

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS ESCUELA DE INGENIERÍA AMBIENTAL

PRONÓSTICO DE SEQUÍAS - CASO DE ESTUDIO EN LA CUENCA DEL RÍO MACHÁNGARA

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN
DEL TÍTULO DE INGENIERO AMBIENTAL

AUTOR:

DARÍO XAVIER ZHIÑA VILLA

C.I. 0105044481

DIRECTOR

ING. ALEX MANUEL AVILÉS AÑAZCO MSc.

C.I. 0102247186

CUENCA – ECUADOR

2016



RESUMEN

Las sequías son un fenómeno natural que afecta tanto a los ecosistemas como a las personas que se benefician de diversos servicios hídricos (abastecimiento de agua para consumo humano, generación hidroeléctrica, irrigación, etc.). Anticipar la ocurrencia de este fenómeno podría ayudar a planificar y gestionar los recursos hídricos de una manera adecuada para disminuir los impactos negativos en los diferentes usuarios del agua. Este estudio realiza pronósticos de sequías para seis meses adelante mediante los modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA) y utilizando los índices estandarizados de lluvia (SPI) y caudales (SSI) en tres ventanas de tiempo. Para probar la metodología se escogió la microcuenca del río Chulco ubicada en el sistema hidrográfico Machángara-Paute-Santiago al sur del Ecuador. Los resultados muestran que los mejores pronósticos se obtuvieron cuando se utilizó el índice SSI y para los tres primeros meses. Este estudio podría ser de utilidad para los tomadores de decisiones en la definición de las políticas más adecuadas para la prevención y mitigación de sequías.

Palabras clave: Pronóstico de sequías, SPI, SSI, ARIMA.



ABSTRACT:

Droughts are a natural phenomenon that affect both ecosystems and people benefiting from various water services (supply of drinking water, hydropower, irrigation, etc.). Anticipating its occurrence could help plan and manage water resources in a more efficient way to reduce the negative impact on different water users. This study aims to provide drought forecast for six months ahead by the Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) models and using the standardized precipitation index (SPI) and flows (SSI) in three time windows. The Chulco river microbasin, located in the hydrographic system Machángara-Paute-Santiago in the south of Ecuador, has been chosen to test the methodology. The results show that the best forecasts were obtained when using the SSI for the first three months. This study could be useful for decision makers in defining the most appropriate policies for the prevention and drought mitigation.

Keywords: Drought, SPI, SSI, forecasting and ARIMA models.



CONTENIDO

CAPÍTULO I	11
1 INTRODUCCIÓN.....	11
CAPÍTULO II	16
2 MATERIALES Y MÉTODOS	16
2.1 Descripción de la zona de estudio	16
2.2 Descripción de Índices.....	19
2.2.1 Índice SPI	20
2.2.2 Índice SSI	23
2.3 Modelos ARIMA	24
CAPÍTULO III	30
3 RESULTADOS Y DISCUSIONES	30
3.1 Índices SPI y SSI	30
3.2 Calibración del modelo ARMA	30
3.2.1 Identificación del modelo ARMA.....	32
3.2.2 Estimación de parámetros del modelo ARMA	34
3.2.3 Comprobación de la bondad de ajuste del modelo ARMA	34
3.3 Pronóstico y Validación del modelo ARMA.....	38
CAPÍTULO IV.....	45
4 CONCLUSIONES.....	45
5 BIBLIOGRAFÍA.....	48
APÉNDICE A	53

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación de Microcuenca del Río Chulco	16
Figura 2. Promedios mensuales de precipitación y caudal de las series de tiempo	18
Figura 3. Diagrama de dispersión de los valores estandarizados del caudal y precipitación	18
Figura 4. Regímenes de precipitación de la cuenca del río Paute	19
Figura 5. Curva de masa para la precipitación acumulada y el caudal acumulado.....	20
Figura 6. Índices SPI1, SPI3 y SPI6.....	31
Figura 7. Índices SSI1, SSI3 y SSI6.....	31
Figura 8. Gráficas ACF y PACF para la serie de tiempo SPI 3	32
Figura 9. ACF y PACF para la serie de tiempo SSI 3.....	33
Figura 10. Series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SPI3	35
Figura 11. Series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SSI3	35
Figura 12. ACF y PACF de los residuales del modelo ARMA para el SPI3	37
Figura 13. ACF y PACF de los residuales del modelo ARMA para el SSI3 ...	37
Figura 14. Histogramas de frecuencia de las series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SPI 3 y SSI 3.....	37
Figura 15. SPI 1 observado y pronosticado	38
Figura 16. SSI 1 observado y pronosticado.....	38
Figura 17. SPI 3 observado y pronosticado	39
Figura 18. SSI 3 observado y pronosticado	39
Figura 19. SPI 6 observado y pronosticado	40
Figura 20. SSI 6 observado y pronosticado	40
Figura 21. Coeficientes de correlación a diferentes ventanas de tiempo	42



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de las sequías basado en el SPI	23
Tabla 2. Funciones de Distribución Gamma, Weibull, Normal, Logística y Log-normal	23
Tabla 3. AIC y BIC de los mejores modelos ARMA	33
Tabla 4. Parámetros para cada uno de los modelos ARMA seleccionados	34
Tabla 5. Valores obtenidos del Test de Shapiro	35
Tabla 6. Valores de los coeficientes de Nash-sutcliffe.....	41
Tabla 7. Coeficientes de correlación (R) entre los valores observados y pronosticados para las diferentes ventanas de tiempo	42
Tabla 8. Valores del test de significancia de correlación	43

CLÁUSULA DE DERECHO DE AUTOR

Yo, Darío Xavier Zhiña Villa, autor de la tesis "PRONÓSTICO DE SEQUÍAS - CASO DE ESTUDIO EN LA CUENCA DEL RÍO MACHÁNGARA", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de (título que obtiene). El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 7 de Marzo de 2016



Darío Xavier Zhiña Villa

C.I: 010504448-1

CLÁUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Yo, Darío Xavier Zhiña Villa, autor/a de la tesis "PRONÓSTICO DE SEQUÍAS - CASO DE ESTUDIO EN LA CUENCA DEL RÍO MACHÁNGARA", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 7 de Marzo de 2016



Darío Xavier Zhiña Villa

C.I: 010504448-1



DEDICATORIA

A Dios por la oportunidad que me ha brindado para poder alcanzar este objetivo.

A mi padre Manuel Zhiña, por sus enseñanzas, consejos y apoyo que me ha sabido brindar a lo largo de todos estos años, los cuales han hecho que me convierta en la persona de bien que soy ahora.

A mi madre Blanca Villa, porque siempre ha estado ahí cuando lo he necesitado, por el amor que me brinda, sus regaños desde muy pequeño los cuales me han servido mucho y ahora se ven reflejados en este objetivo que lo estoy alcanzando.

A mis hermanas Daniela y Diana, que desde muy pequeñas siempre han estado conmigo apoyándome y ayudándome incondicionalmente.

A mis amigos y amigas que siempre me han estado apoyando y aconsejando.



AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por la salud y vida que me ha dado para poder cumplir esta meta que me he propuesto.

A mis padres Manuel y Blanca y a mis hermanas Daniela y Diana por los consejos y apoyo que me han sabido brindar durante este tiempo.

Al Ingeniero Álex Avilés (Director) que con su conocimiento y experiencia me ha brindado todo el apoyo y orientación a lo largo de esta investigación.

Al Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI) y al Consejo de la cuenca del Machángara por los datos de precipitación y caudal con los cuales se realizó la investigación.

A mis amigos y amigas que siempre han estado ahí para mí, dándome ánimos y aconsejándome en todo momento.

A mis profesores de carrera que me han compartido su conocimiento a lo largo de estos 5 años.

CAPÍTULO I

1 INTRODUCCIÓN

Si se consulta un cierto número de enciclopedias o diccionarios, podemos darnos cuenta que todos ellos tienen un concepto similar sobre las sequías el cual es “deficiencia de precipitaciones durante un período de tiempo relativamente prolongado” (Valiente, 2001). Sin embargo la sequía es un fenómeno relativamente complejo, del cual resulta difícil poder dar un enfoque genérico que abarque todos sus aspectos y satisfaga toda expectativa. (Velasco et al., 2005).

Según estos últimos autores y Martínez & Carrillo, (2005), entre las causas que pueden originar las sequías están: (a) cambios en la temperatura superficial de los mares y océanos en el que se da un recalentamiento de la superficie del mar, dando como resultado una alteración general de la atmosfera, (b) existencia de una capa de polvo espesa en la atmósfera, la cual impide que la Tierra se enfríe, dando como resultado un aumento lento pero constante de la temperatura, esta capa de polvo se origina debido a la erosión eólica, (c) la quema de combustibles fósiles, el cambio de uso del suelo y la actividad antropogénica que contribuyen a la modificación de la atmósfera dando como resultado alteraciones en los patrones de precipitación. En el Ecuador, las sequias se originan debido a situaciones climáticas anómalas como son: (a) la situación septentrional anómala ocasionada por la corriente fría de Humboldt (opuesta a la del fenómeno de El Niño). (b) La influencia de El Niño sobre los regímenes hidro-pluviométricos del Ecuador, en la cual las precipitaciones se ven afectadas (c) situación anticiclónica que bloquea la acción de los frentes, sistemas convectivos y depresiones, como es el caso de la sierra ecuatoriana y de las estribaciones orientales de la cordillera (Cadier et al. 1997; Rossel, 1997). Además se ha determinado además una relación entre la lluvia en la zona de estudio y algunos índices climáticos como son la Temperatura Superficial del Mar (TSM), el Índice Oceánico del Niño (ONI) y el índice de Oscilación Sur (IOS) (Rossel, 1997).

Existen diversos tipos de sequias, Wilhite & Glantz, (2009) las clasificaron en 4 grupos, sequía hidrológica, sequía meteorológica, sequía agrícola y sequía socioeconómica.



- La sequía hidrológica definida como un período durante el cual los caudales son inadecuados para poder satisfacer los usos establecidos bajo un sistema determinado de gestión de aguas (Valiente, 2001; Velasco et al., 2005).
- La sequía meteorológica, conocida como un intervalo de tiempo (con una duración de meses o años) en el que el aporte de la humedad en un sitio específico cae por debajo de lo climatológicamente esperado o apropiado, se puede decir que la sequía meteorológica es la falta prolongada de precipitación, por debajo de la media (Valiente, 2001).
- La sequía agrícola que se produce cuando no existe la suficiente humedad en el suelo para que se produzca el desarrollo de un determinado cultivo (Valiente, 2001; Velasco et al., 2005).
- La sequía socioeconómica que se produce cuando la disponibilidad del agua disminuye a tal punto de provocar daños personales y económicos a la población de la zona que es afectada. (Valiente, 2001)

Las sequías se caracterizan habitualmente por medio de índices, los cuales son indicadores de diferentes variables ambientales e hidrometeorológicas relacionadas con el fenómeno (caudales, precipitación, producción de cultivos, nivel de aguas subterráneas, etc.). Entre los índices de sequía comúnmente utilizados tenemos: El Índice de sequía de Palmer (PDSI), basado en la precipitación y temperatura, mide la duración, intensidad y extensión espacial de la sequía, además es uno de los pocos índices estandarizados que facilita la comparación directa entre PDSI de diferentes regiones (Palmer, 1965), su máxima limitación radica en que el índice está basado en reglas y supuestos arbitrarios (Avilés et al., 2015; Mishra & Singh, 2010); El Índice de humedad de cultivos (CMI) evalúa las condiciones de humedad a corto plazo, utiliza datos medios semanales de temperatura y precipitación, sus valores pueden ser utilizados para comparar las condiciones de humedad entre diferentes localidades, sin embargo no permite monitorear las condiciones de humedad que afectan a los cultivos en desarrollo a largo plazo (Palmer, 1968); El Índice de precipitación estandarizado (SPI), utiliza un registro de la precipitación de un lugar, el cual es ajustado a una función de probabilidad gamma que es transformada en una distribución de probabilidad normal estandarizada, su



principal ventaja radica en que puede ser calculado para una gran variedad de ventanas de tiempo, es uno de los métodos más sencillos de efectuar y se encuentra entre los índices más usados para el pronóstico de sequías (Avilés et al., 2015), su desventaja radica en el uso de únicamente la precipitación para la obtención del índice (Mckee et al., 1993); El Índice de caudal estandarizado (SSI), basado en el ajuste de cada serie mensual de caudal a distribuciones de probabilidad distintas que son transformadas en distribuciones de probabilidad normal estandarizadas, permite monitorear las sequías hidrológicas, el método para su cálculo es similar al del SPI, por lo que tiene la ventaja de poder calcularse para varias ventanas de tiempo, su desventaja reside en el uso de los datos de caudal únicamente, (Mishra & Singh, 2010; Serrano et al., 2012).

Una de las deficiencias en la prevención de los impactos causados por las sequias es la incapacidad de poder predecir con precisión las épocas de escasez de agua; esta incapacidad puede ser debido a la amplia variabilidad espacio temporal de las variables hidrometereológicas. Por otro lado, las épocas con déficit de agua activan el reto de operar sistemas de recursos hídricos en situaciones de riesgo de desabastecimiento de agua, ya que esta reducción del recurso podría perjudicar a los diferentes sectores de la población desde el punto de vista ambiental, social y económico. El desarrollo de metodologías que adviertan los tiempos de escasez brinda un buen soporte a la hora de tomar una decisión con respecto al suministro de agua a los diferentes usos y además aumenta la confianza del administrador del sistema para la gestión del recurso hídrico en épocas de sequía con la finalidad de minimizar los impactos en la población.

Existen diversas metodologías para poder pronosticar las sequías. Entre las cuales tenemos: Los comúnmente utilizados modelos de Regresión que se basan en la relación entre 2 o más variables cuantitativas, una dependiente (cuyo valor va a determinarse, también llamado predictando) y otras independientes cuyo valor ya es conocido (también llamados predictores) (Mishra & Singh, 2011; Kumar & Panu, 1997); Los modelos de Series de Tiempo son usados en muchas aplicaciones científicas (Durdu, 2010; Fernández et al., 2009; Mishra & Desai, 2005; Modarres, 2007), entre sus ventajas tenemos la capacidad para la identificación, estimación y



comprobación de bondad ajuste para el desarrollo de un modelo (Mishra & Desai, 2005; Mishra & Singh, 2011); Los modelos basados en probabilidades, son útiles en el pronóstico de sequías debido que cuantifican las incertidumbres asociadas con las variables hidrometeorológicas que causan las sequías (Avilés et al., 2015; Avilés, Céleri, Solera, & Paredes, 2016; Ashok K. Mishra & Singh, 2011); Los modelos basados en redes neuronales artificiales, son un tipo de modelo no lineal flexible que puede descubrir de forma adaptativa los patrones de los datos, pueden aprender de la experiencia y estimar cualquier relación funcional compleja con una alta precisión (Morid et al., 2007), etc.

De todas las metodologías descritas se ha optado por escoger el método de series temporales para la predicción de sequías mediante la utilización de los modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA) y utilizando los índices SPI y SSI. Los modelos ARIMA fueron desarrollados en 1970 por Box y Jenkins, los cuales desarrollaron una metodología destinada a identificar, estimar y diagnosticar modelos de series temporales. Este tipo de modelos generalizan los modelos ARMA permitiendo trabajar con series no estacionarias. Su metodología deja que los datos de la serie temporal de la variable a ser estudiada indique las características de la estructura probabilística que se encuentra en la serie y ayude a pronosticar su futuro. (Espasa, 1991). Estos modelos tienen la ventaja de proporcionar óptimas predicciones en un plazo inmediato, no requieren de otras variables para su cálculo, además su metodología es sencilla y útil, su única desventaja radica en que al utilizar una sola variable para su desarrollo no toma en cuenta las relaciones que podrían existir entre otras variables (Box & Jenkins, 1976).

Para probar la metodología se ha escogido la microcuenca del río Chulco, perteneciente a la subcuenca del río Machángara, la cual tiene una gran importancia debido a que en ella se encuentran el complejo Hidroeléctrico Machángara, llamado así por los proyectos hidroeléctricos más importantes de la empresa ELECAUSTRO como son la las centrales de Saucay y Saymirín abastecidas por los embalses de El Labrado (microcuenca del río Chulco) y Chanlud (microcuenca del río Machángara Alto). El agua almacenada en los embalses también sirve para solventar parte de la demanda de consumo humano de la ciudad de Cuenca y para proveer de recursos hídricos a



demandas agrícolas. Asimismo la zona de estudio tiene una importancia biológica ya que tiene una gran biodiversidad de flora y de fauna en la cuenca media y alta (ETAPA EP, 2014).

En la subcuenca del río Machángara ya se han realizado estudios previos como la tesis de grado de Quito N. (2015) para la predicción de lluvia y caudal aplicado en la microcuenca del río Machángara alto y la microcuenca del río Chulco. Para la predicción de lluvia se utilizó 2 metodologías: modelos ARIMA y Redes Neuronales Artificiales (RNAs), mientras que para la predicción del caudal se utilizó RNAs y un modelo híbrido que combina el método ARIMA y las RNAs. Concluyendo que para la predicción de la precipitación los modelos basados en RNAs dan un mejor pronóstico y para la predicción de caudales los modelos híbridos son mejores que los de RNAs. Además se puede mencionar los estudios realizados por Avilés et al., (2015) en el que un índice de sequía fue desarrollado para predecir la ocurrencia y magnitud de los eventos por medio de Cadenas de Markov de primer orden y Cadenas de Markov de segundo orden en la microcuenca del río Chulco, su rendimiento fue comprobado usando los puntajes RPS y GMSS y los resultados indicaron que los eventos con mayor severidad de la sequía se predijeron con mayor precisión; y Avilés et al., (2016) en los cuales compararon modelos de cadenas de Markov (MC) y modelos basados en redes Bayesianas (BN) para el pronóstico de sequías por medio de un índice de sequía recientemente desarrollado (basado en las variables relacionadas con el agua), los resultados revelaron que los modelos basados en MC predicen mejor los períodos húmedos y secos, mientras que los modelos basados en BN generan ligeramente previsiones de las sequías más severas de forma más precisa.

Se puede apreciar que existe preocupación por el estudio de estos fenómenos en la subcuenca del Machángara, es por esto que la presente tesis pretende aportar con nuevo conocimiento en la zona de estudio utilizando modelos de pronóstico con variables continuas cuyos resultados podrían servir para que los gestores del agua formulen oportunas y equitativas medidas de prevención y mitigación de sequías, y así disminuir los impactos que este fenómeno pudiera causar en el sector urbano, agrícola y energético de la zona de estudio.

CAPÍTULO II

2 MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Descripción de la zona de estudio

La subcuenca del río Machángara, perteneciente a la cuenca del Paute se encuentra ubicada en el austro del Ecuador, en la provincia del Azuay, en el sistema hidrográfico del Santiago. Tiene un área de 355 Km² distribuidas entre las parroquias Checa, Chiquintad, Sinincay, Sayausí, Octavio Cordero Palacios, Ricaurte, Sidcay, Nazón, Turupamba, Cojitambo, Deleg, Javier Loyola, Solano. La subcuenca está dividida por tres microcuencas (Chulco, Machángara Alto y Machángara Bajo). Para este estudio se ha escogido la microcuenca del río Chulco para probar la metodología y obtener resultados que podrían servir para la gestión de sequías (Figura 1), esta microcuenca se encuentra a una altitud entre 3300 – 4000msnm, cruza el río que lleva el mismo nombre, además se encuentran una serie de lagunas como son la del Labrado, Taplacochoa, Pinacochoa, Yanacochoa, etc. De acuerdo con su ubicación altitudinal, la cuenca media y baja del río Machángara corresponde a la clasificación bosque seco montano bajo (bs-MB) con parches de bosques de Polylepis, además presenta un clima tropical típico de alta montaña. (Buytaert et al., 2006; Universidad del Azuay - Instituto Geográfico Militar, 2004).

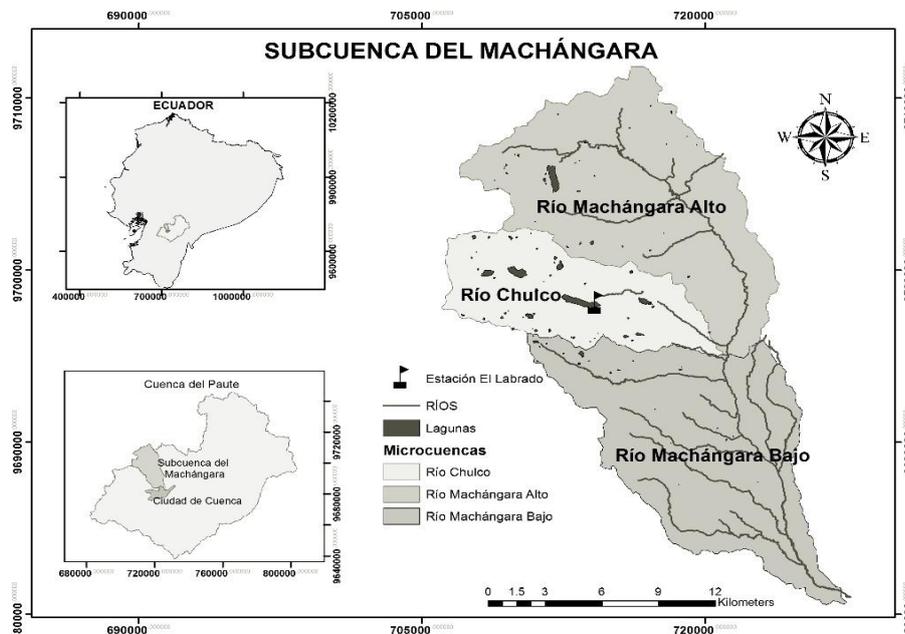


Figura 1. Ubicación de Microcuenca del Río Chulco

Fuente: Universidad del Azuay - Instituto Geográfico Militar **Realizado por:** Autor



De acuerdo al Consejo de la cuenca del Machángara, (2014) cerca de 13000 hectáreas son irrigadas a lo largo de la subcuenca del Machángara, abasteciendo alrededor de 1900 usuarios de las parroquias Checa-Sidcay-Ricaurte que utilizan el agua para sus actividades agrícolas y ganaderas, los mismos que se verían afectados de ocurrir sequías en el área. En la cuenca también existen dos plantas de generación hidroeléctrica (Saucay y Saymirín) que generan conjuntamente alrededor de 38420 KW.

Series de tiempo mensuales de precipitación (1965-2012) y caudal (1965-2010) fueron usadas en este estudio para aplicar la metodología. La información de lluvia corresponde a la estación El Labrado proporcionada por el INAMHI (Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología) y la información de caudal corresponde a los flujos de entrada al embalse de El Labrado proporcionada por el Consejo de la cuenca del Machángara. En la Figura 2 se muestran los promedios mensuales de las series de tiempo de precipitación y caudal y en la Figura 3 se muestran que estas variables guardan una correlación positiva.

La subcuenca del río Machángara pertenece a un sistema mucho más grande y complejo como la cuenca del río Paute, en donde se presenta dos regímenes de precipitación: Unimodal (UM) y Bimodal (BM), los mismos que tienen una sub clasificación (UM1, UM2, BM1, BM2) de acuerdo a Celleri et al., (2007) (Figura 4). El lugar de estudio corresponde a un régimen BM2, el cual se caracteriza por presentar una precipitación fuerte en Abril, una estación seca menos pronunciada durante Junio – Agosto y una segunda precipitación relativamente débil durante Octubre. Esto coincide con la información de precipitación presentada en la Figura 2.

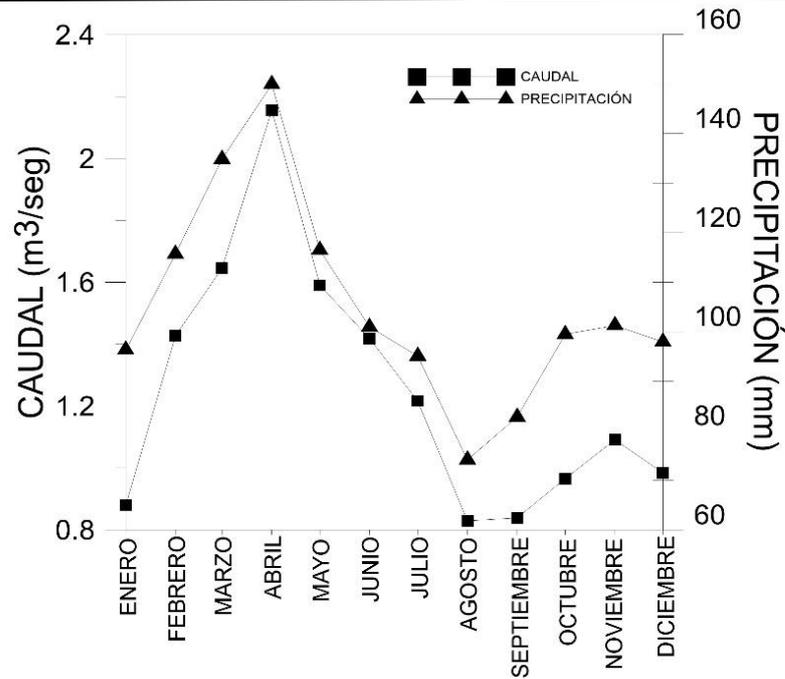


Figura 2. Promedios mensuales de precipitación y caudal de las series de tiempo

Fuente: INAMHI - Consejo de la cuenca del Machángara Realizado por: Autor

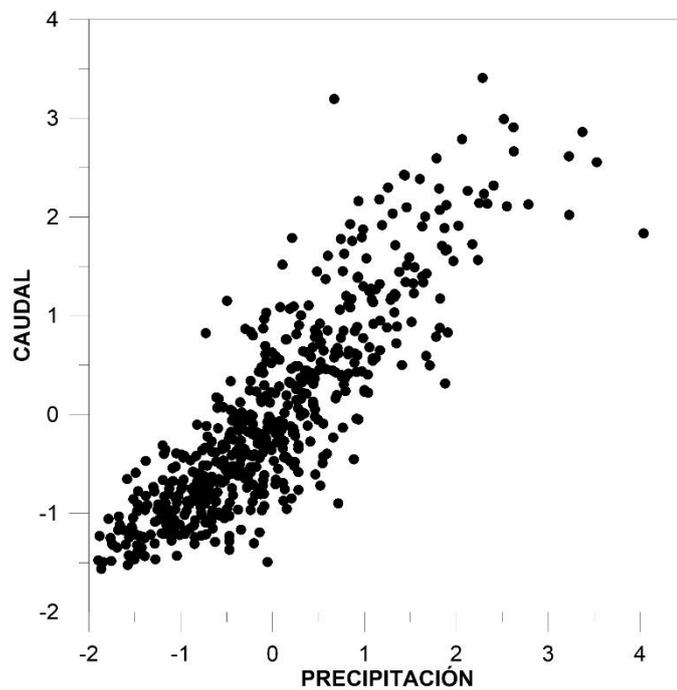


Figura 3. Diagrama de dispersión de los valores estandarizados del caudal y precipitación

Fuente: INAMHI - Consejo de la cuenca del Machángara Realizado por: Autor

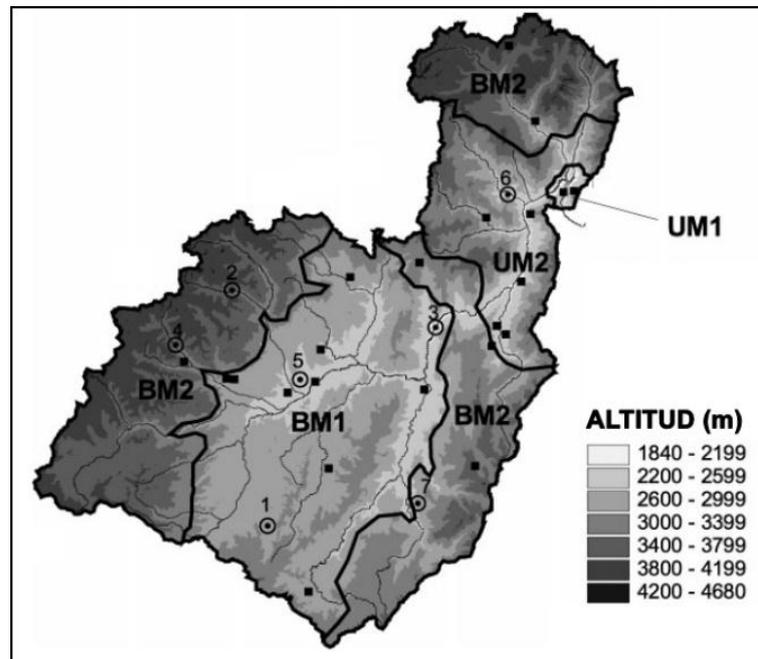


Figura 4. Regímenes de precipitación de la cuenca del río Paute

Fuente: Celleri et al., (2007)

2.2 Descripción de Índices

Una vez que se dispone de los datos de precipitación y caudal, el siguiente paso fue realizar un control calidad de la información obtenida que estará basado en la metodología empleada por Campozano et al., (2014) que toma en cuenta la falta de datos y la homogeneidad. De acuerdo a recomendaciones que se encuentran en la literatura se procederá a trabajar con un valor umbral del 10% de espacios vacíos (Baddour & Kontongomde, 2007). El segundo criterio que se aplica es la homogeneidad de las series de datos. Una serie de tiempo se puede decir que es homogénea cuando su variabilidad obedece únicamente a razones climáticas (Mitchell et al., 1966). Para el caso de la homogeneidad se utilizó el método de la curva de masa (Rippl, 1883) el cual se puede apreciar en la Figura 5.

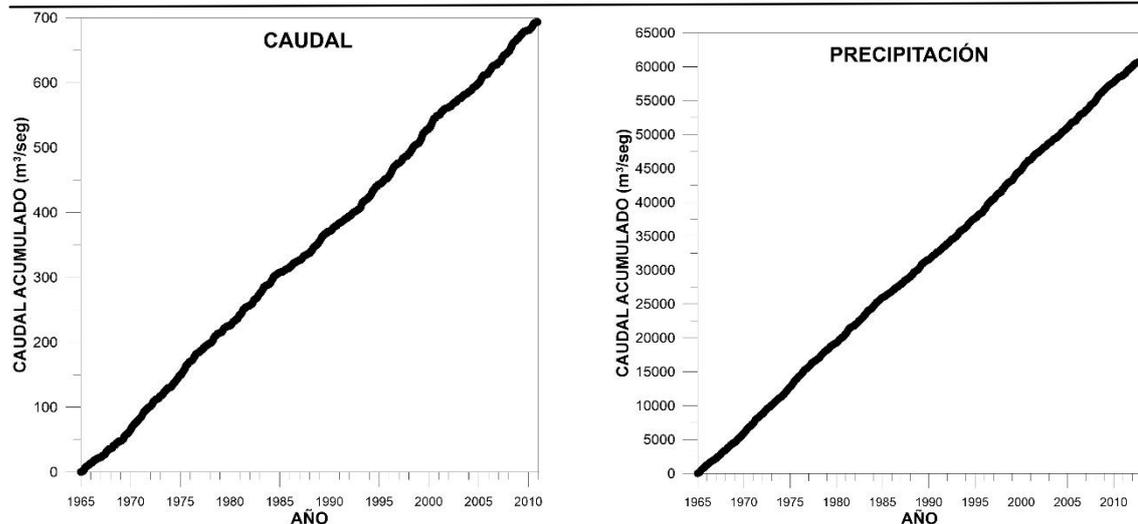


Figura 5. Curva de masa para la precipitación acumulada y el caudal acumulado.

Realizado por: Autor

Pasando el criterio de homogeneidad, se procedió a rellenar los datos faltantes mediante la media mensual. Se estableció llenar de esta manera debido a que la cantidad de datos faltantes fueron muy pocos (28 que representan el 4.76% del total de datos para el caso de la precipitación, para el caudal se disponía de la totalidad de los datos). Una vez que se obtuvo las series de tiempo homogéneas y completas se procedió a construir los índices SPI y SSI.

2.2.1 Índice SPI

El índice SPI desarrollado por Mckee et al., (1993) cuantifica las condiciones de déficit o exceso de precipitación en un lugar, para un lapso determinado de tiempo (1, 2, 3, etc. meses). Para el cálculo del SPI se debe definir el nivel de agrupación de los registros de datos, estos pueden ser mensual, bimensual, trimestral, semestral, etc., de esta manera se forman los SPI como SPI1, SPI2, SPI3, SPI6, etc. (Paredes et al., 2008). Por ejemplo si se desea obtener el índice SPI3, implica que deba calcularse para cada mes el valor acumulado trimestral, es decir el valor del mes en consideración sumado a los valores de los 2 meses anteriores. Los registros de datos luego son ajustados a una función de probabilidad gamma que es transformada en una distribución de probabilidad normal estandarizada.

La distribución gamma se define por su función de densidad de probabilidad como:

$$G(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} \quad (1)$$

Donde $x > 0$, x es la variable, (en este caso la precipitación); β es un parámetro de escala, $\beta > 0$; α es un parámetro de forma de la curva, $\alpha > 0$; $\Gamma(\alpha)$ es la función gamma la cual está definida como:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\alpha y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (2)$$

Los parámetros α y β de la función de densidad de probabilidad Gamma se calcula para cada ventana de tiempo de acuerdo al interés que se tenga, las cuales pueden ser: 1, 3, 6, 9, 12, 24, etc. meses y para cada uno de los meses del año. Edwards & Mckee (1997) sugieren la estimación de estos parámetros utilizando la aproximación de Thom (1958) para una máxima probabilidad por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{4A} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}} \right) \quad (3)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\bar{x}}{\hat{\alpha}} \quad (4)$$

En donde n es el número observaciones y A es igual a:

$$A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum \ln(x)}{n} \quad (5)$$

Los parámetros que se obtienen se los utiliza para encontrar la probabilidad acumulada de un evento de precipitación para un mes o cualquier otra ventana de tiempo.

$$G(x) = \int_0^x g(x) dx = \frac{1}{\hat{\beta}^{\hat{\alpha}} \Gamma(\hat{\alpha})} \int_0^x x^{\hat{\alpha}-1} e^{-x/\hat{\beta}} dx \quad (6)$$

Debido a que la función gamma es indefinida para valores de $x = 0$ y dado que la precipitación puede tener valores nulos, la probabilidad acumulativa se convierte en:

$$H(x) = u + (1 - u) G(x) \quad (7)$$

Donde u es la probabilidad de que ocurra una precipitación de cero, $1 - u$ es la probabilidad de que no ocurra precipitación nula. La probabilidad acumulada $H(x)$, se transforma a la probabilidad normal acumulada del Z score (con una media de cero y una varianza uno) que es la que representa el valor del SPI. Con el propósito de facilitar la obtención de los Índices de McKee, los valores de Z se los puede calcular mediante una aproximación, que utiliza las fórmulas 8 y 9, que convierten la probabilidad acumulada gamma a un valor de probabilidad estándar normal o variable Z (Abramowitz & Stegun, 1965; Edwards & McKee, 1997; Hughes & Saunders, 2002).

$$Z = SPI = - \left(k - \frac{c_0 + c_1 k + c_2 k^2}{1 + d_1 k + d_2 k^2 + d_3 k^3} \right) \quad (8)$$

Para $0 < H(x) \leq 0.5$

$$Z = SPI = + \left(k - \frac{c_0 + c_1 k + c_2 k^2}{1 + d_1 k + d_2 k^2 + d_3 k^3} \right) \quad (9)$$

Para $0.5 < H(x) < 1$

Donde:

$$k = \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(H(x))^2} \right]} \quad \text{Para } 0 < H(x) \leq 0.5 \quad (10)$$

$$k = \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(1-H(x))^2} \right]} \quad \text{Para } 0.5 < H(x) < 1 \quad (11)$$

Los valores de las constantes según la aproximación de Abramowitz & Stegun (1965) son:

$$c_0 = 2.515517, \quad c_1 = 0.802853, \quad c_2 = 0.010328, \quad d_1 = 1.432788, \quad d_2 = 0.189269 \\ d_3 = 0.001308$$

El valor medio del SPI es cero, valores positivos del SPI son mayores a la mediana; mientras que valores negativos son menores a la mediana. (Mishra & Desai, 2005) En la Tabla 1, se muestra los valores de SPI que se pueden obtener y la categorización de los estados de sequía.

VALORES SPI	CATEGORÍA DE SEQUÍA
> 2	Extremadamente húmedo
1.99 – 1.50	Muy húmedo
1.49 – 1.00	Moderadamente húmedo
0.99 – -0.99	Normal
-1.00 – -1.49	Sequía moderada
-1.50 – -1.99	Sequía severa
< -2.00	Sequía extrema

Tabla 1. Clasificación de las sequías basado en el SPI
Fuente: Mishra & Desai, (2005)

2.2.2 Índice SSI

El SSI se basa en el ajuste de cada serie mensual de caudal a distribuciones de probabilidad distintas, en este estudio se tomarán las distribuciones: Gamma, Weibull, Normal, Logística, Lognormal. La Tabla 2 muestra las funciones de distribución $F(x)$ para cada una de las 5 distribuciones antes mencionadas.

DISTRIBUCIÓN	$F(x)$	REFERENCIA
Gamma	$F(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$	(Hosking, 1990)
Weibull	$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-m}{a}\right)^b}$	(Serrano et al., 2012)
Normal	$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$	(Hosking, 1990)
Logística	$F(x) = \left(\frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}} \right)$	(Hosking, 1990)
Log-normal	$F(x) = \Phi\left(\frac{\log(x - \varepsilon) - \mu}{\sigma}\right)$	(Hosking, 1990)

Tabla 2. Funciones de Distribución Gamma, Weibull, Normal, Logística y Log-normal

Realizado por: Autor

Para cada una de las series mensuales se escoge la distribución que mejor ajuste los caudales mensuales mediante el Test de Kolmogorov-Smirnov (K-S Test) el cual permite medir el grado que existe de concordancia entre la distribución de un conjunto de datos y una distribución teórica específica

(Reschenhofer, 1997). Si el valor del (K-S Test) es mayor a 0.05 indica que la distribución utilizada se ajusta correctamente a los datos. De existir varias distribuciones que se ajusten correctamente a la serie de datos, se utiliza el Criterio de Información de Akaike (AIC) (Akaike, 1974) para escoger la mejor distribución. La distribución que tenga el valor de AIC más bajo será la distribución que se escogerá para determinar el SSI.

Una vez que se ha calculado las funciones de distribución $F(x)$, el SSI se calcula transformando la función de distribución escogida a una distribución normal estándar (z- score) mediante la aproximación:

$$SSI = k - \frac{c_0 + c_1k + c_2k^2}{1 + d_1k + d_2k^2 + d_3k^3} \quad (12)$$

En donde:

$$k = \sqrt{-2\ln(P)} \text{ para } P \leq 0.5 \quad (13)$$

Donde $P = 1 - F(x)$ es la probabilidad de exceder un determinado valor de x . Si $P > 0.5$, P es reemplazado por $1 - P$ y el signo del SSI se invierte. Las constantes c_0 , c_1 , c_2 , d_1 , d_2 y d_3 son las mismas que las utilizadas para determinar el SPI. La categorización de los valores del SSI es equivalente a lo realizado para el SPI, es decir son los mismos valores presentados anteriormente en la tabla 1.

En este estudio, se utilizará 3 ventanas de tiempo 1, 3 y 6 meses para probar los modelos. Con los valores tanto del SPI (1, 3 y 6) y SSI (1, 3 y 6) se procede a obtener los diferentes modelos ARIMA (6 modelos en total) para las series de datos.

2.3 Modelos ARIMA

Los modelos ARIMA pueden ser de 2 tipos: ARIMA no estacionales y ARIMA estacionales.(Mishra & Desai, 2005). En este estudio se trabajará con los modelos ARIMA no estacionales, es decir se ajustará los modelos sin tomar en cuenta la estacionalidad en el año hidrológico, a pesar de que se conoce que existe estacionalidad. Sin embargo, para futuros trabajos se podría realizar pronósticos utilizando modelos ARIMA estacionales (SARIMA) como los realizados en los estudios de Mishra & Desai (2005) y Durdu (2010).

Para el período de calibración del modelo se utilizarán los datos de precipitación desde 1965 a 2004 y los datos de caudal desde 1965 a 2002; y para el período de validación del modelo se utilizará los datos de precipitación desde 2005 a 2012 y datos de caudal desde 2003 a 2010.

Los modelos Autoregresivos (AR), como su nombre lo dice, indica regresiones de sí mismo. Modelos Autoregresivos de p ésimo orden $\{Y_t\}$ satisfacen la ecuación:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad (14)$$

El valor actual de la serie Y_t , resulta de la combinación lineal de los p valores pasados más recientes de la serie, más un término residual (e_t), que añade todo lo nuevo en la serie en el tiempo que no es posible explicar por los valores pasados (Cryer & Chan, 2008).

En cambio los modelos de Media Móvil (MA) son una combinación lineal ponderada entre los términos presentes y los q valores pasados de los residuales o ruidos blancos (e_t), y satisfacen la siguiente ecuación:

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (15)$$

Los modelos Autoregresivos (AR) se los puede acoplar a los modelos de Media Móvil (MA) formando así un nuevo modelo llamado Autoregresivo de Media Móvil (ARMA), el mismo que satisface la siguiente ecuación:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (16)$$

Los órdenes del modelo p y q del modelo representan los retrasos de la parte autoregresiva y de media móvil. A este tipo de modelos se los conoce como ARMA (p, q) (Cryer & Chan, 2008).

Modelos ARMA pueden ser usados cuando los datos son estacionarios, y pueden extenderse a series no estacionarias mediante la diferenciación (d) de las series de datos $W_t = \nabla^d Y_t$, dando como resultado los Modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA). Matemáticamente los modelos ARIMA son modelos AR de orden p y MA de orden q , además operan

en d diferencias de una serie de tiempo Y_t . Las tres órdenes (p, d, q) pueden ser valores cero o valores positivos (Box & Jenkins, 1976). La ecuación general para los modelos ARIMA es:

$$W_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (17)$$

En donde $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son los parámetros de la parte autoregresiva y $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ son los parámetros de la parte de medias móviles.

El desarrollo del modelo ARIMA implica 3 pasos descritos por Box & Jenkins (1976) que son:

(a) Identificación del modelo. En esta etapa se determina qué modelo puede ser el más apropiado aplicar a la serie de datos. Se analiza la estacionariedad de la serie de datos mediante el test de Dickey Fuller Aumentado, donde la hipótesis nula confirma si una raíz unitaria está presente en un modelo autoregresivo y por lo tanto corroborando que la serie es no estacionaria (Said & Dickey, 1984). Una raíz unitaria es el valor de la raíz (igual a 1) de la ecuación característica de un proceso estocástico ($m^p - \phi_1 m^{p-1} - \phi_2 m^{p-2} - \dots - \phi_p$). La raíz unitaria, además es una propiedad de los procesos que evolucionan a través del tiempo y que puede ocasionar problemas en inferencia estadística en los modelos de series de tiempo (Sargan & Bhargava, 2012). Si la serie es no estacionaria se realiza la diferenciación apropiada para lograr la estacionariedad.

Para identificar el mejor modelo es necesario realizar la Función de Autocorrelación (ACF) que para una proceso estocástico $\{Y_t\}$ mide la correlación existente entre dos variables Y_t e Y_{t-k} y la Función de Autocorrelación Parcial (PACF) que mide la correlación entre dos variables Y_t e Y_{t-k} , pero eliminando el efecto de las variables intermedias ($Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k-1}$) (Cryer & Chan, 2008), además se debe graficar las línea de control de Autocorrelación superior e inferior que se determinan mediante $\pm 2/\sqrt{N}$, en donde N es el número de datos que se dispone (Box & Jenkins, 1976; Mishra & Desai, 2005), en base a estas dos funciones se obtienen los órdenes " p " y " q " del modelo, la ACF determina el orden de la parte de Medias Móviles y la PACF determina el orden de la parte Autoregresiva. Para la determinación del

orden “ d ” es necesario saber si los datos son estacionarios, en este caso el orden “ d ” es cero (por lo que todos los modelos resultantes serán ARIMA ($p, 0, q$) o también llamados ARMA (p, q)), caso contrario es necesario aplicar d diferenciaciones a la serie de datos hasta conseguir la estacionariedad.

Al realizar las gráficas de ACF y PACF se puede derivar varios modelos ARMA, sin embargo es necesario escoger el mejor modelo que se ajuste a la serie de datos, para ello se utiliza el Criterio de Información de Akaike (AIC) (Akaike, 1974) y el Criterio de Información Bayesiano (BIC) (Schwartz, 1978) que son los criterios más utilizados en la selección de modelos (Díaz, 2011). Estos test están basados en una penalización de los modelos con mayor número de parámetros ajustados, su única diferencia radica en que el BIC además toma en cuenta para la penalización de los parámetros el número de datos n .

La formulación matemática para el AIC se define como:

$$AIC = -2 \log L + 2m \quad (18)$$

En donde $m = (p + q)$ y es el número de términos estimados en los modelos y L denota la función de verosimilitud del modelo ARMA.

La formulación matemática para el BIC (Schwartz, 1978) está definida como:

$$BIC = -2 \log L + m \ln(n) \quad (19)$$

En donde n es el número de observaciones.

De los diversos modelos ARMA se observa cuál de ellos tiene el menor valor de AIC y BIC. Una vez que se conoce el modelo ARMA (p, q) con el mejor ajuste el siguiente paso es determinar los parámetros del mismo.

(b) Estimación de los parámetros. Para determinar los parámetros AR y MA existen diversas metodologías como son la de mínimos cuadrados y la de máxima verosimilitud (Cryer & Chan, 2008). En este estudio se utilizará el criterio de máxima verosimilitud, el cual se basa en encontrar los valores de los parámetros que maximicen la probabilidad conjunta de la muestra observada. Para la determinación de los parámetros se usó el software estadístico RStudio (versión 0.99.491).



(c) Comprobación de bondad de ajuste. En esta etapa se procede a determinar si el modelo ARMA utilizado fue el correcto mediante el análisis de los residuales del modelo. Esta etapa comprende varias sub-etapas como son: (i) Gráfico de los residuales estandarizados a través del tiempo, si el modelo es el adecuado se espera que la gráfica de los residuales sea aleatoria, no tengan ninguna tendencia y los valores estén próximos al eje horizontal, es decir cercanos a cero. (ii) El siguiente paso involucra determinar la normalidad de los residuos, para lo cual se emplea el Test de Shapiro para normalidad, el mismo que utiliza un contraste de hipótesis para aceptar o rechazar la normalidad de los datos, la hipótesis nula asume que la muestra proviene de una población distribuida normalmente, la hipótesis alternativa indica lo contrario (Shapiro & Wilk, 1965, Royston, 1982), si los valores del Test son superiores a 0.05, se puede decir que los residuales están distribuidos normalmente. (iii) Gráfica del ACF y PACF de los residuales, esto se lo realiza para ver si los valores de los residuales son independientes. (iv) Por último se grafica un histograma de los residuales, la gráfica obtenida debe ser similar a la gráfica de una distribución normal para concluir que el modelo es el adecuado (Mishra & Desai, 2005). La gráfica del histograma es un método subjetivo en comparación del Test de Shapiro que es un método objetivo.

Una vez determinado el modelo se procede a validar el modelo. En primer lugar, mediante la ecuación 16 se empieza a realizar los respectivos pronósticos para cada una de las series de datos. Con los valores pronosticados obtenidos de cada uno de los 6 modelos ARMA (SPI1, SPI3, SPI6, SSI1, SSI3 y SSI6) junto con los valores observados se procede a obtener el Coeficiente de eficiencia de Nash-Sutcliffe (E). Éste coeficiente es ampliamente utilizado para evaluar modelos hidrológicos, puede ser aplicado a diversos tipos de modelos matemáticos. El coeficiente varía de $-\infty$ hasta 1. Si el valor de coeficiente es igual a 1, indica que el valor pronosticado es igual al observado. Valores que estén cercanos a la unidad reflejan un mejor comportamiento del modelo (Nash & Sutcliffe, 1970). El coeficiente está definido por:

$$E = 1 - \frac{\sum_{1=1}^n (Q_m - Q_p)^2}{\sum_{1=1}^n (Q_m - \bar{Q})^2} \quad (20)$$

En donde Q_m es el valor observado, Q_p es el valor pronosticado y \bar{Q} es valor promedio de las observaciones.

A la par se realiza la correlación entre los valores observados y pronosticados del conjunto de datos (Murray, 1992). y un test de significancia estadística de la correlación (Kendall, 1938) Si los valores obtenidos del test son inferiores a 0.05, se puede afirmar que los valores pronosticados guardan una buena correlación respecto a los valores observados.

CAPÍTULO III

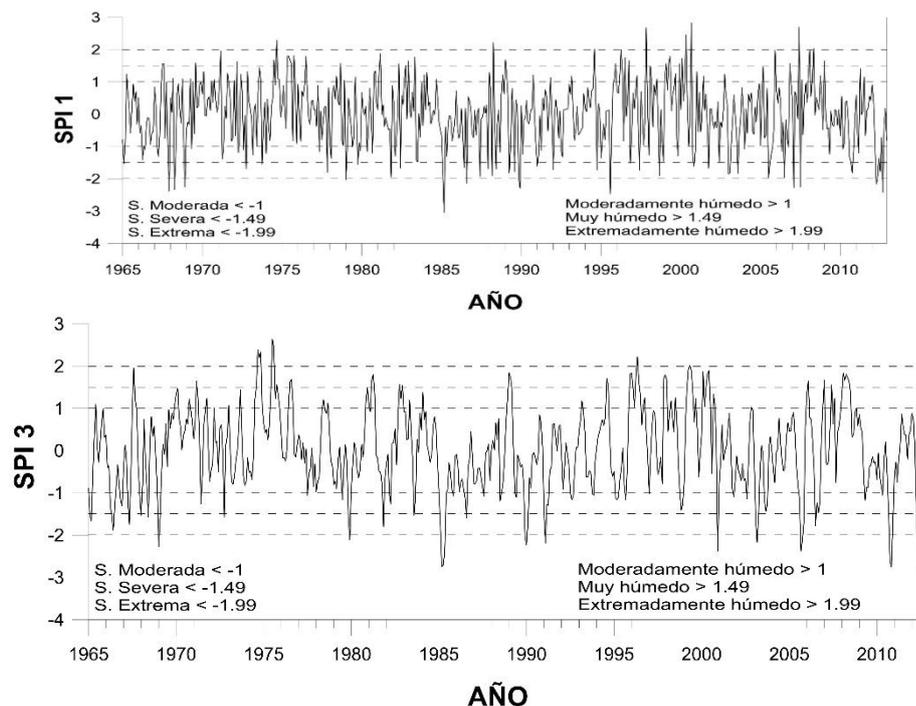
3 RESULTADOS Y DISCUSIONES

3.1 Índices SPI y SSI

Las Figuras 6 y 7 muestran los índices SPI y SSI con diferentes ventanas de tiempo (1, 3 y 6 meses). Un análisis de frecuencias de las series de tiempo del SPI indica que los meses de mayor ocurrencia de sequías son los meses de Junio y Octubre para el SPI1, los meses de Agosto y Noviembre para el SPI3 y los meses de Febrero y Junio para el SPI6. Para el caso de las series de tiempo del SSI el análisis de frecuencia indica que los meses con mayor ocurrencia de sequía fueron Enero y Diciembre para el SSI1, los meses de Enero y Febrero para el SSI3 y el mes de Noviembre para el SSI6. De acuerdo a los seis índices de sequía determinados se comprueba que en Marzo de 1985 fue la época en la que la zona de estudio fue afectada por una sequía catalogada como extrema.

3.2 Calibración del modelo ARMA

La calibración involucra una serie de etapas, como se explicó previamente en la metodología que son: identificación del modelo, estimación de los parámetros y comprobación de la bondad de ajuste del modelo ARMA. Para la calibración se tomó en cuenta las series de tiempo SPI (1965 - 2004) y SSI (1965 - 2002).



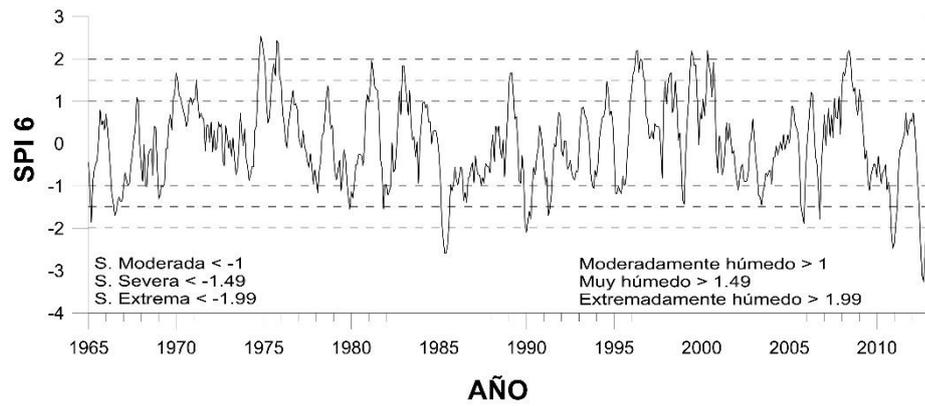


Figura 6. Índices SPI1, SPI3 y SPI6
Realizado por: Autor

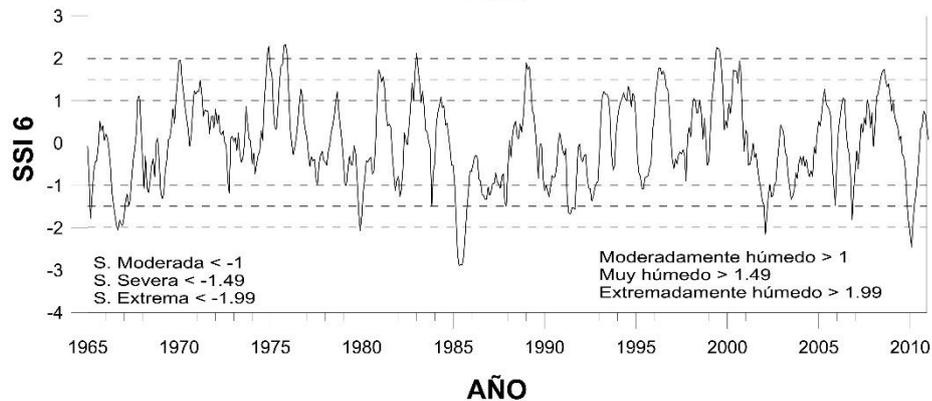
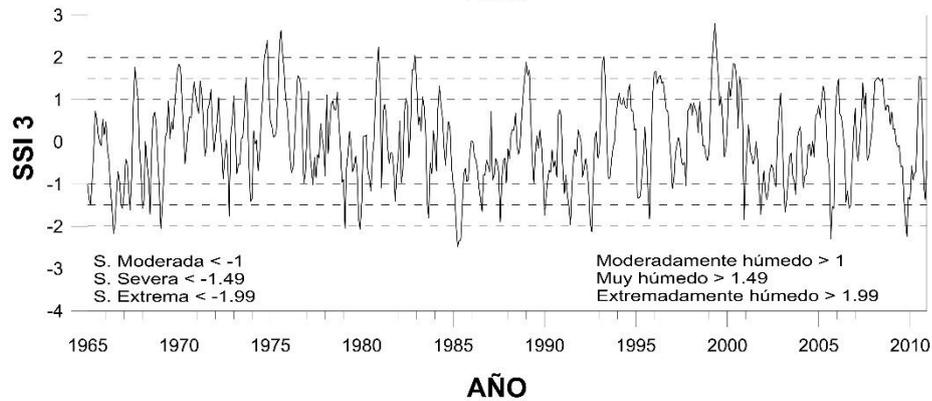
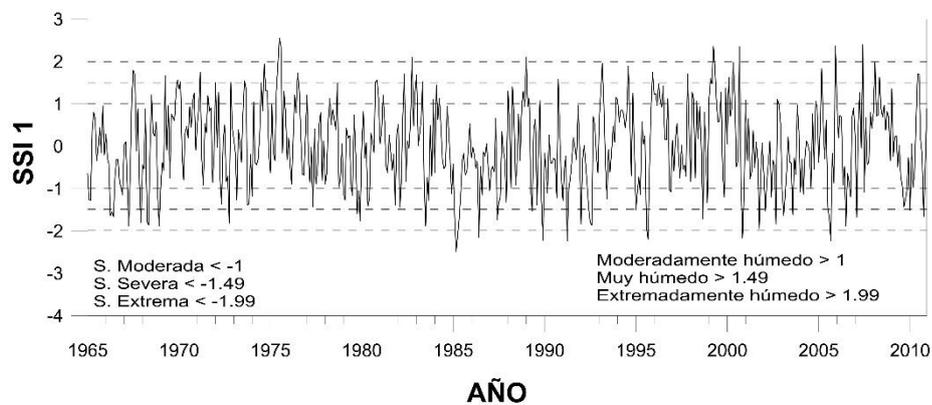


Figura 7. Índices SSI1, SSI3 y SSI6
Realizado por: Autor

3.2.1 Identificación del modelo ARMA

Previo a la identificación del modelo ARMA se procedió a determinar si las series de tiempo SPI1, SPI3, SPI6, SSI1, SSI3 y SSI6 son estacionarias; para ello se aplicó la prueba de Dickey Fuller Aumentado dando como resultado en cada una de las series de tiempo valores inferiores a 0.05, lo que nos indica que las series de tiempo son estacionarias y no es necesario aplicar ninguna diferenciación. La siguiente parte de la identificación del modelo involucra la obtención de las gráficas ACF y PACF de los índices SPI y SSI. Por motivos prácticos se mostrará las gráficas para el SPI 3 y SSI 3 (Figura 8 y Figura 9). Estas figuras muestran que los valores de la ACF decaen de una manera significativa al igual que los valores de la PACF, y los valores más probables para p varían entre 1 y 4 y los valores más probables de q varían entre 1 y 7. Con estos valores se probaron todas las combinaciones posibles [SPI1 (0 a 3, 0 a 3), SPI3 (0 a 4, 0 a 4), SPI6 (0 a 4, 0 a 7), SSI1 (0 a 3, 0 a 3), SSI3 (0 a 3, 0 a 4) y SSI6 (0 a 3, 0 a 4)], es decir 131 modelos ARMA (ver Apéndice A) y mediante los menores valores de los criterios AIC y BIC (Akaike, 1974; Schwartz, 1978) se determinaron los mejores modelos para cada serie de tiempo. La Tabla 3 muestra los 4 mejores modelos de cada una de las series SPI y SSI con los valores de AIC y BIC más bajos.

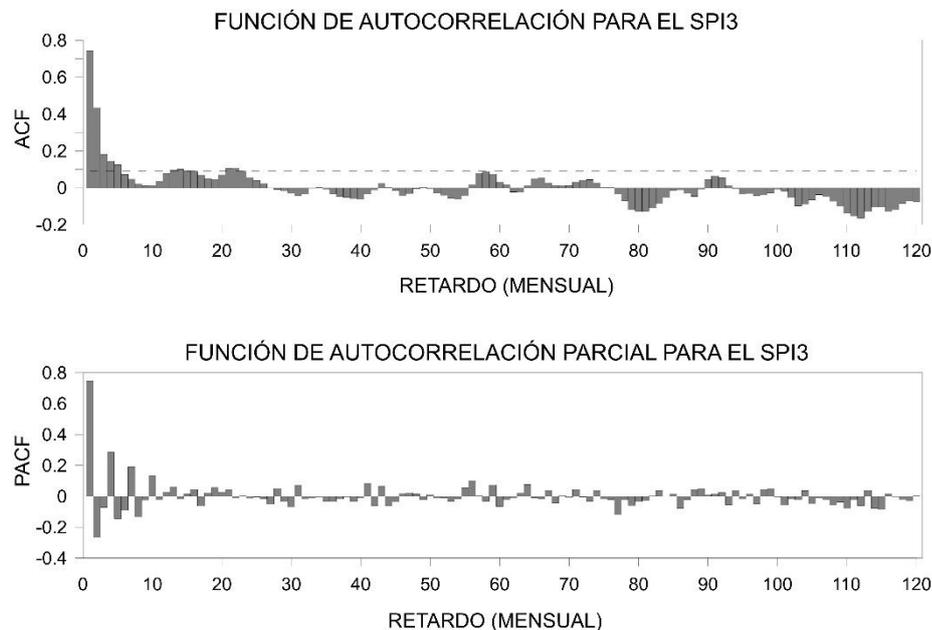


Figura 8. Gráficas ACF y PACF para la serie de tiempo SPI 3
Realizado por: Autor

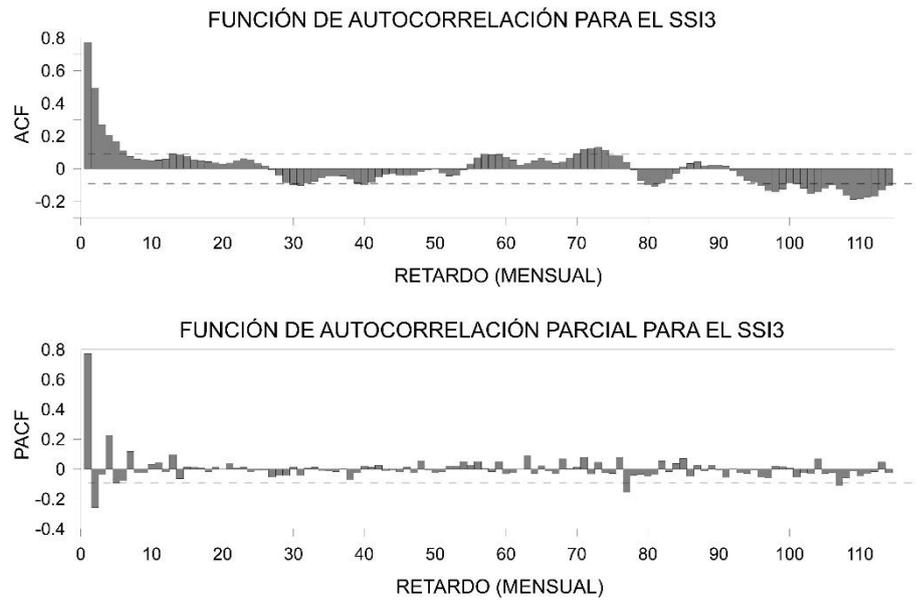


Figura 9. ACF y PACF para la serie de tiempo SSI 3
Realizado por: Autor

SPI	MODELO	AIC	BIC	SSI	MODELO	AIC	BIC
1	ARMA (0,3)	1378.486	1395.280	1	ARMA (2,4)	1266.480	1299.668
	ARMA (2,2)	1375.097	1400.288		ARMA (4,1)	1264.492	1293.531
	ARMA (3,0)	1374.119	1395.112		ARMA (5,4)	1271.465	1317.099
	ARMA (4,3)	1380.666	1418.452		ARMA (6,4)	1266.474	1316.255
3	ARMA (2,1)	908.321	929.189	3	ARMA (0,1)	1017.399	1029.767
	ARMA (3,1)	892.201	917.243		ARIM (1,1)	861.339	877.829
	ARMA (5,4)	823.611	869.523		ARMA (2,1)	855.559	876.171
	ARMA (6,2)	822.456	864.194		ARMA (3,1)	849.304	874.039
6	ARMA (3,2)	557.283	586.499	6	ARMA (0,1)	837.621	849.988
	ARMA (4,0)	588.958	614.001		ARMA (0,3)	500.704	521.316
	ARMA (5,1)	581.339	614.730		ARMA (2,1)	420.701	441.313
	ARIMA (5,2)	560.156	597.720		ARMA (3,1)	421.104	445.839

Tabla 3. AIC y BIC de los mejores modelos ARMA
Realizado por: Autor

3.2.2 Estimación de parámetros del modelo ARMA

Utilizando el método de máxima verosimilitud (Cryer & Chan, 2008) se pudo estimar los parámetros de los mejores modelos ARMA seleccionados según los criterios AIC y BIC. Los parámetros de los modelos ARMA para los índices SPI y SSI y para las diferentes ventanas de tiempo se detallan en la Tabla 4.

ÍNDICE	MODELO	PARÁMETROS					
		$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$	$\phi 4$	$\theta 1$	$\theta 2$
SPI1	ARMA (3,0)	0.144	-0.038	0.122	-	-	-
SPI3	ARMA (3,1)	0.347	0.406	-0.309	-	0.573	-
SPI6	ARMA (3,2)	0.805	0.628	-0.545	-	0.296	- 0.624
SSI1	ARMA (4,1)	-0.570	0.318	0.084	0.092	0.957	-
SSI3	ARMA (3,1)	0.373	0.407	-0.258	-	0.582	-
SSI6	ARMA (2,1)	1.422	-0.516	-	-	-0.222	-

Tabla 4. Parámetros para cada uno de los modelos ARMA seleccionados
Realizado por: Autor

3.2.3 Comprobación de la bondad de ajuste del modelo ARMA

En este punto requiere examinar las series de tiempo de los residuales de cada modelo para verificar si cumplen las hipótesis de normalidad e independencia.

Las Figuras 10 y 11 muestra las series de tiempo de los residuales estandarizados para el SPI3 y el SSI3, como se puede observar existe una dispersión un tanto rectangular de los valores alrededor del eje horizontal, lo que nos da una primera impresión del cumplimiento de la independencia. Lo mismo podríamos indicar de los residuales de las series de tiempo del SPI1, SPI6, SSI1 y SSI6, dado que las gráficas son bastante parecidas.

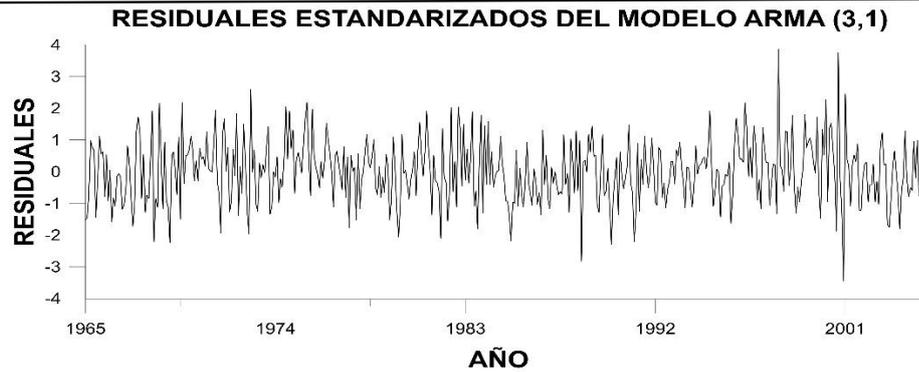


Figura 10. Series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SPI3
Realizado por: Autor

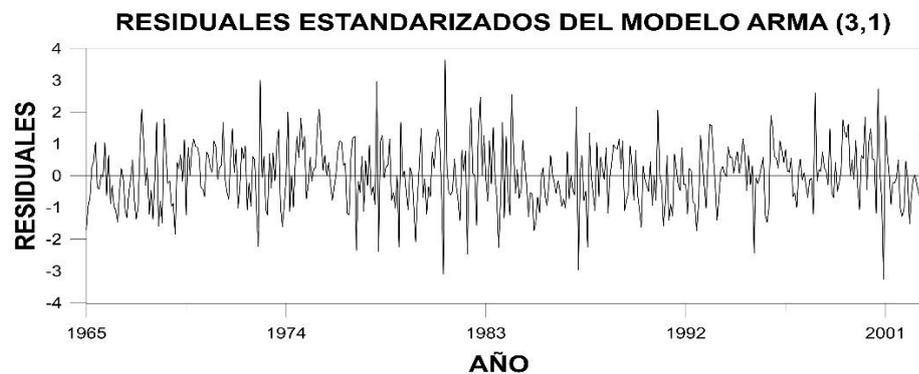


Figura 11. Series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SSI3
Realizado por: Autor

La tabla 5 muestra el valor umbral de cumplimiento de la hipótesis nula del Test de Shapiro, se puede observar todos los valores umbrales son superiores a 0.05 confirmando la normalidad de los residuales.

SERIE	MODELO	TEST DE SHAPIRO
SPI 1	ARMA (3,0)	0.079
SPI 3	ARMA (3,1)	0.058
SPI 6	ARMA (3,2)	0.067
SSI 1	ARMA (4,1)	0.051
SSI 3	ARMA (3,1)	0.074
SSI 6	ARMA (2,1)	0.060

Tabla 5. Valores obtenidos del Test de Shapiro
Realizado por: Autor

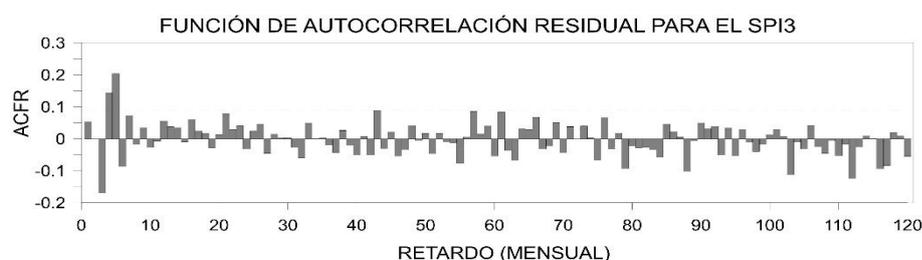
Como se puede ver en la Tabla 5, cada uno de los modelos ARMA implícitamente está tomando para el caso del SPI1 la información de 4 meses,

es decir la información del mes actual y la información de 3 meses de retraso por la orden p del modelo. Para el caso del SPI3 está tomando la información de 6 meses, es decir 3 meses de acumulación de los meses anteriores y 3 meses de retraso por la orden p del modelo. Así sucesivamente, para el SPI6 el modelo está tomando la información de 9 meses, para el SSI1 la información de 5 meses, para el SSI3 la información de 6 meses y para el SSI6 la información de 8 meses.

Las Figuras 12 y 13 muestran la ACF y la PACF de las series de tiempo de los residuales para el SPI3 y el SSI3 para comprobar la independencia entre sus valores. Como se aprecia en las figuras, existen algunos valores en los residuales que sobrepasan la línea de control de autocorrelación (0.09 y -0.09); sin embargo al ser estos muy pocos se podría concluir que los residuales son independientes. De igual forma para el SPI1, SPI6, SSI1 y SSI6 muestran un similar comportamiento, presentando muy pocos valores que superan los límites de control de la autocorrelación.

Finalmente se realizó los histogramas de frecuencias de las series de tiempo de los residuales de los modelos ARMA para el SPI3 y SSI3 (Figura 14), en donde se puede observar que las series de tiempo se encuentran bastante parecidas a una distribución normal. Similares gráficas se obtuvo para los demás índices.

Como conclusión general se puede indicar que las series de tiempo de los residuales de los modelos ARMA cumplen las hipótesis de normalidad e independencia, indicando que los modelos elegidos previamente fueron los más adecuados para cada una de las series de tiempo de los índices SPI y SSI.



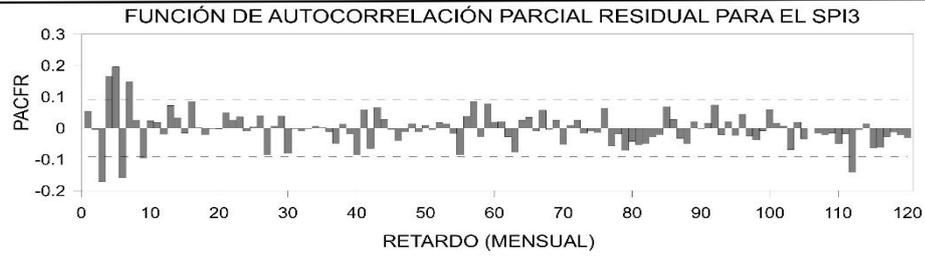


Figura 12. ACF y PACF de los residuales del modelo ARMA para el SPI3
Realizado por: Autor

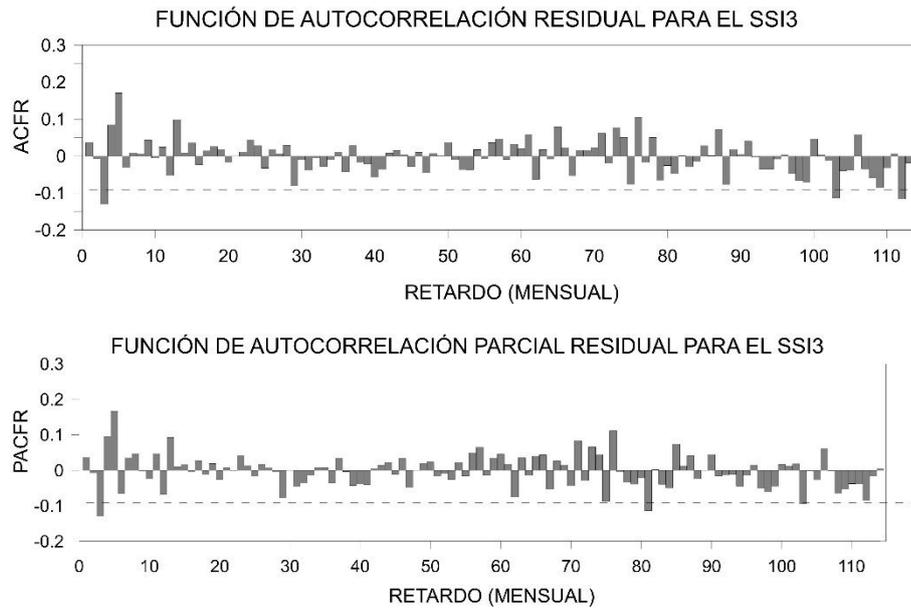


Figura 13. ACF y PACF de los residuales del modelo ARMA para el SSI3
Realizado por: Autor

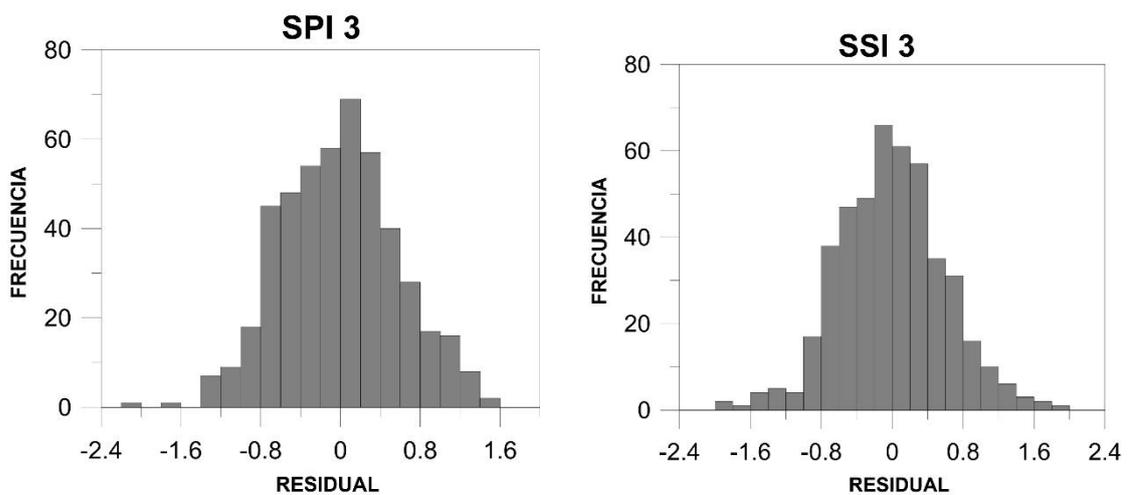


Figura 14. Histogramas de frecuencia de las series de tiempo de los residuales del modelo ARMA para el SPI 3 y SSI 3
Realizado por: Autor

3.3 Pronóstico y Validación del modelo ARMA

Mediante la utilización de la ecuación 14 y los parámetros anteriormente identificados se procedió a determinar los pronósticos para el SPI1, SPI3 y SPI6 en el periodo 2005 a 2012 y para el SSI1, SSI3 y SSI6 en el periodo 2003 a 2010. Las gráficas de los valores pronosticados y observados para cada una de las series de tiempo se presentan en las Figuras 15, 16, 17, 18, 19 y 20.

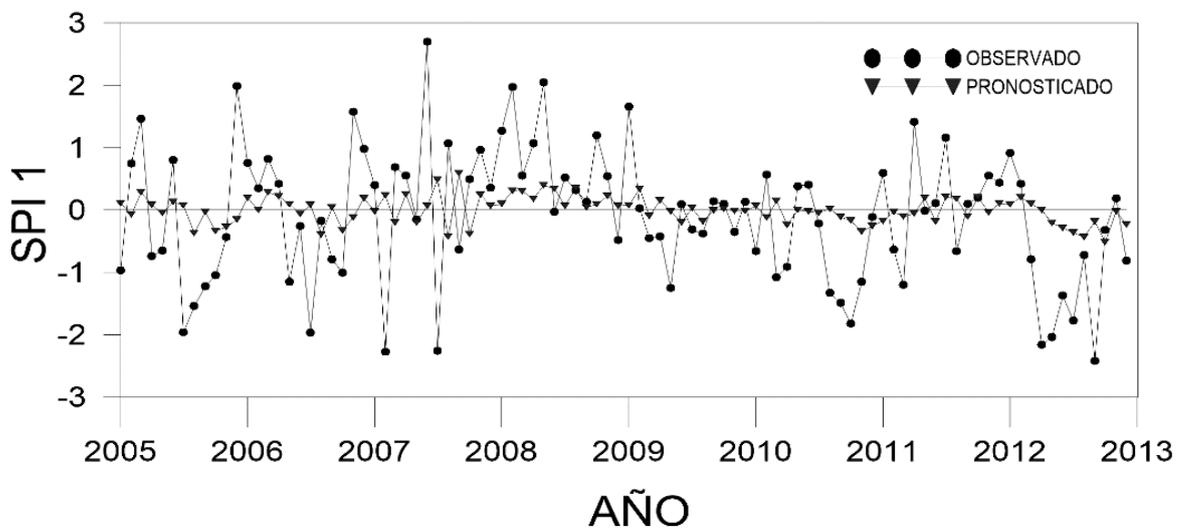


Figura 15. SPI 1 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

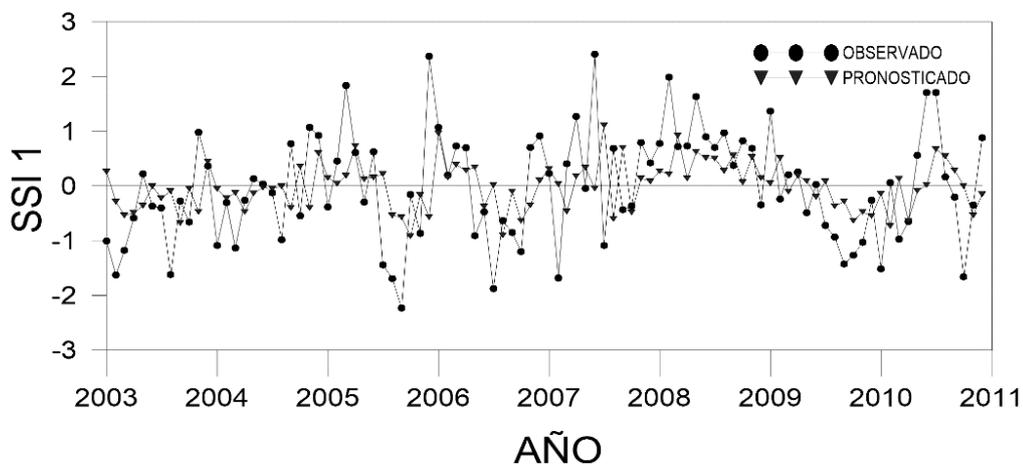


Figura 16. SSI 1 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

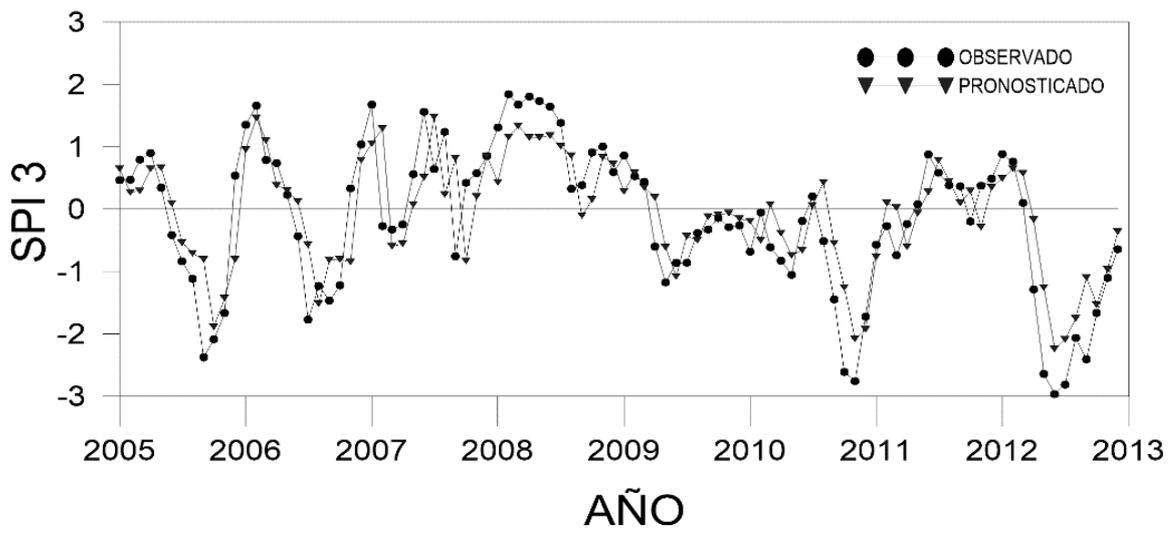


Figura 17. SPI 3 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

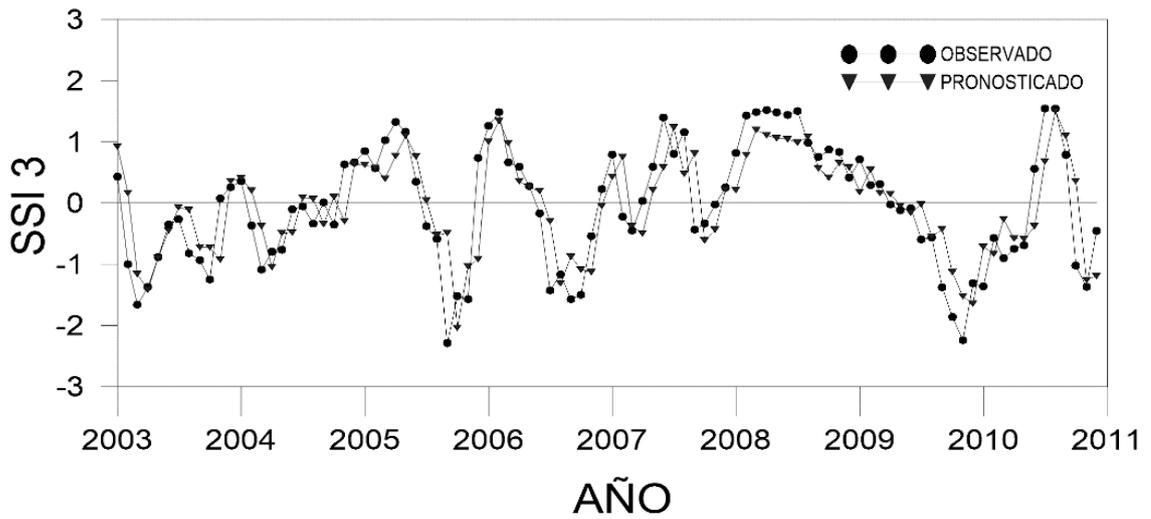


Figura 18. SSI 3 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

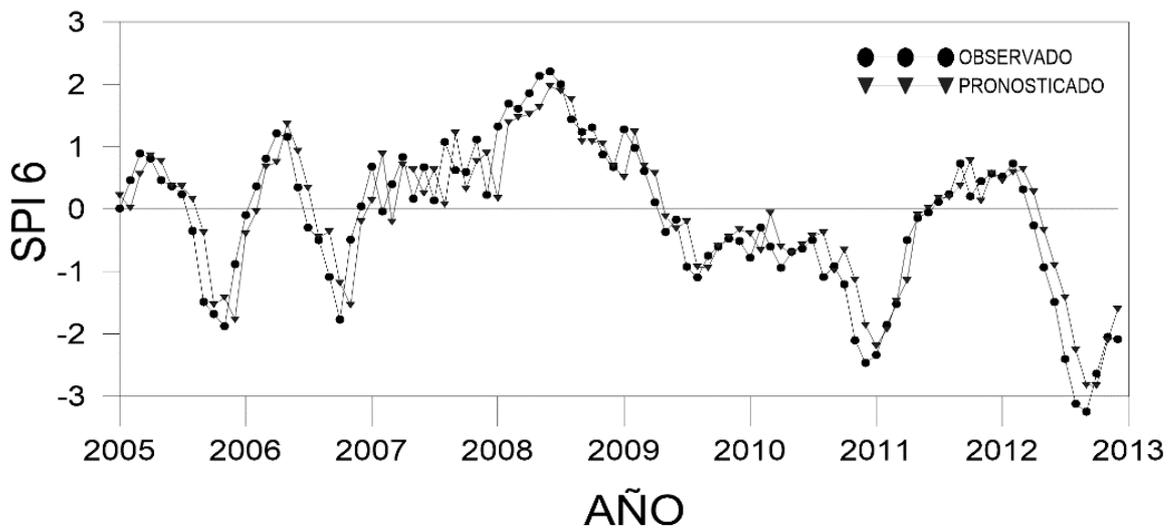


Figura 19. SPI 6 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

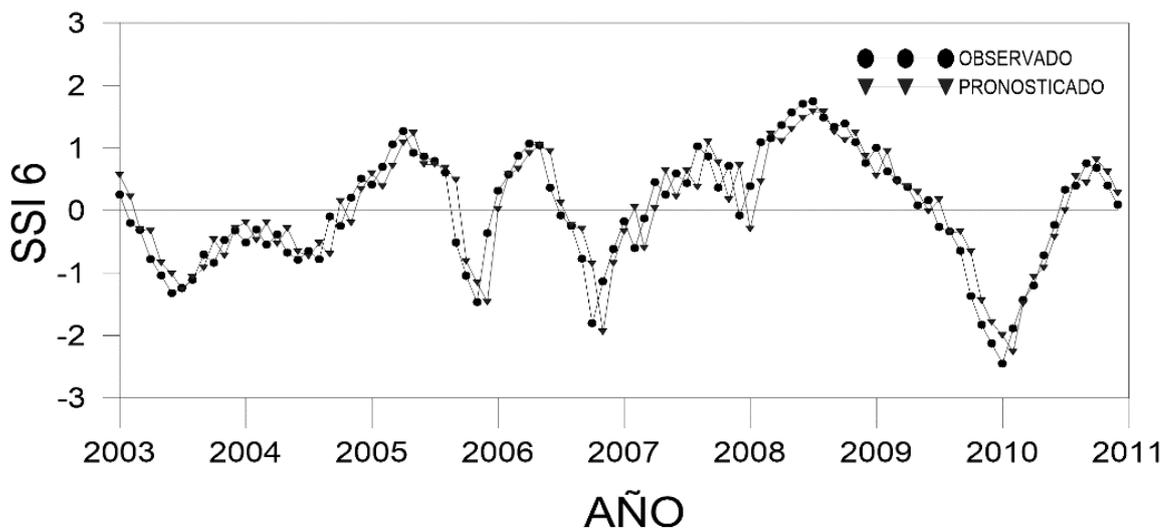


Figura 20. SSI 6 observado y pronosticado

Realizado por: Autor

Las Figuras 15, 17 y 19 muestran que los modelos ARMA se ajustan mejor a las series de tiempo del SPI3 y SPI6, y para la serie de tiempo del SPI1 el modelo no se ajusta de una forma adecuada; esto puede deberse a que las series del SPI3 y SPI6 guardan muchas más “memoria” en comparación con la serie del SPI1. De la misma forma ocurre para las series de tiempo del SSI

(Figuras 16, 18 y 20), los modelos ARMA se ajustan mejor para las series de tiempo del SSI3 y SSI6, y para la serie de tiempo del SSI1 no se ajustan de una forma adecuada. Al comparar los modelos ARMA del SPI y SSI, se observa que para los SSI se ajustan de una mejor forma, esto es debido a que el SSI está basado en datos de caudales, los cuales guardan una mayor “memoria” que las precipitaciones, es decir, el caudal de hoy está influenciado por el caudal del día anterior, y la precipitación de hoy no está influenciada por la precipitación del día anterior.

El pronóstico se realizó para 6 meses en el futuro, en la tabla 6 se puede apreciar los valores de los coeficientes de Nash-sutcliffe, los mismos que indican que los modelos para las series de tiempo SPI 3-6 y SSI 3-6 resultan ser mejores que los modelos basados en las series SPI1 y SSI1 ya que estos valores son los que se encuentran más cercanos a la unidad.

Serie	Nash-sutcliffe					
	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses	5 meses	6 meses
SPI1	0.047	0.019	0.024	-0.005	-0.016	-0.018
SPI3	0.704	0.618	0.431	0.263	-0.140	-0.197
SPI6	0.844	0.783	0.657	0.546	0.082	-0.260
SSI1	0.069	0.047	0.032	0.012	-0.009	-0.015
SSI3	0.662	0.583	0.484	0.251	-0.173	-0.266
SSI6	0.835	0.738	0.508	0.066	-0.067	-0.082

Tabla 6. Valores de los coeficientes de Nash-sutcliffe

Realizado por: Autor

Adicionalmente se realizó una correlación entre los valores observados y pronosticados para las diferentes escalas de tiempo para validar el pronóstico. Estos valores se muestran en la Tabla 7, y se observa que los coeficientes decrecen a medida que las escalas de tiempo de pronóstico son mayores. Lo que nos indica que los mejores pronósticos son sin duda los que se realizan a una escala de tiempo de 1 hasta 3 meses.

SERIE	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses	5 meses	6 meses
SPI 1	0.238	0.168	0.200	-0.058	-0.012	-0.004
SPI 3	0.846	0.836	0.821	0.772	0.770	0.764
SPI 6	0.922	0.866	0.711	0.507	0.012	-0.392
SSI 1	0.275	0.250	-0.014	0.071	0.099	0.071
SSI 3	0.811	0.796	0.766	0.722	0.724	0.708
SSI 6	0.915	0.756	0.435	-0.055	-0.450	-0.656

Tabla 7. Coeficientes de correlación (R) entre los valores observados y pronosticados para las diferentes ventanas de tiempo

Realizado por: Autor

Los valores de los coeficientes de correlación se pueden apreciar de una forma más gráfica en la Figura 21, aquí se observa que el pronóstico de los modelos de 1 a 3 meses adelante resultan ser los mejores y a medida que los pronósticos se extienden a escalas de tiempo mayores los valores descienden.

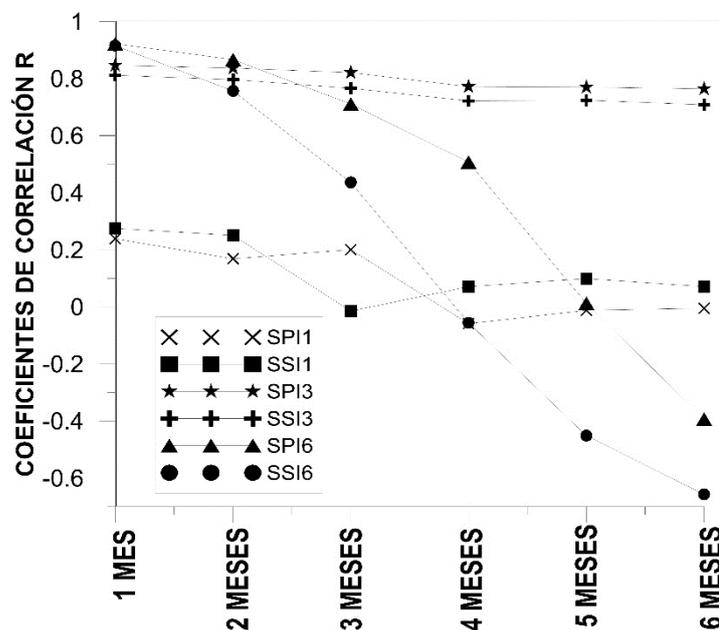


Figura 21. Coeficientes de correlación a diferentes ventanas de tiempo

Realizado por: Autor

Con la finalidad de comprobar la significancia de correlación entre los valores pronosticados y observados se aplicó también el test significancia de correlación. La Tabla 8 muestra que la mayoría de los valores del test son

menores a 0.05, es decir, las series de tiempo observadas y pronosticadas tienen una muy buena correlación. Para el caso de la serie de tiempo SPI1, solamente el pronóstico para un mes en el futuro tiene una buena correlación, en los demás casos no existe una correlación. Esto se debe a que esta serie de tiempo guarda información de solo un mes atrás, a comparación de los otros modelos que guardan información de 3 y 6 meses atrás respectivamente. En el caso del SPI3, los pronósticos para los 6 meses siguientes tienen una buena correlación con respecto a los valores observados. Para el SPI6 los primeros 4 meses y el último mes tienen una buena correlación, mientras que el quinto mes adelante no tiene una correlación significativa. En el caso del SSI1, los dos primeros pronósticos tienen una buena correlación y los 4 pronósticos restantes no tienen una correlación significativa. Para el SSI3, todos los valores pronosticados de los seis meses siguientes tienen una buena correlación. Finalmente para el SSI6, casi todos los pronósticos tienen una buena correlación a excepción del pronóstico para 4 meses en el futuro el cual no tiene una correlación significativa con respecto a los valores observados.

SERIE	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses	5 meses	6 meses
SPI 1	0.022	0.109	0.056	0.580	0.909	0.964
SPI 3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SPI 6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.905	0.000
SSI 1	0.008	0.016	0.889	0.503	0.350	0.501
SSI 3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
SSI 6	0.000	0.000	0.000	0.598	0.000	0.000

Tabla 8. Valores del test de significancia de correlación

Realizado por: Autor

Haciendo un análisis general se puede observar que los mejores pronósticos se dan con las series de tiempo SPI3, SPI6, SSI3 y SSI6 hasta un máximo de 3 meses en el futuro, una mayor escala de tiempo de pronóstico implica obtener valores no confiables.

Al comparar los resultados obtenidos de los modelos de esta tesis con otros estudios como Durdu (2010) y Mishra & Desai (2005), hay una coincidencia de que los mejores pronósticos son los que se realizan para los 3 primeros meses en el futuro. Sin embargo los estudios de Durdu (2010) y Mishra & Desai



(2005) realizan modelos de pronóstico tomando en cuenta la estacionalidad, criterio que podría tomarse en cuenta para futuros estudios.

CAPÍTULO IV

4 CONCLUSIONES

Este estudio se enfocó en pronosticar las sequías en la microcuenca del río Chulco, para lo cual se utilizó los índices de sequía SPI y SSI en tres ventanas de tiempo 1,3 y 6 meses. Utilizando estos índices se construyeron seis modelos ARIMA no estacionales para el pronóstico de sequías para 1 hasta 6 meses adelante. Los mejores pronósticos se obtuvieron cuando se utilizaron los índices SPI3, SPI6, SSI3 y SSI6. Al comparar los pronósticos utilizando los índices SPI y SSI, se infirió que los que usan el SSI son mejores que los que usan el SPI, esto podría ser porque los valores de la serie de tiempo del SSI tienen una mayor “memoria” (mayor autocorrelación entre los datos de la serie de tiempo).

Esta metodología se puede aplicar a cualquier otra cuenca de características similares, como es el caso de la microcuenca del río Chanlud, que conjuntamente con la microcuenca del río Chulco alimenta el sistema de recursos hídricos y el complejo hidroeléctrico de la subcuenca del río Machángara

Los resultados de este estudio puede ser una buena base de información para los gestores de la cuenca para la toma de decisiones con respecto a la aplicación de medidas prevención y mitigación en épocas de sequía para el abastecimiento normal del recurso hídrico a los distintos usos. Como las siguientes alternativas:

- (a) Se conoce que dentro de la microcuenca existen las presas de El Labrado y Chanlud, las mismas que tienen una capacidad de $6.200.000\text{m}^3$ y $17'000.000\text{m}^3$ respectivamente (ElecAustro, 2015). Se debería realizar un mantenimiento periódico a las dos presas con el fin de que no existan fugas dentro de las mismas y si es posible buscar la manera de aumentar la capacidad de almacenamiento de las presas. Además gestionar de una manera adecuada el agua almacenada durante las épocas de sequía, disminuyendo los riesgos de desabastecimiento a los diferentes usos.
- (b) Si se conoce que se dará una sequía es necesario manejar el agua de una forma adecuada y no desperdiciar este recurso. Esta medida involucra a



todas las personas que se benefician del agua proveniente de esta zona a ser un poco más conscientes de su uso.

- (c) Proteger los páramos de las partes altas de la subcuenca del río Machángara, conservando la capacidad reguladora natural que poseen y evitando las intervenciones negativas en estos ecosistemas. Se podría reforzar acciones como las que realiza el Consejo de Cuenca, el sistema de riego de Checa, Sidcay y Ricaurte y los Gobiernos Autónomos Descentralizados de Checa y Chiquintad protegiendo el recurso hídrico mediante la siembra de especies forestales nativas en áreas cercanas a las fuentes hídricas en la cuenca media y alta por medio de mingas con ayuda de la población local y los funcionarios institucionales. Y también reforzando la implementación de filtros biológicos para proteger los márgenes de ríos y quebradas aportando a la conservación de los recursos naturales, tal como lo viene haciendo el Consejo de la cuenca del río Machángara y la población local (C. Díaz, 2015).
- (d) Se puede concientizar a la población que vive en la cuenca del Machángara, reforzando las acciones que realiza ETAPA EP con su programa de Educación Ambiental Rural “Agua Vida” en la cual genera una cultura ambiental en los niños, profesores y padres de familia de las escuelas rurales con énfasis en la protección del recurso hídrico de la zona (C. Díaz, 2015).
- (e) Se puede proponer esquemas de pagos por conservar los servicios ambientales que ofrece la subcuenca, replicando ejemplos como los Acuerdos Recíprocos por Agua (ARAS) (EMAPAL EP, 2014) que realiza la Empresa de Agua Potable de Azogues (EMAPAL EP), la cual da un incentivo (a veces económico, en otras ocasiones capacitación sobre cómo manejar sus cultivos) a las personas que viven en las partes altas de la cuencas para cuidar y proteger los páramos.
- (f) Otra alternativa es la creación de leyes y ordenanzas en la subcuenca, tal como la que realiza el Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal de Azogues para la conservación, restauración y recuperación de las fuentes hídricas, ecosistemas frágiles y otras áreas prioritarias para la protección de la biodiversidad, servicios ambientales, y patrimonio natural del cantón



Azogues, en donde se recauda fondos que se destinan a la conservación de la microcuenca del río Tabacay.

5 BIBLIOGRAFÍA

- Abramowitz, M., & Stegun, I. (1965). Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables (National Bureau of Standards Applied Mathematics Series No. 55). Journal of Applied Mechanics. doi:10.1115/1.3625776
- Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." IEEE Transactionson Automatic Control, 19(6), 716–723. doi:10.1109/TAC.1974.1100705
- Avilés, A., Céleri, R., Paredes, J., & Solera, A. (2015). Evaluation of Markov Chain Based Drought Forecasts in an Andean Regulated River Basin Using the Skill Scores RPS and GMSS. Water Resources Management, 1949–1963. doi:10.1007/s11269-015-0921-2
- Avilés, A., Céleri, R., Solera, A., & Paredes, J. (2016). Probabilistic Forecasting of Drought Events Using Markov Chain- and Bayesian Network-Based Models: A Case Study of an Andean Regulated River Basin. Water, 8(2), 37. doi:10.3390/w8020037
- Baddour, O., & Kontongomde, H. (2007). The role of climatological normals in a changing climate. World Climate Data and Monitoring Program, World Meteorological Organization, (61), 46.
- Box, G., & Jenkins, G. (1976). Time series analysis forecasting and control. San Francisco : Holden-Day.
- Buytaert, W., Céleri, R., De Bièvre, B., Cisneros, F., Wyseure, G., Deckers, J., & Hofstede, R. (2006). Human impact on the hydrology of the Andean páramos. Earth-Science Reviews, 79(1-2), 53–72. doi:10.1016/j.earscirev.2006.06.002
- Cadier, É., Gornez, G., Calvez, R., & Rossel, F. (1997). Inundaciones y Sequias en el Ecuador: el proyecto INSEQ. Quito. Retrieved from http://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers10-09/010006883.pdf
- Campozano, L., Sanchez, E., Aviles, A., & Samaniego, E. (2014). Evaluation of infilling methods for time series of daily precipitation and temperature : The case of the Ecuadorian Andes. MASKANA, 5(1), 99–115.
- Carchi, E. (2015). Elaboración de un balance hídrico de la cuenca del río Machangara. El Escorial. Universidad de Cuenca.



- Celleri, R., Willems, P., Buytaert, W., & Feyen, J. (2007). Space–time rainfall variability in the Paute basin, Ecuadorian Ande. *Hydrological Processes*, 21, 12. doi:10.1002/hyp
- Consejo de la cuenca del Machángara. (2014). Informe hidrológico del Plan de Manejo Integral de la subcuenca del Río Machángara. Cuenca.
- Cryer, J. D., & Chan, K.-S. (2008). *Time Series Analysis. With Applications to R. Design*. doi:10.1007/978-0-387-75959-3
- Díaz, C. (2015). Consejo de Cuenca del río Machángara.
- Díaz, F. (2011). Selección de modelos mediante criterios de información en análisis factorial. Aspectos teóricos y computacionales. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Durdu, Ö. F. (2010). Application of linear stochastic models for drought forecasting in the Büyük Menderes river basin, western Turkey. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 24(8), 1145–1162. doi:10.1007/s00477-010-0366-3
- Edwards, D. C., & Mckee, T. B. (1997). Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales. *Climatology Rep* 97-2, 4–29.
- ElecAustro. (2015). Complejo Hidroeléctrico “Machángara.” Retrieved August 3, 2015, from http://www.elecaustro.com.ec/index.php?option=com_content&view=article&id=56&Itemid=70
- EMAPAL EP. (2014). Aporte ciudadano. Retrieved January 3, 2016, from http://www.emapal.gob.ec/index.php?option=com_content&view=article&id=479:aporte-ciudadano&catid=44:noticias&Itemid=107
- Espasa, A. (1991). Perspectiva histórica de los modelos arima y su utilidad en el análisis económico. *Revista de Historia Económica*, Año IX, Ot, 541–552.
- ETAPA EP. (2014). Comité de gestión de la cuenca del machángara. Retrieved April 15, 2015, from <http://www.etapa.net.ec/Productos-y-servicios/Gesti%C3%B3n-ambiental/Manejo-de-Cuencas-Hidrogr%C3%A1ficas/Comit%C3%A9-de-Gesti%C3%B3n-de-la-Cuenca-del-Mach%C3%A1ngara>
- Fernández Cristina, Vega, J., Fonturbe, T., & Jiménez, E. (2009). Streamflow drought time series forecasting: A case study in a small watershed in North



- West Spain. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23, 1063–1070. doi:10.1007/s00477-008-0277-8
- Hosking, J. R. M. (1990). L-moments: Analysis and Estimation of Distributions using Linear Combinations of Order Statistics. *J. R. Stat. Soc. Ser. B*, 52(1), 105–124.
- Hughes, B., & Saunders, M. A. (2002). A drought climatology for Europe. *International Journal of Climatology*, 22(13), 1571–1592. doi:10.1002/joc.846
- INAMHI. (2015). Biblioteca | Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología. Retrieved January 16, 2016, from <http://www.serviciometeorologico.gob.ec/biblioteca/>
- Kendall, M. G. (1938). A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30(1-2), 81–93. doi:10.1093/biomet/30.1-2.81
- Kumar, V., & Panu, U. (1997). Predictive assessment of severity of agricultural droughts based on agro-climatic factors. *Journal of the American Water Resources Association*, 33(6), 1255–1264. doi:10.1111/j.1752-1688.1997.tb03550.x
- Martínez, O. U., & Carrillo, M. R. (2005, November). Caracterización y análisis de la sequía en el estado de Coahuila.
- Mckee, T. B., Doesken, N. J., & Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales, (January), 17–22.
- Mishra, A. K., & Desai, V. R. (2005). Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19(5), 326–339. doi:10.1007/s00477-005-0238-4
- Mishra, A. K., & Singh, V. P. (2010). A review of drought concepts. *Journal of Hydrology*, 391(1-2), 202–216. doi:10.1016/j.jhydrol.2010.07.012
- Mishra, A. K., & Singh, V. P. (2011). Drought modeling – A review. *Journal of Hydrology*, 403(1-2), 157–175. doi:10.1016/j.jhydrol.2011.03.049
- Mitchell, S. M., Dzerdzecvskii, B., Flohn, H., Hofmeyr, N. L., Lamb, H. H., Rao, K. N., & Wallen, C. C. (1966). *Climatic Change*, 195.
- Modarres, R. (2007). Streamflow drought time series forecasting. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 21, 223–233. doi:10.1007/s00477-006-0058-1
- Morid, S., Smakhtin, V., & Bagherzadeh, K. (2007). Drought forecasting using



- artificial neural networks and time series of drought indices. *International Journal of Climatology*, 27(15), 2103–2111. doi:10.1002/joc.1498
- Murray, R. S. (1992). *Estadística*. (McGraw-Hill, Ed.) (Cuarta Edi.). Madrid.
- Nash, J. E., & Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I - A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282–290. doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6
- Palmer, W. C. (1965). *Meteorological Drought*. U.S. Weather Bureau, Res. Pap. No. 45. Retrieved from <https://www.ncdc.noaa.gov/temp-and-precip/drought/docs/palmer.pdf>
- Palmer, W. C. (1968). Keeping Track of Crop Moisture Conditions, Nationwide: The New Crop Moisture Index. *Weatherwise*, 21(4), 156–161. doi:10.1080/00431672.1968.9932814
- Paredes, F., Luis, J., & Guevara, E. (2008). Análisis espacial de las sequías meteorológicas en la región de Los Llanos de Venezuela durante el período 1961-1996. *Revista de Climatología*, 8(February 2016), 15–27.
- Quito, N. (2015). *Predicción de caudales en la cuenca del machángara*. Universidad de Cuenca.
- Reschenhofer, E. (1997). Generalization of the Kolmogorov-Smirnov test. *Computational Statistics and Data Analysis*, 24(4), 433–441. doi:10.1016/S0167-9473(96)00077-1
- Rippl, W. (1883). The Capacity of Storage-Reservoirs for Water-Supply. *Minutes of Proceedings, Inst. of Civil Eng.*
- Rossel, F. (1997). Influencia de El Niño sobre los regímenes hidropluviométricos del Ecuador, serie INSEQ No.18, tomos I, II y III. INAMHI-ORSTOM. Retrieved from http://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers12-12/010014173.pdf
- Royston, J. P. (1982). An Extension of Shapiro and Wilk's W Test for Normality to Large Samples. *Journal Of The Royal Statistical Society Series C-Applied Statistics*, 31(2), 115–124. doi:10.2307/2347973
- Said, S. E.; Dickey, D. A. (1984). Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika*, 71, 599–607.
- Sargan, J. D., & Bhargava, A. (2012). Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk Author (s): J . D . Sargan and Alok Bhargava Reviewed work (s): Published by :



- The Econometric Society Stable URL : <http://www.jstor.org/stable/1912252>
. The Econometric Society, 51(1), 153–174.
- Schwartz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Ann Stat*, 6, 461–464.
- Serrano, S. V., López Moreno, J. I., Beguería, S., Lacruz, J. L., Molina, C. A., & Tejada, E. M. (2012). Accurate Computation of a Streamflow Drought Index. *Journal of Hydrologic Engineering*, (February), 318–332. doi:10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000433.
- Shapiro, S. S., & Wilk, M. B. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 52(3/4), 591–611. doi:10.1093/biomet/52.3-4.591
- Thom, H. C. S. (1958). A note on the gamma distribution, 86(4), 117–122.
- Universidad del Azuay - Instituto Geográfico Militar. (2004). Información temática digital de la cuenca del río paute. Retrieved January 10, 2016, from <http://www.uazuay.edu.ec/promsa/paute/home.htm>
- Valiente, Ó. M. (2001). Sequía: definiciones, tipologías y métodos de cuantificación. *Investigaciones Geográficas*, N° 26, 2001; Pp. 59-80, 26, 59–80. Retrieved from <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/363>
- Velasco, I., Ochoa, L., & Gutiérrez, C. (2005). Sequía, un problema de perspectiva y gestión. *Región y Sociedad*, XVII(34), 35–71. Retrieved from <http://www.redalyc.org/resumen.oa?id=10203402>
- Wilhite, D. A., & Glantz, M. H. (2009). Understanding: the Drought Phenomenon: The Role of Definitions. *Water International*, 10(3), 111–120. doi:10.1080/02508068508686328

APÉNDICE A

AIC y BIC de los modelos ARIMA.

#	SERIE	MODELO	AIC	BIC	#	SERIE	MODELO	AIC	BIC
1	SPI 1	ARMA (0,1)	1377.047	1389.642	40	SPI 6	ARMA (0,1)	882.761	895.282
2	SPI 1	ARMA (0,2)	1378.486	1395.280	41	SPI 6	ARMA (0,2)	722.177	738.872
3	SPI 1	ARMA (0,3)	1374.198	1395.191	42	SPI 6	ARMA (0,3)	662.780	683.649
4	SPI 1	ARMA (1,0)	1377.619	1390.214	43	SPI 6	ARMA (0,4)	666.831	691.874
5	SPI 1	ARMA (1,1)	1375.987	1392.781	44	SPI 6	ARMA (0,5)	460.925	490.141
6	SPI 1	ARMA (1,2)	1377.398	1398.391	45	SPI 6	ARMA (0,6)	455.970	489.360
7	SPI 1	ARMA (1,3)	1375.480	1400.671	46	SPI 6	ARMA (0,7)	457.755	495.319
8	SPI 1	ARMA (2,0)	1379.390	1396.184	47	SPI 6	ARMA (1,0)	603.772	616.293
9	SPI 1	ARMA (2,1)	1377.264	1398.257	48	SPI 6	ARMA (1,1)	595.369	612.065
10	SPI 1	ARMA (2,2)	1375.097	1400.288	49	SPI 6	ARMA (1,2)	596.764	617.633
11	SPI 1	ARMA (2,3)	1377.075	1406.465	50	SPI 6	ARMA (1,3)	570.242	595.285
12	SPI 1	ARMA (3,0)	1374.119	1395.112	51	SPI 6	ARMA (1,4)	571.243	600.459
13	SPI 1	ARMA (3,1)	1375.990	1401.181	52	SPI 6	ARMA (1,5)	456.241	489.632
14	SPI 1	ARMA (3,2)	1377.178	1406.567	53	SPI 6	ARMA (1,6)	456.041	493.605
15	SPI 1	ARMA (3,3)	1377.916	1411.504	54	SPI 6	ARMA (1,7)	456.62	498.357
16	SPI 3	ARMA (0,1)	1057.794	1070.315	55	SPI 6	ARMA (2,0)	594.346	611.042
17	SPI 3	ARMA (0,2)	824.083	840.778	56	SPI 6	ARMA (2,1)	572.776	593.645
18	SPI 3	ARMA (0,3)	818.818	839.687	57	SPI 6	ARMA (2,2)	573.928	598.971
19	SPI 3	ARMA (0,4)	820.770	845.812	58	SPI 6	ARMA (2,3)	569.980	599.196
20	SPI 3	ARMA (1,0)	940.025	952.546	59	SPI 6	ARMA (2,4)	562.611	596.001
21	SPI 3	ARMA (1,1)	918.121	934.816	60	SPI 6	ARMA (2,5)	458.197	495.761
22	SPI 3	ARMA (1,2)	818.547	839.416	61	SPI 6	ARMA (2,6)	456.959	498.697
23	SPI 3	ARMA (1,3)	817.825	842.868	62	SPI 6	ARMA (2,7)	460.249	506.161
24	SPI 3	ARMA (1,4)	818.676	847.893	63	SPI 6	ARMA (3,0)	595.177	616.046
25	SPI 3	ARMA (2,0)	907.142	923.837	64	SPI 6	ARMA (3,1)	573.516	598.559
26	SPI 3	ARMA (2,1)	908.321	929.189	65	SPI 6	ARMA (3,2)	557.283	586.499
27	SPI 3	ARMA (2,2)	820.347	845.39	66	SPI 6	ARMA (3,3)	556.179	589.569

#	SERIE	MODELO	AIC	BIC	#	SERIE	MODELO	AIC	BIC
28	SPI 3	ARMA (2,3)	818.844	848.061	67	SPI 6	ARMA (3,4)	539.782	577.346
29	SPI 3	ARMA (2,4)	818.527	851.917	68	SPI 6	ARMA (3,5)	454.509	496.247
30	SPI 3	ARMA (3,0)	906.627	927.496	69	SPI 6	ARMA (3,6)	455.425	501.336
31	SPI 3	ARMA (3,1)	892.201	917.243	70	SPI 6	ARMA (3,7)	457.397	507.482
32	SPI 3	ARMA (3,2)	818.000	847.217	71	SPI 6	ARMA (4,0)	588.958	614.001
33	SPI 3	ARMA (3,3)	819.314	852.704	72	SPI 6	ARMA (4,1)	563.724	592.941
34	SPI 3	ARMA (3,4)	820.533	858.097	73	SPI 6	ARMA (4,2)	558.860	592.251
35	SPI 3	ARMA (4,0)	867.921	892.964	74	SPI 6	ARMA (4,3)	525.541	563.105
36	SPI 3	ARMA (4,1)	865.000	894.217	75	SPI 6	ARMA (4,4)	528.247	569.985
37	SPI 3	ARMA (4,2)	819.656	853.046	76	SPI 6	ARMA (4,5)	455.776	501.687
38	SPI 3	ARMA (4,3)	821.256	858.821	77	SPI 6	ARMA (4,6)	457.415	507.500
39	SPI 3	ARMA (4,4)	822.394	864.132	78	SPI 6	ARMA (4,7)	457.657	511.917
79	SSI 1	ARMA (0,1)	1269.343	1281.789	106	SSI 3	ARMA (2,3)	824.128	852.985
80	SSI 1	ARMA (0,2)	1269.653	1286.247	107	SSI 3	ARMA (2,4)	822.513	855.493
81	SSI 1	ARMA (0,3)	1264.846	1285.588	108	SSI 3	ARMA (3,0)	855.162	875.775
82	SSI 1	ARMA (1,0)	1265.052	1277.497	109	SSI 3	ARMA (3,1)	849.304	874.039
83	SSI 1	ARMA (1,1)	1267.051	1283.644	110	SSI 3	ARMA (3,2)	821.960	850.817
84	SSI 1	ARMA (1,2)	1264.393	1285.135	111	SSI 3	ARMA (3,3)	823.488	856.468
85	SSI 1	ARMA (1,3)	1264.101	1288.992	112	SSI 3	ARMA (3,4)	825.094	862.197
86	SSI 1	ARMA (2,0)	1267.051	1283.645	113	SSI 6	ARMA (0,1)	837.621	849.988
87	SSI 1	ARMA (2,1)	1267.218	1287.960	114	SSI 6	ARMA (0,2)	613.927	630.417
88	SSI 1	ARMA (2,2)	1264.229	1289.120	115	SSI 6	ARMA (0,3)	500.704	521.316
89	SSI 1	ARMA (2,3)	1266.180	1295.220	116	SSI 6	ARMA (0,4)	501.536	526.271
90	SSI 1	ARMA (3,0)	1262.557	1283.299	117	SSI 6	ARMA (1,0)	473.852	486.219
91	SSI 1	ARMA (3,1)	1264.428	1289.319	118	SSI 6	ARMA (1,1)	427.520	444.010
92	SSI 1	ARMA (3,2)	1266.228	1295.267	119	SSI 6	ARMA (1,2)	423.103	443.715
93	SSI 1	ARMA (3,3)	1266.780	1299.968	120	SSI 6	ARMA (1,3)	423.103	443.715
94	SSI 3	ARMA (0,1)	1017.399	1029.767	121	SSI 6	ARMA (1,4)	421.697	450.554
95	SSI 3	ARMA (0,2)	846.337	862.827	122	SSI 6	ARMA (2,0)	419.760	436.250

#	SERIE	MODELO	AIC	BIC	#	SERIE	MODELO	AIC	BIC
96	SSI 3	ARMA (0,3)	826.291	846.904	123	SSI 6	ARMA (2,1)	420.701	441.313
97	SSI 3	ARMA (0,4)	827.816	852.551	124	SSI 6	ARMA (2,2)	420.242	444.977
98	SSI 3	ARMA (1,0)	883.008	895.375	125	SSI 6	ARMA (2,3)	419.890	448.747
99	SSI 3	ARMA (1,1)	861.339	877.829	126	SSI 6	ARMA (2,4)	402.062	435.042
100	SSI 3	ARMA (1,2)	824.053	844.665	127	SSI 6	ARMA (3,0)	421.286	441.898
101	SSI 3	ARMA (1,3)	823.737	848.472	128	SSI 6	ARMA (3,1)	421.104	445.839
102	SSI 3	ARMA (1,4)	823.161	852.018	129	SSI 6	ARMA (3,2)	407.375	436.233
103	SSI 3	ARMA (2,0)	853.795	870.285	130	SSI 6	ARMA (3,3)	391.421	424.401
104	SSI 3	ARMA (2,1)	855.559	876.171	131	SSI 6	ARMA (3,4)	388.691	425.793
105	SSI 3	ARMA (2,2)	825.670	850.405					