 y P_2 , anotar en la columna θ de la tabla. Ver anexo 7.
- Calcular la tangente de θ y anotar en la tabla valor obtenido en la columna $\tan \theta$ de la tabla.
- Calcular Δx y Δy y anotar en la tabla los valores obtenidos en las columnas correspondientes.
- Para el par de puntos P_1 y P_2 , determinar el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ al cual llamaremos pendiente y lo representaremos con m , anotar en la tabla.
- Calcular el error relativo entre el valor de la tangente del ángulo y el valor de la pendiente mediante $\varepsilon = \frac{(\tan \theta) - m}{m}$ y anotar en la última columna tabla.
- Repetimos todo el proceso hasta completar la tabla 21.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

P_1	P_2	θ	$\tan \theta$	Δx	Δy	m	ε
						$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	
-11; 7	19; 13						
-23; 7	20; 10						
7; -15	-19; 15						
-2; -10	10; 11						
-25; -2	22; 8						
17; -14	-14; 13						
15; -14	-20; 5						



11; 14	-11; -9						
--------	---------	--	--	--	--	--	--

Tabla 21

6. CONCLUSIONES

- Debido a la _____ de los datos medidos y calculados, se puede afirmar que la expresión $m = \tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ es _____ y representa la _____ de la recta.
- Cuando la inclinación de la recta es aguda _____.
- Cuando la inclinación de la recta es obtusa _____.
- Cuando la inclinación de la recta es de 90° _____.

7. EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- ¿Cuál es la pendiente de una recta que pasa por los puntos A(20, 15) y B(-1, -18)? Determinar de manera analítica y con el uso del material didáctico (geoplano, cuerda elástica, pins, graduador)

2.- Determine la inclinación con respecto a la horizontal de una carretera cuya pendiente es de 0,34

8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra sobre la pendiente de una recta <https://goo.gl/6op0A4>



Imagen 20.

Torre de Pisa, Italia

La Torre de Pisa que se empezó a construir en 1173 es una de las torres inclinadas más famosas del mundo. Esta torre presenta una inclinación de aproximadamente $86,3^\circ$ y cuya pendiente es de 14,41.



GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN

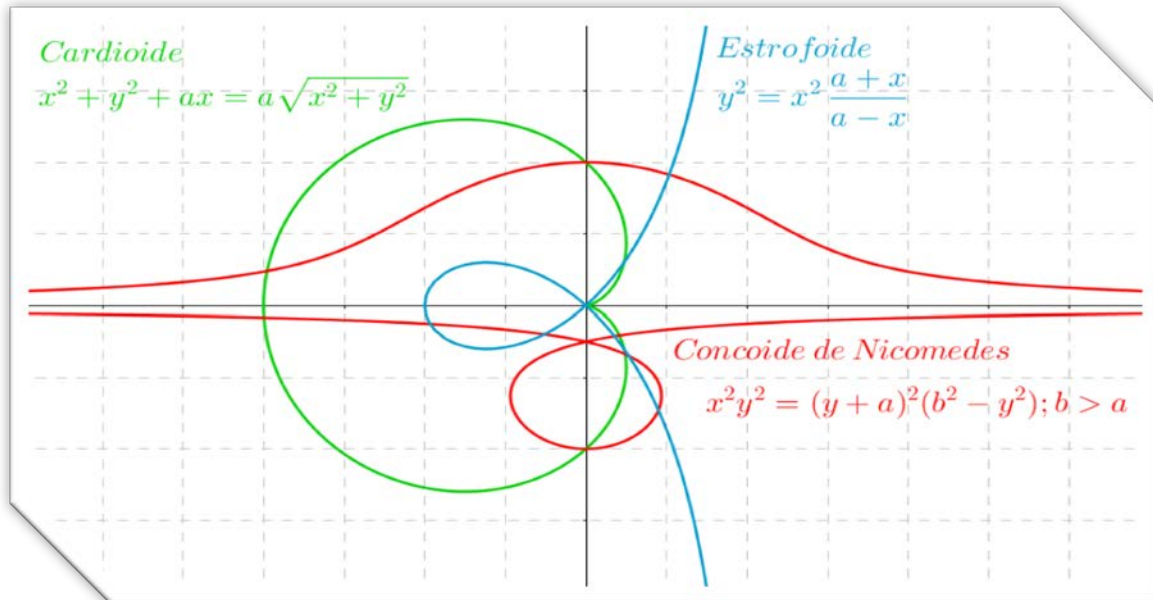


Imagen 21.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

PRÁCTICA No.6:

GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN

AUTOR:.....

FECHA:.....



GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN

1. OBJETIVOS

- Graficar correctamente una ecuación

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

La gráfica de una ecuación se forma por todos los puntos de pares ordenados del plano coordenado que satisfacen a dicha ecuación. Para poder graficar correctamente una ecuación es necesario conocer cuales son sus intersecciones con los ejes coordenados, la simetría, las asíntotas y la extensión de la gráfica.

Intersecciones con los ejes.- Se dice que una gráfica de una ecuación en el plano cartesiano interseca los ejes cuando dicha gráfica es cortada por estos.

Para conocer sobre que punto del eje X la gráfica se interseca, se debe hacer $y = 0$ y hallar el valor de x de la ecuación; de la misma manera, para encontrar el punto sobre el eje Y hacemos $x = 0$ en nuestra ecuación y hallamos el valor de y .

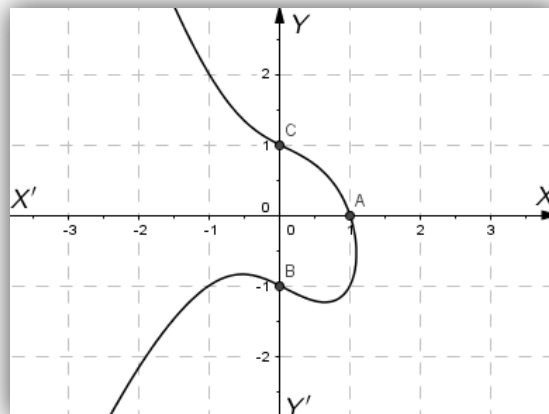


Figura 7. Intersección de una gráfica con los ejes coordenados.

En la figura 7 se puede observar como los puntos A, B y C son las intersecciones de la gráfica de la ecuación $x^3 + xy + y^2 = 1$ con los ejes X y Y .



Simetría.- “Se dice que una curva es simétrica con respecto a un eje de simetría cuando para cada par de punto hay un punto correspondiente, también de la curva, tal que estos dos puntos son simétricos con respecto al eje” (Lehmann 36).

Una gráfica es simétrica con respecto al eje X cuando su ecuación no se altera al remplazar y por $-y$; de forma análoga, una gráfica es simétrica al eje Y cuando al remplazar x por $-x$ la ecuación de la curva no se altera.

Además tenemos que “si la ecuación de una curva no se altera al remplazar las variables x y y por $-x$ y $-y$, respectivamente, la curva es simétrica con respecto al origen; y recíprocamente” (Lehmann 38).

Asíntotas.- “Si para una curva dada, existe una recta tal que, a medida que un punto de la curva se aleja indefinidamente del origen, la distancia de ese punto a la recta decrece continuamente y tiende a cero, dicha recta se llama asíntota de la curva” (Lehmann 41).

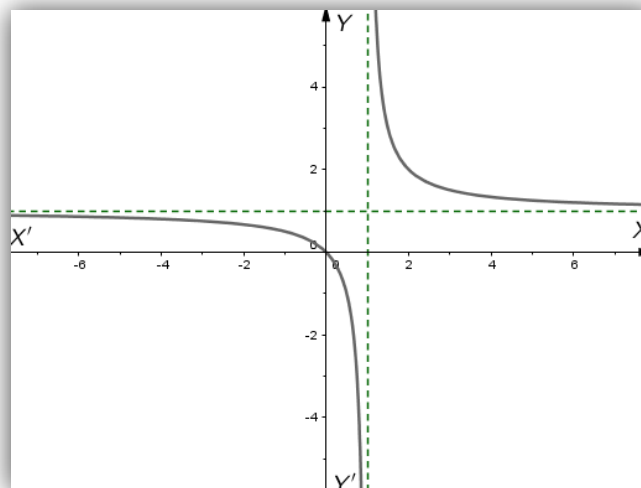


Figura 8. Asíntotas de una gráfica.

En la figura 8 se puede observar de color verde las asíntotas de la gráfica de la ecuación $y - 1 = \frac{1}{x-1}$

Extensión de la gráfica.- Esto permite determinar los intervalos para los cuales x y y toman valores reales, es decir, los intervalos en los cuales se presenta la gráfica.



“Los intervalos para los cuales los valores de x y y son reales se determinan, simplemente, resolviendo la ecuación dada para y en términos de x , y para x en términos de y .

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas elásticas
- Material de la caja Función Seno

4. PROCEDIMIENTO

Para las ecuaciones 1 y 2:

- a Hallar los valores de x o y según corresponda, de la ecuación para los valores dados en las tablas 22 y 23.
- b Con los pins, ubicar los puntos de pares ordenados en el geoplano.
- c Con una cuerda elástica unir los puntos ubicados.
- d Observar la curva que forma la cuerda y ubicar los puntos de intersección con los ejes.
- e Analizar si la curva presenta simetría con respecto al algún eje o con el origen o si presenta o no asíntotas.
- f En la cuadrícula correspondiente, graficar un boceto de la curva en la que se encuentre las asíntotas si es que presenta.

Para la ecuación 3:

- a Hallar los valores de y para cada uno de los valores de x (ángulos $^{\circ}$) de la tabla 24.
- b Con el material de la caja *Función Seno*, representar gráfica de la ecuación dada sobre el geoplano como se muestra en el Anexo 8.
- c Observar el material colocado y determinar si la gráfica de la ecuación se intersecta con los ejes, si tiene simetría o no, o si posee o no asíntotas.



d Graficar un boceto en el lugar correspondiente de la gráfica obtenida.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

Ecuación 1: $4x = y^2 - 100$

<i>y</i>	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
<i>x</i>															
<i>Intersecciones</i>					<i>Simetría</i>					<i>Asíntotas</i>					

Tabla 22

Ecuación 2: $y = \frac{2x}{3}$

<i>x</i>	-24	-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	14	16	20	24
<i>y</i>														
<i>Intersecciones</i>					<i>Simetría</i>					<i>Asíntotas</i>				

Tabla 23

Ecuación 3: $y = \sin x$

<i>x</i>	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
<i>y</i>														
<i>x</i>	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270
<i>y</i>														
<i>x</i>	280	290	300	310	320	330	340	350						
<i>y</i>														
<i>Intersecciones</i>					<i>Simetría</i>					<i>Asíntotas</i>				

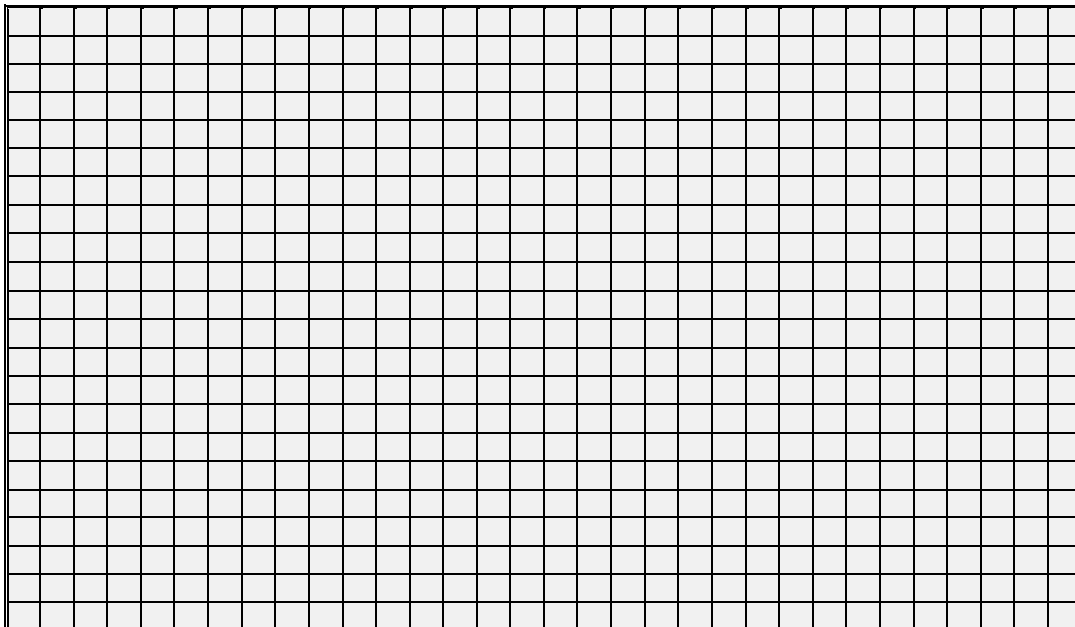
Tabla 24



6. CONCLUSIONES

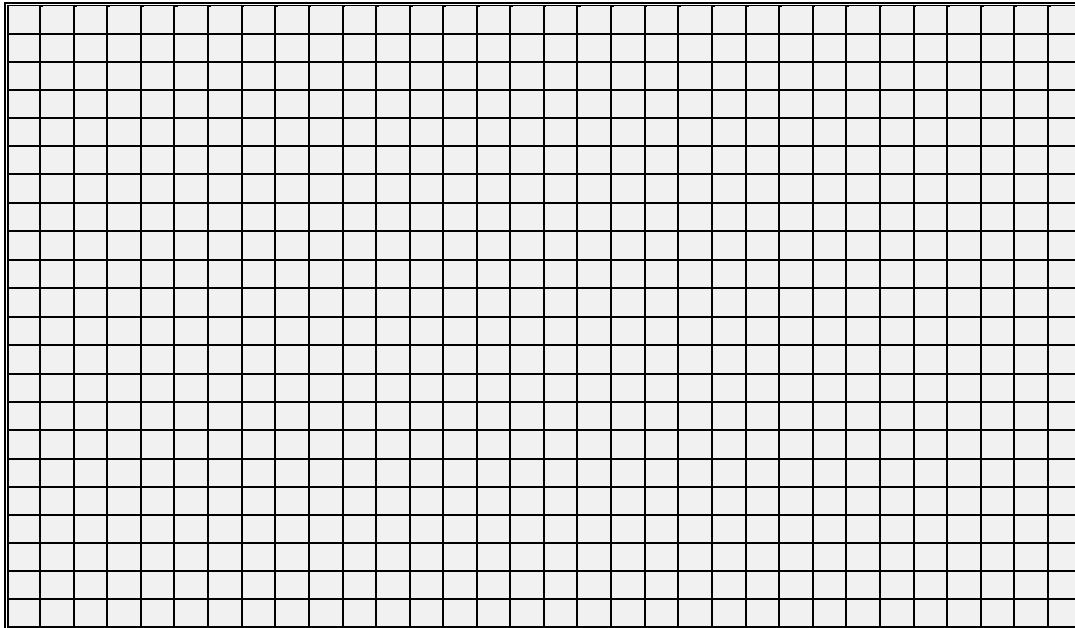
7. GRÁFICAS

Gráfica ecuación 1: $4x = y^2 - 100$

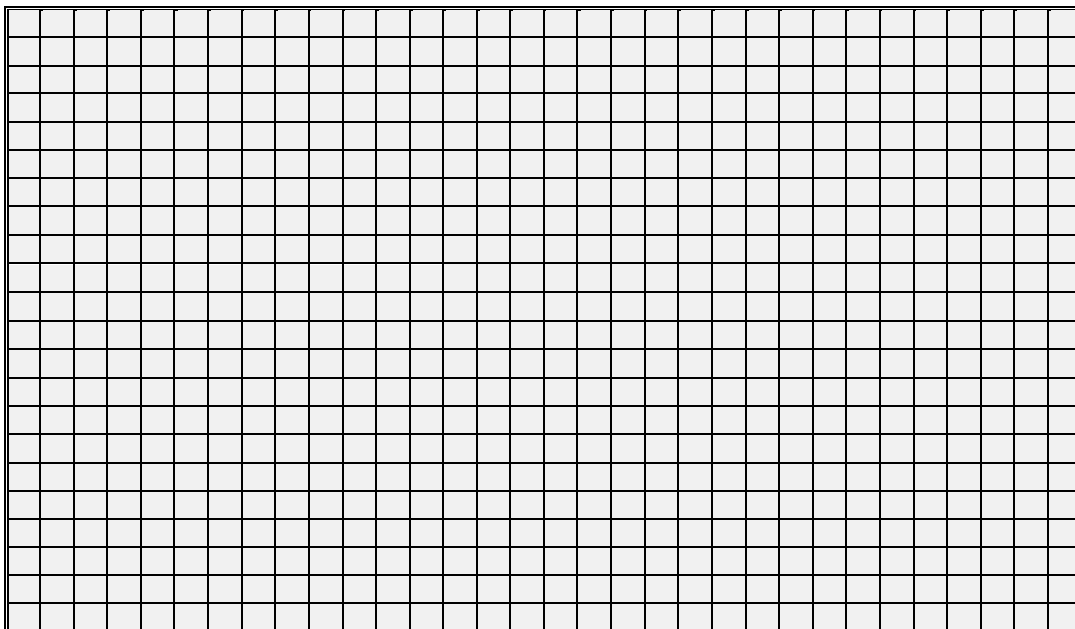




Gráfica ecuación 2: $y = \frac{2x}{3}$



Gráfica ecuación 3: $y = \sin x$



Nota: comprobar y verificar las gráficas obtenidas mediante GeoGebra.



8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

A continuación se presentan enlaces de animaciones en GeoGebra de gráficas de ecuaciones un tanto particulares y que presentan cierto grado complejidad al momento de su graficación

Parábola cúbica <https://goo.gl/Q6LWz9>

Parábola semicúbica <https://goo.gl/A8etFX>

Curva de Agnesi <https://goo.gl/JH3med>

Cisoide de Diocles <https://goo.gl/NFqXXH>

Lemniscata de Bernoulli <https://goo.gl/Tle1Wt>

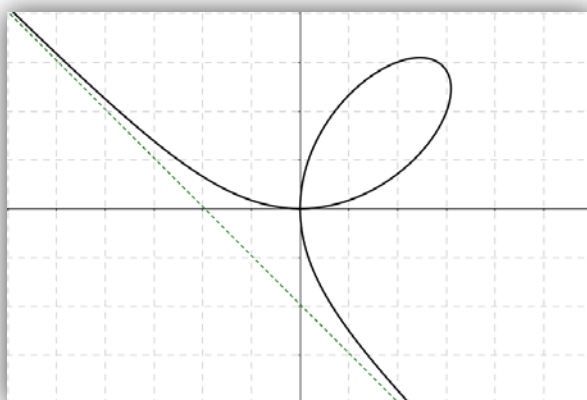


Figura 9. Hoja de Descartes.

La Hoja de Descartes es una curva propuesta por René Descartes en 1638 y cuya ecuación es $x^3 + y^3 - 3axy = 0$, donde a puede ser cualquier número real.



LUGARES GEOMÉTRICOS

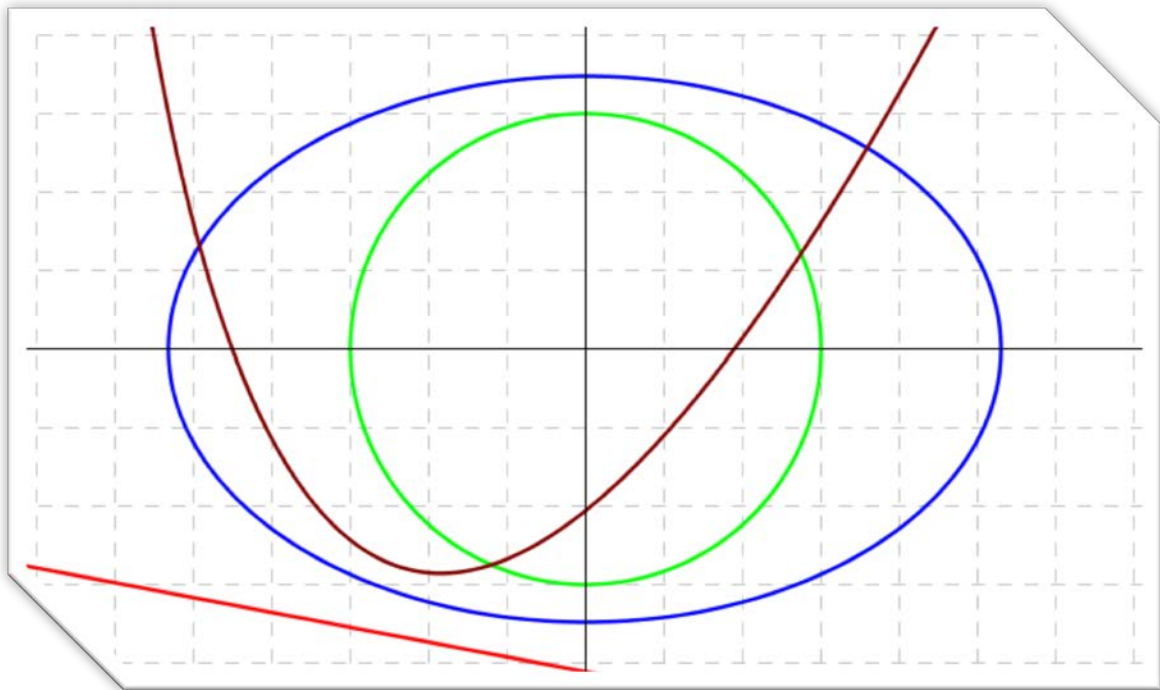


Imagen 22.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

PRÁCTICA No.7:

LUGARES GEOMÉTRICOS

AUTOR:.....

FECHA:.....



LUGARES GEOMÉTRICOS

1. OBJETIVOS

- Graficar lugares geométricos

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

“Una curva es el lugar geométrico de todos aquellos puntos, y solamente aquellos puntos, que satisfacen una o mas condiciones geométricas dadas” (Lehmann 50).

En la figura 10, la recta inclinada dibujada representa el lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que siempre equidista de los puntos $A(-2; -3)$ y $B(1; 2)$.

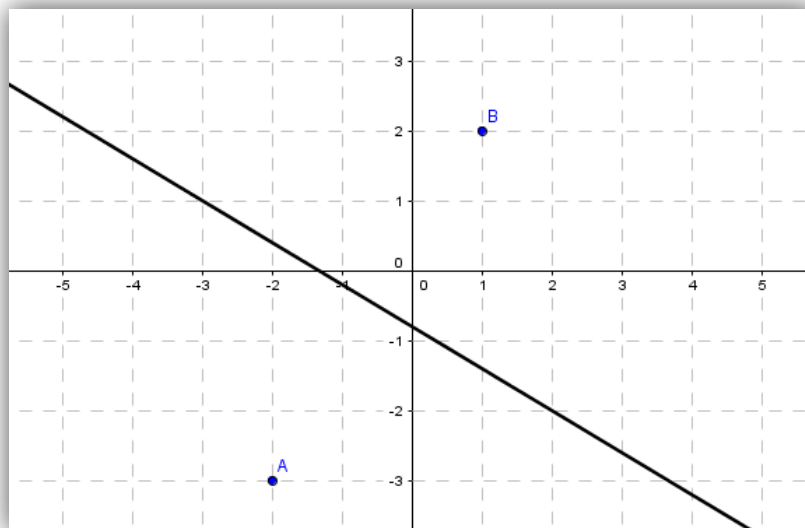


Figura 10. Lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que siempre equidista de A y B.

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas inelásticas
- Hojas de tamaño A3
- Materiales de la caja de Lugares Geométricos



4. PROCEDIMIENTO

Punto que se mueve de manera que siempre equidista de dos puntos fijos dados

- a Observar y analizar cual de los materiales de la caja de Lugares Geométricos cumple la condición descrita del punto.
- b Colocar una hoja de tamaño A3 sobre el geoplano de manera que quede centrada.
- c Ubicar los puntos $A(-15; -10)$ y $B(20; 5)$ y colocar cuidadosamente pins en estos puntos perforando la hoja.
- d Colocar el extremo de una cuerda inelástica sobre un pin y en el otro colocar un lápiz.
- e Tensar la cuerda con el lápiz y realizar una línea sobre el papel teniendo en cuenta que la cuerda no se destense.
- f Repetir el literal e, pero esta vez con el un extremo de la cuerda colocado en el otro pin de manera que las líneas dibujadas con el lápiz se intersecten. Ver anexo 9.
- g Unir con una línea recta las intersecciones encontradas.
- h Realizar un boceto del lugar geométrico dibujado.

Punto que se mueve de manera que siempre mantiene una distancia constante de un punto fijo dado

- a Observar y analizar cual de los materiales de la caja de Lugares Geométricos cumple la condición descrita del punto.
- b Colocar una hoja de tamaño A3 sobre el geoplano de manera que quede centrada.
- c Ubicar el origen de coordenadas y, cuidadosamente, colocar un pin perforando la hoja.
- d Colocar el extremo de una cuerda inelástica en el pin y al otro extremo un lápiz.
- e Manteniendo tensa la cuerda, desplazar el lápiz sobre el papel. Ver anexo 10.



- f Realizar un boceto de la gráfica obtenida en la cuadrícula correspondiente.

Punto que se mueve de tal manera que su distancia de una recta fija es siempre igual a su distancia a un punto fijo

- a Observar y analizar cual de los materiales de la caja de Lugares Geométricos cumple la condición descrita del punto.
- b Colocar una hoja de tamaño A3 sobre el geoplano de manera que quede centrada.
- c Ubicar el punto $(-17; 0)$ y, con un lápiz, dibujar una recta paralela al eje Y sobre el papel.
- d Ubicar el punto $(-11; 0)$ y colocar un pin perforando el papel. Este será nuestro punto fijo (foco).
- e Poner el extremo de una cuerda en el punto fijo y en el extremo libre un lápiz y realizar un par de marcas en el papel manteniendo tensa la cuerda.
- f Sacamos la cuerda del punto fijo. Ponemos un pin (pin móvil) en el extremo de la cuerda que quedó libre.
- g Tensamos la cuerda de manera que quede paralela al eje X y recorriendo el pin móvil sobre la recta paralela al eje Y marcamos la intersección del lápiz con la marca anterior. Ver anexo 11.
- h Repetir los literales d, e, f con cuerdas de distintos tamaños.
- i Con una línea suavizada unir las intersecciones halladas.
- j Realizar un boceto de la gráfica obtenida en la cuadrícula correspondiente.

Punto que se mueve de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos es siempre igual a una constante mayor que la distancia entre los dos puntos

- a Observar y analizar cual de los materiales de la caja de Lugares Geométricos cumple la condición descrita del punto.



- b Colocar una hoja de tamaño A3 sobre el geoplano de manera que quede centrada.
- c Ubicar los puntos $A(-12; 0)$ y $B(12; 0)$ y, cuidadosamente perforando la hoja, colocar en ellos pins.
- d Colocar los extremos de una cuerda, de longitud mayor a la distancia entre A y B, en los pins.
- e Con un lápiz tensar la cuerda y deslizarlo sobre la hoja cuidando de que la cuerda no se destense. Ver anexo 12.
- f Realizar un boceto de la gráfica obtenida en la cuadrícula correspondiente.

5. CONCLUSIONES

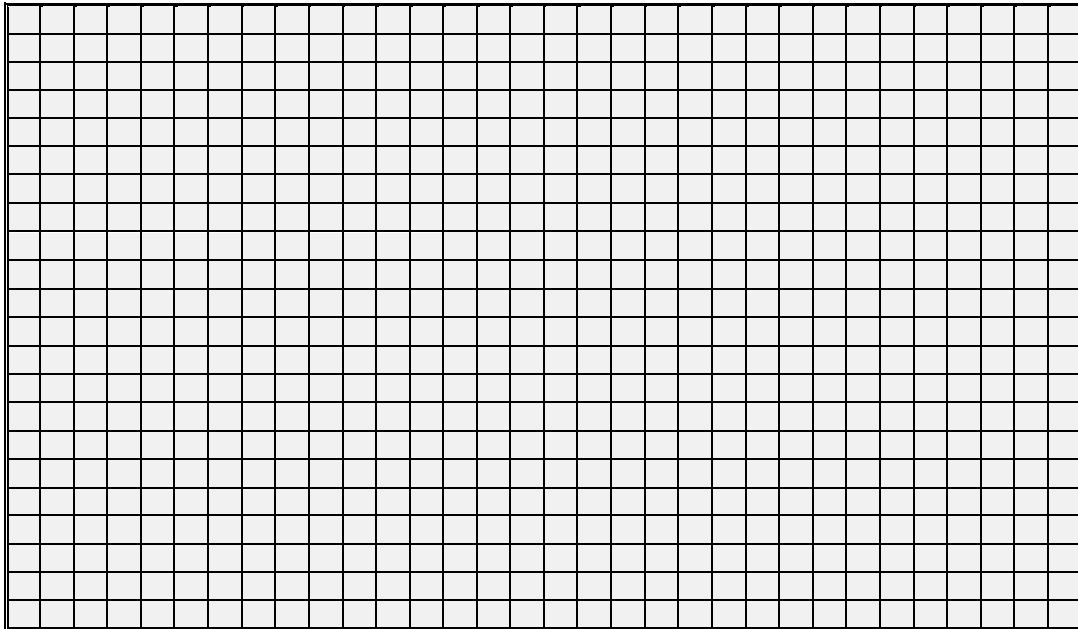
Completar el espacio en blanco con la palabra que da sentido al enunciado.

- El lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que siempre equidista de dos puntos fijos se conoce como _____ del segmento que une dichos puntos.
- El lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que siempre mantiene una distancia constante de un punto fijo se llama _____.
- El lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de una recta fija es siempre igual a su distancia a un punto fijo es conocido como _____.
- El lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos es siempre igual a una constante mayor que la distancia entre los dos puntos es conocido como _____.

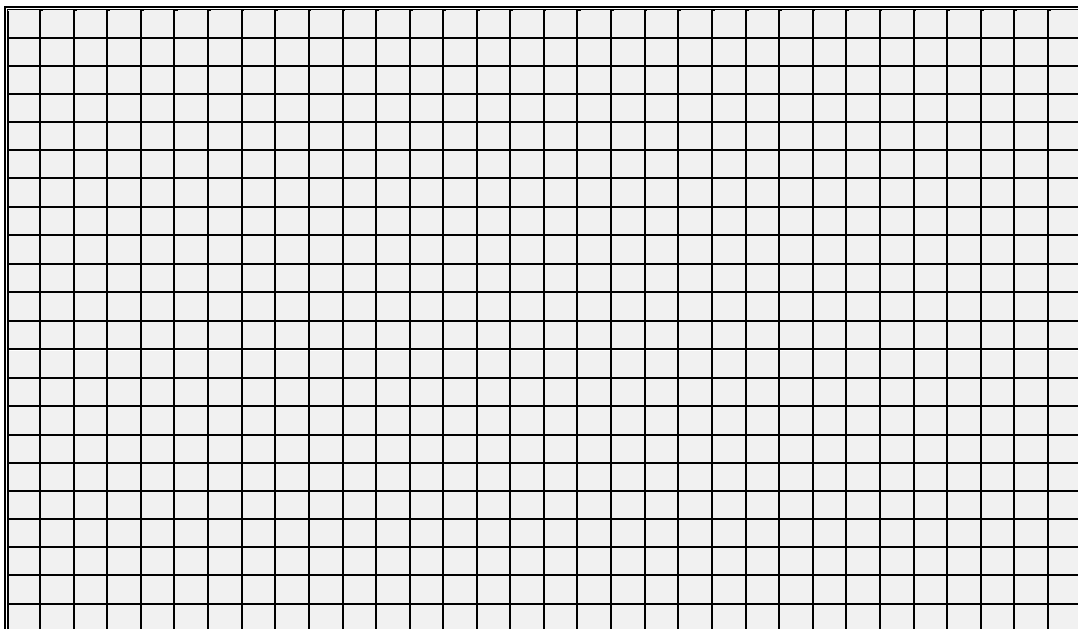


6. GRÁFICAS

Gráfica 1

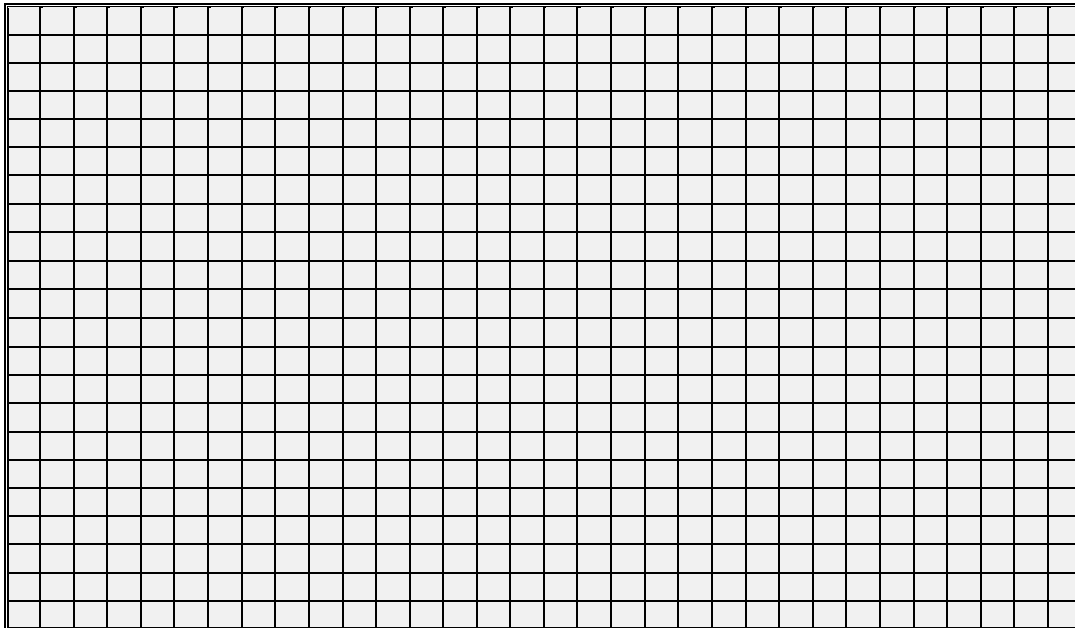


Gráfica 2

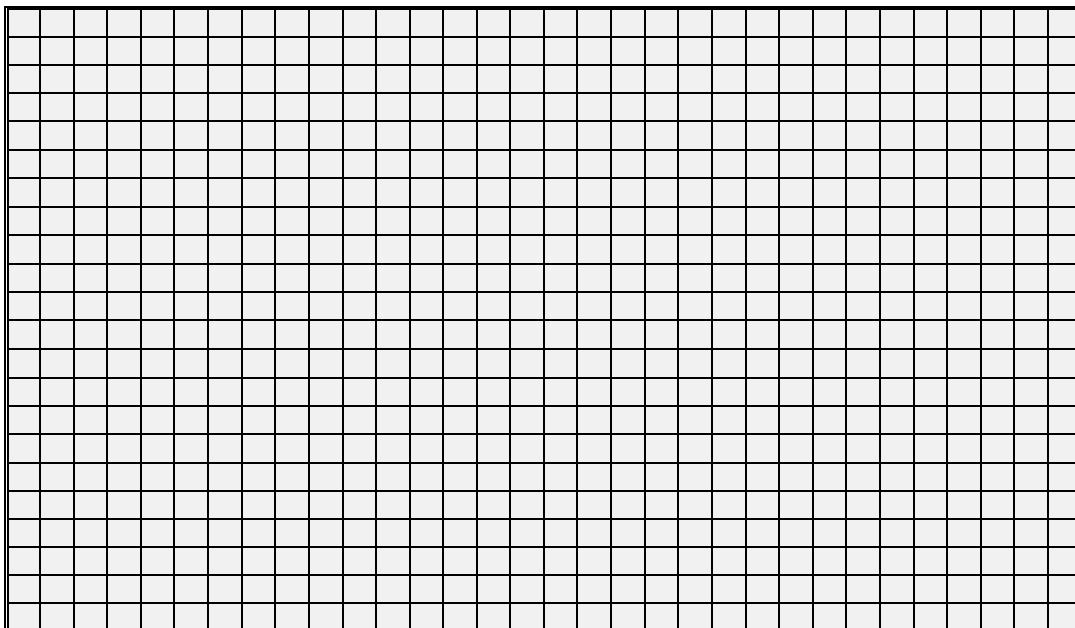




Gráfica 3



Gráfica 4



Nota: Comprobar sus gráficas con el material complementario

7. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animaciones en GeoGebra de algunos lugares geométricos

Mediatriz <https://goo.gl/uOvrhU>



Circunferencia <https://goo.gl/X7oB8Y>

Parábola <https://goo.gl/HQPQIz>

Elipse <https://goo.gl/JUFqD5>

Hipérbola <https://goo.gl/BniQ7W>

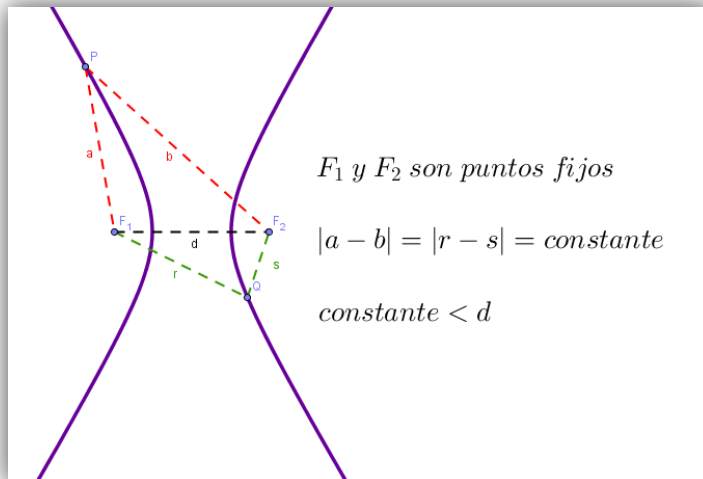


Figura 11. Hipérbola.

“Una hipérbola es un lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano, llamados focos, es siempre igual a una cantidad constante, positiva y menor que la distancia entre los focos” (Lehmann 191).



LA RECTA

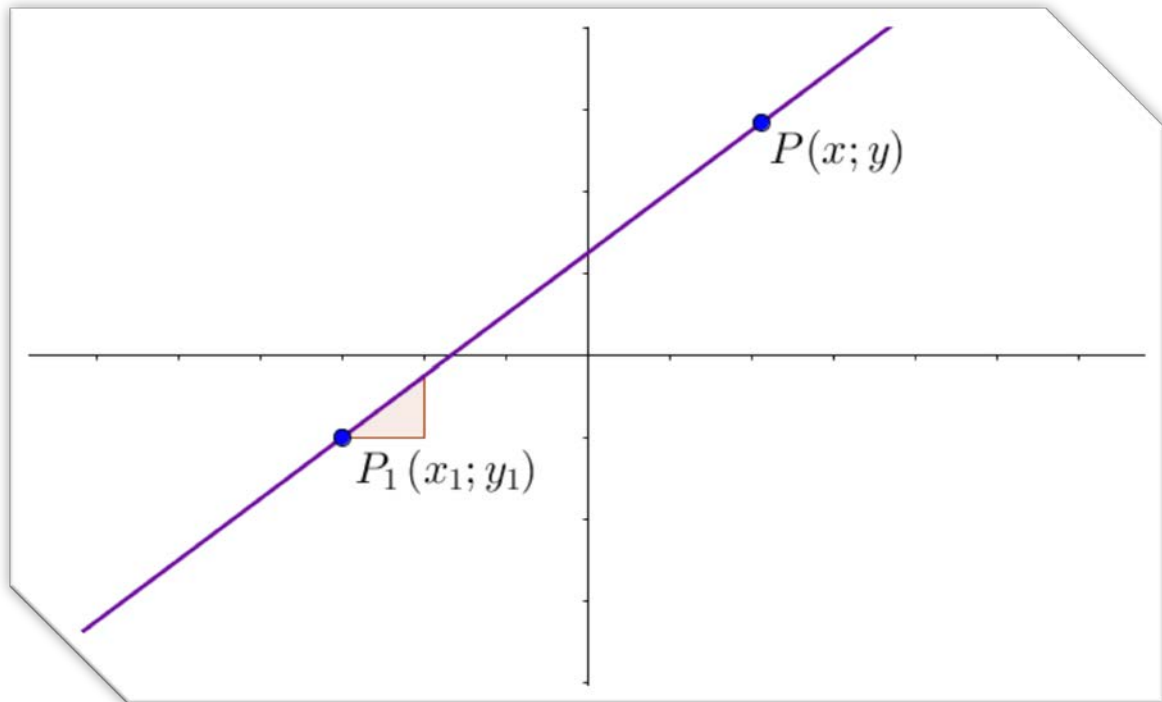


Imagen 23.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

PRÁCTICA No.8:

ECUACIÓN DE UNA RECTA QUE PASA POR UN PUNTO Y TIENE UNA PENDIENTE DADA

AUTOR:.....

FECHA:.....



ECUACIÓN DE UNA RECTA QUE PASA POR UN PUNTO Y TIENE UNA PENDIENTE DADA

1. OBJETIVOS

- Verificar la expresión para la ecuación de una recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.
- Determinar la expresión de la ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada en el origen.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

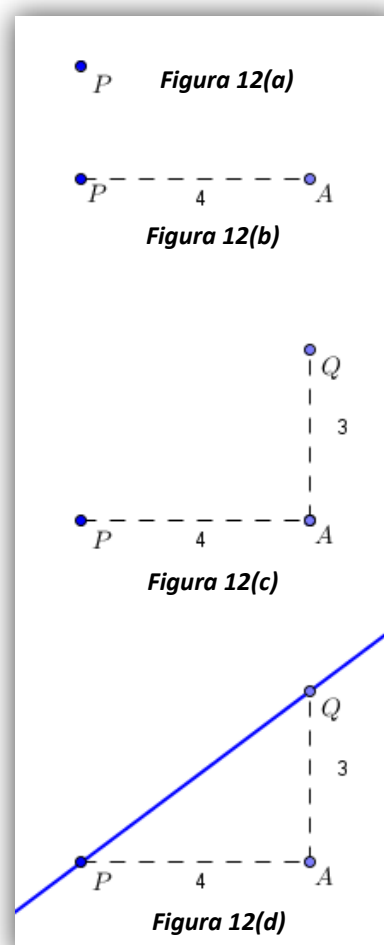
“Llamamos línea recta al lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ del lugar, el valor de la pendiente m calculado por medio de la fórmula $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, $x_1 \neq x_2$ resulta siempre constante” (Lehmann 57).

La ecuación de la recta que pasa por un punto y que tiene una pendiente dada tiene la forma $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Método para dibujar una recta con una pendiente dada en forma de razón

Para mostrar el método realizaremos un ejemplo graficando una recta que tiene una pendiente de $3/4$.

- 1 Ubicamos un punto P en el plano. Figura 12 (a).
- 2 Nos trasladamos el número de unidades del denominador, en este caso cuatro unidades, hacia la derecha del punto y marcamos un punto A. Figura 12 (b).





- 3 Desde el punto A nos desplazamos hacia arriba las unidades que indica el numerador, tres unidades, y marcamos un punto Q. Figura 12 (c).
 - 4 Trazamos una recta que pase por los puntos P y Q, esta será la recta de pendiente $3/4$. Figura 12 (d).
- ❖ Para el caso de que la pendiente sea negativa, en el numeral 2 nos trasladamos hacia la izquierda.

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas elásticas
- Graduador

4. PROCEDIMIENTO

- a En el geoplano, colocar un pin en el punto de la primera ecuación dada en la tabla 25.
- b Colocar el extremo de una cuerda elástica en el pin antes colocado.
- c Tensionar la cuerda manteniendo la pendiente para dicho punto y colocar un pin en otro punto por donde pase la cuerda. Ver anexo 13.
- d Unir los pins con la cuerda.
- e Colocar el graduador en el pin de P_1 , medir la inclinación θ_{med} de la cuerda y determinar m_{med} .
- f Determinar el error relativo de la pendiente de la recta mediante
$$\varepsilon = \frac{m_{med} - m}{m}$$
.
- g Rescribir la ecuación en la forma $y - y_1 = m_{med}(x - x_1)$. Para el caso en el que el punto esté sobre el eje Y, escribir la fórmula despejando y en términos de x.
- h Repetir el proceso hasta completar la tabla 25.



5. LECTURAS Y CÁLCULOS

<i>Ecuación forma</i> $y - y_1 = m(x - x_1)$	P_1	m_{med}	ε	<i>Ecuación obtenida</i> $y - y_1 = m_{med}(x - x_1)$
$y + 16 = \frac{3}{4}(x + 21)$	-21; -16			
$y - 10 = -2(x - 0)$	0; 10			
$y - 10 = -\frac{4}{3}(x + 13)$	-13; 10			
$y + 15 = 2(x + 5)$	-5; -15			
$y + 13 = \frac{5}{2}(x - 0)$	0; -13			
$y + 14 = -\frac{1}{2}(x - 17)$	17; -14			
$y + 15 = 5(x + 15)$	-15; -15			
$y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 0)$	0; 2			
$y + 14 = 7(x - 2)$	2; -14			

Tabla 25

6. CONCLUSIONES

Llenar los espacios en blanco con las palabras o fórmulas matemáticas que dan sentido al enunciado.

- Debido a la _____ entre m y m_{med} la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$ que representa una recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada es _____.
- Cuando el punto dado está sobre el eje Y , es decir su coordenada es $(0; b)$, la ecuación se puede escribir de la forma _____ y representa la ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada en el origen.



7. EJERCICIOS PROPUESTOS

En los siguientes ejercicios, una vez terminados, comprobar las respuestas obtenidas mediante el uso del software GeoGebra

1.- Una recta tiene por ecuación $3y - 45 = x + 3$ y pasa por el punto $(-3; 15)$, determinar la pendiente de dicha recta.

2.- Si una recta tiene una pendiente de 3 y pasa por el punto $(45; 9)$, determine la ecuación de dicha recta

8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra sobre una recta que pasa por un punto y tiene una pendiente conocida <https://goo.gl/fujsdn>



LA RECTA

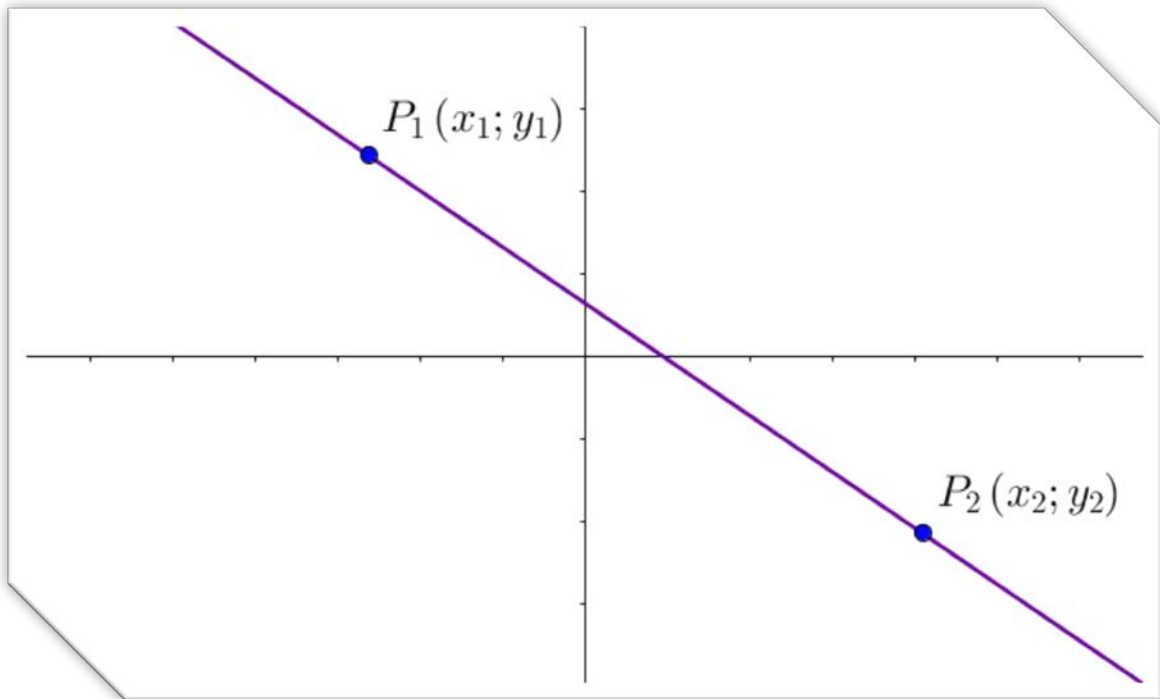


Imagen 24.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

PRÁCTICA No.9:

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

AUTOR:.....

FECHA:.....



ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

1. OBJETIVOS

- Verificar la expresión para la ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados.
- Determinar la expresión de la ecuación simétrica de la recta.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Por geometría euclidiana se sabe que dos puntos determinan una recta; si estos puntos tienen como coordenadas $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$, la recta que pasa por ellos puede representarse mediante la expresión matemática

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1), x_1 \neq x_2$$

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas elásticas
- Graduador

4. PROCEDIMIENTO

Primeras cuatro ecuaciones

- a En el geoplano, colocar el par de puntos P_1 y P_2 de la tabla 26.
- b Unir estos puntos con una cuerda elástica
- c Observar la cuerda elástica y colocar pins en dos puntos cualesquiera por los que pase dicha cuerda. Anotar las coordenadas de estos puntos en las columnas P'_1 y P'_2 . Ver anexo 14.
- d Escribir la ecuación obtenida con los nuevos puntos.
- e Despejar y de las ecuaciones dadas y obtenidas y comparar los resultados.
- f Repetir los literales a, b, c, d y e.



Cuatro últimas ecuaciones

- En el geoplano, colocar el par de puntos P_1 y P_2
- Unir estos puntos con una cuerda elástica
- Al observar la cuerda elástica, colocar los pins en los puntos de corte de la cuerda con los ejes X y Y , $(a; 0)$ y $(0; b)$ respectivamente. Anotar los puntos de corte P'_1 y P'_2
- Escribir la ecuación obtenida con los puntos de corte.
- Realizar operaciones en las ecuaciones obtenidas de manera que podamos escribirlas en la forma $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, donde
- Comparar las ecuaciones dadas, las obtenidas y las de la forma $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- Repetir los literales a, b, c, d, e y f hasta completar la tabla 26.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

<i>Ecuación dada</i>	P_1	P_2	P'_1	P'_2	<i>Ecuación obtenida</i>
$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$	$x_1; y_1$	$x_2; y_2$	$x'_1; y'_1$	$x'_2; y'_2$	$y - y'_1 = \frac{y'_1 - y'_2}{x'_1 - x'_2}(x - x'_1)$
$y + 12 = \frac{2}{5}(x + 16)$	-16; -12	14; 0			
$y + 13 = -\frac{1}{3}(x - 25)$	25; -13	-20; 2			
$y - 14 = \frac{3}{5}(x - 22)$	22; 14	-23; -13			
$y - 14 = 3(x - 4)$	4; 14	-6; -16			
$y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 24)$	24; -3	-6; 12			
$y - 12 = -\frac{4}{5}(x - 10)$	10; 12	-20; -12			
$y - 2 = -\frac{2}{7}(x + 21)$	-21; 2	21; -10			
$y - 2 = \frac{1}{6}(x - 24)$	24; 2	-18; -5			

Tabla 26



6. CONCLUSIONES

Llenar los espacios en blanco con las palabras o fórmulas matemáticas que dan sentido al enunciado.

- Debido a la _____ entre la ecuación dada y la ecuación obtenida la expresión $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$ que representa la ecuación de una recta que pasa por dos puntos es _____.
- Se llama ecuación simétrica de la recta a la ecuación de la forma _____, donde los puntos $(a; 0)$ y $(0; b)$ son _____.

7. EJERCICIOS PROPUESTOS

En los siguientes ejercicios, una vez terminados, comprobar las respuestas obtenidas mediante el uso del software GeoGebra

1.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-15; 35) y B(1; 25).

2.- Determinar los puntos de corte con los ejes coordenados de la recta que tiene por ecuación $\frac{x}{5} - \frac{y}{10} = 1$

3.- Determinar los puntos por los cuales pasa la recta que tiene como ecuación $y - 6 = \frac{16}{13}(x - 4)$



8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra de

Recta que pasa por dos puntos dados <https://goo.gl/YW787D>

Ecuación simétrica de la recta <https://goo.gl/NHY9Lb>

Zona para el despeje y comparación de las ecuaciones:



LA RECTA

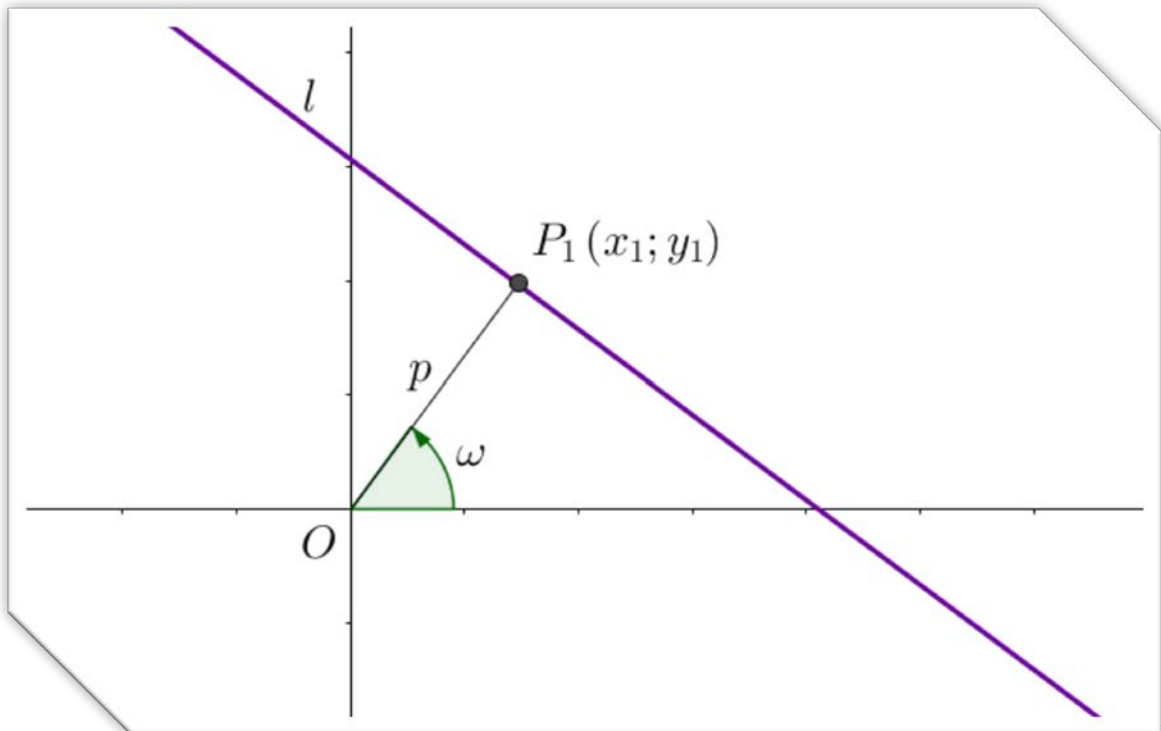


Imagen 25.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

PRÁCTICA No.10:

FORMA NORMAL DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

AUTOR:.....

FECHA:.....

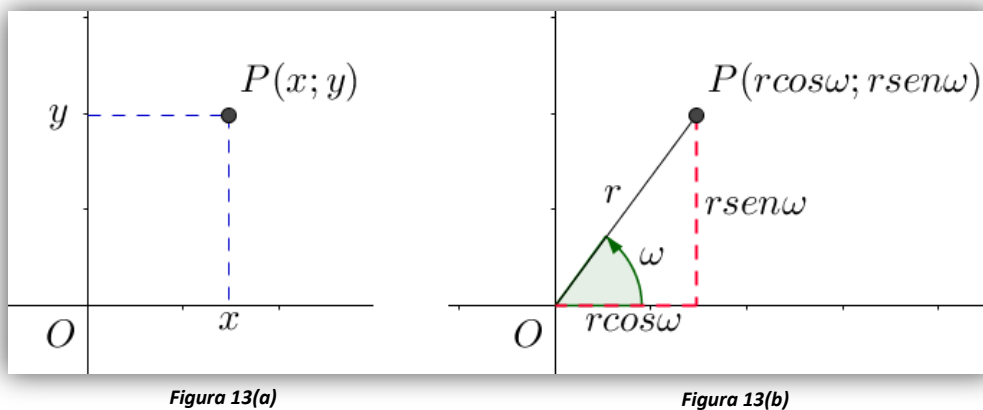
FORMA NORMAL DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

1. OBJETIVOS

- Determinar la expresión para forma normal de la ecuación de la recta.

2. INTRODUCCIÓN AL TEMA

Por lo general estamos acostumbrados a representar un punto P en el plano de la forma $P(x; y)$ figura 13(a), pero también se puede representar dicho punto de la forma $P(r \cos \omega ; r \sin \omega)$ como se observa en la figura 13 (b).



En la figura 13(b) se observa como se forma un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la distancia r que va desde el origen de coordenadas hasta el punto P ; por trigonometría se conoce que los catetos opuesto y adyacente del ángulo ω son $r \sin \omega$ y $r \cos \omega$ respectivamente. Si se comparan $r \cos \omega$ de la figura 13(b) con x de la figura 13(a) se puede observar que son los mismos valores solo que expresados de diferente manera de manera similar se puede hacer la comparación para $r \sin \omega$ y y .

Como el punto P puede estar en cualquier cuadrante, a continuación mostramos los distintas posiciones que P puede tomar en el plano con sus respectivos ángulos.

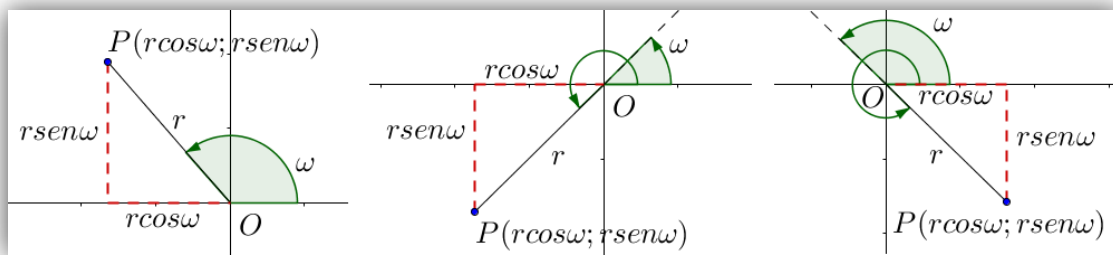


Figura 14

Rectas perpendiculares.- Una recta es perpendicular a otra cuando el producto de sus pendientes tiene como resultado -1 , es decir, cuando

$$m_1 m_2 = -1$$

3. MATERIALES

- Geoplano
- Pins
- Cuerdas elásticas
- Graduador
- Regla

4. PROCEDIMIENTO

- a En el geoplano, colocar pins en el origen y el primer punto P de la tabla 27.
- b Unir los pins con una cuerda elástica, recta \overline{OP} .
- c Con la ayuda de un par de pins, colocar una cuerda elástica de manera que ésta esté perpendicular a la recta \overline{OP} , esta nueva cuerda representara a nuestra recta l . Ver anexo 15.
- d Con el graduador medir y anotar la inclinación ω de la cuerda \overline{OP} .
- e Medir con una regla y anotar la distancia p que existe entre O y P .
- f Escribir la pendiente $m_{\overline{OP}}$ de la recta \overline{OP} de la forma $\frac{\sin \omega}{\cos \omega}$
- g A partir de $m_{\overline{OP}}$ escribir la pendiente de m_l de la recta perpendicular a \overline{OP} . Recordar $m_1 m_2 = -1$.
- h Rescribir P , pero ahora de la forma $P(p \cos \omega ; p \sin \omega)$.



- i En la tabla 28 escribir la ecuación obtenida para el punto correspondiente.
- j Realizar las operaciones necesarias en la ecuación obtenida para dejar igualada a cero.
- k Repetir el proceso hasta completar la tabla 27.

5. LECTURAS Y CÁLCULOS

<i>P</i>	ω	<i>p</i>	$m_{\overline{OP}}$	m_l	<i>P</i>
<i>x; y</i>	°	<i>cm</i>			<i>p</i> cos ω ; <i>p</i> sin ω
8; 1					
7; 5					
-9; 4					
-7; 2					
-10; -5					
-9; -8					
10; -6					
7; -7					

Tabla 27

<i>P</i>	<i>Ecuación obtenida</i>	<i>Ecuación igualada a cero</i>
<i>x; y</i>	$y - p \cos \omega = m_l(x - p \cos \omega)$	
8; 1		
7; 5		
-9; 4		
-7; 2		
-10; -5		
-9; -8		
10; -6		
7; -7		

Tabla 28



6. CONCLUSIONES

La forma normal de la ecuación de una recta es: _____

Donde:

$\cos \omega$ es _____

$\sin \omega$ es _____

p es _____

7. EJERCICIOS PROPUESTOS

En los siguientes ejercicios, una vez terminados, comprobar las respuestas obtenidas mediante el uso del software GeoGebra

1.- Si una circunferencia con centro en el origen es tangente a una recta en el punto $P(-12; -8)$. Determine la forma normal de esa recta tangente.

2.- Si la forma normal de una recta es $\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y - 39 = 0$, determinar el punto P por el que pasa dicha recta.



8. MATERIAL COMPLEMENTARIO

Animación en GeoGebra sobre la forma normal de la ecuación de una recta

<https://goo.gl/PTcNI7>



CONCLUSIONES

- Los cambios que se producen en las sociedades provocan que la educación se tenga que ir adaptando a nuevas teorías de enseñanza-aprendizaje.
- El uso de recursos didácticos en el proceso educativo es indispensable para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes y una enseñanza adecuada en los profesores.
- Los distintos tipos de aprendizaje de los estudiantes muestra la necesidad de poseer distintos tipos de materiales didácticos por parte de los profesores.
- En la geometría analítica, son necesario los recursos didácticos para lograr un mayor entendimiento de los contenidos de esta asignatura.



RECOMENDACIONES

- Utilizar el material didáctico siempre con la supervisión de un docente.
- Se recomienda que siempre que se haga uso del material didáctico, también se haga uso de la guía didáctica.
- En las animaciones de GeoGebra, se recomienda descargarlas desde la Internet para así acceder fácilmente a ellas cuando no se tenga acceso a la WEB.
- Es necesario que se desarrolle material didáctico para los temas de la circunferencia, la parábola, la elipse, la hipérbola, para poder así contar con más recursos para un mejor estudio de la geometría analítica.



BIBLIOGRAFÍA

- Arancibia, Violeta, Paulina Herrera y Katherine Strasser. *Manual de psicología educacional*. Sexta. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile, 2008.
- Boeree, George. «Teorías de la personalidad.» Noviembre de 2011. 15 de Febrero de 2015. <<http://www.doctutor.es/wp-content/uploads/2011/11/Eriksson-Teorias-de-la-personalidad.pdf>>.
- Cabrera, Beatriz y Clemen Mazzarella. «Vygotsky: enfoque sociocultural.» *Educere* V.13 (2001): 41-44.
- Cantoral, Ricardo y Rosa María Farfán. «Matemática educativa: una visión de su evolución.» *Revista Educación y Pedagogía* XV.35 (2003): 203-214.
- Carrasco, José Bernardo. *Una didáctica para hoy: Cómo enseñar mejor*. Madrid: Ediciones Rialp S. A., 2004.
- Carrillo Siles, Beatriz. «Dificultades en el aprendizaje matemático.» *Revista digital innovación y experiencias educativas* 16 (2009).
- Corr, Phillip J. *Psicología biológica*. Ed. Noé Islas. Trads. Susana Olivares y Gloria Padilla. México: McGraw-Hill, 2008.
- Corrales, María y Milagros Sierras. *Diseño de medios y recursos didácticos*. Málaga: Innovación y Cualificación S.L., 2002.
- Díaz Alcaraz, Francisco. *Didáctica y currículo: un enfoque constructivista*. Cuenca: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2002.
- Díaz, María, y otros. *Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas*. I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Santo Domingo, 2013.
- Domjan, Michael. *Principios de aprendizaje y conducta*. Trad. María Ortiz. Sexta. México: Cengage Learning, 2010.
- Escalante, Gregorio. «Introducción general al desarrollo II.» s.f. 15 de Febrero de 2015. <<http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/16175/1/introduccion-desarrollo2.pdf>>.
- Fuller, Gordon y Dalton Tarwater. *Geometría analítica*. Trad. Rafael Martínez Enríquez. Séptima. México: ADDISON WESLEY IBEROAMERICANA S.A., 1995.



- Gifre, Mariona y Moisés Guitart. «Consideraciones educativas de la perspectiva ecológica de Urie Bronferbrenner.» *Contextos educativos* 15 (2012): 79-92.
- Lehmann, Charles. *Geometría analítica*. Trad. Rafael García Díaz. México: Limusa, 2010.
- MEC Uruguay. «Historia de las matemáticas.» s.f. *Ministerio de Educacion y Cultura de Uruguay*. 15 de Abril de 2015. <http://www.edu.mec.gub.uy/biblioteca_digital/libros/Anonimos/Anonimo%20-%20Historia%20de%20las%20Matematicas.pdf>.
- Montaño Fimbre, María. «¿Por qué callar las malas prácticas educativas?» *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)* XXXVII.1 y 2 (2007): 115-124.
- Nérici, Imídeo Giuseppe. *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires: Editorial Kapeluz, 1985.
- Ospitaletche-Borgmann, Elisabeth y Víctor Martínez Luaces. «La Matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo.» *Números* 79 (2012): 7-16.
- Ríbnikov, K. *Historia de las matemáticas*. Trad. Concepción Valdés Castro. Moscú: Mir, 1987.
- Ruiz Zúñiga, Ángel. *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José: Eunod, 2003.
- Schunk, Dale. *Teorías del aprendizaje*. Trad. José Dávila. Segunda. México: Pearson, 1997.
- Torga, María Cecilia. «Vigotsky y Krashen: zona de desarrollo proximo y el aprendizaje de una lengua extranjera.» s.f. 30 de Mayo de 2015. <<http://www.fchst.unlpam.edu.ar/iciels/164.pdf>>.
- Torres, Rosa María. «Justicia educativa y justicia económica: 12 tesis para el cambio educativo.» *Movimiento de Educación Popular Integral y Promoción Social Fe y Alegría*, 2005.
- Woolfolk, Anita. *Psicología educativa*. Ed. Leticia Figueroa. Trad. Leticia Pineda. Decimoprimera. México: Pearson, 2010.
- Zarza Cortés, Olga. «Aprendizaje por descubrimiento.» *Revista digital innovación y experiencias educativas* 18 (2009).



ANEXOS

**ANEXO 1.**

ENCUESTA SOBRE EL USO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE SISTEMAS DE COORDENADAS, LUGARES GEOMÉTRICOS, GRÁFICA DE UNA ECUACIÓN Y LA RECTA

NOMBRES	
APELLIDOS	
FECHA	
GÉNERO (M/F)	



Buenos días.

Esta encuesta tiene la finalidad de conocer los algunos criterios que los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca tienen sobre el uso del material didáctico en el estudio de los temas antes mencionados perteneciente a la asignatura de Geometría Analítica.

Le solicitamos leer cuidadosamente los enunciados y marcar con una cruz (X) la opción con la que usted concuerde, además le pedimos responder de la manera más sincera, ya que la información será utilizada con fines estadísticos para la elaboración de nuestro proyecto.

NOTA: Los datos de los nombres y apellidos serán totalmente confidenciales y son necesarios para verificar la franqueza de su encuesta.

Si tuviera alguna duda por favor preguntar al encuestador.

CUESTIONARIO

Indique su grado de acuerdo con cada enunciado, según el siguiente convenio: 1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo:							
No.	Enunciado	1	2	3	4	5	6
1	Los aprendizajes son más eficientes mediante el uso del material didáctico.						
2	El uso del material didáctico genera un pensamiento crítico y lógico.						
3	La Geometría Analítica implica principalmente memorización y seguimiento de reglas.						
4	Considero a la Geometría Analítica como una materia de vital importancia para mi futura labor docente.						
5	La Geometría Analítica es demasiado abstracta, por lo que se necesita de material didáctico para su estudio.						



6	Para que los estudiantes comprendan de mejor manera la Geometría Analítica, los docentes deben utilizar el material didáctico como apoyo a la teoría.						
7	Con la utilización del material didáctico de Geometría Analítica, se mejoran las habilidades y destrezas de los estudiantes en esta asignatura.						
8	Cuando el docente utiliza el material didáctico la clase es más dinámica y eficiente.						
9	El estudio de los sistemas coordenados sin material didáctico es sumamente fácil.						
10	En el estudio de los temas concernientes a las gráficas de una ecuación y lugares geométricos el material didáctico es indispensable.						
11	El material didáctico es innecesario para el aprendizaje de los temas relacionados con la recta.						
12	Al mezclar la teoría con la práctica, mediante el uso del Laboratorio de Matemática, éste ayudaría a un mejor aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes.						
13	El uso del material didáctico sin una guía, es efectivo en cuanto a desarrollar los aprendizajes en los estudiantes.						
14	Una guía didáctica que permita el correcto uso del material didáctico, optimiza el tiempo.						
15	El estudiante puede lograr un mejor nivel de aprendizaje con el uso de una guía didáctica.						
16	El Laboratorio de Matemáticas de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca cuenta con todo el material didáctico adecuado para el estudio de la Geometría Analítica						

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Anexo 2: Materiales de la caja de Función Seno



Imagen 26.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Imagen 27.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 3: Materiales de la caja Lugares Geométricos

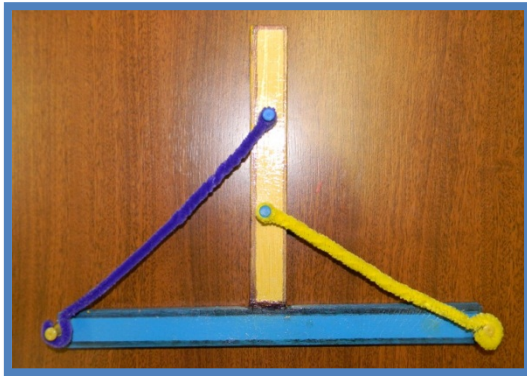


Imagen 28.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

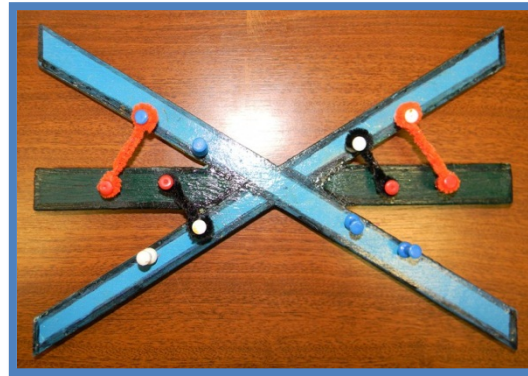


Imagen 29.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

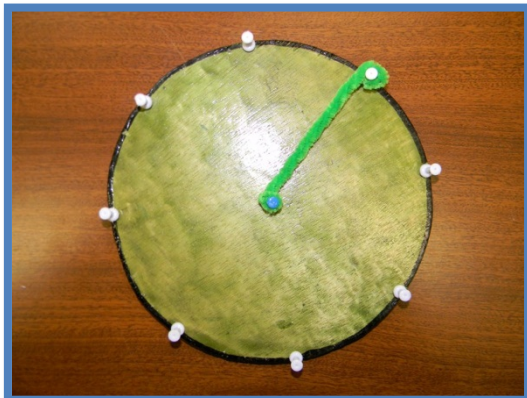


Imagen 30.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

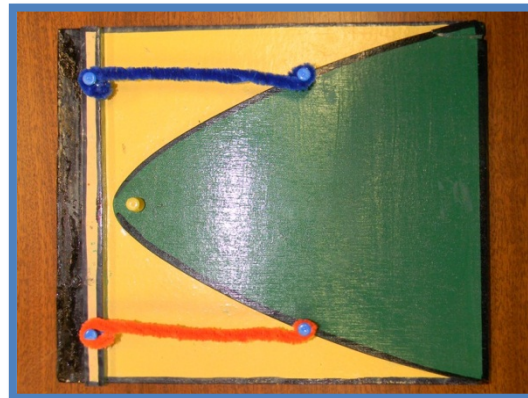


Imagen 31.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

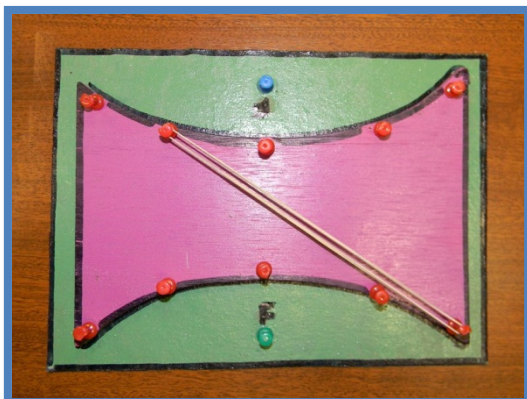


Imagen 32.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

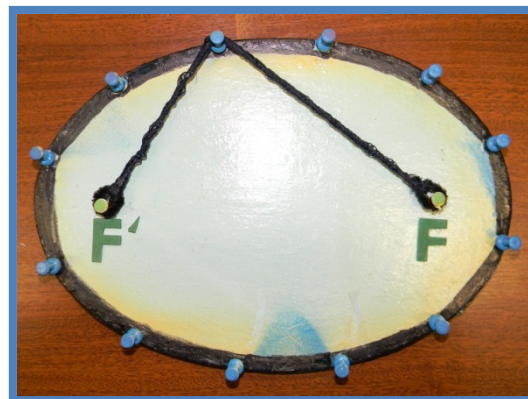


Imagen 33.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

Anexo 4: Coordenadas rectangulares

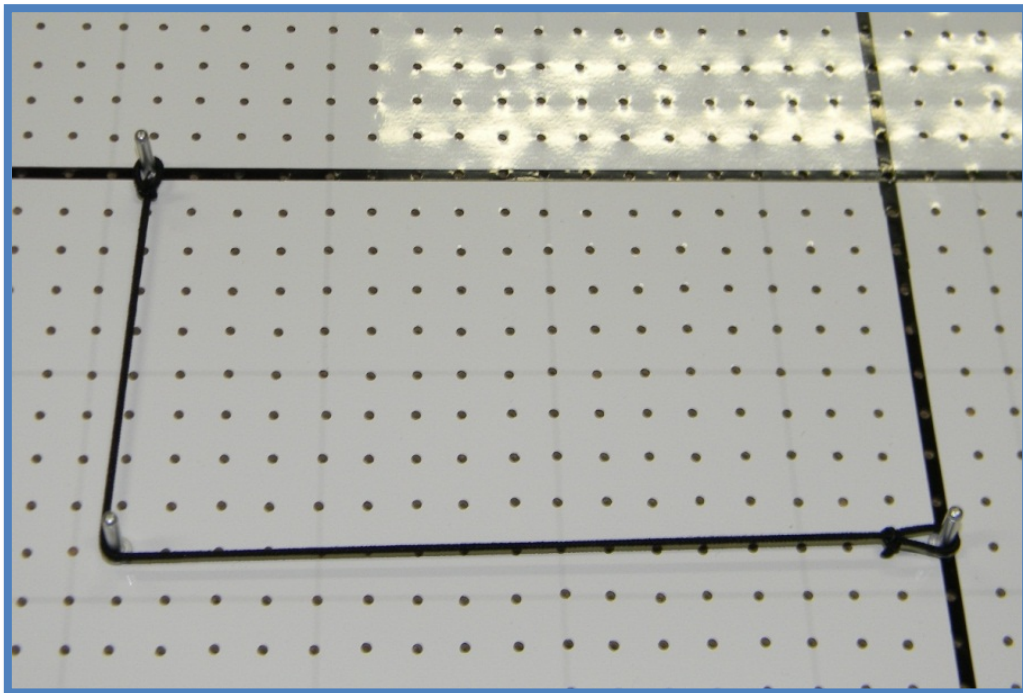


Imagen 34.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

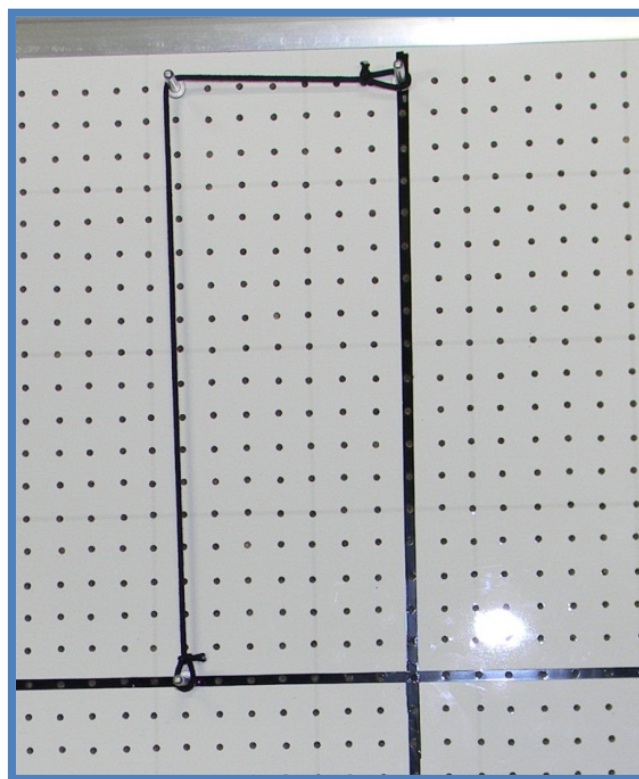


Imagen 35.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

Anexo 5: Distancia entre dos puntos dados

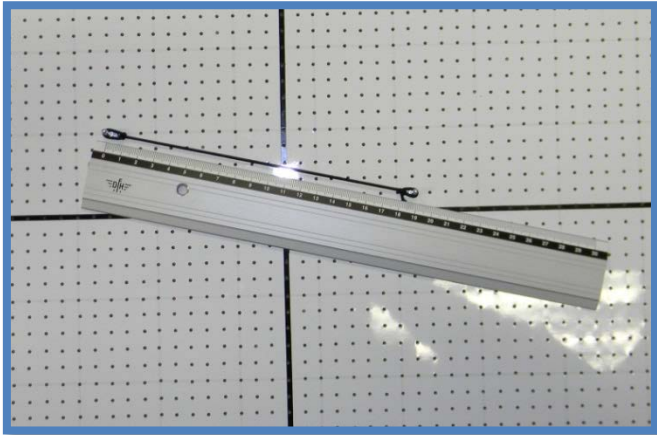


Imagen 36.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

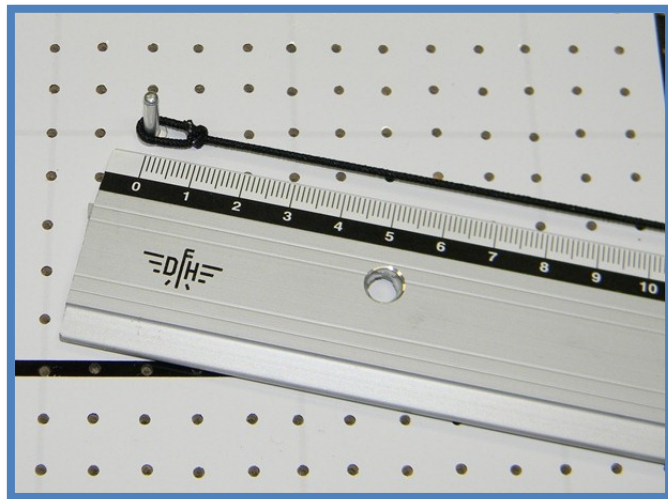


Imagen 37.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

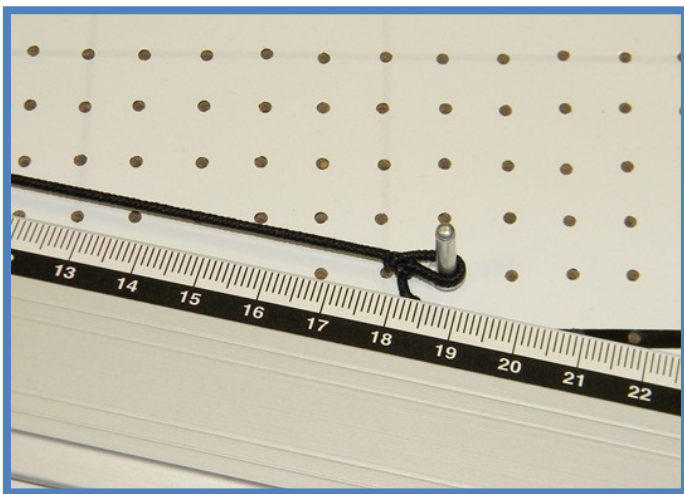


Imagen 38.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 6: Punto que divide a un segmento en una razón dada

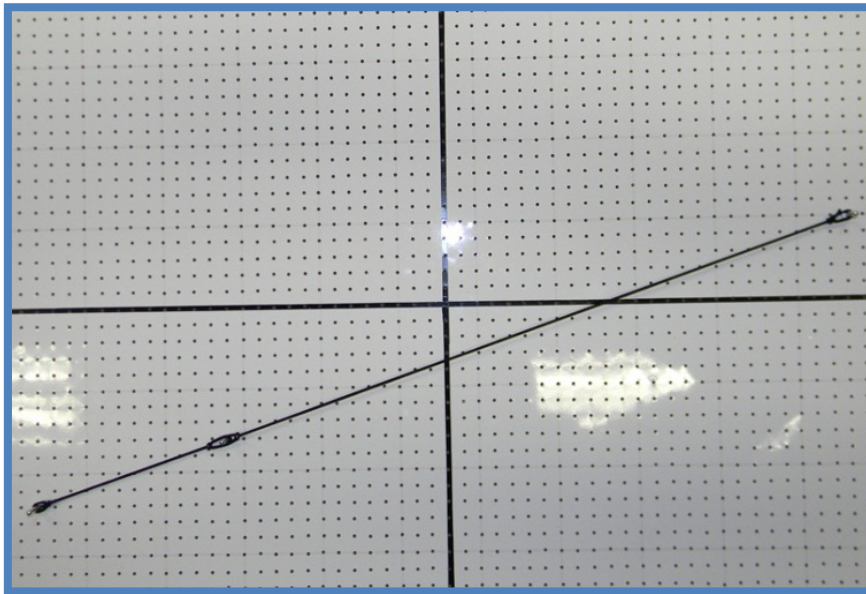


Imagen 39.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

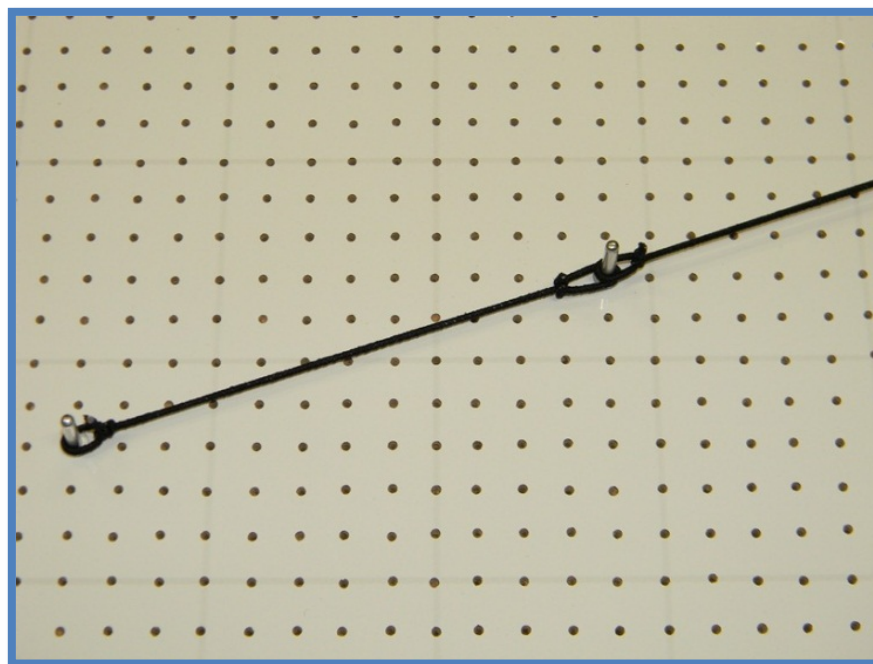


Imagen 40.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 7: Pendiente de una recta

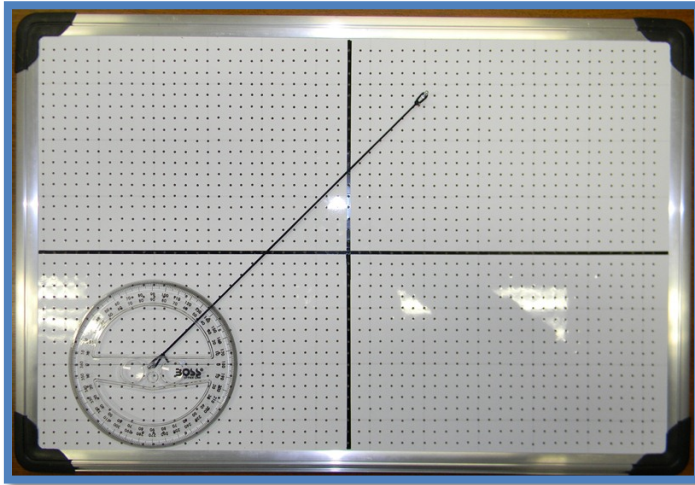


Imagen 41.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

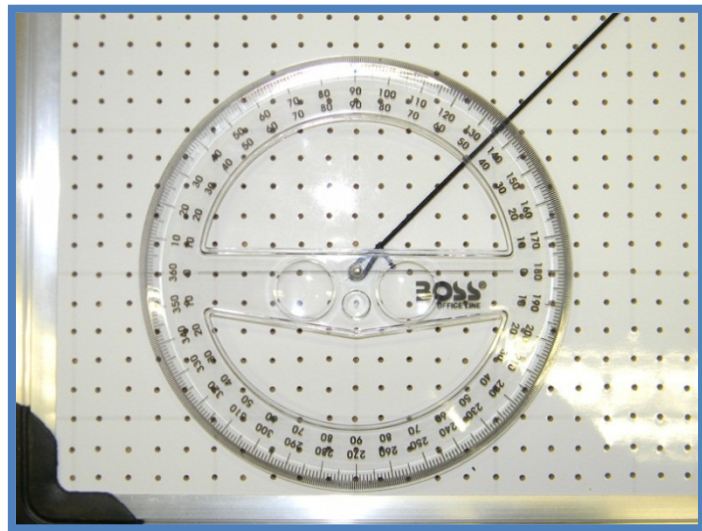


Imagen 42.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

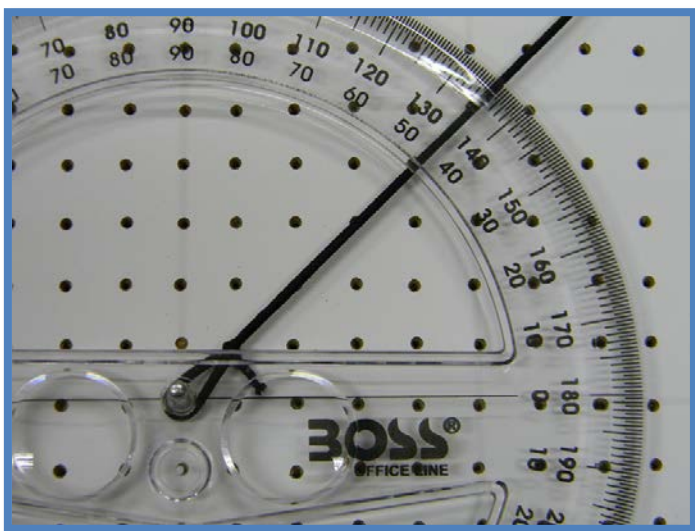


Imagen 43.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 8: Material para la gráfica de $y = \sin x$

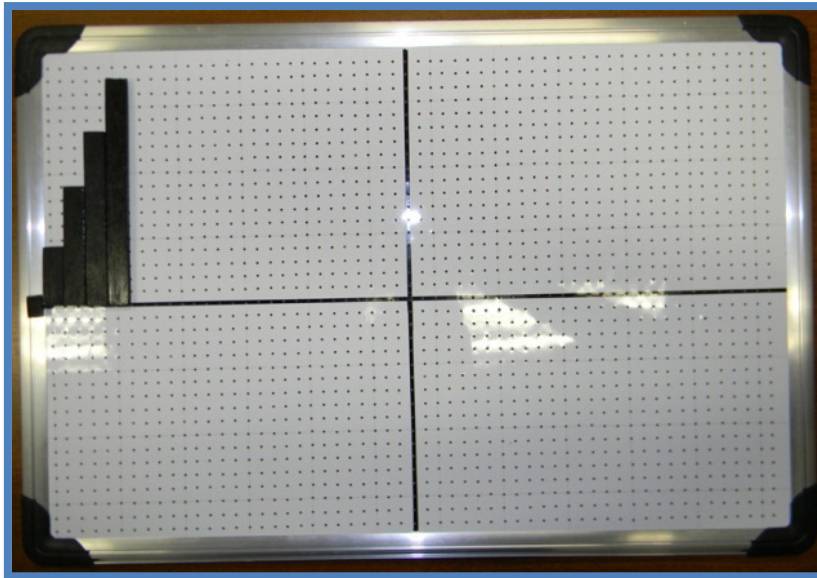


Imagen 44.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

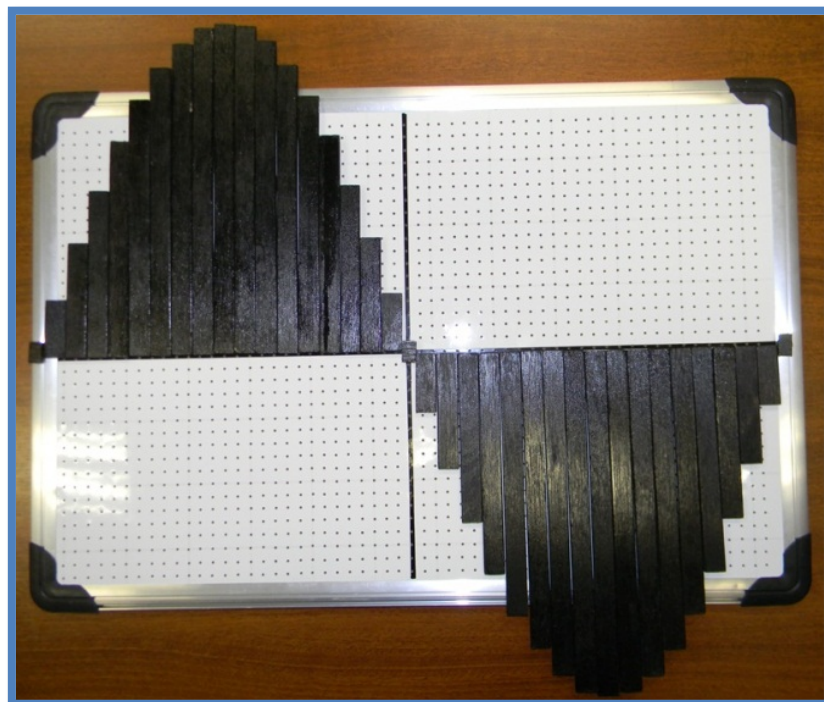


Imagen 45.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

Anexo 9: Lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que siempre equidista de dos puntos fijos dados

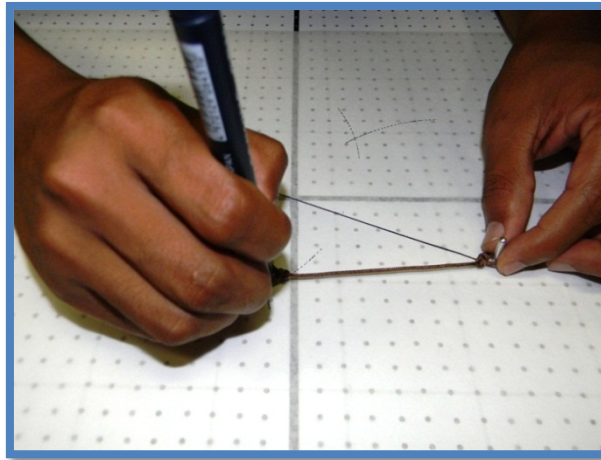


Imagen 46.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

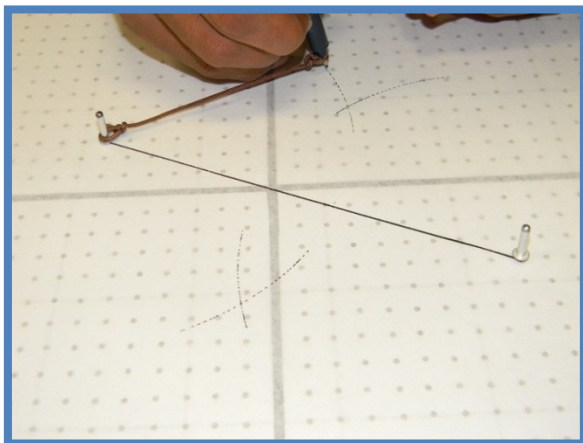


Imagen 47.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

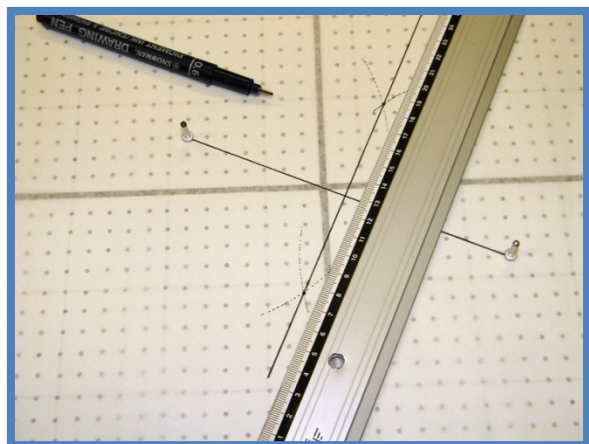


Imagen 48.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

Anexo 10: Lugar geométrico de un punto que se mueve de manera que siempre mantiene una distancia constante de un punto fijo dado

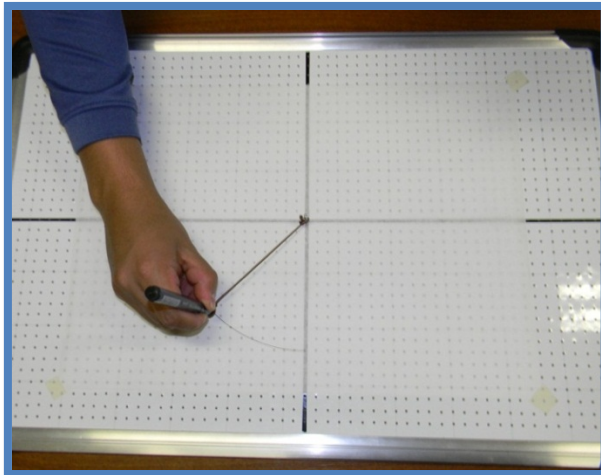


Imagen 49.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

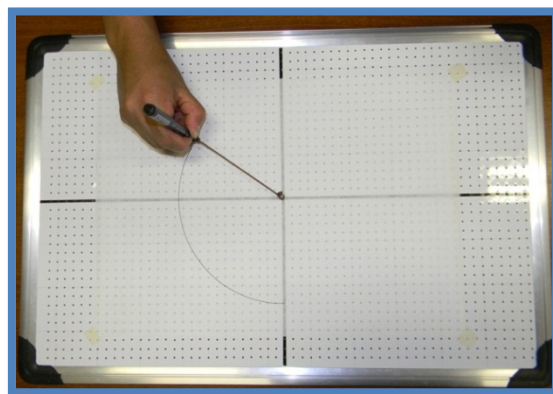


Imagen 50.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

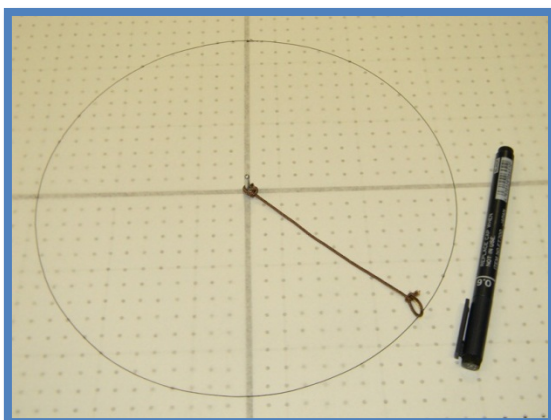


Imagen 51.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 11: lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de una recta fija es siempre igual a su distancia a un punto fijo

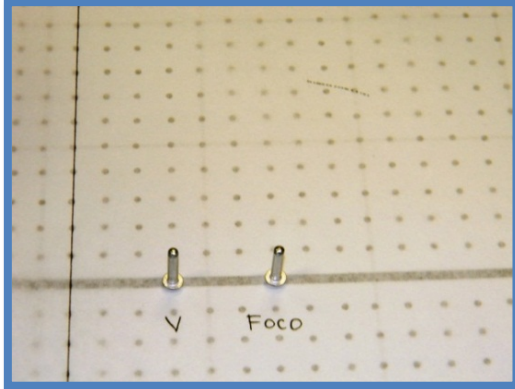


Imagen 52.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

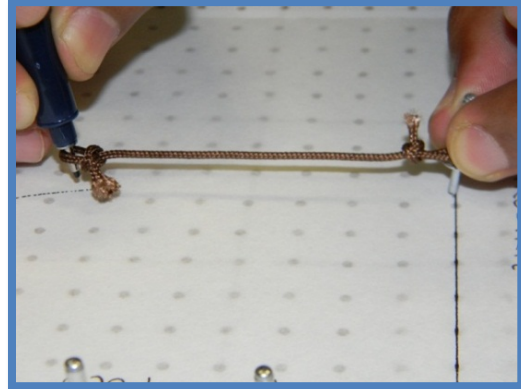


Imagen 53.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

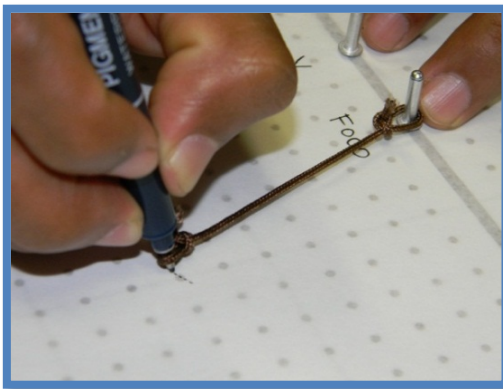


Imagen 54.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

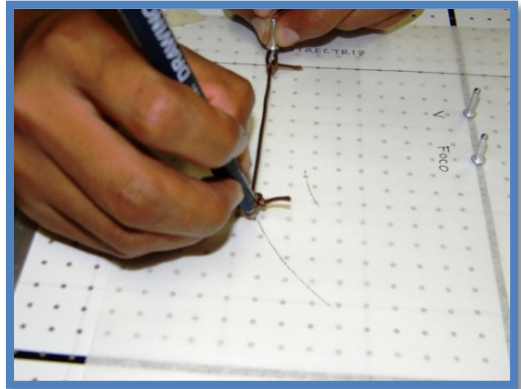


Imagen 55.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

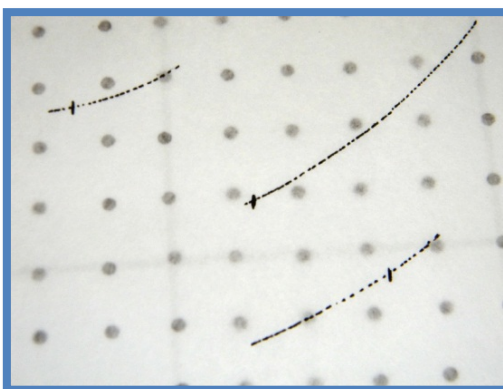


Imagen 56.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

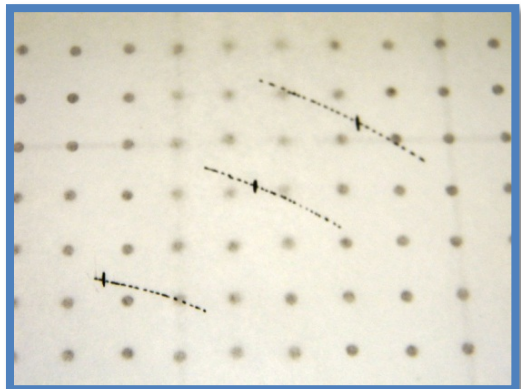


Imagen 57.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

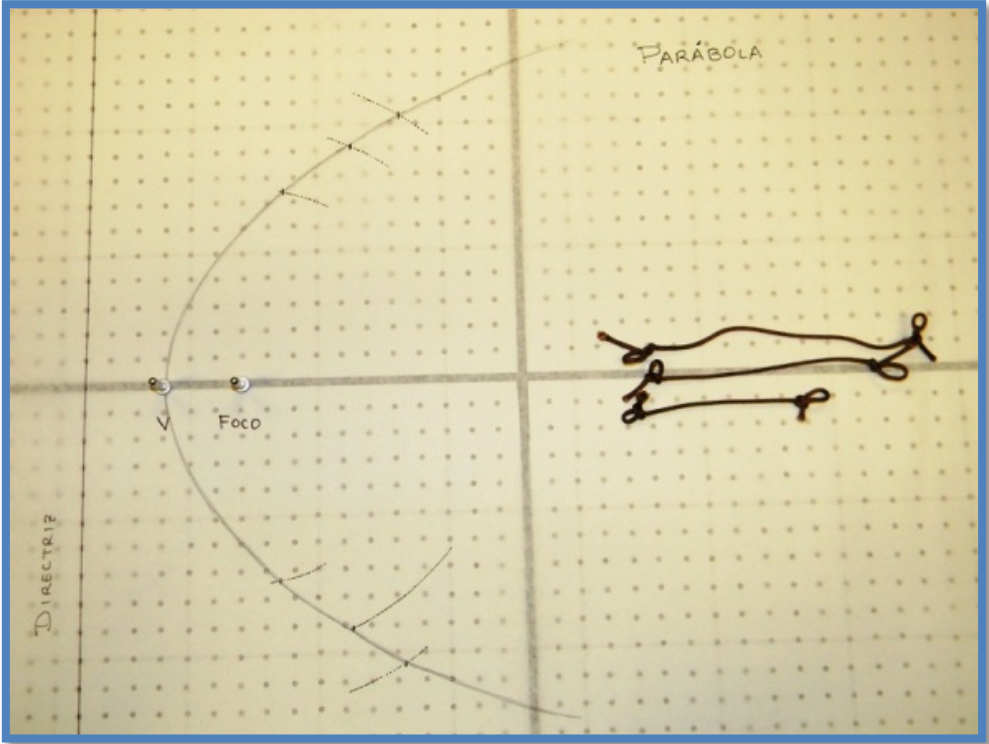


Imagen 58.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 12: Lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos es siempre igual a una constante mayor que la distancia entre los dos puntos

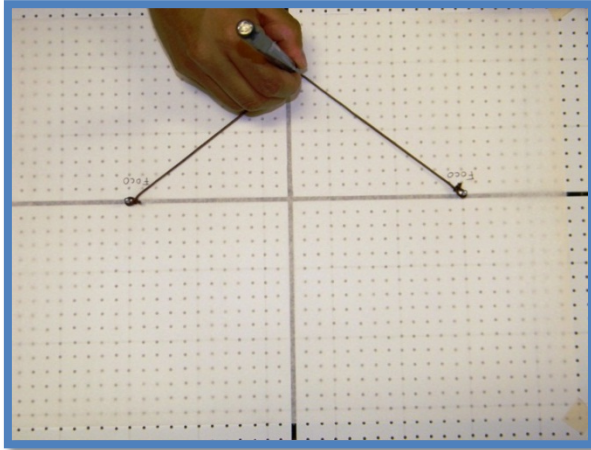


Imagen 59.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

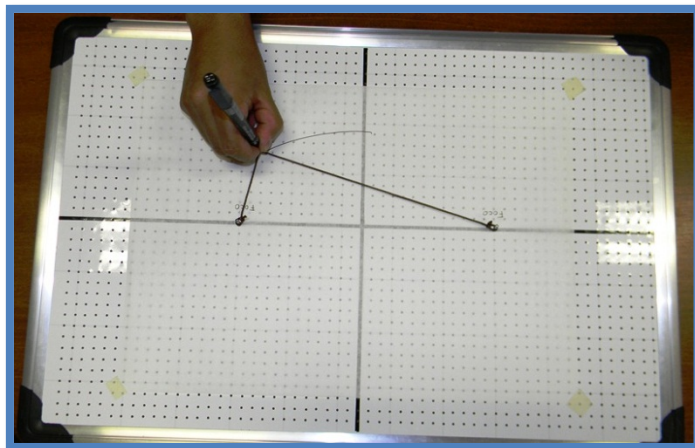


Imagen 60.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

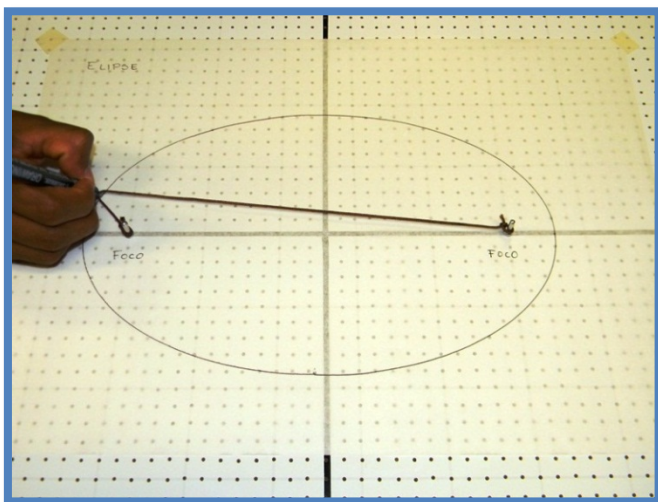


Imagen 61.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 13: Construcción de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada

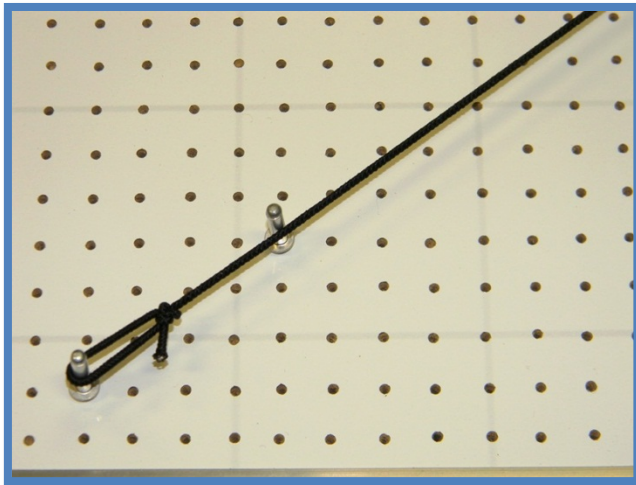


Imagen 62.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

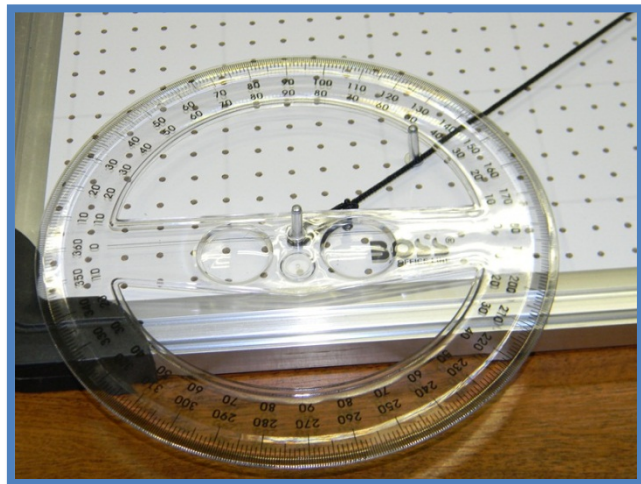


Imagen 63.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

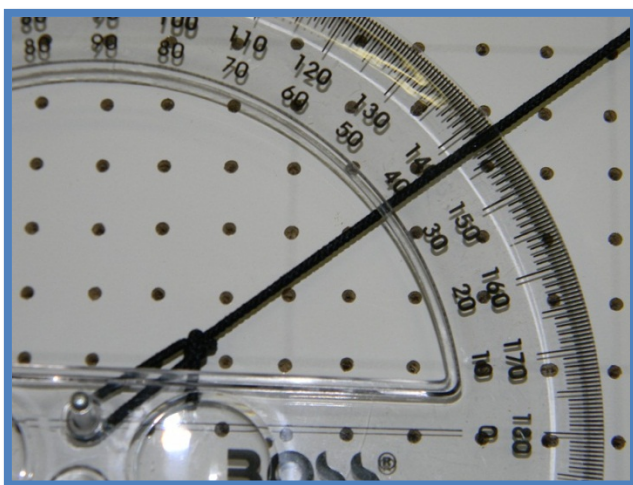


Imagen 64.
Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 14: Construcción de la recta que pasa por dos puntos

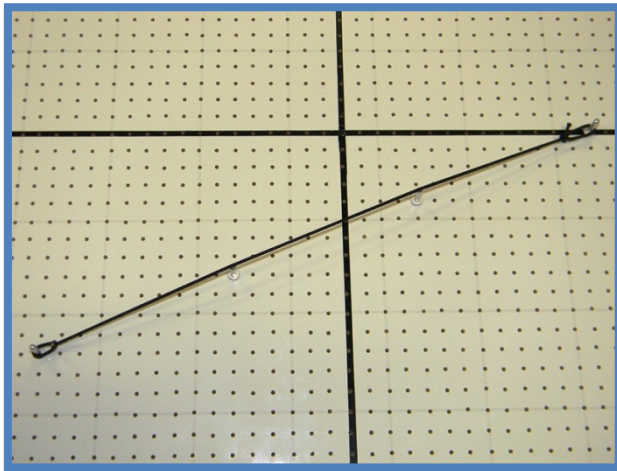


Imagen 65.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

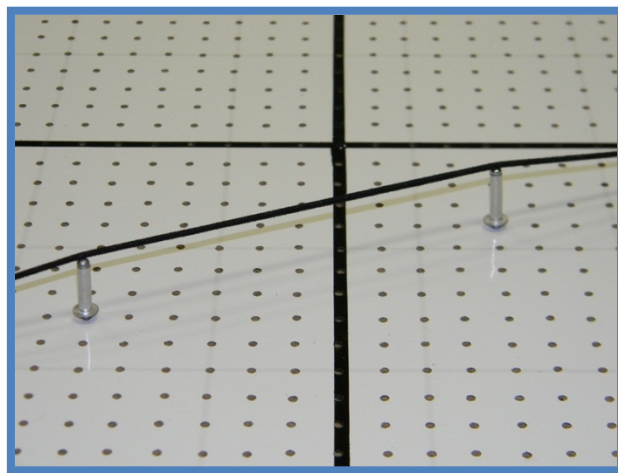


Imagen 66.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

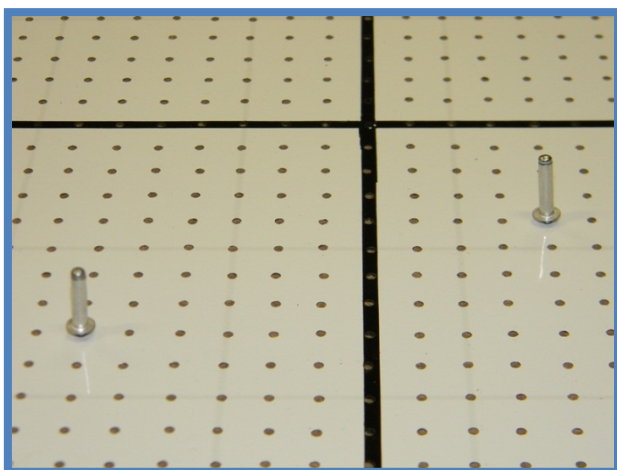


Imagen 67.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco



Anexo 15: Construcción de la forma normal de la recta

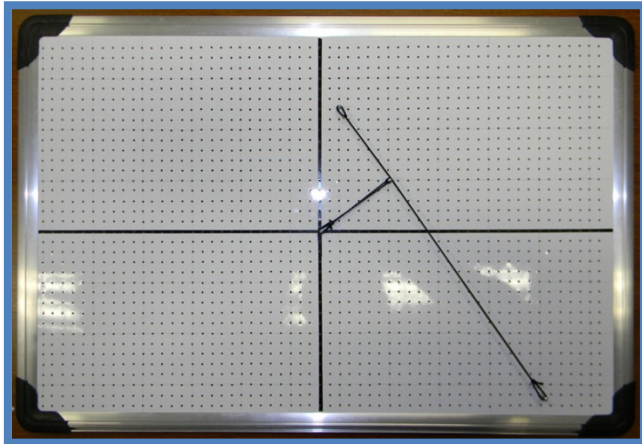


Imagen 68.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

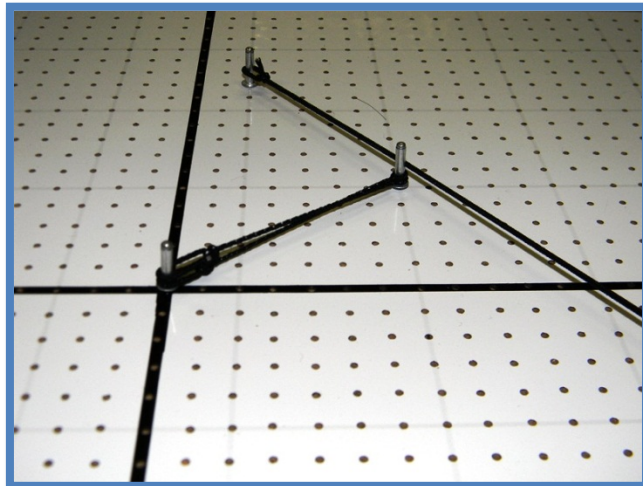


Imagen 69.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco

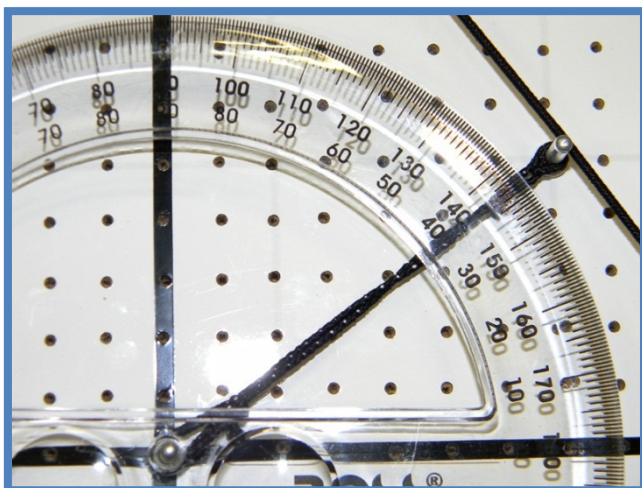


Imagen 70.

Autores: Piña Blaise, Tigre Marco