

**UNIVERSIDAD DE CUENCA**  
**FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA**



**“ELABORACIÓN DE UNA GUÍA Y MATERIAL DIDÁCTICO DE  
LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO PARA EL LABORATORIO DE  
MATEMÁTICAS DE LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA”**

**Tesis previa a la obtención  
del título de Licenciado en  
Ciencias de la Educación  
en Matemáticas y Física.**

***AUTORES:***

**DIEGO ISMAEL GUERRERO GUEVARA  
FABIÁN LEONCIO ROMERO ROMERO**

***DIRECTORA:***

**MGS. MÓNICA DEL CARMEN LLIGUAIPUMA AGUIRRE.**

**CUENCA - ECUADOR**

**2015**



UNIVERSIDAD DE CUENCA



**Mgs. Mónica del Carmen Lliguaipuma Aguirre**

**CERTIFICA**

Que el presente trabajo de graduación ha sido revisado de forma minuciosa, por tanto autorizo su presentación; el trabajo responde a los requisitos establecidos en el reglamento de graduación de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

**Mgs. Mónica del Carmen Lliguaipuma Aguirre**

**C.I 0102834363**

**Tutora del Trabajo de Graduación.**



## R E S U M E N

La Geometría del Espacio es una rama de la Matemática que estudia las propiedades y medidas de figuras que se relacionan con la mayoría de objetos tridimensionales que tenemos a nuestro alrededor; por esto nuestro trabajo titulado “Elaboración de una guía y material didáctico de la Geometría del Espacio para el Laboratorio de Matemática de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca” da lugar a una nueva estrategia que puede utilizar el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

En el capítulo uno de nuestro trabajo de graduación se analizan los aspectos generales de la educación así como las corrientes pedagógicas que están presentes dentro del proceso educativo, para luego hablar de la didáctica y la importancia de trabajar con material concreto en el área de Matemática, específicamente en la Geometría del Espacio así como los recursos que son óptimos para trabajar esta asignatura.

En el capítulo dos, se demuestra mediante un muestreo no probabilístico que existe dificultad en la comprensión de los contenidos de la Geometría del Espacio y que una buena opción para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje sobre esta asignatura es la utilización de material concreto y de una guía didáctica que facilite la comprensión de los contenidos.

Por último en el capítulo tres se presenta un conjunto de diez prácticas sobre planos y sólidos, las cuales, siguen los pasos que exige una práctica de laboratorio innovadora, de una manera ordenada y secuencial para reforzar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **Palabras claves:**

- Geometría del Espacio.
- Planos y sólidos.
- Constructivismo.
- Guía didáctica.
- Prácticas de laboratorio.
- Material Concreto.
- Enseñanza-Aprendizaje.



## A B S T R A C T

Space Geometry is a branch of mathematics that studies the properties and measurements of geometrical figures in a third dimensional space. These figures are related to most three dimensional objects that we can find surrounding us. This is why our research work entitled “Elaboration of a guide and training material of space geometry for the mathematics lab of the career of mathematics and physics of the University of Cuenca” Paves the way for a new strategy to be used by every teacher of this career during the teaching-learning process of the subject.

In chapter one, we discuss general aspects of education and the pedagogical currents that are present within the educational process, as well. Then we talk about didactics and the importance of working with authentic material in the area of mathematics, and especially in the Space Geometry area. We also talk about the resources that are useful for this subject.

In chapter two, it is demonstrated by means of a non-probabilistic sample that there is much difficulty for students in understanding the contents of space geometry. Therefore, a good choice to carry out the teaching-learning process of this subject is the use of authentic material and an educational guide that simplifies content understanding.

Finally, in chapter three we present a set of ten practice exercises on planes and solids, which follow the steps that any innovating laboratory practice demands; that is to say, in a way that is orderly and sequential so as to reinforce the teaching-learning process.

### **Key words:**

- Space Geometry.
- Flats and solids.
- Constructivism.
- Didactic guide.
- Laboratory practice.
- Authentic material.
- Teaching-learning.



## ÍNDICE

Resumen.....	2
Abstract.....	3
Dedicatorias .....	11
Agradecimientos .....	12
Introducción .....	13
Capítulo I. Fundamentación teórica .....	15
1.1 Aspectos generales de la educación. ....	15
1.2 Corrientes pedagógicas que están presentes en la educación.....	18
1.2.1 Paradigma de la escuela nueva. ....	19
1.2.2 Paradigma cognitivo. ....	19
1.2.3 Paradigma constructivista. ....	20
1.3 La didáctica.....	22
1.3.1 Aspectos generales de la didáctica. ....	22
1.3.2 Didáctica de la matemática.....	23
1.3.3. Didáctica de la geometría del espacio. ....	24
1.4. Concepto e importancia de los recursos didácticos en la clase.....	26
1.5. La matemática y la importancia de trabajar con recursos didácticos en diferentes asignaturas de ésta área.....	28
1.6. Historia y definición de la geometría del espacio.....	29
1.7. Material didáctico para geometría del espacio.....	31
Capítulo II. Diagnóstico .....	35
2.1. Introducción. ....	35
2.2. Selección de la población. ....	36
2.3. Toma y análisis de la encuesta.....	36
2.4. Interpretación de datos. ....	52
Capítulo III. Propuesta .....	53
3.1. Presentación de la propuesta.....	53
3.2. Estructura de la propuesta.....	55
Introducción.....	57
Práctica no. 1: Planos paralelos y planos perpendiculares .....	59



Práctica no. 2 : <u>S</u> ólidos de revolución: cono y cilindro.....	65
Práctica no. 3: <u>C</u> onstrucción de un prisma y de un cilindro .....	71
Práctica no. 4: <u>E</u> l cubo: área y volumen. ....	78
Práctica no. 5: <u>E</u> l cilindro: área y volumen.....	84
Práctica no. 6: <u>C</u> onstrucción de una pirámide y de una pirámide truncada. ....	89
Práctica no. 7: <u>P</u> irámide : área y volumen. ....	98
Práctica no. 8: <u>C</u> onstrucción de un cono y cono truncado.....	104
Práctica no. 9: <u>C</u> ono: área y volumen.....	113
Práctica no. 10: <u>T</u> eorema de arquímedes .....	118
Conclusiones .....	123
Recomendaciones .....	124
Anexos .....	125
Bibliografía .....	132



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Fundada en 1867

**Cláusula de propiedad intelectual**

Yo, Diego Ismael Guerrero Guevara, autor de la tesis “Elaboración de una guía y material didáctico de la Geometría del Espacio para el Laboratorio de Matemáticas de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 17 de Julio de 2015

Diego Ismael Guerrero Guevara

0105193981



UNIVERSIDAD DE CUENCA



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**



**Fundada en 1867**

**Cláusula de propiedad intelectual**

Yo, Fabián Leoncio Romero Romero, autor de la tesis “Elaboración de una guía y material didáctico de la Geometría del Espacio para el Laboratorio de Matemáticas de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 17 de Julio de 2015

**Fabián Leoncio Romero Romero**

**0302627625**





UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Fundada en 1867

**Cláusula de Derechos de Autor**

Yo, Diego Ismael Guerrero Guevara, autor de la tesis “Elaboración de una guía y material didáctico de la Geometría del Espacio para el Laboratorio de Matemáticas de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art.5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 17 de Julio de 2015

Diego Ismael Guerrero Guevara

0105193981



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Fundada en 1867

#### Cláusula de Derechos de Autor

Yo, Fabián Leoncio Romero Romero, autor de la tesis “Elaboración de una guía y material didáctico de la Geometría del Espacio para el Laboratorio de Matemáticas de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art.5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 17 de Julio de 2015

Fabián Leoncio Romero Romero

0302627625



## DEDICATORIA

**Dedico este trabajo a mis padres: Opilio y Mariana, por su paciencia, esfuerzo y motivación; a mis hermanas Danny y Jenny por su apoyo incondicional ante cualquier inconveniente; a tres personitas especiales en mi vida: Solcito, Paulita y David, por llenarme de alegrías día a día; a Priscila por compartir conmigo momentos muy especiales y finalmente para Miguel Antonio Guevara que me cuida en cada momento, en cada lugar.**

**Diego Guerrero.**

**El presente trabajo de graduación realizado con esmero y esfuerzo quiero dedicar con todo el cariño a mis padres: Leoncio Romero y Rosa Romero por el apoyo brindado durante mis estudios.**

**También el presente trabajo va dedicado para mis hermanas Valeria y Jessica por estar ayudándome y apoyándome en diferentes situaciones en las que me he encontrado.**

**Fabián Romero.**



## **A G R A D E C I M I E N T O**

**La gratitud es un sentimiento tan especial que posee el ser humano de manera primordial cuando se trata de la Educación que eleva el espíritu del hombre hasta las más altas cimas.**

**Manifestamos nuestro agradecimiento a la “Universidad de Cuenca” de manera especial a la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía, a su decano y al director de la Carrera Mgs. Cesar Trelles.**

**Nuestro sentimiento de gratitud también va hacia los docentes de la carrera quienes nos guiaron a cumplir con nuestra meta y a nuestros compañeros que también colaboraron en nuestro trajinar Universitario.**

**No podía faltar el sincero agradecimiento a la Mgs. Mónica Lliguaipuma, directora de nuestra tesis, quien nos ha guiado con sus conocimientos para que este trabajo de graduación sea un verdadero aporte para la carrera de Matemáticas y Física y porque no para la sociedad en general.**

**LOS AUTORES.**



## INTRODUCCIÓN

El avance científico y tecnológico ha permitido que la sociedad vaya evolucionando en muchos aspectos que son importantes para el desempeño personal o profesional del conjunto humano que forman parte de ella; aspectos como: la política, las leyes, la economía, la educación permiten que una sociedad avance paulatinamente de acuerdo a las necesidades de los habitantes que conforman dicho grupo social.

La Educación es un pilar fundamental que permite formar individuos íntegros, capaces de aportar a los cambios sociales. Al tomar en consideración uno de los principios que se menciona en la Ley Orgánica de Educación Intercultural de la educación ecuatoriana debe existir una comunidad de aprendizaje entre docentes y educandos que dentro del sistema educativo formal experimente ciertos cambios, los cuales se puedan evidenciar en el aula de clase, donde dejando a un lado la educación tradicional y adoptando una educación constructivista, los discentes son quienes deben construir sus propios conocimientos con la respectiva guía del docente, quien aplicando los conceptos de la didáctica ayudará a que se genere un autoaprendizaje en los estudiantes.

El trabajar con recursos didácticos que permitan comprender de una mejor manera los contenidos desarrollados en el aula es un aspecto fundamental, que hoy está siendo considerado en la Educación Nacional con el propósito de conseguir destrezas con criterio de desempeño en los discentes que se encuentran cursando los diferentes años que constan en el sistema educativo formal.

En la actualidad los docentes de las diferentes asignaturas tienen al alcance muchos recursos que pueden utilizar al momento de desarrollar su proceso de enseñanza en el aula de clase; la utilización de estos recursos se basa en una corriente pedagógica la cual marcará los logros que se quieren conseguir en los discentes dentro del proceso educativo.

Una de las asignaturas que consta en el currículo educativo es la Geometría donde se estudian contenidos en dos y tres dimensiones. En el desarrollo de esta asignatura el docente puede utilizar recursos didácticos que permitan desarrollar en los



estudiantes un aprendizaje comprensivo que esté basado en el razonamiento y la deducción de los temas planteados.

Los docentes de esta asignatura deben estar conscientes que la interpretación de contenidos tridimensionales resulta un poco difícil realizarlos en la pizarra. Si bien este recurso es fundamental para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje; pero la utilización de recursos y materiales variados que los docentes puedan considerar para la explicación, permiten tener una mejor interpretación de los contenidos que abarca esta disciplina.

Los materiales a utilizar en el desarrollo de los contenidos tridimensionales pueden ir acompañados de una guía didáctica debidamente elaborada, donde se desarrollen secuencialmente los pasos de una práctica de laboratorio referente al tema que se esté abordado en el aula de clase; la parte práctica dentro de la Geometría del Espacio permite relacionar los conceptos teóricos con objetos tridimensionales, esto implica que los estudiantes distingan la importancia de los temas estudiados en diversas situaciones de la vida que pueden estar relacionadas con los temas aprendidos.

Trabajar los contenidos tridimensionales mediante la práctica en un Laboratorio de Matemática siguiendo los pasos de una guía didáctica, permite afianzar los conocimientos en los estudiantes quienes a más de desarrollar muchas capacidades mediante la experimentación se vuelven creativos y generan su propio aprendizaje.



# CAPÍTULO I

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### 1.1 ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACIÓN.

La Educación al estar presente en la vida de las personas desde que nacemos, está basada principalmente en procesos de interacción entre dos o más personas las cuales enseñan o aprenden mediante la comunicación principalmente oral que se da entre individuos que forman parte de una sociedad determinada.

Los seres humanos al relacionarse unos con otros se educan de diferente manera es decir no solamente existen personas destinadas para educar a otras, sino que todos somos un tipo particular de educadores en la sociedad, esta concepción está basada en la Educación Informal que es un proceso que dura toda la vida mediante la relación entre individuos.

La palabra educación etimológicamente, viene de dos palabras griegas educare y educere, según Luengo “Educere hace referencia a conducir fuera de, extraer de dentro hacia fuera; y educare a criar, alimentar” (32). La educación en si es un proceso de socialización entre dos o más personas que, interactuando en el medio se forman día tras día para ir adquiriendo destrezas que luego las aplicarán en la sociedad.

Este concepto etimológico tiene sus repercusiones más en un tipo de educación, llamada educación formal.

**La Educación Formal:** “Es el «sistema educativo» altamente institucionalizado, cronológicamente graduado y jerárquicamente estructurado que se extiende desde los primeros años de la escuela primaria hasta los últimos años de la Universidad” (Miranda 2), que se rige a una estructura de acuerdo a unos objetivos propuestos, un currículo determinado, la educación formal es intencionada, se ejecuta en los centros educativos y termina con una validación en cada etapa pensando siempre en los objetivos planteados.



La educación ha ido evolucionando día a día en el sistema educativo formal; el avance de la ciencia y la tecnología, el desarrollo económico, la globalización, la situación política del país; son aspectos que deben ser considerados dentro de este tipo de educación.

En el Ecuador, actualmente los aspectos educativos han tenido ciertos cambios basados en una propuesta de política pública, dirigida hacia una transformación educativa a través de una reforma permanente y tomando como referencia algunas corrientes pedagógicas contemporáneas para su aplicación como es el constructivismo, que busca que el discente sea el principal protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje y sea quien construya su propio conocimiento con la guía oportuna del docente.

Según el documento de la Actualización y Fortalecimiento Curricular del 2010 para conseguir una educación de calidad es necesario considerar a los discentes como “protagonistas principales de los aprendizajes dentro de las diferentes estructuras metodológicas con predominio de las vías cognitivas y constructivistas” (9); centrarse en las capacidades y características de los discentes es fundamental para lograr desarrollar aprendizajes significativos en los estudiantes.

La Actualización y Fortalecimiento Curricular en su estructura presenta varias alternativas para conseguir aprendizajes constructivistas; los cuales sirven para lograr que los discentes sean los principales actores de la educación, éstas propuestas innovadoras según su aplicabilidad tienen que ser utilizadas en todas las asignaturas del currículo educativo, especialmente en las consideradas áreas abstractas, se enfatiza en el documento la importancia de enseñar y aprender matemática, según ésta propuesta: “Hoy existen maneras diferentes de hacer y comunicar Matemáticas” (23). Los cambios que presenta esta rama tiene como antecedentes los cambios y la evolución que la sociedad va tendiendo día a día y que permiten que la educación en matemática pueda tener visiones diferentes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La educación en matemática es muy importante debido a que muchas decisiones de la vida especialmente económicas se toman basadas en esta área, la utilizamos a diario y muchas veces sin darnos cuenta la matemática nos acompaña de diferen-





tes formas. Todas las personas en general tenemos un conocimiento básico de la matemática pero si hablamos de la educación formal los discentes requieren aprender esta área de una manera específica que les permita afianzar sus conocimientos.

Para enseñar ésta área existen diferentes metodologías; para lo cual hay que tener en cuenta que el objetivo principal de la Actualización y Fortalecimiento Curricular es desarrollar destrezas con criterio de desempeño en los estudiantes para que estos puedan resolver problemas cotidianos; los recursos didácticos y tecnológicos sirven de apoyo para los docentes de la matemática; quienes tendrán al alcance estos recursos para poder utilizarlos con el objetivo de mejorar la calidad de la educación de acuerdo a las exigencias vigentes.

El campo de la Matemática abarca muchas asignaturas que pueden ser trabajadas con diferentes recursos didácticos y dentro de las cuales está la Geometría del Espacio que tiene un grado de dificultad para su aprendizaje debido a que es una asignatura que está basada en tres dimensiones y muchas veces resulta dificultoso para los discentes poder interpretar gráficas y representaciones que van incluidas dentro de su estudio.

Según investigaciones realizadas por el doctor Bernardo Camou “La Geometría del Espacio es un rico mundo matemático que nos rodea y sin embargo pareciera estar casi ausente de la enseñanza. El principal obstáculo para la enseñanza de la Geometría del Espacio es el problema de la representación de los objetos de tres dimensiones” (1).

Esta asignatura al presentar varias dificultades para su aprendizaje puede ser trabajada conjuntamente con la práctica, es decir manipulando objetos tridimensionales que pueden ser útiles para estructurar prácticas de laboratorio con el apoyo de una guía didáctica que encamine a los discentes a lograr destrezas con criterio de desempeño y un valioso recurso para el docente como un aporte para facilitar la comprensión de la Geometría del Espacio.

Los cambios que ha tenido el sistema educativo ecuatoriano en los últimos años permiten ver a la educación como más interactiva teniendo como objetivo el lograr aprendizajes significativos en los estudiantes, este tipo de educación exige la apli-



cación de recursos didácticos en el aula, introducir nuevas técnicas y metodologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje que permita una formación integral del estudiante.

## **1.2 CORRIENTES PEDAGÓGICAS QUE ESTÁN PRESENTES EN LA EDUCACIÓN.**

El avance científico y tecnológico ha sido determinante para que en la educación formal vayan tomando fuerza ciertas corrientes pedagógicas en las cuales el docente puede basarse para impartir sus clases en el aula, éstas corrientes permiten desarrollar su proceso de enseñanza-aprendizaje de la manera más adecuada según lo que el docente pretenda conseguir en dicho proceso.

Dentro del quehacer educativo cada uno de los docentes aplican sus estrategias metodológicas más adecuadas para abordar una asignatura, métodos que están basados en alguna corriente pedagógica la cual genera un proceso educativo con rasgos específicos, tanto en la tarea del docente como en la tarea del estudiante, permitiendo así que se dé un proceso de acuerdo a los principios educativos que tiene la corriente pedagógica utilizada. Así también de acuerdo a la Actualización y Fortalecimiento Curricular dentro de la educación es muy importante basarse en una corriente pedagógica, estas son teorías o principios pedagógicos que el docente tiene al alcance para ir afín a las exigencias educativas o según la metodología que utilice cada docente en la educación.

Según las investigaciones realizadas por Héctor Cereza en su documento *Corrientes Pedagógicas Contemporáneas* expresa que: “En los últimos años la escuela y sus protagonistas principales se han visto involucrados en una serie de críticas pedagógicas, de manera especial esta crítica va dirigida hacia los docentes” (2), la actualización de los aspectos educativos permite que las estrategias metodológicas también sufran ciertas modificaciones o actualizaciones, permitiendo generar un proceso educativo en el que el docente utilizará la metodología más adecuada para cumplir las exigencias educativas.

De acuerdo a este documento el proceso de enseñanza-aprendizaje en la actualidad está basado principalmente en tres corrientes pedagógicas como son: el para-



digma de la Escuela Nueva, el paradigma Cognitivo y el paradigma Constructivista; todas estas poseen una característica principal que hace que una se distinga de la otra, si bien poseen algunos aspectos comunes entre sí pero todo dependerá de lo que quiera conseguir el docente en sus estudiantes.

A continuación desarrollaremos los puntos más importantes de cada una de estas.

### **1.2.1 PARADIGMA DE LA ESCUELA NUEVA.**

El paradigma de la Escuela Nueva con su protagonista principal John Dewey considera al docente como un facilitador o guía y a los discentes como protagonistas principales del proceso de enseñanza-aprendizaje de acuerdo a sus aptitudes e intereses de cada uno de ellos con el objetivo de conseguir una educación integral. El paradigma de la Escuela Nueva cambia totalmente el papel del docente y del estudiante frente a lo que tenían estos en la educación tradicional.

Otro punto que considera la Escuela Nueva es el de aprender haciendo, tener una actividad en el aula que permita que el discente aprenda de acuerdo a sus intereses personales consiguiendo de esta manera un aprendizaje por experimentación, desarrollar un pensamiento lógico y libre sobre el tema que se esté estudiando. El aprendizaje por experimentación según la Escuela Nueva requiere de una conexión entre las exigencias teóricas y las exigencias prácticas para que, de esta manera el estudiantado pueda lograr el aprendizaje basándose en los principios teóricos establecidos para cada tema.

De acuerdo a todos los parámetros determinados por la Escuela Nueva el diseño curricular para cada asignatura tendría una visión completamente diferente a lo tradicional; el trabajar las asignaturas basándose en el este paradigma implica una preparación mayor con respecto a una pedagogía tradicional.

### **1.2.2 PARADIGMA COGNITIVO.**

El paradigma cognitivo a través de las aportaciones realizadas por Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky se basa en el desarrollo de capacidades en el discente, permitiendo que el docente mediante su guía genere un ambiente para que desarrollen ciertas capacidades crítico-reflexivas y también capacidades motrices que les ayu-



dará a desenvolverse de mejor manera en la clase y en un futuro puedan hacerlo de una misma manera en la sociedad.

Este paradigma considera que el discente a través de su experiencia posee cierta competencia cognitiva, que debe ser respetada y desarrollada por parte del docente, quien organizando el proceso de aprendizaje de una manera adecuada pueda lograr desarrollar esta capacidad cognitiva consiguiendo nuevas aptitudes en su estudiantado. El cognitivismo busca representar la realidad, trabajar experimentando permite que los estudiantes se sitúen en el tema de una manera realista mediante el aprendizaje por descubrimiento.

La experimentación permite que el cognitivismo abandone el aspecto mecanicista del paradigma tradicional, algoritmos, reglas no caben dentro de este modelo; más bien el cognitivismo busca que el estudiante sea el procesador activo de la información y sea quien piense y analice críticamente dichos contenidos.

### **1.2.3 PARADIGMA CONSTRUCTIVISTA.**

Este paradigma que tiene las aportaciones de los principales representantes del cognitivismo, busca que el discente sea el que construya su propio conocimiento, que no esté únicamente basado en lo que el docente expone, sino que investigue para que así pueda tener una visión más general del tema que se trata en la clase. Este paradigma establece también que el discente debe ser considerado como el protagonista principal dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; este proceso debe ser interactivo y partir de la interacción con el medio; el docente debe ser un simple facilitador, el enrumbará a que el estudiante basándose en los conocimientos previos y en las experiencias que tiene pueda construir o cimentar sus conocimientos a través de la investigación.

Estas tres Corrientes Pedagógicas podrán ser consideradas por los docentes de las diferentes áreas de estudio especialmente en las áreas que son consideradas abstractas y dentro de estas esta la matemática con sus diferentes asignaturas, una de ellas es la Geometría del Espacio que tiene sus dificultades y se podría mejorar su comprensión con el uso de figuras tridimensionales mediante una guía didáctica; es importante recalcar que estas tres corrientes priorizan al discente como protagonis-



ta principal de la educación permitiendo que el docente sea únicamente un guía del proceso educativo.

Debido a la abstracción y complejidad de esta asignatura es conveniente desarrollarla de una manera mucho más explicativa, abordarla de una manera interactiva mediante prácticas en un laboratorio, para lo cual es necesario contar con una guía didáctica que permita desarrollar los contenidos de una manera experimental. La presente guía didáctica que hemos elaborado cuenta con diez prácticas que serán desarrollada en el laboratorio de Matemática para lo cual cada una de estas presenta la siguiente estructura:

1. Portada de la práctica con el respectivo título.
2. Introducción al tema.
3. Objetivos.
4. Materiales a ser utilizados.
5. Procedimiento.
6. interpretación y modelación donde constan las respectivas tablas para la toma de datos.
7. Conclusiones.
8. Relación del tema con la realidad o formulario con ejercicios propuestos esto dependerá del tema que se esté abordando en la respectiva práctica.

Utilizar esta guía didáctica para desarrollar los contenidos de la Geometría del Espacio mediante prácticas en un laboratorio ayudará a que los discentes desarrollen y potencialicen ciertas destrezas manipulando objetos y realizando los montajes para cada una de las prácticas.

La utilización de esta guía didáctica en el primer ciclo de nuestra carrera permite orientar a los futuros docentes sobre el manejo de un laboratorio; con el objetivo que al ejercer su profesión puedan cubrir las exigencias planteadas en el documento de la Actualización Curricular. Incursionar en nuevas metodologías para la enseñanza de esta asignatura en el área de la matemática puede marcar el paso para conseguir una educación de calidad en el sistema educativo formal como un proceso innovador para abordar los contenidos de la Geometría del Espacio.



## 1.3 LA DIDÁCTICA.

### 1.3.1 ASPECTOS GENERALES DE LA DIDÁCTICA.

La didáctica en el sistema educativo tiene varios conceptos; entre uno de ellos se puede decir que: “Es la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando; es el Arte de enseñar” (Carvajal 1), de acuerdo con este concepto podemos ver que esta ciencia está en estrecha relación con la educación; la didáctica se ocupa de la parte técnica que un docente debe tener presente al momento de ejercer su profesión en una asignatura determinada con el claro objetivo de facilitar la comprensión y lograr aprendizajes en sus discentes.

Al ser considerada la didáctica como un arte de enseñar es necesario que el o la docente utilice las estrategias metodológicas más adecuadas en el proceso educativo con el objetivo de lograr una educación interactiva, que no solamente esté basada en la intervención de los docentes sino que los discentes sean los principales actores de dicho proceso.

Mallart expresa que “Siendo la enseñanza a la vez una actividad práctica y una ciencia práctica, se tratará de combinar adecuadamente el saber didáctico-la teoría-con el hacer didáctico-la práctica que consiste en la realización del acto didáctico” (6), la didáctica permite mejorar la calidad de educación combinando las dos partes fundamentales que establece Mallart debido a que, el estudiante tendrá un aprendizaje mucho más significativo porque aprenderá el **saber qué** y el **saber hacer**, mediante la correcta guía del docente quien sabrá utilizar las estrategias adecuadas para lograr que todos los conocimientos adquiridos tanto prácticos como teóricos queden bien interiorizados.

Estos aspectos que caracterizan a la didáctica permiten que su aplicabilidad en la educación sean indispensables, razón por la cual deben considerarse en las asignaturas que constan en el currículo educativo con el pleno objetivo de hacer efectiva su aplicación en la educación, considerar cada asignatura es importante porque en cada una se aplicará las estrategias didácticas más adecuadas para lograr un proceso de enseñanza-aprendizaje de calidad en ámbito de la educación formal.



### 1.3.2 DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

La matemática juega un papel muy importante en la sociedad debido a que muchas de las decisiones de la vida diaria la tomamos en base a esta ciencia, es primordial que los docentes en esta área utilicen las estrategias didácticas apropiadas con el objetivo de mejorar la calidad de la enseñanza y orientar el aprendizaje en este complejo campo de la educación.

La matemática es considerada una área abstracta que presenta un mayor grado de dificultad para su aprendizaje, Carrillo expresa que ésta área: “tiene su alto nivel de abstracción y generalización, por lo tanto la construcción de la matemática ha implicado el desarrollo de conceptos cada vez más abstractos” (1), la matemática al ser abstracta necesita de una didáctica diseñada específicamente para esta área, con la finalidad de abordar de una manera mucho más explicativa cada tema, relacionando los contenidos matemáticos con aspectos específicos de nuestra vida.

La Didáctica de la Matemática tiene aportaciones de muchos investigadores; y entre uno de ellos esta Godino quien en su libro *Didáctica de la Matemática para Maestros* expresa que hay que reflexionar sobre la enseñanza de la matemática y que debemos pensar en lo siguiente: “Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que las matemáticas han contribuido a su desarrollo” (21).

La didáctica ayuda a que los discentes tengan una concepción diferente de la matemática en la sociedad, quienes al aprender los contenidos mediante la acertada guía del docente reflexionan sobre la matemática para la vida y no solamente la consideran como una asignatura más del currículo educativo. La aplicación e innovación de estrategias didácticas permiten que los discentes cambien de visión sobre esta área y la consideren como atractiva e importante para tomar muchas decisiones en la vida cotidiana.

Un aspecto muy importante para facilitar la comprensión de la matemática es que los docentes utilicen en su proceso de enseñanza-aprendizaje la transposición didáctica esto hace referencia: “al cambio que el conocimiento matemático sufre para



ser adaptado como objeto de enseñanza” (Godino 42), permitiendo así que los contenidos curriculares estén adaptados a la edad, intereses y capacidades que los discentes tienen de acuerdo a sus rasgos característicos; la transposición didáctica tiene también la parte práctica que es muy importante hoy en la educación, porque de acuerdo a lo que se menciona en la propuesta de la Actualización y Fortalecimiento Curricular la praxis basados en los contenidos de la matemática permite que el discente analice y se sitúe en muchos aspectos de la vida cotidiana.

De acuerdo a la Reforma Curricular es importante que cada una de las instituciones educativas cuenten con laboratorios para que, se trabajen algunos contenidos matemáticos que requieren de una demostración práctica para facilitar la comprensión de los discentes, permitiendo así la conexión entre la parte teórica, en consecuencia el estudio en el área de la matemática requiere de una didáctica mucho más práctica antes que teórica que permita cumplir con las exigencias educativas actuales.

Al ser la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca un espacio donde se forman los futuros docentes en esta área, es necesario que cuente con un Laboratorio de Matemáticas bien equipado que permita realizar un estudio analítico de los contenidos de las diferentes asignaturas en este campo y sea el lugar de experimentación donde se utilicen recursos didácticos adecuados para apoyar el proceso de aprendizaje, entre uno de los recursos está la utilización de una guía didáctica. Mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las aulas universitarias mediante la utilización de recursos didácticos en un laboratorio permite que los discentes salgan adecuadamente preparados en el manejo y aplicación de recursos didácticos como parte de su formación docente, para que de esta manera puedan enfrentar los cambios educativos que exige actualmente la Educación Nacional.

### **1.3.3. DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO.**

La Matemática tiene muchas asignaturas de estudio dentro de las cuales algunos contenidos se los puede trabajar conjuntamente en un laboratorio, entre estas materias se encuentra la Geometría del Espacio que abarca el estudio de figuras en tres dimensiones las cuales resultan complicado para los discentes poder interpre-





tarlas, entonces se puede trabajar esta asignatura con la manipulación de objetos tridimensionales para que se pueda comprender de una mejor manera los contenidos que se están desarrollando.

La Geometría del Espacio requiere de una didáctica mucho más representativa como Camou señala: “Para aprender Geometría del Espacio no alcanza con usar un solo tipo de representación sino que es imperioso utilizar un conjunto de representaciones, que de diferentes formas, aproximan el mismo objeto geométrico” (1), usar varias representaciones especialmente con material concreto ayuda o facilita la comprensión del estudiantado quienes interiorizarán los contenidos de una manera significativa.

Al trabajar esta asignatura en un laboratorio manipulando objetos específicos para cada tema, es necesario que en este proceso se aplique de una manera específica la didáctica de la Geometría del Espacio, contar con una guía didáctica que permita a docentes y estudiantes ir desarrollando cada tema de una manera secuencial que facilite la comprensión del contenido a ser estudiado.

Según García: “Una Guía didáctica debería ser un elemento motivador de primer orden para despertar el interés por la materia correspondiente. Debe ser un instrumento idóneo para guiar y facilitar el aprendizaje y ayudar a comprender” (2). La construcción de una guía didáctica para la Geometría del Espacio es fundamental para desarrollar esta asignatura, la cual nos permite tener una visión práctica de ciertos temas debido a que los estudiantes con la ayuda del docente realizarán prácticas en un laboratorio con el propósito de conseguir un proceso de enseñanza – aprendizaje que facilite la comprensión y que este adaptado al contexto educativo.

La presente guía didáctica la hemos realizado siguiendo los parámetros establecidos para la elaboración de una guía, con el objetivo que pueda ser utilizada por los discentes que se encuentran cursando esta asignatura en el primer ciclo de nuestra carrera. En esta guía hemos utilizado los materiales más adecuados que permita al estudiantado analizar las partes constitutivas de las figuras tridimensionales, al utilizar las figuras de un material que permita analizar detalladamente el tema y al seguir correctamente los pasos establecidos en la guía didáctica; permite tener una educación interactiva en la que el discente sea el principal protagonista en el proceso educativo y quien logre un autoaprendizaje con el acompañamiento del docente.



La utilización de esta guía didáctica apoyará el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura y ayudará a conseguir destrezas con criterio de desempeño en los discentes, quienes al trabajar de una manera interactiva interiorizarán los conocimientos adquiridos para poder desempeñarse profesionalmente en el futuro.

## **1.4. CONCEPTO E IMPORTANCIA DE LOS RECURSOS DIDÁCTICOS EN LA CLASE.**

La ciencia formal Matemática o la Matemática tiene varias ramas, según Silvia Villarroel una de las más antiguas, concretas, intuitivas, ligadas con la realidad, difícil de ser estudiada simplemente en una pizarra, es la Geometría y más aún la parte espacial de esta asignatura a la que se le conoce como Geometría del Espacio, por lo que exige buscar numerosas maneras de experimentar, con la utilización de recursos didácticos adecuados se puede analizar métodos, conceptos, propiedades y problemas de dicha asignatura.

La utilización de estos recursos en clase van apegados a una didáctica general y en el caso de este trabajo una propuesta dirigida especialmente en el ámbito de la didáctica de la Geometría del Espacio permitiendo crear aprendizajes de una manera autónoma, siendo el docente el facilitador y el discente el creador de sus conocimientos, así se consolida el principio de “aprender a aprender” entonces el discente es el principal participe en el acto educativo y de esta manera se estarán cumpliendo con las nuevas exigencias curriculares en nuestro país.

Para Antonia María Moya los recursos didácticos son todo tipo de medio material como: pizarra, libro, diapositivas, etc. o medios conceptuales como: actuaciones, simulaciones, ejemplos, que se pueden utilizar como apoyo en la enseñanza para lograr facilitar o estimular el aprendizaje; la utilización de éstos recursos inciden directamente en la transmisión educativa por ello es muy importante usar varios recursos a la vez para el estudio de materias que son tanto complejas como abstractas.

Según la clasificación de recursos didácticos de Antonia Moya, se los puede enlistar de la siguiente manera:



- Textos impresos: Libros ya sea de estudio o de consulta, cuadernos de apuntes, impresiones extras, guías, periódicos, revistas.
- Material audiovisual: Proyector, diapositivas, videos, películas.
- Tableros didácticos: Pizarra tradicional, pizarra digital.
- Medios informáticos: Software específico, internet, plataformas virtuales.
- Material concreto: Maquetas, modelos matemáticos manipulables, figuras geométricas de material concreto.
- Laboratorio: Espacio, mesas (del profesor y del estudiante), sillas, lámparas.

Es de gran importancia el uso de recursos didácticos específicos para realizar prácticas de laboratorio que nos permitan generar y consolidar conocimientos en asignaturas donde la explicación teórica no es suficiente, con esto podemos desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje de calidad lo cual ayudará de gran manera a desarrollar aprendizajes significativos.

De acuerdo al modelo pedagógico basados desde la perspectiva de la didáctica queremos proponer alternativas efectivas mediante la realización de prácticas de Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas en nuestro caso concreto utilizando la guía didáctica y material didáctico específico para cada tema, que ayudará al docente en el proceso educativo logrando así que sus discentes puedan adquirir no solo conceptos sino también entender leyes, demostraciones, aplicaciones de la asignatura en otras áreas y desarrollar destrezas aplicables en la vida, consideramos también que estudiando la asignatura desde la perspectiva constructivista ayudará al docente a planificar y dar su clase de acuerdo a las leyes vigentes de la educación, como es la utilización de una guía debidamente estructurada y apegada a estos lineamientos que permita afianzar los conocimientos de la asignatura.

Es importante para los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física quienes se preparan para ser docentes de nivel medio aprender diferentes temas de la Geometría del Espacio mediante prácticas en el Laboratorio de Matemáticas, consideramos que estos agentes de la educación serán los más beneficiados debido a que se podrá lograr que trabajando en grupo puedan construir sus propios aprendizajes con la guía que se propone y estén preparados de una mejor manera para



cuando vayan a ejercer su profesión que les permita tener una visión más amplia sobre el trabajo en el aula.

A través de la utilización de la guía en las prácticas de laboratorio los discentes lograrán ciertas habilidades y destrezas específicas de cada tema y despertarán su capacidad lógica y crítica, para que, de esta manera ellos estén conscientes de todos los aspectos que se analizarán en cada tema de la asignatura, logrando así la obtención de aprendizajes significativos por parte de cada discente, el docente por su parte creará situaciones de interacción en la asignatura que le permiten al discente: indagar, experimentar, crear y descubrir su medio natural y cultural a través de recursos pedagógicos innovadores para garantizar un correcto aprendizaje.

## **1.5. LA MATEMÁTICA Y LA IMPORTANCIA DE TRABAJAR CON RECURSOS DIDÁCTICOS EN DIFERENTES ASIGNATURAS DE ÉSTA ÁREA.**

Según Dirk j. Struik la Matemática nació en el neolítico cuando el hombre dejó de buscar sus alimentos y conservarlos y empezó a producirlos para tener un mejor sustento, la primera región en donde expertos han encontrado pruebas del cambio de hombre cazador-conservador a productor fue en el Oriente Próximo alrededor de 8500 A.C. donde la matemática apareció para poder relacionar los objetos con algún tipo de símbolos que les permita a los hombres de la época ser más exactos y planificadores al momento de hacer su producción.

Ante los hechos que surgieron en éstas épocas se dio la creación de esta gran ciencia que hoy en día su estudio se ha vuelto abstracto y poco relacionista en el momento de abordarla en una clase; a la educación actual le hace falta volver a practicar estas relaciones que hacían los hombres primitivos para poder darle un uso más significativo y más útil a la matemática para que de esta manera los estudiantes se motiven a aprenderla y estén conscientes de su aplicabilidad, comenzando desde las cosas más básicas hasta el cálculo avanzado.

De estas necesidades que se presentaron hace milenios nacieron las matemáticas que son conocidas como el estudio de las propiedades y relaciones en las que están inmersos los entes abstractos como por ejemplo los números, símbolos o cuer-



pos geométricos y se presenta a través de verdades dadas, que se conocen como axiomas a partir de las cuales se puede inferir mucha teoría matemática.

Para realizar el estudio de las propiedades, axiomas de la Geometría del Espacio nos centraremos en el estudio de los contenidos tridimensionales mediante recursos didácticos, ya que esta asignatura para Silvia Villarroel es de entre las mencionadas ramas de las matemáticas una de las más abstractas y que para un óptimo aprendizaje se necesita hacer uso de recursos didácticos en la enseñanza-aprendizaje de la mencionada asignatura.

Para el estudio de la Geometría del Espacio es importante trabajar con recursos didácticos en el Laboratorio de Matemática para que los futuros docentes no simplemente comprendan esta asignatura sino se vuelvan competentes en la misma, aquí la diferencia entre estos dos términos, para ello citaremos a María Moliner en su diccionario de uso del español, se refiere a la persona competente como al “concedor de cierta ciencia o materia, o experto o apto en la cosa que se expresa o a la que se refiere el nombre afectado por competente” (67); y define la comprensión como “entendimiento o facultad de comprender, percibir el significado de algo, percibir las ideas contenidas en algo dicho o escrito” (67).

El uso de una guía y material didáctico en el Laboratorio de Matemáticas a la hora de aprender los temas de la Geometría del Espacio ayudarán a los discentes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca a formarse de mejor manera y convertirse en docentes competitivos dejando atrás a la pedagogía tradicional, de esta manera los futuros docentes estarán preparados para enfrentarse a las nuevas exigencias educativas y los beneficiarios serán los estudiantes de estos futuros docentes que reflejarán lo aprendido con esta guía y material didáctico en cada uno de los centros educativos en los que ejerzan su profesión.

## **1.6. HISTORIA Y DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO.**

Existieron dos culturas que mostraron avances al mundo en el campo de la geometría, una de ellas es la cultura en Mesopotamia de la cual se tiene registros de ciertos adelantos y descubrimientos que se fueron dando con el paso del tiempo, em-



pezaron con sus cálculos desde el año 2000 A.C. hasta más o menos 500 A.C. nombraremos ciertas investigaciones de esta cultura: calcularon las áreas de figuras, como del cuadrado y del círculo dando a  $\pi$  un valor aproximado a 3,1605 calcularon volúmenes de cuerpos, semejanzas entre figuras.

La otra cultura que junto con la de Mesopotamia tuvo mucha influencia en los descubrimientos geométricos de la época fue la cultura en Egipto, la cual realizó muchos trabajos sobre la geometría. Si consideramos las grandiosas construcciones realizadas por los egipcios en esos tiempos, se podría decir que tenían un conocimiento de la geometría muy avanzado, sin embargo con la información que se tiene hasta la fecha no se puede afirmar tal cosa, la geometría de esta civilización no tiene teoremas ni demostraciones formales; se centraron principalmente en el cálculo de áreas y volúmenes para estos cálculos esta civilización consideró un valor más aproximado al número  $\pi=3.1605$ .

Al igual que los trabajos realizados en estas culturas, también hubieron ciertos matemáticos que se adentraron en la geometría y con sus mentes maravillosas lograron avances muy importantes como: Tales de Mileto quien hizo las primeras demostraciones geométricas, Pitágoras de Samos a quien se le atribuye la demostración del Teorema de Pitágoras, Arquímedes de Siracusa inventó la forma de medir el área de superficies limitadas por figuras curvas y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, René Descartes introdujo el álgebra en el estudio de las secciones cónicas; de esta manera podemos nombrar muchos matemáticos importantes para el desarrollo de la ciencia.

Siguiendo con el análisis de esta asignatura nos adentraremos a revisar la raíz de esta palabra: Geometría (del griego *geo*, "tierra"; *metrein*, "medir"), es la rama de las matemáticas que se ocupa del estudio del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclídea.



“La Geometría estudia ciertas propiedades del espacio y elementos inmersos en él (...) La Geometría del Espacio está presente en múltiples ámbitos de la vida cotidiana: producción industrial, arquitectura, topografía, etc.” (Arteaga, 6), definida así la Geometría del Espacio y al ver que está relacionada con muchos aspectos de la vida cotidiana, podemos destacar la importancia del estudio de la misma para que el estudiante se forme crítica y analíticamente conociendo ciertos conceptos importantes que abarca la Geometría del Espacio, podemos afirmar que el estudio de esta parte de la geometría es fundamental para situarnos en un mundo físico que en su totalidad esta en tres dimensiones.

La Geometría es una asignatura muy distraída para las personas que gustan de los números porque es la que se encarga de llevar cierta práctica en mediciones de cuerpos que se encuentran en nuestro mundo real, además este hecho nos hace relacionar la teoría con nuestra imaginación para así poder descubrir incógnitas tanto analíticas como gráficas en los problemas geométricos.

Al conocer los orígenes de la Geometría del Espacio, su concepto, significado y el papel importante que han cumplido ciertas civilizaciones y grandes personajes para el desarrollo de esta asignatura es importante que los discentes de nuestra carrera estudien los diversos temas geométricos de una manera interactiva relacionando los contenidos matemáticos con objetos de nuestro entorno para que así adquieran destrezas que pueden ser aplicadas en situaciones específicas de la vida.

## **1.7. MATERIAL DIDÁCTICO PARA GEOMETRÍA DEL ESPACIO.**

Ángel Ruiz dice que la Matemática es: “Una ciencia natural que implica la relación entre conceptos y el mundo físico que lo rodea, es decir la relación objeto-sujeto” (4), los docentes deben tener presente este aspecto para cumplir ciertos parámetros que establece el documento de la Actualización Curricular; las clases de matemática según dicho documento debe darse con material didáctico tangible para que el estudiante reflexione sobre estos contenidos y vea su aplicabilidad en la vida cotidiana.



Considerando este antecedente sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es importante que dentro de esta área se aborden todas las asignaturas utilizando material concreto tangible. La Geometría del Espacio es una asignatura que se puede trabajar utilizando dichos recursos, para ello es importante que los docentes trabajen los contenidos geométricos partiendo de aspectos de la vida que se relacionan con los temas a estudiar, esto permitirá afianzar los contenidos geométricos y por ende facilita la comprensión de los mismos.

Varias investigaciones y entre una de ellas la realizada por Lorenzo García establece que: “El uso de material didáctico ha tenido incidencia positiva en el rendimiento de los estudiantes”(9), utilizar material didáctico especialmente en materias cuyos aprendizajes resultan difíciles será fundamental para lograr los aprendizajes en los discentes, la Geometría del Espacio es una de ellas y por lo tanto requiere de material didáctico tangible para que el discente pueda analizar adecuadamente la parte tridimensional del tema que se esté estudiando.

Usar material didáctico tangible dentro de esta asignatura permitirá que los estudiantes puedan lograr aprendizajes significativos al momento de estudiar los temas de la Geometría del Espacio, según Lara: “El material didáctico que acompaña las propuestas de formación en la modalidad de educación debe ir acompañado de un cuidadoso diseño” (1), este diseño debe permitir poder distinguir totalmente lo que se va a estudiar; además dichos materiales sirven también para realizar prácticas en un laboratorio siguiendo una guía didáctica en la que se explican los pasos a seguir para desarrollar la práctica establecida.

La Geometría del Espacio al ser una materia abstracta necesita de recursos didácticos que puedan ser utilizados por los docentes al momento de impartir sus clases, si bien la pizarra es importante para que el docente pueda desempeñarse en esta asignatura; pero al trabajar con figuras tridimensionales y de un material con el que se puedan distinguir las diferentes partes de las mismas ayuda o facilita para que los discentes estén en la capacidad de interiorizar esos conocimientos que el docente los imparte.

Para trabajar con estos materiales didácticos es importante que los docentes traten los aspectos teóricos sobre cada tema y también establezcan algunos ejemplos de





la vida cotidiana que estén relacionados con tales contenidos; para que de esta manera el discente no tenga dificultades al momento de manipular o de trabajar con los materiales específicos en cada práctica de laboratorio a realizarse con la ayuda de la guía didáctica.

Nuestro trabajo al tomar las aportaciones del constructivismo, está enfocado más en la parte práctica que en la teórica al momento de tratar la Geometría del Espacio, este punto se vuelve indispensable debido a que la educación actual exige que el aspecto teórico-práctico esté presente en el proceso educativo en acorde a las adaptaciones curriculares.

La práctica dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente en un Laboratorio de Matemática, permite que el estudiante sea crítico y reflexivo y para conseguirlo necesitamos materiales didácticos adecuados que nos permitan analizar lo que estamos estudiando en cada tema, partiendo siempre de ejemplos simples para que el estudiante en las prácticas de laboratorio no tenga mayores dificultades al momento de realizarlas.

Los recursos didácticos que el Gobierno Nacional y los entes reguladores de la educación están implementando en las escuelas y colegios del milenio son un ejemplo a seguir para conseguir una educación de acuerdo a las exigencias actuales, dichas instituciones cuentan con materiales didácticos que permitirá guiar el proceso educativo en todas la áreas de estudio, lo que pretende la Educación Nacional es que las demás instituciones que ya vienen funcionando durante varios años sigan el ejemplo de las instituciones educativas innovadoras.

Al ser la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca la que forma a los futuros docentes en el campo matemático y tomando en consideración los cambios y las exigencias del sistema educativo formal tanto para la Educación General Básica como el Bachillerato, es necesario que el Laboratorio de Matemática de la carrera cuente con materiales los suficientemente adecuados que permita que los discentes logren su aprendizaje sobre los temas matemáticos teniendo en consideración que dentro de estos están los contenidos de la Geometría del Espacio.



Al sentirnos parte del proceso educativo de nuestra Universidad y sabiendo que el Laboratorio de Matemática está empezando a equiparse; aportaremos con la elaboración de una guía didáctica en el ámbito de la Geometría del Espacio elaborada para utilizar materiales didácticos específicos para cada tema con el objetivo de que los docentes y los nuevos estudiantes la utilicen y puedan generar un proceso de enseñanza-aprendizaje acorde a las exigencias actuales.

## SÍNTESIS DEL CAPITULO 1

- En el sistema educativo ecuatoriano se plantea la formación de personas integrales a través del sustento de teorías contemporáneas y la aplicación de metodologías que permitan definir los logros de aprendizaje que se desean alcanzar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para conseguir una Educación integral se está implementando en el aula de clase la Pedagogía constructivista que busca formar a los estudiantes tanto en conocimientos, capacidades y destrezas; que les permita desempeñarse de diferente manera en la sociedad que les rodea.
- El estudio de la Matemática en sus respectivas áreas requiere de la utilización de material concreto para mejorar la comprensión de los contenidos que se incluyen en cada una de las asignaturas; dentro de este gran campo tenemos a la Geometría del Espacio la cual puede ser trabajada con material tangible y con una guía didáctica que nos permita realizar prácticas dentro de un Laboratorio de Matemáticas, con el objetivo de que los discentes aprendan experimentalmente relacionando los contenidos con situaciones específicas de la vida.



## CAPÍTULO II

### DIAGNÓSTICO

#### 2.1. INTRODUCCIÓN.

La Actualización y Fortalecimiento Curricular que se propuso en el año 2010 para la educación ecuatoriana a nivel medio, ha determinado ciertas pautas para que la enseñanza tenga una visión constructivista, con el pleno objetivo de lograr destrezas y habilidades en los discentes. La ejecución de las nuevas estrategias metodológicas en el proceso de aprendizaje se aplicarán en cada una de las asignaturas de acuerdo a los lineamientos que están determinados para cada una de estas áreas de estudio, para esto, los futuros docentes deberán tener en consideración esta metodología para que la educación vaya avanzando al ritmo de la sociedad.

El avance científico y las nuevas tecnologías en nuestro ámbito marcan la necesidad de utilizar nuevos recursos didácticos-pedagógicos en cada una de las asignaturas del currículo educativo, en especial en las ciencias exactas, dentro de las cuales se encuentra la matemática con sus diferentes asignaturas de estudio. La matemática al estar relacionada con el campo numérico tiene un alto nivel de abstracción que hace de esta una ciencia compleja de estudio. Una de las asignaturas que abarca esta ciencia es la Geometría del Espacio, materia que resulta compleja para el entendimiento de los discentes ya que según Bernardo Carmou: “El principal obstáculo para la enseñanza de la Geometría del Espacio es el problema de la representación de los objetos de tres dimensiones” (1).

Entre una de las alternativas para desarrollar un mejor proceso educativo en esta asignatura será trasladar a los estudiantes del aula tradicional hacia un laboratorio con el objetivo que los discentes logren un aprendizaje significativo mediante la realización de prácticas desarrolladas con una guía y utilizando el material didáctico específico en cada tema.

Como estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física hemos evidenciado que la asignatura de la Geometría del Espacio se ha estudiado únicamente en el aula de clases, debido a la carencia de un espacio físico y de recursos didácticos adecua-



dos, que sirven para desarrollar estos contenidos de una manera más crítica y reflexiva en un Laboratorio de Matemática..

Éstos antecedentes marcan las limitaciones para desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje acorde a las exigencias actuales en el ámbito educativo de la Geometría del Espacio, razón por la cual se ha realizado una encuesta, misma que consta de un conjunto de preguntas que nos permiten evidenciar la problemática sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría del Espacio, los resultados de la encuesta nos servirán para enfocarnos en ciertos aspectos específicos al momento de elaborar la guía didáctica.

## **2.2. SELECCIÓN DE LA POBLACIÓN.**

En la Carrera de Matemáticas y Física de la facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca se preparan los futuros docentes en estas áreas específicas. Dentro del área matemática los discentes del primer ciclo cursan la asignatura de la Geometría Plana y estudian en una de sus unidades los contenidos de la Geometría del Espacio; nosotros hemos considerado los temas de planos y sólidos para realizar nuestro trabajo de graduación que será utilizado por los estudiantes de primer ciclo de la carrera.

Para realizar un estudio sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de la Geometría del Espacio en nuestra carrera, hemos utilizado una encuesta siguiendo un muestreo no probabilístico, esta encuesta ha sido aplicada a los discentes de la Facultad de Filosofía de la Carrera de Matemáticas y Física en un porcentaje del 85%, dicha encuesta no ha podido ser aplicada al 100% debido a que existen estudiantes que se encuentran tomando solamente una asignatura y en el momento que se aplicó la encuesta no estuvieron presentes.

## **2.3. TOMA Y ANÁLISIS DE LA ENCUESTA.**

Tomando en consideración que en la carrera se preparan los futuros docentes en el área de Matemática y Física y al plantear el problema sobre las dificultades que se presentan en el proceso de aprendizaje de la Geometría del Espacio con los estudiantes de la carrera al momento de relacionar la parte teórica con la parte práctica,



se consideró en este trabajo elaborar una encuesta que permita visualizar la problemática al momento de cursar esta asignatura.

Esta encuesta está formada por 14 preguntas las que abarcan temas como el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio y el rendimiento obtenido por los discentes.

La encuesta se aplicó en cada uno de los ciclos con los que cuenta la carrera: segundo, cuarto, séptimo y noveno, matriculados para el ciclo Septiembre 2014 a Enero del 2015, en la carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca.

La encuesta se ha analizado detalladamente pregunta a pregunta de la siguiente manera:

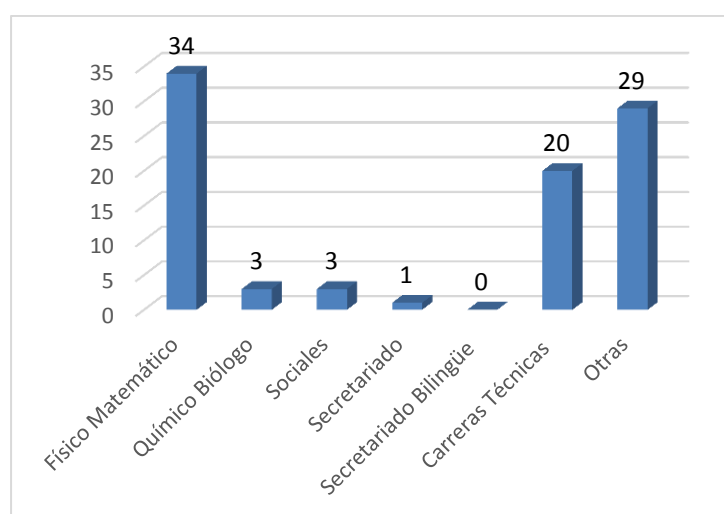


### 1. ¿En qué especialidad obtuvo su título de bachiller?

**Tabla 2.1**

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
<b>Físico Matemático</b>	34	37.8
<b>Químico Biólogo</b>	3	3.3
<b>Sociales</b>	3	3.3
<b>Secretariado</b>	1	1.1
<b>Secretariado Bilingüe</b>	0	0
<b>Carreras Técnicas</b>	20	22.2
<b>Otras</b>	29	32.2

**Gráfica 2.1**



De los resultados obtenidos en esta pregunta podemos observar que hay un 60% de discentes que obtuvieron su título de bachiller en Físico Matemático y en carreras técnicas y un 40% se graduaron en carreras diferentes.

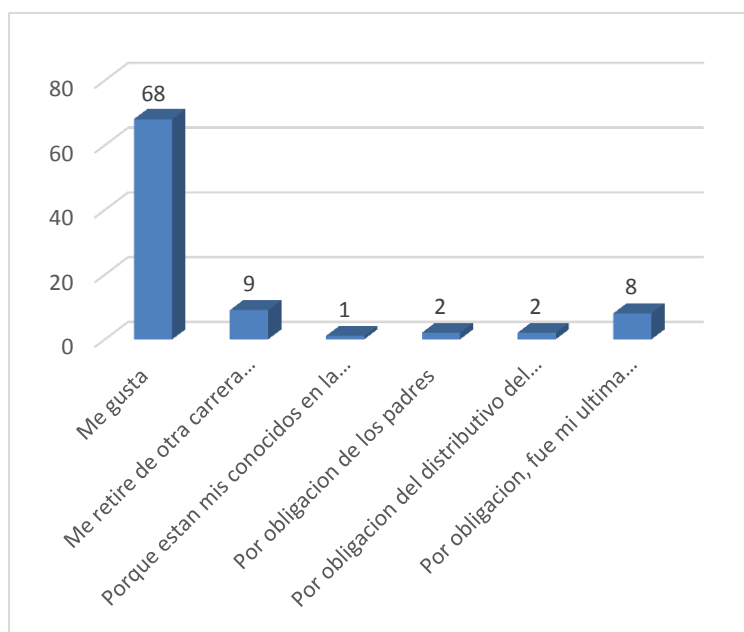


## 2. ¿Por qué se matriculó en la Carrera de Matemáticas y Física?

Tabla 2.2

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
<b>Me gusta</b>	68	75.5
<b>Me retire de otra carrera anteriormente</b>	9	10
<b>Porque están mis conocidos en la carrera</b>	1	1.1
<b>Por obligación de los padres</b>	2	2.2
<b>Por obligación del distributivo del SENECYT</b>	2	2.2
<b>Por obligación, fue mi última opción</b>	8	8.8

Gráfica 2.2



Los resultados obtenidos en esta pregunta demuestran que un 75.5% de los discentes decidieron matricularse en esta carrera por decisión propia, que representa en su mayoría una inclinación hacia el estudio en el campo de la matemática.

Un 24.5% de los matriculados en esta carrera están por razones diferentes, quienes en un alto porcentaje manifiestan estar por obligación.

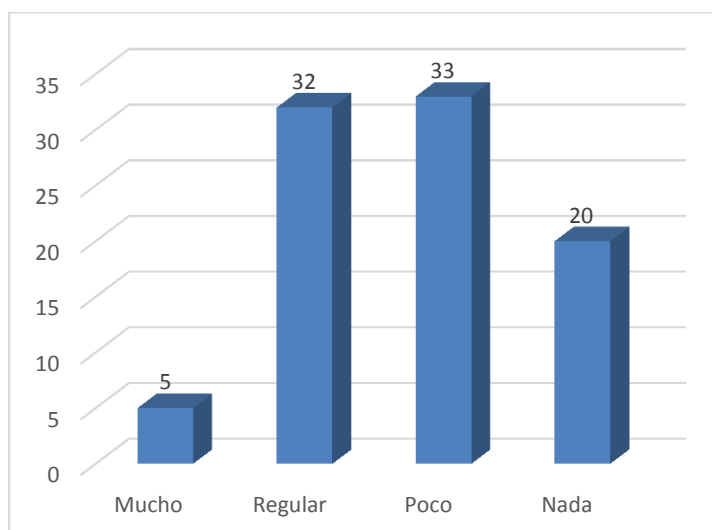


3. ¿Qué tan complicado es para Ud. imaginar e interpretar figuras geométricas en tres dimensiones?

Tabla 2.3

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
<b>Mucho</b>	5	5.5
<b>Regular</b>	32	35.5
<b>Poco</b>	33	36.6
<b>Nada</b>	20	22.3

Gráfica 2.3



Al obtener los resultados sobre esta interrogante podemos notar que un 41% de los encuestados tiene dificultades al imaginar e interpretar figuras en tres dimensiones.

Mientras que en un 59% no tienen mayor problema al trabajar imaginando e interpretando estas figuras.



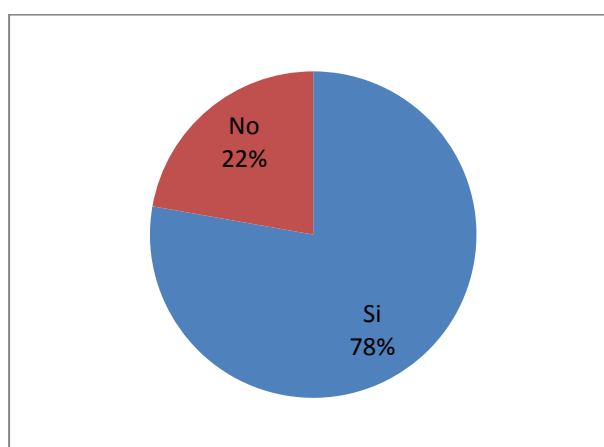


4. Al cursar sus estudios en la Carrera de Matemáticas y Física, en la asignatura de Geometría ¿Abarcó los temas de Geometría del Espacio?

Tabla 2.4

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Si	70	77.7
No	20	22.3

Gráfica 2.4



Un 77.7% de discentes estudió los contenidos de la Geometría del Espacio dentro de la asignatura de Geometría.

Un 22.3% restante no estudio o no recuerda haber estudiado los contenidos de la Geometría del Espacio.

Un bajo número de estudiantes no estudió los contenidos de Geometría del Espacio.

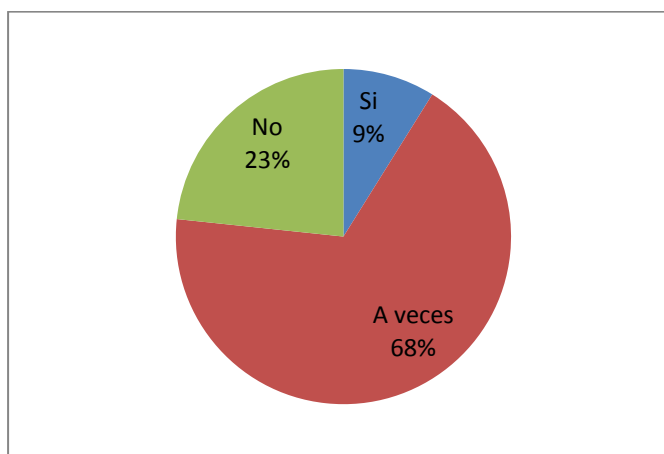


5. En la Carrera de Matemáticas y Física, en la asignatura de Geometría ¿aprendió los temas de Geometría del Espacio de una manera memorística?

Tabla 2.5

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Si	8	8.8
A veces	61	67.7
No	21	23.3

Gráfica 2.5



En esta pregunta se obtuvo que el 67.7% de discentes ha aprendido a veces de una manera memorística por lo que se puede decir que, en un gran porcentaje los estudiantes de nuestra carrera no tuvieron un aprendizaje significativo de la Geometría del Espacio, a esto se suma que en un 8.8% de discentes aseguran haber aprendido los contenidos de la Geometría del Espacio de una manera memorística.

El 23.3% de discentes no lo han hecho memorísticamente.

**A veces** es la opción que prima en esta pregunta por lo tanto se puede afirmar que los contenidos de la Geometría del Espacio si fueron aprendidos de una manera memorística.

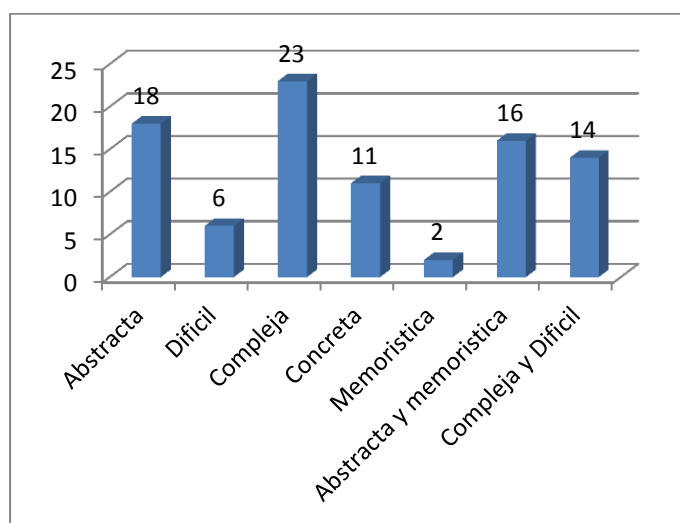


## 6. La Geometría del Espacio es para Ud.

Tabla 2.6

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Abstracta	18	20
Difícil	6	6.6
Compleja	23	25.5
Concreta	11	12.2
Memorística	2	2.2
Abstracta y memorística	16	17.7
Compleja y Difícil	14	15.5

Gráfica 2.6



Se puede evidenciar que el 39.9 % de discentes creen que la Geometría del Espacio es abstracta y/o memorista.

Un 47.6 % miran a la Geometría del Espacio como una asignatura compleja y difícil.

Y un 12.2% de encuestados creen que esta asignatura es concreta.

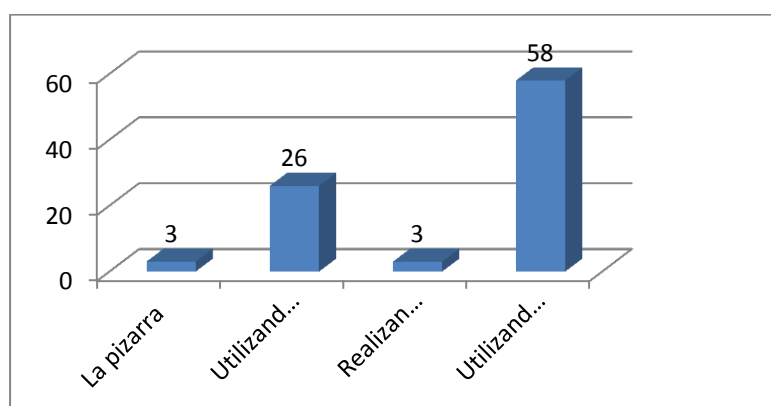


## 7. Los contenidos de la Geometría del Espacio serían ideales aprenderlos:

Tabla 2.7

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
La pizarra	3	3.3
Utilizando material concreto	26	28.8
Realizando prácticas de laboratorio	3	3.3
Utilizando material concreto y realizando prácticas de laboratorio	58	64.4

Gráfica 2.7



Los resultados en esta pregunta nos muestran que un 96.7 % de discentes consideran que los contenidos de la Geometría del Espacio serían ideales aprenderlos utilizando material concreto y/o realizando prácticas de laboratorio.

Tan solo en un 3.3% de discentes consideran que sería ideal aprender los contenidos de esta asignatura en la pizarra.

Esto demuestra la necesidad de utilizar recursos didácticos para apoyar el proceso de aprendizaje como la elaboración de una guía didáctica que abarquen los temas de la Geometría del Espacio para facilitar la comprensión de la asignatura.

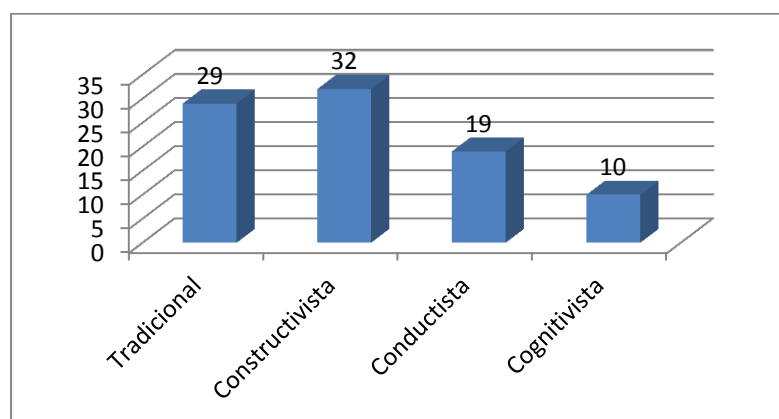


8. ¿Qué Modelo Pedagógico cree que fue aplicado al momento de enseñar la asignatura de Geometría?

Tabla 2.8

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Tradicional	29	32.2
Constructivista	32	35.5
Conductista	19	21.1
Cognitivista	10	11.1

Gráfica 2.8



Los resultados en esta pregunta muestran que los docentes que han trabajado la asignatura de la Geometría Plana y dentro de esta los contenidos de la Geometría del Espacio han utilizado el Modelo tradicional en un 32.2%, el modelo constructivista en un 35.5%, el modelo conductista en un 21.1% y el modelo cognitivista en un 11.1%.

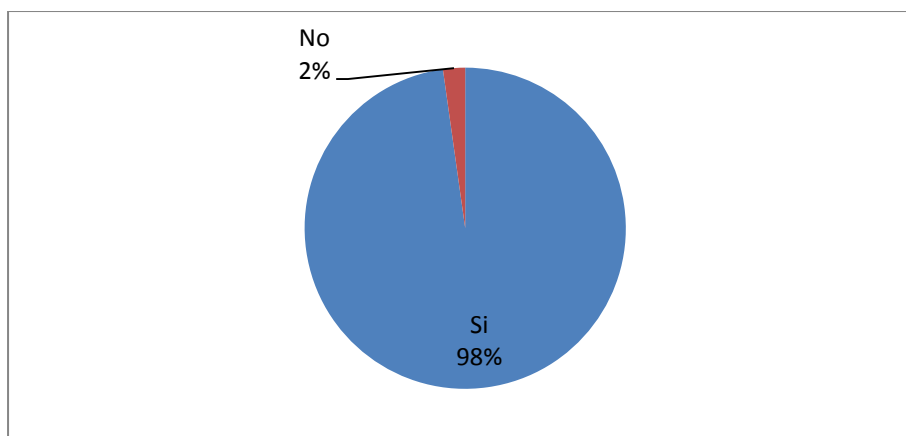


9. ¿Considera que los docentes de la Carrera en la asignatura de la Geometría del Espacio deben utilizar material concreto y guías que permitan mejorar su metodología?

Tabla 2.9

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Si	88	97.8
No	2	2.2

Gráfica 2.9



Según lo obtenido en esta pregunta la mayoría de discentes con un 97.8% concuerdan que los docentes de esta asignatura deben utilizar material concreto y guías para mejorar su metodología de enseñanza y un 2.2% están en desacuerdo.

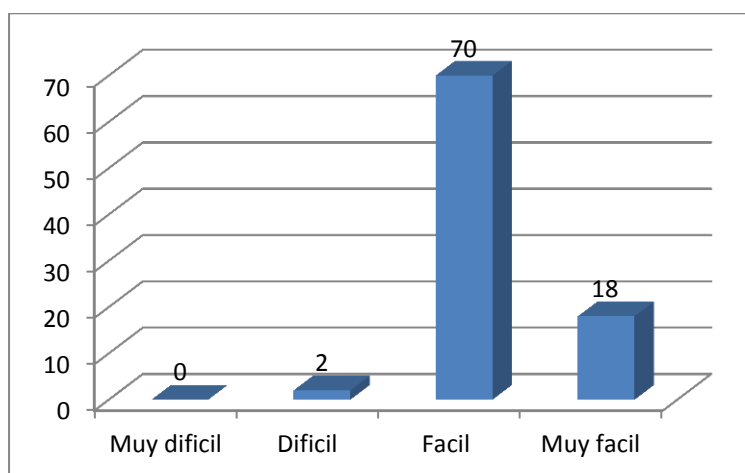


10. Si los contenidos de la Geometría del Espacio los enlazáramos con material concreto, aprenderlos resultaría:

Tabla 2.10

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Muy difícil	0	0
Difícil	2	2.2
Fácil	70	77.7
Muy fácil	18	20

Gráfica 2.10



Los resultados en esta pregunta muestran que la mayoría de los encuestados consideran que, abordar los contenidos de la Geometría del Espacio con la utilización de material concreto resultaría factible aprenderla; solamente en un 2.2% de discentes opinan que sería difícil aprender estos contenidos con material concreto.

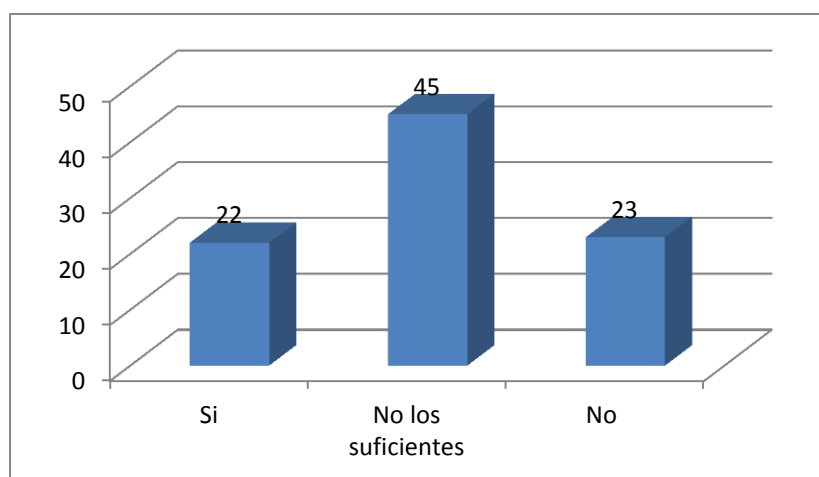


**11. ¿Conoce si en la carrera de Matemáticas y Física existen recursos didácticos que el docente pueda utilizar para una mejor enseñanza de la Geometría del Espacio?**

**Tabla 2.11**

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
<b>Si</b>	22	24.4
<b>No los suficientes</b>	45	50
<b>No</b>	23	25.6

**Gráfica 2.11**



Un 50% estudiantes indican que desconocen de la existencia de materiales suficientes en el Laboratorio de Matemática, un 25.6% indican que no existen materiales y un 24.4% dicen que si existen materiales para que el docente pueda utilizarlos.

Ante estos resultados debemos señalar que todos los estudiantes de la carrera todavía no hemos podido acceder al Laboratorio de Matemática de una manera formal ya que este se encuentra en proceso de implementación. Como estudiantes de la carrera podemos indicar que existen pocos materiales y recursos para ser utilizados en las diferentes asignaturas, razón por la cual nuestra propuesta pretende aportar con una parte a la implementación del laboratorio con la elaboración de la guía y material concreto.



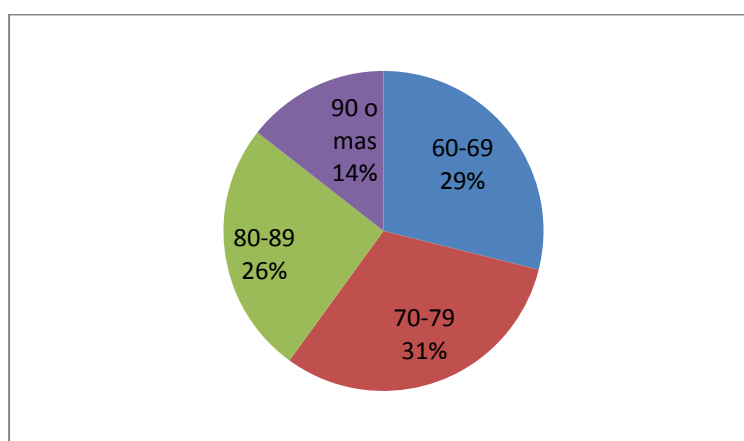


## 12. ¿Con qué puntaje aprobó la asignatura de Geometría en la Universidad?

Tabla 2.12

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
60-69	26	28.9
70-79	28	31.1
80-89	23	25.6
90 o mas	13	14.4

Gráfica 2.12



Según los datos obtenidos un 14.4 % obtuvieron una calificación de 90 o más al cursar esta asignatura, mientras que un 25.6 % aprobaron esta asignatura con una calificación entre 80-89, un 31.1 % aprobaron la asignatura con una nota entre 70-79 y finalmente un 28.9 % de discentes obtuvieron una baja calificación entre 60-69 puntos.

La mayoría de notas obtenidas por los discentes en esta asignatura no fueron tan elevadas como para señalar que el rendimiento académico de los discentes ha sido excelente.

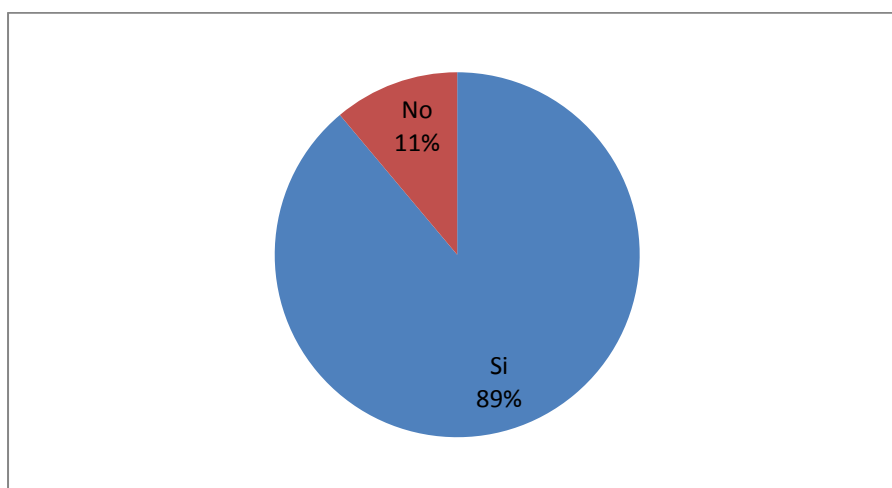


**13. Considera que realizando prácticas de Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas mediante la utilización de una guía facilitaría la comprensión de la asignatura:**

**Tabla 2.13**

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Si	80	89.9
No	10	11.1

**Gráfica 2.13**



Un 89.9 % de estudiantes considera que realizando prácticas de Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas mediante la utilización de una guía facilitaría la comprensión de la asignatura.

Un 11.1 % creen que realizar prácticas en el laboratorio no ayudaría a la comprensión de esta asignatura.

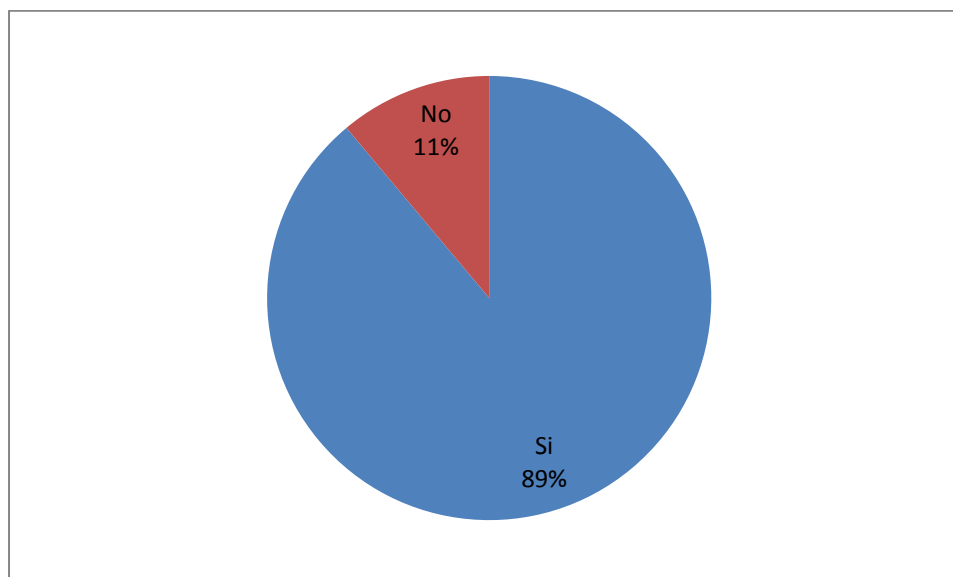


14. ¿Cree necesario contar con una guía y material didáctico para realizar prácticas de Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas, de similar manera como lo hacemos con la asignatura de Física en nuestra carrera?

Tabla 2.14

Opciones de respuesta	No. estudiantes	Frecuencia relativa
Si	80	89.9
No	10	11.1

Gráfica 2.14



Los resultados indican que un 89.9 % de los discentes creen necesario contar con una guía y material didáctico para realizar prácticas de Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas y tan solo el 11.1% creen que no es necesario utilizar la guía y material didáctico en el Laboratorio de Matemáticas.

Para la mayoría de discentes es necesario contar con una guía didáctica sobre la Geometría del Espacio que permita realizar prácticas en el Laboratorio de Matemáticas mediante la utilización adecuada de los materiales diseñados para cada tema específico.



## 2.4. INTERPRETACIÓN DE DATOS.

Los resultados obtenidos en el análisis de la encuesta aplicada a los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca apoyan la necesidad de crear recursos didácticos como la guía y el material complementario, para trabajar la Geometría del Espacio mediante prácticas en el laboratorio que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje sobre dicha asignatura.

La necesidad de crear recursos didácticos se ve reflejada en las respuestas dadas por un alto porcentaje del 90% de discentes, los cuales opinan que si se trabajara esta asignatura con recursos didácticos en un laboratorio, facilitaría la comprensión de los contenidos geométricos debido a que la Geometría del Espacio para un porcentaje del 87.7% es abstracta y/o difícil y/o compleja y/o memorística.

La construcción de material complementario y la elaboración de la guía didáctica para trabajar la Geometría del Espacio constituyen una herramienta muy importante que se puede aplicar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de nuestra carrera, debido a que es necesario que los futuros docentes estén aptos para cumplir con las exigencias acorde con el documento de la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Nacional.

Mediante la utilización de la guía didáctica conjuntamente con el material concreto en prácticas de laboratorio se pretende que los estudiantes tengan: una mejor comprensión de los contenidos, una visión crítica de la asignatura, una clase dinámica; también podrán desarrollar ciertas capacidades importantes como son: la creatividad, habilidad para manipular objetos, trabajo en equipo, todos estos factores que son beneficiosos para los estudiantes, conseguir que la clase deje de ser tradicional y se convierta en una clase interactiva, donde el estudiante será el actor principal de su aprendizaje.

La elaboración de la guía didáctica y la construcción de material complementario, dotarán de recursos didácticos al Laboratorio de Matemáticas, nuestra propuesta será de gran importancia para el proceso educativo basado en una nueva propuesta metodológica para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría del Espacio.



## CAPÍTULO III

### PROPUESTA

#### 3.1. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA.

Los contenidos de la Geometría del Espacio que se los estudia en el primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física trata de figuras tridimensionales, en donde se describen sus formas, sus características y las hipótesis sobre estos que requieren una posterior demostración. Para realizar dichas demostraciones se requiere usar métodos creativos, organizados, lógicos, sistemáticos con la ayuda de material concreto.

Utilizando los métodos antes mencionados los estudiantes del primer ciclo de nuestra carrera una vez cursada la asignatura de la Geometría Plana y al haber visto los contenidos de la Geometría del Espacio deberán:

- Resolver teoremas y ejercicios de sólidos: áreas, volumen.
- Elaborar sólidos con material concreto.

Para apoyar en la consecución de estos puntos, nuestra propuesta de graduación consta de dos partes que están basadas en el constructivismo, la primera es la elaboración de una guía didáctica y la segunda es la construcción de material didáctico complementario para estudiar los contenidos de la Geometría del Espacio.

La primera parte que concierne a la elaboración de la guía, la hemos realizado basándonos en la parte estructural de las guías que existen en el Laboratorio de Física de la misma carrera, con el objetivo de desarrollar paso a paso las prácticas sobre la Geometría del Espacio en el Laboratorio de Matemáticas. Las prácticas elaboradas se dividirán en: prácticas de observación, de demostración y de aplicación.

Nuestra guía didáctica consta de diez prácticas en la unidad de Geometría del Espacio y Construcción de figuras en el espacio dentro de las cuales realizaremos los respectivos montajes utilizando los materiales específicos para cada una de ellas; esta guía servirá de apoyo para docentes y estudiantes de la carrera, ayudará a



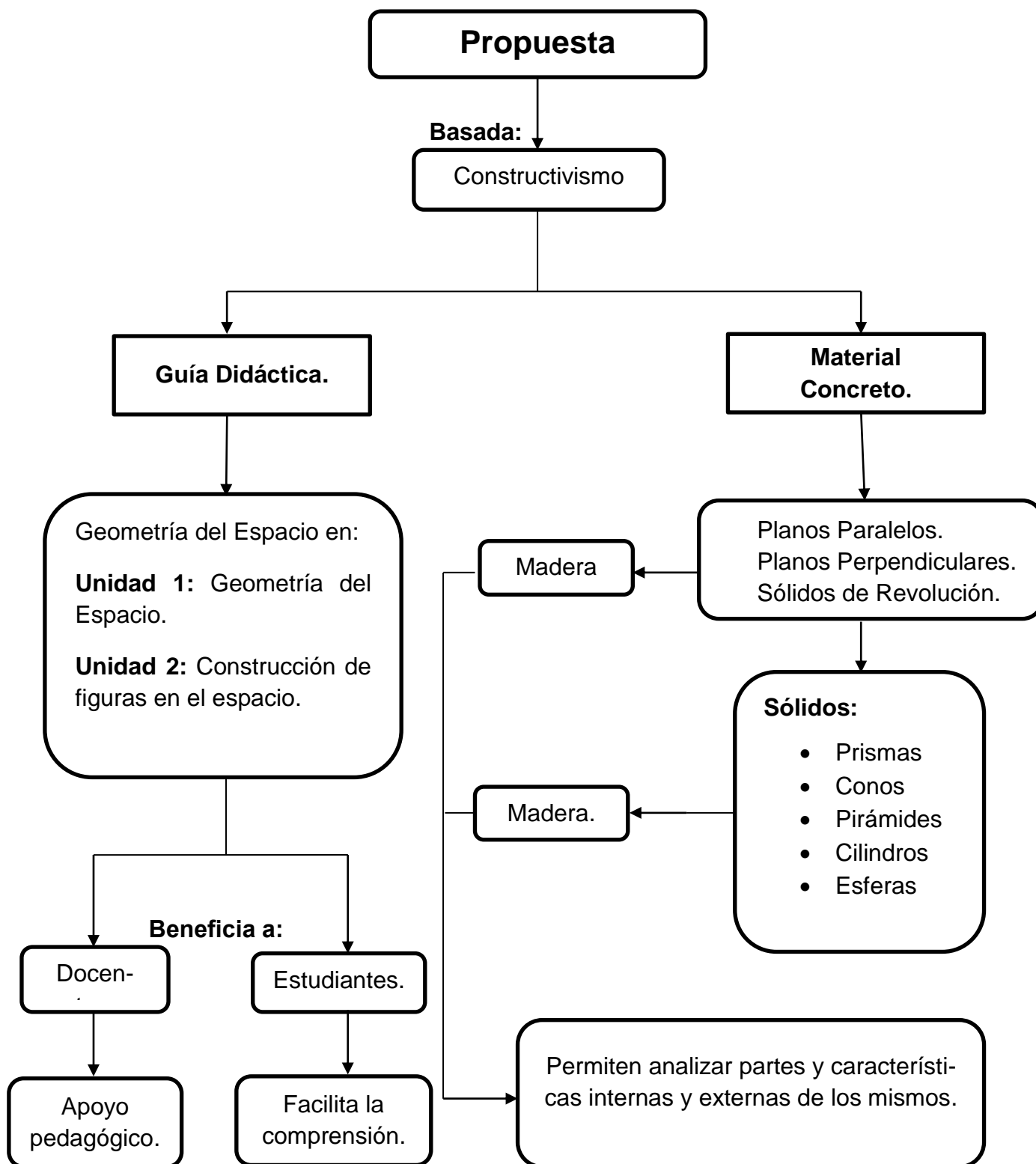
mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje de acuerdo a las exigencias de la sociedad.

En lo concerniente a la construcción de material concreto, se elaboraron algunos materiales que complementarán a los existentes en el Laboratorio de Matemáticas y conjuntamente utilizaremos estos para llevar a cabo las prácticas de la guía. La construcción de los materiales lo realizamos siguiendo las medidas estándares de normalización para el Laboratorio de Matemáticas.

Estas dos partes de nuestra propuesta están diseñadas específicamente para algunos temas de la primera unidad denominada: **Geometría del Espacio** y para ciertos temas de la segunda unidad denominada: **Construcción de figuras en el espacio**, de esta manera los estudiantes de la carrera pueden continuar desarrollando los temas de la Geometría del Espacio en futuros proyectos, para así poder cubrir el estudio de los contenidos que faltarían de la primera y segunda unidad.



### 3.2. ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA.





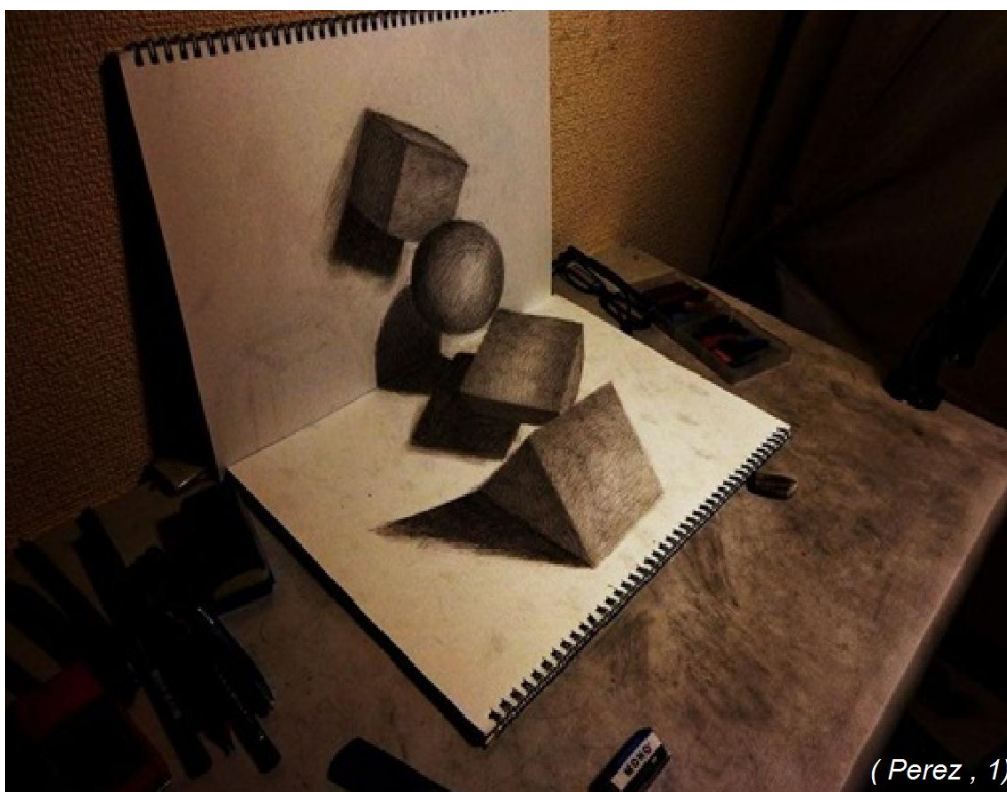
# UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

GUIÍA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA:

## GEOMETRÍA DEL ESPACIO



DIEGO ISMAEL GUERRERO GUEVARA

FABIÁN LEONCIO ROMERO ROMERO

CUENCA-2015





# INTRODUCCIÓN

Esta guía didáctica ha sido elaborada para que pueda ser utilizada por los docentes y estudiantes del primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física que abordan los contenidos de la Geometría del Espacio en las unidades: **Geometría del Espacio** y **Construcción de figuras en el espacio**.

Muchos contenidos de estas dos unidades requieren de una demostración práctica, que se consigue con materiales y herramientas diseñados para cada tema, es importante también; tener un documento físico que nos sirva para realizar la toma de datos sobre la práctica que se está desarrollando en el Laboratorio de Matemáticas. Esta guía didáctica presenta una ayuda pedagógica constructivista para que los docentes con la realización de las prácticas respectivas logren aprendizajes significativos, de tal manera que los estudiantes aprendan experimentalmente los contenidos propuestos.

La guía didáctica que hemos desarrollado presenta prácticas sobre los siguientes temas:

- Planos Paralelos y Planos Perpendiculares.
- Sólidos de Revolución: Cono y Cilindro.
- Construcción de un Prisma y de un Cilindro.
- Cubo: Área y Volumen.
- Cilindro: Área y Volumen.
- Construcción de una Pirámide y Pirámide Truncada.
- Pirámide: Área y Volumen.
- Construcción de un Cono y Cono Truncado.
- Cono: Área y Volumen.
- Principio de Arquímedes.

Estas prácticas serán desarrolladas siguiendo los pasos propuestos en la guía didáctica y utilizando los materiales que constan en el Laboratorio de Matemática y los materiales que los hemos diseñado de acuerdo a las necesidades de cada tema.



La presente guía didáctica en cada una de las prácticas seguirá la siguiente estructura:

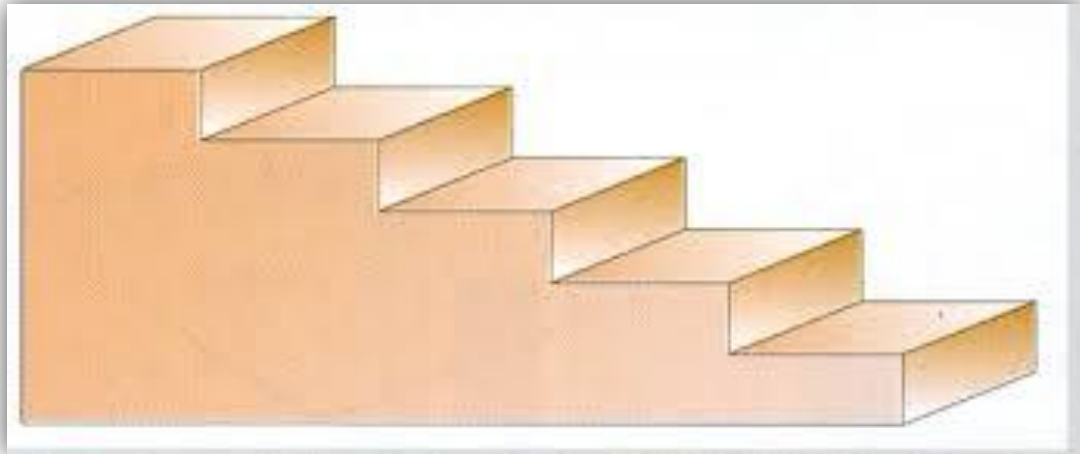
1. Portada de la práctica con el respectivo título.
2. Introducción al tema.
3. Objetivos.
4. Materiales a ser utilizados.
5. Procedimiento.
6. Interpretación y modelación, donde constan las respectivas tablas para la toma de datos.
7. Conclusiones.
8. Relación del tema con la realidad o formulario con ejercicios propuestos, esto dependerá del tema que se esté abordando en la respectiva práctica.

Las aspiraciones que tenemos al ser los autores de esta guía didáctica es que, los futuros docentes de nuestra carrera salgan debidamente preparados de acuerdo a las exigencias educativas actuales, teniendo una visión más práctica de los contenidos matemáticos y que los docentes de la carrera vean esta guía como un apoyo pedagógico fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

**Fabián Romero**  
**Diego Guerrero**  
**LOS AUTORES**



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No.1:

### PLANOS PARALELOS Y PLANOS PERPENDICULARES

AUTOR:.....

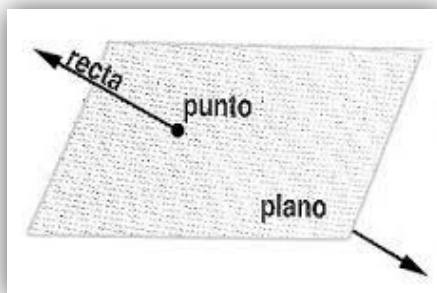
FECHA:.....



## PLANOS PARALELOS Y PLANOS PERPENDICULARES

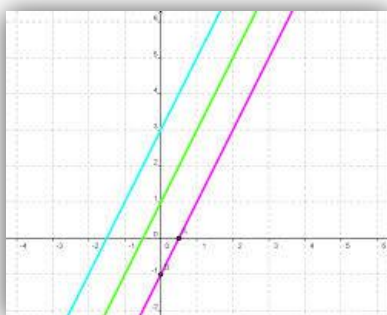
### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

**Plano:** “Es una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie” (Wentworth, 273). Todo plano es una extensión ilimitada y se lo representa por un triángulo visto en perspectiva.



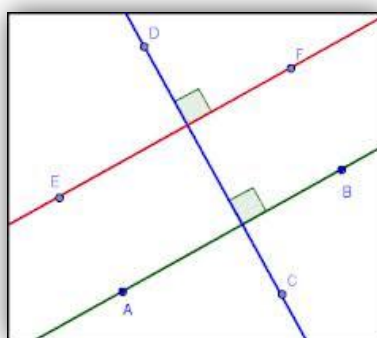
*Plano*

**Paralelismo:** Es una característica que se da entre dos rectas que por más que se prolonguen jamás se intersecan.



*Rectas paralelas*

**Perpendicularidad:** Es una característica que se da entre dos rectas que se intersecan en un punto formando un ángulo de 90 grados.



*Rectas perpendiculares*

## 2. OBJETIVOS

- Conocer el concepto de plano, paralelismo y perpendicularidad.
- Determinar el paralelismo y la perpendicularidad entre dos planos.
- Observar la aplicabilidad de este tema en la vida cotidiana.

## 3. MATERIALES

- Regla graduada.
- Maqueta de planos paralelos y perpendiculares.



*Planos paralelos*

*Planos perpendiculares*

## 4. PROCEDIMIENTO

### Planos Paralelos:

- Colocar uno de los planos sobre la mesa de trabajo, percatándose de que las aberturas marcadas sobre dicho plano estén dirigidas hacia arriba.
- Tomar las astas de madera y medir sus longitudes para anotarlos en la tabla No. 3.1.
- Colocar las astas de madera en cada una de las aberturas del plano agujereado.



- Poner el segundo plano sobre las astas de madera colocados anteriormente y observar las condiciones para que se cumpla el paralelismo entre planos.
- Describir el suceso.

**Planos Perpendiculares:**

- Armar el sistema de planos perpendiculares conformado por: dos planos paralelos con sus respectivas astas y la aguja indicadora.
- Con la aguja indicadora marcar las posiciones indicadas en la tabla No. 3.2.
- Utilizando el graduador medir y anotar en la tabla No.3.2 la medida angular formada en cada una de las posiciones.

**5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN**

**Paralelo**

**Tabla 3.1.**

No. de asta	Longitud
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

**Descripción:**

.....

.....

.....

.....



**Perpendicular**

**Tabla 3.2.**

Posición	Grados
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

**Descripción:**

.....

.....

.....

.....

**6. CONCLUSIONES**

**Dos planos son paralelos** .....

.....

**Dos planos son perpendiculares**.....

.....

**7. PLANOS PARALELOS, PERPENDICULARES Y LA REALIDAD**

El estudio de los planos paralelos y perpendiculares constituye un aspecto muy importante dentro de la Geometría del Espacio puesto que existen objetos que tenemos a nuestro alcance, los cuales están relacionados con estos dos conceptos geométricos.



*Cementerio-Paralelismo y Perpendicularidad Cruz de Cordova (España)-Perpendicularidad*

En la Geometría del Espacio, específicamente los planos paralelos y perpendiculares dentro de la arquitectura mundial se usan desde pequeñas construcciones hasta las más asombrosas obras arquitectónicas.



Hermitage Plaza (Paris)-Torres paralelas



Hospital Vila de Conde (Portugal)-  
Construcción perpendicular



## LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



### PRÁCTICA No. 2 :

## SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN: CONO Y CILINDRO

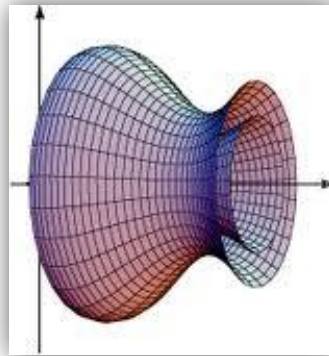
AUTOR:.....

FECHA:.....

## SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN: CONO Y CILINDRO

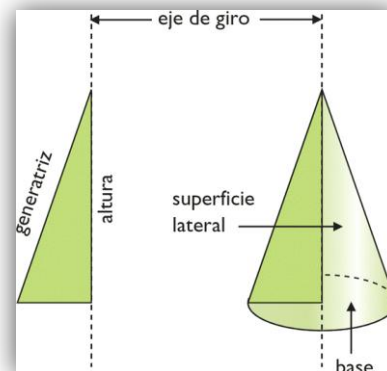
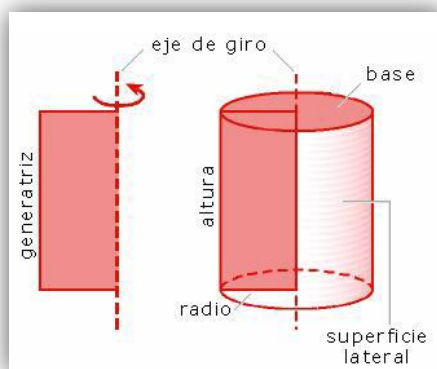
### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

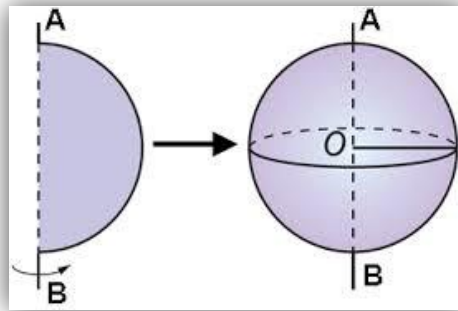
Los sólidos de revolución son figuras tridimensionales que se forman al hacer girar una superficie plana alrededor de un eje.



*Sólido de revolución*

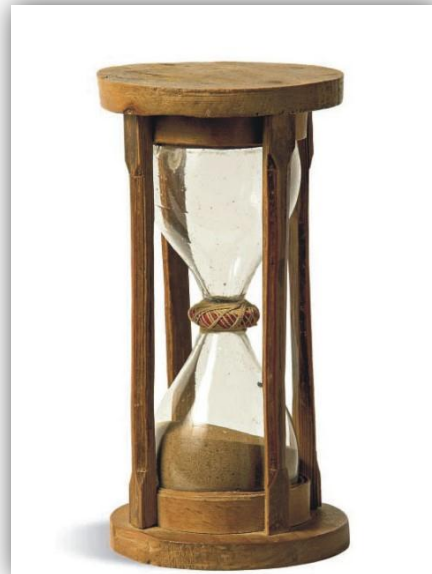
Los sólidos más comunes que se forman al hacer girar una superficie plana alrededor de un eje son: el cilindro, el cono y la esfera. Estos tres sólidos de revolución presentan una determinada área y un volumen específico, los cuales se pueden calcular utilizando las fórmulas respectivas o mediante la utilización del cálculo integral.





*Generación de sólidos de revolución*

Es muy común encontrar diferentes tipos de sólidos de revolución en diferentes objetos que tenemos al alcance en nuestro entorno. A continuación se presentan objetos que tienen esta forma, estos tienen cierta utilidad en determinadas situaciones.





*Utilidades de objetos generados mediante revolución*

## 2. OBJETIVOS

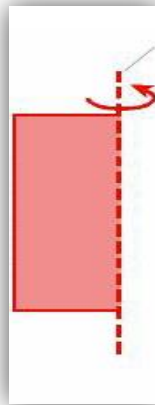
- Generar un cono a partir de un triángulo rectángulo.
- Generar un cilindro a partir de un rectángulo.

## 3. MATERIALES

- Sistema triángulo, rectángulo-varilla.

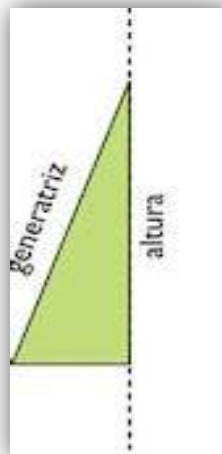
## 4. PROCEDIMIENTO

- Utilizando el sistema rectángulo – varilla, encender el motor para que el rectángulo empiece a girar alrededor de la varilla, observar el suceso.



*Sistema rectángulo – varilla*

- Utilizando el sistema rectángulo – varilla, encender el motor para que el triángulo rectángulo empiece a girar alrededor de la varilla, observar el suceso.



*Sistema triángulo rectángulo – Varilla*

## 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

- Describa la generación de un cilindro a partir de un rectángulo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



- Describa la generación de un cono a partir de un triángulo rectángulo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**6. CONCLUSIONES**

- Un cilindro se forma a partir de.....

.....

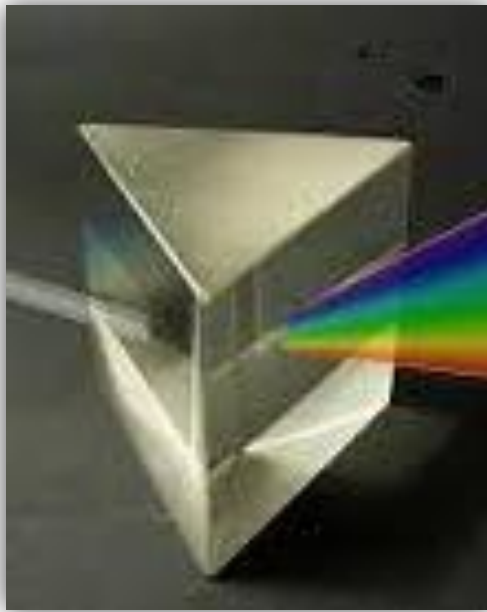
.....

- Un cono se forma a partir de.....

.....

.....

# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 3:

# CONSTRUCCIÓN DE UN PRISMA Y DE UN CILINDRO

AUTOR:.....

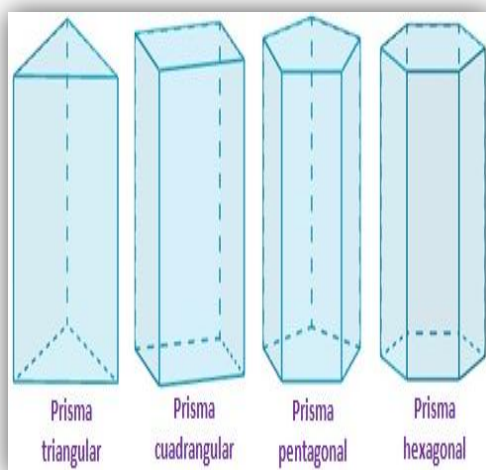
FECHA:.....

## CONSTRUCCIÓN DE UN PRISMA Y DE UN CILINDRO

### 1. INTROCUCCIÓN AL TEMA

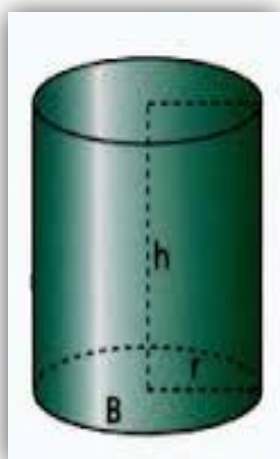


**Prisma** .- “Llámesese prisma a un poliedro en el cual dos de sus caras son polígonos iguales situados en planos paralelos y cuyas otras caras son paralelogramos” (Wentworth, 317). El número de caras en forma de paralelogramo dependerá del número de lados que tenga el polígono de las bases y dependiendo de esto el prisma recibirá un nombre específico.



*Prismas de base poligonal regular      265 F.F pieza del laboratorio de Matemáticas*

**Cilindro**.- “Llamese cilindro a un sólido limitado por una superficie cilíndrica y dos superficies planas paralelas” (Wentworth, 353).



*Cilindro: radio y altura      271 F.F pieza del laboratorio de Matemáticas*

## 2. OBJETIVOS





- Realizar la construcción de prismas.
- Realizar la construcción un cilindro.


### 3. MATERIALES

- Cartulina.
- Regla.
- Escuadra de 45 grados.
- Compás.
- Lápiz.
- Borrador.
- Tijera.
- Goma.



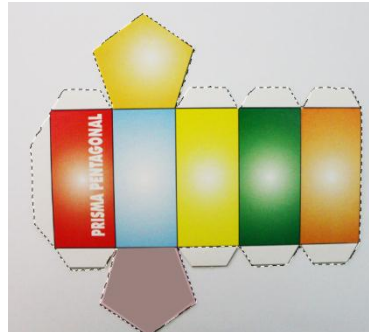
### 4. PROCEDIMIENTO

#### Construcción de Prismas

- Con la ayuda del compás, de la regla y del lápiz dibuja en la cartulina un polígono regular de 5 lados.
- El la parte inferior y a una distancia  $h$  (altura) del primer polígono dibuja otro con las mismas dimensiones percatándose que las bases de los poligonos estén alineadas una respecto a la otra, es decir que las bases del polígono regular quede una frente a la otra.
- Con líneas une las bases de los polígonos, al unir se formará un cuadrado o rectángulo dependiendo de la longitud que separa a las bases de los dos polígonos.
- Dibuja  $n-1$  cuadrados o rectángulos,percatándose que los cuadrados o rectángulos estén alineados uno respecto al otro; por lo menos debes tener un cuadrado o rectángulo a cada lado del polígono. Si se trata de un cuadrado sus dimensiones serán la del lado del poligono ; y si se trata de un rectángulo sus dimensiones serán el lado del poligono y  $h$ .
- Trazar las pestañas de esta forma  en  $n-1$  lados del polígono o en lados de los cuadrados o rectángulos que tengan las dimensiones del lado del polígono; y en una de las alturas que se

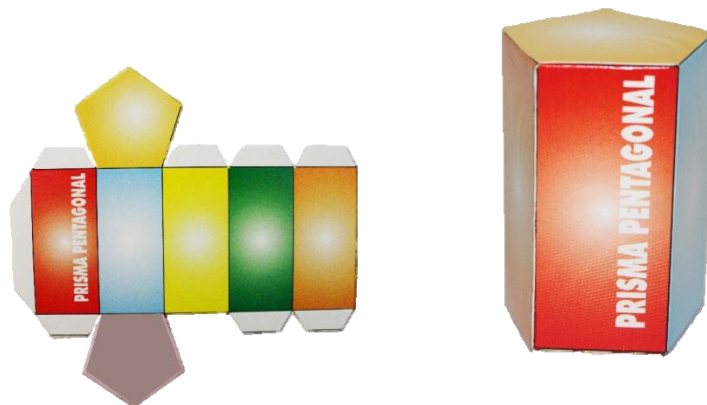


encuentra en cualesquiera de los extremos. Esta pestaña se la realizará con una inclinación de 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



*Trazado del prisma*

- Después de haber hecho los trazos, recortar la figura, doblar todas las líneas hacia adentro, poner pegamento en las pestañas y pegar con los lados del polígono.





*Recortado, doblado y pegado del prisma de base pentagonal*

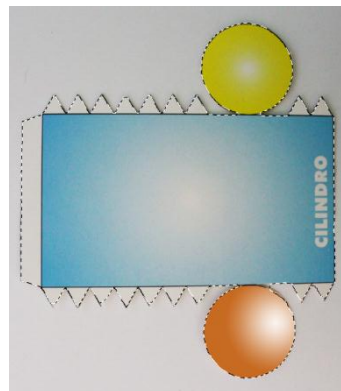
### Construcción de un cilindro:

- Determinar el radio a utilizar en las bases del cilindro.
- Establecer la altura del cilindro.
- Una vez determinado el radio calcular la longitud de la circunferencia utilizando la siguiente fórmula:  $L_c = 2\pi r$ .
- Con la regla y con el lápiz construir un rectángulo que tenga de lados: la longitud de la circunferencia y el otro lado será la altura.
- Utilizando el compás y con la abertura del radio determinado hacer centro en la parte superior e inferior de los lados mayores del rectángulo y trazar dos círculos, que sean tangentes a los lados que tenga como medida la longitud



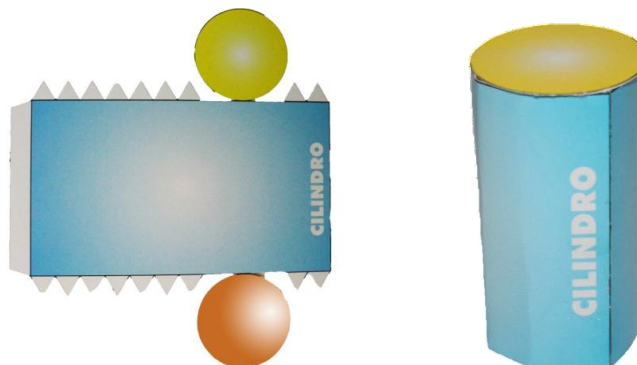
de la circunferencia.

- Realizar esta figura  alrededor de los lados mas gandes del rectángulo y en uno de los lados menores realizar esta pestaña , ambas figuras serán realizadas a 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



Trazado del cilindro

- Finalmente, recortar la figura, doblar todas las líneas hacia adentro, poner pegamento en las pestañas y pegar las tapas y el envoltente del cilindro.



Recortado, doblado y pegado de un cilindro

## 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

- Siguiendo los pasos establecidos realizar la construcción de:

Tabla 3.3

PRISMA CUADRANGULAR	
Lado del Polígono	5cm
Altura del Prisma	8cm

Tabla 3.4



PRISMA HEXAGONAL	
Lado del Polígono	3.5cm
Altura del Prisma	7cm

**Tabla 3.5**

PRISMA HEPTAGONAL	
Lado del Polígono	4cm
Altura del Prisma	5.5cm

**Tabla 3.6**

PRISMA OCTOGONAL	
Lado del Polígono	3cm
Altura del Prisma	5.5cm

**Tabla 3.7**

PRISMA NONAGONAL	
Lado del Polígono	5cm
Altura del Prisma	8cm

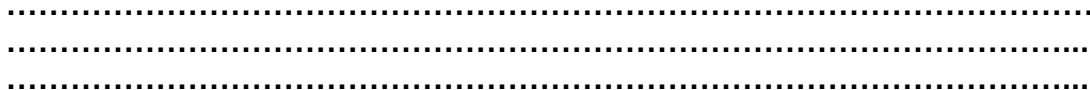
**Tabla 3.8**

CILINDRO	
Longitud del radio	2 cm
Altura del cilindro	10cm

**6. CONCLUSIONES**

1. El nombre de un prisma depende de.....  
 .....  
 .....  
 .....

2. Para construir un cilindro hay que tener presente.....



## 7. PRISMA, CILINDRO Y LA REALIDAD

Algunas de las construcciones que nos rodean y objetos que conocemos tienen la forma de estos dos sólidos, su estudio experimental dentro de la Geometría del Espacio es fundamental en el aprendizaje de los discentes.

El aprendizaje experimental ayuda a que los estudiantes identifiquen las características geométricas que pueden estar presentes en los objetos que ellos encuentran a su alrededor.

A continuación se puede ver varios objetos cotidianos que adoptan la forma de estos dos sólidos.



*Figuras en forma de prisma y cilindro*



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 4:

### EL CUBO: ÁREA Y VOLUMEN.

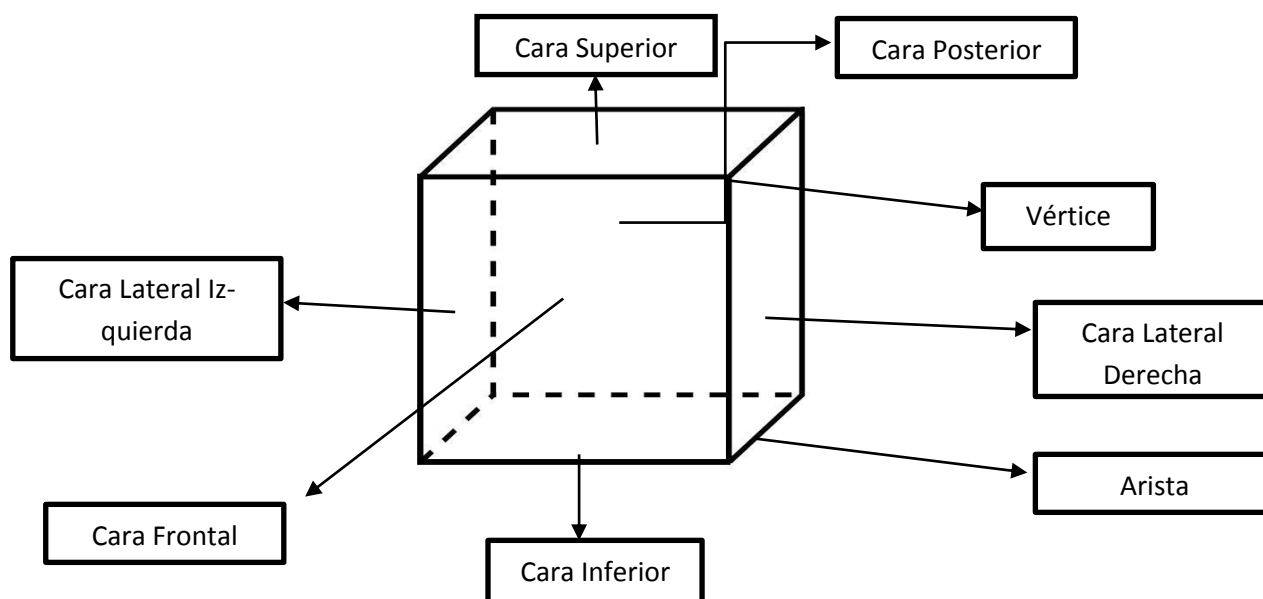
AUTOR:.....

FECHA:.....

## EL CUBO: ÁREA Y VOLUMEN

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

“Llámesese cubo un paralelepípedo cuyas caras y bases son cuadradas” (Wentworth, 322). Las caras y bases del cubo se originan por la unión de aristas adyacentes las cuales concurren en diferentes puntos llamados vértices. Cada una de estas caras cúbicas tienen su respectivo nombre: cara superior, cara inferior, cara lateral derecha, cara lateral izquierda, cara frontal y finalmente tenemos la cara posterior.



El estudio del cubo es muy importante debido a que tenemos a nuestro alcance muchos objetos que tienen la forma de esta figura, además existen construcciones que son diseñadas siguiendo ciertas características y propiedades de dicha figura geométrica.



*Objeto en forma de cubo*



*CBS Sant Cugat (España)*



## 2. OBJETIVOS

- Deducir la fórmula del área del cubo.
- Deducir la fórmula del volumen del cubo.
- Resolver ejercicios relacionados con el área y el volumen del cubo.

## 3. MATERIALES

- Cubo de madera.
- Recipiente graduado.
- Papel.
- Regla.



*Material elaborado*

## 4. PROCEDIMIENTO

### Área

- Utilizar el papel y envolver la Caja cúbica.
- Señalar con puntos la parte del papel que hemos utilizado al envolver cada cara del cubo.
- Utilizando la tijera recortar la cantidad de papel utilizado en cada cara.
- Medir las longitudes del papel utilizado en cada cara anotar el largo y ancho de una de ellas en la tabla 3.9.
- Sacar el área de todas las caras y anotarlas en la tabla 3.10.
- Relacionar el área total del cubo con el número de caras y el valor obtenido con la longitud de la arista del cubo.





**Volumen**

- Medir las longitudes: largo, ancho y profundidad del cubo y anotarla en la tabla 3.11.
- Llenar el recipiente graduado con agua.
- Sumergir todo el cubo en el recipiente graduado con agua.
- Medir la cantidad de agua que se desalojó del recipiente al sumergir el cubo y anotarla.
- Relacionar la cantidad de agua desalojada con las medidas del cubo.

**5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN**

**Área del cubo**

**Tabla 3.9**

Características	Medidas
Largo	
Ancho	
Número de caras	

**Tabla 3.10**

CARAS	N de Caras	Área
Frontal		
Posterior		
Superior		
Inferior		
Lateral Derecha		
Lateral Izquierda		
Total		

Relacionando el área total con el número de caras y este resultado con la longitud de la arista del cubo obtenemos:

.....

**Volumen del cubo**

**Tabla 3.11**

Longitudes	Valores
Largo	
Ancho	
Altura	



Cantidad de agua desalojada.....

Relacionando la cantidad de agua desalojada con las tres longitudes del cubo obtenemos:

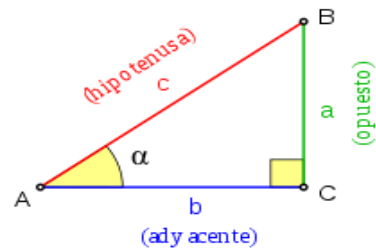
.....

**6. CONCLUSIÓN**

- La fórmula del área del cubo es.....
- La fórmula del volumen del cubo es.....

**7. FORMULARIO**

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \begin{aligned} a &= \sqrt{b^2 + c^2} \\ b &= \sqrt{a^2 - c^2} \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} \end{aligned}$$



**7. EJERCICIOS PROPUESTOS:**

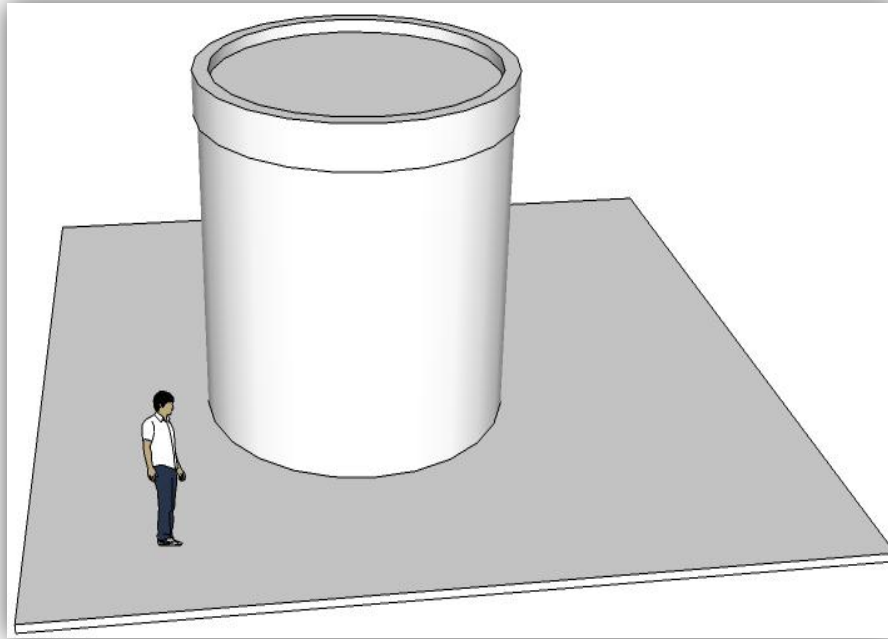
- Un camión tiene su cajón de forma cúbica y de 15m de lado, ¿Cuántas cajas cubicas de fruta de 30cm de lado entrarán en el camión?



- Se quiere encementar un cuarto de forma cúbica que tiene 12m de lado, sabiendo que por cada metro cuadrado entran 2 lbs. de cemento, ¿Cuántas libras de cemento necesito para encementar las 6 caras del cuarto?



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 5:

### EL CILINDRO: ÁREA Y VOLUMEN

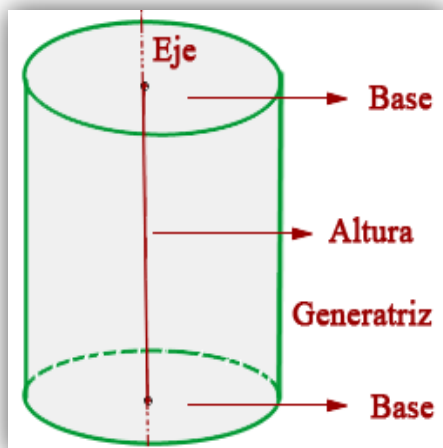
AUTOR:.....

FECHA:.....

## EL CILINDRO: ÁREA Y VOLUMEN

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

“Llámesese cilindro a un sólido limitado por una superficie cilíndrica y dos superficies planas paralelas” (Wentworth, 353).



*Partes del cilindro*



*Material del laboratorio de matemáticas*

El estudio de esta figura dentro de la Geometría del Espacio es muy importante debido a que a nuestro alcance tenemos un sin número de objetos de forma cilíndrica, en especial objetos de: almacenamiento, utensilios domésticos, instrumentos musicales, enlatados alimenticios y muchas más funciones que estos realizan, que gracias a esta forma geométrica son útiles en trabajos específicos cotidianos.

En las siguientes figuras tenemos algunos ejemplos de objetos en forma cilíndrica:



*Objetos en forma de cilindro***2. OBJETIVOS:**

1. Deducir la fórmula del área del cilindro.
2. Deducir la fórmula del volumen del cilindro.
3. Resolver ejercicios sobre lo aprendido del cilindro.

**3. MATERIALES:**

- Cilindro de madera.
- Papel.
- Tijera.

**4. PROCEDIMIENTO:****Área:**

- Utilizar el papel y envolver el cilindro de madera.
- Recortar la parte del papel que hemos utilizado en el envoltorio del cilindro.
- Recortar la cantidad de papel utilizado en las tapas.
- Medir las longitudes del papel utilizado tanto en el envoltorio como en las tapas anotar en la tabla 3.12.
- Sacar el área de cada una de estas figuras, rectangular en el caso del envoltorio y circular en el caso de las tapas y anotarlas en la tabla 3.13.
- Relacionar el área total del cilindro con las áreas de las tapas y el área del envoltorio.

**Volumen:**

- Medir las longitudes: radio de las tapas, altura y anotarlas en la tabla 3.14.
- Llenar el recipiente graduado con agua.
- Sumergir todo el cilindro en el recipiente graduado con agua.
- Medir la cantidad de agua que se desalojó del recipiente al sumergir el cilindro y anotarla.
- Relacionar la cantidad de agua desalojada con las medidas del cilindro.



## 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

### Área

Tabla 3.12

Características	Medidas
Radio de las tapas	
Altura del cilindro	
Envolvente del cilindro	

Tabla 3.13

Características	Área
Tapa 1	
Tapa 2	
Envolvente	
Total	

Relacionando el área total con el área de las tapas y de envolvente obtenemos:

.....

### Volumen

Tabla 3.14

Longitudes	Valores
Área de la tapa 1	
Altura del cilindro	

Cantidad de agua desalojada.....



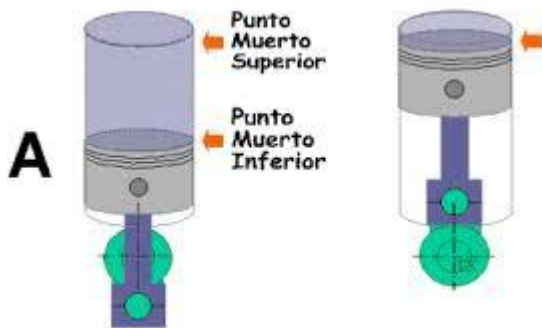
### 6. CONCLUSIONES:

La expresión matemática que define el área de un cilindro es.....

La expresión matemática que define el volumen de un cilindro es.....

### 7. PROBLEMA PROPUESTO

Encuentre la capacidad de mezcla aire-combustible de un cilindro de radio 6cm y altura de 12 cm cuando el pistón se encuentra en el punto muerto inferior.





# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 6:

### CONSTRUCCIÓN DE UNA PIRÁMIDE Y DE UNA PIRÁMIDE TRUNCADA.

AUTOR:.....

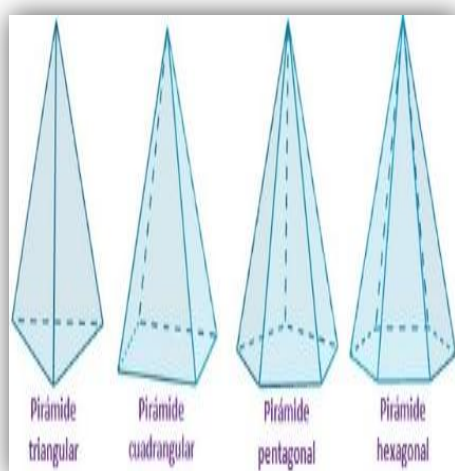
FECHA:.....



## CONSTRUCCIÓN DE UNA PIRÁMIDE Y DE UNA PIRÁMIDE TRUNCADA

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

**Pirámide.-** “Llámesese pirámide un poliedro en el que una de las caras llamada base es un polígono cualquiera y las otras caras son triángulos que tienen un vértice común el cual se denomina vértice de la pirámide” (Wentworth, 337). El número de caras triangulares dependerá del número de lados del polígono de la base y dependiendo de esto la pirámide recibirá un nombre específico.



*Pirámides con diferentes bases*

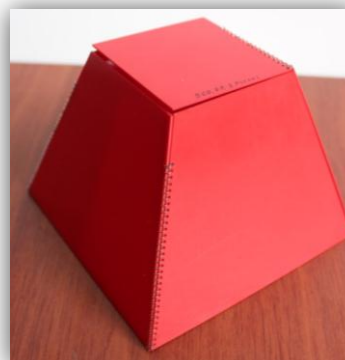


*256 F.F Pieza del Laboratorio de Matemáticas*

**Pirámide truncadas.-** “Llámesese pirámide truncada o tronco de pirámide la parte de una pirámide comprendida entre la base y una sección determinada por un plano paralelo a la base. Esta sección y la base de la pirámide se llaman bases del tronco. La menor se llama a veces base superior y la otra base inferior” (Wentworth, 338).



*Cultura Maya*



*267 F.F Pieza del Laboratorio de Matemáticas*



Las pirámides también tienen su historia sobre todo en Egipto, en este país aproximadamente 2700 años AC las construcciones llamadas mastabas empezaron a tener la forma de pirámides, las cuales en años siguientes fueron perfeccionadas con la mano del hombre. Las pirámides de Egipto son consideradas como una de las siete maravillas del mundo; estas pirámides tienen sus respectivos nombres debido a muchos gobernantes de ese país fueron sepultadas en el lugar donde se sitúan actualmente las pirámides.



*Pirámides de Egipto*

## 2. OBJETIVOS

- Realizar la construcción de una pirámide que tenga como base un hexágono.
- Realizar la construcción de una pirámide troncada que tenga como base un cuadrado.

## 3. MATERIALES

- Cartulina.
- Regla.
- Escuadra de 45 grados.
- Compás.
- Lápiz.
- Borrador.
- Tijera.
- Goma.

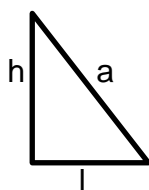




#### 4. PROCEDIMIENTO

##### Construcción de la pirámide hexagonal:


- Con la ayuda del compás, de la regla y del lápiz dibujar en la cartulina un polígono regular de 6 lados.
- Damos un valor a la altura de nuestra pirámide; luego mediante un triángulo rectángulo y utilizando el teorema de Pitágoras encontramos la longitud de la arista de nuestra pirámide.



$l$  = Longitud del lado del pentágono.

$h$  = Altura de la pirámide.

$a$  = Longitud de la arista.

- Con el compás tomamos la medida de la arista. y asentamos la punta del compás en un vértice del polígono y con la medida de la arista trazamos un arco al frente del vértice, luego asentamos el compás en un vértice adyacente al anterior y trazar otro arco de tal manera que corte el arco anterior.
- Luego con la misma abertura asentamos el compás en el punto de corte de los dos arcos y trazamos un semicírculo, el cual pasará por los vértices utilizados en el paso anterior.
- Con el compás tomar la medida del lado del polígono y acentando en los dos vértices utilizados en el paso tres, trazar arcos que corten el semicírculo trazado en el paso anterior.
- Luego asentar el compás en los dos primeros cortes y trazar otros cortes sobre el semicírculo hasta completar  $n-1$  cortes.
- El número de cortes deberá ser por lo menos 1 que estará ubicado hacia la parte exterior de los dos vértices.
- Utilizando la regla y el lápiz unir cada una de las marcas anteriores y los vértices del paso 3 con el punto de corte del paso cuatro.
- Utilizando la regla y el lápiz unir las marcas adyacentes realizadas en el paso seis y además unir los dos vértices del paso tres con las marcas adyacentes.
- Trazar las pestañas de esta forma  en  $n-1$  lados del polígono o en todas las líneas realizadas en el paso anterior siempre hacia la

parte exterior; y en una de las alturas que se encuentra en cualesquiera de los extremos. Esta pestaña se la realizará con una inclinación de 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



*Trazado de pirámide hexagonal*

- Una vez hecho esto, recortarlo y nos quedará de la siguiente manera.



*Recortado de la pirámide*

- Doblar todas las líneas hacia adentro.
- Poner pegamento en las pestañas y pegar contra los lados del polígono.



*Pegado de la pirámide*

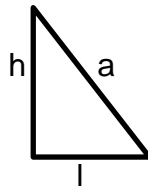
### **Construcción de una Pirámide Truncada:**

- Con la ayuda del compás, de la regla y del lápiz dibuja en la cartulina un



polígono regular de 4 lados.

- Damos un valor a la altura de nuestra pirámide, luego mediante un triángulo rectángulo y utilizando el teorema de Pitágoras encontramos la longitud de la arista de nuestra pirámide.



$l$  = Longitud del lado del cuadrado.


$h$  = Altura de la pirámide.

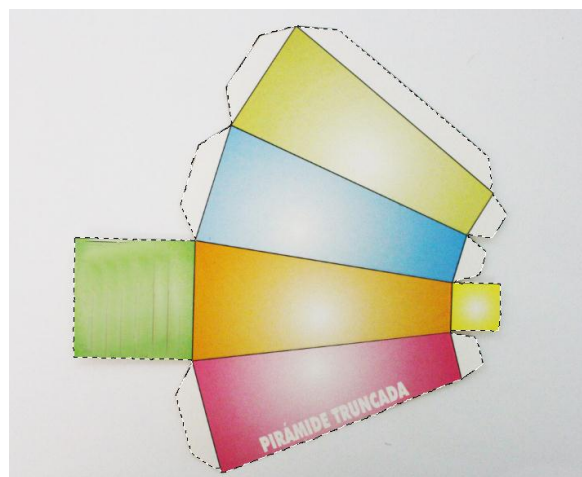
$a$  = Longitud de la arista.

- Asentamos la punta del compás en un vértice del polígono grande y con la medida de nuestra arista trazamos un arco al frente del vértice, luego asentamos el compás en un vértice adyacente al anterior y trazamos otro arco de tal manera que corte el arco anterior.
- En el punto de intersección de los arcos trazamos otro polígono regular de 4 lados pero de una longitud menor, pudiendo ser esta longitud la mitad de la longitud del polígono grande.
- Asentamos la punta del compás en un vértice de la cara del polígono pequeño que queda al frente de la cara del polígono grande y con la medida de nuestra arista trazamos un arco al frente del vértice, luego asentamos el compás en el vértice adyacente y trazamos otro arco de tal manera que corte el arco anterior. Los dos arcos no serán trazados hacia el polígono grande sino en sentido contrario.
- Luego con la misma abertura asentamos el compás en el punto de corte encontrado en el paso tres y trazamos un semicírculo que pasará por los vértices utilizados en el mismo paso.
- Con la misma abertura asentamos el compás en el punto de corte encontrado en el paso 5 y trazamos un semicírculo que pasará por los vértices utilizados en el mismo paso.
- Con el compás tomamos la medida del lado del polígono grande y asentando en los dos vértices utilizados en el paso 3, trazamos arcos que corten el semicírculo trazado en el paso siete.
- Luego asentamos el compás en los dos primeros cortes y trazamos otros cortes



sobre el semicírculo hasta completar  $n-1$  cortes.

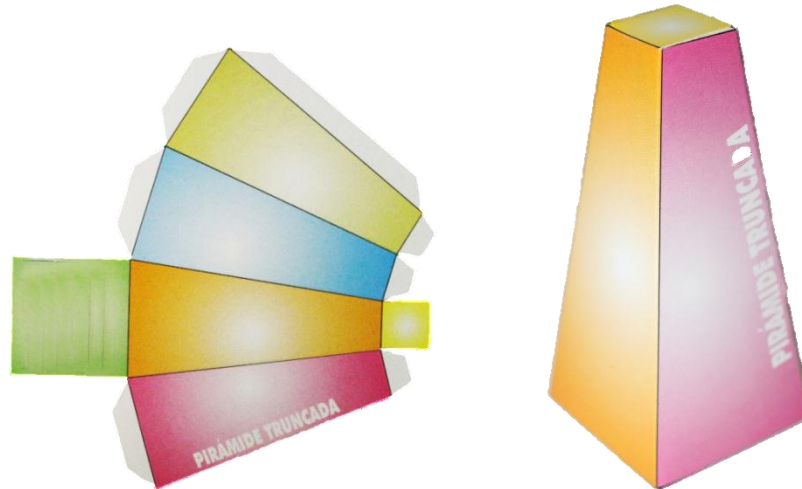
- El número de cortes deberá ser por lo menos 1 que estará ubicado hacia la parte exterior de los dos vértices.
- Con el compás tomar la medida del lado del polígono pequeño y asentando en los dos vértices utilizados en el paso cinco trazar arcos que corten el semicírculo trazado en el paso ocho.
- Luego asentar el compás en los dos primeros cortes y trazar otros cortes sobre el semicírculo hasta completar  $n-1$  cortes.
- El número de cortes deberá ser por lo menos 1 que estará ubicado hacia la parte exterior de los dos vértices.
- Unir los cortes del semicírculo tanto en el polígono grande como en el pequeño.
- Unir la base del polígono grande con la del pequeño, para luego unir los demás lados trazados en los dos pasos anteriores.
- Trazar las pestañas de esta forma  en  $n-1$  lados del polígono grande y pequeño o en todas las líneas realizadas en el paso anterior siempre hacia la parte exterior; y en una de las alturas que se encuentra en cualesquiera de los extremos. Esta pestaña se la realizará con una inclinación de 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



*Trazado de una pirámide truncada*



- Recortar y doblar las pestañas hacia adentro para finalmente pegar las pestañas con los lados del polígono grande y pequeño.



*Recortado, doblado y pegado de una pirámide truncada*

## 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

- Realizar el trazo de los pasos para construir la siguiente pirámide con las dimensiones dadas.

**Tabla 3.15**

PIRÁMIDE OCTOGONAL	
Longitud del lado del Polígono	4 cm
Altura de la Pirámide	6 cm

**Tabla 3.16**

PIRÁMIDE CUADRANGULAR	
Longitud del lado del Polígono	3.7 cm
Altura de la Pirámide	5.5 cm



**Tabla 3.17**

PIRÁMIDE PENTAGONAL	
Longitud del lado del Polígono	4.2 cm
Altura de la Pirámide	8 cm

**Tabla 3.18**

PIRÁMIDE HEPTAGONAL	
Longitud del lado del Polígono	3 cm
Altura de la Pirámide	7 cm

**Tabla 3.19**

PIRÁMIDE NONAGONAL	
Longitud del lado del Polígono	4 cm
Altura de la Pirámide	6 cm

**Tabla 3.20**

PIRÁMIDE PENTAGONAL TRUCADA	
Longitud del lado del Polígono	4.8 cm
Altura de la Pirámide	6.5 cm

## 6. CONCLUSIONES

- El nombre específico de una pirámide depende de:.....  
.....
- La pirámide truncada es:.....



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 7:

### PIRÁMIDE : ÁREA Y VOLUMEN.

AUTOR:.....

FECHA:.....



## PIRÁMIDE ÁREA Y VOLUMEN

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

**Área.**-Antiguamente se decía que el área es la cantidad de plano que encierra una figura geométrica. El término área surge del gran crecimiento y del desbordamiento que tuvo el río Nilo, razón por la cual los Egipcios sintieron la necesidad de calcular la cantidad de terreno de cada parcela según su dueño; y para esto recurrieron a la utilización de la Geometría.

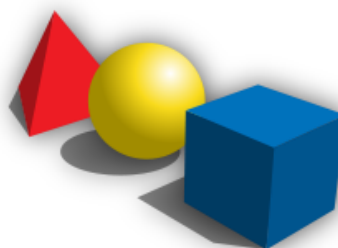
Los Egipcios para calcular el área de un polígono plano recurrían a dividir el polígono en triángulos iguales, luego calculaban el área de un triángulo y multiplicaban por el número de triángulos existentes.

En la actualidad el avance de la ciencia y de la tecnología ha permitido obtener las fórmulas para calcular el área de cada polígono regular.



*Río Nilo*

**Volumen.**- Es la medida de extensión de un cuerpo en sus tres dimensiones, el término volumen está relacionado con espacio.



*Figuras volumétricas*



El estudio del área y volumen de una pirámide es importante ya que en situaciones específicas de la vida nos encontramos con objetos que tienen la forma de pirámide en los que necesitamos realizar el cálculo del área y volumen de dichos objetos.

## 2. OBJETIVOS:

- Redescubrir la fórmula del área y el volumen de una pirámide de base cuadrada para luego generalizar con pirámides de otras bases.
- Resolver ejercicios sobre áreas y volúmenes de pirámides.

## 3. MATERIALES:

- Pirámide de madera.
- Papel.
- Recipiente grande graduado.
- Regla graduada.
- Jarra.

## 4. PROCEDIMIENTO:

### Área:

- Utilizar el papel y envolver la pirámide cuadrangular.
- Señalar con puntos la parte del papel que hemos utilizado al envolver cada cara de la estructura.
- Utilizando la tijera recortar la cantidad de papel utilizado en cada cara.
- Medir las longitudes del papel utilizado en cada cara y sacar el área de cada una.
- Realizar el proceso anterior para cada cara.
- Sumar las 5 áreas y determinar el área total de la pirámide y anotarla en la tabla 3.21.

**Volumen:**

- Medir todas las longitudes de la pirámide y anotarlas en la tabla 3.22.
- Llenar el recipiente grande con agua.
- Sumergir toda la pirámide en el recipiente con agua.
- Medir la cantidad de agua que se desalojó del recipiente grande al sumergir la pirámide.
- Anotar el valor de la cantidad de agua desalojada del recipiente grande en la tabla 3.24.
- Relacionar la cantidad de agua con las medidas de las longitudes de las pirámides.

**5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN.****Área con papel****Tabla 3.21**

Características	Medidas
L (cuadrado)	
Base (triángulo)	
Altura (triángulo)	

**Área Matemáticamente****Tabla 3.22**

CARAS	N de Caras	Área
Base cuadrangular		
Triángulos		
Área total		



**Volumen de la pirámide**

**Tabla 3.23**

Características	Medidas
L (cuadrado)	
Base (triángulo)	
Altura (triángulo)	
Altura (pirámide)	
Volumen	

**Tabla 3.24**

Cantidad de agua desalojada

Relacionando la medida de agua desalojada del recipiente grande con las medidas fundamentales de la pirámide tenemos que la expresión del volumen de la pirámide es igual a:

.....

**6. CONCLUSIONES:**

- El área de una pirámide es igual a.....
- El volumen de la pirámide de base cuadrada es..... con relación al cubo.
- El volumen de la pirámide de base cuadrada es.....

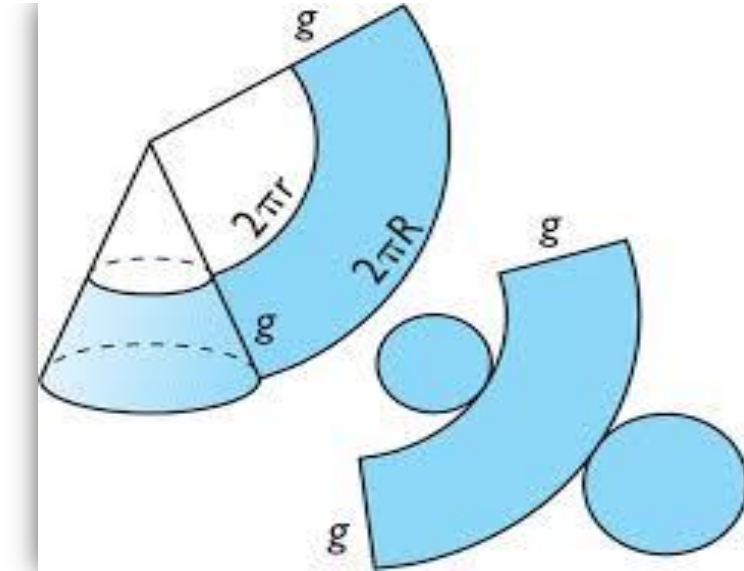


## 7. PROBLEMA PROPUESTO

- Necesitamos construir una pirámide de cerámica en un museo de la ciudad de Cuenca, el espacio cuadrado tiene un área de 400 metros cuadrados y queremos que la altura sea de 30 metros, calcular el número de metros cuadrados de cerámica total que irá en las caras y el piso de la pirámide.



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 8:

### CONSTRUCCIÓN DE UN CONO Y CONO TRUNCADO.

AUTOR:.....

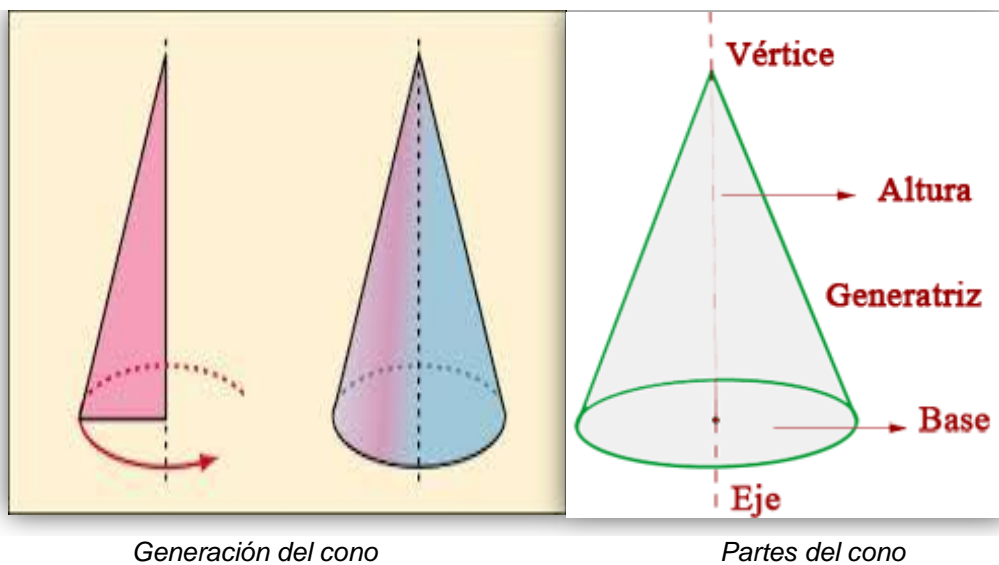
FECHA:.....



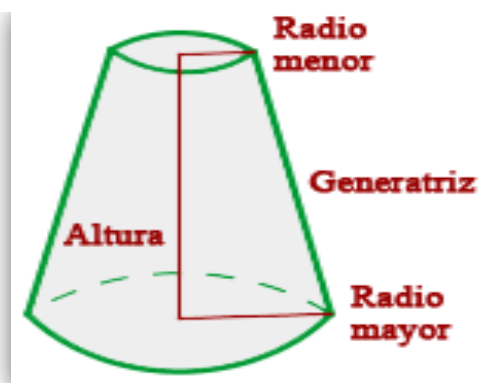
## COSNTRUCCIÓN DE UN CONO Y CONO TRUNCADO.

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

“Llámesese cono a todo sólido limitado por una superficie cónica y por un plano que corta todas las generatrices. La superficie cónica se llama superficie lateral del cono, su vértice se denomina vértice del cono; la base es la superficie plana y las generatrices del cono son las de la superficie cónica que la limita (Wentworth, 362). La altura del cono viene dada por la recta que une el centro del círculo con el vértice.



**Cono Truncado.**—“Llámesese cono truncado o tronco de cono la parte de un cono comprendida entre la base y una sección paralela a la base. La sección y la base del cono se llaman bases del tronco” (Wentworth, 367).



*Partes del cono truncado*



## 2. OBJETIVOS

- Realizar la construcción de un cono.
- Realizar la construcción de un cono truncado.

## 3. MATERIALES

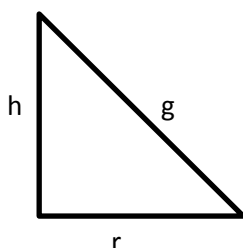
- Cartulina.
- Regla.
- Escuadra de 45 grados.
- Compás.
- Lápiz.
- Borrador.
- Tijera.
- Goma.
- Graduador.



## 4. PROCEDIMIENTO

### Cono:

- Damos arbitrariamente el valor del radio de nuestra base y de la altura del cono.
- Aplicando el teorema de Pitágoras encontramos la longitud de la generatriz.



$$g = \sqrt{r^2 + h^2}$$

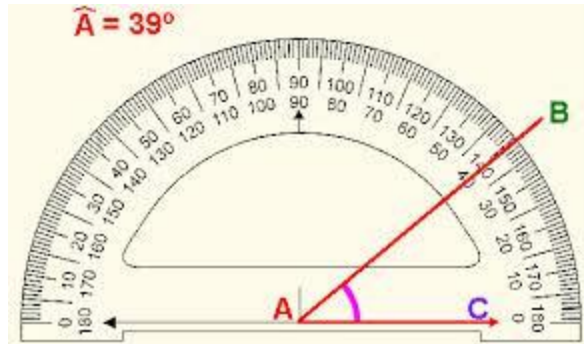
- Una vez encontrada la longitud de la generatriz, aplicamos la siguiente regla de tres para encontrar el ángulo central del cono medido desde el vértice.

$$\begin{array}{cc} 2\pi g & 360 \\ 2\pi r & x \end{array}$$





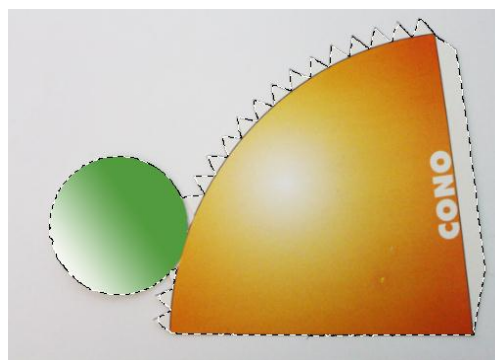
$$x = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi g}$$

- Trazamos una línea con la longitud de la generatriz encontrada.
- Medimos el ángulo encontrado en la regla de tres, desde la recta trazada.



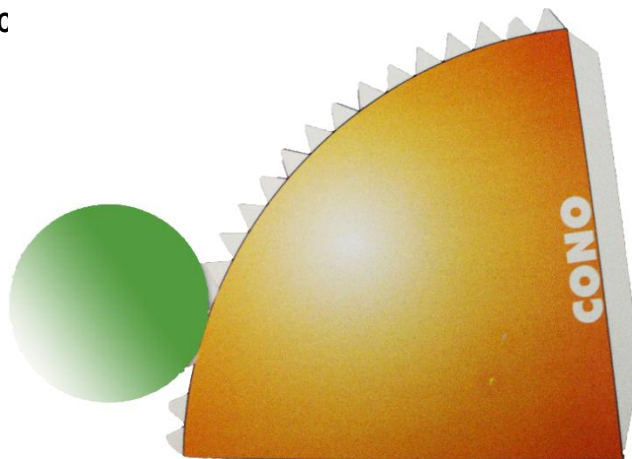
Utilización del graduador, construcción cono

- Ponemos una marca en la medida del ángulo y desde el vértice medido trazamos otra recta con la medida de la generatriz, pudiendo esta recta pasar la marca o quedar antes de esta.
- Asentamos el compás en el vértice que une las dos rectas y abrimos una longitud igual a la generatriz para luego unir con un arco las dos rectas.
- Trazamos un círculo con la medida del radio del paso 1, de tal manera que este sea tangente al arco.
- Realizar esta figura  alrededor del arco que une las dos rectas y en una de las rectas llamadas generatriz realizar esta pestaña , ambas figuras serán realizadas a 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



Trazado de un cono

- Recortar la figura y nos quedará de la siguiente forma:



*Recortado de la figura*

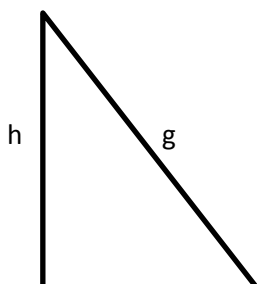
- Doblar las pestañas y el círculo hacia adentro, poner pegamento en las pestañas y finalmente pegar con el objetivo de dar forma al cono.



*Doblado y pegado del cono*

### Cono truncado:

- Damos arbitrariamente el valor del radio de nuestra base y de la altura del cono.
- Aplicando el teorema de Pitágoras encontramos la longitud de la generatriz.



$$g = \sqrt{r^2 + h^2}$$



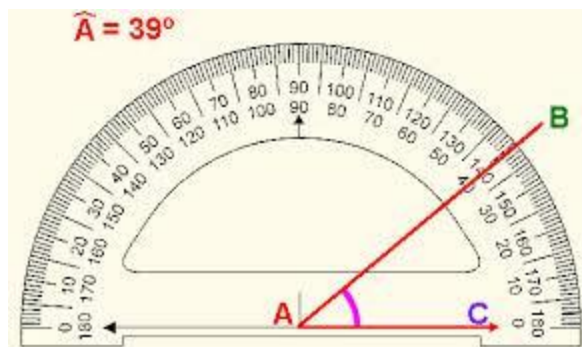
r

- Una vez encontrada la longitud de la generatriz, aplicamos la siguiente regla de tres para encontrar el ángulo central del cono medido desde el vértice.

$$\frac{2\pi g}{2\pi r} = \frac{360}{x}$$

$$x = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi g}$$

- Trazamos una línea con la longitud de la generatriz encontrada.
- Medimos el ángulo encontrado en la regla de tres, desde la recta trazada.



*Utilización del graduador, construcción como truncado*



- Ponemos una marca en la medida del ángulo y desde el vértice medido trazamos otra recta con la medida de la generatriz, pudiendo esta recta pasar la marca o quedar antes de ésta.
- Asentamos el compás en el vértice que une las dos rectas y abrimos una longitud igual a la generatriz para luego unir con un arco las dos rectas.
- Damos arbitrariamente el radio menor del círculo que irá en la parte superior.
- Aplicando nuevamente la regla de tres, pero ahora para el radio pequeño procedemos a encontrar el ángulo central medido desde el vértice.

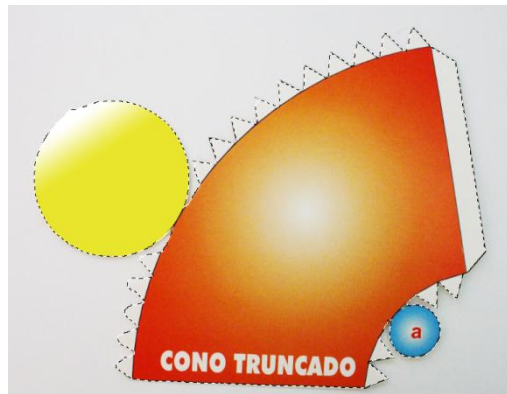
$$\frac{2\pi g}{2\pi r} = \frac{360}{x}$$

$$x = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi g}$$

- Medimos con el graduador el ángulo encontrado en la regla de tres y asentando el compás en el vértice, trazamos el ángulo de tal manera que una las dos generatrices.

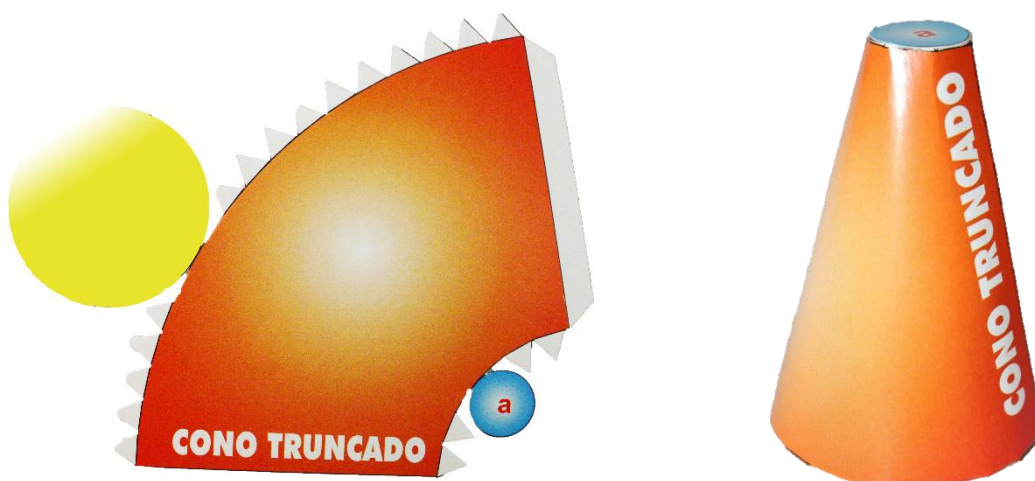


- Luego borramos las líneas que unen el vértice con el primer arco.
- Trazar un círculo con la medida del radio del paso uno, de tal manera que éste sea tangente al arco.
- Con el compás trazar un círculo con la medida del radio más pequeño, de tal manera que este sea tangente al arco más pequeño.
- Realizar esta figura  alrededor del arco grande y del arco pequeño para la parte exterior de cada uno de ellos y en una línea que une los dos arcos trazar esta pestaña , ambas figuras serán realizadas a 45 grados y con una altura de 0.5 cm respecto a la línea que se lo haga.



*Trazado del cono truncado*

- Recortar la figura, doblar las pestañas y los círculos hacia adentro, poner pegamento en las pestañas y finalmente pegar con el objetivo de dar forma al cono truncado.





*Recortado, doblado y pegado del cono truncado*

### 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

Realizar los trazos respectivos para la construcción de los siguientes sólidos:

**Tabla 3.25**

CONO	
Radio de la base	4 cm
Altura del Cono	6 cm

**Tabla 3.26**

CONO TRUNCADO	
Radio Mayor	4 cm
Radio Menor	2 cm
Altura del Cono	6 cm

### 6. CONCLUSIONES:

- **El cono es**.....  
 .....  
 .....  
 .....
- **El cono truncado surge de**.....  
 .....  
 .....  
 .....

## 7. CONO , CONO TRUNCADO Y LA REALIDAD

Las aplicaciones del cono y cono truncado en la vida son muy variadas, su utilidad hace fundamental su estudio dentro de la Geometría del Espacio. El cono es uno de los sólidos que se encuentra frecuentemente en situaciones específicas, su ilustración se ve plasmada en muchos objetos que son muy comunes de encontrar. A continuación ilustraremos este sólido en algunos objetos que nos rodean:

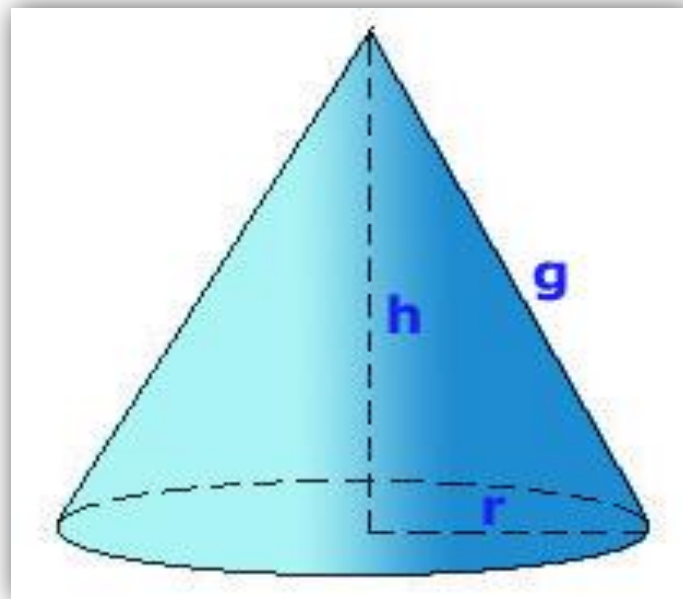


*Objetos en forma de cono y cono truncado*





# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 9:

### CONO: ÁREA Y VOLUMEN

AUTOR:.....

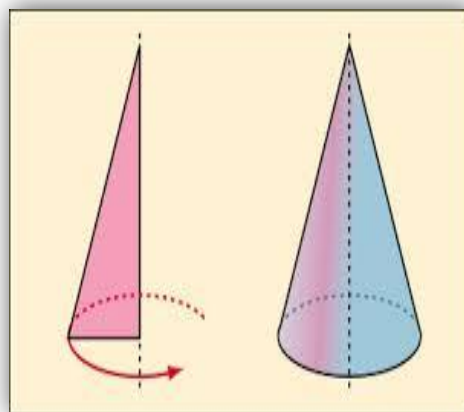
FECHA:.....



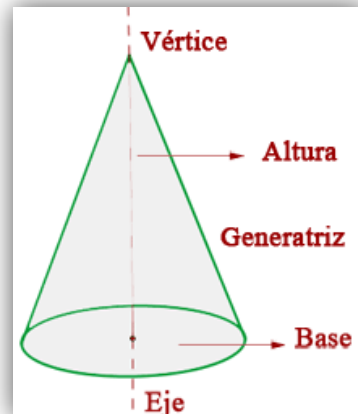
## CONO: ÁREA Y VOLUMEN.

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA.

El cono es un sólido que se forma al hacer girar en torno a un eje un triángulo rectángulo. El cono está compuesto por un círculo que sería la base y por dos generatrices que concurren a un mismo punto llamado vértice del cono. La altura del cono viene dada por la recta que une el centro del círculo con el vértice del cono.



Generación del cono

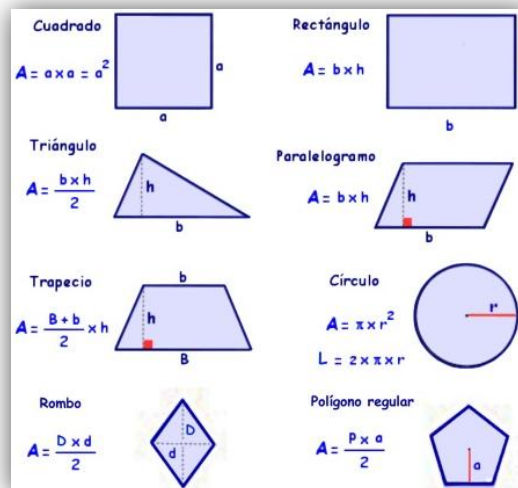


Partes del cono

### Área y Volumen

El cono es un sólido que posee un volumen que es concebido como la cantidad de alguna sustancia que se requiere para llenar dicha figura.

En la presente práctica recordaremos algunos conceptos importantes para redescubrir la fórmula del área y volumen de un cono.



Fórmulas importantes



## 2. OBJETIVOS

- Redescubrir la fórmula que se utiliza para calcular el área de un cono.
- Redescubrir la fórmula utilizada para calcular el volumen del cono.
- Resolver ejercicios de áreas y volúmenes en sólidos que tengan la forma de un cono.

## 3. MATERIALES

- Cono de madera.
- Papel.
- Recipiente graduado.
- Jarra graduada.
- Regla graduada.

## 4. PROCEDIMIENTO

### Área:

- Utilizar el papel y envolver el cono de madera.
- Señalar con puntos la parte del papel que hemos utilizado al envolver cada cara de la estructura.
- Utilizando la tijera recortar la cantidad de papel utilizado en cada cara.
- Medir las longitudes del papel utilizado en cada cara y sacar el área de cada una.
- Realizar el proceso anterior para cada cara.
- Sumar las dos áreas y determinar el área total del cono y anotarla en la tabla 3.27.

### Volumen:

- Medir todas las longitudes del cono y anotarlas en la tabla 3.28.
- Llenar el recipiente grande con agua.
- Sumergir todo el cono en el recipiente grande con agua.
- Medir la cantidad de agua que se desalojó del recipiente grande al sumergir el cono.



- Anotar el valor de la cantidad de agua desalojada del recipiente grande en la tabla 3.30.
- Relacionar la cantidad de agua con las medidas fundamentales del cono; realizando las debidas conversiones de unidades.

## 5. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN.

Tabla 3.27.

Características	Medidas
Cara 1	
Base	

Tabla 3.28.

Características	N de caras	Área
Cara 1		
Base		
AT.		

### Volumen de la pirámide

Tabla 3.29.

Características	Medidas
$r$	
Área de la base	
Altura	
Longitud de la generatriz	

Tabla 3.30.

Cantidad de agua desalojada



Relacionando la medida de agua desalojada del recipiente grande con las medidas fundamentales del cono tenemos que la expresión del volumen de este sólido es:

.....

### 6. CONCLUSIONES

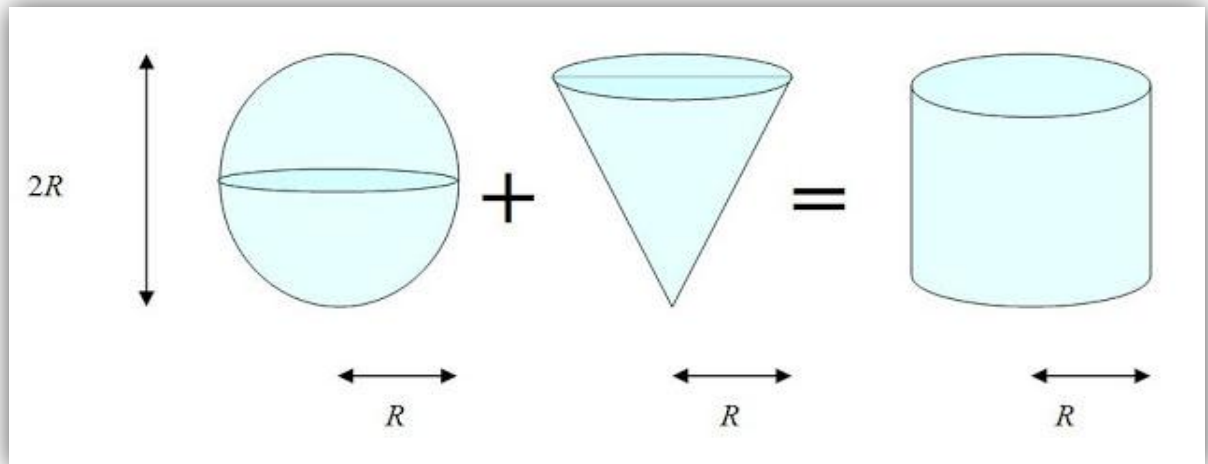
- La fórmula del área de un cono es:.....
- La expresión matemática utilizada para calcular el volumen de un cono es.....

### 7. PROBLEMA PROPUESTO

Deseo comprar un helado con un volumen en su cono de 200 cm<sup>3</sup>, que cumpla con la condición que su profundidad sea de 20 cm, calcule la cantidad de cartón que necesito para cubrir el helado que se encuentra dentro del cono



# LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO



## PRÁCTICA No. 10:

### TEOREMA DE ARQUÍMEDES

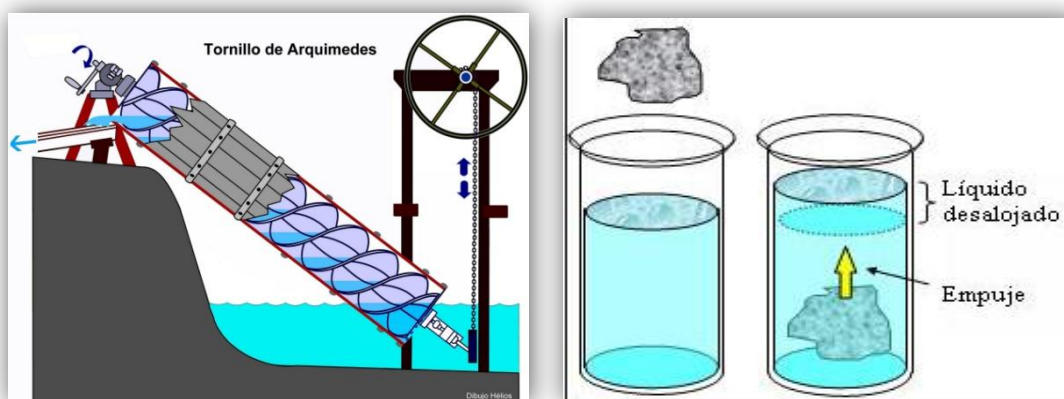
AUTOR:.....

FECHA:.....

## TEOREMA DE ARQUÍMEDES

### 1. INTRODUCCIÓN AL TEMA

**HISTORIA DE ARQUÍMEDES:** Arquímedes (287-212 a.C.) vivió en Siracusa (Sicilia). Se desempeñó en la aplicación de la matemática en máquinas, espejos y otros artefactos. Entre sus descubrimientos están la fórmula del volumen de la esfera, el estudio de las propiedades de las secciones cónicas, también descubrió el principio de la hidrostática que fue bautizado con su nombre, este principio nos dice que todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje hacia arriba igual al peso del volumen de líquido que desaloja. Arquímedes enunció la ley de la palanca, él dijo “dadme un punto de apoyo y moveré el mundo” y el tornillo de Arquímedes que sirve para subir los niveles de agua.



*Inventos de Arquímedes*

### 2. OBJETIVOS

- Redescubrir el teorema de Arquímedes.
- Relacionar el volumen del cilindro con el volumen del cono y de la esfera.

### 3. MATERIALES

- Cilindro de madera.
- Cono de madera.
- Esfera de madera.
- Recipiente grande graduado.
- Agua.



*Materiales a utilizar*

## 5. PROCEDIMIENTO

- Llenar con agua el recipiente graduado.
- Sumergir el Cono de madera en el recipiente, y observar la cantidad de agua desalojada para anotar el valor en la tabla 3.13.
- Sumergir la esfera de madera en el recipiente, y observar la cantidad de agua desalojada para anotar el valor en la tabla 3.13.
- Sumergir el cilindro de madera en el recipiente, y observar la cantidad de agua desalojada para anotar el valor en la tabla 3.13.





- Establecer la relación entre los tres volúmenes de agua desalojados.

## 6. INTERPRETACIÓN Y MODELACIÓN

Tabla 3.13.

CUERPOS	VOLUMMEN
ESFERA	
CONO	
CILINDRO	

Con lo observado se tiene lo siguiente:

.....

.....

.....

.....

.....

## 7. CONCLUSIÓN

- El volumen de la esfera es.....
  - El volumen del cono es.....
  - La suma de los dos volúmenes es igual al volumen del.....
- .....
- .....
- .....

## 8. FORMULARIO

Volumen del Cono:  $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Volumen del Cilindro:  $V = \pi r^2 h$



**Volumen de la esfera:**  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

## 9. PROBLEMA PROPUESTO

- Si un cilindro tiene una capacidad de 3000 litros. Se desea saber cuánto del líquido llenará un cono y una esfera que tienen igual radio que la base del cilindro, con el objetivo de que no se aumente ni se disminuya dicha capacidad con la que cuenta el cilindro.



## CONCLUSIONES

- El sistema educativo formal ha evolucionado día a día acorde a los cambios sociales, ésta evolución se observa principalmente en el aula de clase donde se ha dejado a un lado la Pedagogía Tradicional y se está trabajando con la Pedagogía Constructivista pensando en que los discentes son los principales protagonistas del proceso de enseñanza – aprendizaje y son quienes deben generar su auto – aprendizaje.
- Los cambios en la forma de mirar el proceso de enseñanza-aprendizaje ha generado que los docentes busquen herramientas o recursos nuevos que puedan utilizar en el aula de clase, con el objetivo de mejorar la comprensión de los contenidos que se aborda dentro de una respectiva asignatura.
- Al incursionar con recursos didácticos en el aula es importante utilizar la didáctica en sus aspectos generales para luego centrarse en la didáctica de la respectiva asignatura, esto permite que el proceso de enseñanza sea dinámico, interactivo y secuencial.
- La aplicación de recursos didácticos son importantes en todas las asignaturas, de manera especial en las consideradas abstractas; dentro del campo de la matemática existen muchas de estas y entre una de ellas está la Geometría del Espacio cuyos contenidos son un poco dificultosos interpretarlos solamente en la pizarra; para facilitar esta interpretación es necesario contar con material didáctico y con una guía que sirvan para realizar prácticas en el Laboratorio de Matemáticas.
- La encuesta realizada a los estudiantes de la Carrera de Matemática y Física mostraron resultados favorables para nuestra propuesta, entre uno de ellos esta que la mayoría de encuestados concordaban que utilizando material didáctico y una guía para realizar prácticas en un laboratorio facilitaría la comprensión de los contenidos sobre la Geometría del Espacio.
- La propuesta de implementar prácticas en el Laboratorio de Matemáticas para estudiar la Geometría del Espacio con el uso de una guía y material com-



plementario, generará un soporte en la innovación de nuevos métodos y técnicas de aprendizaje, además que ayudará al discente de la carrera a obtener un dominio parcial de los instrumentos de laboratorio para que de esta forma al ejercer su profesión puedan desempeñarse conforme a las exigencias educativas actuales.

## RECOMENDACIONES

Después de haber concluido nuestro proyecto de graduación y debido a la importancia del mismo, consideramos oportuno hacer ciertas recomendaciones:

- En este proyecto de graduación se han desarrollado ciertos temas de las unidades: **Geometría del Espacio y Construcción de sólidos en el espacio**, razón por la cual los estudiantes de la carrera pueden continuar con este proyecto desarrollando las unidades en los temas faltantes de la Geometría del Espacio ya que este trabajo es uno de los primeros que se desarrolla en este ámbito.
- Los docentes encargados de la asignatura de la Geometría del Espacio deben estar capacitados para armar y elaborar montajes de Prácticas de Laboratorio, y también es importante que vayan actualizándose día a día sobre nuevos recursos o estrategias metodológicas que se puede incursionar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para facilitar la comprensión de los contenidos tridimensionales.
- Incluir la guía didáctica y los materiales complementarios que son el resultado de este trabajo de graduación en el estudio de la geometría del espacio en los primeros años de nuestra carrera facilitará a los estudiantes comprender de mejor manera los contenidos tridimensionales y un recurso innovador como apoyo para el docente.



# ANEXOS



## Anexo # 1

### ENCUESTA SOBRE LAS DIFICULTADES DE APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE GEOMETRÍA DEL ESPACIO

Edad:

Sexo M  F

Ciclo(s) que cursa: 2  4  7  9

*La presente encuesta tiene como objetivo identificar el problema sobre las dificultades de aprendizaje que se presentaron con los estudiantes que tomaron la asignatura de Geometría del Espacio en la Carrera de Matemáticas y Física. La información recibida será utilizada únicamente como datos que nos sirvan para desarrollar nuestro trabajo de graduación.*

**Instrucciones:** Lea atentamente cada una de las preguntas, revise todas las opciones y **SUBRAYE** la alternativa que más lo identifique:

PREGUNTAS:

1. **¿En qué especialidad obtuvo su título de bachiller?**
  - a) Físico matemático
  - b) Químico biólogo
  - c) Sociales
  - d) Secretariado
  - e) Secretariado bilingüe
  - f) Carreras técnicas
  - g) Otras especifique.....
2. **¿Por qué se matriculó en la Carrera de Matemáticas y Física?**
  - a) Me gusta.
  - b) Me retire de otra carrera anteriormente.
  - c) Porque están mis conocidos en la carrera.



d) Por obligación: seleccione una de las opciones:

De los padres       Distributivo del SENECYT       Fue mi última opción

**3. ¿Qué tan complicado es para Ud. imaginar e interpretar figuras geométricas en tres dimensiones?**

- a) Mucho
- b) Regular
- c) Poco
- d) Nada

**4. Al cursar sus estudios en la Carrera de Matemáticas y Física, en la asignatura de Geometría ¿abarco los temas de Geometría del Espacio?**

- a) Si
- b) No

**5. En la Carrera del Matemáticas y Física, en la asignatura de Geometría ¿aprendió los temas de Geometría del Espacio de una manera memorística?**

- a) Si
- b) A veces
- c) No

**6. La Geometría del Espacio es para Ud.**

- a) Abstracta
- b) Difícil
- c) Compleja
- d) Concreta
- e) Memorística
- f) Abstracta y memorística
- g) Compleja y difícil

**7. Los contenidos de la Geometría del Espacio serían ideales aprenderlos en**

- a) La pizarra
- b) Utilizando material concreto
- c) Realizando prácticas de laboratorio
- d) Utilizando material concreto y realizando prácticas en el laboratorio



8. **¿Qué Modelo Pedagógico cree que fue aplicado al momento de enseñar la asignatura de Geometría?**
- a) Tradicional
  - b) Constructivista
  - c) Conductista
  - d) Cognitivista
9. **¿Considera que los docentes de la Carrera en la asignatura de la geometría del espacio deben utilizar material concreto y guías que permitan mejorar su metodología?**
- a) Si
  - b) No
10. **Si los contenidos de la Geometría del Espacio los enlazáramos con material concreto, aprenderlos resultaría:**
- a) Muy difícil
  - b) Difícil
  - c) Fácil
  - d) Muy fácil
11. **¿Conoce si en la carrera de Matemáticas y Física existen recursos didácticos que el docente pueda utilizar para una mejor enseñanza de la Geometría del Espacio?**
- a) Si
  - b) No los suficientes
  - c) No
12. **¿Con que puntaje aprobó la asignatura de Geometría en la universidad?**
- /100
13. **Considera que realizando prácticas de geometría del espacio en el laboratorio de matemáticas mediante la utilización de una guía facilitaría la comprensión de la asignatura:**
- a. Si
  - b. No
14. **¿Cree necesario contar con una guía y material didáctico para realizar prácticas de Geometría del Espacio en el laboratorio de matemáticas,**



de similar manera como lo hacemos con la asignatura de física en nuestra carrera?

- a. Si
- b. No

## Anexo # 2

Imágenes sobre la construcción del material complementario



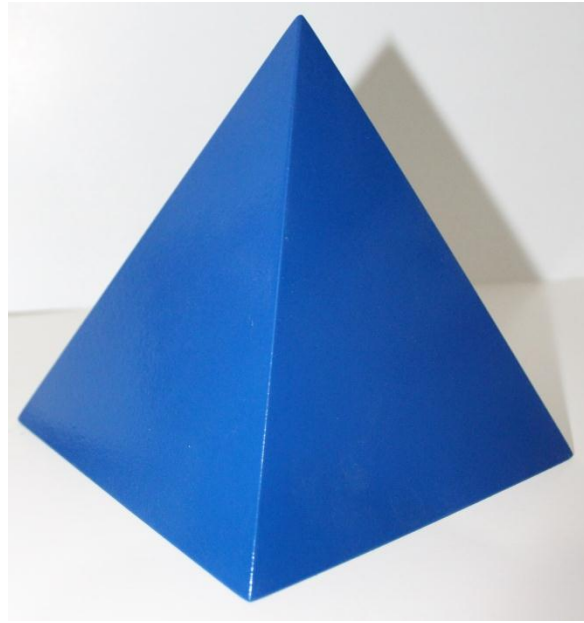


### Anexo # 3

Imágenes sobre el material complementario



DIEGO C



#### **Anexo # 4**

Se presentó impreso conjuntamente con la Tesis la Guía resuelta para el maestro



## BIBLIOGRAFÍA

1. Arteaga , Pedro. “*Conociendo los elementos Geométricos Básicos*” 2007. <[http://www.cepguadix.es/moodle2/pluginfile.php/1173/mod\\_resource/content/1/CONOCIENDO%20LOS%20ELEMENTOS%20GEOM%3%89TRICOS%20B%3%81SICOS.pdf](http://www.cepguadix.es/moodle2/pluginfile.php/1173/mod_resource/content/1/CONOCIENDO%20LOS%20ELEMENTOS%20GEOM%3%89TRICOS%20B%3%81SICOS.pdf)>. Acceso 20 de Septiembre de 2014.
2. Carmou, Bernardo “La Geometría del Espacio: Un fascinante mundo por descubrir”  
<http://semur.edu.uy/curem/actas/procesadas1348011188/actas.pdf>. Acceso: 20 de Septiembre de 2014.
3. Carrillo, Beatriz. “Dificultades en el Aprendizaje Matemático” [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_16/BEATRIZ\\_CAR RILLO\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CAR RILLO_2.pdf) Acceso: 6 de Noviembre de 2014.
4. Carvajal, Margarita. “La Didáctica” 2009  
[http://www.fadp.edu.co/uploads/ui/articulos/LA\\_DIDACTICA.pdf](http://www.fadp.edu.co/uploads/ui/articulos/LA_DIDACTICA.pdf) Acceso: 25 de Noviembre de 2014.
5. Cerezo, Héctor. “Corrientes Pedagógicas Contemporáneas”  
<http://www.odiseo.com.mx/2006/07/cerezo-corrientes.html> Acceso: 25 de Noviembre de 2014.
6. García, Lorenzo. “La Guía Didáctica” <http://www.uned.es/catedraunescoead/editorial/p7-2-2009.pdf> Acceso :24 de Octubre de 2014.



7. García, María. “Matemática. Manual de apoyo para Material Didáctico”  
<http://www.red-ler.org/Matematica-rural.pdf>. Acceso: 16 de Noviembre de 2014.
8. Godino, Juan “Didáctica de las Matemáticas para Maestros”.  
Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Granada. 2004.
9. Godino, Juan y Francisco Ruiz. “Geometría y su Didáctica para Maestros”  
Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Granada. 2002.
10. Lara, Medardo. “Propuestas para la elaboración de guías didácticas en programas a distancia”  
<http://gruping.wikispaces.com/file/view/guiasdidacticas.pdf> Acceso: 10 de Noviembre de 2014.
11. Luengo, Julián “La educación como concepto de conocimiento. El concepto de Educación” <http://www.ugr.es/~fjrrios/pce/media/1-EducacionConcepto.pdf>  
Acceso: 10 de Septiembre de 2014.
12. Mallart, Juan. “Didáctica: concepto, objeto y finalidades”  
<http://www.xtec.cat/~tperulle/act0696/notesUned/tema1.pdf> Acceso: 15 de Octubre de 2014.
13. Ministerio de Educacion “Actualizacion y Fortalecimiento Curricular”.2010.
14. Miranda, Vitali “Educación Formal, no Formal e Informal”  
<http://www.facultaddeeducacion.es/31334/31334-04-01-PP-Tema-04-POWER-POINT.%20Educacion%20formal,%20no%20formal%20e%20informal.pdf>  
Acceso: 10 de Octubre de 2014.



15. Moliner, María. “Diccionario de María Moliner y su uso extranjero”.1995.  
[http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca\\_ele/asele/pdf/06/06\\_0210.pdf](http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/asele/pdf/06/06_0210.pdf).  
Acceso: 27 de Noviembre de 2014.
16. Moya, Antonia. “LAS NUEVAS TECNOLOGIAS EN LA EDUCACION”.2009.  
[http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_24/ANTONIA\\_M\\_M OYA\\_1.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_24/ANTONIA_M_M OYA_1.pdf). Acceso: 4 de Diciembre de 2014.
17. Navarro, Miguel de Guzman y Mariano. *Profesion: Las Matematicas*. 2003.
18. Ruiz, Ángel y Cristina Alfaro. “Aprendizaje de las Matemáticas: Conceptos, Procedimientos, Lecciones y Resolución de Problemas”  
<http://www.centroedumatematica.com/wordpress/wp-content/uploads/2011/01/APRENDIZAJE-DE-LAS-MATEM%C3%81TICAS-CONCEPTOS-PROCEDIMIENTOS-LECCIONES-Y-RESOLUCI%C3%93N-DE-PROBLEMAS.pdf>. Acceso: 29 de Noviembre de 2014.
19. Villaroel, Silvia y Natalia Sgreccia. “Numeros”. *Revista de Didáctica de las Matematicas* (2012).  
<http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo8.pdf>. Acceso: 3 de Diciembre de 2014.
20. Struik, Dirk. “La Matematica sus origenes y desarrollo”.1999.  
<http://biblio3.url.edu.gt/Libros/2013/lamateorigdesar.pdf>. Acceso: 30 de Noviembre de 2014.
21. Wentwort, Jorge y David Smith. “Geometría Plana y del Espacio”. Editorial: Ginn y Compañía. Boston.Boston – Nueva York – Chicago.2003.

