

# UNIVERSIDAD DE CUENCA



**FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL**

**ANÁLISIS DINÁMICO DE VIBRACIONES BAJO CARGAS  
PEATONALES PARA UNA PASARELA EN BASE A MODELOS  
MATEMÁTICOS.**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**AUTORES:**

ÁLVARO LUIS CARCHI VILLACÍS

PABLO ANDRÉS ORELLANA MORALES

**DIRECTOR:**

INGENIERO JORGE MOSCOSO FERNÁNDEZ SALVADOR MSc.

CUENCA-ECUADOR

2015



## RESUMEN

En la actualidad, con la introducción de nuevos materiales resistentes y el desarrollo de la tecnología de la construcción se ha creado una tendencia a diseñar pasarelas peatonales más ligeras y esbeltas. Las vibraciones excesivas producidas por cargas dinámicas de los peatones pueden afectar la capacidad de servicio de la pasarela debido a un diseño inapropiado, siendo inutilizables y abandonadas por el riesgo y la incomodidad que representan para los usuarios. Los códigos de la construcción impuestos en el país no consideran el análisis de cargas dinámicas producidas por los peatones al caminar, lo que conduce a cierta incertidumbre sobre la respuesta estructural y sobre la serviciabilidad durante el periodo de vida útil de la estructura. En esta tesis se presenta el estudio y análisis de las fuerzas que generan vibraciones verticales y horizontales producidas por un peatón o un grupo de peatones mediante el uso de modelos matemáticos. Se elaboraron algoritmos en MATLAB del modelo de carga periódica y de Nakamura para el análisis de una pasarela proporcionada por el MTOP. El objetivo del análisis es la estimación de la aceleración máxima producida por la vibración y su comparación con las consideraciones realizadas por los guías y normas existentes tales como la BS 5400, ISO 10137, GUÍA AASHTO LRFD, EUROCÓDIGO Y BRO 2004. Para la validación de la metodología y los resultados obtenidos se realizó una comparación con los criterios de nivel de confort y servicio en términos de aceleración y desplazamiento.

**Palabras clave:** puente peatonal, análisis de vibración, cargas peatonales, modelos de cargas, normas de puentes peatonales, aceleración máxima, método de diferencia central.



## ABSTRACT

Today, the introduction of new resistant material and the development of construction technology have created a tendency to design lighter and slender footbridges. The excessive vibrations caused by dynamic loads of pedestrians may affect the serviceability of footbridges because of improper design, making them unusable and abandoned by the risk and inconvenience posed to users. The building codes imposed in the country do not consider the analysis of dynamic loads caused by pedestrians when walking. This leads to uncertainty about the structural response and serviceability during the useful life of the structure. In this thesis, we present the study and analysis of the forces that generate vertical and horizontal vibrations produced by a pedestrian or a group of pedestrians by using mathematical models. Algorithms in MATLAB of the model or periodic load and Nakamura are developed for the analysis of footbridge provided by the MTOP. The objective of this analysis is to obtain an estimation of the maximum acceleration produced by the vibration and its comparison with the considerations made by the existing guides and standards such as BS 5400, ISO 10137, AASHTO LRFD GUIDE, EUROCODE and BRO 2004. To validate the methodology and results obtained, it was performed a comparison with the criteria of level of comfort and service in terms of acceleration and displacement.

**Keywords:** footbridge, vibration analysis, pedestrian loads, load models, standards footbridges, maximum acceleration, central difference method.



## Contenido

1	CAPITULO I: INTRODUCCIÓN.....	16
1.1	ANTECEDENTES.....	16
1.2	OBJETIVOS.....	17
1.2.1	OBJETIVO GENERAL.....	17
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
1.3	JUSTIFICACIÓN.....	18
1.4	METODOLOGÍA.....	19
2	CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	20
2.1	PUENTES PEATONALES.....	20
2.1.1	DESCRIPCIÓN GENERAL.....	20
2.1.2	TIPOS COMUNES.....	20
2.2	DINÁMICA ESTRUCTURAL.....	20
2.2.1	MODELO DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD (1GDL) 21	
2.2.2	RESPUESTA A LAS EXCITACIONES ARMÓNICAS Y PERIÓDICAS.....	25
2.2.3	EVALUACIÓN NUMÉRICA DE RESPUESTAS DINÁMICAS.....	31
2.3	CARGAS DINÁMICAS INDUCIDAS POR PEATONES.....	35
2.3.1	CARGAS VERTICALES.....	35
2.3.2	CARGAS LATERALES U HORIZONTALES.....	36
2.3.3	CARGAS DEBIDO A UN PEATÓN Y A UN GRUPO DE PEATONES. 37	
2.4	VIBRACIONES PRODUCIDAS POR PEATONES.....	38
2.4.1	FRECUENCIA DE CAMINAR O FRECUENCIA DE PASO.....	39
2.4.2	FRECUENCIA NATURAL DE LAS PASARELAS.....	40
2.5	MODELOS DE CARGA.....	40
2.5.1	MODELO DE CARGA PERIÓDICA (MCP).....	40
2.5.2	MODELO DE NAKAMURA.....	43
2.6	MODELO DE MOVIMIENTO DE LA PASARELA BAJO LA EXCITACIÓN DE CARGAS PEATONALES.....	46



2.6.1	MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN DE MODOS PARA DESACOPLE DE SISTEMAS DE 1GDL. ....	46
2.7	CRITERIOS DE COMPROBACIÓN. ....	49
2.7.1	COMPROBACIÓN DEL INTERVALO CRÍTICO DE FRECUENCIAS NATURALES. ....	49
2.7.2	EVALUACIÓN DE AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL.....	49
2.7.3	EVALUACIÓN DE NIVEL DE CONFORT Y SERVICIO. ....	50
2.8	NORMAS Y CÓDIGOS. ....	53
2.8.1	NORMA BS 5400.....	53
2.8.2	NORMA ISO 10137. ....	54
2.8.3	NORMA AASHTO.....	59
2.8.4	EUROCÓDIGO.....	60
2.8.5	NORMA BRO 2004.....	61
2.8.6	NORMA NEC-2014.....	62
3	CAPITULO III: METODOLOGÍA. ....	63
3.1	CONSIDERACIONES GENERALES. ....	63
3.2	ANÁLISIS DE LA LONGITUD DEL PUENTE.....	67
3.3	CÁLCULO DE LA MASA MODAL. ....	68
3.4	CÁLCULO DE LA RIGIDEZ.....	69
3.5	CÁLCULO DE FRECUENCIA NATURAL.....	70
3.6	CÁLCULO DEL AMORTIGUAMIENTO.....	70
3.7	CONSIDERACIONES DE LAS VIBRACIONES ANALIZADAS. ....	71
3.8	CONSIDERACIONES SOBRE TIPO DE CARGA PEATONAL.....	72
3.8.1	PARA CARGA INDIVIDUAL. ....	72
3.8.2	PARA CARGA GRUPAL.....	72
3.9	CONSIDERACIONES DE FACTORES DE CARGA ( $\alpha$ ). ....	74
3.10	CONSIDERACIONES DE FACTOR DE SINCRONIZACIÓN. ....	75
3.11	MODELOS DE CARGA APLICADOS. ....	75
3.11.1	METODOLOGÍA DEL MODELO DE CARGA PERIÓDICA. ....	75
3.11.2	METODOLOGÍA DEL MODELO DE NAKAMURA. ....	77
3.12	NORMAS APLICADAS. ....	78



3.12.1	APLICACIÓN DE LA NORMA BS 5400.....	78
3.12.2	APLICACIÓN DE LA NORMA ISO 10137. ....	79
3.12.3	APLICACIÓN DE LA GUÍA AASTHO LRFD.....	80
3.12.4	APLICACIÓN DEL EUROCÓDIGO. ....	80
3.12.5	APLICACIÓN DE LA NORMA BRO 2004.....	80
3.13	SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA EQUIVALENTE DE 1GDL PARA LA PASARELA. ....	81
3.14	MODELACIÓN DE MOVIMIENTO DE LA PASARELA BAJO LA EXCITACIÓN DE CARGAS PEATONALES. ....	81
3.15	IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS.....	83
3.15.1	DEFINICIÓN DE VARIABLES .....	83
3.15.2	DIAGRAMA DE FLUJO PARA CALCULO DE ACELERACIÓN MÁXIMA POR EL MODELO DE FUERZA PERIÓDICA EN LA DIRECCIÓN VERTICAL .....	85
3.15.3	DIAGRAMA DE FLUJO CALCULO DE ACELERACIÓN MÁXIMA POR EL MODELO DE NAKAMURA PARA LA DIRECCIÓN LATERAL ...	87
3.15.4	DIAGRAMA DE FLUJO PARA GRAFICAR LA RESPUESTA DINÁMICA DEL PUENTE POR ACCIÓN DE FUERZAS DE CARGAS PEATONALES. (GRAFICA DE DESPLAZAMIENTO VS POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO).....	88
4	CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	92
4.1	RESULTADOS DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA.....	92
4.1.1	RESULTADOS MODELO DE CARGA PERIÓDICA (MCP) .....	92
4.1.2	RESULTADOS DEL MODELO DE NAKAMURA.....	95
4.1.3	RESULTADOS DE LAS NORMAS.....	97
4.2	COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS ENTRE LOS MODELOS PROPUESTOS Y NORMAS. ....	98
4.2.1	COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA. 98	
4.2.2	COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO MÁXIMO. ....	101
5	CAPITULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	103
5.1	CONCLUSIONES.....	103

---



5.2	RECOMENDACIONES.....	105
6	CAPITULO VI: ESTUDIOS FUTUROS.....	106
7	CAPITULO VII: ANEXOS.....	107
7.1	ANEXO A.....	107
7.1.1	DEDUCCIÓN A.....	107
7.1.2	DEDUCCIÓN B.....	108
7.1.3	DEDUCCIÓN C.....	109
7.1.4	DEDUCCIÓN D.....	110
7.1.5	DEDUCCIÓN E.....	110
7.2	ANEXO B.....	112
7.2.1	SCRIPT 1: CODIFICACIÓN PARA EL MODELO DE CARGA PERIÓDICA.....	112
7.2.2	SCRIPT 2: CODIFICACIÓN PARA EL MODELO DE NAKAMURA 114	
7.2.3	SCRIPT 3: CODIFICACIÓN RESPUESTA DINÁMICA DE LA PASARELA.....	116
8	BIBLIOGRAFÍA.....	119

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b> Idealización de una estructura simple. [1] .....	21
<b>Figura 2.2</b> Sistema de 1GDL para una viga simplemente apoyada.....	22
<b>Figura 2.3</b> Sistema de 1GDL para un pórtico de un nivel excitado por una fuerza $p(t)$ [1]......	22
<b>Figura 2.4</b> Amortiguador elástico o lineal sometido a fuerza $p_D$ [1]. .....	24
<b>Figura 2.5</b> (a) Pórtico sometido a una fuerza externa $p(t)$ , (b) Representación de un sistema de un grado de libertad (c) Equilibrio entre fuerzas internas y externas. [1]......	25
<b>Figura 2.6</b> (a) Fuerza armónica. (b) Respuesta de un sistema sin amortiguamiento por una fuerza armónica para $\omega/\omega_n = 0.2$ , $u = u(0)$ y $\dot{u}(0) = \omega_n \frac{p_0}{k}$ . [1]. .....	26
<b>Figura 2.7</b> Análisis de signo de la ecuación (2.2.14) [1]. .....	28
<b>Figura 2.8</b> Respuesta de un sistema sin amortiguamiento para una fuerza sinusoidal de frecuencia $\omega = \omega_n$ ; $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ [1]......	29
<b>Figura 2.9</b> Respuesta de sistema amortiguado a una fuerza armónica: $\frac{\omega}{\omega_n} = 0.2$ ; $\xi = 0.05$ , $u(0) = 0$ , y $\dot{u}(0) = w_n p_0/k$ [1]. .....	31
<b>Figura 2.10</b> Carga vertical generada por una persona al dar un paso [7]......	36
<b>Figura 2.11</b> Fuerza vertical para la caminata periódica [5]. .....	36
<b>Figura 2.12</b> Fuerza lateral u horizontal para la caminata periódica [5]. .....	37
<b>Figura 2.13</b> Aceleración lateral del Puente del Milenio y número de peatones [5]. .....	38
<b>Figura 2.14</b> Mecanismo lateral de vibración [10]. .....	39
<b>Figura 2.15</b> Frecuencias verticales y horizontales [5]......	40
<b>Figura 2.16</b> (a) Representación del mecanismo lateral de vibración para el Puente-T, (b) Modelo de un grado de libertad y (c) Simulación del desplazamiento de la viga lateral ( $f_B = 0.93$ Hz, $k_1 = 0.04$ , $k_2 = 0.2$ , $d_p = 0.8$ ) [10]. .....	43
<b>Figura 2.17</b> Comparación de los modelos de carga de Dallard y Nakmura [5].46	
<b>Figura 2.18</b> Estructura y excitación de caminata de una viga simplemente apoyada [12]......	47
<b>Figura 2.19</b> Aceleración máxima recomendada para el confort humano para vibraciones debidas a actividades humanas [15]. .....	51
<b>Figura 2.20</b> Curva base de aceleración para vibración vertical [19]. .....	55
<b>Figura 2.21</b> Curva base de aceleración para vibración horizontal [19]. .....	56
<b>Figura 2.22</b> Ejemplo de una función de una fuerza para una persona caminando a través de una plataforma [19]......	56
<b>Figura 3.1</b> Geometría de la sección transversal. ....	64





<b>Figura 3.2</b> Geometría de la vista lateral.....	64
<b>Figura 3.3</b> Armado de la sección transversal.....	65
<b>Figura 3.4</b> Secciones Transversales en vigas. a) Tramo 1. b) Tramo 2. c) Tramo 3. ....	65
<b>Figura 3.5</b> Esquema de ubicación de tramo en vigas. a) Tramo 1. b) Tramo 2. c) Tramo 3. ....	66
<b>Figura 3.6</b> Detalle de apoyo de pila externo. ....	66
<b>Figura 3.7</b> Detalle apoyo tipo STUP. ....	67
<b>Figura 3.8</b> Sistema de un grado de libertad propuesto para la pasarela de estudio.....	68
<b>Figura 3.9</b> Idealización de la masa concentrada de una viga simplemente apoyada. [2].....	68
<b>Figura 4.1</b> Gráficas del modelo de carga periódica para carga individual en dirección vertical. (a) Fuerza vs. Tiempo. (b) Velocidad Vs. Tiempo. (c) Desplazamiento Vs. Tiempo. (d) Aceleración Vs. Tiempo.....	93
<b>Figura 4.2</b> Gráficas de respuesta dinámica (Desplazamiento Vs. Posición) del modelo de carga periódica (MCP) para carga individual en dirección vertical en diferentes tiempos. ....	94
<b>Figura 4.3</b> Gráficas del modelo de Nakamura para dirección vertical con carga grupal. (a) Desplazamiento Vs. Tiempo. (b) Velocidad Vs. Tiempo. (c) Aceleración Vs. Tiempo. (d) Fuerza vs. Tiempo. (e) Fuerza vs. Velocidad. ....	96
<b>Figura 4.4</b> Comparación de aceleraciones máximas para dirección vertical entre modelo Periódico y Normas. ....	99
<b>Figura 4.5</b> Comparación de aceleraciones máximas para dirección horizontal entre MCP y Normas. ....	100
<b>Figura 4.6</b> Comparación de desplazamiento máximo para dirección vertical entre MCP y Normas. ....	101
<b>Figura 4.7</b> Comparación de desplazamiento máximo para dirección horizontal entre MCP y Normas. ....	102



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 2.1</b> Método de diferencia central [1].	34
<b>Tabla 2.2</b> Coeficientes de carga dinámica propuestos por diferentes autores [5].	41
<b>Tabla 2.3</b> Clases de confort definido con rangos de aceleración común.	52
<b>Tabla 2.4</b> Ejemplos de parámetros de diseño para movimiento de fuerzas debidas a una persona [19].	59
<b>Tabla 2.5</b> Valores máximos de aceleración en cualquier parte del puente [22].	61
<b>Tabla 3.1</b> Datos de la geometría de la pasarela.	63
<b>Tabla 3.2</b> Materiales de la pasarela.	63
<b>Tabla 3.3</b> Normas de diseño estructural para pasarela del MTOP.	64
<b>Tabla 3.4</b> Cargas de diseño.	65
<b>Tabla 3.5</b> Rangos de longitudes y de frecuencias para la dirección vertical y horizontal.	67
<b>Tabla 3.6</b> Carga muerta y masa modal de la pasarela.	69
<b>Tabla 3.7</b> Valores recomendados de amortiguamiento por el Eurocódigo [9].	70
<b>Tabla 3.8</b> Valores recomendados para el amortiguamiento de la Norma ISO 10137 [19].	71
<b>Tabla 3.9</b> Cargas recomendadas y asumidas para un solo peatón.	72
<b>Tabla 3.10</b> Situaciones de tráfico típico [9].	73
<b>Tabla 3.11</b> Número de personas recomendadas y asumidas para un grupo de personas.	74
<b>Tabla 3.12</b> Factores de carga peatonal.	75
<b>Tabla 4.1</b> Aceleración y desplazamiento máximo.	92
<b>Tabla 4.2</b> Aceleración y desplazamiento máximos dirección horizontal.	95
<b>Tabla 4.3</b> Aceleración máxima en ambas direcciones (carga individual).	97
<b>Tabla 4.4</b> Aceleración máxima en ambas direcciones (grupo de peatones no sincronizados).	97
<b>Tabla 4.5</b> Aceleración máxima en ambas direcciones (grupo de peatones sincronizados).	97
<b>Tabla 4.6</b> Resumen del nivel de servicio y confort en base a aceleración y desplazamiento máximo.	102



Yo, ÁLVARO LUIS CARCHI VILLACÍS, autor de la tesis “ANÁLISIS DINÁMICO DE VIBRACIONES BAJO CARGAS PEATONALES PARA UNA PASARELA EN BASE A MODELOS MATEMÁTICOS.”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 03 Marzo del 2015

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'A. Carchi', written over a horizontal line.

ÁLVARO LUIS CARCHI VILLACÍS

C.I: 010510939-1



Yo, PABLO ANDRÉS ORELLANA MORALES, autor de la tesis “ANÁLISIS DINÁMICO DE VIBRACIONES BAJO CARGAS PEATONALES PARA UNA PASARELA EN BASE A MODELOS MATEMÁTICOS.”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 03 Marzo del 2015

A handwritten signature in blue ink that reads 'Pablo Andrés Orellana M'.

---

PABLO ANDRÉS ORELLANA MORALES

C.I: 010548439-8



Yo, ÁLVARO LUIS CARCHI VILLACÍS, autor de la tesis “ANÁLISIS DINÁMICO DE VIBRACIONES BAJO CARGAS PEATONALES PARA UNA PASARELA EN BASE A MODELOS MATEMÁTICOS.”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 03 Marzo del 2015

---

ÁLVARO LUIS CARCHI VILLACÍS

C.I: 010510939-1



Yo, PABLO ANDRÉS ORELLANA MORALES, autor de la tesis “ANÁLISIS DINÁMICO DE VIBRACIONES BAJO CARGAS PEATONALES PARA UNA PASARELA EN BASE A MODELOS MATEMÁTICOS.”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciera de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 03 Marzo del 2015

PABLO ANDRÉS ORELLANA MORALES

C.I: 010548439-8



## DEDICATORIA

A mi madre Mercedes, por el gran amor que me has dado, por haberme hecho un hombre de bien, porque eres la fuerza que me impulsa a seguir adelante, porque siempre has estado conmigo... no tengo palabras para agradecerte todo lo que has hecho por mí, te quiero mamá.

A mi padre Luis, porque eres un ejemplo para mí, porque me has enseñado que la vida se debe vivirla con responsabilidad, dedicación y esfuerzo, por todos aquellos regaños que no entendía pero los merecía.

A mis hermanos Mayra y Bernardo, porque siempre han velado por mi bienestar, por su apoyo incondicional, por compartir sus vidas conmigo, ñaños mis triunfos también son suyos.

A mis sobrinos, Pablo y Bernito, que más que mis sobrinos son mis hermanos menores, porque son mi motivación, gracias mis campeones por hacerme reír.

**Álvaro**

Al terminar esta etapa de mi vida profesional quisiera dedicar este trabajo de grado a Dios y a todas las personas que supieron brindarme su apoyo en el trascurso de mi vida universitaria. Principalmente a mi madre, aquella que me ha enseñado que el mundo puede conquistarse con una buena educación y una sonrisa en el rostro. A mi padre, de quien he aprendido que en esta vida solo basta tener una buena idea para conseguir nuestros objetivos. A mis hermanos, quienes me han cuidado, guiado e impulsado con todo su apoyo incondicional. Finalmente a mis amigos, profesores y todos esos pequeños detalles como el buen rock n´roll que han hecho de esta etapa una experiencia gratificante.

**Pablo**



## **AGRADECIMIENTO**

A Dios porque cada día nos brinda su protección y su ayuda.

A nuestros padres pilares fundamentales de nuestra vida que han velado por nuestro bienestar y educación.

A nuestros hermanos por sus consejos, ánimo y apoyo incondicional en todo momento.

A nuestro amigo y director de tesis, Ing. Jorge Moscoso, quien con sus conocimientos, experiencia y motivación nos ha brindado total apoyo y orientación a lo largo de este proyecto de investigación.

Al Ministerio de Transportes y Obras Públicas principalmente al Ing. Gonzalo Víctor Cobos Subsecretario Regional 6 del MTOP, por proporcionarnos información sobre pasarelas peatonales

A nuestros profesores quienes compartieron sus conocimientos y experiencias a lo largo de nuestra carrera universitaria.

A nuestros amigos y compañeros por todas las vivencias y momentos compartidos.



# 1 CAPITULO I: INTRODUCCIÓN.

## 1.1 ANTECEDENTES.

En las últimas décadas, el estudio de la respuesta dinámica de estructuras ha despertado gran interés en la Ingeniería Civil y demás ciencias relacionadas al tema. En ocasiones, el diseño de estructuras resulta susceptible a la acción de cargas dinámicas producidas por la acción de sismos, vientos, maquinarias, personas o aquellas cargas que se aplican súbitamente causando un impacto sobre la estructura. Conforme la construcción se ha desarrollado, se ha dado una mayor prioridad a las exigencias de seguridad y confort en las estructuras que en el pasado. El ingeniero estructural tiene la responsabilidad de diseñar, calcular y supervisar los efectos de las vibraciones inducidas por la acción de cargas dinámicas.

Una de las estructuras que se encuentran expuestas a la excitación debido a cargas dinámicas son los puentes o pasarelas peatonales. Una pasarela peatonal permite el desplazamiento de las personas sobre carreteras, ríos, valles, etc... salvaguardando su vida. Por lo general, las pasarelas son seguras, pero la vibración inducida por las cargas dinámicas peatonales puede interferir en los estados de confort y servicio produciendo malestar e incomodidad a los usuarios. En el peor de los casos, si las vibraciones son excesivas pueden producir resonancia llegando al colapso o inhabilitación de la estructura. A lo largo de la historia se han producido algunos incidentes en pasarelas alrededor del mundo como el caso del Puente-T (Japón, 1989) y el Puente del Milenio (Londres, 2000).

En 1989, el Puente-T (T-Bridge), un puente peatonal atirantado ubicado en Japón, sufrió una vibración lateral inducida por los peatones, el puente conecta el estadio de botes de carrera y el terminal de autobuses. En la carrera final de botes, un gran número de espectadores cruzó el puente; el movimiento en zigzag de los peatones produjo una fuerza dinámica lateral, haciendo que la frecuencia de paso de algunos peatones entre en resonancia con la frecuencia natural de la estructura. A la vez que el puente empezaba a vibrar, más y más peatones sincronizaron su frecuencia de caminata con la frecuencia del puente. La pasarela alcanzó desplazamientos de 10 mm. A pesar que los peatones se sintieron incómodos e inseguros el puente no fue cerrado, sin embargo se realizaron investigaciones para aclarar el mecanismo de vibración y el problema fue solucionado con la implementación de sistemas de amortiguadores líquidos los cuales contrarrestaron la vibración.

---



En 2000, un problema similar surgió en el Puente del Milenio en Londres (London Millennium Bridge). Un grupo de personas caminaron sobre el puente sincronizándose involuntariamente y produciendo vibraciones excesivas, el desplazamiento lateral alcanzó niveles obviamente preocupantes, por lo que tuvo que ser cerrado el día de su inauguración. El puente fue cerrado durante un año y ocho meses, finalmente la vibración fue suprimida por amortiguadores de masa viscosa.

Después de estos y algunos otros incidentes, las vibraciones inducidas por los peatones en las pasarelas han despertado la atención de las entidades encargadas de la emisión y aplicación de códigos; las cuales establecen límites de confort y servicio. Como primer antecedente se tiene el código BSI 1978 (código de práctica para el diseño de puentes en Reino Unido) que abordó el problema de la capacidad de servicio de la vibración en pasarelas. Actualmente, códigos internacionales como el *EUROCÓDIGO*, la *norma británica BS 5400*, *BRO 2004* y la *ISO 10137* dan algunas metodologías y/o límites de frecuencias naturales que restringen el diseño de las pasarelas.

Sin embargo, en el diseño moderno de un pasarela peatonal el comportamiento dinámico de la estructura no solo depende las frecuencias naturales, sino también de las propiedades de amortiguamiento, condiciones de apoyo y modelos de fuerza para cargas peatonales, las cuales determinan por completo la respuesta dinámica. Por lo que es necesario que el diseñador estructural realice el análisis y evaluación de las vibraciones inducidas por cargas peatonales para garantizar la comodidad y seguridad de los usuarios.

En base a lo expuesto anteriormente, en esta tesis se presenta el análisis dinámico de vibraciones bajo cargas peatonales para una pasarela tipo del MTOP (Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador) en base a: modelos matemáticos y comparación con la normativa vigente en el Ecuador, en Norte América y en Europa

## **1.2 OBJETIVOS.**

### **1.2.1 OBJETIVO GENERAL.**

Obtener los resultados del análisis de las vibraciones en una pasarela tipo del MTOP debido a las cargas peatonales.



### 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

1. Analizar las cargas peatonales que generan vibraciones en la pasarela del MTOP.
2. Obtener la aceleración máxima producida por las vibraciones de cargas peatonales.
3. Comparar los resultados obtenidos de los modelos matemáticos con la normativa vigente en el Ecuador, en Norte América y Gran Bretaña.
4. Generar un algoritmo para la obtención de vibraciones para la pasarela de estudio mediante el software Matlab.

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

Con el desarrollo tecnológico de los materiales de construcción (materiales resistentes, esbeltos y rígidos) y con el avance en el diseño arquitectónico (formas estructurales, diseños espaciales y estéticos) aplicado a las pasarelas peatonales ha creado una tendencia a usar diseños ligeros, esbeltos, extensos y económicos. Estas estructuras de ligeras y de menor rigidez por lo general están diseñados para cargas estáticas, sufriendo daños estructurales menores. Sin embargo las vibraciones excesivas producidas por cargas dinámicas pueden afectar la capacidad de servicio de la estructura debido a un diseño inapropiado, siendo abandonadas e inutilizadas por el riesgo y la incomodidad que representan para los usuarios. El aumento de los problemas de vibración en pasarelas muestra que deberían diseñarse para cargas dinámicas inducidas por peatones.

Los códigos de la construcción impuestos en el país tales como la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC2013) no consideran el análisis de cargas dinámicas producidas por los peatones al caminar o trotar, lo que conduce a cierta incertidumbre sobre la respuesta estructural y el nivel de servicio durante el período de vida útil de la estructura.

Por lo tanto, en el diseño moderno de un puente peatonal, la evaluación de las vibraciones inducidas por los peatones tiene que ser considerado por el diseñador para asegurar que las vibraciones debido al tráfico de personas sea aceptable para los usuarios, que la pasarela no colapse cuando sea sometida a una excitación excesiva y la correspondiente verificación del rango de confort en términos de la aceleración.

## 1.4 METODOLOGÍA

En esta tesis se presenta el estudio y análisis del comportamiento dinámico de las vibraciones producidas por cargas peatonales aplicadas a una pasarela proporcionada por el MTOP (Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador). La tesis consta de los siguientes capítulos:

1. Introducción.
2. Marco teórico.
3. Metodología
4. Resultados y discusión.
5. Conclusiones y recomendaciones.
6. Estudios futuros.
7. Anexos

En el primer capítulo presenta una visión general de la tesis, describiendo los antecedentes de la dinámica estructural con respecto a las vibraciones inducidas por cargas peatonales, algunos ejemplos de problemas en puentes peatonales, un panorama general de las normas vigentes, los objetivos que se desean alcanzar y la justificación de la investigación.

En el segundo capítulo se presenta una recopilación teórica sobre el comportamiento dinámico de pasarelas peatonales y la determinación de sus parámetros como frecuencias naturales, rigideces, amortiguamiento así como también los criterios de servicio para comodidad de los usuarios.

En el tercer capítulo se presenta el análisis de las fuerzas que generan vibraciones verticales y horizontales producidas por un peatón o un grupo de peatones mediante el uso de modelos matemáticos. Para la modelación de las fuerzas en función del tiempo producidas por los peatones se emplearán modelos matemáticos de carga periódica y el modelo de Nakamura los cuales serán resueltos con el método de diferencia central. Además se realiza un modelo y un algoritmo mediante el uso del software MATLAB, que nos permita modelar el comportamiento de la vibración a lo largo de la pasarela en función del tiempo por el caminar de un peatón o flujo de peatones.

El cuarto capítulo se enfoca en la estimación de la aceleración máxima producida por la vibración. Los resultados obtenidos se comparan con las normas y códigos utilizados en el Ecuador, Norte América y Europa como son: la NEC2013, la AASTHO, ISO 10137, el EUROCÓDIGO, BRO 2009 y la norma inglesa BS 5400.

En los capítulos finales se presenta las conclusiones, las recomendaciones y estudios futuros de toda la tesis presentada.

---

## 2 CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1 PUENTES PEATONALES.

#### 2.1.1 DESCRIPCIÓN GENERAL.

Los puentes peatonales son estructuras las cuales permiten el paso de los peatones sobre vías de tráfico, ríos, valles, o en medio de senderos montañosos. Estos sistemas estructurales pueden ser construidos de concreto, acero, madera, mixtos u otros. Entre las luces más comunes en nuestro medio podemos encontrar luces desde 10 metros hasta 50 metros dependiendo de las condiciones de apoyo y del sistema estructural empleado. Los puentes peatonales no presentan grandes problemas al ser diseñados por cargas estáticas, el verdadero reto es conseguir estructuras resistentes a cargas dinámicas inducidas por viento, sismo o peatones. Los puentes peatonales son susceptibles a vibraciones provocados por los eventos antes citados debido a que su diseño tiende a ser económico y ligero; esto hace que tengan menos rigidez y sean más flexibles.

#### 2.1.2 TIPOS COMUNES.

No existe clasificación oficial para puentes peatonales, entre la literatura de estudio se pueden encontrar diferentes tipos que dependen de las características estéticas, materiales de construcción disponibles, sistemas estructurales y presupuesto de ejecución. De acuerdo al sistema estructural empleado se clasifican generalmente en:

- **Sistemas de acero:** formados comúnmente por vigas metálicas tipo cajón o vigas principales en perfiles laminado; soldadas o apernadas.
- **Sistemas de hormigón:** formados por losetas de concreto reforzado, vigas principales tipo cajón o T; pretensadas, pos-tensadas o in-situ.
- **Sistemas Atirantados:** aquellos sistemas estructurales que poseen cables para soportar las vigas principales.
- **Sistemas Mixtos:** los cuales están formados por la combinación de los diferentes materiales de los sistemas anteriores.

### 2.2 DINÁMICA ESTRUCTURAL.

Antes de proceder con el estudio de la vibración es necesario el estudio de los conceptos básicos referentes a los sistemas de un grado de libertad (1GDL). Algunos sistemas dinámicos más complejos que tienen un gran número de variables (estructuras de edificios) pueden simplificarse de una manera sencilla y directa a través de un sistema de un grado de libertad con masa concentrada

---

$m$  y soportada con elemento de rigidez  $k$  en dirección lateral, tal como se muestra en la Figura 2.1.

La ecuación que gobierna el desplazamiento lateral de este sistema sin excitación lateral está dado por:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (2.2.1)$$

Donde:

$u$ : desplazamiento con respecto al tiempo.

$\ddot{u}$ : aceleración con respecto al tiempo.

$m$ : masa.

$k$ : rigidez.

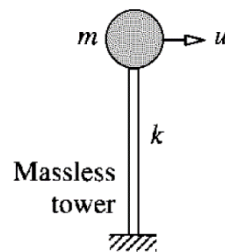
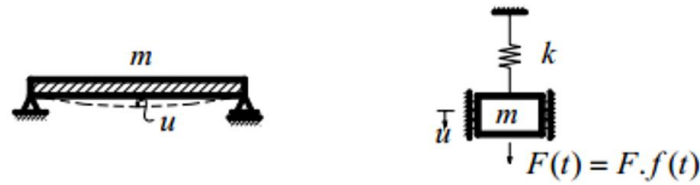


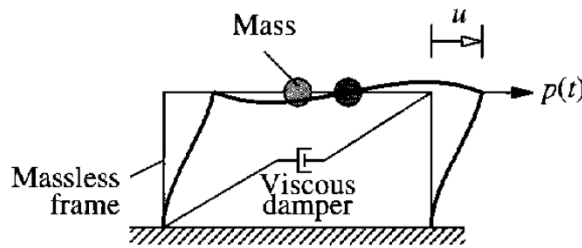
Figura 2.1 Idealización de una estructura simple. [1]

### 2.2.1 MODELO DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD (1GDL)

El sistema de 1GDL se representa esquemáticamente en la Figura 2.2 que corresponde a una viga simplemente apoyada, se asume que la estructura se representa a través de una sola masa concentrada y un resorte con una sola componente de desplazamiento. La Figura 2.3 corresponde a un pórtico de un solo piso, excitado por una fuerza externa  $p(t)$ , se observa que el desplazamiento  $u$  está limitado a una sola dirección. La estructura puede ser representada por una masa concentrada  $m$  (vigas y losa), una rigidez  $k$  aportada por las columnas y amortiguamiento  $c$ . A estos se les conoce como sistemas de 1GDL porque la respuesta puede ser expresada en términos de una sola cantidad de desplazamiento [2].



**Figura 2.2** Sistema de 1GDL para una viga simplemente apoyada.



**Figura 2.3** Sistema de 1GDL para un pórtico de un nivel excitado por una fuerza  $p(t)$  [1].

### 2.2.1.1 RELACIÓN ENTRE FUERZA Y DESPLAZAMIENTO.

Volviendo a la Figura 2.3, el sistema está sometido a una fuerza externa  $p(t)$  produciéndose un desplazamiento relativo  $u$ . La relación entre la fuerza y el desplazamiento es lineal para pequeñas deformaciones, pero para deformaciones más grandes se convierte en no lineal. Para sistemas elásticos lineales la relación entre la fuerza y el desplazamiento está dada por:

$$p = ku \quad (2.2.2)$$

Donde:

$p$  : Fuerza lateral externa.

$k$  : Rigidez lateral de la estructura.

$u$  : Desplazamiento relativo.

Para los sistemas inelásticos (no lineales) que están sometidos a deformaciones cíclicas, la fuerza correspondiente a una determinada deformación no es un valor único, sino depende del historial de las deformaciones que vienen dadas por las curvas de carga y descarga, las cuales difieren de la carga inicial dada, así como también del incremento o la disminución de la velocidad  $\dot{u}$ , por lo cual la fuerza puede expresarse como:

$$p = p(u, \dot{u}) \quad (2.2.3)$$

Donde:

$p$  : Fuerza lateral externa.

$u$  : Desplazamiento relativo.

$\dot{u}$  : Velocidad.

### 2.2.1.2 FUERZA DE AMORTIGUAMIENTO.

El amortiguamiento es el proceso por el cual la vibración libre disminuye en amplitud de manera constante permitiendo la disipación de la energía. Algunos de los mecanismos de disipación son los producidos por la fricción interna cuando los materiales se deforman, fricción entre conexiones de acero en los edificios, y la propia fricción entre los elementos estructurales y no estructurales.

Para la disipación de energía en los sistemas estructurales se considera el amortiguamiento *viscoso equivalente* o también llamado *amortiguamiento elástico* cuando la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad, en cambio si la fuerza de amortiguamiento fuera proporcional al desplazamiento se considera el amortiguamiento histérico para el comportamiento no lineal.

De la Figura 2.3 se puede observar un amortiguador elástico o lineal el cual está sometido a una fuerza  $p_D$  . Por equilibrio la fuerza de resistencia interna es igual y de sentido contrario a la fuerza externa  $p_D$  . La fuerza de amortiguamiento está relacionado con la velocidad  $\dot{u}$  , a través de un amortiguador viscoso lineal representado por:

$$p_D = c\dot{u} \quad (2.2.4)$$

Donde:

$p_D$ : fuerza de amortiguación.

$c$  : amortiguamiento viscoso.



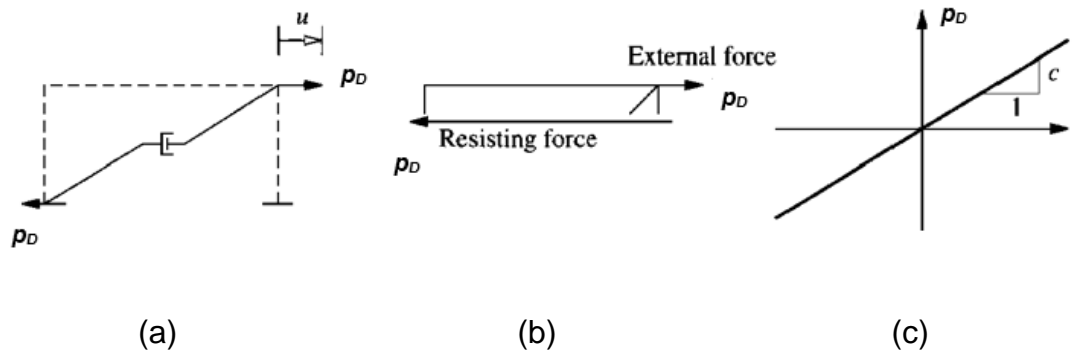


Figura 2.4 Amortiguador elástico o lineal sometido a fuerza  $p_D$  [1].

### 2.2.1.3 ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO.

La ecuación diferencial de movimiento de un sistema 1GDL puede obtenerse de múltiples maneras:

- Aplicando la Segunda Ley de Newton  $F = ma$ .
- Aplicando las ecuaciones de equilibrio y usando el Principio de D'Alambert.
- Aplicando el principio de trabajo virtual.
- Aplicando el Principio de Hamilton o conservación de la energía del sistema.

Nos limitaremos a la obtención de la ecuación diferencial mediante el uso de la Segunda Ley de Newton. En la Figura 2.5 (a), se puede observar un pórtico sometido a una la fuerza externa  $p(t)$  con un desplazamiento resultante  $u(t)$ . El eje positivo es en la dirección del eje x. En la Figura 2.5 (b) se presenta la estructura en un sistema de 1GDL. En Figura 2.5 (c) se aplica el equilibrio de fuerzas, la fuerza de inercia  $p_I$ , la fuerza de resistencia  $p_S$  y la fuerza de amortiguamiento  $p_D$  que actúan en sentido contrario a la fuerza externa  $p(t)$  ya que resisten la deformación y la velocidad.

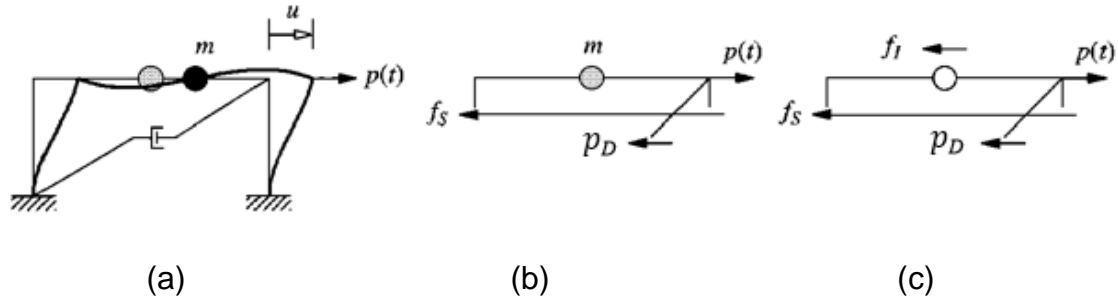
Aplicando el equilibrio de fuerzas se tiene que las fuerzas elásticas y de amortiguamiento actúan en sentido contrario a la fuerza interna ya que resisten la deformación y la velocidad. Aplicando la segunda ley de Newton se tiene:

$$p(t) - p_S - p_D = p_I \quad (2.2.5)$$

$$p_I = m\ddot{u} \quad (2.2.6)$$

Sustituyendo los valores correspondientes de las fuerzas se obtiene:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.2.7)$$



**Figura 2.5** (a) Pórtico sometido a una fuerza externa  $p(t)$ , (b) Representación de un sistema de un grado de libertad (c) Equilibrio entre fuerzas internas y externas. [1]

## 2.2.2 RESPUESTA A LAS EXCITACIONES ARMÓNICAS Y PERIÓDICAS.

### 2.2.2.1 VIBRACIONES ARMÓNICAS DE SISTEMAS SIN AMORTIGUAMIENTO.

Una fuerza armónica se puede definir por  $p(t) = p_0 \sin \omega t$  o  $p(t) = p_0 \cos \omega t$ , donde  $p_0$  es la *amplitud* o valor máximo de la fuerza, y la frecuencia  $\omega$  se denomina *frecuencia de excitación*. En este apartado la respuesta de los sistemas de 1GDL a una fuerza sinusoidal se presentaran con cierto detalle para una función de seno, no siendo así para una fuerza de coseno, debido a que los conceptos que se involucran son relativamente similares para los dos casos.

Igualando el modelo de fuerza a la ecuación (2.2.1), encontramos la ecuación diferencial que rige la vibración armónica forzada para sistemas sin amortiguamiento [1] dada por:

$$m\ddot{u} + ku = p_0 \sin \omega t \quad (2.2.8)$$

La ecuación (2.2.8) se debe resolver para el desplazamiento o deformación con las siguientes condiciones iniciales:

$$u = u(0) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (2.2.9)$$

Donde  $u(0)$  y  $\dot{u}(0)$  son el desplazamiento y la velocidad evaluados en el tiempo cero ó en el tiempo donde se empieza a aplicar la fuerza, la solución a esta ecuación diferencial se toma en referencia al libro de *Dynamics of Structures* [1](ver Deducción C en Anexo A). A continuación se presenta la solución particular del sistema:

$$u_p(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \sin \omega t \quad \omega \neq \omega_n \quad (2.2.10)$$

Su solución complementaria está dada por la respuesta de vibración libre (ver Deducción A en Anexo A).

$$u_c(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (2.2.11)$$

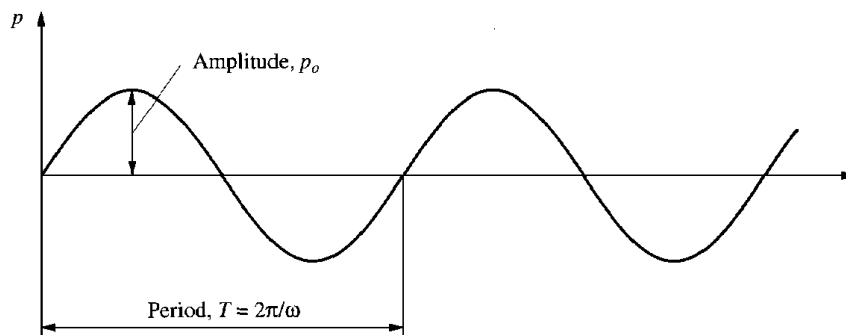
Por lo tanto la solución completa está dada por la suma de la solución complementaria y particular:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t + \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \sin \omega t \quad \omega \neq \omega_n \quad (2.2.12)$$

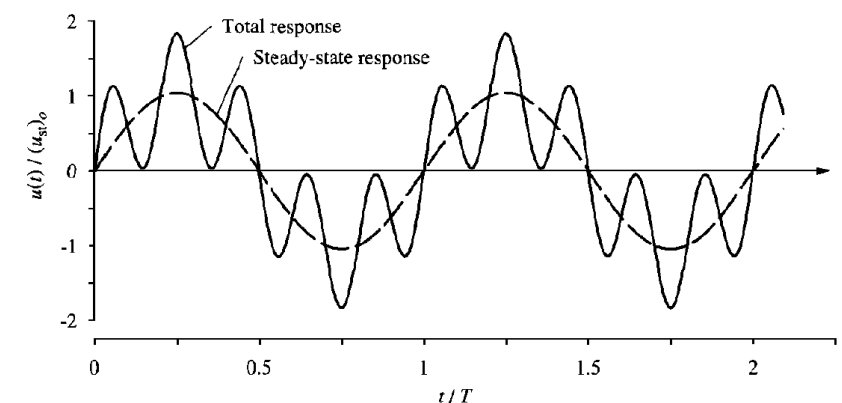
Las constantes A y B son determinadas al evaluar las condiciones iniciales (2.2.9), el proceso se realiza en la deducción (C) en Anexo A y la solución se muestra a continuación:

$$u(t) = \underbrace{u(0) \cos \omega_n t + \left[ \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} - \left( \frac{p_0}{k} \right) \frac{\omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right] \sin \omega_n t}_{\text{transitorio}} + \underbrace{\frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \sin \omega t}_{\text{estacionacionario}} \quad (2.2.13a)$$

La ecuación (2.2.13a) ha sido trazada para  $\omega/\omega_n = 0.2$ ,  $u = u(0)$  y  $\dot{u}(0) = \omega_n \frac{p_0}{k}$  con línea continua en la Figura 2.6 (b). El último término de la ecuación (2.2.10) es la respuesta particular y está trazada con línea discontinua en la misma figura.



(a)



(b)

**Figura 2.6** (a) Fuerza armónica. (b) Respuesta de un sistema sin amortiguamiento por una fuerza armónica para  $\omega/\omega_n = 0.2$ ,  $u = u(0)$  y  $\dot{u}(0) = \omega_n \frac{p_0}{k}$ . [1].

La ecuación (2.2.13a) contiene dos componentes de vibración distinta: 1) Los dos primeros términos de la esta ecuación dan una oscilación con la frecuencia natural del sistema. Esta vibración es llamada vibración libre o vibración transitoria. 2) El último término de la ecuación es una oscilación con la frecuencia de excitación o forzamiento. Esta vibración es llamada vibración forzada o vibración de estado estacionario.

Muchas veces se decide ignorar la respuesta transitoria, esto tiene sentido cuando su duración es breve. Sin embargo, la decisión de ignorar la parte transitoria se debe basar en la aplicación a usarse. En algunas aplicaciones, tales como sismos, la respuesta transitoria se vuelve más importante que la respuesta estacionaria. La respuesta transitoria también puede ser muy importante si su magnitud es alta. Usualmente, los sistemas se diseñan y analizan basándose en la respuesta estacionaria, pero la respuesta transitoria se debe revisar siempre para asegurar que puede ser ignorada o en caso contrario considerarla en el análisis [3].

La vibración transitoria depende del desplazamiento y velocidades iniciales, es por esto que esta vibración existe aun cuando  $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ , en este caso la ecuación (2.2.13a) se reescribe de la siguiente forma:

$$u(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \left( \sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_n} \sin \omega_n t \right) \quad (2.2.13b)$$

El amortiguamiento presente en los sistemas reales hace que la vibración libre decaiga en el tiempo, por esta razón a esta vibración se le denomina *vibración transitoria*. La respuesta dinámica en estado estacionario puede expresarse como:

$$u(t) = (u_{st})_0 \left[ \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right] \sin \omega t \quad (2.2.14)$$

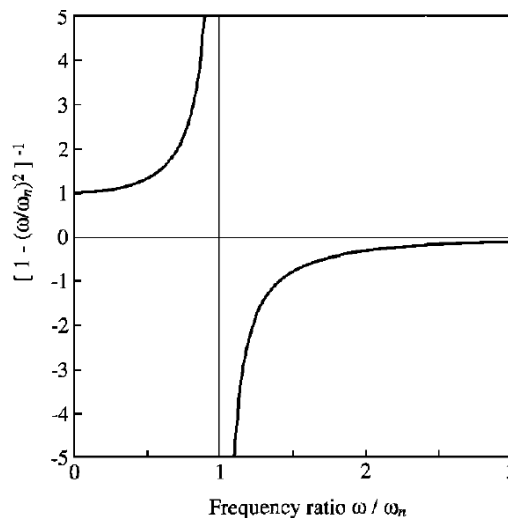
Al omitir los efectos dinámicos de la ecuación (2.2.8) se obtiene la deformación estática en cada instante.

$$u_{st}(t) = \frac{p_0}{k} \sin \omega t \quad (2.2.15)$$

Y su valor máximo de deformación estática está dado por:

$$u_{st}(0) = (u_{st})_0 = \frac{p_0}{k} \quad (2.2.16)$$

El factor  $\left[ \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right]$  de la ecuación (2.2.14) se grafica contra  $(\omega/\omega_n)$ , la relación de la frecuencia de excitación sobre la frecuencia natural. Cuando  $\omega/\omega_n < 1$ , este factor es positivo, lo que hace que  $u(t)$  y  $p(t)$  tengan el mismo signo, por lo tanto si la fuerza actúa hacia la derecha, el sistema se moverá hacia la derecha también. Si esto ocurre el desplazamiento está en *fase* con la fuerza aplicada. Por el contrario cuando  $\omega/\omega_n > 1$ , el factor se hace negativo, por lo tanto si la fuerza es aplicada hacia a la derecha el sistema se moverá a la izquierda. Si esto ocurre se dice que el desplazamiento está *fuera de fase* en relación con la fuerza aplicada.



**Figura 2.7** Análisis de signo de la ecuación (2.2.14) [1].

La *frecuencia de resonancia* se define cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia del sistema. Para un sistema no amortiguado la frecuencia resonante está dada por  $\omega_n$ . La deformación vibratoria no se vuelve infinita de inmediato sino poco a poco. Si  $\omega = \omega_n$  la solución de la ecuación (2.2.13b) no sirve. Cuando se elige la función  $C \sin \omega t$  para la solución particular esta también falla, debido a que es parte de la solución complementaria. Por lo tanto la solución particular es:

$$u_p(t) = -\frac{p_0}{k} \omega_n t \cos \omega_n t \quad \omega = \omega_n \quad (2.2.17)$$

Además la solución completa para las condiciones iniciales de reposo  $u(0) = \dot{u}(0) = 0$  (Ver deducción D en el Anexo A) es:

$$u(t) = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{k} (\omega_n t \cos \omega_n t - \sin \omega_n t) \quad (2.2.18a)$$

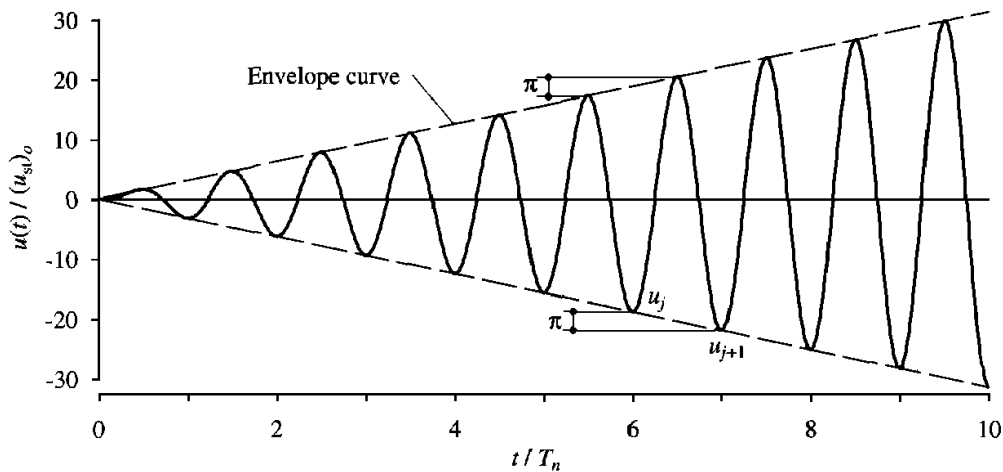
ó

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_0} = -\frac{1}{2} \left( \frac{2\pi t}{T_n} \cos \frac{2\pi t}{T_n} - \sin \frac{2\pi t}{T_n} \right) \quad (2.2.18b)$$

La ecuación (2.2.18a) se traza para mostrar el tiempo empleado para completar un ciclo de vibración  $T_n$ . Los valores máximos locales se producen en  $t = (j - 1/2)T_n$ , son  $\pi(j - 1/2)(u_{st})_0 - j = 1, 2, 3, \dots$  y los mínimos locales, ocurren en el instante  $t = jT_n$ , son  $-\pi j(u_{st})_0 - j = 1, 2, 3, \dots$  En cada ciclo la amplitud de la deformación aumenta en:

$$|u_{j+i}| - |u_j| = (u_{st})_0 [\pi(j + i) - \pi j] = \frac{\pi p_0}{k} \quad (2.2.19)$$

La amplitud de la deformación crece indefinidamente para un tiempo infinitamente largo, este resultado es netamente académico, sin embargo materiales comúnmente usados en la práctica están sujetos a límites de resistencia y los fallos estructurales ocurrirán mucho antes de que las amplitudes puedan alcanzar valores extremadamente altos [4].



**Figura 2.8** Respuesta de un sistema sin amortiguamiento para una fuerza sinusoidal de frecuencia  $\omega = \omega_n$ ;  $u(0) = \dot{u}(0) = 0$  [1].

### 2.2.2.2 VIBRACIÓN ARMÓNICA CON AMORTIGUAMIENTO VISCOSO.

Al incluir el amortiguamiento viscoso, la ecuación diferencial que controla los sistemas de 1GDL ante una fuerza armónica es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_0 \sin \omega t \quad (2.2.20)$$

Las condiciones iniciales de este sistema están dadas por:

$$u = u(0) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (2.2.21)$$

La solución particular de esta ecuación se muestra en la deducción E (ve Anexo A)

$$u_p(t) = C \sin \omega t + D \cos \omega t \quad (2.2.22)$$

Donde:

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2}$$
$$D = \frac{p_0}{k} \frac{-2\xi(\omega/\omega_n)}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2} \quad (2.2.23)$$

La solución complementaria está dada por la respuesta de vibración libre en la deducción B (ver Anexo A) por la ecuación (f):

$$u_c(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)$$

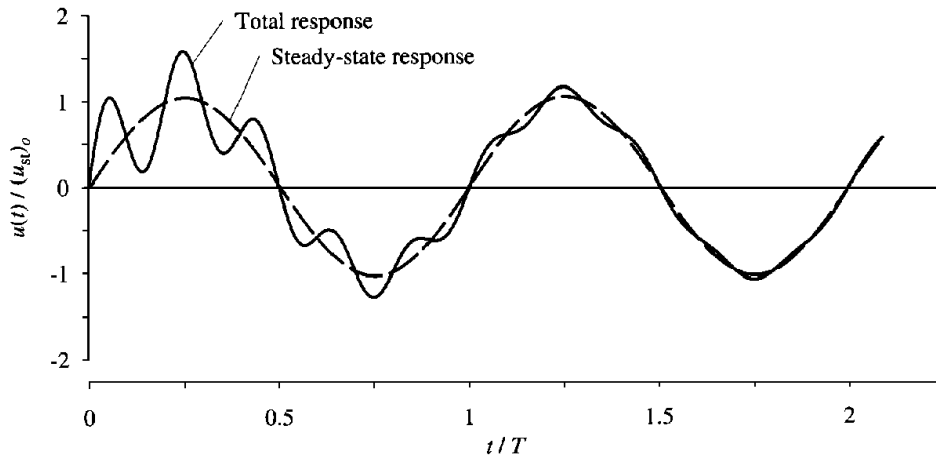
Donde  $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ .

La solución final al sistema está dada por:

$$u(t) = \underbrace{e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)}_{\text{Transitoria}} + \underbrace{C \sin \omega t + D \cos \omega t}_{\text{estacionaria}} \quad (2.2.24)$$

Las constantes A y B se determinan por métodos similares a los de la deducción C (ver Anexo A) en términos de sus valores iniciales de velocidad y desplazamiento. Al igual como se señaló en la sección 2.2.2.1 la solución consta de dos tipos de vibraciones, transitoria y estacionaria.

La ecuación (2.2.24) ha sido trazada para  $\omega/\omega_n = 0.2$ ,  $\xi = 0.05$ ,  $u(0) = 0.5p_0/k$  y  $\dot{u}(0) = \omega_n p_0/k$  con línea continua en la Figura 2.9. La respuesta forzada de la ecuación (2.2.24) está trazada con línea discontinua. La diferencia entre las dos es la respuesta libre, la cual decae exponencialmente en el tiempo a una tasa dependiente de  $\omega/\omega_n$  y  $\xi$ . En algún momento la vibración libre se vuelve insignificante, debido a esto se la llama transitoria. Conforme transcurre el tiempo solo la respuesta forzada permanece, debido a esto se la llama permanente. No se debe pasar por alto que la máxima deformación puede darse antes que el sistema haya alcanzado el estado estacionario.



**Figura 2.9** Respuesta de sistema amortiguado a una fuerza armónica:  $\frac{\omega}{\omega_n} = 0.2$ ;  $\xi = 0.05$ ,  $u(0) = 0$ ,  $y \dot{u}(0) = \omega_n p_0/k$  [1].

**Para  $\omega = \omega_n$**

Cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia natural ( $\omega = \omega_n$ ), la ecuación (2.2.23) da  $C = 0$  y  $D = (u_{st})_0/2\xi$ . Además con condiciones iniciales cero, es posible determinar las constantes A y B en la ecuación (2.2.24):

$$A = \frac{(u_{st})_0}{2\xi} \quad B = (u_{st})_0/\sqrt{1 - \xi^2} \tag{2.2.25}$$

Con todas las soluciones para A, B, C, y D (2.2.24) es:

$$u(t) = (u_{st})_0 \frac{1}{2\xi} \left[ e^{-\xi\omega_n t} \left( \cos \omega_D t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D t \right) - \cos \omega_n t \right] \tag{2.2.26}$$

$$u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\xi} \tag{2.2.27}$$

Además para sistemas ligeramente amortiguados, el término sinusoidal de la ecuación (2.2.26) es pequeño y  $\omega_D \approx \omega_n$  por lo tanto:

$$u(t) \approx \underbrace{(u_{st})_0 \frac{1}{2\xi} (e^{-\xi\omega_n t} - 1)}_{funcion\ envolvente} \cos \omega_n t \tag{2.2.28}$$

**2.2.3 EVALUACIÓN NUMÉRICA DE RESPUESTAS DINÁMICAS.**

La respuesta analítica de algunos sistemas no siempre tiene una solución directa. La solución analítica de la ecuación de movimiento de un sistema de 1GDL no es posible si la fuerza externa o fuerza de excitación varía arbitrariamente con el tiempo o si el sistema es no lineal. Este tipo de problema se resuelven introduciendo métodos numéricos para encontrar su solución.



Existe una gran información acerca de métodos numéricos destinados a la resolución de diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. Para estos métodos se debe tomar atención a su precisión, su convergencia, sus propiedades de estabilidad y una de las más importantes sus aplicaciones computacionales.

En este documento se incluye una breve presentación de un método en específico (Método de diferencia central), el cual es muy útil para el análisis de la respuesta dinámica de 1GDL. Se presenta algunos conceptos básicos para sustentar el método, además se desarrolla un algoritmo para su solución, así como su codificación en el programa Matlab (ver Anexo 2).

### 2.2.3.1 MÉTODO DE DIFERENCIA CENTRAL.

Este método basa su aproximación en diferencias finitas de las derivadas temporales del desplazamiento (velocidad y aceleración). Se toman pasos en el tiempo constantes  $\Delta t_i = \Delta t$ , los valores para la velocidad y aceleración en el tiempo  $i$ , se obtiene mediante diferencias en sus puntos centrales, tal como se muestra en las siguientes expresiones:

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} \quad \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (2.2.29)$$

Estas expresiones son reemplazadas en un sistema de vibración con amortiguamiento viscosa:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

Obteniendo:

$$m \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} + c \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} + ku_i = p_i \quad (2.2.30)$$

Los valores de  $u_{i-1}$  y  $u_i$  se toman como conocidos para la iteración del valor de  $u_{i+1}$ .

Se procede a ordenar la ecuación (2.2.29) de tal forma que los valores conocidos queden a la derecha, obteniendo:

$$\left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i+1} = p_i - \left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[ k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i \quad (2.2.31)$$

De otra forma:

$$\hat{k}u_{i+1} = \hat{p}_i \quad (2.2.32)$$

Donde:

$$\hat{k} = \left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] \quad (2.2.33)$$

Y

$$\hat{p}_i = p_i - \left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[ k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i \quad (2.2.34)$$

Por lo tanto el valor buscado  $u_{i+1}$  esta dado por

$$u_{i+1} = \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (2.2.35)$$

Como se asumió anteriormente los valores  $u_{i-1}$  y  $u_i$  son conocidos para encontrar  $u_{i+1}$ . Para determinar  $u_1$  se requiere  $u_0$  y  $u_{-1}$ . El desplazamiento inicial  $u_0$  es una condición inicial, por lo tanto un valor conocido. Para la determinación de  $u_{-1}$  en la ecuación (2.2.29) se hace  $i = 0$  para obtener:

$$\dot{u}_0 = \frac{u_1 - u_{-1}}{2\Delta t} \quad \ddot{u}_0 = \frac{u_1 - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2} \quad (2.2.36)$$

Despejamos  $u_{-1}$  de la primera ecuación y se reemplaza en la segunda dando:

$$u_{-1} = u_0 - \Delta t(\dot{u}_0) + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_0 \quad (2.2.37)$$

El desplazamiento inicial y la velocidad inicial ( $u_0$  y  $\dot{u}_0$ ) son valores dados o llamados valores de frontera. Los valores de la aceleración ( $\ddot{u}_0$ ) se deducen de la ecuación de movimiento para el  $t = 0$  :

$$m\ddot{u}_0 + c\dot{u}_0 + ku_0 = p_0$$
$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (2.2.38)$$

Todo este procedimiento se muestra en la Tabla 2.1, así como su algoritmo de solución en MATLAB se muestra en el **ANEXO B**.

**Tabla 2.1** Método de diferencia central [1].

---

**1.0** Cálculos iniciales

---

$$\begin{aligned} 1.1 \quad \ddot{u}_0 &= \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \\ 1.2 \quad u_{-1} &= u_0 - \Delta t(\dot{u}_0) + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_0 \\ 1.3 \quad \hat{k} &= \left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right] \\ 1.4 \quad a &= \left[ \frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right] \\ 1.5 \quad b &= \left[ k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] \end{aligned}$$

---

**2.0** Cálculos para el tiempo  $i$ 

$$\begin{aligned} 2.1 \quad \hat{p}_i &= p_i - au_{i-1} - bu_i \\ 2.2 \quad u_{i+1} &= \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}} \\ 2.3 \quad \text{si se requiere } \dot{u}_i &= \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}, \quad \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \end{aligned}$$

---

**3.0** Repetición para el paso siguiente

Reemplace  $i$  por  $i + 1$  y repita los pasos 2.1, 2.2 y 2.3 para el siguiente paso.

---

Para garantizar un buen funcionamiento del método de la diferencia central, dando resultados sin sentido se verificara su estabilidad. Los errores pueden surgir debido al redondeo numérico si el paso de tiempo elegido no es lo suficientemente corto.

$$\frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi} \quad (2.2.39)$$

Donde:

$T_n$ : Período natural sin amortiguamiento .

Esta condición no presenta problema alguno para los sistemas de 1GDL, porque casi siempre se eligen pasos de tiempo muchos más pequeños para obtener resultados más exactos. Usualmente se usan pasos de tiempo del orden de  $\Delta t = 0.01$  a  $\Delta t = 0.02$  s para la mayoría de análisis como los sísmicos.

## **2.3 CARGAS DINÁMICAS INDUCIDAS POR PEATONES.**

Con la introducción de materiales más resistentes y esbeltos en la construcción de puentes peatonales se ha permitido que los diseños consistan en estructuras más ligeras, como consecuencia de esto se tiene que la estructura del puente sea más sensible a las cargas dinámicas producidas por los peatones.

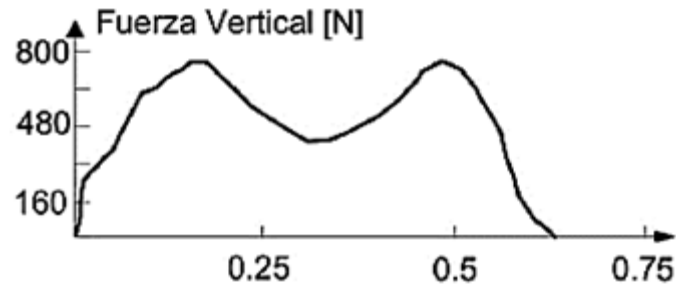
Existen varios ejemplos expuestos en la literatura de problemas de vibraciones debido a la acción del caminar o trotar de los usuarios, uno de estos ejemplos ocurrió en el año 2000 en el Puente del Milenio (The London Millennium Bridge) que en su día de inauguración sufrió excesivas vibraciones horizontales producidas por los peatones [5]. Después de este y otros incidentes el tema de vibraciones en pasarelas peatonales ha despertado el interés de muchos investigadores [6], los cuales exponen algunos modelos de fuerza producidos por el caminar de las personas, capacidad de servicio de pasarelas, métodos de cálculo estructural y criterios de confort.

Cuando una persona camina sobre una estructura producen fuerzas dinámicas en función del tiempo. Estas fuerzas dinámicas se descomponen en tres direcciones, vertical, lateral o horizontal y longitudinal las cuales dependen de la frecuencia de caminar o frecuencia de paso, la velocidad al caminar y la longitud de cada paso.

### **2.3.1 CARGAS VERTICALES.**

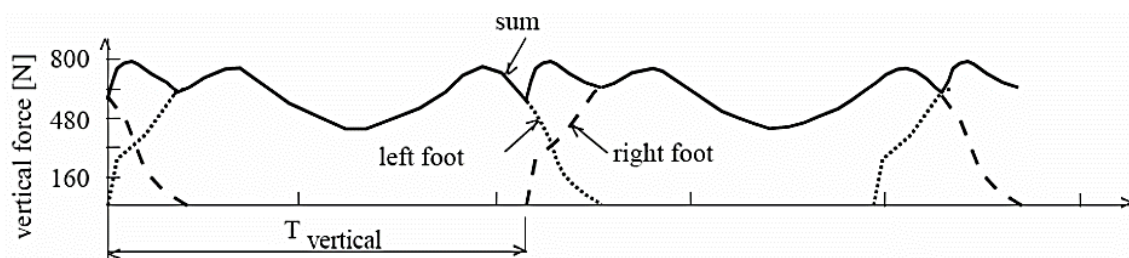
Existen dos tipos de modelos de carga vertical: modelos deterministas y modelos de probabilísticos [6]. Los modelos deterministas son modelos sinusoidales de la carga vertical adoptados en la mayoría de códigos y publicaciones, sin embargo debido a que la carga de los peatones es un proceso aleatorio, se han estudiado modelos probabilísticos a través de modelos estadísticos, correspondientes a la toma de muestras experimentales de cargas peatonales. En esta tesis se considera modelos deterministas para las cargas verticales debido a que no existe un registro de datos experimentales de cargas peatonales aplicados a la pasarela analizada.

De las mediciones realizadas por algunas investigaciones se tiene que la fuerza vertical que una persona produce cuando da un paso es del tipo mostrado en la siguiente Figura 2.10.



**Figura 2.10** Carga vertical generada por una persona al dar un paso [7].

Para fuerzas continuas en dirección vertical se supone una periodicidad perfecta de la fuerza tal como se muestra en la Figura 2.11.



**Figura 2.11** Fuerza vertical para la caminata periódica [5].

### 2.3.2 CARGAS LATERALES U HORIZONTALES.

Como se mencionó anteriormente la fuerza dinámica producida por una persona al caminar también tiene una componente horizontal, esta fuerza se produce debido a que el centro de gravedad no solo varía en la posición vertical sino también varía lateralmente al dar un paso y luego otro, cuyas amplitudes generalmente están en el rango de 1 a 2 cm.

Pocas investigaciones se han realizado acerca de la cuantificación de la magnitud de la carga horizontal, de las cuales la gran mayoría se han realizado en superficies inmóviles, cuyo valor ha sido estimado en un 10 % de la carga vertical, otros autores proponen el valor de 4 % del peso total del peatón [5].

Se han construido curvas para la fuerza horizontal suponiendo una periodicidad perfecta tal como se observa en la Figura 2.12

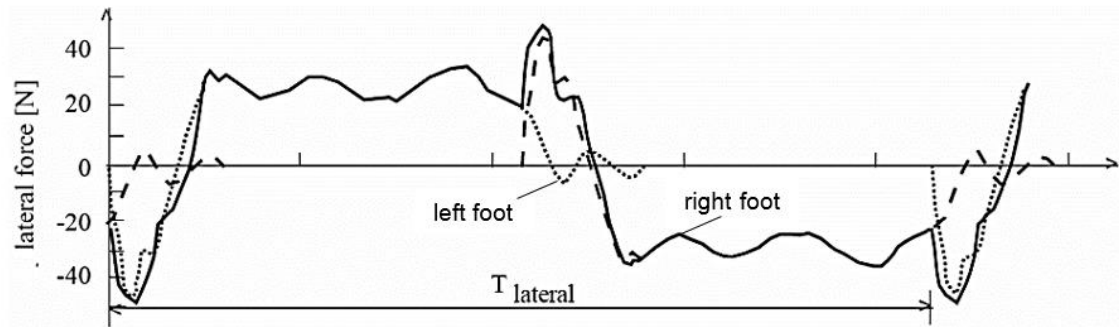


Figura 2.12 Fuerza lateral u horizontal para la caminata periódica [5].

### 2.3.3 CARGAS DEBIDO A UN PEATÓN Y A UN GRUPO DE PEATONES.

Para determinar la carga de una persona o un grupo de personas se debe tomar en cuenta el fenómeno de la sincronización entre peatón-estructura, este fenómeno ocurre cuando la frecuencia de caminar de los peatones sincronizan su paso a la vibración de la estructura, en este caso la pasarela. Los primeros estudios realizados sobre el efecto de los grupos de personas han demostrado que en general la evaluación de la carga total, se representa de manera conservadora como una carga debida a una persona multiplicado por el número de personas.

Existen varios factores a tomarse en cuenta como es la variabilidad del peso de cada peatón, diferencias de fase entre los peatones, efectos de la densidad (estos pueden prevenir una circulación libre), sincronización de caminar entre los peatones y la vibración de la estructura. Todos estos factores están relacionados entre sí, su problemática puede ser abordada mediante simplificaciones y la asunción de factores en términos de probabilidades.

#### 2.3.3.1 SINCRONIZACIÓN VERTICAL.

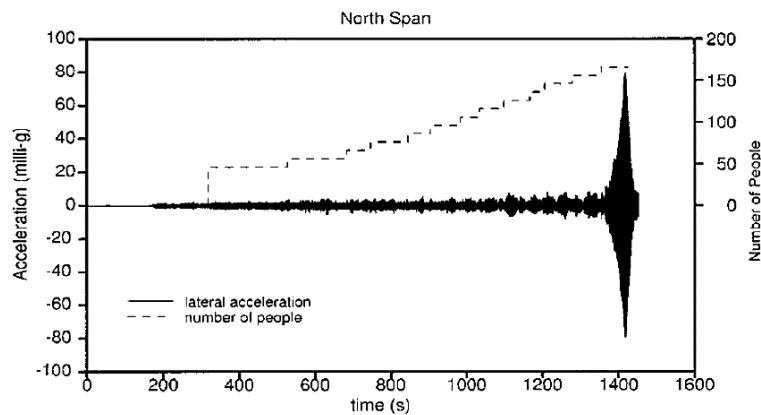
Como se mencionó anteriormente, los peatones son más susceptibles a la vibración horizontal que a la vertical. Se necesitan desplazamientos verticales de al menos 1 cm para que cause una molestia al peatón. Esto corresponde a aceleraciones de al menos  $1.6 \text{ m/s}^2$ .

#### 2.3.3.2 SINCRONIZACIÓN HORIZONTAL.

La sincronización horizontal se debe a que las fuerzas horizontales aleatorias causan un pequeño movimiento del puente. Posteriormente este movimiento puede provocar la sincronización de algunos peatones. Esto afecta al equilibrio, los peatones tratan de sincronizar sus pasos con el movimiento de la superficie,

un claro ejemplo se da cuando las personas tienden a caminar con sus pies más separados.

Los estudios revelan que los peatones empiezan a sincronizar su paso cuando la amplitud del movimiento de la calzada es de unos milímetros. *Willford* realizó algunos estudios del movimiento horizontal en el Puente del Milenio y los resultados mostraron que la carga dinámica horizontal aumento del 5% al 10% de la carga estática vertical cuando la amplitud de la cubierta del puente aumento de 0 a 30 mm [8]. Algunos otros estudios mostraron que el fenómeno de la sincronización es altamente no lineal, para un número de personas la amplitud de la respuesta dinámica se mantuvo constante, posteriormente cuando la personas tienden a caminar con el balanceo del puente resulta en un aumento de la amplitud de la respuesta dinámica como se puede observar en la Figura 2.13.



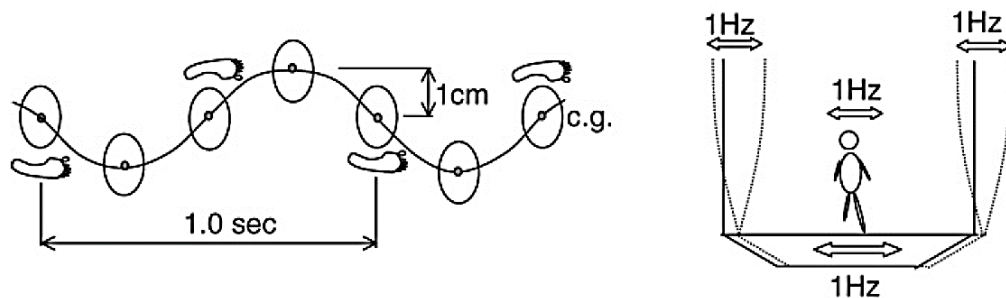
**Figura 2.13** Aceleración lateral del Puente del Milenio y número de peatones [5].

## 2.4 VIBRACIONES PRODUCIDAS POR PEATONES.

Cuando una persona camina su centro de gravedad varia tanto en la dirección vertical así como también lateralmente debido al cambio de posición cuando se da un paso y luego otro. Este movimiento continuo genera tanto vibraciones verticales como horizontales.

Por lo general, cuando se realiza un análisis de vibraciones en puentes se considera solamente la vibración vertical, sin embargo se ha demostrado que los peatones ajustan su forma de caminar ante vibraciones verticales, debido a que las piernas y demás articulaciones absorben la vibración por el alto amortiguamiento que proporcionan, por lo tanto el centro de gravedad no se ve tan afectado por vibraciones verticales. Por lo contrario, los peatones son mucho más sensibles a las vibraciones laterales u horizontales, si una pasarela peatonal

vibra lateralmente el peatón trata de compensar ese movimiento con el balanceo de su centro de gravedad. La persona tiende a caminar con el doble de la frecuencia de vibración para mover su centro de gravedad al ritmo de la vibración [9]. Por lo tanto, si la pasarela vibra lateralmente y si los peatones ajustan su forma de caminar esto puede provocar una sincronización. Si el puente posee un bajo amortiguamiento puede ser excitado por grandes vibraciones e incluso entrar en resonancia. El mecanismo lateral de vibración se puede observar en la Figura 2.14



*Figura 2.14 Mecanismo lateral de vibración [10].*

#### 2.4.1 FRECUENCIA DE CAMINAR O FRECUENCIA DE PASO.

La frecuencia de caminar o también llamada frecuencia de paso se estima en 2 Hz, esto quiere decir que en promedio una persona da 2 pasos por cada segundo que camina. Algunos experimentos demuestran que la frecuencia de vibración sigue una distribución normal de 2.0 Hz y una desviación estándar de 0.173 Hz [5]. Cuando una persona camina lento su frecuencia de paso es de 1.4 - 1.7 Hz, por lo contrario cuando una persona camina rápido su frecuencia de paso es de 2.2 - 2.4 Hz. La frecuencia lateral está en el rango de 0.7 - 1.2 Hz debido a que se estima que la componente lateral de la fuerza se aplica a la mitad de la frecuencia de paso [5]. Las cargas inducidas por trotar o saltar son mucho mayores que las producidas por caminar con frecuencias que están en el rango de 2.5 - 3.2 Hz para trote y de 1.3 a 2.4 Hz para saltos [7].





*Figura 2.15 Frecuencias verticales y horizontales [5].*

## **2.4.2 FRECUENCIA NATURAL DE LAS PASARELAS.**

La frecuencia natural de las pasarelas varía de puente a puente dependiendo del material, condiciones de apoyo, luces y características de la sección. Sin embargo la mayoría de las pasarelas presentan una frecuencia vertical en el rango de 1.4 - 2.4 Hz y frecuencia horizontal de 0.7 - 1.2 Hz [5]. Por consiguiente se observa que las frecuencias al caminar pueden igualar o superar la frecuencia natural de las pasarelas, sufriendo vibraciones excesivas, he ahí la importancia de realizar un diseño adecuado por cargas dinámicas de peatones.

## **2.5 MODELOS DE CARGA.**

En esta sección se introducirán dos de los modelos matemáticos que servirán para describir la fuerza dinámica producida por peatones. Las fuerzas dinámicas se modelan tanto para la acción de un peatón y para un grupo de peatones que atraviesan el puente. Los modelos a desarrollar son: a) un modelo de carga periódica, el cual considera la fuerza que produce el peatón como una fuerza periódica representada como una serie de Fourier; b) el modelo de Nakamura, el cual propone un modelo para la evaluación de fuerzas laterales en función de la velocidad.

### **2.5.1 MODELO DE CARGA PERIÓDICA (MCP).**

#### **2.5.1.1 MODELO DE CARGA PERIÓDICA PARA UN PEATÓN.**

La carga dinámica de un peatón puede ser representada como una fuerza periódica mediante una serie de Fourier en la cual el armónico fundamental viene dado por una frecuencia igual a la frecuencia de vibración [6]. La ecuación está dada por:

$$F(t) = \sum_{n=1}^k Q \alpha_n \cos(2\pi n f t + \varnothing_n) \quad (2.5.1)$$

Donde:

$Q$  : Peso del peatón.

$\alpha_n$  : Es un coeficiente de carga armónico  $n$  – ésimo.

$f$  : Es la frecuencia de la fuerza.

$\varnothing_n$  : Es el desplazamiento de fase armónico  $n$  – ésimo.

$k$  : Es el número total de armónicos.

Se han realizado diferentes investigaciones para determinar el  $\alpha_n$ , algunos de los resultados se resumen en la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2** Coeficientes de carga dinámica propuestos por diferentes autores [5].

Autor , año	Factor dinámico de carga	Dirección
Blanchard , 1987	$\alpha_1 = 0.257$	Vertical
Bachmann et al. , 1987	$\alpha_1 = 0.37$ $\alpha_2 = 0.10$ $\alpha_3 = 0.12$ $\alpha_4 = 0.04$ $\alpha_5 = 0.08$	Vertical
Bachmann et al. , 1987	$\alpha_1 = 0.039$ $\alpha_2 = 0.010$ $\alpha_3 = 0.043$ $\alpha_4 = 0.012$ $\alpha_5 = 0.015$	Lateral
Young , 2001	$\alpha_1 = 0.37(f - 0.92)$ $\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f$ $\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f$ $\alpha_3 = 0.010 + 0.0051f$	Vertical

Se debe notar que todas estas investigaciones utilizaron mediciones de fuerza directas o indirectas sobre superficies rígidas. El más reciente es el estudio de Young el cual propone los cuatro primeros armónicos de la fuerza vertical. Con respecto a la fuerza horizontal, Bachmann y sus colaboradores encontraron el primer armónico de la carga dinámica horizontal al estimar que es el 3.9 % de la carga vertical. El coeficiente de carga dinámica del primer armónico es el más alto y el más importante en comparación a los demás, a partir del quinto armónico tiende a cero, por lo que en este trabajo se consideran solo los cinco primeros armónicos [11]. Por el mismo motivo la ecuación (2.5.1) puede ser simplificada en:

$$f(t) = \sum_{n=1}^5 Q \alpha_n \cos(2\pi n f t + \varnothing_n) \quad (2.5.2)$$

### 2.5.1.2 MODELO DE CARGA PERIÓDICA PARA UN GRUPO DE PEATONES.

En 1978, *Matsumoto* [6] investigó la probabilidad de los peatones que llegan a la pasarela, mediante un análisis estocástico, se tomó como base al número de peatones que cruzan las pasarelas en un día, para considerar la llegada como un fenómeno aleatorio mediante una distribución de Poisson. *Matsumoto* propuso multiplicar la amplitud de la vibración calculada para un solo peatón por una constante  $m$  definida por:

$$m = \sqrt{\lambda T_o} \quad (2.5.3)$$

Donde:

$\lambda$  : Tasa media de peatones que fluyen sobre el ancho del puente expresado en [personas / seg]

$T_o$  : Es el tiempo en segundos necesarios para cruzar el puente de luz  $L$  expresado en [seg]

De la ecuación anterior se deduce que el producto  $\lambda T_o$  es el número de personas  $n$  que se encuentran en la pasarela en cualquier instante de tiempo.

El factor de multiplicación  $m = \sqrt{n}$  es el factor equivalente a una carga de peatones que no están sincronizados. Para peatones que están sincronizados se considera un factor de multiplicación igual a  $m = n$ . Por lo expuesto se tiene que el modelo de la fuerza para un grupo de personas viene dado por:

$$F(t) = m f(t) \quad (2.5.4)$$

Donde  $m$  se encuentra en el rango  $[\sqrt{n}, n]$ , dependiendo si existe o no existe sincronización.

El uso de la ecuación (2.5.4) puede ser bastante conservador al suponer que todos los peatones tienen el mismo peso y están caminando a la misma frecuencia. Algunas pruebas se realizaron para grupos de personas cuando caminan sincronizadas y mostraron que no parecen afectar el sistema al nivel de precisión requerido para evaluaciones de servicio investigados cuando se toma en cuenta la tasa y el peso de estimulación como contante [12].

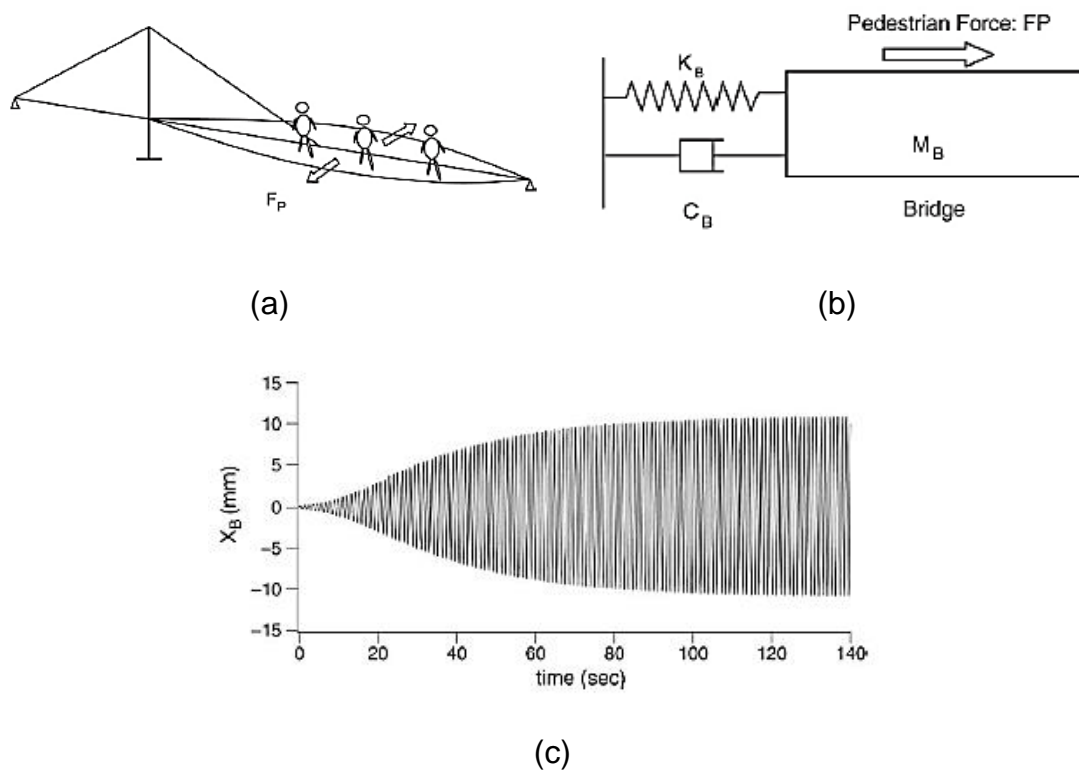
La densidad del tráfico peatonal también afecta a la carga aplicada por una multitud. Cuando mayor es la densidad menor será la frecuencia de estimulación, esto debido a que un gran número de personas provoca un impedimento para caminar libremente. Densidades de 0.25 peatones /  $m^2$  a 0.3 peatones /  $m^2$

indican son una buena aproximación para no tener restricciones de velocidad y frecuencias de estimulación para una persona o un grupo de personas [12].

## 2.5.2 MODELO DE NAKAMURA.

En diciembre de 2000, Dallard [5] realizó una prueba en el Puente del Milenio. Su objetivo era proporcionar datos necesarios para resolver el problema de las vibraciones en este puente. La prueba finalmente mostró que la fuerza inducida por los peatones fue aproximadamente proporcional a la velocidad del puente.

En 2004, Nakamura [13], propuso modificaciones al modelo de carga de Dallard para evaluar las fuerzas dinámicas laterales inducidas por peatones. Su estudio se basa en observaciones y cálculos del Puente-T en Japón (T-bridge in Japan) el cual sufrió fuertes vibraciones inducidas por personas. En 2006, Nakamura y Kawasaky proponen un modelo más preciso con respecto al modelo de Nakamura en 2004 [10]. Se toma como condición que los modos de vibración están separados, así la vibración lateral inducida por peatones puede ser modelada como un sistema 1GDL utilizando el análisis modal del primer modo de vibración lateral (ver Figuras 2.16 (a), (b), (c)).



**Figura 2.16** (a) Representación del mecanismo lateral de vibración para el Puente-T, (b) Modelo de un grado de libertad y (c) Simulación del desplazamiento de la viga lateral ( $f_B = 0.93$  Hz,  $k_1 = 0.04$ ,  $k_2 = 0.2$ ,  $d_p = 0.8$ ) [10].

La ecuación básica en el modelo de Nakamura es la ecuación de movimiento:

$$M_B \ddot{u}_B(t) + C_B \dot{u}_B(t) + K_B u_B(t) = F_p(t) \quad (2.5.5)$$

Donde  $\ddot{u}_B$ ,  $\dot{u}_B$  y  $u_B$  son el desplazamiento, velocidad y aceleración modal respectivamente de la viga. Además  $M_B$  es la masa modal,  $C_B$  es el amortiguamiento modal y  $K_B$  es la rigidez modal de la viga.  $F_p(t)$  es la fuerza dinámica lateral modal aplicada por todos los peatones al puente dada por la siguiente ecuación:

$$F_p(t) = k_1 k_2 H(\dot{u}_B) G(f_B) M_p g \quad (2.5.6)$$

Con:

$$H(\dot{u}_B) = \frac{\dot{u}_B(t)}{k_3 + |\dot{u}_B(t)|} \quad (2.5.7)$$

$$G(f_B) = 1.0 \quad (2.5.8)$$

Las propiedades dinámicas necesarias de acuerdo a los datos del "T-bridge in Japan" se calcularon mediante el análisis de elementos finitos. La frecuencia natural del primer modo lateral del "T-Bridge"  $f_B$  es 0,93 Hz y la  $M_B$  masa modal de 237000 kg. La masa de la cubierta del "T-Bridge" depende de la posición de ajuste y su promedio es de 4180 kg / m. La relación medida de amortiguamiento para el primer modo lateral  $\xi$  es de aproximadamente 0.008, que es equivalente a  $C_B$  de 22200 kg / s. La rigidez  $K_B$  modal es 8092000 kg / s<sup>2</sup>. [10]

La fuerza dinámica lateral modal  $F_p$  aplicada por todos los peatones sobre la cubierta del puente, se asume que es proporcional al peso propio modal de los peatones ( $M_p g$ ) multiplicado por dos coeficientes ( $k_1$  y  $k_2$ ) y dos funciones ( $H(\dot{u}_B)$  y  $G(f_B)$ ), como se muestra en la Ec. (2.5.6). La densidad de peatones  $d_p$  durante la situación de congestión se estimó mediante la observación y fotos tomadas en el puente. Fue alrededor de 0,8 personas / m<sup>2</sup> en el día habitual de carreras pero alcanzó alrededor de 1,3 personas / m<sup>2</sup> en grandes días de carrera. Figuras 6 y 7 presentan datos de los días habituales de carrera. Tomar la masa peatonal de 70 kg / persona y  $d_p$  de 0,8 personas / m<sup>2</sup>, la masa de los peatones en el puente con el ancho de la cubierta de 5,25 m es de 294 kg / m. [10]

La masa modal de los peatones  $M_p$  para el primer modo lateral es 17.400 kg, utilizando la unidad normalizada de la primera forma modal lateral calculada por el análisis de elementos finitos. La relación de la masa de peatones modal a la masa puente generalizada es 7,3%.

El coeficiente  $k_1$  es una proporción de la fuerza lateral al peso del peatón y se asume que es 0,04 basado en la referencia por Bachmann and Ammann [14] .

El coeficiente  $k_2$  es el porcentaje de peatones que se sincroniza a la vibración de la viga. Esto no se ha medió en el T-Bridge y por lo tanto se estimó por un estudio paramétrico, además el Imperial College realizó pruebas en la cual una persona caminaba por una plataforma larga construida especialmente de 7.2 m, lo que podía ser impulsado lateralmente a diferentes frecuencias y amplitudes. El coeficiente  $k_2$  es más de 0.2 para amplitudes mayores de 5 mm.

La función  $H(\dot{u}_B)$  describe la naturaleza de sincronización de los peatones. Ellos suponen que los peatones se sincronizan proporcionalmente con la velocidad de la viga  $\dot{u}_B$  a velocidades bajas. Pero cuando la velocidad de la viga se hace grande, los peatones tienden a sentirse incómodos o inseguros y disminuyen su ritmo de marcha. Por lo tanto, la respuesta de la viga no aumenta infinitamente como el modelo de Dallard [5] pero está limitada a un cierto nivel. El denominador de la ecuación (2.5.7) expresa el fenómeno de saturación. La tasa de saturación depende del coeficiente. La función  $H(\dot{u}_B)$  aumenta linealmente a velocidades bajas, pero su tasa de crecimiento se hace más pequeña a velocidades más altas y converge a 1.0. El valor de  $k_3$  (m/s) se elige por ensayo y error, de modo que correspondan con los datos medidos. La función  $G(f_B)$  describe como los peatones se sincronizan con la frecuencia natural del puente. Los peatones son más propensos a sincronizarse a frecuencias alrededor de 1.0 Hz, pero no se sabe cómo la gama de frecuencias del puente alrededor de 1.0 Hz afecta a la naturaleza de sincronización. No hay datos disponibles hasta el momento y se requieren estudios futuros para aclarar esto. La frecuencia natural del Puente-T (0.93 Hz) está cerca de 1.0 Hz por lo tanto en este estudio, el valor de  $G(f_B)$  se asumió tentativamente en 1.0. Dallard et al. , proponen que la fuerza dinámica inducida por un peatón es proporcional a la velocidad de la viga:

$$F_p(t) = k * \dot{u}_B \quad (2.5.9)$$

La respuesta de la viga aumenta infinitamente y sin límite superior, esto no es cierto. Además, no todos los peatones se sincronizan a la vibración de la viga y sólo los peatones sincronizados producen la fuerza lateral. He ahí el potencial del método propuesto por Nakamura y Kawasaki, como se muestra en la Figura 2.17

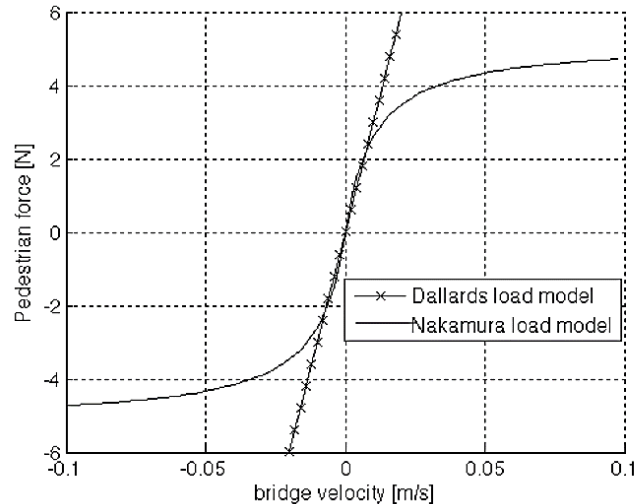


Figura 2.17 Comparación de los modelos de carga de Dallard y Nakamura [5].

## 2.6 MODELO DE MOVIMIENTO DE LA PASARELA BAJO LA EXCITACIÓN DE CARGAS PEATONALES.

### 2.6.1 MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN DE MODOS PARA DESACOPLE DE SISTEMAS DE 1GDL.

Después de que las cargas dinámicas por peatones han sido definidas, es necesario evaluar la capacidad de servicio estructural mediante un análisis estructural. La ecuación que gobierna el movimiento de una viga simplemente apoyada bajo la acción de un solo peatón se expresa por la ecuación 2.6.1 [12].

$$\ddot{y}(t) + 2\xi w_n \dot{y}(t) + w_n^2 y(t) = \frac{F(t)}{M} \sin\left(\frac{\pi V_p}{L} t\right) \quad (2.6.1)$$

Donde:

$y(t)$  : desplazamiento vertical modal de la estructura

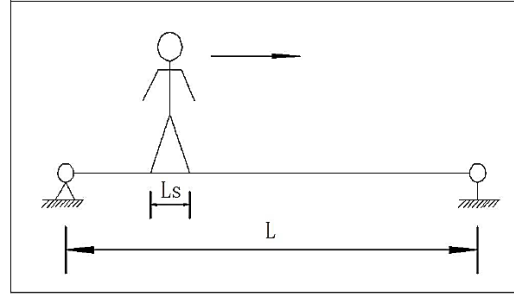
$\xi$  : amortiguamiento de la estructura

$w$ : frecuencia del modo

$M$ : masa modal del primer modo

$F(t)$ : fuerza de la carga vertical por la caminata de un solo peatón.

Se observa que en la ecuación (2.6.1) que las cargas solo excitan ciertos puntos pero la ecuación no refleja la excitación de la caminata peatonal con exactitud. Para lo cual se plantea la ecuación (2.6.2) que permite definir el mecanismo de excitación con mayor precisión para la estructura mostrada en la Figura 2.18.



**Figura 2.18** Estructura y excitación de caminata de una viga simplemente apoyada [12].

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} \left[ EI(x) \left( \frac{\delta^2 v(x, t)}{\delta x^2} + \alpha_1 \frac{\delta^3 v(x, t)}{\delta x^2 \delta t} \right) \right] + m \frac{\delta v(x, t)}{\delta t^2} + c \frac{\delta v(x, t)}{\delta t} = \sum_{i=1}^{N_s} \delta[x - (i-1)L_s] F(t) \quad (2.6.2)$$

Donde:

$u(x, t)$  : desplazamiento vertical de la viga

$EI$ : rigidez a flexión

$m$ : masa por unidad de longitud

$c$ : amortiguamiento

$N_s$ : número total de pasos requeridos para cruzar la viga

$L_s$ : longitud de paso

$F(t)$ : fuerza de la carga vertical por la caminata de un solo peatón.

$\alpha_1$  : razón de amortiguamiento de la rigidez de Rayleigh

$\delta(x)$  se define como :

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad (2.6.3)$$

Debido al grado de complejidad de resolución de la ecuación (2.6.2) se propone resolverla aplicando el método de superposición para desacoplar sistemas de un grado de libertad 1GDL [2].

$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k w_k \dot{Y}_k + w_k^2 Y_k = \frac{Q_k(t)}{M_k} \quad (2.6.4)$$

Donde:  $\ddot{Y}_k$ ,  $\dot{Y}_k$ ,  $Y_k$ ,  $\xi_k$  y  $w_k$  son la aceleración, velocidad, desplazamiento, amortiguamiento y frecuencia circular para el k-avo modo.

$M_k$  es la masa modal para el k-avo modo dado por la ecuación:



$$M_k(x) = \int_0^L \emptyset_k(x)^2 * m * dx \quad (2.6.5)$$

Donde:

$m$ : es la masa de la carga muerta de la pasarela [kg/m]

$Q_k(t)$ : es la carga modal para el K-avo modo y puede ser calculado por:

$$Q_k(t) = \int_0^L \sum_{i=1}^{Ns} \delta [x - (i - 1) * L_s] F(t) \emptyset_k(x) = \int_0^L F(t) \emptyset_k(s \times L_s) dx \quad (2.6.6)$$

Donde:

$s = 1,2,3 \dots$ : secuencia del número de pasos en la estructura

$s \times L_s$ : localización de cada paso

"s" puede ser definida por la siguiente ecuación:

$$s = \text{int}(f_s t) \quad t < t_d \quad (2.6.7)$$

Donde:

$t_d$ : tiempo de duración de caminata de los peatones en la estructura.

$\text{int}$ : parte entera redondeada al número entero inferior.

Luego de resolver la ecuación (2.6.2), por el método expuesto se puede calcular la aceleración de  $\ddot{v}(x, t)$  que se puede expresar como:

$$\ddot{v}(x, t) = \sum_{k=1}^n \emptyset_k(x) \ddot{Y}_k(t) \quad (2.6.8)$$

Para una viga simplemente apoyada, la forma modal de  $\emptyset_k(x)$  es:

$$\emptyset_k(x) = \sin\left(\frac{k\pi}{L} x\right) \quad (2.6.9)$$

Para la primera forma modal de vibración la respuesta está dada por:

$$\ddot{v}(x, t) = \emptyset_1(x) \ddot{Y}_1(t) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \ddot{Y}_1(t) \quad (2.6.10)$$

## 2.7 CRITERIOS DE COMPROBACIÓN.

### 2.7.1 COMPROBACIÓN DEL INTERVALO CRÍTICO DE FRECUENCIAS NATURALES.

Los efectos de los peatones son definidos en base a modelos de cargas armónicas. La contribución del primer armónico guía al siguiente rango de frecuencias naturales  $f_i$  [9]:

Para vibraciones verticales y longitudinales:

$$1.25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2.3 \text{ Hz} \quad (2.7.1)$$

Para vibraciones laterales:

$$0.5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1.2 \text{ Hz} \quad (2.7.2)$$

Para los casos en que las frecuencias naturales están en un intervalo susceptible de excitación debido al segundo armónico provocado por los peatones, se puede considerar que los efectos asociados al segundo armónico podrían incidir, para ello la zona crítica se expande a:

$$1.25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 4.6 \text{ Hz} \quad (2.7.3)$$

Si nuestra estructura en estudio tiene frecuencias naturales  $f_i$  en el rango crítico, esta debe ser sometida a una evaluación dinámica debida a la excitación de los peatones. Hasta ahora no se ha encontrado indicio en la literatura que la vibración provocada por el segundo armónico de los peatones haya producido algún valor significativo, pero tampoco se podría descartar hasta no probar lo contrario.

### 2.7.2 EVALUACIÓN DE AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL

Una de las características más importantes en la evaluación de la amplitud de las oscilaciones inducidas por peatones es la cantidad de amortiguamiento presente en la estructura de estudio. La atenuación de las vibraciones o disipación de energía depende directamente del amortiguamiento de los materiales de construcción, el efecto de rozamientos locales o dispositivos de control. Un amortiguamiento adicional puede darse por elementos no estructurales como pasamanos o losas de tránsito. El amortiguamiento depende del nivel de vibración, cuanto mayor es la amplitud de la vibración mayor es la fricción que se produce en los elementos estructurales y no estructurales.

La existencia de todos estos mecanismos de amortiguamiento ya sean externos o internos de la estructura hacen que el fenómeno sea complejo. La

---

caracterización de este fenómeno solo puede hacerse de la manera más precisa basándose en mediciones tomadas una vez que la pasarela se ha construido, incluyendo la instalación de todos los elementos no estructurales o cualquier otro tipo de inmobiliario extra. Se tomaran valores para el amortiguamiento ya sean del resultado de algún tipo de programa de análisis estructural, por modelos matemáticos propuestos o simplemente por recomendaciones en documentos de relevancia.

En el caso de pasarelas flexibles y ligeras, estas se ven afectadas por el viento produciendo amortiguamientos aerodinámicos, un aumento en la velocidad del viento puede provocar mayor amortiguamiento. Este amortiguamiento añadido puede ser tomado en cuenta en los estudios de efecto del viento, pero no para la evaluación de los efectos inducidos por los peatones.

### **2.7.3 EVALUACIÓN DE NIVEL DE CONFORT Y SERVICIO.**

#### **2.7.3.1 EVALUACIÓN DE ACELERACIÓN.**

La percepción, la evaluación de movimiento y la vibración son subjetivas, lo que da lugar a que cada peatón tenga su propia perspectiva de confort. Por ejemplo, los usuarios de puentes peatonales cercanos a hospitales o asilos pueden llegar a ser más sensibles a las vibraciones que los usuarios que cruzan puentes peatonales en lugares de práctica de deportes. Incluso la impresión visual puede provocar reacciones frente al criterio de confort y servicio como se ha comprobada en encuestas realizadas.

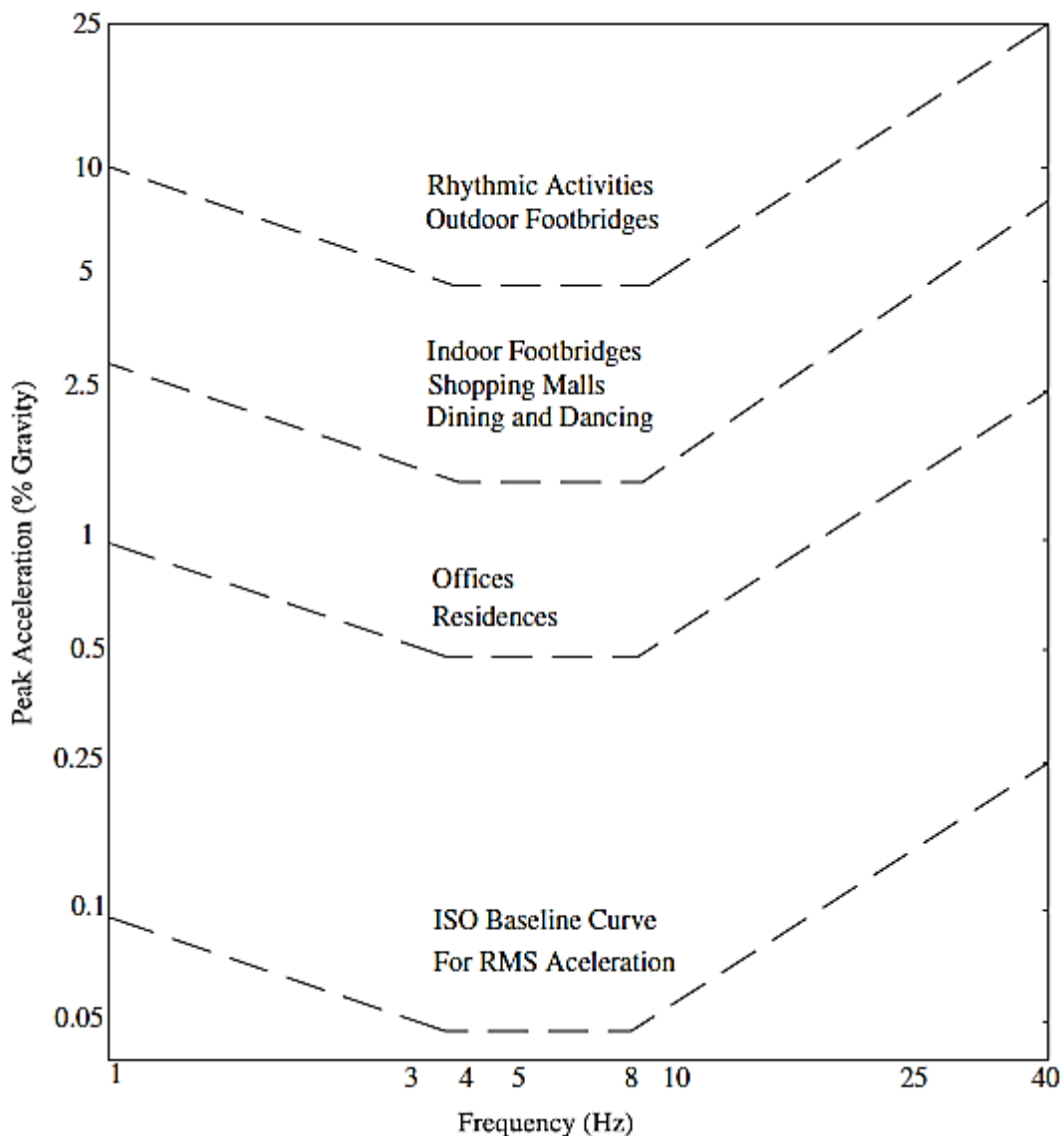
A continuación se citan algunos aspectos a tener en cuenta al momento de la evaluación [9]:

- Número de personas caminando sobre el puente.
- Frecuencia de uso.
- Altura desde el suelo.
- Posición del cuerpo humano (sentado, de pie, caminando).
- Características de excitación armónica o transitoria (frecuencia de vibración).
- Tiempo de exposición.
- Proyección de la calzada y la barandilla.
- La expectativa de vibración debido a la apariencia del puente.

En los criterios de diseño para el análisis de vibraciones asociadas a las actividades inducidas por el hombre, se puede usar el mismo criterio que para la evaluación de sistemas estructurales utilizados en oficinas, centros comerciales,

pasarelas y similares [15], uno de estos criterios se puede tomar como el siguiente:

Considerando valores límites de la aceleración siguiendo la recomendación de la Organización Internacional Standard ISO 2631-2 [15]. La cual sugiere límites de aceleración RMS (media cuadrática) como un múltiplo de la línea de base de la siguiente Figura 2.19. Los multiplicadores para los criterios de diseño propuestos, expresados en términos de aceleración máxima son iguales a: 10 para oficinas, 30 para centros comerciales y pasarelas interiores, y 100 para pasarelas al aire libre. Estos límites pueden oscilar entre 0.8 y 1.5 veces los valores recomendados, dependiendo de la duración de la vibración y de la frecuencia de eventos vibratorios.



**Figura 2.19** Aceleración máxima recomendada para el confort humano para vibraciones debidas a actividades humanas [15].

Otros autores proponen clases de confort que limitan la aceleración que debe tener la pasarela en la dirección vertical o lateral tal como se muestra en la Tabla 2.3.

*Tabla 2.3 Clases de confort definido con rangos de aceleración común.*

Clase de confort	Grado de confort	Vertical $a_{límite}$	Lateral $a_{límite}$
CL 1	Máximo	$< 0.50 \text{ m/s}^2$	$< 0.10 \text{ m/s}^2$
CL 2	Medio	$0.50 - 1.00 \text{ m/s}^2$	$0.10 - 0.30 \text{ m/s}^2$
CL 3	Mínimo	$1.5 - 2.5 \text{ m/s}^2$	$0.30 - 0.80 \text{ m/s}^2$
CL 4	Molestias inaceptables	$> 2.50 \text{ m/s}^2$	$> 0.80 \text{ m/s}^2$

### 2.7.3.2 EVALUACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO.

Para la evolución del desplazamiento vertical se debe tomar en cuenta el efecto *lock-in*, el cual es un fenómeno que se produce cuando la estructura supera un cierto umbral de desplazamiento, si una persona tiende a sincronizar sus movimientos en frecuencia y fase con la plataforma vibratoria. Si se supera el valor límite individual de desplazamiento, entonces el usuario tiende a dar un cierto impulso en cada onda de vibración del puente. Como consecuencia la amplitud de vibración de la estructura aumenta.

Para este tema en particular, Bachmann parece ser una referencia. Sus estudios demuestran que estudió profundamente el problema de sincronización entre los peatones y la estructura vibrante. Según él, dos criterios pueden aplicarse, uno relativo a los desplazamientos y otro relativo a la aceleración. [16]

$$d_{max,vertical} \leq 10 \text{ mm.} \quad (2.7.4)$$

$$a_{max,vertical} \leq 5 \text{ a } 10\% * g \quad (2.7.5)$$

Donde:

$g$ : gravedad  $9.81 \text{ m/s}^2$

Algunos unos estudios realizados en puentes peatonales concluyen que un desplazamiento en dirección horizontal de 45 mm (correspondiente a una aceleración de  $1.35 \text{ m/s}^2$ ) es un límite de servicio razonable. Al mismo tiempo un desplazamiento de 10 mm (correspondiente a una aceleración de  $0.3 \text{ m/s}^2$ ) es tolerable para la mayoría de los peatones, mienta que un desplazamiento de

70 mm ( $2.1 \text{ m/s}^2$ ) produciría que los peatones se sientan inseguros y disminuyan su ritmo de caminata [6].

## 2.8 NORMAS Y CÓDIGOS.

En esta sección se realizara un resumen de los modelos de carga propuestos y criterios de servicio de pasarelas peatonales considerados en 5 códigos o normas usadas internacionalmente como son: la norma BS 5400, ISO 10137, EUROCÓDIGO, AASHTO, BRO 2009.

### 2.8.1 NORMA BS 5400.

La Norma BS 5400 es el código británico para el diseño y construcción de puentes en acero y hormigón. La norma es aplicable a puentes de carreteras, ferrocarriles y puentes peatonales. Con lo que respecta a nuestro estudio tenemos dos partes de la norma: la BD 29/04 que se ocupa de los criterio de diseño de las pasarelas y la norma BD 37/01 que trata de las cargas usadas para los diseños de las pasarelas.

La norma BD 29/04 afirma que el diseñador debe ser cuidadoso ante las vibraciones producidas en las pasarelas por acción de vándalos que traten de excitar la pasarela deliberadamente o por el paso de un grupo de personas que exciten la estructura involuntariamente [17] . El diseñador debe tener en cuenta los requisitos de servicio por vibraciones mencionados en la en la Sección 7.3 del Anexo B de la norma BD 37/01 [18].

Pasarelas peatonales que presentan modos de vibración con frecuencia inferiores a 5 Hz para movimientos verticales y menores a 1.5 Hz para movimientos horizontales, son propensos y sensibles a tener excesivas oscilaciones producidas por la caminata de un grupo de personas que pueden sincronizar involuntariamente o deliberadamente su forma de caminar con la vibración de la estructura.

En el Sección B.1 del Anexo B de la norma BD 37/01, se afirma que si la frecuencia fundamental de la vibración vertical es mayor que 5 Hz y para la dirección horizontal es mayor que 1.5 Hz, el requisito de serviciabilidad por vibraciones se considera satisfecho.

Si la frecuencia natural vertical del puente es menor o igual a 5 Hz, la aceleración máxima puede ser calculada por:

$$a_{max} = 0.5\sqrt{f_n} \quad (2.8.1)$$

Donde:

$f_n$  : frecuencia natural de la estructura en la dirección vertical.

Esta ecuación es válida para un solo tramo, dos o tres de envergadura continua, simétrica, simplemente apoyada y de sección transversal constante.

No se considera un valor de estimación para la máxima aceleración de la vibración horizontal sin embargo se recomienda al diseñador tener en cuenta la posibilidad de excitación de los peatones para vibraciones horizontales menores a 1.5 Hz que tengan baja masa y amortiguamiento, y que sean utilizados por una multitud de personas.

En la Sección B.3 del Anexo B se afirma que para estructuras que no cumplan con la sección B.2 la aceleración máxima vertical debe calcularse suponiendo que la carga máxima de un peatón puede ser representado como una fuerza pulsante  $F$ , que se mueve a través de la luz del puente a una velocidad constante representado por la siguiente ecuación [18]:

$$F = 180 \sin(2\pi ft) \quad (2.8.2)$$

$$v = 0.9f \quad (2.8.3)$$

La fuerza esta expresada en N y la velocidad en m/s.

Para la vibración lateral no se realiza ninguna consideración en esta norma.

### **2.8.2 NORMA ISO 10137.**

La norma ISO 10137 es un conjunto de guías desarrolladas por la Organización Internacional de la Normalización, la cual presenta las bases de diseño de estructuras y evaluación de serviciabilidad tanto para edificios y puentes con respecto a las vibraciones.

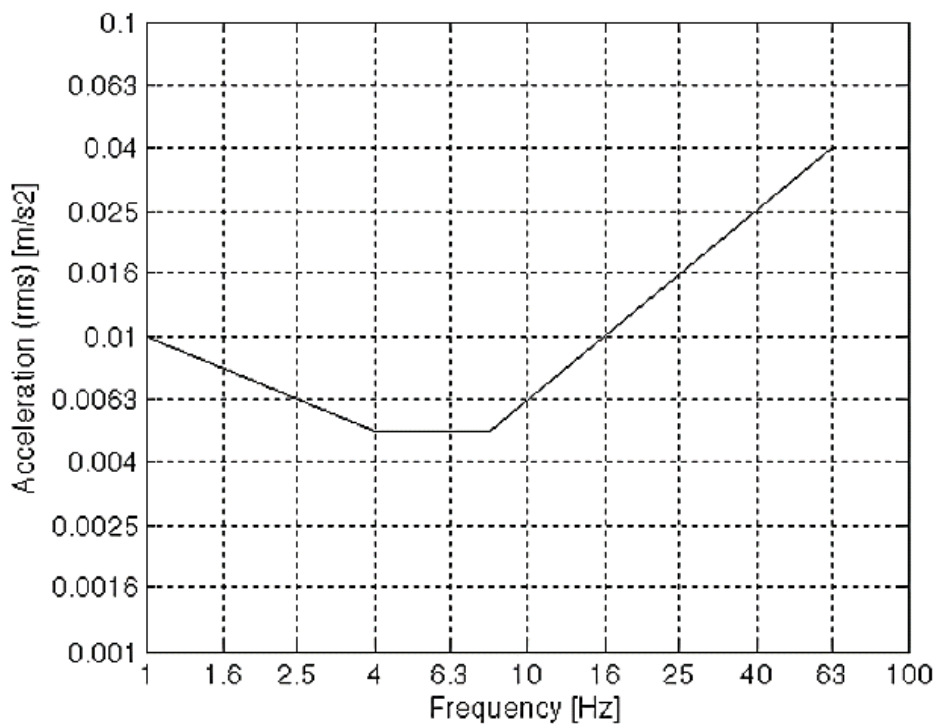
La norma resalta tres puntos clave para definir la capacidad de servicio de las vibraciones las cuales son:

1. La fuente de la vibración.
2. La ruta de transición.
3. El receptor.

La *fuentes de la vibración* es la fuerza producida por las cargas peatonales, la *ruta de transición* es el medio de la estructura entre la fuente y receptor, la *pasarela* es el receptor. La norma establece que el criterio de servicio por vibraciones

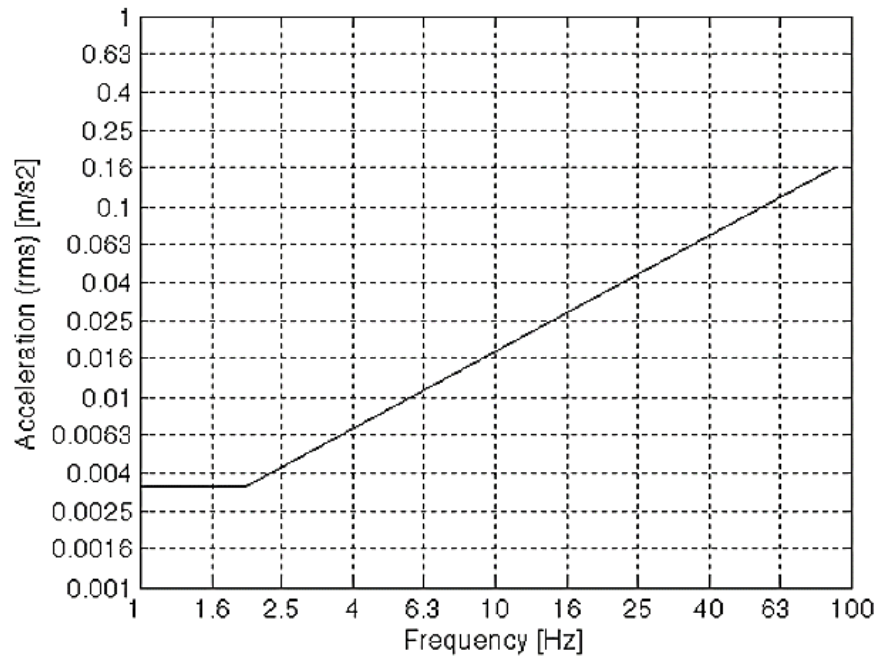
deberá estar a cargo del diseñador para que no produzcan molestias ni representen peligros potenciales para los usuarios.

Algunos ejemplos sobre vibraciones se presentan en la Sección C.3 del Anexo C de la norma. Se sugiere utilizar las curvas base para vibraciones en la dirección vertical y horizontal tal como se muestran en la Figura 2.20 y Figura 2.21 respectivamente. Las figuras están a escala logarítmica y se deberá multiplicar por un factor de 60, excepto donde una o más personas están de pie en cuyo caso se debe multiplicar por un factor de 30 esto se debe a que cuando una persona está parada tiene más sensibilidad a las vibraciones que cuando una persona va caminando [19].



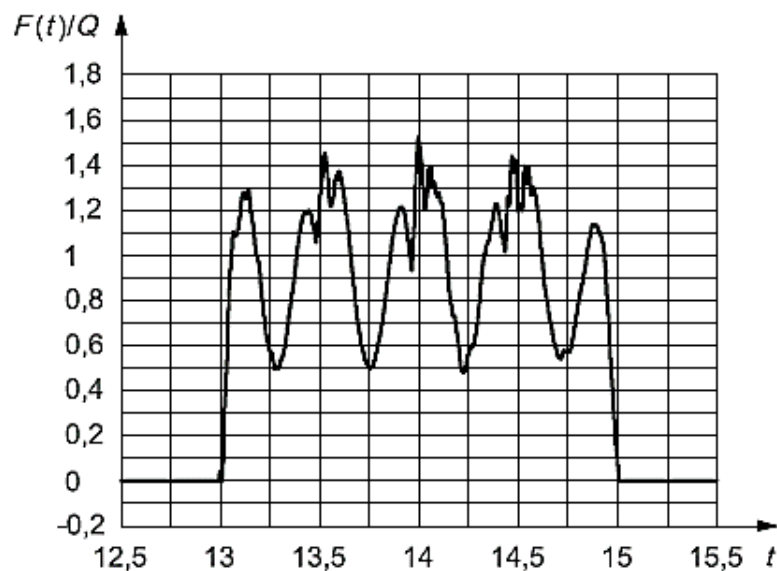
**Figura 2.20** Curva base de aceleración para vibración vertical [19].





**Figura 2.21** Curva base de aceleración para vibración horizontal [19].

Con respecto a las acciones dinámicas la ISO 10137 considera que la acción de un peatón o más peatones puede ser representada como un historial de fuerza y tiempo. Así la fuerza dinámica  $F$  producida por una persona  $Q$ , puede ser representada por una acción de pulsos como se muestra en la Figura 2.22



**Figura 2.22** Ejemplo de una función de una fuerza para una persona caminando a través de una plataforma [19].

El diseño de la pasarela deberá estar en función del tráfico peatonal al que será sometida la pasarela durante su vida útil. Se tienen los siguientes eventos de tráfico peatonal:

1. Una persona que camina por el puente.
2. Un flujo peatonal medio (grupo de 8 a 15 personas).
3. Una secuencia de peatones (para más de 15 personas).
4. Eventos ocasionales (inauguraciones).

En la Sección A.1.1.1 en el Anexo A de la norma, la acción de la fuerza puede ser expresada como el dominio de una serie de Fourier mediante las ecuaciones (2.8.4) y (2.8.5).

Para la dirección vertical:

$$F_v(t) = Q(1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,v} \sin(2\pi n f_v t + \emptyset_{n,v}) \quad (2.8.4)$$

Para la dirección horizontal:

$$F_h(t) = Q(1 + \sum_{n=1}^k \alpha_{n,h} \sin(2\pi n f_h t + \emptyset_{n,h}) \quad (2.8.5)$$

Donde:

$\alpha_{n,v}$  : coeficiente correspondiente al  $n$  – avo armónico , dirección vertical

$\alpha_{n,h}$  : coeficiente correspondiente al  $n$  – avo armónico , dirección horizontal

$Q$ : carga estática de una persona.

$f_v, f_h$ : frecuencia de la carga , para la evaluación de la vibraciones verticales o horizontales, la cual es la mitad de la tasa de actividad para el caso de caminar.

$\emptyset_{n,v}$ : es el ángulo de fase del  $n^{\text{th}}$  armónico , dirección vertical

$\emptyset_{n,h}$ : es el ángulo de fase del  $n^{\text{th}}$  armónico , dirección horizontal

$n$ : entero que designa el armónico fundamental

$k$ : número de armónicos que caracteriza la función de la fuerza en el rango de frecuencia de interés.

Algunos ejemplos de valores numéricos para los coeficientes de actividades sincronizadas  $\alpha_n$  de un lugar estacionario se dan en la Tabla 3 del Anexo A de la ISO 10137.

En la Sección A.1.1.3 del Anexo A de la norma menciona que la acción dinámica producida por un grupo de peatones depende principalmente del peso de los peatones, de la máxima densidad de las personas por unidad de superficie y por

el grado de sincronización de los peatones. Al tomar a un grupo de personas como la representación de la población general, existe cierta variabilidad tanto en la frecuencia  $f$ , como el ángulo de fase  $\varnothing_n$  y el coeficiente numérico  $\alpha_n$ . La sincronización puede ser representada por la aplicación de un factor  $C(N)$  para la función de la fuerza:

$$F(t)_N = F(t)C(N) \quad (2.8.6)$$

Dónde:

$N$ : número de peatonas

Si los movimientos de un grupo de personas no es coordinado, el factor de coordinación se convierte en:

$$C(N) = \sqrt{N}/N \quad (2.8.7)$$

La fuerza producida por una persona al caminar o correr dependen principalmente del estado físico de la persona, la velocidad (al caminar o correr) y en menor grado del tipo de zapatos y la construcción del piso. La fuerza dinámica  $F(t)$  puede ser representada como una serie de Fourier como se mostró en las ecuaciones (2.8.4) y (2.8.5). Los coeficientes  $\alpha_{n,h}$  y  $\alpha_{n,\square}$  se muestran en la Tabla 2.4 para varios rangos al caminar o correr. Se recalca que los coeficientes  $\alpha_{n,h}$  son valores numéricos que pueden ser utilizados en estructuras que tienen una frecuencia horizontal en el intervalo de  $\frac{1}{2}$  del primer armónico para actividades de caminar o correr.

**Tabla 2.4** Ejemplos de parámetros de diseño para movimiento de fuerzas debidas a una persona [19].

Actividad	Número armónico N	Rango común de frecuencia $n_f$ Hz	Coefficientes numérico para la dirección vertical $\alpha_{n,v}$	Coefficientes numérico para la dirección horizontal $\alpha_{n,h}$
Caminar	1	1.2 a 2.4	$0.37(f - 1.0)$	0.1
	2	2.4 a 4.8	0.1	-
	3	3.6 a 7.2	0.06	-
	4 <sup>a</sup>	4.8 a 9.6	0.06	-
	5 <sup>a</sup>	6.0 a 12	0.06	-
Correr	1	2 a 4	1.4	0.2
	2	4 a 8	0.4	-
	3	6 a 12	0.1	-
Estos armónicos son raramente significativos en la percepción humana , pero pueden ser importantes para las construcciones tales como instrumentos sensibles a las vibración				

### 2.8.3 NORMA AASHTO.

La norma AASTHO (Asociación Americana de Carreteras Estatales y Oficiales del Transporte) es la entidad encargada de emitir las normas y guías usadas en el diseño y construcción de autopistas en los Estado Unidos.

En la Sección 3.6.1.6 de la AASHTO menciona que los puentes peatonales deben estar diseñados de acuerdo con la Guía AASHTO LRDF (Especificaciones para el Diseño de Puentes Peatonales) [20]. De acuerdo a la guía las cargas peatonales puede ser designada para una carga uniforme de 90 *psf* que sería equivalente 439.42 *kg/m<sup>2</sup>* [21].

Las vibraciones son evaluadas usando la combinación de cargas limites mostradas en la Tabla 3.4.1-1 de la AASHTO LRFD. La vibración de la estructura no deberá molestar o causar preocupación a los usuarios. La frecuencia fundamental en el modo vertical del puente peatonal sin carga viva debe ser mayor que 3 Hz para evitar el primer armónico. Para la dirección lateral, la frecuencia fundamental del puente peatonal será mayor que 1.3 Hz [21]. La norma recalca que si la frecuencia fundamental no satisface estas limitaciones,

si el segundo armónico es una preocupación se deberá realizar una evaluación del comportamiento dinámico. Para esta evaluación se tendrá en cuenta:

1. La frecuencia y la magnitud de las cargas de pisada peatonales.
2. La eliminación progresiva de la carga de varios peatones al mismo tiempo, incluyendo los fenómenos “lock-in”.
3. Estimación apropiada de amortiguamiento estructural.
4. Límites dependientes de la frecuencia sobre la aceleración y/o velocidad.

En vez de esta evaluación para la dirección vertical se puede aplicar cualquiera de los siguientes criterios:

$$f \geq 2.86 \ln\left(\frac{180}{W}\right) \quad (2.8.8)$$

ó

$$W \geq 180 e^{(-0.35f)} \quad (2.8.9)$$

Donde:

*W*: peso de la estructura ,incluyendo solo el peso de la carga muerta (Kip)

*f*: frecuencia fundamental en la dirección vertical (Hz)

#### **2.8.4 EUROCÓDIGO.**

El EUROCODIGO es un conjunto de normas europeas redactadas por CNE (Comité Europeo de Normalización), para nuestro estudio la norma de nuestro interés es el Eurocódigo 1 (EN 1990) la cual trata sobre las bases del diseño estructural. Se afirma que dependiendo de las propiedades estructurales se debe evaluar la frecuencia natural a partir de un modelo estructural apropiado. Si la frecuencia natural de la pasarela es igual o menor a la frecuencia de caminata de los peatones se puede producir resonancia; y por lo tanto se deberá realizar verificaciones del estado límite de servicio por vibraciones.

En la Sección A.2.4.3.1 del Anexo A menciona el diseño asociadas a las situaciones de tráfico. El proyecto debe ser diseñado acorde al tráfico peatonal que tendrá la pasarela durante su vida útil. En función de la superficie de la cubierta, la presencia de un grupo de 8 a 15 personas caminando normalmente deben ser consideradas como *situaciones persistentes* en el proyecto. Además se menciona que se debe considerar las *situaciones transitorias* como son la presencia de corrientes peatonales de más de 15 personas y eventos festivos ocasionales. No se menciona ninguna regla de verificación, dejando a criterio del diseñador la consideración de estudios especiales.

En Sección A.2.4.3.2 del Anexo A se menciona que los criterios deben ser definidos en términos de la máxima aceleración para cualquier parte de la cubierta ver la Tabla 2.5 [22].

**Tabla 2.5** Valores máximos de aceleración en cualquier parte del puente.

*Tabla 2.5* Valores máximos de aceleración en cualquier parte del puente [22].

Tipo de Vibración	Aceleración Máxima (m/s <sup>2</sup> )
Vibración Vertical	0.7
Vibración Horizontal , uso normal	0.2
Vibración Horizontal , condiciones de multitud	0.4

También se afirma que los datos utilizados en los cálculos y los resultados, están sujetas a muy altas incertidumbres. Por lo tanto, si los criterios de confort no se satisfacen con un margen significativo, puede ser necesario prever el diseño para la posible instalación de amortiguadores en la estructura después de su finalización.

### 2.8.5 NORMA BRO 2004

La norma sueca *Bro 2004* es una norma técnica encargada del diseño y construcción de puentes en Suecia. La norma fue publicada por la SRA (Administración de Carreteras de Suecia), la cual es la entidad encargada de la construcción, operación y mantenimiento de todo el sistema de transporte.

La norma específica que la vibración debe ser evaluada, además establece que las pasarelas peatonales deben tener frecuencias fundamentales mayores a 3.4 Hz para la vibración vertical. Si la frecuencia natural de la pasarela es menor, la aceleración vertical máxima media de cualquier parte del puente se limitará a  $a_{max} = 0.5 \text{ m/s}^2$  [5].

Para el cálculo de la aceleración vertical se pueden realizar el análisis dinámico mediante métodos simplificados o generales. El método simplificado es aplicable solamente para puentes simplemente apoyados. Para estructuras más complejas se requiere un análisis mediante el uso de softwares o manuales. La aceleración vertical debe calcularse suponiendo que la carga dinámica aplicada por un peatón está representado mediante una fuerza pulsante:

$$F = K_1 k_2 \sin(2\pi ft) \quad (2.8.10)$$



Donde:

$K_1 = \sqrt{0,1BL}$  y  $K_2 = 150 N$  son las constantes de carga

$f$  : la frecuencia de carga.

$t$  : el tiempo.

$B$  : ancho del puente.

$L$  : longitud entre apoyos.

La BRO 2004 solo considera aceleraciones verticales, no menciona requisitos ni consideraciones para las vibraciones horizontales.

### **2.8.6 NORMA NEC-2014.**

La Norma (Ecuatoriana de la Construcción), tiene como objetivo regular los procesos para cumplimiento de las exigencias básicas de seguridad y calidad de todo tipo de edificaciones dentro de las fases de proyecto, construcción y mantenimiento.

En la norma en el Capítulo 3 (Cargas No Sísmicas) no se mencionada nada con respecto a cargas dinámicas producidas por peatones [23].

En la Sección 9.1 del Capítulo 2 (Diseño Sismorresistente) se menciona que para el diseño dinámico en el caso de puentes y presas se aplicaran las normas ecuatorianas correspondientes y en su ausencia aquellas internacionales aceptadas [24]. Por lo antes expuesto se recurrirá a la norma ecuatoriana NEVI-12.

La NEVI-12 (Norma Ecuatoriana Vial) en su volumen 3 “Especificaciones generales para la construcción de caminos y puentes” no proporciona información referente a especificaciones o recomendaciones para vibraciones producidas por cargas dinámicas peatonales. Tomando en cuenta este antecedente y cláusula mencionada anteriormente este trabajo solo considerará las normas extranjeras antes citadas [25].

### 3 CAPITULO III: METODOLOGÍA.

#### 3.1 CONSIDERACIONES GENERALES.

Para el desarrollo de esta tesis se utilizaron los datos de una pasarela peatonal proporcionada por el MTOP. El puente fue diseñado y construido en la autopista Cuenca-Azogues en el año 2011. El puente fue diseñado considerando un análisis estático y sísmico, sin embargo no se realizó ninguna consideración a vibración inducidas por cargas peatonales.

La geometría, las cargas de diseño y condiciones de apoyo fueron asumidas directamente de los datos proporcionados. El puente consta de una estructura metálica compuesta por dos vigas principales de sección *I* que soportan una loseta de concreto de 10 cm. El puente es simplemente apoyado sobre pilas de concreto reforzado (ver Figura 3.6). Los datos acerca de la geometría y materiales se detallan en la Tabla 3.1 y Tabla 3.2.

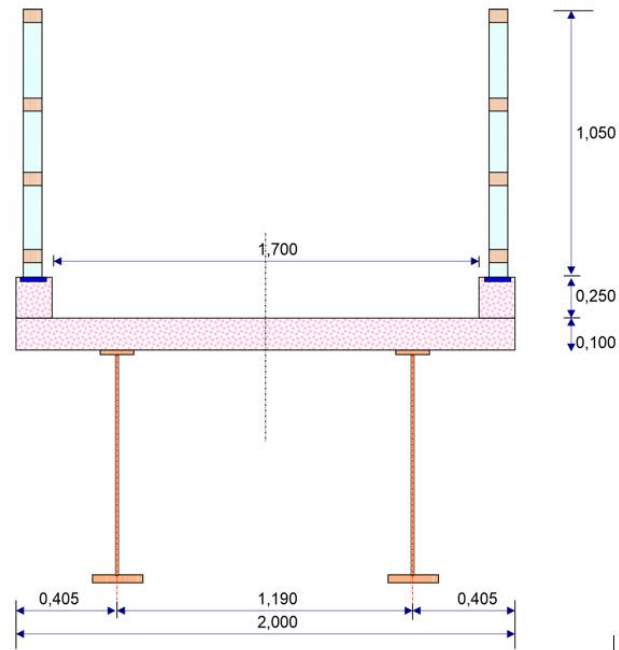
**Tabla 3.1** Datos de la geometría de la pasarela.

Longitud Total	Lt	17.932 m
Longitud del Voladizo	Lv	0.746 m
Ancho Calzada	Ac	1.700 m
Ancho Bordillo	Ab	0.150 m
Ancho Total	At	2.000 m
Luz de Cálculo	Lc	16.440 m
Separación entre Vigas	Sv	1.190 m
Numero de Vigas Nv	Nv	2

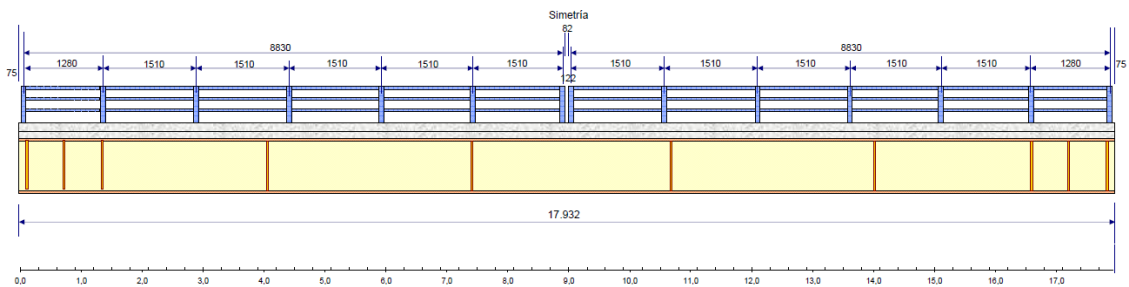
**Tabla 3.2** Materiales de la pasarela.

Hormigón Tablero	f'c	240 kg/cm <sup>2</sup>
Acero de Refuerzo - Varillas	Fy	4200 kg/cm <sup>2</sup>
Acero Estructural Vigas: ASTM A-36	Fy	2520 kg/cm <sup>2</sup>
Módulo Elasticidad Acero	Ec	2030000 kg/cm <sup>2</sup>





**Figura 3.1** Geometría de la sección transversal.



**Figura 3.2** Geometría de la vista lateral.

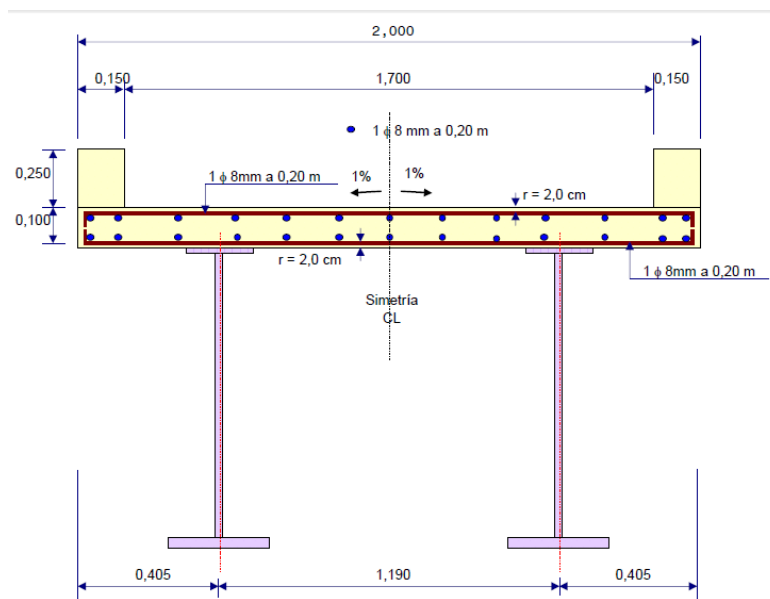
Para cálculos del diseño estructural se usaron las normas especificadas en la Tabla 3.3, además se asumirán las cargas vivas, muertas y posteriores de diseño mostradas en la Tabla 3.4. Se utilizaron 3 tipos diferentes de secciones para las vigas principales las cuales se muestran en la Figura 3.4 y Figura 3.5.

**Tabla 3.3** Normas de diseño estructural para pasarela del MTOP.

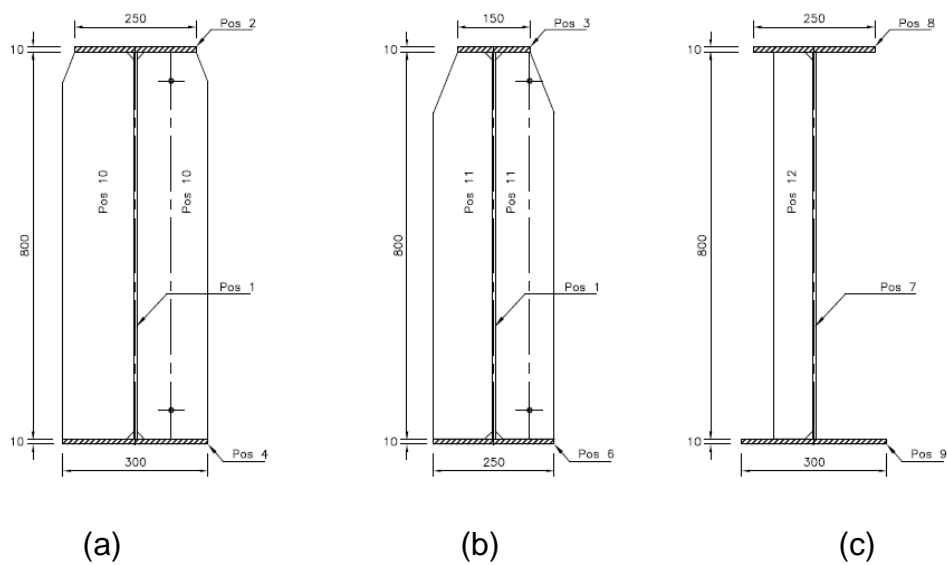
Normas de diseño
AISC
AISI
AASHTO 2000

**Tabla 3.4** Cargas de diseño.

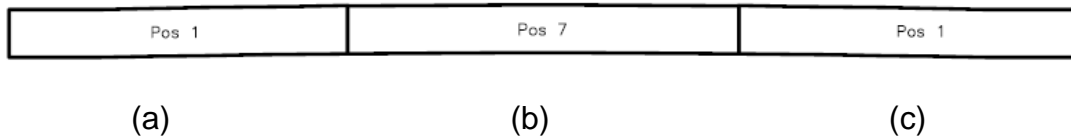
Carga viva	Cv	415	kg/m <sup>2</sup>
	Wcv/viga	352.75	Kg/m
Carga muerta	Cm tablero	286	Kg/m
	Cm viga	105	Kg/m
	Wcm/viga	391	Kg/m
Cargas posteriores	Wcp/viga	102	Kg/m



**Figura 3.3** Armado de la sección transversal.

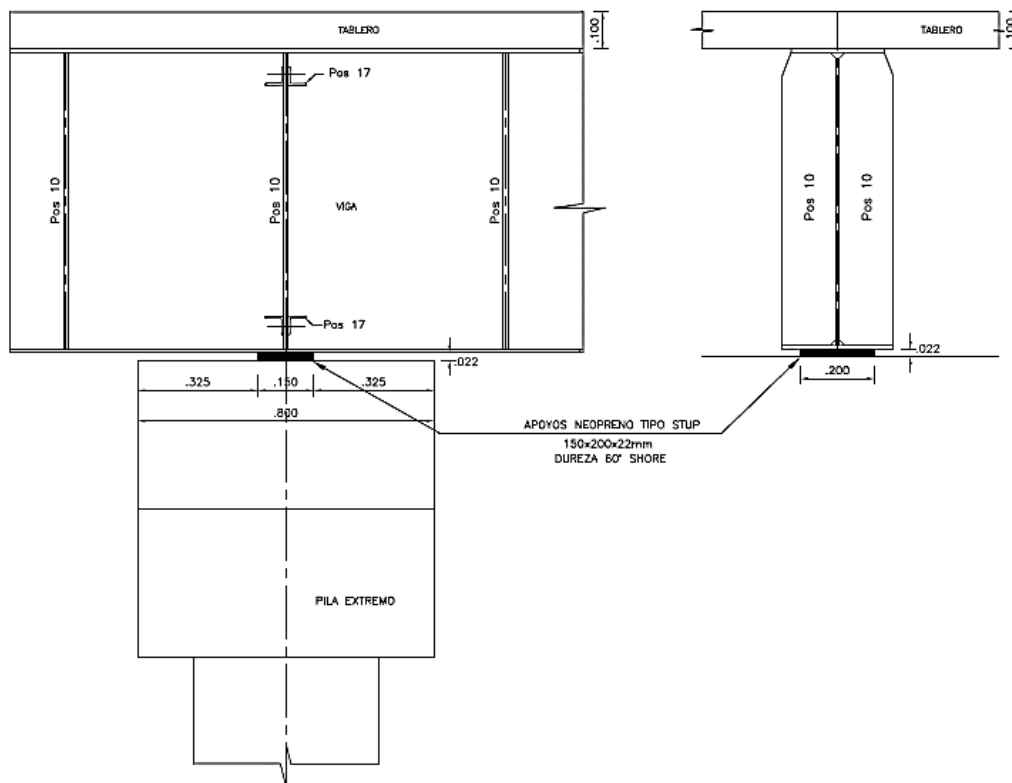


**Figura 3.4** Secciones Transversales en vigas. a) Tramo 1. b) Tramo 2. c) Tramo 3.

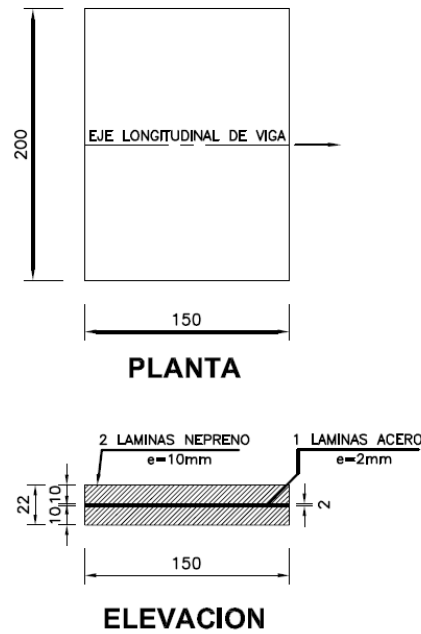


**Figura 3.5** Esquema de ubicación de tramo en vigas. a) Tramo 1. b) Tramo 2. c) Tramo 3.

Las vigas de sección *I* están apoyadas en apoyos de neopreno tipo STUP de dureza 60 Shore. El detalle de los neoprenos se muestra en la Figura 3.6 y Figura 3.7.



**Figura 3.6** Detalle de apoyo de pila externo.



150x200x22 mm DUREZA 60' SHORE

**Figura 3.7** Detalle apoyo tipo STUP.

Para el análisis posterior las condiciones de apoyo serán tomadas como simplemente apoyadas, para facilitar el cálculo de la rigidez y la frecuencia natural de la estructura.

### 3.2 ANÁLISIS DE LA LONGITUD DEL PUENTE.

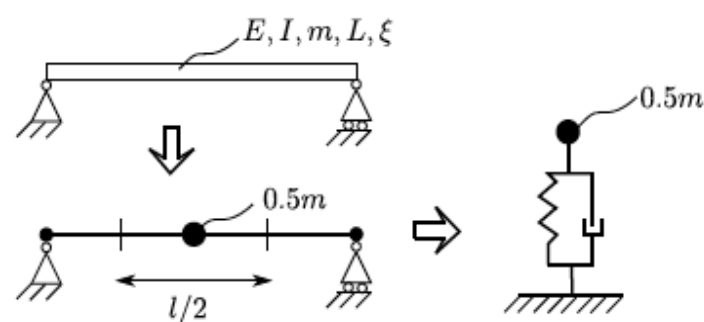
En la sección 2.4.2 se mencionó que la frecuencia natural del puente depende de la longitud, para nuestro estudio se tomó la misma sección del puente proporcionado y se varió la longitud para encontrar el rango de longitudes que proporcionen frecuencias naturales dentro del rango crítico (ver ecuaciones 2.7.1, 2.7.2, 2.7.3).

El rango de longitudes que dan una frecuencia natural crítica tanto para la dirección vertical y horizontal se puede ver en la Tabla 3.5.

**Tabla 3.5** Rangos de longitudes y de frecuencias para la dirección vertical y horizontal.

Dirección	Longitud (m)	Frecuencia (Hz)	Rango
Dirección Vertical	$10 \leq L \leq 24$	$4.88 \leq Fn \leq 28.15$	Aceptable
	$L > 25$	$Fn < 4.5$	Crítico
Dirección Horizontal	$10 \leq L \leq 38$	$1.24 \leq Fn \leq 17.94$	Aceptable
	$L > 39$	$Fn < 1.18$	Crítico

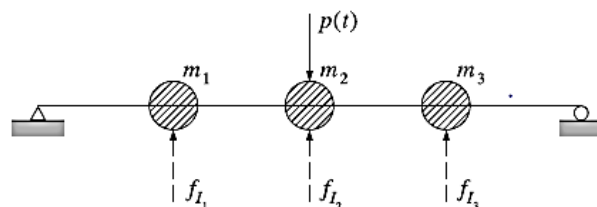
La longitud del puente proporcionada por el MTOP es de 17.93 m, el cual posee una frecuencia natural vertical de 8.76 Hz y horizontal de 5.58 Hz, que están dentro del rango aceptable, para el cual no se necesita realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por peatones. Por esta razón se adoptó una longitud de 35 m para todo el análisis posterior, debido a que con esta longitud, manteniendo la misma sección y condiciones de apoyo, da como resultado una frecuencia natural dentro del rango crítico. Al hacer estas consideraciones nuestro objetivo es mostrar el manejo y uso adecuado de los modelos de carga propuestos y de las normas existentes. Para ello se procedió a la modelación de la pasarela mediante un modelo de 1GDL (ver Figura 3.8).



**Figura 3.8** Sistema de un grado de libertad propuesto para la pasarela de estudio.

### 3.3 CÁLCULO DE LA MASA MODAL.

Para el cálculo de la masa modal se debe estimar la concentración de la masa total. La masa de un tramo se concentra en puntos discretos tal como se observa en la Figura 3.9, donde se observa que las fuerzas de inercia se desarrollan solo en estos puntos masivos [2].



**Figura 3.9** Idealización de la masa concentrada de una viga simplemente apoyada. [2]

Para el cálculo de la masa modal se tomó en cuenta únicamente la masa de la estructura es decir su carga muerta. Además se consideró la masa concentrada en su tramo central que corresponde a una longitud  $L/2$  del total de la viga.

**Tabla 3.6** Carga muerta y masa modal de la pasarela.

Carga muerta	782	kg/m
Masa modal "m"	13865	Kg

### 3.4 CÁLCULO DE LA RIGIDEZ.

En la figura 3.4 y 3.5 se tienen diferentes secciones de vigas  $I$  en los tres tramos del puente, por lo cual se obtuvo un valor promedio para el cálculo de la inercia de la sección del puente tanto para el sentido vertical como lateral. Los valores son los siguientes:

$$I_h = 0.0128 \text{ m}^4$$

$$I_v = 0.0052 \text{ m}^4$$

Donde:

$I_h$ : Inercia horizontal de la sección del puente.

$I_v$ : Inercia vertical de la sección del puente.

Al modelar el puente con un sistema de 1GDL la división uniforme de la rigidez de los neoprenos a lo largo del tablero no se puede realizar como se realiza en los modelos de elementos finitos. La rigidez vertical de los neoprenos se distribuye en los extremos del tablero y no influyen en la rigidez vertical y lateral en el tramo central de la pasarela. De esta forma para el cálculo de la rigidez lateral y vertical se considera únicamente la rigidez que aporta la sección de la pasarela.

Para el cálculo de la rigidez vertical y lateral se usó la ecuación para una viga simplemente apoyada:

$$k = \frac{48EI}{L^3} \quad (3.4.1)$$

Obteniendo los siguientes valores:

$$k_v = 2853725 \frac{N}{m}$$

$$k_h = 1159326 \frac{N}{m}$$

Donde:

$k_h$ : Rigidez en la dirección horizontal.

$k_v$ : Rigidez en la dirección vertical.

### 3.5 CÁLCULO DE FRECUENCIA NATURAL.

Posteriormente se usó los datos de la rigidez y masa modal para el cálculo de la frecuencia natural usando las siguientes expresiones:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.5.1)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.5.2)$$

$$\omega_{nv} = 14.441 \frac{rad}{s} \quad f_{nv} = 2.298 Hz$$

$$\omega_{nh} = 9.204 \frac{rad}{s} \quad f_{nh} = 1.465 Hz$$

Donde:

$f_{nv}$ : Frecuencia natural en la dirección vertical de la estructura.

$f_{nh}$ : Frecuencia natural en la dirección horizontal de la estructura.

### 3.6 CÁLCULO DEL AMORTIGUAMIENTO.

Considerando la serviciabilidad, el EUROCÓDIGO recomienda los siguientes porcentajes mínimos y promedios de amortiguamiento que se muestran en la Tabla 3.7.

**Tabla 3.7** Valores recomendados de amortiguamiento por el Eurocódigo [9].

Tipo de Construcción	Mínimo $\xi$	Promedio $\xi$
Concreto Reforzado	0.8 %	1.3 %
Concreto Pretensado	0.5 %	1.0 %
Compuesta concreto-acero	0.3 %	0.6 %
Acero	0.2 %	0.4 %
Madera	1.0 %	1.5 %

La ISO 10137 considera algunos ejemplos de evaluación del amortiguamiento de vibraciones verticales los cuales se muestran en la Tabla 3.8.

**Tabla 3.8** Valores recomendados para el amortiguamiento de la Norma ISO 10137 [19].

Tipo de Estructura	Porcentaje de amortiguamiento crítico (%)
Acero con asfalto o revestimiento con epoxi	0.5
Composición mixta acero/hormigón	0.6
Concreto pretensado y reforzado concreto	0.8

Para nuestro estudio se adoptó el valor promedio de amortiguamiento de 0.5 %. El coeficiente de amortiguamiento "c" fue definido por la siguiente fórmula:

Para la dirección vertical:

$$c_v = 2 * m * \omega_{nv} * \xi = 2 * 13685 * 14.441 * 0.005 = 1976.19 \frac{N * s}{m} \quad (3.6.1)$$

Para la dirección horizontal:

$$c_h = 2 * m * \omega_{nh} * \xi = 2 * 13685 * 9.204 * 0.005 = 1259.58 \frac{N * s}{m} \quad (3.6.2)$$

### 3.7 CONSIDERACIONES DE LAS VIBRACIONES ANALIZADAS.

Se analizó la vibración vertical y horizontal de la pasarela debido a que los peatones son más sensibles a este tipo de vibraciones por las razones expuestas en la sección 2.4. Para ambas vibraciones se usó los 5 primeros modos de vibración, siendo el primer y el segundo modo los que tienen mayor incidencia, a partir del 3er modo estos valores son pequeños incluso algunos tienden a cero [12].

Para la dirección vertical se consideró las siguientes frecuencias de caminata:

$$f_{cv} = 2.0 \text{ Hz}$$

$$f_{ch} = 1.2 \text{ Hz}$$

Donde:

$f_{cv}$ : Frecuencia de caminata para la dirección vertical.

$f_{ch}$ : Frecuencia de caminata para la dirección horizontal.

Estos datos son valores promedio (ver sección 2.4.1).



### 3.8 CONSIDERACIONES SOBRE TIPO DE CARGA PEATONAL.

#### 3.8.1 PARA CARGA INDIVIDUAL.

##### 3.8.1.1 DIRECCIÓN VERTICAL.

En la Tabla 3.9 se muestran los valores recomendados y asumidos de acuerdo al modelo de carga y normas empleadas.

*Tabla 3.9 Cargas recomendadas y asumidas para un solo peatón.*

<b>Carga Peatonal Individual Vertical (Q).</b>			
Categorías		Recomendada [N]	Asumida [N]
Modelos De Carga	Periódica	N/E	* 700
	Nakamura	687	687
Normas Y Guías	BS 5400	700.4	700
	ISO 10137	N/E	700
	Guía AASHTO LRFD	N/E	700
	Eurocódigo	N/E	700
	BRO 2004	N/E	**430

Nota: N/E (No se especifica en la norma); \* En base al peso promedio de una persona;

\*\* Calculado en base a coeficientes K1 y K2 de la norma

Los valores asumidos se mantienen alrededor de 700 N (excepto para la norma BRO 2004) con el objetivo de realizar comparaciones concretas entre los distintos modelos y normas teniendo un valor de referencia.





##### 3.8.1.2 DIRECCIÓN LATERAL.

Para la dirección lateral el peso de cada peatón se asumió como el 10% (según las consideraciones de la sección 2.3.2) de los valores de la Tabla 3.9

#### 3.8.2 PARA CARGA GRUPAL.

Para carga grupal se tomó como referencia la Tabla 3.10.

**Tabla 3.10** Situaciones de tráfico típico [9].

	<p><b>Peatones individuales y pequeños grupos.</b>          Número de peatones: 11          Tamaño de grupo: 1-2 P          Densidad: 0.02 P/m<sup>2</sup>          Nota: P = Peatones.</p>
	<p><b>Tráfico muy débil.</b>          Número de peatones: 25          Tamaño de grupo: 1-6 P          Densidad: 0.1 P/m<sup>2</sup></p>
	<p><b>Tráfico débil.          Tráfico eventual.</b>          Número de peatones: 60          Tamaño de grupo: 2-4 P          Densidad: 0.2 P/m<sup>2</sup></p>
	<p><b>Tráfico de densidad excepcional.          Tráfico en inauguraciones.</b>          Densidad: &gt; 1.5 P/m<sup>2</sup></p>

Nota: Traducción de la tabla 4-1 del documento original.

La Tabla 3.11 muestran los valores del número de personas recomendados y asumidos según el modelo de carga usado así como también la norma utilizada.

**Tabla 3.11** Número de personas recomendadas y asumidas para un grupo de personas.

<b>Número De Personas (n)</b>			
<b>Categorías</b>		<b>Recomendación</b>	<b>Valor Asumido</b>
Modelos De Carga	Periódica	N/E	60
	Nakamura	1 personas/m <sup>2</sup>	60
Normas Y Guías	BS 5400	N/E	-
	ISO 10137	Evento ocasional (Inauguración)	60
	GUÍA AASHTO LRFD	N/E	-
	EUROCÓDIGO	Situaciones transitorias (evento festivo)	60
	BRO 2004	N/E	-

Para la carga periódica se tomó el valor de 60 personas debido a que con este valor no se tiene restricciones de velocidad y las frecuencias de estimulación no se ven afectadas (ver sección 2.5.1.2).

Para el modelo de Nakamura el rango de densidad de tráfico está entre 0.8 y 1.3 P/m<sup>2</sup>, el cual se tomó como valor promedio 1 P/m<sup>2</sup>. Esta densidad multiplicada por el ancho de calzada (1.7m) y por la longitud de la pasarela (35 m), se obtuvo un valor aproximado de 60 personas.

Para las normas y guías se optó por usar los valores para tráfico débil mostrados en la Tabla 3.10 dando como resultado un valor de 60 personas. Este resultado coincide con los valores asumidos para los modelos de carga teniendo nuevamente un valor de referencia para las posteriores comparaciones.

### **3.9 CONSIDERACIONES DE FACTORES DE CARGA ( $\alpha$ ).**

Los valores de carga peatonal se multiplicaron por los factores de carga  $\alpha$  especificados en la Tabla 3.12.

**Tabla 3.12** Factores de carga peatonal.

Factores De Carga Asumidos ( $\alpha$ )			
Categorías		Vertical	Lateral
Modelos De Carga	Periódica	$\alpha_1 = 0.37$	$\alpha_1 = 0.039$
		$\alpha_2 = 0.10$	$\alpha_2 = 0.010$
		$\alpha_3 = 0.12$	$\alpha_3 = 0.043$
		$\alpha_4 = 0.04$	$\alpha_4 = 0.012$
		$\alpha_5 = 0.08$	$\alpha_5 = 0.015$
Normas y Guías	BS 5400	$\alpha_1 = 0.4$ $\alpha_2 - \alpha_5 = 0.0$	—
	ISO 10137	$\alpha_1 = 0.48$ $\alpha_2 = 0.10$ $\alpha_3 = 0.06$ $\alpha_4 = 0.06$ $\alpha_5 = 0.06$	$\alpha_1 = 0.10$ $\alpha_2 - \alpha_5 = 0.0$

Para el modelo de carga periódica tanto en la dirección vertical y en la dirección lateral se tomó los valores de Bachmann de la Tabla 2.2. Para la norma BS 5400 se tomó en cuenta únicamente el primer modo con un factor de carga de 0.4 como valor conservador [5]. Para la norma ISO 10137 se tomaron los coeficientes mostrados en la Tabla 2.4. Para el modelo de Nakamura y la Norma BRO 2004 se consideran sus propios coeficientes especificados en la sección 3.11.2 y 3.12.5 respectivamente.

### 3.10 CONSIDERACIONES DE FACTOR DE SINCRONIZACIÓN.

El factor de multiplicación equivalente a una carga de peatones no sincronizados se adoptó como  $s = \sqrt{n}$ , para un grupo de peatones sincronizados el factor asumido fue  $s = n$ , donde “n” es el número de peatones tal como se especifica en la sección 2.5.1.2. Estos factores de sincronización son únicamente aplicados para el modelo de carga periódica, norma BS 5400 y la norma ISO 10137. Para el modelo de Nakamura y el la norma BRO 2004 se usan sus propios factores de sincronización mostrados en la sección 3.11.2 y 3.12.5 respectivamente.

### 3.11 MODELOS DE CARGA APLICADOS.

#### 3.11.1 METODOLOGÍA DEL MODELO DE CARGA PERIÓDICA.

Para este modelo se hicieron las siguientes consideraciones:

1. La frecuencia de caminata es constante para todos los casos de análisis.

2. Cada uno de los peatones produce exactamente la misma fuerza.
3. El peso es constante para cada uno de los peatones ( $Q$ ).
4. La longitud de paso se consideró constante ( $L_s = 0.8 \text{ m}$ )
5. La velocidad de caminata de un peatón o un grupo de peatones es constante a lo largo de todo el trayecto de la pasarela ( $v = 1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ).
6. Los factores de carga fueron especificados en la Tabla 3.12.
7. El tiempo que tarda una persona en cruzar el puente desde el inicio hasta el final se calculó en ( $TTC = 22\text{s}$ ).

### 3.11.1.1 FUERZAS DE EXCITACIÓN.

Las funciones de fuerza para los distintos casos fueron definidas de la siguiente manera.

❖ Dirección vertical:

➤ Carga individual:

$$F(t) = \sum_{i=1}^5 700 * (\alpha_v)_i * \cos(2 * \pi * i * 2 * t) \quad (3.11.1)$$

➤ Carga grupal no sincronizada:

$$F(t) = \sqrt{60} * \sum_{i=1}^5 [700 * (\alpha_v)_i * \cos(2 * \pi * i * 2 * t)] \quad (3.11.2)$$

➤ Carga grupal sincronizada:

$$F(t) = 60 * \sum_{i=1}^5 [700 * (\alpha_v)_i * \cos(2 * \pi * i * 2 * t)] \quad (3.11.3)$$

❖ Dirección lateral:

➤ Carga individual:

$$F(t) = \sum_{i=1}^5 70 * (\alpha_h)_i * \cos(2 * \pi * i * 1.2 * t) \quad (3.11.4)$$

➤ Carga grupal no sincronizada:

$$F(t) = \sqrt{60} * \sum_{i=1}^5 70 * (\alpha_h)_i * \cos(2 * \pi * i * 1.2 * t) \quad (3.11.5)$$

➤ Carga grupal sincronizada:

$$F(t) = 60 * \sum_{i=1}^5 70 * (\alpha_h)_i * \cos(2 * \pi * i * 1.2 * t) \quad (3.11.6)$$

### 3.11.2 METODOLOGÍA DEL MODELO DE NAKAMURA.

Para este modelo se hicieron las siguientes suposiciones:

1. El modelo es únicamente usado para el análisis de vibraciones en dirección lateral u horizontal.
2. La fuerza de excitación es función de la velocidad de la pasarela.
3. La vibración lateral es modelada con un sistema de 1GDL utilizando únicamente el primer modo de vibración.
4. La masa modal peatonal es de 70 Kg/persona.
5. La densidad peatonal es 1 personas/m<sup>2</sup>.
6. Este modelo está definido por las ecuaciones 2.5.6, 2.5.7 y 2.5.8.

#### 3.11.2.1 FACTORES DEL MODELO.

Para el coeficiente  $k_1$  el cual es una proporción de la fuerza lateral al peso del peatón se asumió en 0.04. El coeficiente  $k_2$  es el porcentaje de peatones que se sincroniza a la vibración de la viga el cual se asumió en 0.13 como equivalencia para el factor de no sincronización  $\sqrt{n}$  lo que quiere decir que del grupo de 60 personas 7 están sincronizadas. El coeficiente  $k_3$  (m/s) el cual tiene relación con la tasa de saturación es elegido por ensayo-error hasta obtener un valor de 0.005.

Para carga individual se asumió el valor de  $k_1$  de 0.04, el coeficiente  $k_2$  se asume un valor de 1, debido a que la pasarela se encuentra una sola persona y solo ella se sincronizara. El coeficiente  $k_3$  (m/s) se estimó mediante ensayo-error en 0.0005.

Para el factor  $G(f_B)$  la función que describe el comportamiento de sincronización de los peatones con la frecuencia natural de la estructura se asume como un 1 Hz, siendo la frecuencia a la cual los peatones son más propensos a sincronizarse (ver sección 2.5.1.2).

#### 3.11.2.2 FUERZAS DE EXCITACIÓN.

Las funciones de fuerza para los distintos casos fueron definidas de la siguiente manera:

## ❖ Carga grupal:

$$F_p(t) = 0.04 * 0.13 * H(\dot{u}_B) * G(f_B) * M_p * 9.81 \quad (3.11.7)$$

$$H(\dot{u}_B) = \frac{\dot{u}_B(t)}{0.005 + |\dot{u}_B(t)|} \quad (3.11.8)$$

$$G(f_B) = 1.0 \quad (3.11.9)$$

$$M_p = d_p * B * Q * \frac{L}{2} = 1 * 1.7 * 70 * \frac{35}{2} = 2082.5 \text{ kg} \quad (3.11.10)$$

## ❖ Carga individual:

$$F_p(t) = 0.04 * 1 * H(\dot{u}_B) * G(f_B) * M_p * 9.81 \quad (3.11.11)$$

$$H(\dot{u}_B) = \frac{\dot{u}_B(t)}{0.0005 + |\dot{u}_B(t)|} \quad (3.11.12)$$

$$G(f_B) = 1.0 \quad (3.11.13)$$

$$M_p = d_p * B * Q * \frac{L}{2} = 0.017 * 1.7 * 70 * \frac{35}{2} = 35 \text{ kg} \quad (3.11.14)$$

### 3.12 NORMAS APLICADAS.

#### 3.12.1 APLICACIÓN DE LA NORMA BS 5400.

Con las frecuencias de la pasarela ( $f_{nv} = 2.298 \text{ Hz}$  y  $f_{nh} = 1.465 \text{ Hz}$ ) no se cumple el criterio de serviciabilidad (valores menores a  $5 \text{ Hz}$  y  $1.5 \text{ Hz}$  respectivamente), debido a esto se realizó el análisis propuesto por la norma (ver sección 2.8.1).

Las funciones de fuerza para los distintos casos fueron definidas solamente para la dirección vertical de la siguiente manera:

## ❖ Dirección vertical:

## ➤ Carga individual:

$$F = 180 * \sin(2\pi * 2 * t) \quad (3.12.1)$$

## ➤ Carga grupal no sincronizada:

$$F(t) = \sqrt{n} * \alpha_1 * Q * \sin(2\pi * f_{cv} * t) = \sqrt{60} * 0.4 * 750 * \sin(2\pi * 2 * t) \quad (3.12.2)$$

- Carga grupal sincronizada:

$$F(t) = n * \alpha_1 * Q * \sin(2\pi * f_{cv} * t) = 60 * 0.4 * 750 * \sin(2\pi * 2 * t) \quad (3.12.3)$$

Además se consideró la formula directa para el cálculo de aceleración máxima

$$a_{max,criterio} = 0.5\sqrt{f_{nv}} = 0.5\sqrt{2.298} \quad (3.12.4)$$

### 3.12.2 APLICACIÓN DE LA NORMA ISO 10137.

Para la aplicación de esta norma se usaron las ecuaciones 2.8.4 y 2.8.5 para la fuerza de excitación.

- ❖ Dirección vertical:

- Carga individual:

$$F_v(t) = 700 * \left( 1 + \sum_{i=1}^5 (\alpha_v)_i * \sin(2\pi * i * 2 * t) \right) \quad (3.12.5)$$

- Carga grupal no sincronizada:

$$F_v(t) = \sqrt{60} * 700 * \left( 1 + \sum_{i=1}^5 (\alpha_v)_i * \sin(2\pi * i * 2 * t) \right) \quad (3.12.6)$$

- Carga grupal sincronizada:

$$F_v(t) = 60 * 700 * \left( 1 + \sum_{i=1}^5 (\alpha_v)_i * \sin(2\pi * i * 2 * t) \right) \quad (3.12.7)$$

- ❖ Dirección horizontal:

- Carga individual:

$$F_v(t) = 70 * \sum_{i=1}^5 (\alpha_h)_i * \sin(2\pi * i * 1.2 * t) \quad (3.12.8)$$

- Carga grupal no sincronizada:

$$F_v(t) = \sqrt{60} * 70 * \sum_{i=1}^5 (\alpha_h)_i * \sin(2\pi * i * 1.2 * t) \quad (3.12.9)$$

- Carga grupal sincronizada:



$$F_v(t) = 60 * 70 * \sum_{i=1}^5 (\alpha_n)_i * \sin(2\pi * i * 1.2 * t) \quad (3.12.10)$$

Además se consideró las curvas base para vibraciones en la dirección vertical y horizontal para la estimación de aceleración máxima directamente como se muestran en las Figuras 2.20 y 2.21, usando el factor multiplicador de 60.

### 3.12.3 APLICACIÓN DE LA GUÍA AASTHO LRFD.

Para la frecuencia horizontal de la pasarela  $f_{nh} = 1.465 \text{ Hz}$  es mayor que  $1.3 \text{ Hz}$  por lo que cumple el criterio de la norma para esta dirección. Para la frecuencia vertical  $f_{nv} = 2.298 \text{ Hz}$  no se cumple el criterio establecido debido a que es menor a  $3 \text{ Hz}$  por lo que fue necesario realizar un análisis de vibraciones.

Se aplicó el segundo criterio de comprobación de la frecuencia natural en función del su peso dado en la ecuación 2.8.8 se tiene:

$$f_{nv} \geq 2.86 \ln\left(\frac{180}{30.10}\right) \quad (3.12.11)$$

Donde el valor de 30.10 es el peso de la estructura en Kips.

En el contexto de la norma no se encuentra un método para modelar la fuerza de excitación por lo que simplemente se comprobó el criterio 3.12.11 el cual expresa que si se necesita un análisis de vibraciones, corroborando el uso de modelos de carga propuestos.

### 3.12.4 APLICACIÓN DEL EUROCÓDIGO.

De esta norma solo se usó la tabla “*valores máximos de aceleración en cualquier parte del puente*”, para la verificación de los modelos de carga propuestos en Tabla 2.4. Vale recalcar que si los criterios de confort no se satisfacen con un margen significativo la norma sugiere la implantación de amortiguadores después de la finalización de la pasarela.

### 3.12.5 APLICACIÓN DE LA NORMA BRO 2004.

La frecuencia natural en la dirección vertical de la pasarela  $f_{nv}$  es menor que  $3.4 \text{ Hz}$  por lo cual esta norma establece realizar un análisis para vibraciones. La ecuación 3.12.12 define la fuerza de excitación.

$$F = \sqrt{0.1 * 1.7 * 35 * 150} * \sin(2\pi * 2 * t) \quad (3.12.12)$$

Esta función de fuerza es utilizada únicamente para encontrar aceleraciones verticales y para un tipo de carga individual. Además se consideró la aceleración

vertical máxima igual a  $0.5 \text{ m/s}^2$  como valor límite para cualquier tramo del puente.

### 3.13 SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA EQUIVALENTE DE 1GDL PARA LA PASARELA.

Una vez que se determinó las constantes  $m, c, k$  (sección 3.3, 3.4 y 3.6) y las funciones de excitación de la carga peatonal para cada modelo y norma (sección 3.11 y 3.12) quedó completamente definido el sistema 1GDL expresado en la siguiente ecuación diferencial:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad (3.13.1)$$

Esta ecuación controla los sistemas de 1GDL para vibraciones armónicas con amortiguamiento viscoso. La solución matemática para este sistema está definido en la sección 2.2.2.2, sin embargo no todos los sistemas deducidos en este estudio tienen una solución matemática directa (Modelo de Nakamura), por eso se introdujo un método numérico para su solución como es el Método de Diferencia Central. La deducción del método se encuentra en la sección 2.2.3.1 para lo cual se realizó las siguientes consideraciones:

- Las constantes  $m, c$  y  $k$  ( $c$  y  $k$  varían de acuerdo a la dirección de análisis).
- Condiciones de frontera :
  - ◆ Modelo de carga Periódica:  $u(0) = 0, \dot{u}(0) = 0$ .
  - ◆ Modelo de carga de Nakamura:  $u(0) = 0, \dot{u}(0) = 0.001$ .
- Intervalo de tiempo  $\Delta t = 0.01 \text{ seg}$ .
- Tiempo de caminata  $TTC = 22 \text{ seg}$ .
- Tiempo de análisis  $T = 50 \text{ seg}$ .

Para la resolución del Método de Diferencia Central se elaboró un algoritmo mostrado en la sección 3.15.2 y 3.15.3 (modelo de carga periódica y modelo de Nakamura respetivamente) y su correspondiente implementación en el software MATLAB mostrado en el Anexo 2.

Con este algoritmo se encontró la aceleración máxima para los modelos de carga y las normas propuestos cuyos resultados se muestran en Capítulo 4.

### 3.14 MODELACIÓN DE MOVIMIENTO DE LA PASARELA BAJO LA EXCITACIÓN DE CARGAS PEATONALES.

Luego que se definió las aceleraciones máximas de la pasarela se procedió a modelar el movimiento de la estructura mediante el método de superposición de

modos para desacople de un sistema de 1GDL dado por la ecuación 2.6.4 (ver sección 2.6).

La forma modal  $\emptyset_k(x)$  se adoptó la misma que para una viga simplemente apoyada dada por la ecuación 2.6.9. Para el cálculo de la masa modal  $M_k(x)$  se adoptó el valor de la masa “m” por unidad de longitud de  $782 \text{ kg/m}$ . Para la evaluación de la carga modal  $Q_k(t)$  del k-avo modo (ecuación 2.6.6 parte derecha) se realizaron las siguientes consideraciones:

- Los datos sobre la geometría de la pasarela son los mismos usados en las secciones anteriores.
- Tiempo de duración de la caminata  $TTC = 22 \text{ seg}$ .
- La longitud de paso es  $L_s = 0.8 \text{ m}$ .
- El número total de pasos que se requiere para cruzar la pasarela es  $N_s = 44 \text{ pasos}$ .
- La secuencia del número de pasos es  $s_p = 1, 2, 3, \dots, \text{int}(f_{cv} * t)$  donde *int* es parte entera redondeada al entero inferior.
- La respuesta dinámica del movimiento se realizó para la dirección vertical inducida por la fuerza de un solo peatón.
- La función de fuerza de excitación  $F(t)$  es la misma de la ecuación 3.11.1.
- Se consideró las cinco primeras formas modales con sus respectivos factores de carga  $\alpha$  ( $\alpha_1 = 0.37, \alpha_2 = 0.10, \alpha_3 = 0.12, \alpha_4 = 0.04, \alpha_5 = 0.08$ ).

Por lo tanto la carga modal  $Q_k(t)$  queda definida por:

$$Q_k(t) = \int_0^{35} F(t)\emptyset_k(s \times 0.8)dx \quad (3.14.1)$$

Definido este parámetro se procedió a resolver la ecuación 2.6.4 aplicando el Método de Diferencial Central (ver sección 2.2.3.1) para los distintos modos de vibración. Se encontró los valores de  $\ddot{Y}_k(t)$  y mediante la ecuación 2.6.8 se obtuvo la solución final  $\ddot{v}(x, t)$ .

Dado esto se elaboró un algoritmo que se muestra en la Sección 3.15.4 para su posterior implementación en el software MATLAB mostrado en el Anexo 2.



### 3.15 IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS.

#### 3.15.1 DEFINICIÓN DE VARIABLES

$\alpha_j$ : *vector de factores de carga.*

$B$ : *ancho de la calzada del puente.*

$c$ : *amortiguación viscoso.*

$c_k$ : *coeficiente de amortiguamiento para el  $k$  – avo modo.*

$dp$ : *densidad del tráfico peatonal.*

$f$ : *Modo de vibración para un viga simplemente apoyada.*

$f_c$ : *frecuencia de caminata.*

$f_n$ : *frecuencia natural de la estructura*

$k$ : *inercia del puente.*

$k_1$ : *relación de fuerza para el peso de peatones.*

$k_2$ : *porcentaje de peatones sincronizados.*

$k_3$ : *coeficiente de saturación.*

$k_k$ : *rigidez para el  $k$  – avo modo.*

$L$ : *longitud del puente.*

$L_s$ : *longitud de paso peatonal.*

$m$ : *masa modal.*

$Mk_k$ : *masa para el  $k$  – avo modo.*

$N_s$ : *número de pasos.*

$np$ : *número de persona que estan en el puente.*

$n_k$ : *número de modos de vibración.*

$p_i$ : *fuerza de excitación para el tiempo  $t_i$ .*

$Q$ : *peso de la persona.*

$q_k$ : *factor multiplicador de la fuerza.*



$s$ : *factor de sincronización peatonal.*

$T$ : *tiempo de análisis.*

$tol$ : *tolerancia de comparación.*

$TTC$ : *tiempo total de caminata.*

$u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0$ : *desplazamiento, velocidad, aceleración para el tiempo  $t_0 = 0$*

$u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$ : *desplazamiento, velocidad, aceleración para el tiempo  $t_i$ .*

$x_v$ : *vector de posición.*

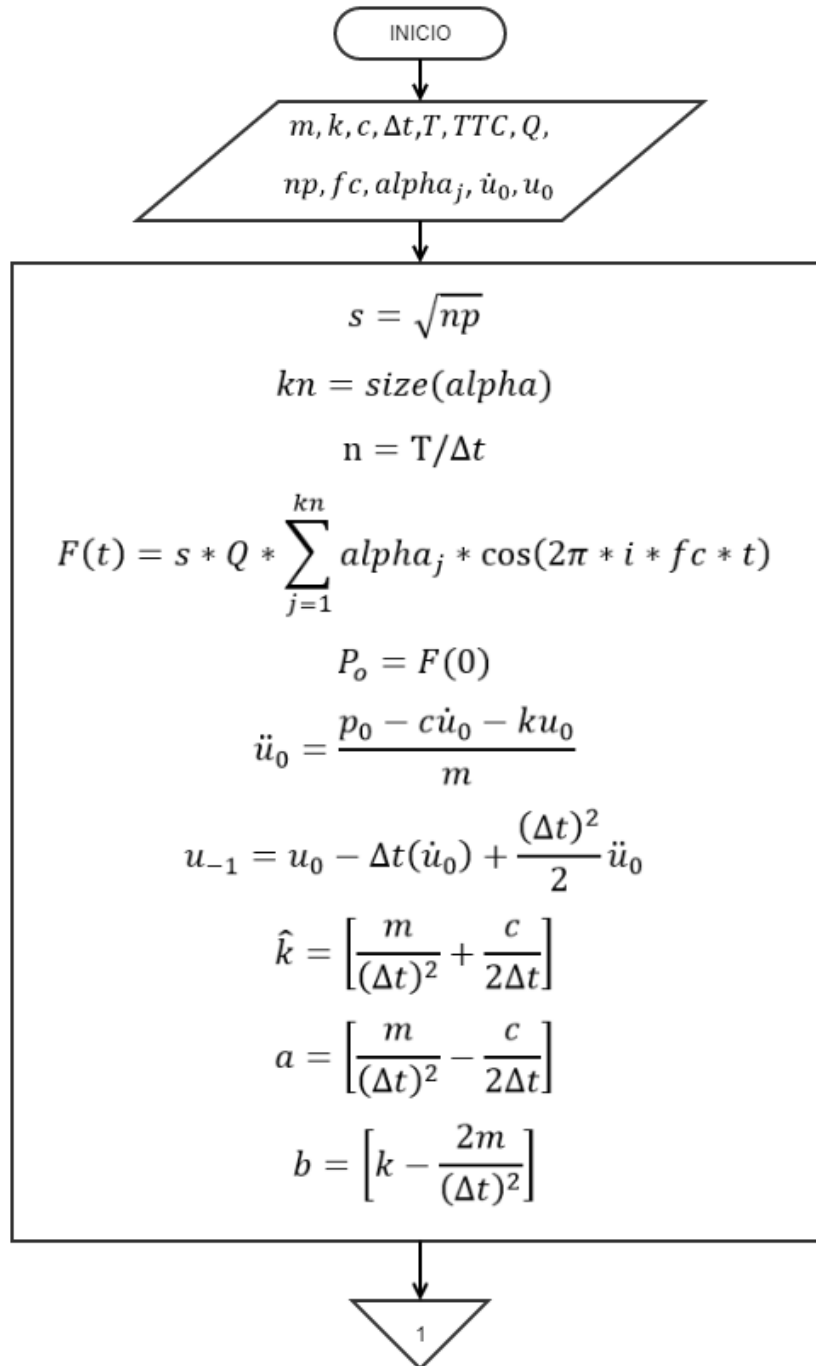
$V_{x,t}, \dot{V}_{x,t}, \ddot{V}_{x,t}$ : *respuesta de desplazamiento, velocidad, aceleración en  $(x, t)$ .*

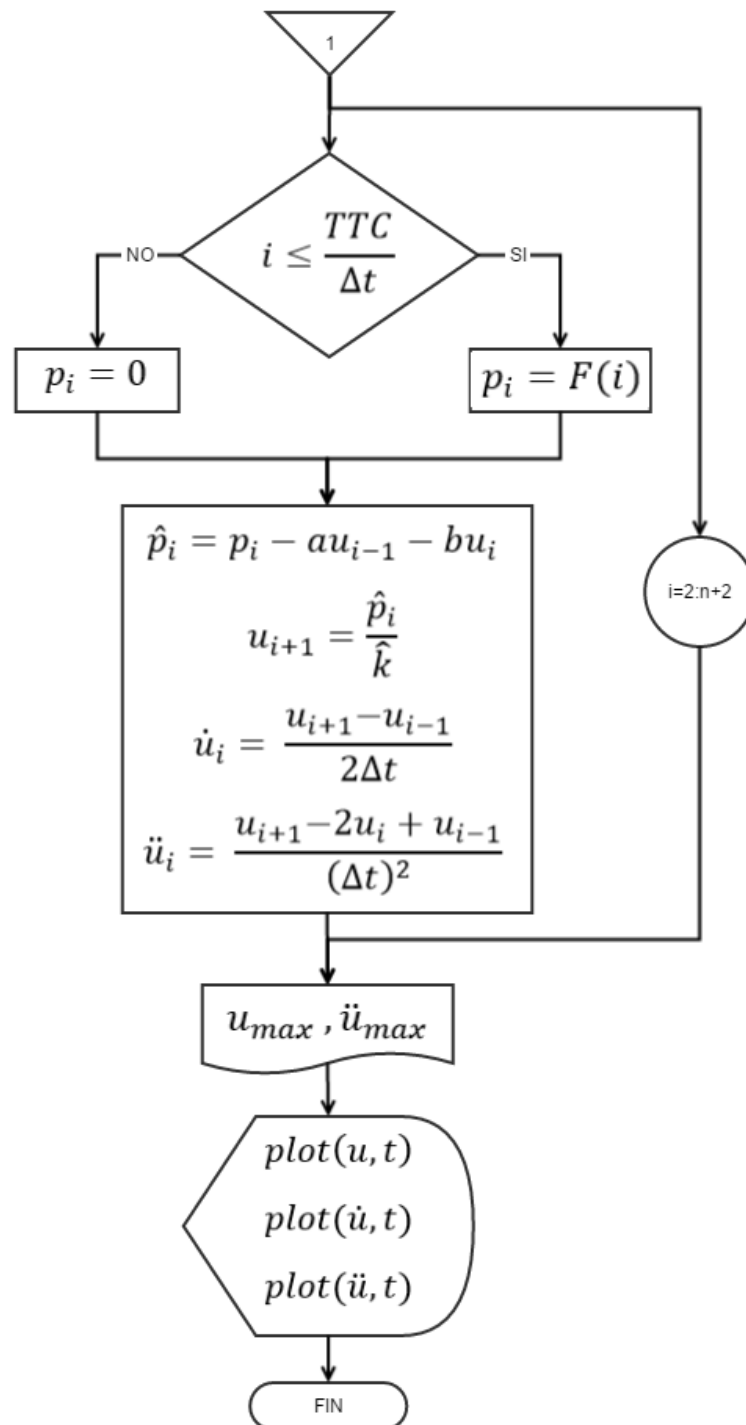
$\Delta t$ : *incremento de tiempo.*

$\Delta x$ : *incremento de distancia.*

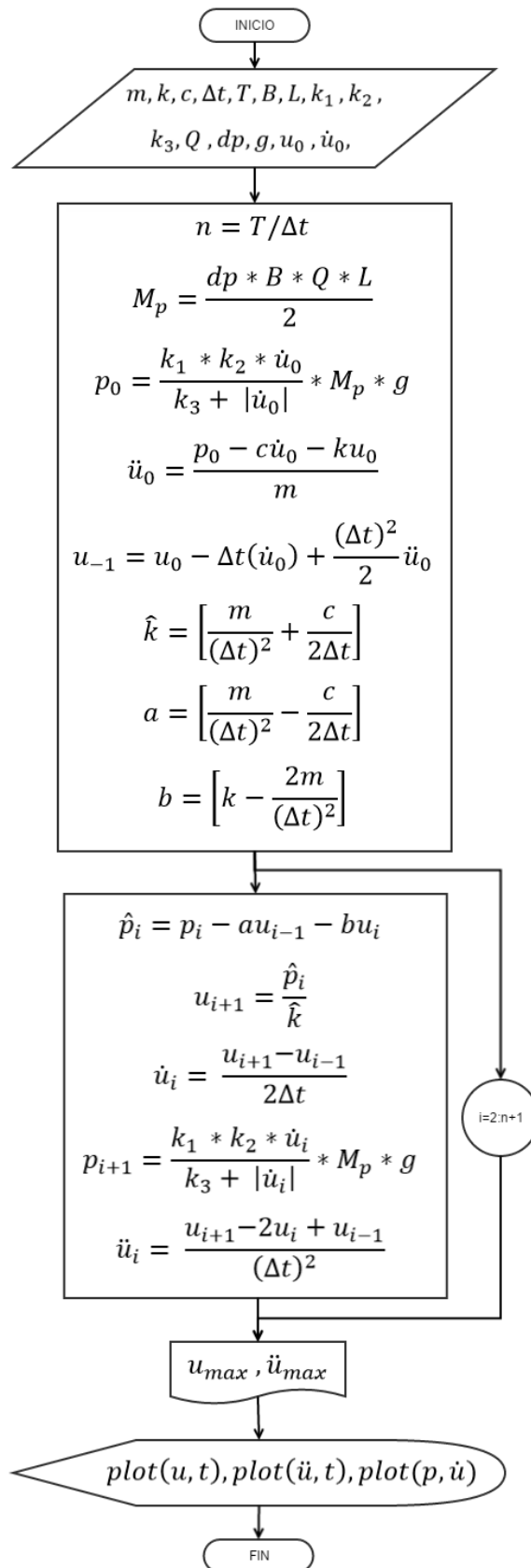
$\hat{k}, a, b$ : *constantes de integración.*

### 3.15.2 DIAGRAMA DE FLUJO PARA CALCULO DE ACELERACIÓN MÁXIMA POR EL MODELO DE FUERZA PERIÓDICA EN LA DIRECCIÓN VERTICAL



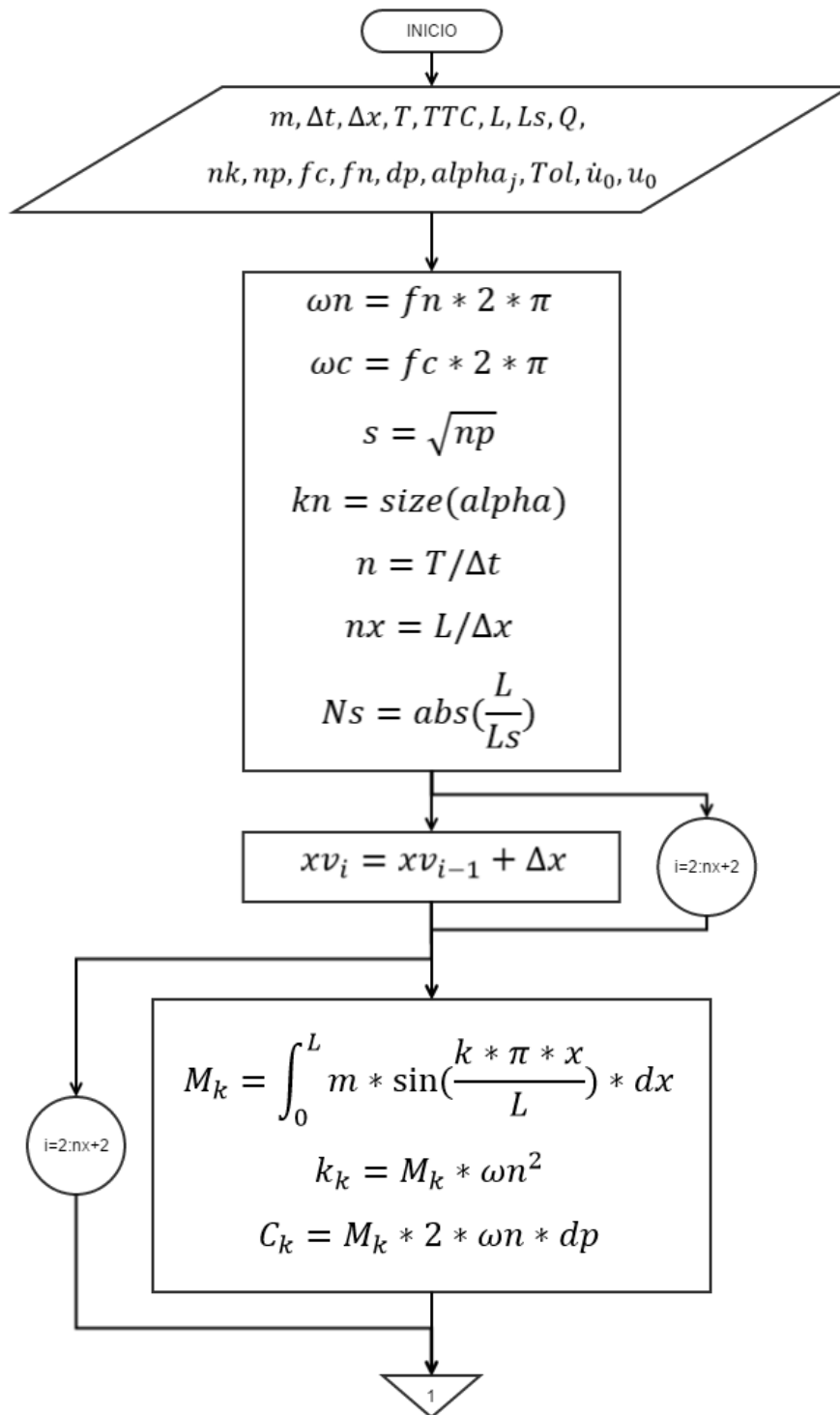


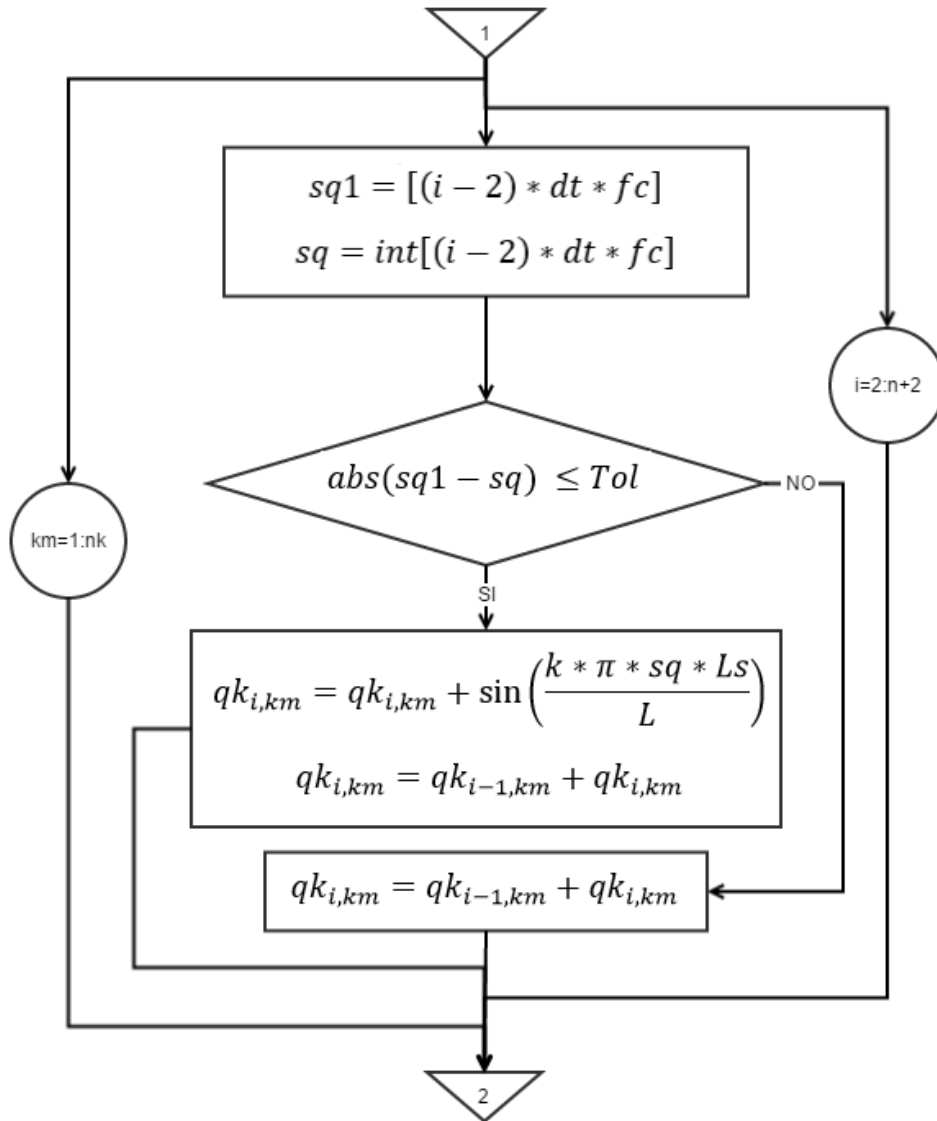
### 3.15.3 DIAGRAMA DE FLUJO CALCULO DE ACELERACIÓN MÁXIMA POR EL MODELO DE NAKAMURA PARA LA DIRECCIÓN LATERAL

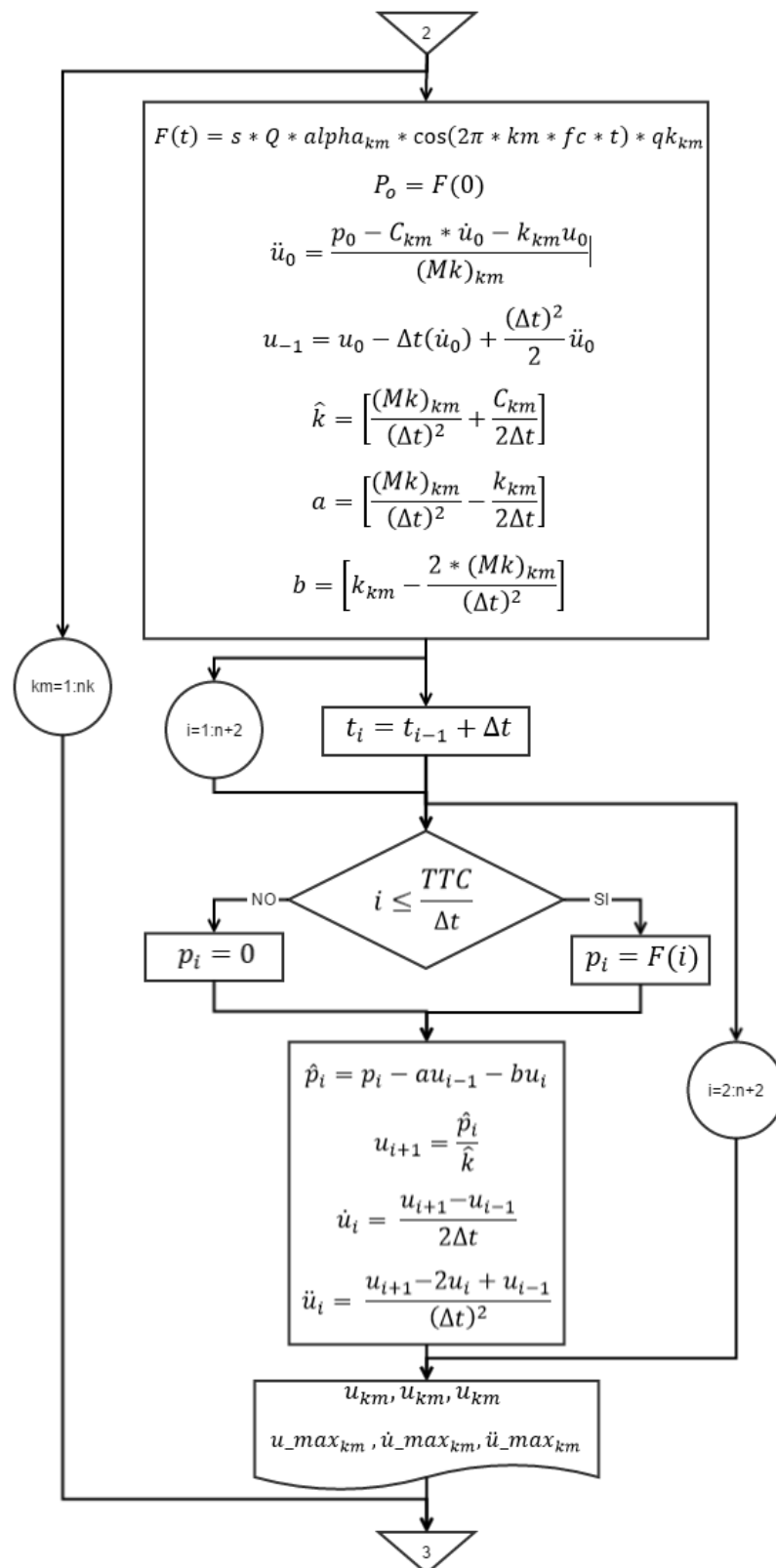


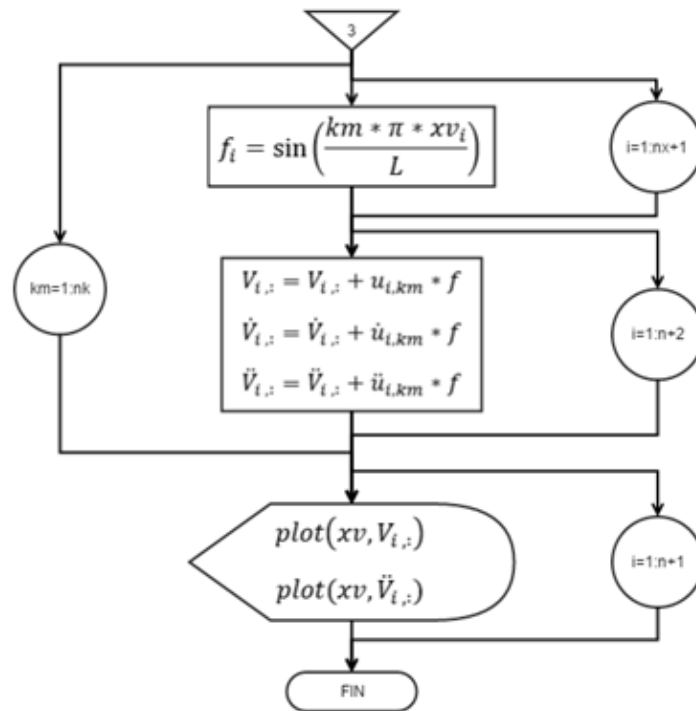


**3.15.4 DIAGRAMA DE FLUJO PARA GRAFICAR LA RESPUESTA DINÁMICA DEL PUENTE POR ACCIÓN DE FUERZAS DE CARGAS PEATONALES. (GRAFICA DE DESPLAZAMIENTO VS POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO)**









## 4 CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Finalmente se procedió a mostrar los resultados obtenidos mediante la ejecución de los algoritmos en el programa Matlab siguiendo los procedimientos del Capítulo 3. Se mostrarán las aceleraciones y desplazamientos máximos de los modelos propuestos y normas empleadas para su posterior discusión y validación en este mismo capítulo.

### 4.1 RESULTADOS DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA.

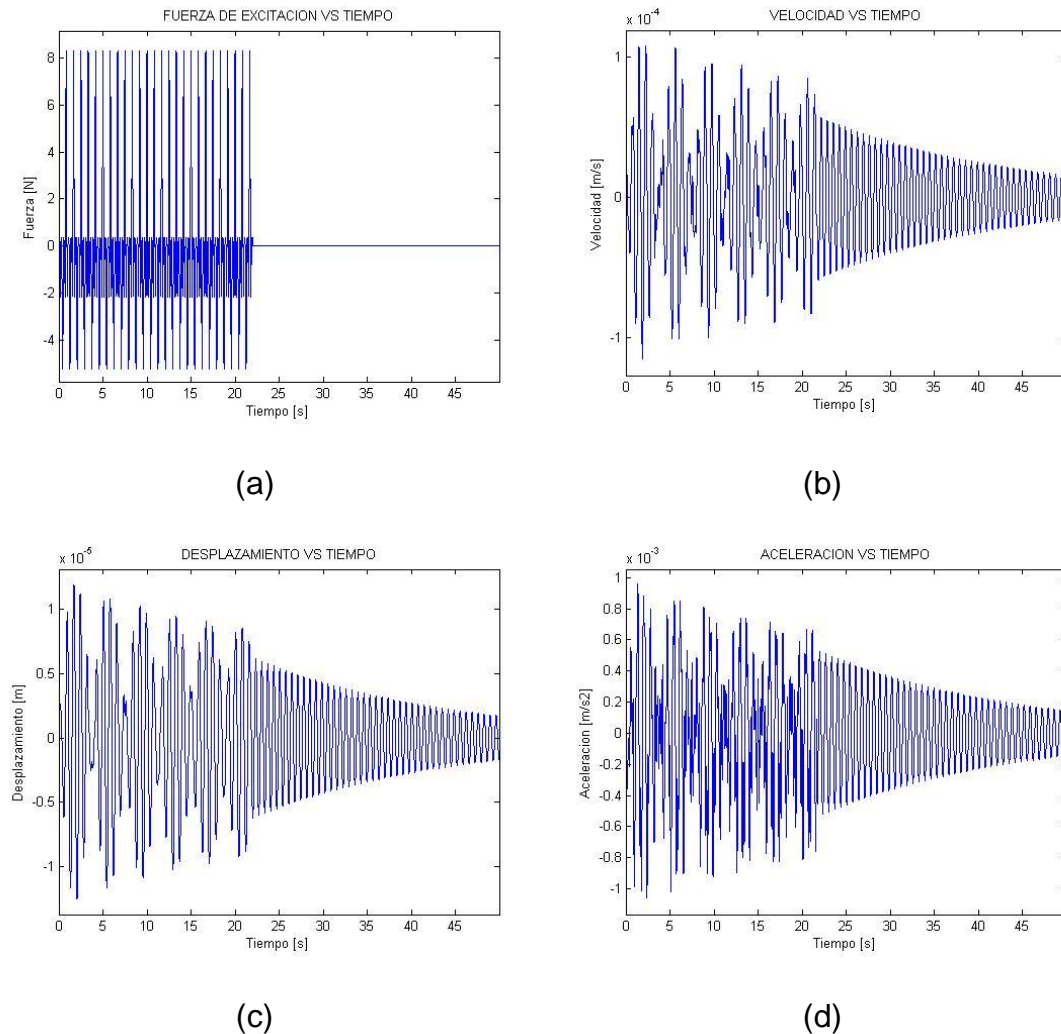
#### 4.1.1 RESULTADOS MODELO DE CARGA PERIÓDICA (MCP)

Para este modelo en la Tabla 4.1 se muestran los resultados de aceleración y desplazamiento máximo para ambas direcciones y sus diferentes tipos de carga. Estos valores se obtuvieron mediante la ejecución del *Script 1* del Anexo B, el cual fue programado para carga individual en dirección vertical, para los resultados restantes se cambió el tipo de carga y dirección, tomando en cuenta las consideraciones de la sección 3.11.1.

**Tabla 4.1** Aceleración y desplazamiento máximo.

	<b>Tipo de Carga</b>	<b><math>a</math> (<math>m/s^2</math>)</b>	<b><math>u</math> (cm)</b>
Dirección Vertical	Individual	0.124	0.066
	Grupal no sincronizada	0.959	0.510
	Grupal sincronizada	7.427	3.980
Dirección Horizontal	Individual	0.001	0.001
	Grupal no sincronizada	0.007	0.009
	Grupal sincronizada	0.058	0.071

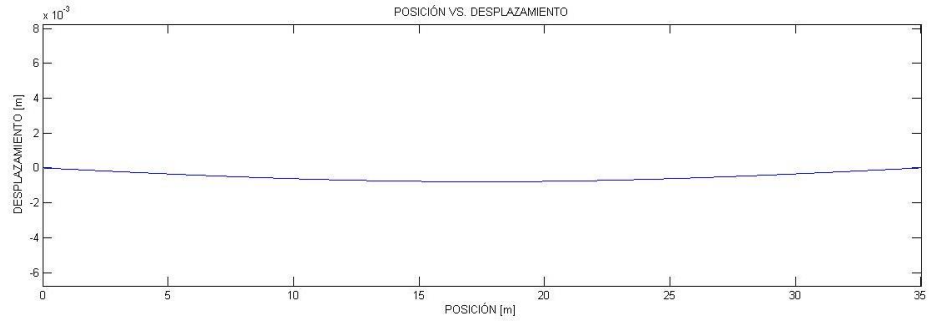
En la Figura 4.1 (a) se observa la fuerza de excitación inducida por la carga de un peatón, aplicada durante los 22 segundos que es el tiempo que le toma al peatón cruzar la pasarela, posteriormente se observa que la fuerza decae a 0 debido a que el peatón ha salido de la pasarela.. De la Figura 4.1 (b), (c) y (d) se puede observar que los valores máximos se dan en los primeros segundos debido a que este modelo de carga no está en función de la posición del peatón en la pasarela, por lo que este modelo se usó para obtener únicamente el valor de aceleración velocidad y desplazamiento máximo, al contrario del método de *Superposición de Modos para Desacople de Sistemas de 1GDL* en el cual si influye la posición del peatón. El decaimiento que se produce en las gráficas es debido al amortiguamiento viscoso, al terminar el tiempo de caminata (TTC) los valores tienden a cero buscando el punto de estabilidad estática debido a que ya no existe fuerza de excitación.



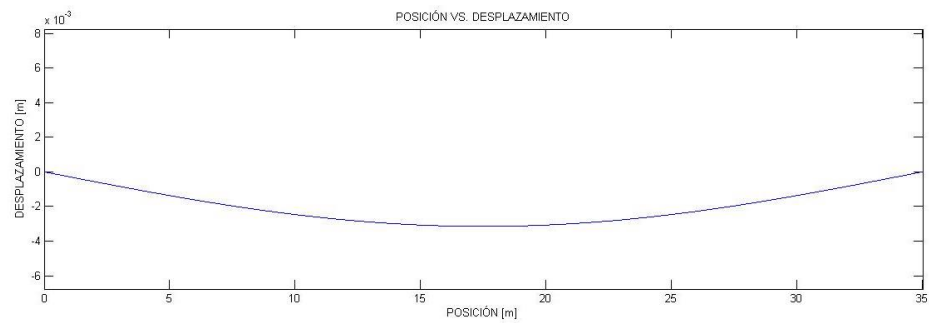
**Figura 4.1** Gráficas del modelo de carga periódica para carga individual en dirección vertical. (a) Fuerza vs. Tiempo. (b) Velocidad Vs. Tiempo. (c) Desplazamiento Vs. Tiempo. (d) Aceleración Vs. Tiempo.

La Figura 4.2 muestra la respuesta dinámica para el desplazamiento vertical en cada punto de la pasarela para diferentes tiempos. En la Figura 4.2 (a) se puede observar como la pasarela empieza a tener un desplazamiento leve en los primeros segundos de caminata. En las Figuras 4.2 (b) y (c) se puede notar como la pasarela adquiere mayor desplazamiento conforme el tiempo de caminata aumenta hasta llegar a su valor máximo alrededor de los 22 segundos. Cuando la persona ha cruzado completamente la pasarela se puede notar como la estructura empieza a estabilizarse tal como se observa en la Figura 4.2 (d).

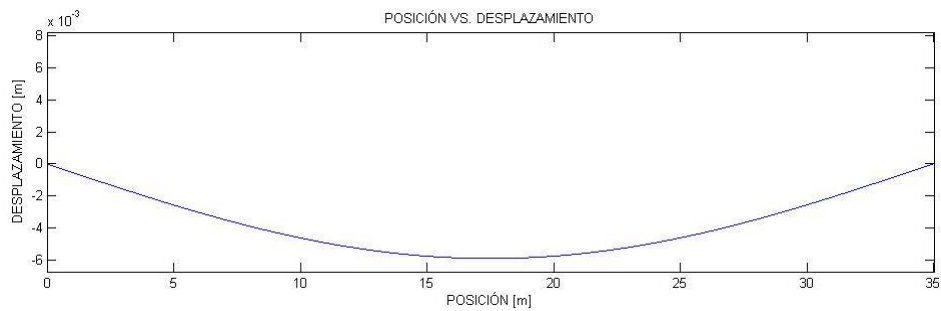
Estas gráficas fueron obtenidas mediante el *Script 3* mostrado en el Anexo B, el cual está codificado para el modelo de carga periódica para carga individual en dirección vertical. Si el lector requiere realizar el análisis para los diferentes tipos de cargas y en cualquier dirección deberá tomar en cuenta las consideraciones para cada modelo especificadas en el Capítulo 3.



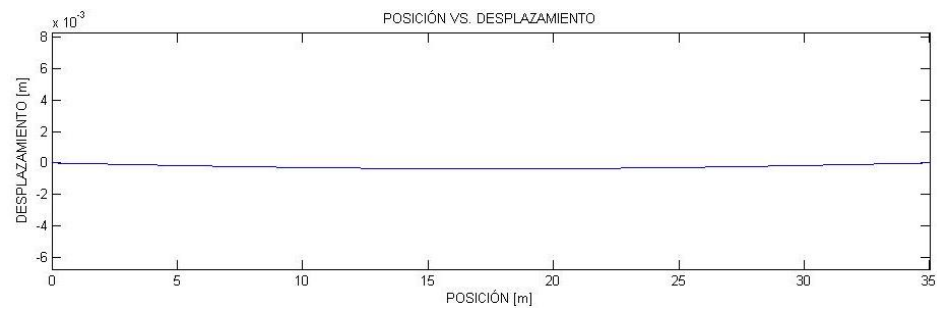
(a) Para  $t = 4.8$  seg.



(b) Para  $t = 10.8$  seg.



(c) Para  $t = 20.7$  seg.



(d) Para  $t = 40.0$  seg.

**Figura 4.2** Gráficas de respuesta dinámica (Desplazamiento Vs. Posición) del modelo de carga periódica (MCP) para carga individual en dirección vertical en diferentes tiempos.

#### 4.1.2 RESULTADOS DEL MODELO DE NAKAMURA.

En la Tabla 4.2 se muestran los resultados de aceleración y desplazamiento máximo para los tipos de carga considerados según la sección 2.5.2. Estos valores se obtuvieron mediante la ejecución del *Script 2* del Anexo B, el cual fue programado para la dirección horizontal.

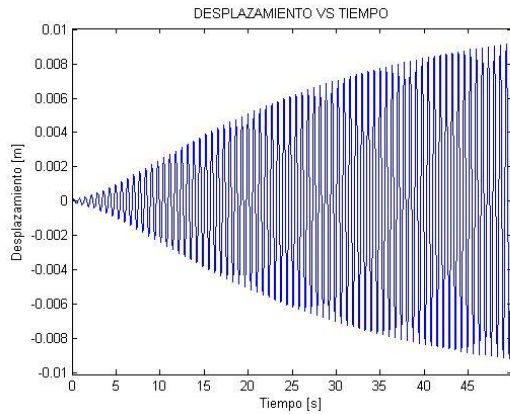
**Tabla 4.2** Aceleración y desplazamiento máximos dirección horizontal.

Tipo de carga	$a$ ( $m/s^2$ )	$a_{criterio}$ ( $m/s^2$ )	$u$ (cm)
Individual	0.069	-	0.081
Grupal	0.464	-	0.540

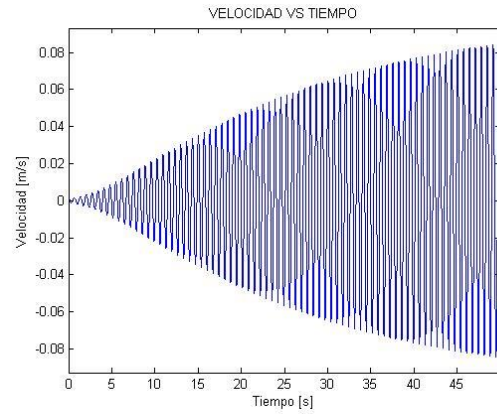
No se tiene un punto de referencia para realizar una comparación directa entre el modelo de carga periódica en dirección horizontal y el modelo de Nakamura, debido a que la función de fuerza que emplea el modelo de Nakamura incluye el peso de todos los peatones que se encuentran dentro del puente estén o no sincronizados con la estructura, al contrario del modelo de carga periódica que solo incluye el peso de los peatones sincronizados. Por esta razón se observa que los resultados de aceleración y desplazamiento máximo de este modelo son mayores que los resultados del MCP y las demás normas.

Las gráficas de desplazamiento, velocidad y aceleración vs el tiempo se observan en las Figuras 4.3 (a), (b) y (c) para un flujo de tráfico peatonal constante, sus valores máximos disminuirán si el flujo de peatones deja de excitar la pasarela o si disminuyen su velocidad de caminata. En la Figura 4.3 (d) se observa que conforme el tiempo aumenta la fuerza tiende a un valor constante. En la Figura 4.3 (e) se observa la proporcionalidad que existe entre la velocidad de la pasarela y la fuerza de excitación, la fuerza de excitación aumenta linealmente a velocidades bajas pero su tasa de crecimiento se hace más pequeña a velocidades más altas, convergiendo a un valor de saturación debido a que las personas tienden a sentirse inseguras y por ello disminuyen su ritmo de marcha haciendo que la respuesta de la pasarela no aumente infinitamente.

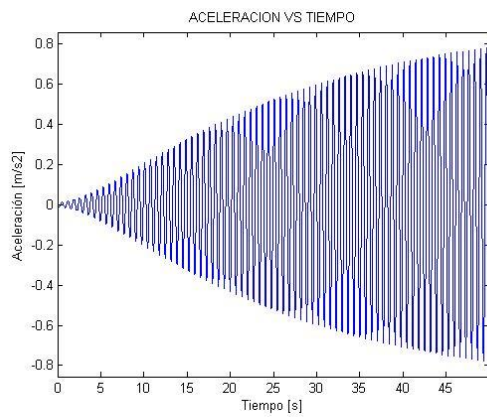




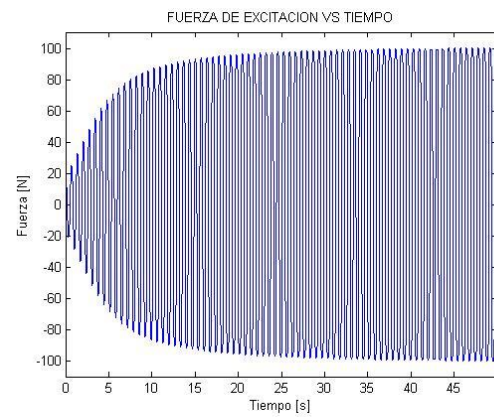
(a)



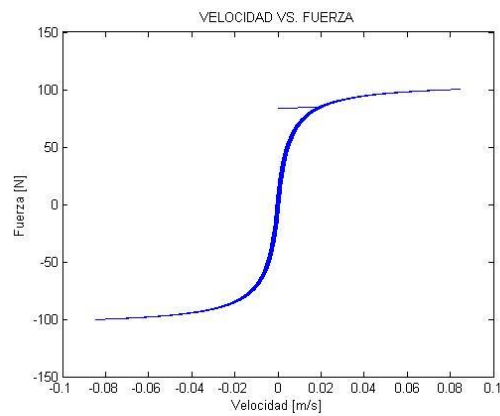
(b)



(c)



(d)



(e)

**Figura 4.3** Gráficas del modelo de Nakamura para dirección vertical con carga grupal. (a) Desplazamiento Vs. Tiempo. (b) Velocidad Vs. Tiempo. (c) Aceleración Vs. Tiempo. (d) Fuerza vs. Tiempo. (e) Fuerza vs. Velocidad.

### 4.1.3 RESULTADOS DE LAS NORMAS.

Con respecto a las tres normas usadas (BS 5400, ISO 10137, BRO 2004) se obtuvieron los resultados de aceleración y desplazamiento máximo para ambas direcciones y sus diferentes tipos de carga los cuales se muestran en la Tablas 4.3, 4.4 y 4.5 respectivamente.

**Tabla 4.3** Aceleración máxima en ambas direcciones (carga individual).

Dirección	Norma	$a$ ( $m/s^2$ )	$a_{criterio}$ ( $m/s^2$ )	$u$ (cm)
Vertical	BS 5400	0.081	0.758	0.046
	ISO 10137	0.161	0.420	0.110
	BRO 2004	0.163	0.50	0.092
Horizontal	BS 5400	-	-	-
	ISO 10137	0.0021	-	0.0032
	BRO 2004	-	-	-

**Tabla 4.4** Aceleración máxima en ambas direcciones (grupo de peatones no sincronizados).

Dirección	Norma	$a$ ( $m/s^2$ )	$a_{criterio}$ ( $m/s^2$ )	$u$ (cm)
Vertical	BS 5400	1.041	0.758	0.590
	ISO 10137	1.245	0.420	0.870
	BRO 2004	-	0.500	-
Horizontal	BS 5400	-	-	-
	ISO 10137	0.0164	-	0.025
	BRO 2004	-	-	-

**Tabla 4.5** Aceleración máxima en ambas direcciones (grupo de peatones sincronizados).

Dirección	Norma	$a$ ( $m/s^2$ )	$a_{criterio}$ ( $m/s^2$ )	$u$ (cm)
Vertical	BS 5400	8.064	0.758	4.500
	ISO 10137	9.642	0.420	6.760
	BRO 2004	-	0.500	-
Horizontal	BS 5400	-	-	-
	ISO 10137	0.127	-	0.190
	BRO 2004	-	-	-

Estos valores fueron calculados mediante el algoritmo de carga periódica por el Método de Diferencia Central, para ello se usó el *Script 1* del Anexo B tomando en cuenta las recomendaciones sobre los tipos y factores de carga especificadas en la sección 3.12.

## **4.2 COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS ENTRE LOS MODELOS PROPUESTOS Y NORMAS.**

Finalmente se procedió a dar validación a los resultados obtenidos por los modelos mediante una comparación de los mismos con las respectivas normas empleadas. Como temas importantes de comparación se usó la aceleración y el desplazamiento máximo debido a que estos parámetros controlan el nivel de servicio y confort en la pasarela.

Para las tablas de las Secciones 4.2.1 y 4.2.2 no se han incluido los valores de aceleración y desplazamientos máximos para la *carga grupal sincronizada* debido a que la sincronización de flujos peatonales con vibraciones verticales no se han observado en las pasarelas [9]. La sincronización de un grupo de peatones es importante en el análisis de las vibraciones horizontales, sin embargo es poco probable que un grupo de 15 o más personas este totalmente sincronizado [5].

En los casos que se ha usado el tipo de *carga grupal sincronizada* observamos que los valores de aceleración y desplazamientos máximos son extremadamente altos, esto se debe a que el número de personas sincronizadas es 60, este valor fue calculado siguiendo las recomendaciones la Tabla 3.10 y de la Sección 2.5.1.2. Debido a esto y lo dicho anteriormente se debe tener especial cuidado en asumir este valor para evitar casos hipotéticos o poco probables.

Para la validación de los resultados se usara la relación entre el resultado de la norma y el modelo de carga a comparar

### **4.2.1 COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ACELERACIÓN MÁXIMA.**

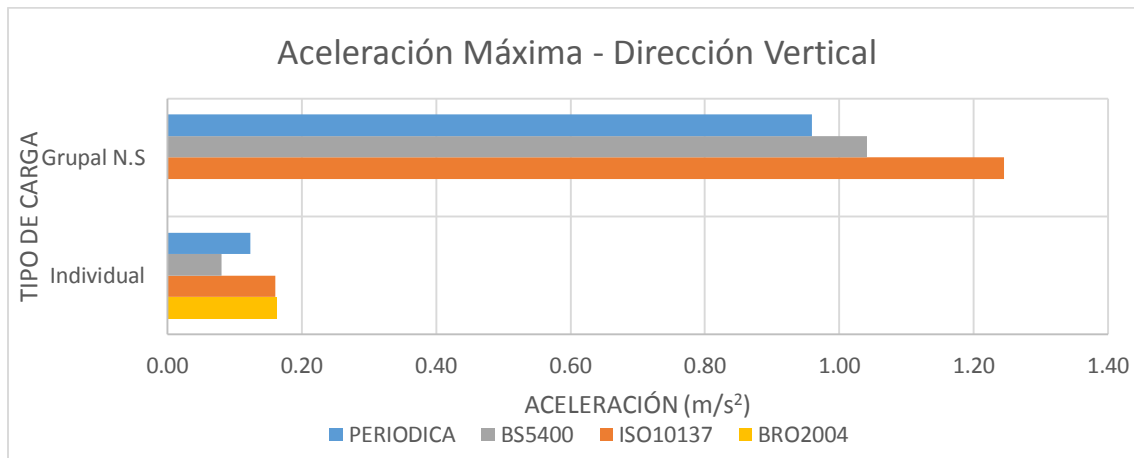
#### **4.2.1.1 EN DIRECCIÓN VERTICAL.**

En la Figura 4.4 se muestra la aceleración máxima para la dirección vertical inducida por los tipos de carga (individual y grupal no sincronizada) para las funciones de fuerza del modelo MCP y las normas. Los resultados de aceleración de la norma ISO 10137 tanto para carga individual como para grupal no sincronizada y el MCP muestran una relación aproximada de 1.3. Considerando los resultados de la normal BS 5400 para carga no sincronizada se tiene una relación aproximada de 1.08 entre el modelo de carga periódica. Sin embargo

---

se observa en la Figura 4.4 que para carga individual la aceleración de la Norma BS 5400 es menor que el MCP con una relación del 0.65 debido a que en la función de fuerza (ecuación 3.12.1) la carga del peatón considerada es de 180 N. La relación de la aceleración máxima entre la norma BRO 2004 y modelo de carga periódica es 1.3, el valor de aceleración de esta norma muy parecido al de ISO 10137.

Por consiguiente tomando en cuenta las funciones de fuerza recomendadas por las normas se obtienen aceleraciones mayores que el modelo de carga periódica.



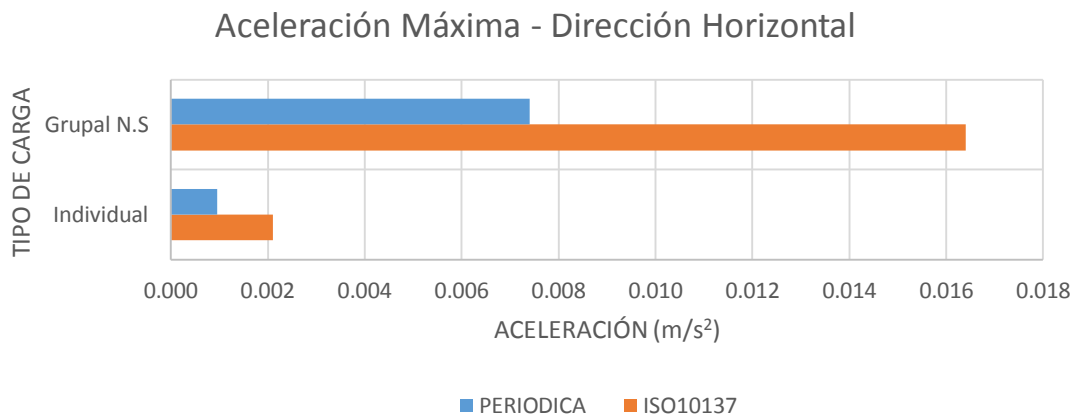
**Figura 4.4** Comparación de aceleraciones máximas para dirección vertical entre modelo Periódico y Normas.

Como validación de las aceleraciones para el tipo de carga individual tanto para el modelo de carga periódica como para las normas mencionadas se tiene un *rango de confort máximo* (CL1) siguiendo los criterios establecidos en la Tabla 2.3 y un *rango de confort aceptable* acorde a la Figura 2.19; para el caso de carga grupal no sincronizada se tiene un *rango de confort medio* (CL2) para el modelo de carga periódica, y un *rango de confort mínimo* para las Normas, considerando el segundo criterio de validación se tiene un confort con molestias para los usuarios.

Es evidente que los resultados de aceleración máxima ( $a_{\text{criterio}}$ ) obtenidos mediante las fórmulas directas sobreestiman la respuesta dinámica de la estructura (ver tabla 4.3 y 4.4), por lo cual el diseñador al utilizar estas fórmulas directas debe ser cuidadoso con los resultados obtenidos.

#### 4.2.1.2 EN DIRECCIÓN HORIZONTAL.

Con respecto a la dirección horizontal, en la Figura 4.5 se muestra la aceleración máxima únicamente para el modelo de carga periódica y la norma ISO 10137, no se tiene resultados para la norma BS 5400 y la BRO 2004 debido a que estas normas no realizan ningún tipo de consideración para esta dirección. La relación de aceleración de los resultados de la ISO 10137 es 2.2 con respecto al modelo de carga periódica.



**Figura 4.5** Comparación de aceleraciones máximas para dirección horizontal entre MCP y Normas.

Para la validación de la aceleración horizontal se tiene un *rango de confort máximo* (CL1) para el modelo MCP y la norma ISO 10137 tanto para carga individual y grupal no sincronizada siguiendo los criterios mostrados en la Tabla 2.3.

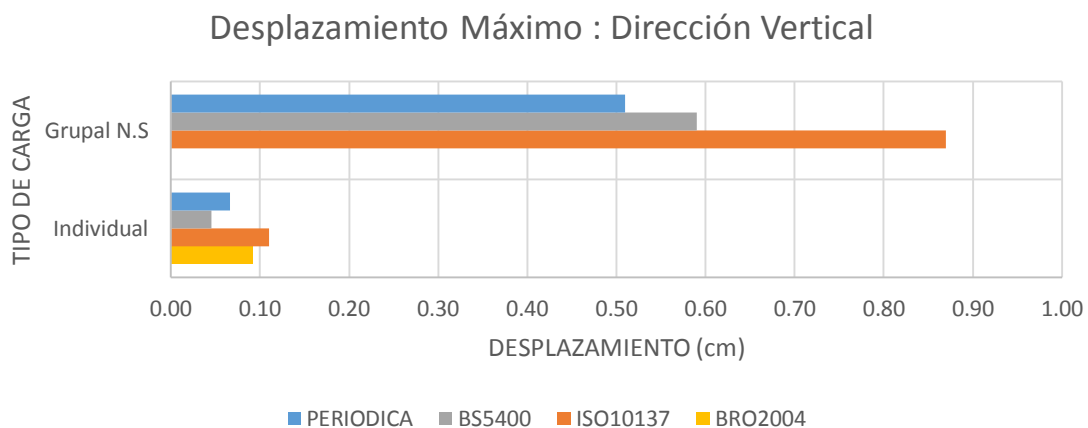
Las normas citadas no muestran ninguna fórmula para el cálculo directo de la aceleración máxima en la dirección horizontal. Teniendo en cuenta los valores máximos de aceleración en cualquier parte del puente asumidos por el EUROCÓDIGO (ver Tabla 2.5) se puede notar que estos valores sobreestiman los valores de la aceleración tanto para el uso normal ( $0.2 \text{ m/s}^2$ ) y en condiciones de multitud ( $0.4 \text{ m/s}^2$ ).

Con respecto a los resultados del Modelo de Nakamura para un tiempo de caminata de 22 segundos el valor de la aceleración máxima para el tipo de carga individual es de  $0.069 \text{ m/s}^2$  el cual sobreestima a los demás valores. Para el tipo de carga grupal su aceleración máxima se da en  $0.46 \text{ m/s}^2$  (Ver Tabla 4.2), este valor está en un rango próximo a los valores propuestos por el EUROCÓDIGO (Ver Tabla 2.5), por lo cual el modelo se puede tomar como válido. Sin embargo los factores  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  deberían ser evaluados experimentalmente para la pasarela de estudio a fin de obtener resultados más exactos. El grado de confort para este modelo fue *mínimo* (CL3) siguiendo los criterios de la Tabla 2.3.

## 4.2.2 COMPARACIÓN Y VALIDACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO MÁXIMO.

### 4.2.2.1 EN DIRECCIÓN VERTICAL

En la Figura 4.6 se muestra los desplazamientos máximos para el modelo de carga periódica y las normas de comparación para el tipo de carga individual y grupal no sincronizada. La norma ISO 10137 tiene una relación aproximada del 1.7 veces con respecto al MCP. Para la norma BS 5400 con carga individual se presenta una relación de 0.7, mientras que para el tipo de carga grupal no sincronizada la relación es de 1.5 con respecto al MCP. Para la norma BRO 2004 se muestran desplazamientos con un relación de 1.38 entre el modelo de carga periódica solo para el tipo de carga individual debido a que no existen consideraciones para carga grupal.



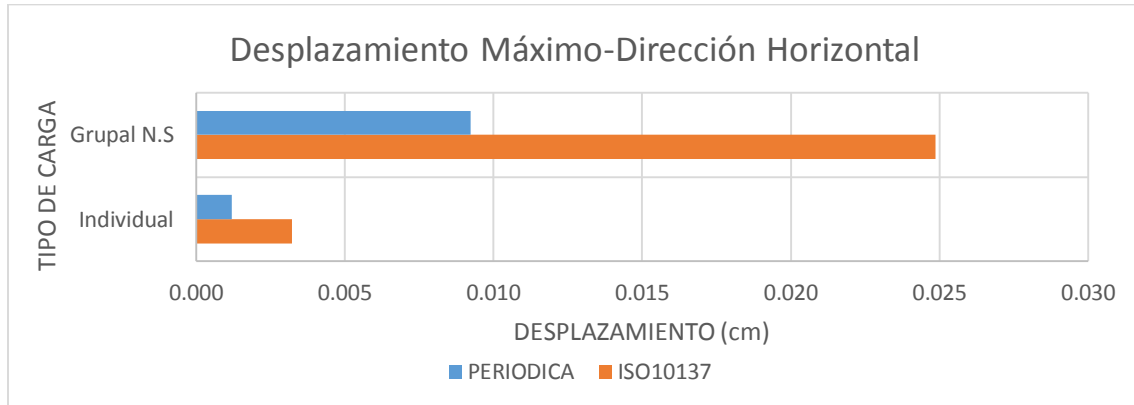
**Figura 4.6** Comparación de desplazamiento máximo para dirección vertical entre MCP y Normas.

Para la validación del desplazamiento vertical se tomó en cuenta el efecto *lock-in* (ver ecuaciones 2.7.4 y 2.7.5). Para el caso de carga individual se tienen desplazamientos menores a 10 mm correspondientes a aceleraciones menores al 10% de g (gravedad) tanto para el MCP y las normas de comparación. Por lo tanto estos desplazamientos están en un rango aceptable debido a que no se presentará el efecto *lock-in*.

Con respecto al tipo de carga no sincronizada, el MCP cumple ambos criterios establecidos (ver ecuaciones 2.7.4 y 2.7.5), por el contrario la Norma ISO 10137 y la BS 5400 tienen desplazamientos menores a 10 mm pero sus aceleraciones superan el 10% de g. Por lo tanto el diseñador debe tener presente que se podría producir el efecto *lock-in*.

#### 4.2.2.2 EN DIRECCIÓN HORIZONTAL.

En la Figura 4.7 se presentan los resultados del desplazamiento máximo del MCP comparado con la norma ISO 10137. Para el tipo de carga individual y grupal no sincronizada el desplazamiento calculado por la norma ISO 10137 presentan una relación de 2.7.



**Figura 4.7** Comparación de desplazamiento máximo para dirección horizontal entre MCP y Normas.

Para la validación de desplazamiento horizontal, los resultados son menores a 10mm con aceleraciones menores a  $0.3\text{m/s}^2$  por lo que se tiene un nivel de servicio tolerable para la mayoría de peatones (ver sección 2.7.3.2).

Con respecto al modelo de Nakamura sus resultados de desplazamientos son menores a 10mm por lo que el grado de confort es *tolerable* para los peatones.

En la Tabla 4.6 se presenta un resumen para la validación y aceptabilidad según los resultados obtenidos con respecto al nivel de serviciabilidad y confort proporcionado por la pasarela de estudio sometida a los distintos modelos de carga y normas propuestas.

**Tabla 4.6** Resumen del nivel de servicio y confort en base a aceleración y desplazamiento máximo.

	Modelo y Norma	Carga Individual		Carga no sincronizada	
		Aceleración	Desplazamiento	Aceleración	Desplazamiento
Vertical	MCP	Aceptable	Aceptable	Aceptable	Aceptable
	BS 5400	Aceptable	Aceptable	No aceptable	No aceptable
	ISO 10137	Aceptable	Aceptable	No aceptable	No aceptable
	BRO 2004	Aceptable	Aceptable	No aceptable	N/E
Horizontal	MCP	Aceptable	Aceptable	Aceptable	Aceptable
	BS 5400	N/E	N/E	N/E	N/E
	ISO 10137	Aceptable	Aceptable	Aceptable	Aceptable
	BRO 2004	N/E	N/E	N/E	N/E
	Nakamura	No aceptable	No aceptable	No aceptable	Aceptable

## 5 CAPITULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

### 5.1 CONCLUSIONES.

- Las normas ecuatorianas no realizan ninguna consideración ni plantean ningún criterio respecto al análisis de vibraciones inducidas por cargas peatonales en las pasarelas. Existen varios ejemplos de pasarelas a nivel mundial que han sufrido problemas de vibraciones generando un nivel de confort bajo para los peatones, por lo que es importante realizar un análisis de vibraciones en las etapas de diseño para garantizar el nivel de confort durante la vida útil de la estructura.
- En un principio se usó la pasarela construida por el Ministerio de Transporte y Obras Públicas (MTO) con una longitud original de 17.93 metros. Esta estructura se encuentra dentro del rango de frecuencias naturales verticales y horizontales aceptables para lo cual no se necesita realizar un análisis dinámico por vibraciones inducidas por los peatones de acuerdo a los criterios de comprobación (Sección 2.7), por lo que se excluyó del estudio.
- Para el análisis se consideró el rango de frecuencias críticas (ver Tabla 3,5) por lo que se adoptó la longitud de 35 metros manteniendo las condiciones geométricas de sección, materiales y condiciones de apoyo con el fin de mostrar el uso adecuado de modelos de carga propuestos y las normas existentes. La frecuencia natural vertical de esta estructura de 2.298 Hz y la frecuencia horizontal de 1.465 Hz que se encuentra dentro del rango de frecuencias críticas.
- El uso del sistema 1GDL es adecuado para la modelación de la pasarela puesto que el sistema puede ser representado por una sola ecuación diferencial en función de sus parámetros  $m, k, c$  y su fuerza de excitación  $F(t)$ . El cual puede ser resuelto fácilmente mediante la aplicación de un método numérico (Método de Diferencia Central), haciendo de este un modelo versátil y simplificado.
- Siguiendo las recomendaciones para encontrar el número de peatones sincronizados se realizó el análisis para un grupo de 60 personas, se encontró aceleraciones y desplazamientos máximos altos. Por lo tanto se excluyen los resultados del análisis para el tipo de carga grupal sincronizada debido a que es poco probable que exista una sincronización de más de 15 personas.
- El modelo de carga periódica es un modelo adecuado para el análisis de pasarelas en nuestro medio debido a que no existen registros experimentales de cargas peatonales para usar modelos estadísticos.



Además la mayoría de códigos y normas emplean modelos similares al modelo de carga periódica puesto que consideran un modelo aproximado de la fuerza producida por los peatones. El análisis dinámico realizado por el modelo de carga periódica dio un nivel de confort y servicio aceptable tanto para la aceleración como para el desplazamiento máximo, mostrando resultados similares con los modelos periódicos propuestos por las normas en la dirección vertical.

- El modelo de carga de Nakamura se considera más adecuado que los modelos con funciones de carga periódica para el análisis de vibraciones horizontales. La función de fuerza que emplea este modelo incluye el peso de todos los peatones que se encuentran dentro del puente, estén o no sincronizados con la estructura, al contrario de los modelos de carga periódica que solo incluye el peso de los peatones sincronizados, haciendo que el modelo sea más conservador. Evaluando el nivel de confort este método da como resultado un nivel de confort medio en términos de aceleración máxima.
- Para la norma Británica BS 5400, los resultados del análisis para carga individual muestran un rango de confort aceptable en términos de aceleración y desplazamiento máximo en la dirección vertical, sin embargo para el tipo de carga grupal no sincronizada el rango de confort es inaceptable. Debido a la ausencia de un análisis en la dirección horizontal se debería introducir criterios en esta dirección.
- Para la norma ISO 10137 los resultados del análisis para carga individual muestran un rango de confort aceptable en términos de aceleración y desplazamiento máximo en la dirección vertical, sin embargo para el tipo de carga grupal no sincronizada el rango de confort es inaceptable. En comparación con los modelos de carga y demás normas aplicadas sus resultados son los más altos tanto para la aceleración como para el desplazamiento.
- El EUROCÓDIGO no propone funciones de los modelos de carga en ambas direcciones, solo propone valores de referencia de aceleración máxima en los cuales no especifican para que tipo de carga usarse, de la misma forma los valores máximos de aceleración son aplicables a cualquier parte del puente. Los resultados sobreestiman la aceleración para el uso normal comparado con el modelo de carga periódica.
- La norma BRO 2004 no propone un modelo de carga ni un criterio de diseño para vibraciones horizontales. Utilizando la función de fuerza que la norma propone para la dirección vertical sus resultados muestran rangos de confort aceptable en términos de desplazamiento y aceleración.

El criterio directo de aceleración máxima igual a  $0.5 \text{ m/s}^2$  sobreestima la aceleración obtenida por el modelo de carga periódica.

- En consecuencia, las normas estudiadas sobreestiman la aceleración máxima obtenida por los modelos de carga periódica y Nakamura, por lo que se debe tener precaución al utilizar las fórmulas de criterio para obtención de la aceleración ( $a_{\text{criterio}}$ ).
- Se logró implementar tres algoritmos versátiles y eficientes, que se pueden utilizar en el diseño dinámico de una pasarela alcanzando un grado de precisión aceptable.
- Como conclusión final para la sección de la pasarela del MTOP con una longitud de 35m simplemente apoyada, los criterios de confort para la dirección vertical son aceptables, sin embargo para la dirección horizontal pueden producir incomodidad para los usuarios.

## 5.2 RECOMENDACIONES.

- Para una modelación más exacta de la respuesta dinámica inducida por cargas peatonales se recomienda tomar datos experimentales para obtener modelos probabilísticos debido a que la carga peatonal es un proceso aleatorio.
- Para otros tipos de pasarelas (colgantes, atirantadas, etc.) se recomienda considerar los elementos que contribuyen a la rigidez y al amortiguamiento del tablero, debido a que estos parámetros son sensibles a variaciones pequeñas, mientras más reales sean estos factores se puede realizar una mejor estimación de la respuesta dinámica.
- Se sugiere investigar el nivel de sincronización de los peatones en función de la amplitud y la frecuencia del movimiento del puente.
- Un modelo de elementos finitos puede representar de una mejor manera el efecto de la rigidez, especialmente el producido en los apoyos, dando resultados más exactos pero se debe tener en cuenta que el gasto computacional será mayor.



## 6 CAPITULO VI: ESTUDIOS FUTUROS.

En base al trabajo descrito en esta tesis se realizan algunas sugerencias para el estudio futuro de este campo:

- Comparación de los resultados de los modelos matemáticos propuestos con modelos estadísticos mediante el levantamiento de datos experimentales en pasarelas de nuestro medio.
- Estudio de la instalación de sistemas de amortiguamiento en pasarelas peatonales para resolver problemas de vibración.
- Estudio del aumento de la rigidez por diversos métodos, como por ejemplo mediante la implementación de pasamanos rígidos o cables de amarre sin afectar la estética de la pasarela con variaciones de masa mínima.
- Realizar un estudio riguroso de los distintos factores de carga, factores de sincronización y demás, con el fin de elaborar una guía de recomendaciones propia de nuestro medio.

## 7 CAPITULO VII: ANEXOS.

### 7.1 ANEXO A.

#### 7.1.1 DEDUCCIÓN A.

La solución a la ecuación (2.2.1) la cual es una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden con coeficientes constantes tiene la forma de:

$$u = e^{\lambda t} \quad (\text{a})$$

Donde la constante  $\lambda$  es desconocida. Al sustituir en la ecuación (2.2.1) se obtiene:

$$(m\lambda^2 + k)e^{\lambda t} = 0$$

El término exponencial nunca es cero, por lo tanto:

$$(m\lambda^2 + k) = 0 \quad (\text{b})$$

La cual se conoce como *ecuación característica*, la ecuación (b) tiene dos raíces:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_n \quad (\text{c})$$

Donde  $i = \sqrt{-1}$ . La solución general de la ecuación (2.2.1) es

$$u(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t}$$

Finalmente, luego de sustituir la ecuación (c) se convierte en:

$$u(t) = a_1 e^{i\omega_n t} + a_2 e^{-i\omega_n t} \quad (\text{d})$$

Donde  $a_1$  y  $a_2$  son constantes con valores complejos que se necesitan determinar. Mediante el uso de las relaciones de Euler,  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  y  $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$ . La ecuación (d) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (\text{e})$$

Donde las constantes A y B se deberán determinar. La ecuación (e) se diferencia para obtener:

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin \omega_n t + \omega_n B \cos \omega_n t \quad (\text{f})$$

La evaluación de las ecuaciones (e) y (f) en el tiempo cero dan con resultado las constantes A y B en términos de desplazamiento inicial  $u(0)$  y velocidad inicial  $\dot{u}(0)$ :

$$u(0) = A \quad \dot{u}(0) = \omega_n B \quad (g)$$

### 7.1.2 DEDUCCIÓN B

Al sustituir la ecuación (a) de la deducción A en la ecuación:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (x)$$

Resulta:

$$(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2)e^{\lambda t} = 0$$

La cual cumple para todos los valores de  $t$  si:

$$(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0 \quad (a)$$

La ecuación (a) se conoce como *la ecuación característica* y tiene dos raíces:

$$\lambda_{1,2} = \omega_n \left( -\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2} \right) \quad (b)$$

La cual tiene valores complejos para  $\xi < 1$ . La solución general para la ecuación (x) es:

$$u(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t} \quad (c)$$

Que después de sustituirse en la ecuación (b) da la siguiente ecuación:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} (a_1 e^{i\omega_D t} + a_2 e^{-i\omega_D t}) \quad (d)$$

Donde  $a_1$  y  $a_2$  son constantes de valor complejo que deben determinarse y  $\omega_D$  se define como la frecuencia de amortiguamiento. Siguiendo los pasos de la deducción A, la ecuación (d) puede reescribirse en términos de funciones trigonométricas para obtener:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) \quad (e)$$

Donde  $A$  y  $B$  son constantes con valores reales aún por determinar. Estas pueden expresarse en términos de sus condiciones iniciales tal como se hizo en la deducción A:

$$A = u(0) \quad B = \frac{\dot{u}(0) + \xi\omega_n u(0)}{\omega_D} \quad (f)$$

Al sustituir  $A$  y  $B$  en la ecuación (e) se llega a la solución requerida.

Se pueden notar dos cosas: 1)  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  en la ecuación (b) son un par conjugado complejo que se puede indicar como  $\lambda$  y  $\bar{\lambda}$ . 2)  $a_1$  y  $a_2$  también deben formar un

par conjugado debido a que  $u(t)$  tiene valor real. Por lo tanto la ecuación (c) puede reescribirse como:

$$u(t) = be^{\lambda t} + \bar{b}e^{\bar{\lambda}t} \quad (g)$$

Donde  $b$  es una constante de valor complejo.

### 7.1.3 DEDUCCIÓN C

La solución particular de la ecuación diferencial lineal de segundo orden (ver ecuación (2.2.8)) tiene la forma:

$$u_p(t) = C \sin \omega t \quad (a)$$

Derivando dos veces obtenemos:

$$u_p(t) = -\omega^2 C \sin \omega t \quad (b)$$

Se sustituyen las ecuaciones (a) y (b) en la ecuación (2.2.8) y se obtiene C:

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad (c)$$

A continuación se reemplaza (c) en (a) para obtener la solución particular mostrada en la ecuación (2.2.10)

Para determinar las constantes A y B de la ecuación (2.2.12) esta se deriva:

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin \omega_n t + \omega_n B \cos \omega_n t + \frac{p_0}{k} \frac{\omega}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \cos \omega t \quad (d)$$

Se evalúa la ecuación (2.2.9) y (d) en  $t=0$  y se obtiene:

$$\dot{u}(0) = A \quad \dot{u}(0) = \omega_n B + \frac{p_0}{k} \frac{\omega}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad (e)$$

Finalmente se obtiene:

$$A = \dot{u}(0) \quad B = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} - \frac{p_0}{k} \frac{\omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad (f)$$

Con estos resultados se reemplaza en la ecuación (2.2.12) para obtener ecuación (2.2.13a).

### 7.1.4 DEDUCCIÓN D

Si  $\omega = \omega_n$  la solución particular de la ecuación (2.2.8) está dada por:

$$u_p(t) = Ct \cos \omega_n t \quad (a)$$

Sustituimos la ecuación (a) en la ecuación (2.2.8) y encontramos C:

$$C = -\frac{p_0}{2k} \omega_n \quad (b)$$

La misma que al sustituirse en la ecuación (a), se obtiene la solución particular, ecuación (2.2.17).

La solución completa está dada por:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t - \frac{p_0}{2k} \omega_n t \cos \omega_n t \quad (c)$$

Y su velocidad respectiva es:

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin \omega_n t + \omega_n B \cos \omega_n t - \frac{p_0}{2k} \omega_n \cos \omega_n t + \frac{p_0}{2k} \omega_n^2 t \sin \omega_n t \quad (d)$$

Se evalúan las ecuaciones (c) y (d) en el instante  $t=0$  obteniendo los siguientes resultados:

$$A = u(0) \quad B = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} + \frac{p_0}{2k} \quad (e)$$

Si las condiciones iniciales son las de reposo, se obtiene:

$$A = 0 \quad B = \frac{p_0}{2k} \quad (f)$$

Al sustituir en la ecuación (c) se obtiene la ecuación (2.2.18a).

### 7.1.5 DEDUCCIÓN E

Se divide la ecuación (2.2.20) entre  $m$  y se obtiene

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = \frac{p_0}{m} \sin \omega t \quad (a)$$

La solución particular de la ecuación (a) tiene la forma

$$u_p(t) = C \sin \omega t + D \cos \omega t \quad (b)$$



Se sustituye la ecuación (b) y sus primeras y segunda derivadas en la ecuación (a) y obtenemos:

$$\begin{aligned} & [(\omega_n^2 - \omega^2)C - 2\xi\omega_n\omega D] \sin \omega t + [2\xi\omega_n\omega C + (\omega_n^2 - \omega^2)D] \cos \omega t \\ & = \frac{p_0}{m} \sin \omega t \end{aligned} \quad (c)$$

Para que la ecuación (c) sea válida para toda  $t$ , los coeficientes de los términos de seno y coseno en los dos lados de la ecuación deben ser iguales. Este requisito proporciona dos ecuaciones en  $C$  y  $D$  que, después de dividir las entre  $\omega_n^2$  y de usar la relación  $k = \omega_n^2 m$  se convierten en:

$$\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] C - \left( 2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right) D = \frac{p_0}{k} \quad (d)$$

$$\left( 2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right) C + \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right] D = 0 \quad (e)$$

Resolviendo estas dos ecuaciones por el método preferido se llega al resultado de la ecuación (2.2.23).





## 7.2 ANEXO B

### 7.2.1 SCRIPT 1: CODIFICACIÓN PARA EL MODELO DE CARGA PERIÓDICA

```
%%UNIVERSIDAD DE CUENCA
%%MÉTODO DE DIFERENCIA CENTRAL
%%MODELO: CARGA PERIODICA-DIRECCION VERTICAL-CARGA INDIVIDUAL
%% 1. LIMPIEZA DE VARIABLES
clear all
close all
clc
%% 2. PROPIEDADES DEL MODELO DE 1GDL
m=13685; % Masa modal [kg]
k=2.85372e6; % Rigidez modal [N/m]
c=1976.1889; % Amortiguamiento viscosa [N*s/m]
dt=0.01; % Incremento de tiempo [s]
T=50; % Tiempo total de análisis [s]
TTC=22; % Tiempo total de caminata [s]
n=T/dt; % Número de incrementos de tiempo
np=1 ; % Número de personas
%% 3. DEFINICIÓN DE LA FUERZA DE EXCITACIÓN
Q=700; % Carga peatonal vertical estática individual
[N]
al=[0.37,0.1,0.12,0.04,0.08];% Vector de factor de carga horizontal
(modos=5)
s=sqrt(np); % Factor de sincronización peatonal [sqrt(np)]
para no sincronizada ]
fc=2; % Frecuencia de caminata
F0=0;
for i=1:5
    F0=F0+s*Q*al(i)*cos(2*pi*i*fc*0+0); % Fuerza de excitacion [N] (5
modos)
end
%% 4. VALORES INICIALES
u0=0 ; % Desplazamiento inicial
udot0=0 ; % Velocidad inicial
p0=F0 % Carga inicial
u2dot0=(p0-c*udot0-k*u0)/m % Aceleración inicial
u_1=u0-dt*udot0+dt^2*u2dot0/2 % Displazamiento para el tiempo i=-1
u=zeros(n+2,1); % Vector de desplazamiento
u(1,1)=u_1;
u(2,1)=u0;
udot=zeros(n+2,1); % Vector de velocidad
udot(2,1)=udot0;
p=zeros(n+2,1); % Vector de fuerza
p(2,1)=p0;
kstrikm=m/(dt^2)+c/(2*dt); % Costantes de integración
a=m/(dt^2)-c/(2*dt) % Costantes de integración
b=k-2*m/(dt^2) % Costantes de integración
t=zeros(n+2,1); % Vector de tiempos
t(1,1)=-dt; % Tiempo para i=-1
for i=2:n+2
    t(i,1)=t(i-1,1)+dt;
end
%% 5. CALCULOS PARA CADA PASO i
for i=2:n+1
    if i<=TTC/dt %Tiempo del peatón
dentro del puente
```



```
p(i,1)=0;
for j=1:5
p(i,1)=p(i,1)+s*Q*al(j)*cos(2*pi*j*fc*t(i,1)+0);
end
else
p(i,1)=0; %El peatón ha
abandonado el puente
end
pstrik=p(i,1)-a*u(i-1,1)-b*u(i,1); %Constantes de
integración
u(i+1,1)=pstrik/kstrik; %Desplazamiento
udot(i,1)=(u(i+1,1)-u(i-1,1))/(2*dt); %Velocidad
u2dot(i,1)=(u(i+1,1)-2*u(i,1)+u(i-1,1))/(dt^2); %Aceleración
end
u2dot(n+2,1)=0;
umax=max(u)
udotmax=max(udot)
u2dotmax=max(u2dot)
% 6. GRÁFICOS DE DESPLAZAMIENTO , VELOCIDAD Y ACELERACIÓN
%FORMATO DE GRAFICAS
scrsz = get(groot,'ScreenSize');
h1=figure('Name','DESPLAZAMIENTO VS
TIEMPO','NumberTitle','off','Position',[1 scrsz(4)/2 scrsz(3)/2
scrsz(4)/2])
h2=figure('Name','VELOCIDAD VS
TIEMPO','NumberTitle','off','Position',[scrsz(3)/2 scrsz(4)/2
scrsz(3)/2 scrsz(4)/2])
h3=figure('Name','ACELERACION VS
TIEMPO','NumberTitle','off','Position',[1 0 scrsz(3)/2 scrsz(4)/2])
h4=figure('Name','FUERZA DE EXCITACION VS
TIEMPO','NumberTitle','off','Position',[scrsz(3)/2 0 scrsz(3)/2
scrsz(4)/2])
%GRAFICAS
figure(h1)
plot(t,u)
axis([0 max(t) min(u)+min(u)/10 max(u)+max(u)/10]);
title('DESPLAZAMIENTO VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Desplazamiento [m]')
figure(h2)
plot(t,udot)
axis([0 max(t) min(udot)+min(udot)/10 max(udot)+max(udot)/10]);
title('VELOCIDAD VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Velocidad [m/s]')
figure(h3)
plot(t,u2dot)
axis([0 max(t) min(u2dot)+min(u2dot)/10 max(u2dot)+max(u2dot)/10]);
title('ACELERACION VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Aceleracion [m/s^2]')
figure(h4)
plot(t,p)
axis([0 max(t) min(p)+min(p)/10 max(p)+max(p)/10]);
title('FUERZA DE EXCITACION VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel(' Fuerza [N]')
% FIN
```



## 7.2.2 SCRIPT 2: CODIFICACIÓN PARA EL MODELO DE NAKAMURA

```
%UNIVERSIDAD DE CUENCA
%METODO DE DIFERENCIA CENTRAL
%MODELO: NAKAMURA-DIRECCION HORIZONTAL-CARGA GRUPAL
%% 1. LIMPIEZA DE VARIABLES
clear all
close all
clc
%% 2. PROPIEDADES DEL MODELO DE 1GDL
m=13685; % Masa modal [kg]
k=1159325.78; % Rigidez modal [N/m]
c=1259.58; % Amortiguamiento viscosa [N*s/m]
dt=0.001; % Incremento de tiempo [s]
T=50; % Tiempo total de analisis [s]
n=T/dt; % Número de incrementos de tiempo
B=1.7; % Ancho de pasarela [m]
L=35; % Longitud del puente [m]
%% 3. DEFINICIÓN DE LA FUERZA DE EXCITACIÓN
k1=0.04; % Relación de la fuerza para el peso de
peatones
k2=0.13; % Porcentaje de peatones sincronizados
k3=0.005; % Coeficiente de saturación
Q=70; % Masa de un peaton [kg/pers]
dp=1; % Densidad peatonal [pers/m2]
Mp=dp*B*Q*L/2; % Masa modal peatonal [kg]
g=9.81; % Aceleración de la gravedad [m/s2]
udot0=0.001 % Velocidad inicial
F0=k1*k2*udot0/(k3+abs(udot0))*Mp*g; % carga inicial [N]
%% 4. VALORES INICIALES
u0=0 % Desplazamiento inicial
udot0=0.001 % Velocidad inicial
p0=F0 % Carga inicial [N]
u2dot0=(p0-c*udot0-k*u0)/m % Aceleración inicial
u_1=u0-dt*udot0+dt^2*u2dot0/2 % Displazamiento para el tiempo i=-1
u=zeros(n+2,1); % Vector de desplazamiento
u(1,1)=u_1;
u(2,1)=u0;
udot=zeros(n+2,1); % Vector de velocidad
udot(2,1)=udot0;
p=zeros(n+2,1); % Vector de fuerza
p(2,1)=p0;
kstrik=m/(dt^2)+c/2/dt % Constantes de integración
a=m/(dt^2)-c/2/dt % Constantes de integración
b=k-2*m/(dt^2) % Constantes de integración
t=zeros(n+2,1); % Vector de tiempos
t(1,1)=-dt; % Tiempo para i=-1
for i=2:n+2
    t(i,1)=t(i-1,1)+dt;
end
%% 5. CALCULOS PARA CADA PASO i
for i=2:n+1
    pstrik=p(i,1)-a*u(i-1,1)-b*u(i,1); %Constantes de
integración
    u(i+1,1)=pstrik/kstrik;
    udot(i,1)=(u(i+1,1)-u(i-1,1))/(2*dt); %Constantes de
integración
    p(i+1,1)=k1*k2*udot(i,1)/(k3+abs(udot(i,1)))*Mp*g;
    u2dot(i,1)=(u(i+1,1)-2*u(i,1)+u(i-1,1))/(dt^2); %Constantes de
integración
```



```
end
u2dot(n+2,1)=0;
umax=max(u) % Desplazamiento
máxima
udotmax=max(udot) % Velocidad máxima
u2dotmax=max(u2dot) % Aceleración máxima
%% 6. GRÁFICOS DE DESPLAZAMIENTO , VELOCIDAD Y ACELERACIÓN
figure(1)
plot(t,u)
axis([0 max(t) min(u)+min(u)/10 max(u)+max(u)/10]);
title('DESPLAZAMIENTO VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Desplazamiento [m]')
figure(2)
plot(t,udot)
axis([0 max(t) min(udot)+min(udot)/10 max(udot)+max(udot)/10]);
title('VELOCIDAD VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Velocidad [m/s]')
figure(3)
plot(t,u2dot)
axis([0 max(t) min(u2dot)+min(u2dot)/10 max(u2dot)+max(u2dot)/10]);
title('ACELERACION VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Aceleración [m/s2]')
figure(4)
plot(t,p)
axis([0 max(t) min(p)+min(p)/10 max(p)+max(p)/10]);
title('FUERZA DE EXCITACION VS TIEMPO')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Fuerza [N]')
figure(5)
plot(udot,p)
title('VELOCIDAD VS. FUERZA')
xlabel('Velocidad [m/s]')
ylabel('Fuerza [N]')
% FIN
```



## 7.2.3 SCRIPT 3: CODIFICACIÓN RESPUESTA DINÁMICA DE LA PASARELA

```
%%UNIVERSIDAD DE CUENCA
%RESPUESTA DINAMICA DE LA PASARELA
%MODELO: CARGA PERIODICA - DIRECCION VERTICAL - CARGA INDIVIDUAL
%% 1. LIMPIEZA DE VARIABLES
clear all
close all
clc
%% 2. PROPIEDADES DEL MODELO DE 1GDL
% 2.1 Intervalos de diferenciales.
dt=0.1; % incremento de tiempo [s]
T=50; % Tiempo total de analisis [s]
TTC=22; % Tiempo total de caminata [s]
n=T/dt; % Número de incrementos de tiempo
L=35; % Longitud de pasarela [m]
dx=0.01; % Incremento de distancia [m]
nx=L/dx; % Número de intervalos de x [m]
nk=5; % Número de modos de vibración
% 2.2 Datos de pasarela
fn=2.2983; % Frecuencia natural de la estructura [Hz]
wn=fn*(2*pi); % Frecuencia natural de la estructura en
[rad/s]
fc=2.00; % Frecuencia de caminata [Hz]
wc=fc*2*pi; % Frecuencia de caminata w [rad/s]
dp=0.5/100; % Porcentaje de amortiguamiento [%]
m=13685*2/L; % Masa modal general [kg]
Mk=zeros(nk,1);
xv=zeros(nx+1,1);
for i=2:nx+1
    xv(i,1)=xv(i-1,1)+dx; % Vector de posición
end
for km=1:nk % Regla del trapecio para integrar Masa modal
    for j=2:nx+1
        Mk(km,1)=Mk(km,1)+((sin(km*pi*xv(j-1,1)/L))^2+(sin(km*pi*xv(j,1)/L))^2)*0.5*(xv(j,1)-xv(j-1,1));
    end
end
Mk=Mk*m;
k=Mk*wn^2 % Rigidez modal [N/m]
c=Mk*2*wn*dp % Amortiguamiento viscosa [N*s/m]
%% 3. DEFINICIÓN DE LA FUERZA DE EXCITACIÓN
np=1; % Número de personas
Q=700; % Carga pedestre vertical estatica individual
[N]
alfa=[0.37,0.1,0.12,0.04,0.08]% Vector de factor de carga horizontal
(modos=5)
s=sqrt(np); % Factor de sincronización peatonal
Ls=0.8; % Longitud de paso peatonal [m]
Ns=floor(L/Ls); % Número de pasos
qk=zeros(n+2,nk);
delta=0;
tol=1e-8; % Tolerancia para comparación
for km=1:nk
    for i=2:n+2
        sq1=(i*dt-2*dt)*fc;
        sq=floor(sq1);
        if abs(sq1-sq)<tol
            qk(i,km)=sin(km*pi*sq*Ls/L);
        end
    end
end
```



```
        qk(i, km) = qk(i-1, km) + qk(i, km);
    else
        qk(i, km) = qk(i-1, km) + qk(i, km);
    end
end
end
qk(:, 1); % Factor multiplicador para
fuerza
Qk0=zeros(nk, 1);
for km=1:nk
    Qk0(km, 1) = (s*Q*alfa(km) * cos(2*pi*km*fc*0+0)) * qk(1, km); % Fuerza
de excitación [N] (5 modos)
end
Qk0
%% 4. VALORES INICIALES
for km=1:nk
    u0=0; % Desplazamiento inicial
    udot0=0; % Velocidad inicial
    p0=Qk0(km, 1); % Carga inicial
    u2dot0=(p0-c(km, 1)*udot0-k(km, 1)*u0)/Mk(km, 1); % Aceleración inicial
    u_1=u0-dt*udot0+dt^2*u2dot0/2; % Desplazamiento para el tiempo i=-1
    u=zeros(n+2, 1); % Vector de desplazamiento
    u(1, 1)=u_1;
    u(2, 1)=u0;
    udot=zeros(n+2, 1); % Vector de velocidad
    udot(2, 1)=udot0;
    p=zeros(n+2, 1); % Vector de fuerza
    p(2, 1)=p0;
    kstrik=Mk(km, 1) / (dt^2) + c(km, 1) / 2 / dt; % Costantes de integración
    a=Mk(km, 1) / (dt^2) - c(km, 1) / 2 / dt; % Costantes de integración
    b=k(km, 1) - 2*Mk(km, 1) / (dt^2); % Costantes de integración
    t=zeros(n+2, 1); % Vector de tiempos
    t(1, 1)=-dt; % Tiempo para i=-1
    for i=2:n+2
        t(i, 1)=t(i-1, 1)+dt;
    end
    %% 5. CALCULOS PARA CADA PASO i
    for i=2:n+1
        if i<=TTC/dt % Tiempo del peaton
dentro del puente
            p(i, 1)=s*Q*alfa(km) * cos(2*pi*km*fc*t(i, 1)+0) * qk(i, km);
        else
            p(i, 1)=0; % El peaton ha
abandonado el puente
        end
        pstrik=p(i, 1)-a*u(i-1, 1)-b*u(i, 1); % Costantes de
integración
        u(i+1, 1)=pstrik/kstrik;
        udot(i, 1)=(u(i+1, 1)-u(i-1, 1))/(2*dt); % Costantes de
integración
        u2dot(i, 1)=(u(i+1, 1)-2*u(i, 1)+u(i-1, 1))/(dt^2); % Costantes de
integración
    end
    u2dot(n+2, 1)=0;
    % 5.1 Cálculos de valores máximos
    umax=max(u)
    udotmax=max(udot)
    u2dotmax=max(u2dot)
    % 5.2 Almacenamiento de resultados para cada modo de vibración
    u_r(:, km)=u(:, 1); %Vector resultado de
posición
```



```
udot_r(:, km)=udot(:, 1); %Vector resultado de
velocidad
u2dot_r(:, km)=u2dot(:, 1); %Vector resultado de
aceleracion
end
%% 6. ANIMACIÓN DE DESPLAZAMIENTO ,VELOCIDAD Y ACELERACIÓN
%5.1 Generación de valores para V(x,t)
v=zeros(n+2,nx+1); % Vector de desplazamiento
final
vdot=zeros(n+2,nx+1); % Vector de velocidad
final
v2dot=zeros(n+2,nx+1); % Vector de aceleración
final
for km=1:nk
    for i=1:nx+1
        fi(1,i)=sin(km*pi*xv(i,1)/L);
    end
    for i=1:n+2
        v(i,:)=v(i,:)+u_r(i, km)*fi;
        vdot(i,:)=vdot(i,:)+udot_r(i, km)*fi;
        v2dot(i,:)=v2dot(i,:)+u2dot_r(i, km)*fi;
    end
end
vmax=max(max(v2dot)) % Aceleracion maxima de
V2dot
%5.2 Animación
scrsz = get(groot, 'ScreenSize');
h=figure('Name', 'POSICIÓN VS.
DESPLAZAMIENTO', 'NumberTitle', 'off', 'Position', [1 scrsz(4)/2
scrsz(3)/2 scrsz(4)/2])
h2=figure('Name', 'POSICIÓN VS.
ACELERACIÓN', 'NumberTitle', 'off', 'Position', [scrsz(3)/2 scrsz(4)/2
scrsz(3)/2 scrsz(4)/2])
for i=1:n+1
    figure(h);
    plot(xv, v(i, :));
    axis([0 max(xv) min(min(v))+min(min(v))/10
max(max(v))+max(max(v))/10]);
    title('POSICIÓN VS. DESPLAZAMIENTO')
    xlabel('POSICIÓN [m]')
    ylabel('DESPLAZAMIENTO [m]')
    str = ['t:', num2str(t(i,1))]
    annotation('textbox', [0.0,0,0.1,0.1], 'FaceAlpha', 1, 'String',
str, 'BackgroundColor', [1 1 1] )
    F1(i)=getframe;
    figure(h2);
    plot(xv, v2dot(i, :));
    axis([0 max(xv) min(min(v2dot))+min(min(v2dot))/10
max(max(v2dot))+max(max(v2dot))/10]);
    title('POSICIÓN VS. ACELERACIÓN')
    xlabel('POSICIÓN [m]')
    ylabel('ACELERACIÓN [m/s2]')
    str = ['t:', num2str(t(i,1))]
    annotation('textbox', [0.0,0,0.1,0.1], 'FaceAlpha', 1, 'String',
str, 'BackgroundColor', [1 1 1] )
    F2(i)=getframe;
end
movie(F1);
movie(F2);
%FIN
```



## 8 BIBLIOGRAFÍA.

- [1] A. K. Chopra, Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering., Primera ed., New Jersey: Prentice Hall, 1995, p. 729.
- [2] R. W. Clough and J. Penzien, Dynamics of Structures, Third ed., Berkeley: Computer & Structures, Inc., 1995, pp. 1-71.
- [3] L. Meirovitch, Fundamentals of Vibrations, First ed., Virginia: Waveland Press Inc., 2010, pp. 109-151.
- [4] M. Paz, Dinamica Estructural - Teoría y Cálculo, Tercera ed., Barcelona: Reverté S.A., 2002, pp. 38-64.
- [5] F. Hauksson, "Dynamic Behaviour Of Footbridges Subjected To Pedestrian-Induced Vibrations," Structural Mechanics, Sweden, 2005.
- [6] S. Zivanovic, A. Pavic and P. Reynolds, "Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation.," *Journal of Sound and Vibration*, no. 279, pp. 1-55, January 2005.
- [7] J. Anderson, D. Gomez and P. Thomson, "Analysis of human-structure interaction in footbridges in Santiago de Cali," Santiago de Cali, 2012.
- [8] M. Willford, "Dynamic actions and reactions of pedestrians.," *Proceedings of the International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges*, pp. 66-74, November 2002.
- [9] C. Heinemeyer, C. Butz, A. Keil, M. Schlaich, A. Goldack, S. Trometer, M. Lukic, B. Chabrolin, A. Lemaire, P.-O. Martin, Á. Cunha and E. Caetano, "Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations," JRC Comision, 2009.
- [10] S.-i. Nakamura and T. Kawasaki, "Lateral vibration of footbridges by synchronous walking," *Journal of Constructional Steel Research*, no. 62, pp. 1148-1160, 2006.
- [11] S. Kerr and N. Bishop, "Human induced loading on flexible staircases," *Engineering Structures*, no. 23, pp. 37-45, July 2001.





- [12] S. Jie, K. T. Tse, S. Zhigang and Z. Hongjiao, Analysis Of Probabilistic Peak Acceleration Response For Random Pedestrian Loads, vol. I, Hyderabad: International Journal of Structural and Civil Engineering Research, 2012, pp. 1-25.
- [13] S.-i. Nakamura, "Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking," *Journal of Structural Engineering*, vol. 130, no. 1, pp. 32-37, 2004.
- [14] H. Bachmann and W. Ammann, Vibrations in Structures Induced by Man and Machines, Tercera ed., Zürich: International Association for Bridges and Structural Engineering, 1987, pp. 22-26.
- [15] J. d. Silva, P. d. S. Vellasco, S. d. Andrade, L. d. Lima and F. Figueiredo, "Vibration analysis of footbridges due to vertical human loads," *Computers & Structures*, vol. 85, pp. 1693-1703, 2007.
- [16] C. Melchor Blanco, P. Bouillard, E. Bodarwé and L. Ney, "Structural dynamic design of a footbridge under pedestrian loading," *SAMTECH Users Conference 2005*, vol. 9, p. 19, 2005.
- [17] BS 5400, "Design Criteria for Footbridges - BD 29/04," in *Highway Structures Design (substructures) Materials*, vol. 2, London, British Standards Association, 2004, pp. 1-25.
- [18] BS 5400, "Loads for Highway Bridges - BD 37/01," in *Highway Structures Approval Procedures and General Design*, vol. 1, London, British Standards Association, 2001, pp. 63-66,72-73,82.
- [19] ISO, "Bases for Design of Structures: Serviceability of Buildings and Pedestrian Walkways Against vibration," in *ISO/CD 10137*, Geneva, International Standardization Organization , 2005.
- [20] American Association of State Highway and Transportation Officials, AASHTO LRFD BRIDGE Design Specifications, Washington, 2012.
- [21] American Association of State Highway and Transportation Officials., "Guide Specifications for Design of Pedestrian Bridges," AASHTO, 2009.
- [22] Comité Europeo para Estandarización. Eurocódigo., "Parte 2-6: Acciones en Estructuras - Acciones Durante la Ejecución.," in *Eurocódigo 1 Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras*, AENOR, 1998, pp. 1-32.



- [23] El Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda, "Cargas (No Sísmicas)," in *Norma Ecuatoriana de la Construcción*, Quito, 2014, pp. 11-19.
- [24] El Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda, "Cargas Sísmicas Diseño Sismoresistente," in *Norma Ecuatoriana de la Construcción*, Quito, 2014, pp. 88-90.
- [25] Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador., "Especificaciones Generales Para la construcción de Caminos Y Puentes.," in *Norma Ecuatoriana Vial*, vol. 3, Quito, Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador., 2013, pp. 511-588.
- [26] R. C. Hibbeler, *Mecánica Vectorial para Ingenieros. Dinámica*, Mexico: Pearson Education, 2004.
- [27] M. R. L. Pimentel, *Vibration Performance of Pedestrian Bridges Due to Human-Induced Loads*, University of Sheffield, 1997, p. 265.
- [28] T. Kawada, "The End of the Century: The Millennium Bridge," in *History of the Modern Suspension Bridge*, vol. I, U.S.A., American Society of Civil Engineer, 2010.
- [29] European Committee for Standardization , Eurocode 3. Design of Timber Structures. Part 2: Bridges., Brussels, Belgium: AENOR, 2012.
- [30] Ministerio de Fomento; Secretaría General Técnica, Norma de Construcción Sismorresistente: Puentes (NCSP-07), Madrid: Publicaciones del Ministerio de Fomento, 2007, p. 134.